Étude du contrôle stochastique gouverné par l'équation différentielle stochastique rétrogradeé et application

GOUNI ACHOUAK Encadreur :A.BAHEDDI

Département des Mathématiques
Université Kasdi Merbah Ouargla 30000, Algerie
achouakmathimatique@gmail.com

Résumé

on présente Dans ce travail une étude théorique et pratique du contrôle stochastique optimal gouverné par des équations différentielle stochastique rétrogrades,où trouver les résultats de L'existence et l'unicité de solution de E.D.S.R et le problème de contrôle.
Mots Clés : *contrôle stochastique, équation différentielle stochastique rétrogrades,L'existence et l'unicité,.*

1. Introduction

Dans ce mémoire . on réprésenté l'Étude du contrôle stochastique optimal gouverné par l'équation différentielle stochastique Rétrogrades de la forme

$$\begin{cases} dY_T = -f(t, Y_t, Z_t)dt + Z_t dB_t \\ Y_T = \xi \end{cases}$$

$\forall t \in [0, T]$
f est la fonction donné,$Y_T = \xi$ le condition terminal $B = B_t$ est un mouvement Brownien défini sur (Ω,F,F_t)
le plan du travail est divisé en deux chapitres (théorique et application). Dans le premier chapitre on aborde les Généralité du calcul stochastique , E.D.S.R et le contrôle optimale gouverné et le deuxéme chapitre porte sur des applications.

2. les problématiques

2.1 La problématique

Comment étudier le contrôle optimal par E.D.S.R ?

2.1.1 Les sous problèmes

Est-ce qu'il y existe une solution de E.D.S.R, Est-elle unique ?
Quelle est la stratégie défini par le contrôle stochastique optimal ?

3. Le plan de travaille

3.1 La première partie

:Généralité sur le calcul stochastique et le contrôle optimale gouverné par E.D.S.R
Présentation de quelque Définitions de base (la processus , le filtration,le processus mesurable, le intégrale d'Itô......)
Équation différentielle stochastique
Équation différentielle stochastique rétrogrades
contrôle optimale (le principe de maximum de Pontryagin,) contrÔle stochastique gouverné par E.D.S.R.

3.2 le deuxéme partie

:Étude de cas

4. Les outils utilisés

Pour étudié l'équation différentielle stochastique Rétrograde
on utilise deux espace de processus :
$\mathcal{S}^2(\mathcal{R}^k)$ l'espace vectoriel formé des processus Y progressivement mesurable á valeurs dans $\mathcal{R}^k$, tels que

$$\|\mathrm{Y}\|^2_{\mathcal{S}^2} = E[\sup_{0 \le t \le T} |\mathrm{Y}_t|^2] < \infty$$

et $\mathcal{S}^2(\mathcal{R}^k)$ le sous espace formé par les processus continus .

$\mathcal{M}^2(\mathcal{R}^{k*d})$ l'espace des processus Z progressivement mesurable á valeur dans $\mathcal{M}^2(\mathcal{R}^{k*d})$ tel que

$$\|\mathrm{Z}\|^2_{M^2} = E[\int_0^T \|\mathrm{Z}_t\|^2] < \infty$$

oú si $\mathrm{Z} \in \mathcal{R}^{k*d}$, $\|\mathrm{Z}\|^2 = trace(\mathrm{ZZ}^*) \cdot \mathcal{M}^2(\mathcal{R}^{k*d})$ désigne l'ensemble des classes d'équivalence de $\mathcal{M}^2(\mathcal{R}^{k*d})$.
Pour montré le résultat de l'existence et l'unicité utilise

4.1 cas Lipschitz

$\mathrm{f}(t, Y, Z)$:est processus progressivement mesurable ,ξ :une variable aléatoire, F_t a valeurs dans $\mathcal{R}^k$
soit l'hypothèse suivant :
($\mathbf{L}$) il existe une constant ψ telle que

i- description condition Lipschitz en(y,z) pour tout $\mathrm{t}, \mathrm{Y}', \mathrm{Y}, \mathrm{Z}, \mathrm{Z}'$

$$|f(t, Y, Z) - f(t, Y', Z')| \le \psi((Y - Y') + \|Z - Z'\|)$$

ii- condition d'intégrabilité

$$E[|\xi|^2 + \int_0^T |f(r, 0, 0)|^2 dr] \le \infty$$

Théorème 4.1 (pardoux-peng) *L'hypothèse (L) l'E.D.S.R possède une unique solution (y,z) tell que $Z \in \mathrm{M}_2$*

Pour démontrer ce théorème on utilise un argument de point fixe dans l'espace de Banach B^2
*-Pour étude le contrôle optimale on utilise le principe de maximum Pontryagin (ce principe est un résultat fondamental de la théorie du contrôle optimale)
nous étudions deux problème

4.2 Problème de lagrange :

ce cas le coût s'écrit

$$C(t, u) = \int_0^t f^0(s, x(s), u(s))ds \tag{1}$$

4.3 Problème de Mayer :

Dans ce cas le coût

$$C(t, u) = h(t, x(t)) \tag{2}$$

5. Résulte

*-1- La solution de équation différentielle stochastique rétrogrades est un couple de processus (Y_t, Z_t) adapté et mesurable par rapport a la filtration F_t
*-2-L'objectif du problème du contrôle stochastique est de minimiser une fonction cout de la forme

$$j(v) = E[g(y_0^v) \int_0^T h(t, y_t^v, z_t^v, v_t)dt]$$

Références

[1] EMMANULE TRéLAT ,contrôle optimal : théorie et application ,cour de unive, de marie carie.

[2] NACIMA MOUSSOUMI DEHBI, contrôle optimal :optimisation d'une production céréalier ,livre de univ d'orléans.

[3] PHILIPPE BRIAND,Équations différentielles stochastiques Rétrograde , cour,mars2001.

[4] MERBET IMANE, contrôle optimal des équation différentielle stochastique , Mémoire de master 2016 univ k.M ourgla.