

Prévision par méthodes de lissage exponentiel (Application sur la série Taux brut de naissance en Algérie 1967-2000)



Gasmi Zahia

Faculté des Mathématiques et des Sciences de la Matière
Université Kasdi Merbah Ouargla 30000, Algérie
zahiagasmi995@gmail.com

Résumé

Le but fondamentale de ce travail est calculer la prévision par la méthode de lissage exponentiel en série temporelle.

1. Introduction

Plusieurs méthodes de prévision existent, elles peuvent être regroupées en deux grandes classes :

1. Méthodes extrapolatives : (courbes de croissance, lissage par les moyennes mobiles, modélisation ARMA) : Ces méthodes utilisent le passé de la variable elle-même. Seul le passé de la variable est utilisé en vue de la prévoir sans apport d'information extérieure.

2. Méthodes explicatives : (régression linéaire, systèmes d'équations simultanées) : Celles-ci utilisent les valeurs passées et présentes d'une ou de plusieurs variables pour prévoir y . L'ensemble d'information utilisé comporte des facteurs extérieurs qui peuvent influencer le futur de y en plus du passé de la variable y elle-même.

Nous présentons dans ce mémoire les méthodes de prévision extrapolatives

2. La prévision par lissage exponentiel en série temporelle

L'objectif de ce travail est étudier comment calculer la prévision d'une série temporelle par lissage exponentiel.

Définition 1 Soit un espace probabilité (Ω, A, P) . $T \subset \mathbb{R}$ un processus stochastique est une famille $X = \{X_t, t \in T\}$ de variables aléatoires définies sur un même (Ω, A, P) . Une série chronologique est une fonction à valeurs réelles $X : T \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, telle que pour tout $t \in T$ donné, $X_t(\cdot)$ soit une variable aléatoire.

Définition 2 Introduites par Holt en 1958 ainsi que par Winters en 1960 et popularisées par le livre de Brown en (1963), les méthodes de lissage constituent l'ensemble des techniques empiriques de prévision qui accordent plus ou moins d'importance aux valeurs du passé d'une série temporelle. Les trois modèles ci-dessous seront traités dans ce chapitre :

$$\begin{aligned} & . t \in Z, X_t = Z_t + \xi_t ; \\ & . t \in Z, X_t = Z_t + S_t + \xi_t ; \\ & . t \in Z, X_t = Z_t \times S_t + \xi_t ; \end{aligned}$$

avec Z_t une série constante ou linéaire. La composante stochastique ne sera pas nécessairement un bruit blanc.

Les techniques seront bien évidemment différentes selon que nous serons en présence de saisonnalité ou non.

Le lissage exponentiel simple (3):

On dispose de N observations X_1, \dots, X_n : On souhaite prévoir, à la date $T = 1, \dots, N$, la valeur à un horizon 1, ou à un horizon quelconque h .

Définition 3 -La prévision $\hat{X}_T(h)$ fournie par la méthode de lissage exponentiel simple, avec la constante de lissage β , $0 < \beta < 1$ est

$$\hat{X}_T(h) = (1 - \beta) \sum_{j=0}^{T-1} \beta^j X^{T-j}$$

On donne un poids d'autant moins important que les observations sont loins (dans le passé), avec une décroissance exponentielle :

-proche de 1 : prise en compte de tout le passé

-proche de 0 : prise en compte d'avantage des valeurs récentes (plus sensible aux fluctuations)

Proposition 1 $\hat{X}_T(h)$ peut être vu comme une régression sur une constante, avec des pondérations exponentielles

Le programme de minimisation

$$\min_c \left\{ \sum_{j=0}^{T-1} \beta^j (X^{T-j} - c)^2 \right\}$$

admet pour solution

$$\hat{c} = (1 - \beta) \div (1 - \beta^T) \sum_{j=0}^{T-1} \beta^j X_{T-j}$$

et pour T assez grand $\hat{X}_T = \hat{c}$

2.1 Choix de la constante de lissage

Au delà des méthodes qualitative de rigidité ou de souplesse du modèle aux fluctuations conjoncturelles, il est possible d'utiliser des méthodes de type minimisation de la somme des carrés des erreurs de prévision

$$\hat{\beta} = \arg \min \left\{ \sum_{t=1}^T [X_{t+1} - (1 - \beta) \sum_{j=0}^{t-1} \beta^j X_{t-j}]^2 \right\}$$

Le lissage exponentiel double (3):

Le lissage exponentiel simple est adapté à des séries pouvant être ajustée par une constante au voisinage de T . Le principe de lissage exponentiel double permet de faire un ajustement par une droite, à savoir approcher X_t par Y_t où

$$Y_t = A + (t - T)B$$

La prévision à horizon h s'écrit:

$$\hat{X} = \hat{A} + h\hat{B}$$

le programme d'optimisation pour estimer A et B s'écrit

$$\min_{A,B} \left\{ \sum_{j=0}^{T-1} \beta^j (X^{T-j} - [A + (T - j)B])^2 \right\}$$

3 Les méthodes de Holt-Winters (3):

Le lissage par la méthode de Holt s'applique aux séries chronologiques sans composante saisonnière et à tendance localement linéaire. Mais la méthode de Winters s'applique aux séries chronologiques avec composante saisonnière.

Références

- [1] Guy Mélard « Méthodes de prévision à court terme », Editions de l'Université de Bruxelles, 1990
- [2] Hatem Fabrice, Cazes Bernard et Roubelat Fabrice, « La prospective, pratiques et méthodes », Economica, 1993.
- [3] Lardic Sandrine et Valérie Mignon « Econométrie des séries temporelles macroéconomiques et financières », Economica, 2002.
- [4] Walter Enders, « Applied econometric time series », Wiley series, 1995.