

UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA
Faculté des Sciences Appliquées
Département de Génie Electrique



Mémoire
MASTER ACADEMIQUE
Domaine : Sciences et technologies
Filière : Electrotechnique
Spécialité : Machines électriques
Présenté par :

GHARSA Salim

BOUCHIKHI Hamza Abd Errahmane

Thème:

Calcul de la force dans le système de guidage magnétique à base de supraconducteur HTc

Soutenu publiquement

Le : 07/07/2019

Devant le jury :

M ^r BOUAKAZ Ouahid	MAA	Président	UKM Ouargla
M ^r BENALIA Khaled	MCB	Encadreur/rapporteur	UKM Ouargla
M ^r BOUCHALA Tarek	MCA	Examineur	UKM Ouargla

Année universitaire 2018/2019



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

السلام عليكم

ورحمة الله وبركاته

Dédicaces

*Quand il y a le souci de réaliser un dessein tout devient facile pour arriver à nos fins
A cœur vaillant rien d'impossible. Aujourd'hui, ici rassemblés auprès des jurys,
Nous prions Allah que cette soutenance Fera signe de persévérance
Et que nous serions enchantés Par notre travail honoré "*

Je dédie ce mémoire à..... ✍

À mon cher père décédé, je dédie ce travail simple à son âme pure, demandant à Dieu tout-puissant de lui accorder sa miséricorde et de lui pardonner et d'entrer au paradis avec les justes

A ma très chère mère Djamila. Tu as fait plus qu'une mère puisse faire pour que ses enfants suivent le bon chemin dans leur vie et leurs études, la lanterne qui éclaire mon chemin et m'illumine d'affection. Je te dédie ce travail en témoignage de mon profond amour. Puisse Dieu, le te puissant, te préserver et t'accorder santé, longue vie et bonheur.

Toutes les reconnaissances, le respect, l'estime et le merci d'être ma mère. Votre soutien et votre encouragement m'ont toujours donné de la force pour persévérer et pour prospérer dans la vie.

A ma chères sœur « Azza » pour leur encouragement permanent.

J'espère que la vie vous réserve le meilleur.

A toute ma grande familles « BOUCHIKHI » et « KORICHI », et mes frères et sœurs.

A binôme, Gharsa Salim

Tout le long de ces études, tu as su m'écouter, m'encourager.... Merci pour tout ça, pour votre confiance en moi et mes capacités. Merci pour tous nos moments qui ont fait cette année de belle année.

A tous mes professeurs et mes enseignants qui sont contribués à l'enrichissement de ma formation et à mon épuisage intellectuel.

A mes chers collègues et mes amis : « Halali bouzid; Abdou; Anis Hammach; Nagodi Mohammed; Debba ilyas; Khdimou Housin; Tnani Mohammed; latifa; Rahima; Moh laldji ; Hakim; Pissou; Yasser; Ousamma; Aissa; Amor; imad; Youcef; Yhaya; zaki; Rahim; Badri; saleh; etc.... »

et tous mes amis de la fac.

je vous remercie à toute personne encouragée moi, si même par mot.

Hamza Bouchikhi



DEDICACE

A ceux qui m'ont donné la vie, le symbole de la beauté et de fierté, de sagesse et de patience.

A ceux qui sont la source de l'inspiration et du courage, à qui je dois de l'amour et la reconnaissance.

🌀 *A ma chère Mère et à mon cher Père ;*

🌀 *A mes frères et mes sœurs;*

🌀 *Et tout ma famille ;*

🌀 *Nos sincères remerciements à notre encadreur Mr Khaled BENALIA qui a bien voulu nous encadrer, et de nous avoir encouragé le long de notre travail.*

🌀 *A mon Ami et binôme Hamza BOUCHIKHI pour tous les moments de joies et de peines qu'on a passé ensemble, A sa Famille aussi ;*

🌀 *A tous mes amis : (Oussama , Farouk, Abd Samad , fouad, wafik, Guerrida , Amor , Imad , Yasser, zerguine , aissa , MOH, Hakim, Pissou, madjidi, djalal , moudi, mida, chaouki, moez....etc*

🌀 *A mes collègues sans exception*

🌀 *A tous les proches que j'ai mentionnés et les autres que j'ai oubliés veuillez m'excuser*

Je vous remercie tous

GHARSA SALIM



Remerciement

Nous remercions en premier lieu Dieu de nous avoir donné le courage et la volonté pour réaliser ce modeste travail. Avant de commencer la présentation de ce mémoire, nous profitons l'occasion pour remercier du fond du cœur toute personne qui a contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

*Nous tenons par le présent travail à témoigner notre reconnaissance envers notre encadreur **Dr. BEN ALIA KHALED**, pour toute son aide et pour son soutien ainsi pour ses conseils.*

*Nous remercions vivement, qui nous a fait l'honneur de présider le jury monsieur **BOUAKAZ Ouahid**.*

*Nos remerciements vont aussi à monsieur **BOUCHALA Tarek**, jury examinateur qui nous a fait l'honneur de participer au jury de notre mémoire.*



SOMMAIRE

Sommaire

Liste des figures

Liste des tableaux

Introduction générale

Chapitre I : Matériaux supraconducteur

I. 1	Introduction	3
I. 2	Propriétés des matériaux supraconducteurs.....	3
I. 3	Les limitations des supraconducteurs.....	4
I. 3. 1	Température critique T_c	4
I. 3. 2	Champ magnétique critique H_c (Induction magnétique critique B_c).....	4
I. 3. 3	Densité de courant critique J_c (courant critique I_c).....	6
I. 4	Diagramme des phases d'un supraconducteur	7
I. 5	Passage du courant dans un fil supraconducteur de Type II.....	7
I. 5. 1	Répartition du courant dans un Fil.....	7
I. 6	Vortex et phase de Shubnikov.....	8
I. 6. 1	Pénétration des vortex dans le supraconducteur.....	9
I. 6. 2	Mouvement des vortex dans un fil parcouru par un courant.....	10
I. 7	Théorie phénoménologique de London.....	10
I. 7. 1	Comportement du supraconducteur	11
I. 8.	Applications des supraconducteurs en électrotechnique	12
I. 8. 1.	Les applications médicales.....	13
I. 8. 2.	Stockage de l'énergie	14
I. 8. 3.	Les trains à lévitation magnétique	14
I. 8. 4.	Machines électriques	14

I. 8. 5. Transformateur et limiteur de courant de court-circuit	15
I. 8. 6. Transport de l'énergie	16
I. 9. Conclusion	17

Chapitre II : Formulation mathématique en électromagnétisme

II.1. Introduction	18
II.2. Le modèle considéré	18
II.2.1. Equations de Maxwell	18
II.2.1.1. Lois de couplage électromagnétique	18
II.2.1.2 Les équations de conservation	19
II.2.1.3 Lois de comportement des milieux des matériaux	19
II.3. Formulation de l'équation magnétodynamique	21
II.4 Modèle électromagnétique pour le système de guidage magnétique	23
II.5 Modèle magnétostatique scalaire	25
II. 5. 1 Modèle magnétostatique scalaire	25
II .5.2 Model d'un aimant permanent.....	27
II.6 Méthodes de discrétisations.....	29
II.6.1 Méthode des éléments finis.....	30
II.6.2 Méthode des différences finis	31
II.6.3 Méthode des intégrales de frontière.....	31
II.6.4 Méthode des volumes finis.....	31
II.6.5 Etapes dans l'application de la méthode des volumes finis	32
II.7 Force magnétique latérale entre aimant permanent et supraconducteur	32

II. 8 Conclusion.....	33
-----------------------	----

Chapitre III : Modèle numérique

III. 1 Introduction.....	34
III. 2 Discrétisation de l'équation électromagnétique par la méthode des volumes finis.....	34
III.2.1 Méthode des volumes finis (MVF).....	34
III. 2. 2. Discrétisation géométrique	35
III.2.3. Discrétisation des équations électromagnétiques par la MVF	35
III. 3 Méthodes de résolution des systèmes d'équations algébriques	40
III. 3. 1 Méthodes directes.....	41
III. 3. 2 Méthodes itératives.....	41
III. 3. 2. 1 Méthode de Jacobi.....	41
III. 3. 2. 2 Méthode de Gauss Siedel.....	41
III. 3. 2. 3 Méthode de relaxation.....	42
III. 4 Algorithme de résolution	42
III. 5 Conclusion	46

Chapitre IV : Résultats de simulation

IV. 1. Introduction.....	47
IV. 2. Modélisation d'un aimant permanent.....	47
IV.3 Simulation des systèmes de guidage magnétique.....	49
IV. 3. 1. Résultats de simulation pour un écart $H=3\text{mm}$	50
IV. 3. 2 Effet de l'écart aimant-supraconducteur.....	53
IV. 3. 3 Effet de la vitesse de mouvement.....	55
IV. 3.4 Effet de l'aimantation de l'aimant.....	56

IV.4. Conclusion.....	57
Conclusion générale	58
Référence et Bibliographie.....	59
Résumé	

Liste des figure

Chapitre I : Matériaux supraconducteurs

Figure. I.1 Résistivité électrique des métaux à basse température. à gauche, conducteur normal, comme le cuivre. à droite, comportement supraconducteur du mercure	3
Figure. I.2 Effet du champ magnétique sur un matériau conducteur et supraconducteur	4
Figure. I.3 a) Diagramme des phases d'un supraconducteur de type I, b) Dépendance de l'aimantation avec l'excitation magnétique d'un supraconducteur de type I	6
Figure. I.4 a) Diagramme des phases d'un supraconducteur de type II, b) dépendance de l'aimantation avec l'excitation magnétique d'un supraconducteur de type II	6
Figure. I.5 Diagramme des phases d'un supraconducteur	7
Figure. I.6 Passage du courant dans un supraconducteur de type I	8
Figure. I.7 Passage du courant dans un supraconducteur de type II	8
Figure. I.8 Le champ magnétique traverse le supraconducteur en suivant une ligne de vortex	9
Figure. I.9 Courant entourant un vortex	9
Figure. I.10 Pénétration des vortex dans le supraconducteur	10
Figure. I.11 Force F_v exercées sur les vortex d'une plaque supraconducteur de type II	10
Figure. I.12 comportement d'un supraconducteur	12
Figure. I.13 IRM	14
Figure. I.14 La force magnétique représentée est celle qui permet la lévitation du train	15
Figure. I.15 Train Maglev (552 Km / H)	15
Figure. I. 16 Limiteur de courant	16
Figure. I.17 Vue en coupe NbSn de Bruker. Source	17

Chapitre II : Formulations mathématiques en électromagnétisme

Figure. II.1 Modèle coulombien d'un aimant permanent	29
Figure. II.2 Organigramme d'une méthode numérique de simulation	31
Figure II.3 Discrétisation en volume fini en 2D	32

Chapitre III : Modèle Numérique

Figure. III.1 Maillage du domaine d'étude en volume finis	35
Figure. III.2 Volume élémentaire de type rectangulaire	36
Figure. III.3 Approximation linéaire du potentiel à travers la facette e	38
Figure. III.4 Organigramme du code de calcul	43
Figure. III.5 Algorithme de résolution du code de calcul	46

Chapitre IV : Résultats de simulation

Figure. IV.1 la répartition spatiale de l'induction magnétique	48
Figure. IV.2 la composante B_r d'un aimant permanent dans le plan $z=0.5\text{mm}$	49
Figure. IV.3 le dispositif étudié	50
Figure. IV.4 Force latérale en fonction de distance latérale aimant-supraconducteur	50
Figure. IV.5 Force latérale en fonction de temps	51
Figure. IV.6a Répartition de la densité de courant (les composantes J_x J_y) a $t=0.5\text{s}$	52
Figure. IV.6b Répartition de la densité de courant (les composantes J_x J_y) a $t=1.5\text{s}$	52
Figure. IV.7a Force latérale en fonction du déplacement latéral	54
Figure. IV.7b Force latérale en fonction du déplacement latéral	54
Figure. IV.8 forces d'interactions latérales et verticales pour différentes valeurs de vitesse	55
Figure. IV.9 forces d'interactions latérales et verticales pour différents valeurs d'aimantation	56

Liste des tableaux

Tableau I.1 Les Températures Critiques des Différents Matériaux	4
Tableau IV.1 Propriétés géométriques et physiques de l'aimant permanent [Fou 00]	47

Liste des abréviations et des symboles

B [T] : induction magnétique.

E [V/m] : champ électrique.

E_c [V/m] : champ électrique critique.

H [A/m] : champ magnétique.

H₀ [A/m] : champ magnétique à la surface du supraconducteur.

H_c [A/m] : champ magnétique critique.

H_{c1}[A/m] : premier champ magnétique critique.

H_{c2} [A/m] : second champ magnétique critique.

I_c [A] : courant critique.

J [A/m²] : densité de courant.

J_c [A/m²] : densité de courant critique.

I [A/m] : aimantation développée dans le matériau.

n: puissance de J de la relation E(J) dans un matériau supraconducteur.

T [K°] : température.

T_c[K°] : température critique.

χ : susceptibilité magnétique.

μ [H/m] : perméabilité magnétique.

μ₀ [H/m] : perméabilité magnétique du vide.

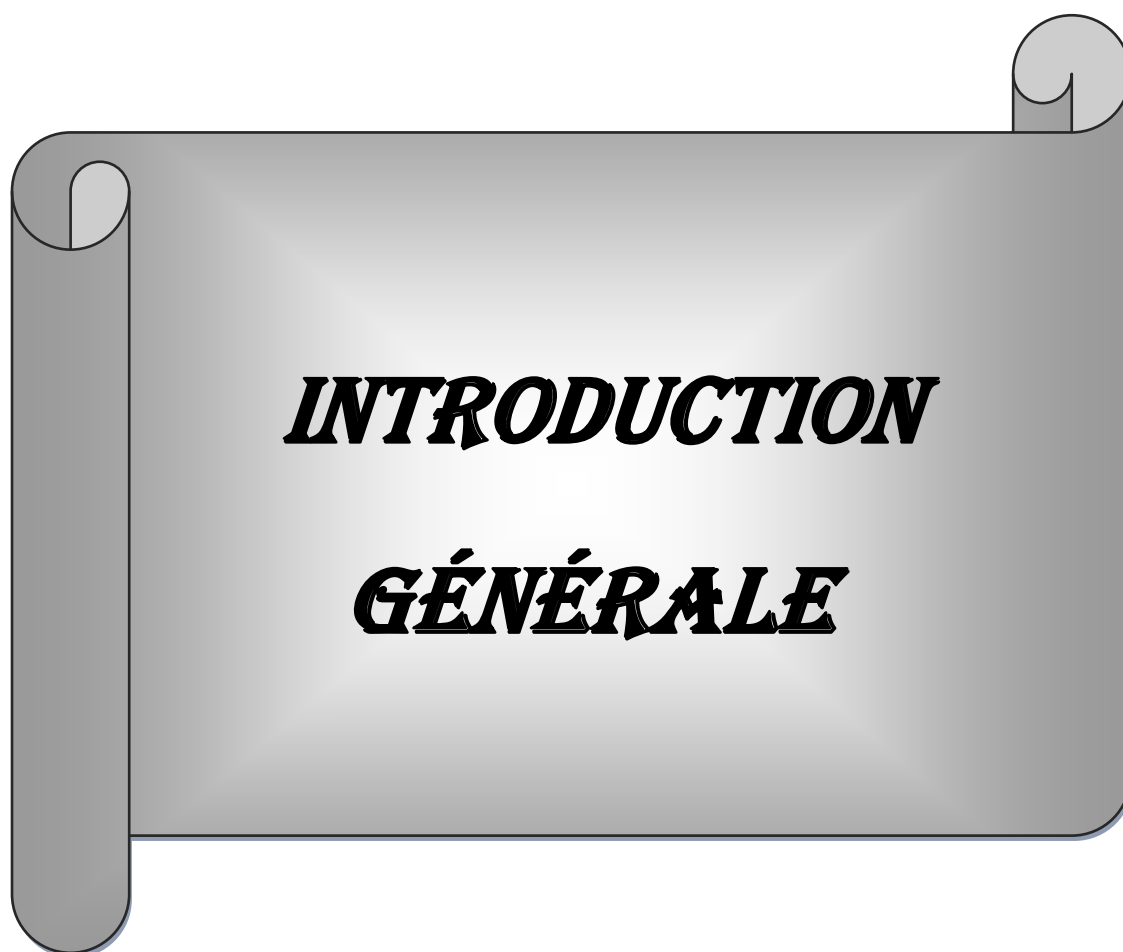
δ [s. m⁻¹]: Conductivité électrique

ε [F. m⁻¹]: Permittivité

v [m. H⁻¹] :Réductivité magnétique

MVF : Méthode des Volumes finis.

SHTC : supraconducteur à haute température critique.



INTRODUCTION

GÉNÉRALE

INTRODUCTION GENERALE :

Plusieurs dispositifs ont été proposés pour réaliser des systèmes de guidage magnétiques. Les plus utilisés sont les systèmes passifs qui exploitent les forces d'interactions produites entre aimants permanents et matériaux diamagnétiques qui sont généralement des supraconducteurs de haute température critique HTC.

Pour les supraconducteurs de types I, la force de lévitation avec un aimant est une force toujours répulsive suivant l'effet Meissner qui réduit leurs applications dans les systèmes de lévitation. Par contre, pour les supraconducteurs de types II, les applications sont très variées puisque ce type possède en plus des propriétés de type I, d'autres propriétés qui leur donnent avantage pour des applications très prometteuses du guidage (surtout dans la zone mixte). Dans cette zone, on peut avoir une force répulsive aussi bien qu'une force attractive. [1]

Pour une bonne conception des systèmes de guidage magnétique ayant des matériaux supraconducteurs à haute température critique, il est important de modéliser leurs comportements magnétiques. Dans ce contexte, nous nous lançons dans ce travail au développement des méthodes numériques permettant de modéliser les dispositifs ayant des supraconducteurs. La méthode des volumes finis a été adoptée pour résoudre le problème mathématique régi par des équations aux dérivées partielles. L'ensemble des modèles mathématiques et numériques ont été implémentés dans un code de calcul sous l'environnement Matlab.

Notre travail est organisé de la manière suivante :

Le premier chapitre est consacré aux principaux types des supraconductrices avec leurs caractéristiques ainsi que des introductions à leurs techniques de mise au point, ensuite diverses applications de la supraconductivité.

Dans le deuxième chapitre nous allons exposer les modèles mathématiques qui permettent de modéliser les dispositifs ayant des matériaux supraconducteurs à haute température critique principalement le modèle en loi de puissance E-J aussi pour modéliser les aimants permanents.

Dans le troisième chapitre est consacrée à la présentation des méthodes la méthode des volumes finis qui a été adoptée pour résoudre le problème. Les procédures d'implémentation, sous

l'environnement Matlab, des modèles mathématico-numériques développés dans le cadre de ce travail sont aussi présentées.

Dans le quatrième chapitre, nous présentons les résultats de simulation obtenus à partir du code numérique développé, dédié principalement à la modélisation des systèmes du guidage magnétique à base de supraconducteur à haute température critique.

Finalement, une conclusion générale résumant l'essentiel de notre travail.



CHAPITRE I

**MATÉRIAUX
SUPRACONDUCTEURS**

I. 1 Introduction

Dans les systèmes de guidage magnétique à base de supraconducteur, la connaissance des propriétés des supraconducteurs est important et spécialement le diamagnétisme parfait pour crée les forces de répulsion et d'attraction entre le supraconducteur et les aimant permanent.

Dans ce chapitre nous commençons par une présentation les propriétés, les caractéristiques et les applications de ces matériaux.

I. 2 Propriétés des matériaux supraconducteurs

Un matériau est dit supraconducteur lorsqu'il conduit de l'électricité sans résistance au-dessous d'une certaine température (Figure I. 1), dite température critique (T_c). On observe une transition du conducteur de l'état dit normal (N) (Figure I. 2 a) vers l'état supraconducteur (S) (Figure I. 2 b). La seconde propriété remarquable est que le matériau dans l'état supraconducteur présente un effet diamagnétique parfait appelé effet Meissner (le champ magnétique ne peut pas pénétrer dans ces matériaux). Un champ magnétique extérieur induit la circulation des courants dans le supraconducteur qui créent à leur tour un champ magnétique opposé [2].

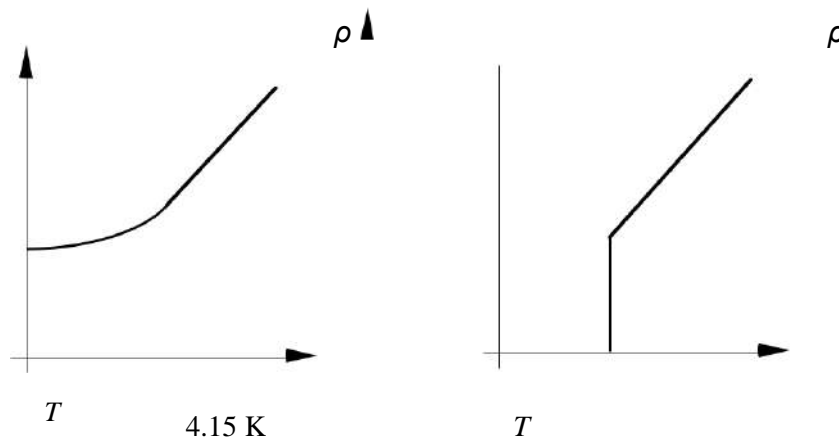


Figure. I.1 : Résistivité électrique des métaux à basse température. à gauche, conducteur normal, comme le cuivre. à droite, comportement supraconducteur du mercure

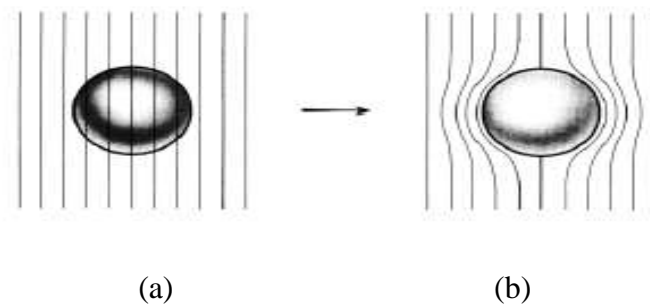


Figure I. 2 : Effet du champ magnétique sur un matériau conducteur (a) et supraconducteur (b).

Lorsqu'un échantillon supraconducteur dans sa phase normale ($T > T_c$) qu'on n'a pas seulement la propriété $\partial B / \partial t = 0$ qui découle de la conductance infinie mais bien \mathbf{B} qui provient de l'existence de courants permanents.

Un courant peut donc circuler à tension nulle, mais l'effet le plus remarquable est qu'un courant alternatif de fréquence proportionnelle à la tension appliquée s'établit à tension non nulle [2].

I. 3 Les limitations des supraconducteurs

I. 3. 1 Température critique T_c

La supraconductivité joue un rôle très important dans la science des matériaux, mais on ne connaissait qu'un très petit nombre d'oxydes supraconducteurs qui constituaient de préférence des intérêts de laboratoire et dans chaque matériau une température critique par exemple : le titanate de strontium réduit $T_c = 0,3$ K, le titanate de strontium dopé niobium $T_c = 0,8$ K, l'aluminium $T_c = 1.14$ K.

Certains oxydes mixtes de lithium et de titane ou de baryum et de plomb dopé au bismuth présentant des températures critiques voisines de 13 K. On restait toutefois nettement au-dessous des « T_c -record » des composés intermétalliques (Nb_3Ge , $T_c = 23,3$ K) [3].

Composés	$La_{1.85} Sr_{0.5} Cu O_4$	$Y Ba_2 Cu_3 O_7$	$Tl_2 Ba_2 Ca_2 Cu_3 O_{10}$	$Tl_2 Ba_2 Ca Cu_2 O_8$
T_c (K)	40 k	95 k	125 k	108 k

Tableau I. 1 : Les Températures Critiques des Différents Matériaux.

I. 3. 2 Champ magnétique critique H_c (Induction magnétique critique B_c)

Le comportement du supraconducteur en présence d'un champ magnétique extérieur. Dès que ce champ dépasse une valeur critique, la supraconductivité disparaît. Ce comportement est lié à la pénétration du champ dans un supraconducteur (Effet Meissner).

L'induction magnétique à l'intérieur du matériau est donnée par la relation suivante :

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{I}) \quad (\text{I. 1})$$

Où :

\mathbf{B} : Induction magnétique [T],

\mathbf{H} : Champ magnétique appliqué [$A.m^{-1}$],

\mathbf{I} : L'aimantation développée dans le matériau [$A.m^{-1}$],

μ_0 : Perméabilité magnétique [$H.m^{-1}$].

Pour une valeur donnée du champ appliqué H_0 , l'aimantation chute brutalement à zéro, et le champ magnétique pénètre dans le matériau.

On peut définir le champ magnétique critique H_c qui dépend de la température T par la formule suivante :

$$H_c = H_0 [1 - (T/T_c)^2] \quad (\text{I. 2})$$

Où :

T_c : Température critique.

Selon les matériaux, deux comportements distincts sont observés, et permettent de classer les supraconducteurs en deux types (type I, type II)

➤ Supraconducteur de Type I

On trouve au-dessous de la courbe $H_C(T)$ (qui est approximativement parabolique) l'état supraconducteur (dit aussi *état Meissner*). Au-dessus se trouve l'état normal. La température critique T_C est la température de la transition en champ nul (donnée ci-dessus dans le cas du mercure et du plomb), le champ H_C est le champ critique à température nulle. Cette dernière valeur est relativement faible : $\mu_0 H_C$ est situé entre 0.005 T (pour le zinc) et environ 0.08 T (Pour le plomb). Ces limitations particulièrement restrictives font de ces supraconducteurs

Des matériaux peu intéressants sur le plan technique.

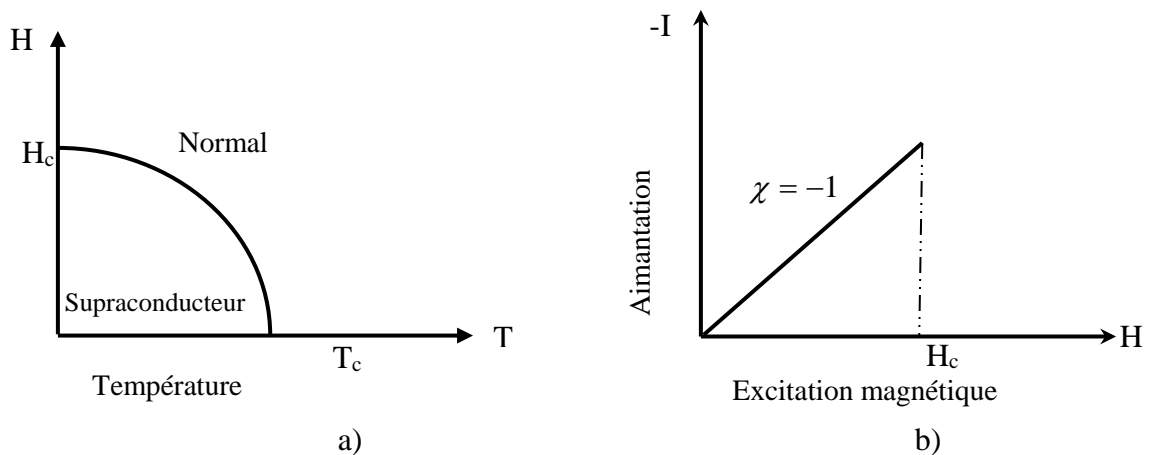


Figure I. 3 : a) Diagramme des phases d'un supraconducteur de type I,
 b) Dépendance de l'aimantation avec l'excitation magnétique d'un supraconducteur de type I.

➤ Supraconducteur de Type II

Le diagramme de phases d'un supraconducteur de type II est plus complexe que celui d'un supraconducteur de type I. Même si l'état Meissner existe aussi, il est séparé de l'état normal par une zone supplémentaire, souvent appelée état mixte. On se trouve donc en présence de deux champs critiques différents, notés H_{c1} et H_{c2} :

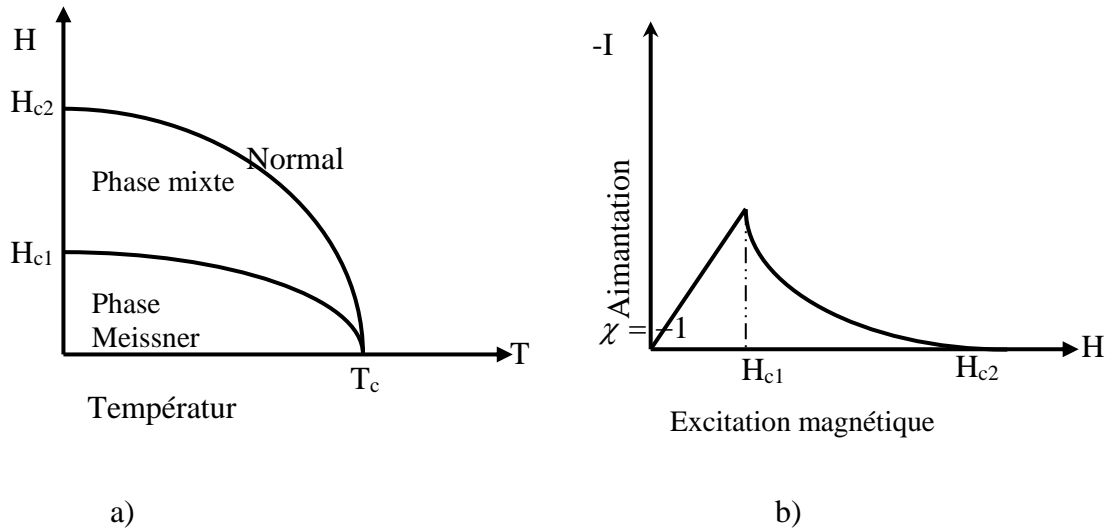


Figure I. 4 : a) Diagramme des phases d'un supraconducteur de type II,
b) Dépendance de l'aimantation avec l'excitation magnétique d'un
Supraconducteur de type II.

I. 3. 3 Densité de courant critique J_c (courant critique I_c)

Dans un supraconducteur type I, la densité de courant critique est liée au champ magnétique critique H_c : le courant circulant dans un supraconducteur produit un champ magnétique à la surface du conducteur, le courant critique est simplement le courant pour lequel le champ magnétique produit est égal au champ magnétique critique.

Dans un supraconducteur type II, la définition d'une densité de courant critique est plus complexe du fait de la pénétration partielle du champ dans le matériau et de la simultanéité de deux phases : normale et supraconductrice. Pour des alliages couramment utilisés comme le NbTi ou le Nb₃Sn, la densité de courant critique, à champ faible, est supérieure à 10^5 A/cm².

Lorsque le courant dépasse une valeur critique, il détruit la supraconductivité. Donc la résistivité passe subitement de la valeur de zéro à une valeur non nulle [2]

I. 4 Diagramme des phases d'un supraconducteur

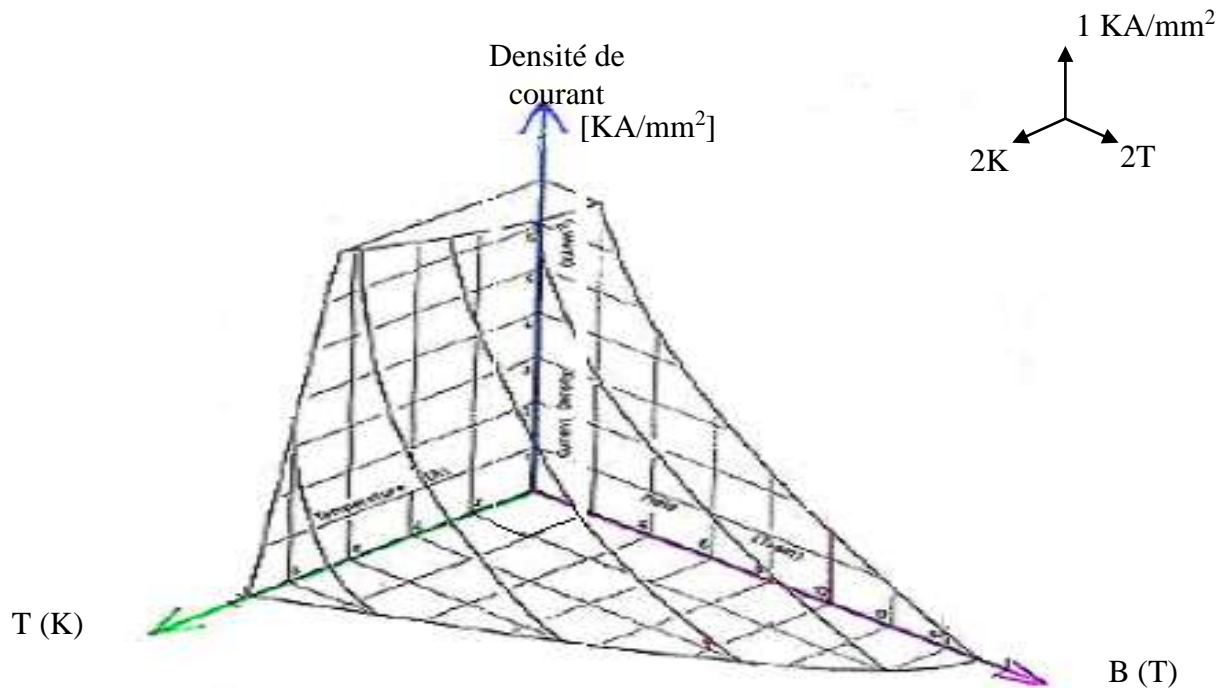


Figure I. 5 : Diagramme des phases d'un supraconducteur.

Les trois limiteurs des supraconducteurs (T_c , H_c , et J_c), sont liées entre elles, les lois qui le relient peuvent être représentées, dans un repère 3-D, sous la forme d'une surface (diagramme de phase d'un supraconducteur). A l'intérieur de la surface le matériau est "supraconducteur", et tout point situé dans ce volume, défini par ses coordonnées 3-D, est un point de fonctionnement possible. Tout point situé à l'extérieur de cette surface représente un comportement "normal". (Sur la figure le diagramme correspondant au fil NbTi utilisé dans les aimants supraconducteurs du LHC) [4].

I. 5 Passage du courant dans un fil supraconducteur de type II

I. 5. 1 Répartition du courant dans un fil

Dans un supraconducteur de type I, le courant imposé à un fil se concentrait au voisinage de la surface extérieure dans la zone de London de ce type, avec une densité de courant décroissant exponentiellement à partir de la surface. Par contre, dans le supraconducteur de type II le courant circule dans tout le volume et en particulier à travers la zone de London des vortex. [5].

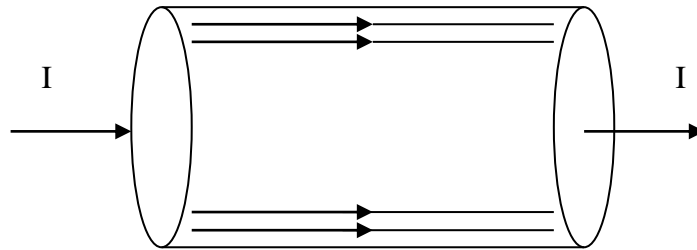


Figure I. 6 : Passage du courant dans un supraconducteur de type I.

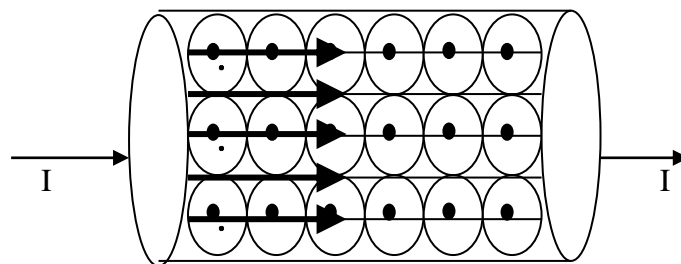


Figure I. 7 : Passage du courant dans un supraconducteur de type II.

I. 6 Vortex et phase de Shubnikov

On appelle vortex un filament de phase normale dans une phase supraconductrice

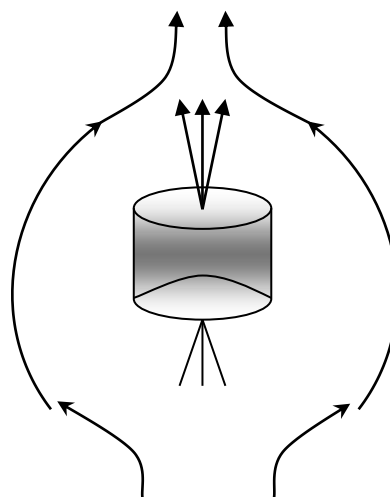


Figure I. 8 : Le champ magnétique traverse le supraconducteur en suivant une ligne de vortex.

Le vortex montre sous l'effet d'un champ extérieur. Il offre au champ magnétique un canal lequel

il peut traverser l'échantillon sans le contourner. Avec l'apparition d'un vortex, le matériau quitte la phase de Meissner. C'est le début de la phase de Shubnikov qui prend son sens avec la multiplication des vortex. [6]

- H_{c1} correspond à l'apparition du premier vortex.
- H_{c2} les vortex ont envahi le matériau qui devient totalement normal.

Lorsque, sous l'effet d'un champ magnétique extérieur, un cylindre supraconducteur laisse place à un filament normal, deux boucles de super courants sont observées:

- la boucle de courant habituelle qui circule sur la surface extérieure de cylindre
- une boucle de courant localisée autour du filament normal.

Les sens de circulations des super courants sont opposés et de telle sorte que chacun de génère un champ magnétique dans une direction opposée. [6]

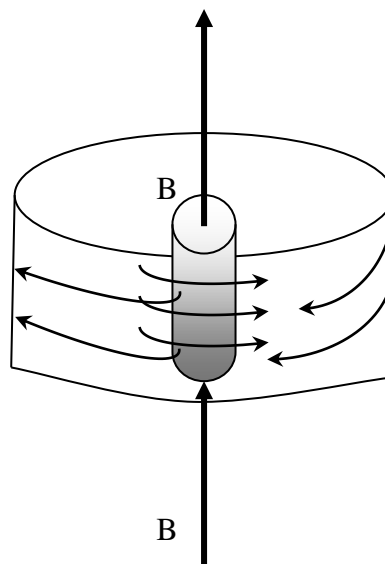


Figure I. 9 : Courant entourant un vortex

I. 6. 1 Pénétration des vortex dans le supraconducteur

La pénétration d'un vortex d'un l'échantillon revient à la formation d'une boucle de courant. Comme représenté à la figure I. 10, elle peut naître à partir distorsion du courant de London extérieur. Sur la figure I. 10, de 'a' vers 'c', la distorsion s'amplifie pour faire apparaître 'd' une boucle qui finit par se détacher 'e' sous l'effet de la force d'interaction avec la densité de courant J (figure I. 10) [7].

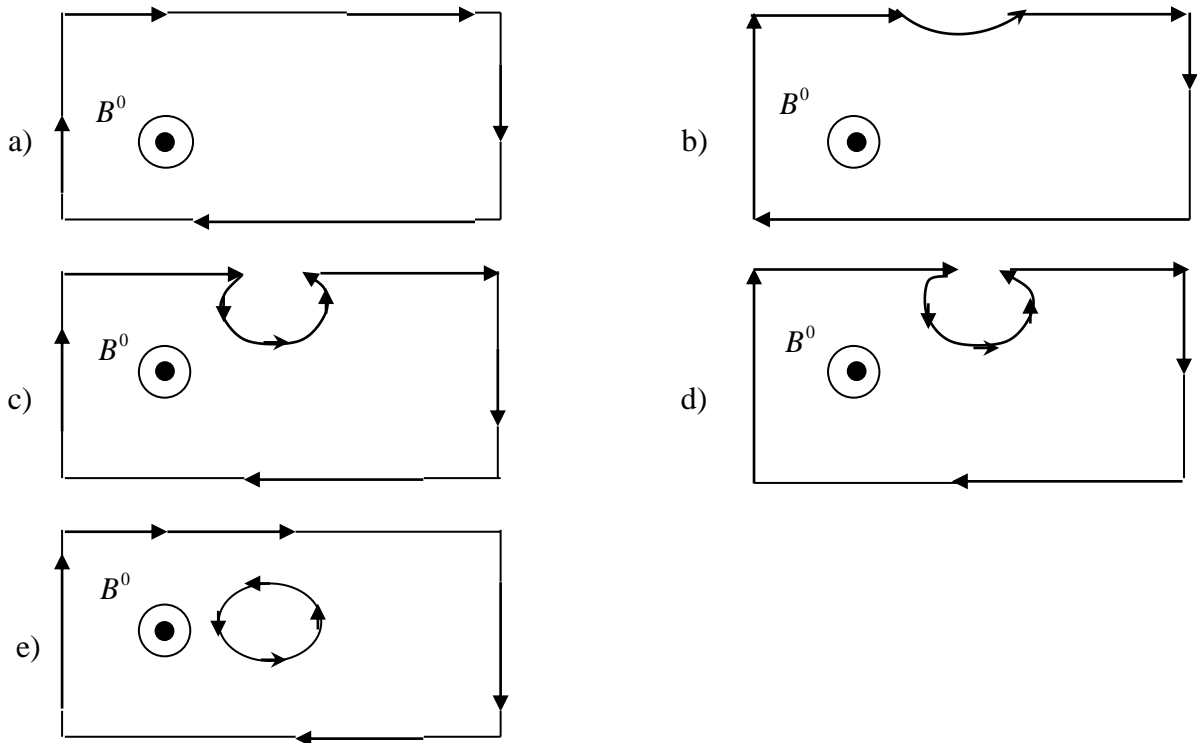


Figure I. 10 : Pénétration des Vortex dans le Supraconducteur.

I. 6. 2 Mouvement des vortex dans un fil parcouru par un courant

Les vortex placés dans un champ de courant subissent une force transversale obéissant à :

$$dF_v = J \wedge \phi_0 dl$$

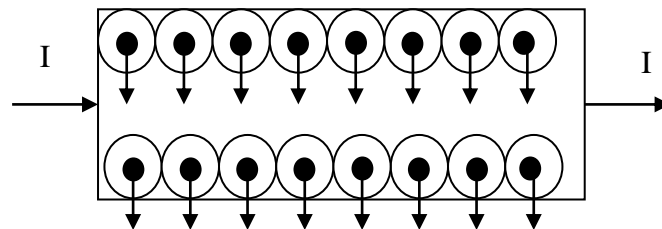


Figure I. 11 : Force F_v exercées sur les vortex d'une plaque supraconducteur de type II.

En conséquence, comme on peut le voir à la figure I.7, les vortex subissent une force perpendiculaire à la densité de courant J . Cette force conduit les vortex se déplace transversalement et (rentrer d'un côté pour sortir de l'autre) [8].

I. 7 Théorie phénoménologique de London

Avec la mise en évidence de l'effet Meissner. Les physiciens se sont trouvés confrontés à deux propriétés des supraconducteurs :

-la chute à zéro de la résistance électrique.

-l'expulsion du champ magnétique B qui reste nul dans le matériau supraconducteur.

Et de s'interroger sur la plus fondamentale de ces manifestations.

Depuis Maxwell la relation entre champ électrique E, champ magnétique B en présence (ρ et j) est bien connue.

A cette équation s'ajoute dans les conducteurs la relation phénoménologique dans un métal la densité de courant au champ électrique qui y règne. Cette équation repose sur une analyse mécanique du mouvement des électrons sous l'effet d'un champ électrique E en présence de forces de frottement qui apportent le caractère résistif du phénomène.

Face à une résistance nulle, London reconsidèrent le mouvement des électrons, mais en l'absence de frottement, ce qui conduit à la première équation de London.

Avec leur seconde équation, les frères London postulent une nouvelle relation entre la densité de courant et le champ magnétique [8].

La longueur de pénétration de London λ_1 est définie par la relation suivante :

$$\lambda_1 = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n q^2}}$$

Où :

μ_0 : Perméabilité du vide,

m : Masse des particules,

q : Leur charges,

n : Densité volumique des porteurs de charge.

I. 7. 1 Comportement du supraconducteur

L'état d'un conducteur parfait dépend de son histoire thermomagnétique.

Des expériences identiques réalisées sur un supraconducteur montrent (figure I.11) que son état magnétique ne dépend pas de son histoire :

Il n'est qu'une règle :

Le champ magnétique B à l'intérieur d'un supraconducteur est toujours nul, quelle que soit son histoire thermique.

- Un piégeage de flux n'est jamais observé dans un supraconducteur massif.
- Le supraconducteur n'est pas simplement un conducteur parfait et l'effet Meissner n'est pas un simple phénomène d'induction.

L'état supraconducteur est un état thermodynamique [9].

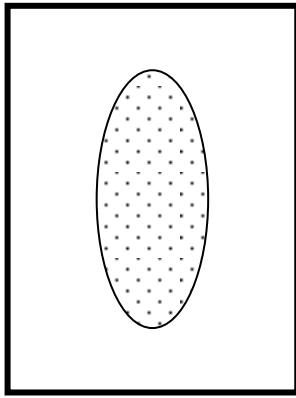
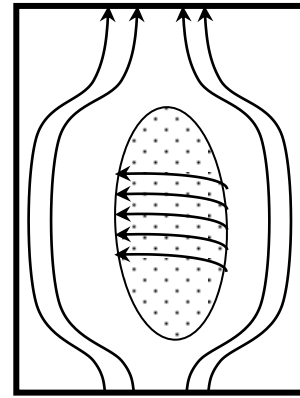
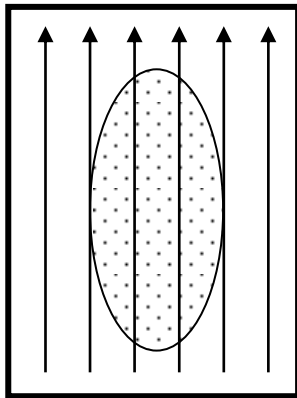


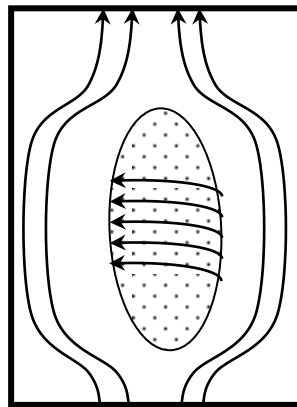
Figure I. 11. a.
L'échantillon est amené en champ nul à une température $T < T_{cp}$



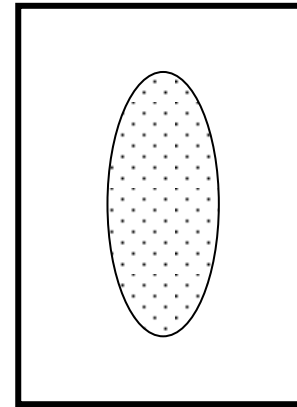
Le champ est appliqué sous T_{cp} . Des courant est induit par la variation de B^0 . Ils ne s'amortissent pas et font écran à la pénétration du champ dans l'échantillon



Sous champ magnétique L'échantillon est Remonté A Une température supérieure à T_{cp} La supraconductivité disparaît et le champ pénètre dans l'échantillon



L'échantillon est réapparu avec elle les courant faisant écran à la pénétration du champ magnétique



A basse température, le champ extérieur est coupé. Les courants supraconducteurs disparaissent aussi afin de laisser nul le champ à l'intérieur de l'échantillon

Figure I. 12 : comportement d'un supraconducteur.

I. 8. Applications des supraconducteurs en électrotechnique

Les matériaux supraconducteurs présentent de nombreux aspects pour diverses applications technologiques. Cependant, la nécessité de refroidir ces matériaux à la température de l'hélium liquide, a freiné le développement des applications industrielles utilisant les supraconducteurs conventionnels.

Les supraconducteurs à haute température critique qui ont l'avantage de garder leur état supraconducteur à la température de l'azote liquide sont plus prometteurs quant aux applications.

Dans le domaine des énergies renouvelables, des systèmes modernes de stockage d'énergie électrique basés sur des éléments supraconducteurs ont été développés. En effet, des paliers supraconducteurs sont intégrés dans des systèmes inertiels de stockage d'énergie associés à des générateurs éoliens pour stocker l'énergie cinétique dans des volants d'inertie en lévitation [2].

I. 8. 1. Les applications médicales

Une application médicale est l'imagerie par résonance magnétique (I.R.M.). L'I.R.M. est basée sur le principe suivant : un noyau atomique doté d'un moment magnétique et soumis à une induction B_0 constante décrit un mouvement de précession autour de son axe avec une vitesse angulaire proportionnelle à B_0 . En appliquant un champ magnétique perpendiculaire à B_0 , on observe un phénomène de résonance si la fréquence d'excitation f est égale à la vitesse angulaire de précession. On recueille ainsi un signal caractéristique. L'induction de polarisation B_0 varie dans l'espace, et f aussi donc, ce qui permet l'obtention des images. L'induction magnétique de 0,5 à 4 Teslas nécessaire ne peut être obtenue qu'à l'aide d'aimants supraconducteurs. De plus, mis à part la phase d'établissement du courant, l'alimentation électrique n'a plus lieu d'être. La consommation de "froid" est très faible et le poids de l'engin est réduit. Le grand gagnant est le patient : celui-ci ne subit aucun effet nocif connu à ce jour et les images prises de son corps (crâne, corps, membres ...) sont d'excellente qualité, ce qui permet aux médecins de faire un diagnostic correct. Une autre application sur le même principe que l'I.R.M. est la spectroscopie par résonance magnétique nucléaire (RMN). A la différence de l'I.R.M., deux champs magnétiques orthogonaux entrent en jeu (un à haute fréquence, l'autre continu). Sous leurs effets, les noyaux entrent en précession et émettent des signaux que l'on recueille ensuite pour l'analyse de la nature, la composition chimique et la structure des échantillons. Et comme il faut des inductions magnétiques supérieures à 7-13T, les aimants supraconducteurs sont extrêmement utiles. [10].



Figure I. 13: IRM

I 8. 2. Stockage de l'énergie

En dehors des batteries et des condensateurs, nous ne disposons que de très peu de moyens de stocker l'électricité directement. Un moyen de résoudre ce problème est de stocker l'énergie de façon magnétique ou mécanique. Pour cela, on peut utiliser des SMES (superconducting magnetic energy storage) par le biais de bobines supraconductrices en court-circuit, ce qui évite d'avoir des pertes par effets Joule. On peut également employer des volants d'inertie avec des paliers magnétiques utilisant des matériaux supraconducteurs, le tout étant maintenu sous vide pour éviter les pertes par frottements. [11]

I. 8. 3. Les trains à lévitation magnétique

Imaginons un train qui glisse quelques centimètres au-dessus de la voie à plus de 500 km/h. Cela existe à l'échelle réduite, mais aussi à l'échelle 1:1, au Japon. Pour propulser le train, il faut d'abord qu'il entre en lévitation. Deux méthodes sont possibles : la lévitation magnétique de type électromagnétique ou celle de type électrodynamique. La première ne fait pas appel à la supraconductivité, contrairement à la seconde. Cette dernière est basée sur la répulsion entre les éléments embarqués sur le train et des plaques conductrices situées sur la voie. L'avantage des bobines est de réduire la puissance dissipée. L'entrefer peut être de 10 cm si les aimants du train sont suffisamment puissants. Il faut faire appel à la supraconductivité. Par interaction entre un inducteur embarqué et des bobines sur la voie, le train se meut pour le plus grand bonheur des ruminants.

En 1977, le prototype ML 500 japonais atteignit la vitesse record de 517 km/h. Même le TGV Atlantique français ne put faire mieux treize ans après avec 515,3 km/h. Ces trains à lévitation présentent plusieurs avantages. Outre le fait qu'ils circulent à de très hautes vitesses, ils n'usent pas les voies, et le problème du captage du courant par pantographe ne se pose plus. Les contraintes des trains sur rails n'autorisent pas aujourd'hui des vitesses commerciales au-delà de 350 km/h. Les trains à lévitation semblent donc prometteurs, mais les problèmes liés à leur mise au point et les infrastructures nécessaires font qu'aujourd'hui, les trains conventionnels ont encore de beaux jours devant eux. [10].

I. 8. 4. Machines électriques

L'utilisation de matériaux supraconducteurs pour cette application permet d'augmenter le champ magnétique et d'améliorer le rendement avec une diminution des pertes. La diminution du poids et du volume et l'augmentation du rendement pour une même puissance facilite le développement des moteurs supraconducteurs dans les applications embarquées. [11].

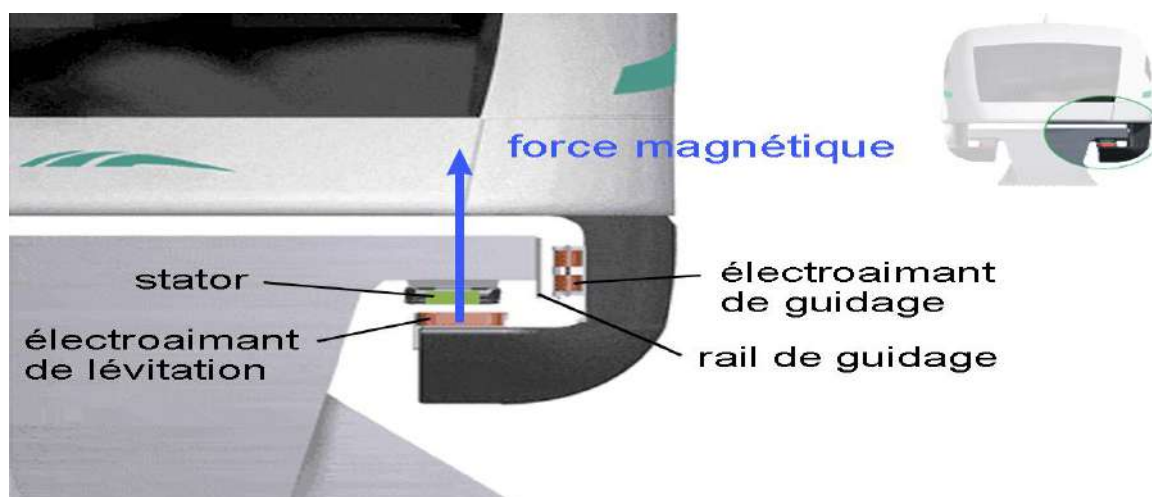


Figure.I.14 : La force magnétique représentée est celle qui permet la lévitation du train.



Figure.I.15 : Train Maglev (552 Km/H).

I. 8. 5. Transformateur et limiteur de courant de court-circuit

Nous allons aborder ici brièvement le cas des transformateurs et des limiteurs de court-circuit (souvent appelés simplement limiteurs de courants). Nous reviendrons plus en détails sur ces derniers un peu plus loin dans le document. Les transformateurs supraconducteurs, par rapport à leurs homologues classiques en cuivre, présentent de plus faibles pertes, un volume moindre et un poids généralement plus faible. L'utilisation de supraconducteurs permet, grâce aux propriétés intrinsèques du matériau, de proposer une fonction de limitation de courant de court-circuit qui peut se révéler très intéressante d'un point de vue réseau électrique. Les supraconducteurs sont d'excellents candidats pour la limitation du courant. En effet, on peut utiliser la transition naturelle du matériau de l'état supraconducteur vers l'état résistif pour réaliser cette fonction. [11].

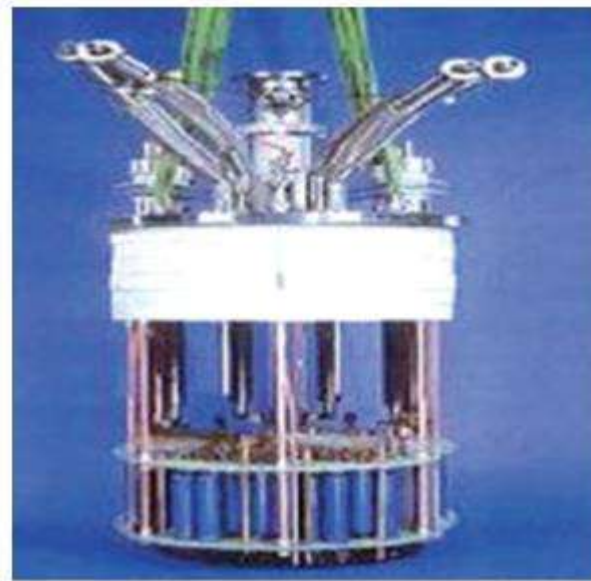


Figure.I.16: Limiteur de courant

I. 8. 6. Transport de l'énergie

Les courants admissibles étant plus élevés que dans les lignes conventionnelles, les câbles de transport supraconducteurs sont particulièrement intéressants pour accroître la puissance transmissible d'un réseau électrique tout en améliorant le rendement. Avec le développement des systèmes HVDC, le transport en courant continu pourrait devenir particulièrement intéressant, car on réduit des pertes dues au courant alternatif dans les matériaux supraconducteurs.

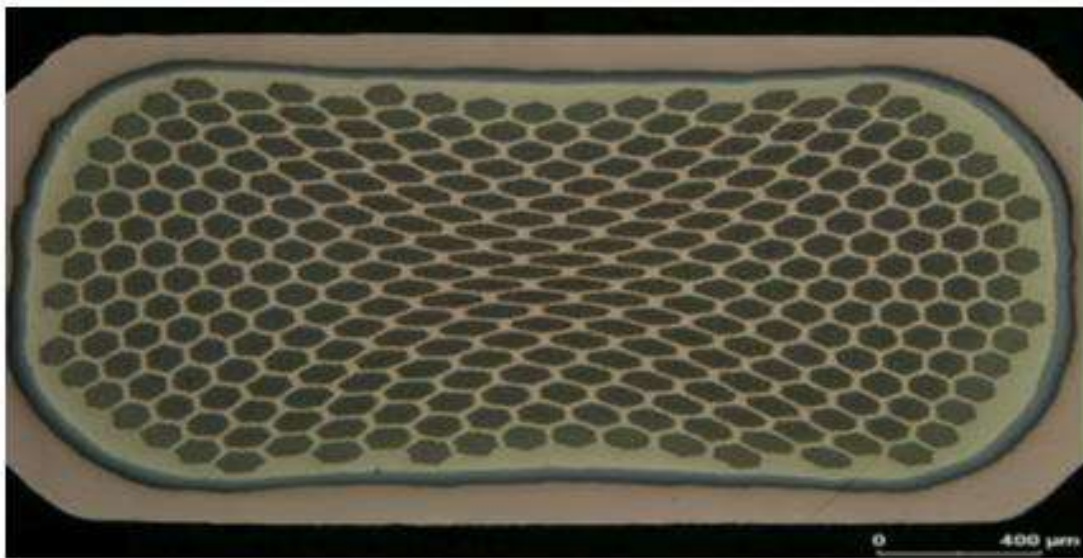


Figure.I.17: Vue en coupe NbSn de Bruker. Source

I.9. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une étude sur les deux types de matériau supraconducteur type I et type II, ces derniers sont limités par des grandeurs magnétiques et thermiques appelés grandeurs critique qui sont : la température critique T_c , le champ magnétique critique H_c et enfin la densité de courant critique J_c). Nous avons aussi présenté les propriétés remarquables qui rendent leur utilisation envisageable dans diverse domaine d'application industriel.



CHAPITRE II

FORMULATION MATHÉMATIQUE

EN ELECTROMAGNETISME

II.1. Introduction

Tous les phénomènes électromagnétiques que l'on veut généralement étudier au sein des dispositifs électrotechniques sont régis par les équations de Maxwell et les équations caractéristiques du milieu à étudier. Ces équations sont le couramment de vieux concepts de la physique.

Dans ce chapitre, nous allons exposer le modèle mathématique qui caractérise l'évolution spatiaux-temporelle du champ électromagnétique qui permet de calculer la force latérale dans les systèmes de guidage magnétique a base des matériaux supraconducteurs.

Le supraconducteur et l'aimant permanent seront modélisés respectivement par le modèle magnétodynamique et magnétostatique

II.2. Le modèle considéré

II.2.1. Equations de Maxwell

J.C Maxwell décrit dans ses formulations les relations entre les grandeurs électromagnétiques, dans le cas général et dans un milieu physique quelconque, de densité de courant J et une distribution de charge ρ . Ces relations sont :

II.2.1.1. Lois de couplage électromagnétique

✓ **Loi d'induction de Faraday :**

$$\overrightarrow{Rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.1})$$

L'équation exprime le couplage électrique- magnétique en régime dynamique où la variation temporelle de \vec{B} détermine le $\overrightarrow{Rot} \vec{E}$.

Le flux Φ du champ magnétique à travers une surface S s'appuyant sur un conducteur fermé est donné par la relation :

$$\Phi = \iint_S \vec{B} ds \quad (\text{II.2})$$

Où : S est la section droite.

✓ Théorème d'Ampère

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{H} = \vec{j} \quad (\text{II.3})$$

Cette équation montre que les champs magnétiques sont produits à la fois par les courants de conduction et par des champs électriques variables $[\partial D/\partial t]$; elle établit la relation entre les champs électriques, champs magnétiques et les courants électriques.

Dans un matériau purement conducteur, la permittivité électrique ε est faible. Il est donc possible de négliger les courants de déplacement dans l'équation, et elle se ramène à :

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{H} = \vec{j} \quad (\text{II.4})$$

II.2.1.2 Les équations de conservation**✓ Divergence de l'induction magnétique**

$$\text{Div} \vec{B} = 0 \quad (\text{II.5})$$

Cette relation traduit mathématiquement que les sources de champ magnétique sont les courants électriques, et il n'existe pas de charge magnétique ; c'est pourquoi les lignes du champ se ferment sur elles-mêmes. Elles forment des boucles, ces dernières n'ont ni point de départ, ni point d'arrivée, ni point de convergence, d'où la nomination d'induction conservative.

✓ Théorème de Gauss

$$\text{Div} \vec{D} = \rho \quad (\text{II.6})$$

Une charge électrique est une source d'un champ électrique, autrement dit, les lignes de champs électriques commencent et se terminent autour des charges électriques.

II.2.1.3 Lois de comportement des milieux des matériaux**✓ Induction et champ électrique**

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

Cette équation décrit la relation entre le vecteur d'induction électrique \vec{D} et le champ électrique \vec{E} dans un milieu isotrope, de permittivité ε .

✓ **Induction et champ magnétique**

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r$$

Cette équation décrit la relation entre le vecteur d'induction magnétique \vec{B} et le champ magnétique \vec{H} dans un milieu isotrope, de perméabilité μ .et l'induction rémanente \vec{B}_r .

La relation entre l'induction magnétique \vec{B} et le champ magnétique \vec{H} peut être non linéaire, ainsi que la relation entre \vec{D} et \vec{E} .

Les équations de Maxwell sont au nombre de quatre telles que :

$$\overline{\text{Rot}} \vec{E} = - (\partial \vec{B}) / \partial t \quad \text{Loi de FARADAY} \quad (\text{II.7})$$

$$\overline{\text{Rot}} \vec{H} = \vec{J} + (\partial \vec{D}) / \partial t \quad \text{Loi d'AMPERE –MAXWELL} \quad (\text{II.8})$$

$$\text{Div} \vec{B} = 0 \quad \text{Loi de conservation du flux} \quad (\text{II.9})$$

$$\text{Div} \vec{B} = \rho \quad \text{Loi de GAUSS} \quad (\text{II.10})$$

On doit associer à ces équations d'une part les équations de comportement du milieu :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r \quad (\text{II.11})$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{II.12})$$

Et d'autre part la loi d'Ohm généralisée :

$$\vec{J} = (\sigma \vec{E} + \vec{\vartheta} \wedge \vec{B}) + \vec{J}_{ex} \quad (\text{II.13})$$

Le terme \vec{E} exprime la densité des courants résultants du champ électrique \vec{E} (imposé ou induit) et le terme $\sigma(\vec{\vartheta} \wedge \vec{B})$ exprime la densité des courants résultants du mouvement.

Aux interfaces, entre deux milieux de propriétés différentes, les champs de vecteurs doivent vérifier les conditions suivantes :

$$(\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \times \vec{n} = 0$$

$$(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) \cdot \vec{n} = 0$$

$$(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \times \vec{n} = K \tag{II.14}$$

$$(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_s$$

En notant \vec{n} la normale à l'interface séparant les deux milieux.

K et ρ_s sont respectivement les densités de courant et de charge électrique portées par la surface de séparation.

Ces conditions expriment que les composantes tangentielles du champ électrique et la normale de l'induction magnétique et la normale de l'induction électrique sont discontinues par la présence respective du courant superficielle. [12].

II.3. Formulation de l'équation magnétodynamique

On se basant sur les équations de J.C. MAXWELL, on peut formuler l'équation qui décrit l'évolution spatiale – temporelle des phénomènes électromagnétiques nous avons :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = - \partial \vec{B} / \partial t$$

$$\text{Avec : } \vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}$$

On obtient :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = \frac{\partial(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A})}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \tag{II.15}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{\text{rot}} \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \tag{II.16}$$

Ceci implique $\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ est un champ conservatif, il derive donc d'un potentiel scalaire électrique U Tel que :

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad}} U \Rightarrow \vec{E} = -\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}} U \right) \tag{II.17}$$

A partir de l'équation :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.18})$$

et de l'équation :

$$B = \mu(H).H \text{ ou } H = v(B)B \quad (\text{II.19})$$

Nous avons :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu} \vec{B}\right) = \vec{J} \quad (\text{II.20})$$

Et à partir des équations :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.21})$$

$$\text{Et : } \vec{J}_c = \vec{J}_{ex} + \sigma \vec{E} + \sigma(\vec{V} \wedge \vec{B}) \quad (\text{II.22})$$

Nous avons :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}\right) = \vec{J}_{ex} + \sigma \vec{E} + \sigma(\vec{\vartheta} \wedge \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) \quad (\text{II.23})$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}\right) = \vec{J}_{ex} - \sigma\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}}U\right) + \sigma(\vec{\vartheta} \wedge \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) \quad (\text{II.24})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}\right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \overrightarrow{\text{grad}}U - \sigma(\vec{\vartheta} \wedge \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) = \vec{J}_{ex} \quad (\text{II.25})$$

Le potentiel vecteur A ne peut pas être défini par la seule condition $\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}$.

On doit fixer sa divergence pour assurer l'unicité de la solution de l'équation aux dérivées partielles (E.D.P).

On ajoute alors une condition $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$, appelée JAUGE DE COULOMB.

Nous aurons ainsi :

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{rot}\vec{A}\right) + \sigma\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} + \sigma\overrightarrow{grad}U - \sigma(\vec{\vartheta}\wedge\overrightarrow{rot}\vec{A}) = \vec{J}_{ex} \quad (\text{II.26})$$

$$\text{div}\vec{A} = 0$$

Les termes $-\sigma\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$ et $\sigma(\vec{\vartheta}\wedge\overrightarrow{rot}\vec{A})$ représentent les densités des courants induits dans cas dynamique dans le temps et dans l'espace.

Les termes $-\sigma\overrightarrow{grad}U$ décrit la densité des courants dépendante des conditions électriques impose aux extrêmes des conducteurs.

Dans le cas où la pièce est immobile par rapport à l'inducteur et v est uniformément nul l'équation :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (\text{II.27})$$

Devient :

$$\overrightarrow{rot}(v\overrightarrow{rot}\vec{A}) + \sigma\frac{\partial\vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_{ex} \quad (\text{II.28})$$

$$\text{div}\vec{A} = 0$$

II.4 Modèle électromagnétique pour le système de guidage magnétique

L'objectif d'étude le système de guidage magnétique est de calculer la force latérale et par conséquence le mouvement latéral.

Si on prend un système compose de supraconducteur est en dessous de l'aimant permanent, nous supposons que le supraconducteur reste en sa position en bas mais l'aimant bouge latéralement.

Et a cause de les courant fictifs de l'aimant est suivant la direction $(o\phi)$ dans le cas de modélisation en coordonnée cylindrique, cette composante peut décomposer en deux composantes (ox) et (oy) en coordonnée cartésienne ; les différentes grandeurs vectorielles s'écrivent alors de la manière suivante :

$$\vec{J}_{ex} = \begin{cases} J_x \vec{e}_x \\ J_y \vec{e}_y \\ 0 \vec{e}_z \end{cases}; \quad \vec{E} = \begin{cases} E_x \vec{e}_x \\ E_y \vec{e}_y \\ 0 \vec{e}_z \end{cases}; \quad \vec{A} = \begin{cases} A_x \vec{e}_x \\ A_y \vec{e}_y \\ 0 \vec{e}_z \end{cases} \quad (\text{II.29})$$

Sachant qu'en coordonnées cartésiennes nous avons :

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} \quad (\text{II.30})$$

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{A} = \begin{vmatrix} \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ A_y & A_z \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} \partial/\partial x & \partial/\partial z \\ A_x & A_z \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} \partial/\partial x & \partial/\partial y \\ A_x & A_y \end{vmatrix} \vec{k} \quad (\text{II.31})$$

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{A} = \left[\frac{\partial(A_z)}{\partial y} - \frac{\partial(A_y)}{\partial z} \right] \vec{i} - \left[\frac{\partial(A_z)}{\partial x} - \frac{\partial(A_x)}{\partial z} \right] \vec{j} + \left[\frac{\partial(A_y)}{\partial x} - \frac{\partial(A_x)}{\partial y} \right] \vec{k} \quad (\text{II.32})$$

Et

$$\overrightarrow{\text{Rot}} (v \overrightarrow{\text{Rot}} \vec{A}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial(A_z)}{\partial y} - \frac{\partial(A_y)}{\partial z} & \frac{\partial(A_x)}{\partial z} - \frac{\partial(A_z)}{\partial x} & \frac{\partial(A_y)}{\partial x} - \frac{\partial(A_x)}{\partial y} \end{vmatrix} \quad (\text{II.33})$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\text{Rot}} (v \overrightarrow{\text{Rot}} \vec{A}) = & \left| v \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial(A_x)}{\partial z} - \frac{\partial(A_z)}{\partial x} \end{pmatrix} \quad v \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial(A_y)}{\partial x} - \frac{\partial(A_x)}{\partial y} \end{pmatrix} \right| \vec{i} - \\ & \left| v \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial(A_z)}{\partial y} - \frac{\partial(A_y)}{\partial z} \end{pmatrix} \quad v \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial(A_y)}{\partial x} - \frac{\partial(A_x)}{\partial y} \end{pmatrix} \right| \vec{j} + \left| v \begin{pmatrix} \partial/\partial x & \partial/\partial y \\ \frac{\partial(A_z)}{\partial y} - \frac{\partial(A_y)}{\partial z} & \frac{\partial(A_x)}{\partial z} - \frac{\partial(A_z)}{\partial x} \end{pmatrix} \right| \vec{k} \end{aligned} \quad (\text{II.34})$$

On peut décomposer l'équation (II.28) avec l'utilisation de l'équation (II.34) en trois équations suivant les directions (ox) , (oy) et (oz) .

$$(II.28) \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial v \left(\frac{\partial(Ay)}{\partial x} - \frac{\partial(Ax)}{\partial y} \right)}{\partial y} - \frac{\partial v \left(\frac{\partial(Ax)}{\partial z} - \frac{\partial(Az)}{\partial x} \right)}{\partial z} + \sigma \frac{\partial Ax}{\partial t} = J_x \\ - \left(\frac{\partial v \left(\frac{\partial(Ay)}{\partial x} - \frac{\partial(Ax)}{\partial y} \right)}{\partial x} - \frac{\partial v \left(\frac{\partial(Az)}{\partial y} - \frac{\partial(Ay)}{\partial z} \right)}{\partial z} \right) + \sigma \frac{\partial Ay}{\partial t} = J_y \\ \frac{\partial v \left(\frac{\partial(Ax)}{\partial z} - \frac{\partial(Az)}{\partial x} \right)}{\partial x} - \frac{\partial v \left(\frac{\partial(Az)}{\partial y} - \frac{\partial(Ay)}{\partial z} \right)}{\partial y} + \sigma \frac{\partial Az}{\partial t} = J_z = 0 \end{cases} \quad (II.35)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial(v\partial Ay)}{\partial y\partial x} - \frac{\partial(v\partial Ax)}{\partial y^2} - \frac{\partial(v\partial Ax)}{\partial z^2} + \frac{\partial(v\partial Az)}{\partial z\partial x} + \sigma \frac{\partial Ax}{\partial t} = J_x \\ - \frac{\partial(v\partial Ay)}{\partial x^2} + \frac{\partial(v\partial Ax)}{\partial x\partial y} - \frac{\partial(v\partial Ay)}{\partial z^2} + \frac{\partial(v\partial Az)}{\partial z\partial y} + \sigma \frac{\partial Ay}{\partial t} = J_y \\ - \frac{\partial(v\partial Az)}{\partial x^2} + \frac{\partial(v\partial Ax)}{\partial x\partial z} - \frac{\partial(v\partial Az)}{\partial y^2} + \frac{\partial(v\partial Ay)}{\partial y\partial z} + \sigma \frac{\partial Az}{\partial t} = 0 \end{cases} \quad (II.36)$$

On ajoute la jauge de coulomb $grad(v\text{div}\vec{A}) = \vec{0}$ en le système d'équation (II.36), elle devient :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(v\partial Ay)}{\partial y\partial x} - \frac{\partial(v\partial Ax)}{\partial y^2} - \frac{\partial(v\partial Ax)}{\partial z^2} + \frac{\partial(v\partial Az)}{\partial z\partial x} - \left(\frac{\partial(v\partial Ax)}{\partial x^2} + \frac{\partial(v\partial Ay)}{\partial x\partial y} + \frac{\partial(v\partial Az)}{\partial x\partial z} \right) + \sigma \frac{\partial Ax}{\partial t} = J_x \\ & - \frac{\partial(v\partial Ay)}{\partial x^2} + \frac{\partial(v\partial Ax)}{\partial x\partial y} - \frac{\partial(v\partial Ay)}{\partial z^2} + \frac{\partial(v\partial Az)}{\partial z\partial y} - \left(\frac{\partial(v\partial Ay)}{\partial y^2} + \frac{\partial(v\partial Ax)}{\partial y\partial x} + \frac{\partial(v\partial Az)}{\partial y\partial z} \right) + \sigma \frac{\partial Ay}{\partial t} = J_y \\ & - \frac{\partial(v\partial Az)}{\partial x^2} + \frac{\partial(v\partial Ax)}{\partial x\partial z} - \frac{\partial(v\partial Az)}{\partial y^2} + \frac{\partial(v\partial Ay)}{\partial y\partial z} - \left(\frac{\partial(v\partial Az)}{\partial z^2} + \frac{\partial(v\partial Ay)}{\partial z\partial y} + \frac{\partial(v\partial Ax)}{\partial z\partial x} \right) + \sigma \frac{\partial Az}{\partial t} = 0 \end{aligned} \quad (II.37)$$

le système d'équation (II.37) prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} & - \frac{\partial(v\partial Ax)}{\partial x^2} - \frac{\partial(v\partial Ax)}{\partial y^2} - \frac{\partial(v\partial Ax)}{\partial z^2} + \sigma \frac{\partial Ax}{\partial t} = J_x \\ & - \frac{\partial(v\partial Ay)}{\partial x^2} - \frac{\partial(v\partial Ay)}{\partial y^2} - \frac{\partial(v\partial Ay)}{\partial z^2} + \sigma \frac{\partial Ay}{\partial t} = J_y \\ & - \frac{\partial(v\partial Az)}{\partial x^2} - \frac{\partial(v\partial Az)}{\partial y^2} - \frac{\partial(v\partial Az)}{\partial z^2} + \sigma \frac{\partial Az}{\partial t} = 0 \end{aligned} \quad (II.38)$$

II.5 Modèle magnétostatique scalaire

1. 5. 1 Modèle magnétostatique scalaire

Dans ce modèle on admet que les courants électriques sont négligeables dans la pièce à étudier et que le champ magnétique ne dépend pas du temps :

$$\frac{d\vec{B}}{dt} = \vec{0} \quad (II.39)$$

On aboutit aux relations suivantes :

$$\vec{B} = \mu(\vec{H} + \vec{M}) \quad (II, 40)$$

Dans ce cas le champ dérive d'un potentiel magnétique scalaire (Φ) [2].

$$\vec{H} = -\text{grad} \Phi \quad (\text{II. 41})$$

Les équations de ce modèle sont regroupées pour former l'équation globale suivante :

$$\text{div}(\mu \text{grad} \Phi) = \text{div} \vec{M} \quad (\text{II. 42})$$

\vec{M} : est aimantation magnétique, elle représente le moment dipolaire moyen $d\vec{m}$ par unité de volume dv .

$$\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dv} \quad (\text{II. 43})$$

D'après (II.42), le potentiel magnétique scalaire élémentaire est fonction de moment dipolaire magnétique et la distance entre source P' et la cible P [14], est donnée par :

$$d\Phi = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{m} \cdot (\vec{PP}')}{|\vec{PP}'|^3} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\vec{M} \cdot (\vec{PP}')}{|\vec{PP}'|^3} \cdot dv \quad (\text{II. 44})$$

$$\frac{\vec{PP}'}{|\vec{P}'P|^3} = -\text{grad}\left(\frac{1}{|\vec{PP}'|}\right) = \text{grad}'\left(\frac{1}{|\vec{PP}'|}\right) \quad (\text{II. 45})$$

Le remplaçant de (II.46) dans (II.45), puis l'intégration par rapport au volume globale des charges magnétiques de source, mène a :

$$\Phi = \frac{1}{4\pi} \cdot \iiint_{(v)} \vec{M}(\vec{P}') \cdot \text{grad}' \frac{1}{|\vec{P}'P|} dv \quad (\text{II. 46})$$

$$\text{div}'\left(\frac{\vec{M}}{|\vec{P}'P|}\right) = \frac{1}{|\vec{P}'P|} (\text{div}' \vec{M}) + \vec{M} \cdot \text{grad}'\left(\frac{1}{|\vec{P}'P|}\right) \quad (\text{II. 47})$$

$$\Phi = \frac{1}{4\pi} \left[\iiint_{(v')} \operatorname{div}' \left(\frac{\vec{M}}{|\vec{P}'P|} \right) dv' - \iiint_{(v')} \frac{(\operatorname{div}' \vec{M})}{|\vec{P}'P|} dv' \right] \quad (\text{II. 48})$$

Par l'utilisation du théorème d'Ostrogradsky on obtient :

$$\Phi = \frac{1}{4\pi} \left[\iint_{s'} \frac{\vec{M}}{|\vec{P}'P|} ds' - \iiint_{(v')} \frac{(\operatorname{div}' \vec{M})}{|\vec{P}'P|} dv' \right] \quad (\text{II. 49})$$

Dans (II. 49), Le potentiel magnétique scalaire Φ dans le point P est un potentiel coulombien identique à celui que crée une distribution de pôles magnétiques fictifs comprenant :

1. Une répartition superficielle sur s' avec une densité surfacique

$$\sigma^* = \mu_0 \vec{M} \cdot \vec{n} \quad (\text{II. 50})$$

2. une répartition volumique sur v' avec une densité volumique :

$$\rho^* = -\mu_0 \operatorname{div}' \vec{M} \quad (\text{II. 51})$$

Où \vec{n} désigne le vecteur normal unitaire sur s' dirigé vers l'extérieur.

Les termes σ^* et ρ^* sont deux distributions de pôles fictifs qui peuvent se substituer à la distribution des moments pour calculer le potentiel magnétique scalaire Φ .

1.5.2 Model d'un aimant permanent

La source du champ magnétique est un aimant cylindrique de centre 0, et de aimantation magnétique constante \vec{M} . On s'intéresse au champ magnétique \vec{B} vu par l'observateur $P(r, \varphi, z)$ situé à l'extérieur du cylindre. Par raison de symétrie. Il existe deux méthodes distinctes pour obtenir \vec{B} .

- Première méthode

On peut remplacer l'aimant par ses courants ampériens équivalents [13] [14]. Les courants ampériens sont alors réduits à une nappe de courant surfacique localisés sur la surface latérale de l'aimant avec une densité volumique nulle et une densité surfacique :

$$\vec{J} = \vec{M} \times \vec{n} \quad (\text{II. 52})$$

▪ Seconde méthode

A partir du résultat (II. 18) on remplace l'aimant par les pôles magnétiques fictifs correspondants à une densité de charge volumique nulle [14] [15] [16], soit :

$$\rho^* = 0$$

Puisque \vec{M} étant constant, il existe une distribution superficielle de pôles sur la surface latérale du cylindre, avec densité surfacique uniforme égale à :

$$\sigma^* = \pm \mu_0 \cdot M \tag{II. 53}$$

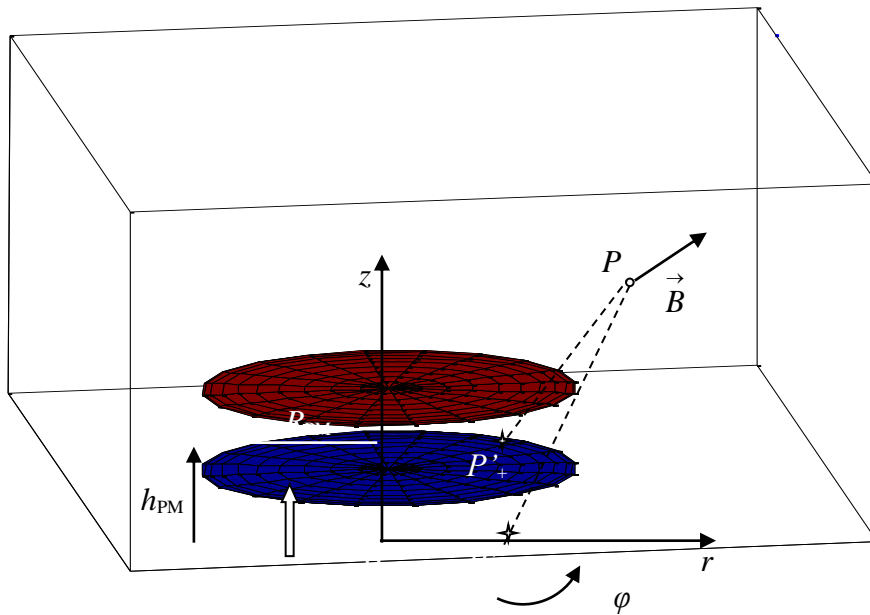


Figure II. 1 : Modèle coulombien d'un aimant permanent.

Avec :

h_{PM} : Epaisseur de l'aimant.

R_{PM} : Rayon de l'aimant.

$$\vec{B} = \frac{1}{4\pi} \cdot \iint_{(s')} \frac{(\vec{M} \cdot \vec{n}) \vec{P}'P}{|\vec{P}'P|^3} ds' = \frac{1}{4\pi \cdot \mu_0} \cdot \iint_{(s'_+)} \frac{\sigma \cdot \vec{P}'P}{|\vec{P}'P|^3} ds'_+ - \frac{1}{4\pi \cdot \mu_0} \cdot \iint_{(s'_-)} \frac{\sigma \cdot \vec{P}'P}{|\vec{P}'P|^3} ds'_- \tag{II.54}$$

L'induction magnétique est définie par cette équation en tous points de l'espace sauf à l'intérieur de l'aimant.

Avec les coordonnées des paramètres géométrique de l'aimant et l'observateur sont : $P(r, \varphi, z)$, $P_+(r', \theta, h_{PM})$, $P_-(r', \theta, 0)$ et $ds'_+ = ds'_- = r' dr' d\theta$

On peut trouver les composantes de l'induction magnétique créée par l'aimant permanent à travers le calcul numérique de l'intégrale double.

II.6 Méthodes de discrétisations

L'ensemble des étapes de résolution des équations différentielles par la voie numérique s'appelle méthode de discrétisation. La mise en œuvre d'une méthode numérique de calcul des champs débouche inévitablement sur un logiciel qui lui est associé, on peut écrire pour chaque problème un programme qui tient compte de sa géométrie, ses propriétés physiques et ses conditions aux limites. Il existe aujourd'hui des logiciels généraux appropriés nommés techniques de la CAO dont les structures informatiques sont adaptées aux traitements d'un grand nombre de problèmes d'un même type tels que PDETOOL sous MATLAB, ANSYS, MEGA... La mise en équations du problème physique constitue la phase préliminaire à toute prédiction des phénomènes mis en jeu. En électromagnétisme, les équations décrivant la physique du problème sont connues sous le nom d'équations de Maxwell. Associées aux lois expérimentales du comportement des milieux, elles apportent la connaissance complète des grandeurs physiques mises en œuvre. Le traitement numérique d'un problème d'équations aux dérivées partielles (électromagnétique – thermique ou couplé) comprend trois étapes essentielles Figure II-1.

- 1- Description du problème (Géométrie, caractéristiques physiques, maillage, limites du domaine d'étude...).
- 2- Mise en œuvre de la méthode numérique de simulation (Différences finies, éléments finis, volumes finis, intégrales de frontière...) plus une méthode itérative.
- 3- Vérification, visualisation et interprétation des résultats de la simulation (Courbes et graphes 2D et 3D).

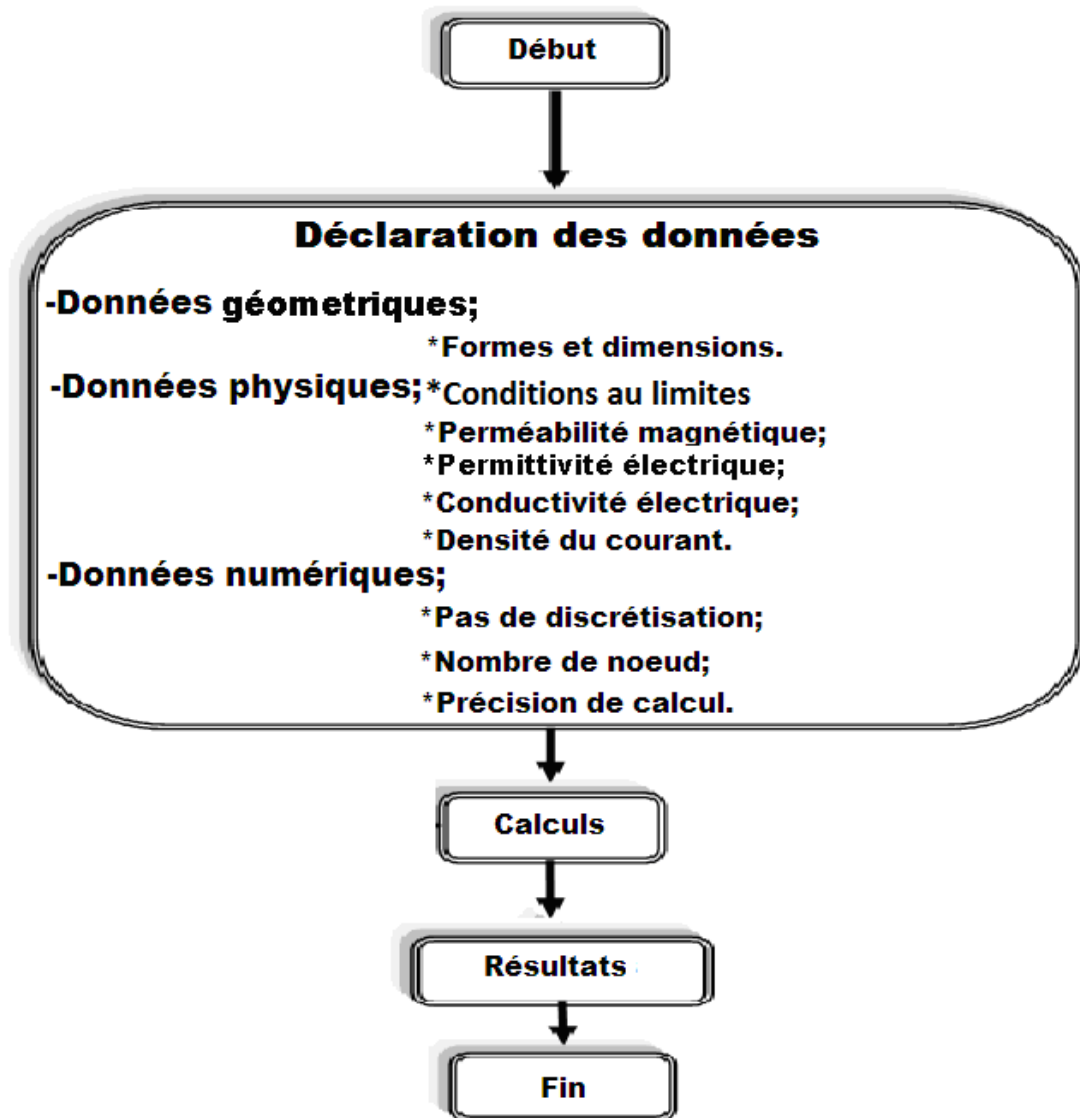


Figure II. 2 : Organigramme d'une méthode numérique de simulation.

II.6.1 Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis consiste à repartir le domaine d'étude en zones élémentaires (éléments finis) et à représenter l'inconnue par une approximation polynomiale d'ordre un ou deux dans chacune de ces zones, puis, l'erreur due à l'approximation doit être minimisée. Cette méthode est très performante dans les géométries complexes mais elle nécessite un espace mémoire important.

II.6.2 Méthode des différences finis

Cette méthode est structurée sur la discrétisation du domaine d'étude suivant le développement limité de la série de Taylor en chaque nœud du maillage, ainsi l'équation différentielle est transformée en équation algébrique en chacun des nœuds. La distribution de la grandeur en question est obtenue par la résolution du système d'équation algébrique.

II.6.3 Méthode des intégrales de frontière

Cette méthode fait transférer le maillage aux limites du domaine d'étude, et ainsi la détermination des valeurs de l'inconnu à tout point du domaine est déduite des valeurs calculées aux frontières. La méthode des intégrales de frontière nécessite de l'espace mémoire et un temps relativement long comparé à d'autres méthodes.

II.6.4 Méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis est une technique numérique de discrétisation, elle permet d'avoir des solutions même avec des champs variables dans le temps et des matériaux hétérogènes, ou non linéaires. Par cette méthode, tout le domaine d'analyse est divisé en sous domaines élémentaires nommés volume de contrôle Figure II-3, et les équations du champ sont appliquées à chacun d'eux.

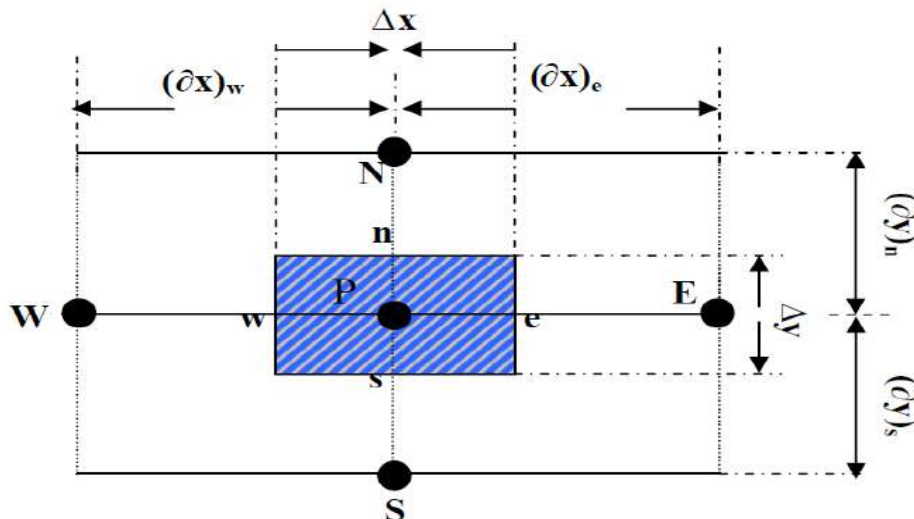


Figure II-3 : Discrétisation en volume fini en 2D.

II.6.5 Etapes dans l'application de la méthode des volumes finis

Le premier pas dans l'application de la méthode des volumes finis est la répartition (maillage), par une grille, du domaine d'étude en un nombre fini de cellules.

Dans un domaine bidimensionnel chaque cellule ou volume élémentaire de contrôle contient un nœud principal **P** et des nœuds adjacents Est (**E**), West (**W**), Nord (**N**) et Sud (**S**), les faces de séparation sont respectivement **e**, **w**, **n** et **s**.

Le second pas est l'intégration des équations différentielles à travers les volumes élémentaires de contrôle pour arriver finalement à une discrétisation des équations qui gouvernent les variations dans chaque point nodal.

Le dernier pas est la résolution du système d'équations algébriques pour obtenir la distribution de la grandeur physique mise en œuvre dans chaque nœud par une méthode numérique convenable. [17].

II.7 Force magnétique latérale entre aimant permanent et supraconducteur

Dans l'interaction entre un aimant permanent et un supraconducteur, la force magnétique d'interaction est due principalement aux courants supraconducteurs et le champ magnétique produit par l'aimant permanent. Cette force, dépend de plusieurs facteurs, tels que, les facteurs géométriques du système (HTC, aimant permanent), la surface du champ aimanté de l'aimant permanent, la densité du courant critique, la région de pénétration de \vec{J}_c , etc.... L'expression de cette force est donnée par :

$$\vec{F} = \int_V \vec{J} \times \vec{B}_z . dV \quad (\text{II. 55})$$

Dans notre application, le supraconducteur est de forme rectangulaire. Pour notre application, la force de guidage magnétique est donnée par :

$$F_{\text{latérale}}^{\rightarrow} = \int_0^{\text{Longueur}_{\text{SC}}} \int_0^{\text{Largeur}_{\text{SC}}} \int_0^{\text{Hauteur}_{\text{SC}}} \vec{J} \times \vec{B}_z dx.dy.dz \quad (\text{II. 53})$$

II. 8 Conclusion:

Ce chapitre a été consacré à la présentation de deux modèles :

- Le premier est un modèle magnétostatique dans un milieu où les charges magnétiques sont dues à la présence d'un aimant permanent.
- Le deuxième modèle est le modèle magnétodynamique en 3D dans les matériaux supraconducteurs. La formulation en potentiel magnétique \vec{A} à été utilisé.

Nous avons aussi présenté les formulations qui permettent de calculer la force d'interaction verticale produite entre aimant et supraconducteur.

Dans le chapitre suivant, nous présenterons les méthodes numériques utilisées pour résoudre le système d'équations non linaires, caractéristiques des phénomènes physiques traités.



CHAPITRE III

MODÈLE NUMÉRIQUE

III. 1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons l'un des techniques de résolution des équations aux dérivées partielles caractéristiques des phénomènes physiques traités dans les systèmes ayant des matériaux supraconducteurs à HTc qui est la méthode des volumes finis. Nous présentons aussi les méthodes de résolutions des systèmes d'équations algébriques obtenus après avoir appliqué cette méthode.

III. 2 Discrétisation de l'équation électromagnétique par la méthode des volumes finis

III. 2. 1. Méthode des volumes finis (MVF)

La méthode des volumes finis est une méthode de discrétisation. Elle est utilisée, en particulier en mécanique des fluides où elle est apparue il y a une vingtaine d'années. Depuis, la méthode des volumes finis a connu un essor considérable non seulement pour la modélisation en mécanique des fluides, mais aussi pour la modélisation d'autres branches de l'ingénierie : transfert thermique, électromagnétisme ...etc.

La méthode des volumes finis se déduit à partir de la méthode des éléments finis. Le domaine d'étude (Ω) est subdivisé en volumes élémentaires de telle manière que chaque volume entoure un nœud du maillage (Figure III. 1). L'EDP est intégrée sur chacun des volumes élémentaires.

Pour calculer l'intégrale sur ce volume élémentaire (Figure III. 2), la fonction inconnue est représentée à l'aide d'une fonction d'approximation entre deux nœuds consécutifs. Ensuite, la forme intégrale est discrétisée dans le domaine d'étude [18].

Après la discrétisation des EDP, on arrive à construire un système d'équation algébrique qui va être résolu par une des méthodes connues (itératives par exemple) [19]

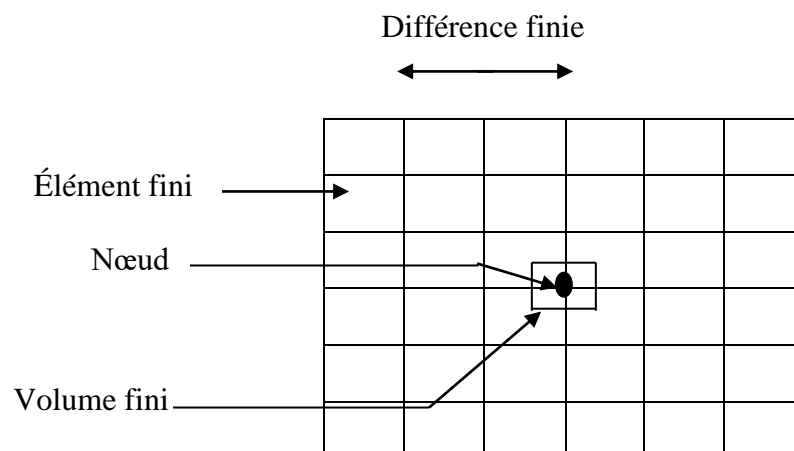


Figure III. 1 : Maillage du domaine d'étude en volume finis.

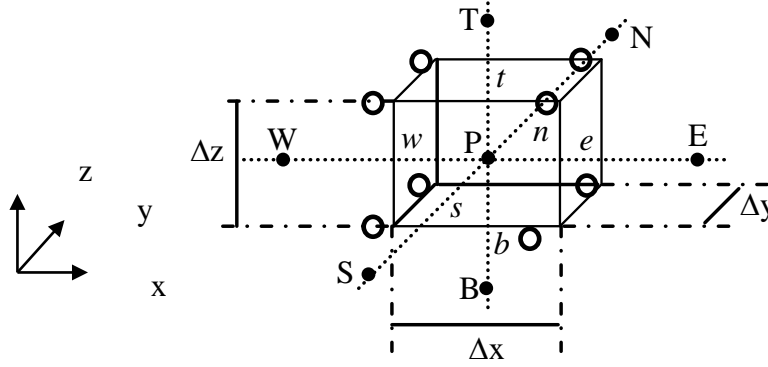


Figure III. 2 : Volume élémentaire de type rectangulaire

III. 2. 2. Discrétisation géométrique

Dans cette partie nous passons à la mise en œuvre de la méthode des volumes finis classiques, utilisée pour la discrétisation des équations aux dérivées partielles des phénomènes électromagnétiques dans les matériaux supraconducteurs haute température critique (SHTC). Le maillage cartésien ou structuré, est constitué de volumes élémentaires de forme hexaédrique ou cubique. A chaque volume D_p de forme hexaédrique, on associe un nœud dit principal P et six facettes : e et w selon la direction x , n et s selon la direction y , t et b selon la direction z (Fig.III.2). Les volumes voisins de D_p , sont représentés par leurs nœuds voisins proches : E et W suivant l'axe x , N et S suivant l'axe y , T et B suivant l'axe z .

III.2.3. Discrétisation des équations électromagnétiques par la MVF

La MVF intègre sur chaque volume élémentaire D_p , de volume $d\tau = dxdydz$, les équations des problèmes à résoudre. Elle fournit ainsi d'une manière naturelle des formulations discrètes.

Rappelons la formulation tridimensionnelle des équations électromagnétiques en potentiels A avec jauge de coulomb donnée précédemment par (II.26) :

$$\overrightarrow{rot}(v \overrightarrow{rot} \vec{A}) - \text{grad}(v \text{div} \vec{A}) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_{ex} \quad (\text{III. 1})$$

L'application de la MVFC consiste à intégrer les équations différentielles du système (III.1) dans chaque volume élémentaire D_p correspondant au nœud principal P :

$$\iiint_{D_p} \overrightarrow{rot} \cdot (v \overrightarrow{rot} \vec{A}) dt + \iiint_{D_p} \text{grad}(v \cdot \text{div} \vec{A}) dt + \iiint_{D_p} \sigma \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) dt = \iiint_{D_p} \vec{J}_{ex} dt \quad (\text{III. 2})$$

Pour calculer les intégrales du système d'équations (III.2), chaque opérateur différentiel doit être développé puis projeté sur les trois axes x , y et z du référentiel. Dans le but d'alléger les développements, par la suite, on va seulement présenter la méthode pour une seule composante.

III. 2. 3. 1. Intégration de $\overrightarrow{rot.(v\overrightarrow{rot}\overrightarrow{A})}$

Suivant l'axe OX

$$\begin{aligned} & \iiint_{d\tau} \left\langle \overrightarrow{rot.(v\overrightarrow{rot}\overrightarrow{A})} \right\rangle_x d\tau \\ &= \int_w^e \int_s^n \int_b^t \left[\frac{\partial}{\partial y} v \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} v \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} v \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} v \left(\frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \right] dx dy dz \end{aligned} \quad (\text{III. 3})$$

Les quatre termes différentiels dans (III.3), peuvent être représentés par une forme générale donnée par :

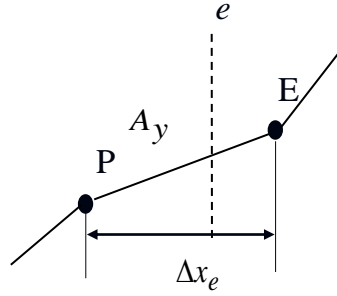
$$\frac{\partial}{\partial i} v \left(\frac{\partial A_j}{\partial k} \right) \quad \text{avec } i, j, k = x, y, z \quad (\text{III. 4})$$

Tenant compte de cette écriture, on distingue deux cas ; $i = k$ et $i \neq k$. Soit par exemple le calcul du deuxième terme dans (III.4) et qui correspond à $i = k = x$ et $j = y$:

$$\begin{aligned} & \int_w^e \int_s^n \int_b^t \left[\frac{\partial}{\partial x} v \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right] dx dy dz = \int_s^n \int_b^t \left[\left\{ v \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right\} \Big|_w^e \right] dy dz \\ &= \left[\left\{ v \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right\} \Big|_e - \left\{ v \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right\} \Big|_w \right] \Delta y \Delta z \end{aligned} \quad (\text{III. 5})$$

Pour calculer les termes en dérivées dans (III.5), on considère dans notre étude une variation linéaire du potentiel magnétique à travers les facettes e et w (Fig.III.3), on peut alors écrire :

$$\left\{ v \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right\} \Big|_e = v_e \frac{A_y^E - A_y^P}{\Delta x_e} \quad (\text{III. 6})$$


 Figure.III.3 : Approximation linéaire du potentiel à travers la facette e

De même, on exprime la dérivée sur la facette w . Remplaçant ces dérivées dans (III.6), on aura la combinaison linéaire suivante :

$$c_e A_y^E + c_w A_y^W - (c_e + c_w) A_y^P \quad (\text{III. 7})$$

Tel que :

$$c_m = v_m \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x_m} \text{ pour } m = e, w \quad (\text{III. 8})$$

où v_e et v_w sont respectivement, les relativités magnétiques des facettes e et w . le quatrième terme dans (III.3) qui correspond à $i = k = z$ se développe de la même manière présentée précédemment, cependant, le problème de la MVFC se pose pour le développement du premier et du troisième terme dans (III.3), c'est à dire les termes qui correspondent à $i = x, k = y$ et à $i = z, k = y$ respectivement.

Dans le cas de la formulation (III.2), le terme en rotationnel $\nabla \times (v \cdot \nabla \times A)$ et le terme en gradient $\nabla (v \nabla \cdot A)$ ne présentent pas une forme en divergence exigée par la formulation classique de la MVF, en effet, la méthode des volumes finis dans son origine, été dédiée à la résolution des problèmes thermiques définis essentiellement par des équations aux dérivées partielles où les opérateurs prennent essentiellement une forme en divergence [19]. Pour tenir compte de ces deux termes qui apparaissent dans la formulation électromagnétique, une modification de la MVFC a été proposée [20] [21]. Cette modification est basée sur l'implantation de huit nœuds supplémentaires dans le volume élémentaire D_P représentée dans la figure III.2. Dans ce cas, le nœud principal P de chaque volume élémentaire est entouré par quatorze nœuds voisins au lieu de six nœuds voisins comme il est présenté dans la figure III.4. Cette modification permet alors

de discrétiser le terme en rotationnel de la formulation électromagnétique (III.2) dans le cas tridimensionnel.

Si on considère maintenant le troisième terme dans (III.4) soit pour $i = j = x$ et $k = y$:

$$\iiint_{w s b}^{e n t} \left[\frac{\partial}{\partial x} v \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right] dx dy dz = \left\{ v \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right\} \Big|_w^e \Delta y \Delta z \quad (\text{III. 9})$$

Grace à la modification proposée, la dérivée du potentiel A_x dans les facettes e et w peut être exprimée par :

$$\left\{ v \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right\} \Big|_e = v_e \frac{A_x^{ne} - A_x^{se}}{\Delta y} \quad (\text{III. 10})$$

Les potentiels A_x^{ne} et A_x^{se} dans les nœuds supplémentaires ne et se sont exprimés en fonction des potentiels des nœuds de base voisins :

$$A_x^{ne} = \frac{1}{4} (A_x^P + A_x^E + A_x^N + A_x^{NE}) \quad (\text{III. 11})$$

De même :

$$A_x^{se} = \frac{1}{4} (A_x^P + A_x^E + A_x^S + A_x^{SE}) \quad (\text{III. 12})$$

D'où :

$$\left\{ v \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right\} \Big|_e = \frac{1}{4 \Delta y} v_e (A_x^N + A_x^{NE} - A_x^S - A_x^{SE}) \quad (\text{III. 13})$$

De la même façon, on calcule la dérivée du potentiel dans la facette w . Après arrangement, le terme (III.10) aboutit à une combinaison linéaire donnée par la forme suivante :

$$q_n (A_x^N + A_x^{NE} - A_x^S - A_x^{SE}) - q_s (A_x^N + A_x^{NW} - A_x^{SW} - A_x^S)$$

avec $q_m = \frac{1}{4 \Delta y} v_m \Delta z$ pour $m = e, w$ (III.14)

De la même manière, on intègre les autres termes dans les formules suivants les axes OY OZ

III. 2. 3. 2. Intégration de $\overrightarrow{grad}(v \cdot \vec{A})$

En intégrant la composante suivant l'axe OX

$$\begin{aligned} & \iiint_{\tau} \left\langle \overrightarrow{grad}(v \cdot \vec{A}) \right\rangle_x d\tau \\ &= \iiint_{w s b}^e \left[\frac{\partial}{\partial x} v \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} v \left(\frac{\partial A_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} v \left(\frac{\partial A_z}{\partial z} \right) \right] dx dy dz \end{aligned} \quad (\text{III. 15})$$

Les équations différentielles suivant les axes OX OY, OZ peut être intégrée par la MVFC comme décrit précédemment. Le résultat de l'intégrale de (III.15) mène donc à une combinaison linéaire, qu'on peut les mettre sous la forme :

$$(c_n + c_s) A_y^P + \sum_{\substack{i=x, y, z \\ m=e, w... \\ M=E, W...}} q_m A_i^M \quad (\text{III. 16})$$

Où

$$c_m = v_m \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y_m} \quad \text{pour } m = n s \quad (\text{III. 17})$$

III. 2. 3. 3. Intégration du terme source

On suppose une distribution uniforme et constante du courant source dans le volume élémentaire D_p , on peut alors écrire :

$$\iiint_{D_p} \left\langle J_{ex} \right\rangle_x dx dy dz = J_{ex} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (\text{III. 18})$$

III. 2. 2. 4. Intégration du terme $\sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} \right)$

$$\iiint_{w s b}^e \left\langle \sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} \right) \right\rangle_x dx dy dz = \sigma_p \left(\frac{\partial A_x^P}{\partial t} \right) \Delta x \Delta y \Delta z \quad (\text{III. 19})$$

Ce terme exprime les courants induits dans les matériaux conducteurs. Dans notre cas, il s'agit du SHTC, σ_p représente alors la valeur de la conductivité électrique apparente du SHTC, donnée précédemment par (II.28), dans chaque nœud principal P.

En regroupant tous les termes développés précédemment, on aboutit à l'équation algébrique (III.20). Cette équation exprime la composante suivant y du potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} dans chaque nœud principal P (A_x^P) du maillage en fonction des potentiels A_x, A_y, A_z et V des nœuds voisins :

$$cpA_x^P + \sigma_p D_p A_x^{\bullet P} = \left[\sum_{m=e, w, \dots} c_m A_x^M + \sum_{\substack{i=y, z \\ m=e, w, \dots}} q_m A_i^M + \frac{\sigma_p D_p}{\Delta x_e + \Delta x_w} (V^E - V^W) + J_{sx} D_p \right] \quad (\text{III. 20})$$

Avec

$$A_{i(i=x, y, z)}^{\bullet P} = \frac{\partial A_i^P}{\partial t} \quad (i = x, y, z), \quad c_p = \sum_{m=e, w, \dots} c_m \quad (\text{III. 21})$$

De la même manière les deux composantes y et z du potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} seront formulées.

Les équations sont réécrites pour l'ensemble des éléments de maillage, ensuite elles sont assemblées et nous obtenons un système d'équations qu'on peut mettre sous la forme matricielle suivante :

$$[M] [\dot{\mathbf{A}}] + [N] [\mathbf{A}] = [\mathbf{J}_s] \quad (\text{III. 22})$$

avec : $[\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix}$ et $[\mathbf{J}_s] = \begin{bmatrix} J_{sx} \\ J_{sy} \\ J_{sz} \end{bmatrix}$

III. 3 Méthodes de résolution des systèmes d'équations algébriques

Pour la résolution des systèmes d'équation algébrique linéaire, obtenu après avoir appliqué la méthode des volumes Finis, il existe deux grandes catégories de méthode :

- Les méthodes directes,
- Les méthodes itératives.

III. 3. 1 Méthodes directes

Ces méthodes conduisent à une solution en un nombre fini d'étape (éventuellement grand), cependant, comme l'ordinateur représente chaque nombre par un ensemble limité de digits, les méthodes directes sont précis mais demandant beaucoup d'espace mémoire et de temps de calcul. [22]

III. 3. 2 Méthodes itératives

Pour les matrices d'ordre élevé, comportant de nombreux éléments nuls (matrice creuse), on utilise les méthodes itératives qui font passer d'un estimé $X^{(k)}$ de la solution à un autre estimé $X^{(k+1)}$ de cette solution, s'il y a convergence, la solution n'est atteinte qu'après un nombre d'itérations. Parmi ces méthodes, nous citons les méthodes linéaires :

III. 3. 2. 1 Méthode de Jacobi

Elle est basée sur la transformation du système $[A] [X] = [B]$ en :

$$X_i^{(k+1)} = \frac{\left[b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j^k \right]}{a_{ij}} ; (i \neq j), i = 1, \dots, n \quad \text{(III. 23)}$$

On estime une valeur arbitraire initiale X_i^0 pour ($k = 0$), le calcul sera arrêté si $|X_i^{(k+1)} - X_i^k| < pr$, dans le cas d'une précision absolue et $\frac{|X_i^{(k+1)} - X_i^k|}{X_i^k} < \varepsilon$ dans le cas d'une précision relative .

Avec "prm" est la précision imposée par l'utilisateur.

III. 3. 2. 2 Méthode de Gauss Siedel

Cette méthode consiste à transformer le système $[A] [X] = [B]$ en :

$$X_i^{(k+1)} = \frac{\left[b_i - \sum_{j=1}^{(i-1)} a_{ij} X_j^{(k+1)} - \sum_{j=(i+1)}^n a_{ij} X_j^k \right]}{a_{ij}} ; i = 1, \dots, n \quad \text{(III. 24)}$$

En donnant aux inconnues X_i^k des valeurs arbitraires initiales X_i^0 pour ($k = 0$)

Le processus sera arrête si : $\frac{|X_i^{(k+1)} - X_i^k|}{X_i^k} < pr$ dans le cas d'une précision relative .

Prm : Précision imposée par l'utilisateur.

III. 3. 2. 3 Méthode de relaxation

Pour les cas très non linéaire, on utilise un coefficient de sous relaxation α :

$$X_i^{(k+1)} = X_i^k + \alpha (X_i^{(k+1)} - X_i^k) \quad [23] \quad (\text{III. 25})$$

III. 4 Algorithme de résolution

Après avoir donné les modèles numériques de calcul, l'étape suivante consiste à implémenter sous l'environnement MATLAB le code de calcul. Cet environnement présente de nombreux avantages tels que le calcul matriciel, l'interface graphique, la technique des matrices creuses qui permet la réduction du temps de calcul, et celui de l'utilisateur.

Un code de calcul basé sur les modèles mathématico-numériques est développé. Ce code de calcul est réalisé à partir des sous modules effectuant chacun une tâche différente. Chaque module est réalisé par un programme interactif.

La figure (III. 4) présente l'organisation du code de calcul utilisé pour la résolution des équations électromagnétiques. Ce code de calcul est constitué de trois blocs principaux ; Bloque d'entré, Bloque de résolution et Bloque de sortie.

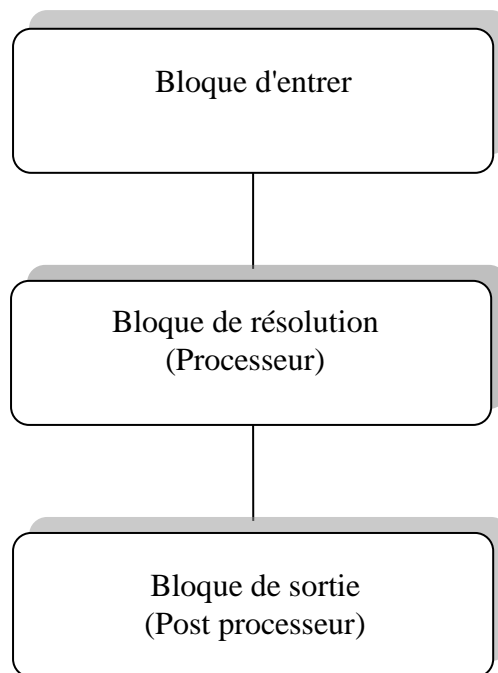
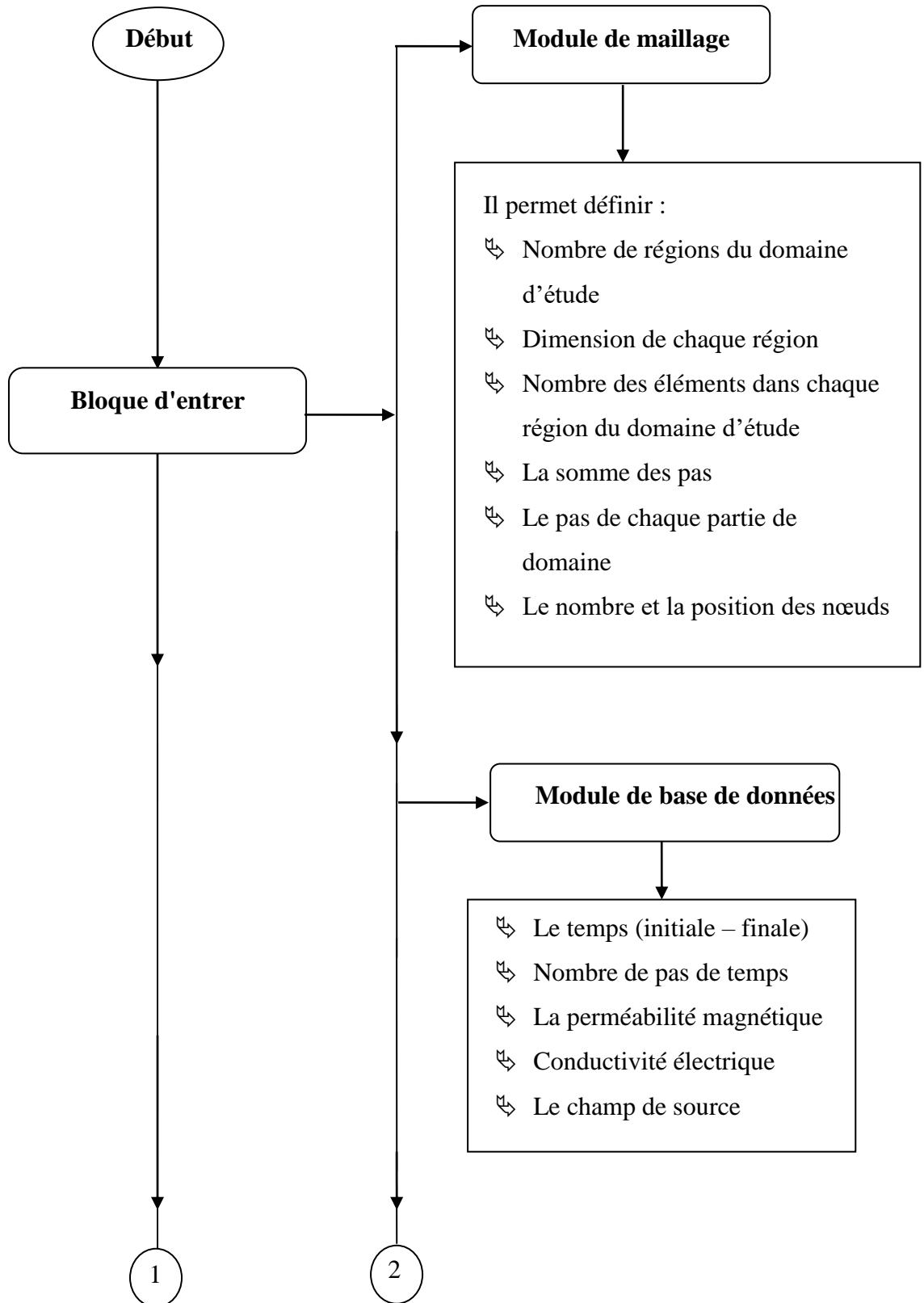
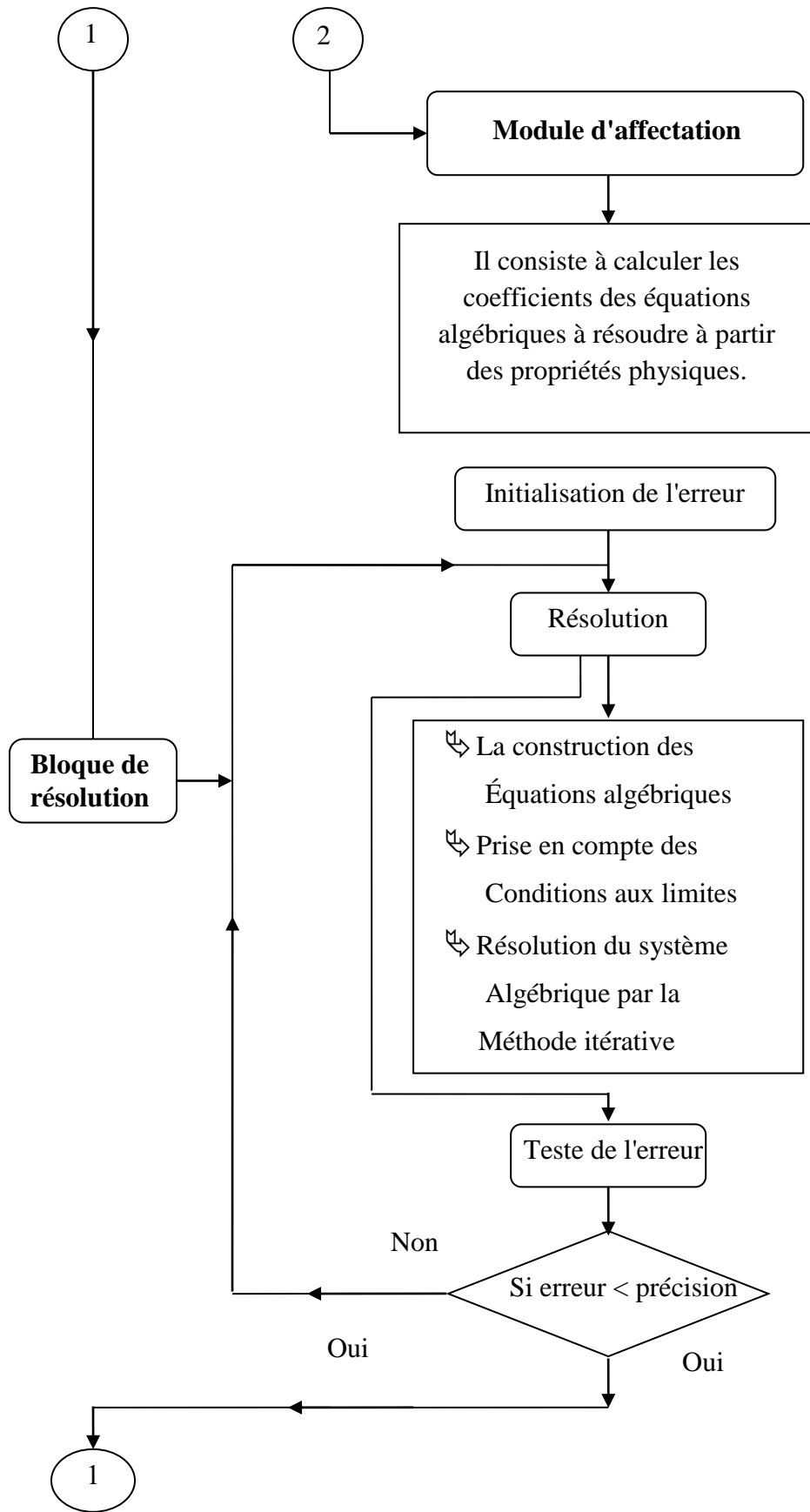


Fig. III. 4 : Organigramme du code de calcul.





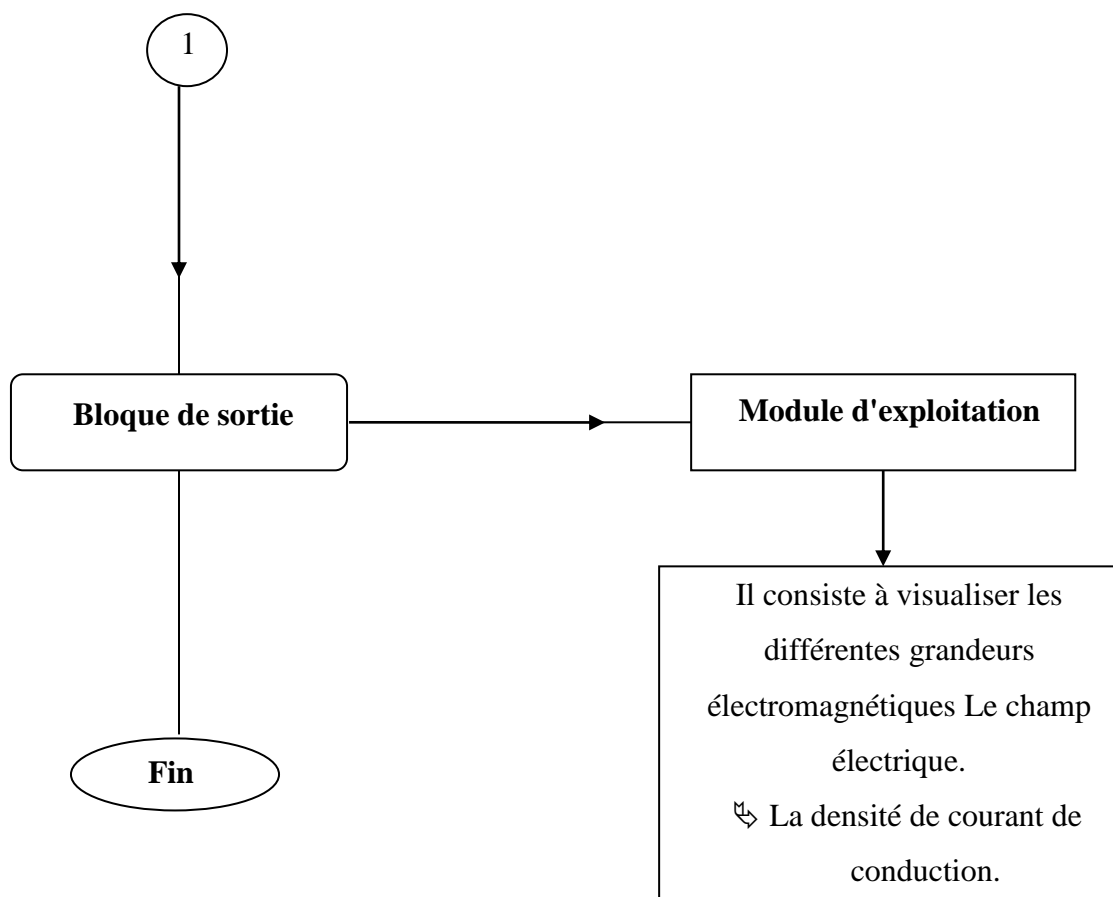


Fig. III. 5 : Algorithme de résolution du code de calcul

III. 5 Conclusion

Dans ce chapitre, les équations électromagnétiques (magnétodynamiques) ont été discrétisées par la méthode des volumes finis.

L'emploi de cette méthode conduit à un système d'équations algébriques. Dans le cadre de notre travail nous avons utilisé la méthode de Gauss Seidel pour résoudre ce système, vu ces avantages.



CHAPITRE IV

**RÉSULTATS DE
SIMULATION**

IV. 1. Introduction

Nous présentons dans ce chapitre les résultats des simulations des comportements magnétiques obtenus à partir du code numérique développé et implémenter sous l'environnement MATLAB, où nous avons adopté la méthode des volumes finis comme méthode de résolution de l'ensemble des équations aux dérivées partielles caractéristiques aux phénomènes physiques dans les systèmes de guidage magnétique.

Notre système de guidage magnétique est constitué par un aimant permanent (source de champ) et une pastille supraconductrice *YBaCuO* ; dans cette étude on suppose que la pastille garde sa position en-dessous de l'aimant qui fait un mouvement latéral avec une vitesse imposée.

IV. 2. Modélisation d'un aimant permanent

Nous avons choisi le modèle coulombien décrit dans le chapitre II pour modéliser et calculer l'induction magnétique de l'aimant permanent. Nous présentons dans cette partie les résultats obtenus à partir du modèle proposé dans la figure (II-1).

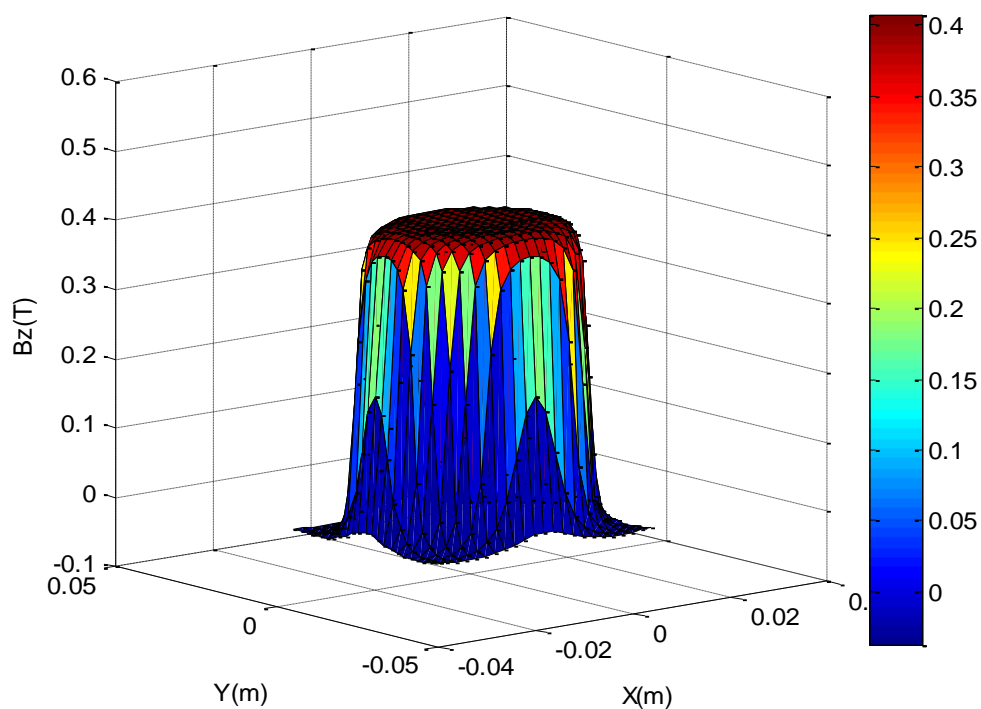
Les données géométriques et physiques de l'aimant sont données dans le tableau (IV-1).

Propriété physique et géométrique	valeur
Aimantation M	8×10^5 A/m,
Rayon R	2 cm
Epaisseur h	3 cm

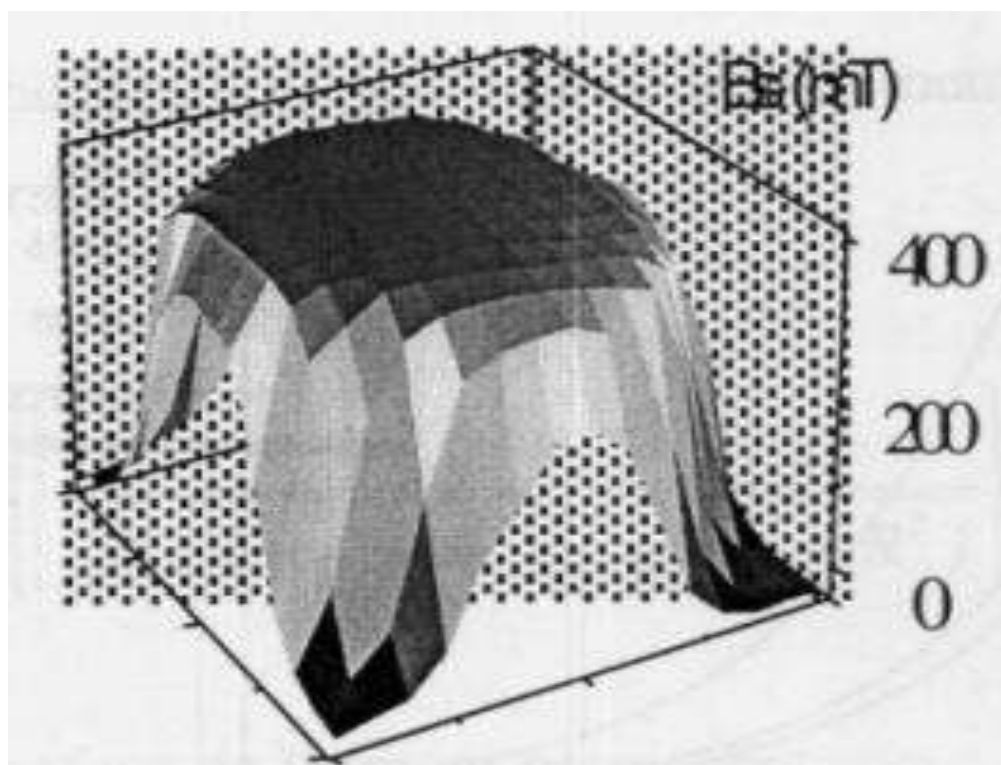
Tableau IV. 1 : Propriétés géométriques et physiques de l'aimant permanent [24].

La figure IV.1 représente la répartition spatiale de l'induction magnétique calculée (Fig.IV.1.a) et mesurée (Fig.IV.1.b) à 0.5 mm au-dessus d'un aimant permanent (SmCo). D'après ces figures, on peut dire que la répartition de l'induction magnétique \mathbf{B} calculée est identique à celle mesurée. Cette méthode est efficace pour l'optimisation géométrique de l'aimant permanent (hauteur et diamètre) c'est à dire, on fait varier les paramètres de l'aimant pour obtenir la valeur d'induction magnétique de l'espace.

La figure IV.2 représente la répartition spatiale de la composante radiale de l'induction magnétique calculée.



A : la composante B_z d'un aimant permanent dans le plan $z=0.5\text{mm}$



B : la composante mesurée B_z d'un aimant permanent dans le plan $z=0.5\text{mm}$ [24]

Figure IV. 1 : la répartition spatiale de l'induction magnétique

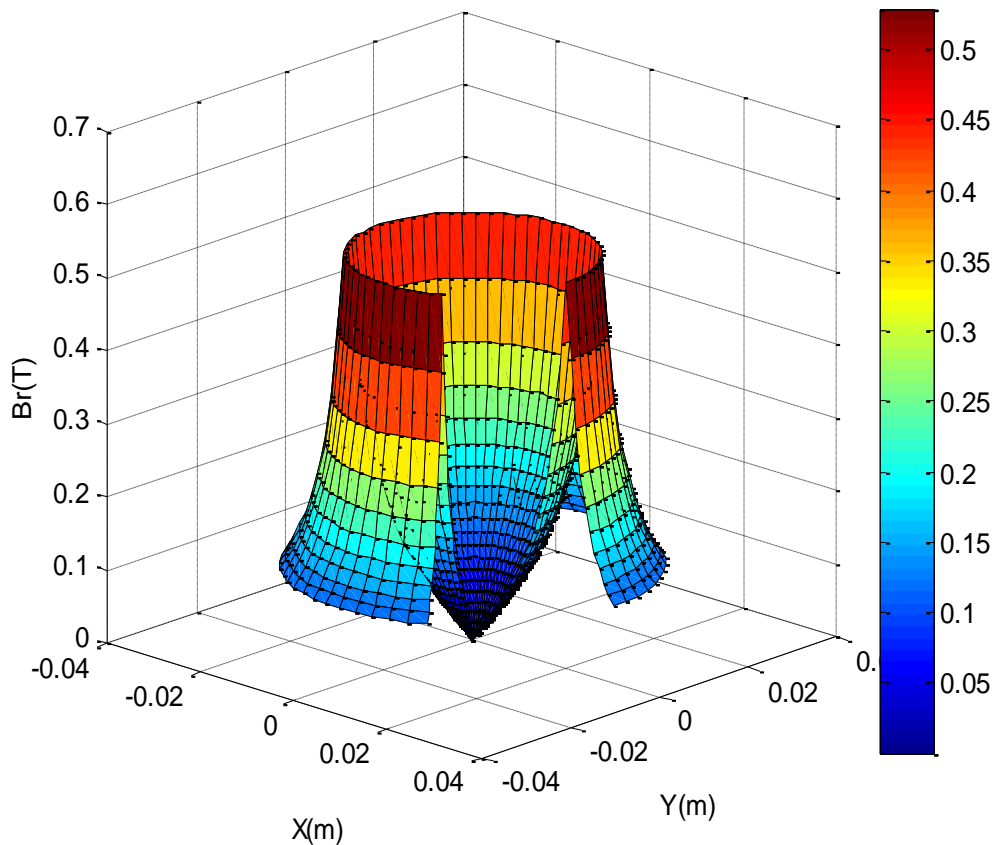


Figure IV. 2 : la composante B_r d'un aimant permanent dans le plan $z=0.5\text{mm}$

IV.3 Simulation des systèmes de guidage magnétique

Le problème que nous allons étudier consiste à la résolution des équations du modèle magnétodynamique, pour calculer la force de guidage magnétique (la force latéral) entre la pastille supraconductrice et l'aimant, le calcul fait à partir de l'intégrale du produit entre le courant induit dans la pastille et le champ de l'aimant permanent.

Le dispositif étudié est illustré dans la figure (IV-3). Dans ce dispositif d'étude, on considère un supraconducteur refroidi à 77 K fixé sur une table et un aimant permanent se déplaçant sur un segment latéral $[-15\text{mm}, +15\text{mm}]$ à partir de l'origine $(0,0)$ avec une vitesse imposée constante. L'écart entre eux est de 3mm.

Le supraconducteur et l'aimant ont respectivement les dimensions, $L_x \times L_y \times L_z = 21 \times 21 \times 10 \text{ mm}^3$ et $r \times h = 11 \times 20 \text{ mm}^3$. La densité de courant critique de la pastille supraconductrice est prise égale à $J_C = 10^8 \text{ A/m}^2$ et l'aimant d'aimantation de $M = 1 \text{ T}$.

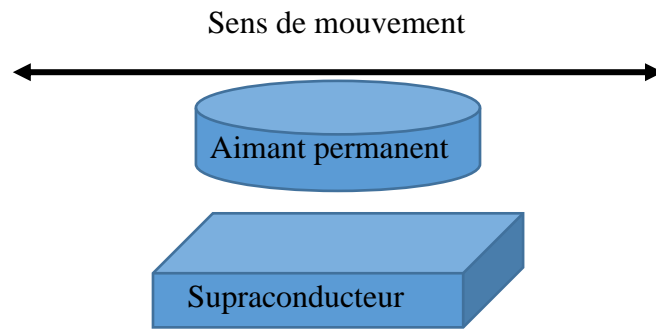


Figure IV. 3 : le dispositif étudié

IV. 3. 1. Résultats de simulation pour un écart $H=3\text{mm}$

La figure VI.4 représente la forces d'interactions latérales, produite entre un aimant permanent et une pastille supraconductrice dans le cas d'un refroidissement sous champ magnétique RSC (le champ magnétique créé par l'aimant permanent est pris en compte) avec une vitesse imposée de l'aimant égale à 15mm/s

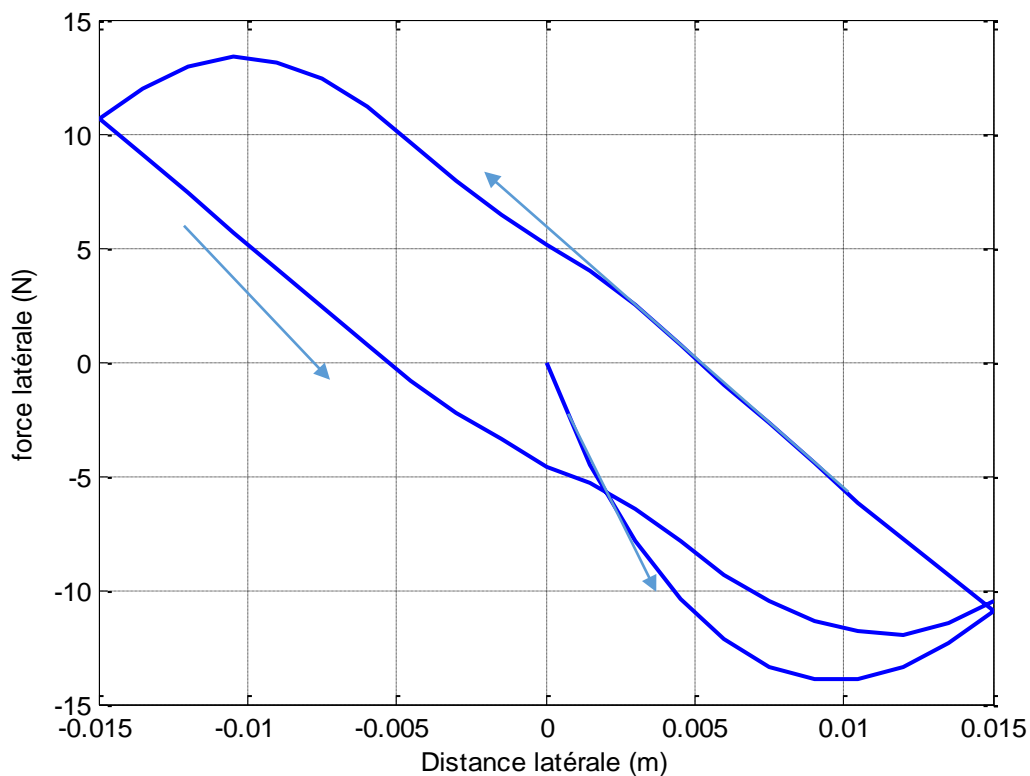


Figure VI. 4 : Force latérale en fonction de distance latérale aimant-supraconducteur

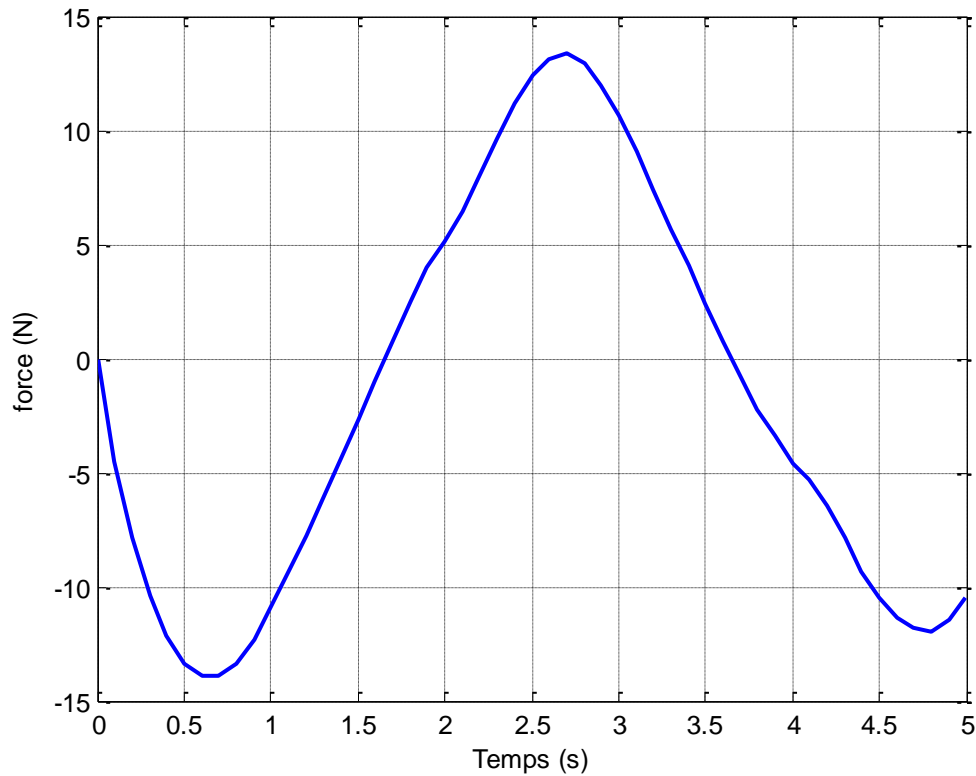


Figure IV. 5 : Force latérale en fonction de temps

La première remarque est l'apparition du phénomène d'hystérésis pendant de mouvement en dessus la pastille supraconductrice. Ce phénomène est une caractéristique des supraconducteurs.

Aux instants $t=2s$ et $t=4s$ l'aimant et la pastille sont superposés, donc ils ont les mêmes coordonnées, mais d'après les résultats, la force change sa valeur et le signe de $5.1N$ à $-4.6N$.

Durant le processus de l'éloignement de l'aimant la force est de signe moins et durant le rapprochement la force est de signe négative (une force attractive) jusqu'à $t=1.7s$ ($x=5.2mm$), à partir cette instant la force devient positive c.-à-d. répulsive. La succession des phases d'approche et d'éloigne fait apparaître un cycle, appelé cycle majeur d'hystérésis.

Dans le but d'expliquer la nature de la force produite, nous avons calculée la répartition des courants induits à l'intérieur du supraconducteur présentée dans la figure. IV.6.

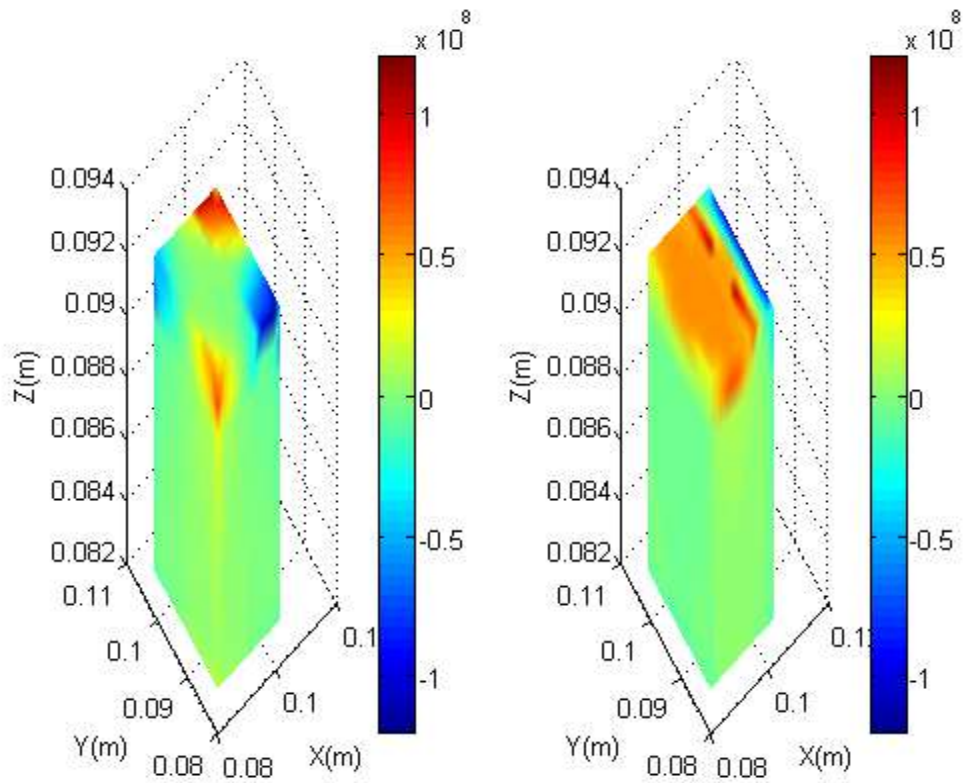


Figure. IV. 6a : Répartition de la densité de courant (les composantes J_x J_y) a $t=0.5s$.

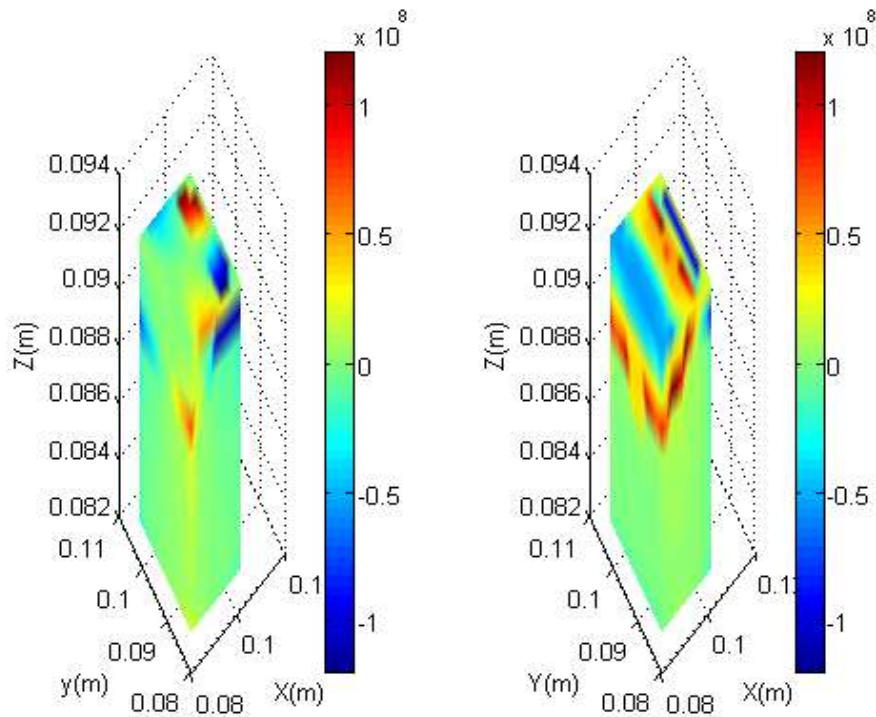


Figure. IV. 6b : Répartition de la densité de courant (les composantes J_x J_y) a $t=1.5s$.

Les courants supraconducteurs ne cessent d'augmenter avec l'éloignement de l'aimant mais en gardant le même sens (Fig.IV.6. a), Cette augmentation provient de l'augmentation de la variation du champ magnétique, cela justifie la croissance de la force de guidage (latérale) tout en conservant une nature attractive. Durant la phase de rapprochement de l'aimant permanent à partir de l'instant $t = 1s$, la variation du champ magnétique change de signe ainsi que les courants supraconducteurs sur la partie la plus exposée à cette variation (Fig.IV.6. b), ceci a provoqué une diminution dans la valeur de la force jusqu'à l'annulation. Cette propriété remarquable des supraconducteurs est très importante dans les applications des supraconducteurs en guidage magnétique car elle permet d'assurer la stabilité du système. A partir de l'instant $t = 1.7s$, la force change sa nature à cause de la zone où les courants change le sens de rotation devient important.

On peut dire que la composante J_y de la densité de courant induite au sein du matériau supraconducteur joue un rôle primordial dans la stabilité latérale du système dans le cas d'un déplacement latéral.

IV. 3. 2 Effet de l'écart aimant-supraconducteur

Dans ces simulations, le refroidissement sous champ a été utilisée pour différentes valeurs de z_0 respectivement 3mm, 5mm, 7mm.

A partir de ces positions z_0 , l'aimant permanent sera translaté latéralement à partir du centre du supraconducteur $x = 0mm$ jusqu'à la distance $x = 15mm$ puis il sera reconduit vers la position $x = -15 mm$ où il sera reconduit de nouveau vers la position $x = 15 mm$

Dans le cas de refroidissement sous champ, avec l'éloignement de l'aimant durant le processus de refroidissement (c.-à-d. avec l'augmentation de z_0), le cycle de force devient plus étroit et la valeur de la force latérale diminue considérablement.

Concernant la force verticale (comme présenté dans la Fig.IV.7), l'allure de la force est concave et asymétrique. La valeur de la force de lévitation diminue avec l'éloignement de l'aimant.

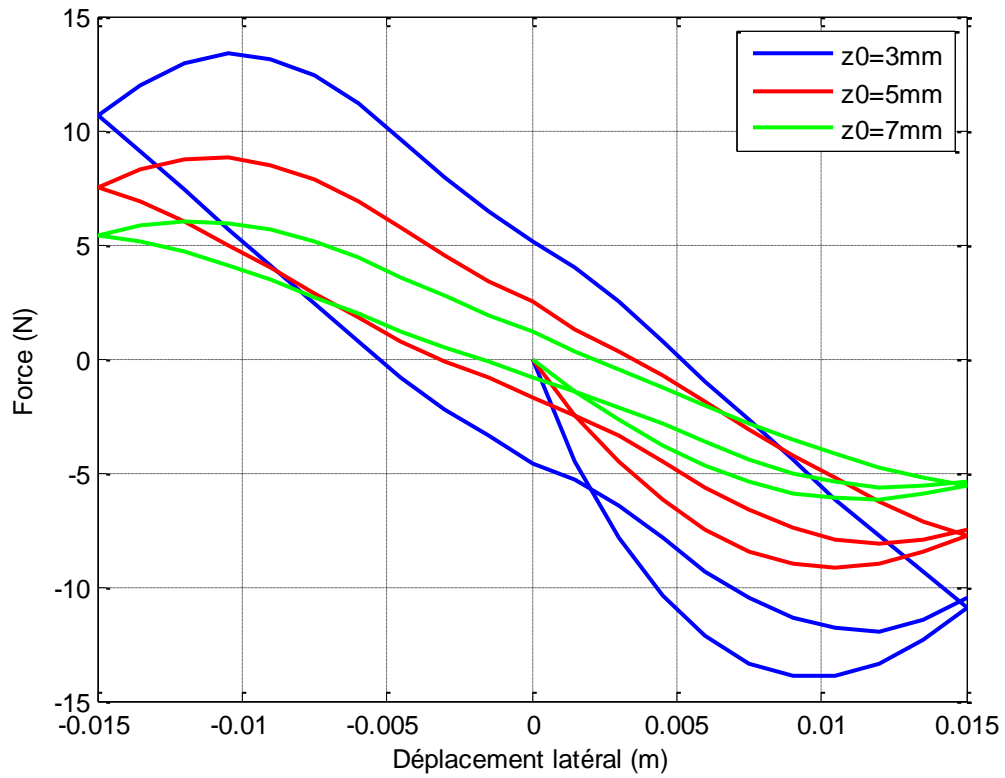


Figure IV. 7a : Force latérale en fonction du déplacement latéral

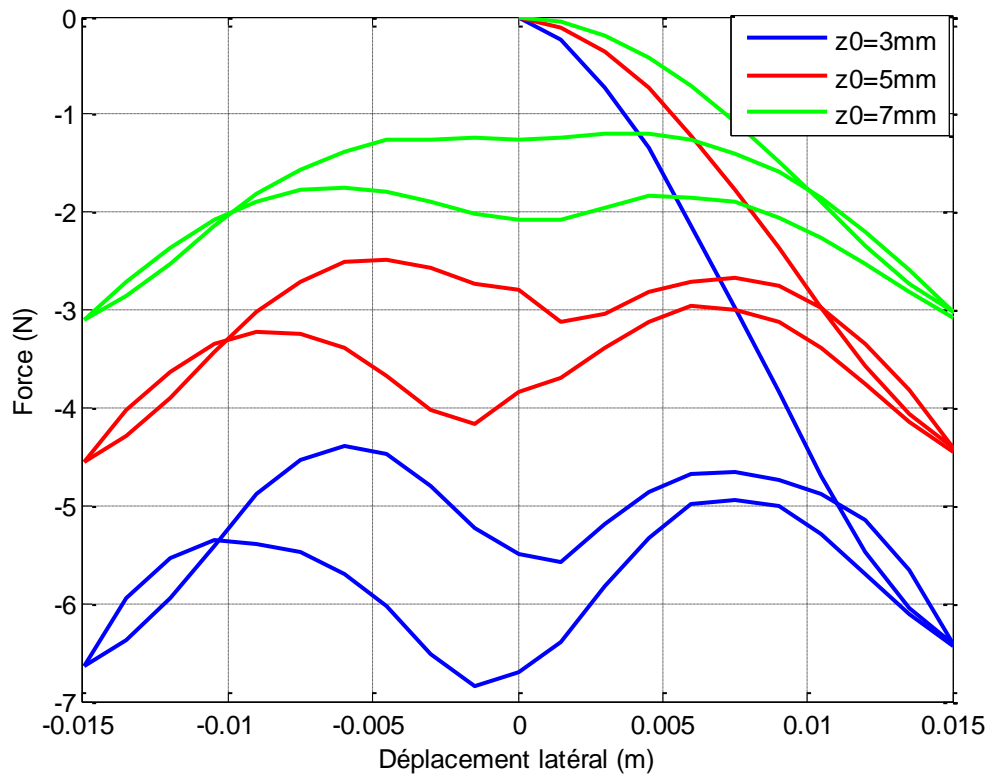
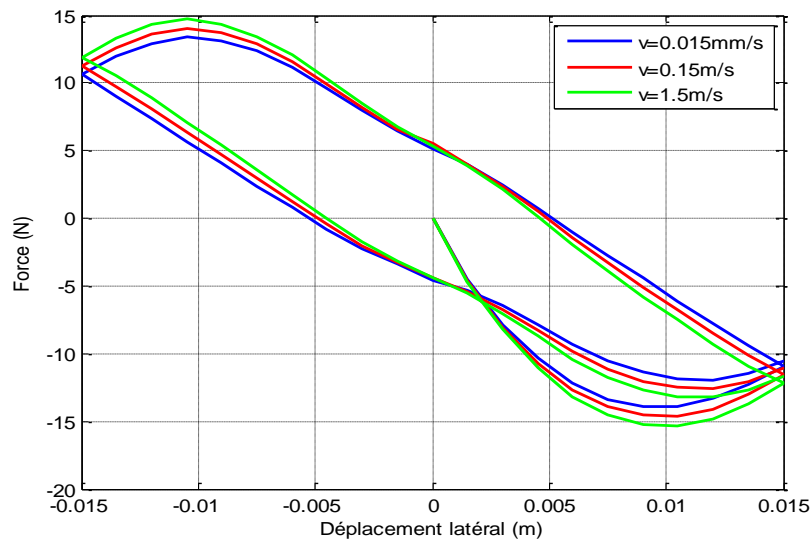


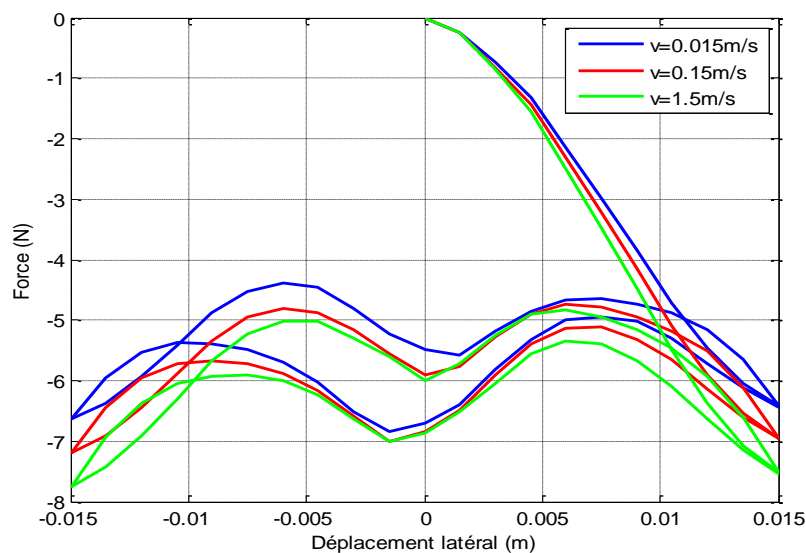
Figure IV. 7b : Force verticale en fonction du déplacement latéral

IV. 3. 3 Effet de la vitesse de mouvement

La vitesse de mouvement de l'aimant peut influencer sur la force produite entre un aimant et un supraconducteur. Pour cela nous avons étudié l'influence de la vitesse sur les forces latérale et verticale. La figure IV.8 présente les forces latérale et vertical produites pour une valeur de vitesse respectivement de ($V=0.015\text{m/s}$, $V=0.15\text{m/s}$ et $V=1.5\text{m/s}$). Selon les résultats présentés, La valeur de la force de lévitation diminue avec la diminution de la vitesse. Et on constate que la vitesse n'influe pas beaucoup sur la valeur de la force latérale ou verticale.



(a) Force latérale

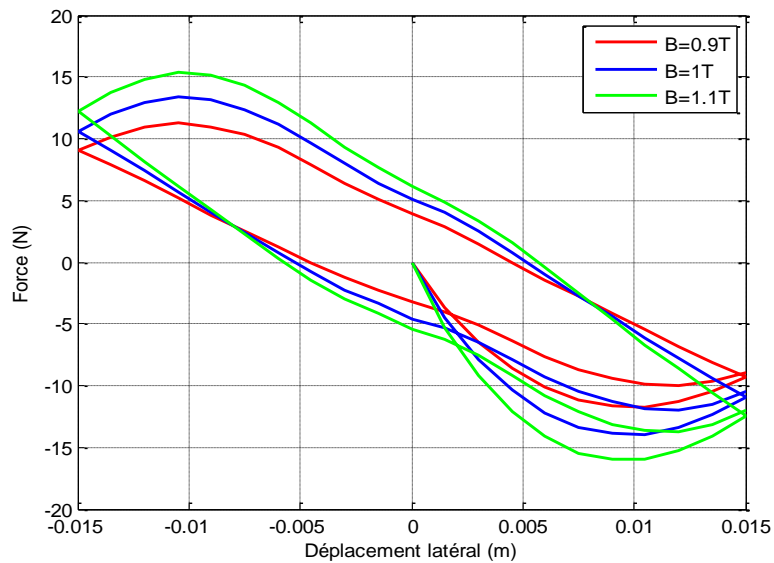


(b) Force verticale

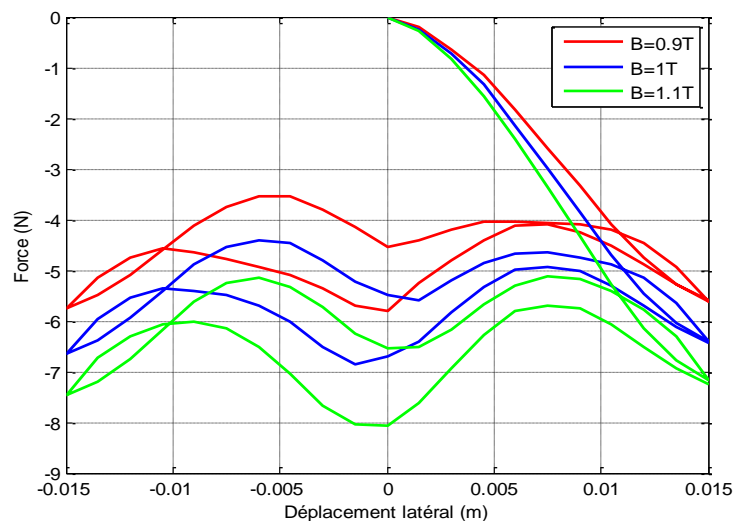
Figure VI.8 : forces d'interactions latérales et verticales pour différentes valeurs de vitesse

IV. 3.4 Effet de l'aimantation de l'aimant

Pour voir l'effet de l'aimantation sur la valeur de la force, on a fait des tests pour trois valeurs de l'aimantation différents (0.9T, 1T et 1.1T) tout en gardant les autres paramètres fixes ($V=0.015\text{m/s}$, $z_0=3\text{mm}$). D'après les figures obtenues, l'augmentation de l'aimantation implique une induction magnétique plus grand qui rentre dans le calcul de force, ce changement apparaît clairement et donc la force dépend fortement de l'aimantation à travers l'induction.



(a) Force latérale



(b) Force verticale

Figure VI.9 : forces d'interactions latérales et verticales pour différents valeurs d'aimantation

IV. 4 Conclusion

Dans ce chapitre, on a traité un système de guidage magnétique où le mouvement est latéral seulement. L'objectif est de calculer et de visualiser les forces latérale et verticale magnétique, ces forces sont conditionnées par plusieurs paramètres géométriques et physiques à savoir l'écart entre aimant-supraconducteur, la vitesse de mouvement et l'aimantation de l'aimant.



**CONCLUSION
GÉNÉRALE**

CONCLUSION GENERALE

L'objectif de ce travail est l'étude des phénomènes électromagnétiques tridimensionnelle des matériaux supraconducteurs par la méthode des volumes finis. Les applications ont été principalement dédiées à calculer les forces verticale et latérale entre un aimant permanent et un supraconducteur à haute température critique pendant le déplacement latéral.

Pour étudier les phénomènes résultant dans les supraconducteurs, un outil de calcul a été élaboré pour résoudre les équations magnétodynamiques qui régissent le comportement des supraconducteurs à haute température dans les systèmes de guidage magnétique.

Les modèles mathématico-numériques développés en électromagnétisme ont été implémentés sous l'environnement MATLAB, qui présente de nombreux avantages, tels que, le calcul matriciel, l'interface graphique, etc. De plus, il permet de tracer dans l'espace ou suivant un chemin donné : le potentiel vecteur magnétique, l'induction magnétique, le champ électrique, la force magnétique, ...etc.

En perspective, nous proposons le couplage magnétique-thermique pour voir l'effet thermique sur le comportement d'un système de guidage magnétique dans les dispositifs en axisymétrique et en 3D.



BIBLIOGRAPHIES

REFERANCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1] **Khaled BEN ALIA & Souri Mohamed MIMOUNE**: “lévitation magnétique et critère de transition l'état supraconducteur du modèle flux flow et flux crée”, CNI'2-2011, Université A. MIRA – Béjaïa, le 03 et le 04 Mai 2011.

[2] **K.BEN ALIA** Etude des systèmes de guidage magnétiques à base de supraconducteurs HTc Thèse de Doctorat en Sciences Spécialité : Electrotechnique 2013.

[3] **R.Moulin**:“ dimensionnements et essais de moteurs supraconducteurs” thèse doctorat l'université, Henri Poincaré, Nancy-I 2010.

[4] **Kevin BERGER** : “Etude des phénomènes couplés magnétothermiques dans les supraconducteurs à haute température”, thèse doctorat, l'université Henri Poincare, Nancy I 2006.

[5] **G. Male**, «Etude d'une structure d'inducteur supraconducteur modulation de champ magnétique», thèse de doctorat, l'Université de Lorraine, Nancy-I

[6] **kameni ntichi abelin** : “étude par des méthodes analytiques et numériques de la répartition des champs induits dans les supraconducteurs à haute température critique. ”, thèse doctorat, groupe de recherche en électronique et électrotechnique de Nancy, 2009.

[7] **El hadj ailam**: “machine synchrone à plots supraconducteurs: étude et réalisation”, thèse doctorat, laboratoire g2elab, 2010.

[8] **PH. Mangin** ‘supraconductivité Ecole des Mines de Nancy / Séminaire IFR matériaux 23-24 Juin 2003.

[9] **Ph. Mangin**, <<théorie de London >> Séminaire IFR matériaux, Supraconductivité: un condensât de Physique, Ecole des Mines de Nancy, juin 2003.

[10] Les matériaux supraconducteurs Rapport d'Epistemologie Wiest-Million Nicolas Lemoine Julien Solt EdouardLundi 22 Juillet 2002

[11] [**Charles-Henri Bonnard**] Transformateur limiteur de courant supraconducteur à haute température critique: design, construction et test.

- [12] **Sonia NACEUR** : “Contribution à La Modélisation Numérique D’une Pompe MHD En Tenant Compte De La Nature Des Matériaux Des Electrodes Et Du Fluide’’, thèse Magister, Université de Batna, 2007.
- [13] **F.Bancel and G. Lemarquand**, “Tree-Dimensional Analytical Optimization of Permanent Magnets Alternated Structure” IEEE Trans. Magn. vol. 34 p. 242- 247, January 1998
- [14] **Pierre Brissonneau** “ Magnétisme et matériaux magnétiques ” Edition HERMES, janvier 1997.
- [15] **Edward P. Furlani**, “Permanent Magnet and Electromechanical Devices” ,Academic Press, 2001.
- [16] **E.P. Furlani**, “A Formula for the Force and Torque of Axial Couplings, ”IEEE Trans. Magn. vol. 29, p. 2295-2301, September 1993
- [17] **Lotfi MADDOUI** : “Etude et réalisation d’un dispositif péristaltique pour application médicale’’, thèse Ingénieur, Université de Batna, 2010.
- [18] Pompage des métaux liquides par Jean-Paul LE FRÈRE Ingénieur de l’École Nationale Supérieure d’Électricité et de Mécanique de Nancy Chef du Service Matériel Sodium à la Société Novatome.
- [19] **Patankar Suhas V** « Numerical heat transfer and fluid flow », Series in Computational methods in mechanics and thermal sciences. 1980, Hemisphere Publishing corporation.
- [20] **L. Alloui, F. Bouillault, S. M. Mimoune**, “Modélisation tridimensionnelle des matériaux supraconducteur par la méthode des volumes finis”, Conférence sur les matériaux du génie électrique (MGE), Toulouse France, Proc., Art. P3, Mai. 2008.
- [21] **L. Alloui, F. Bouillault and S.M. Mimoune.**, “Modélisation 3D par la méthode des volumes finis des phénomènes électromagnétiques et thermiques couplés dans les matériaux supraconducteurs à haute température critique”, Revue internationale de Génie électrique, RIGE, 2009.

[22] **J. P. Nougier**, “Méthodes de calcul numérique”, 3^{ème} édition, Edition Masson.

[23] **Atika MAIOUFI** : “Modélisation des phénomènes électromagnétiques non linéaires par la méthode des volumes finis” thèse Ingénieur, Université de Batna, Avril 2006.

[24] **S. Ho tam fou, a. Erraud, and f. Bouillault**: “numerical modeling of the association of magnet and Hts superconductors”, IEEE Transactions On Magnetics, vol. 36, no. 4, July 2000.

ملخص

قدمنا في هذا العمل نمذجة ثلاثية الأبعاد للظواهر الكهرومغناطيسية في مواد فائقة التوصيل ذات درجة حرارة الحرجة العالية حيث يتم تطبيقها على أنظمة التوجيه المغناطيسي. قمنا باستعمال طريقة الحجم المحدود كطريقة لحل المعادلات التفاضلية الجزئية المميزة للظواهر الفيزيائية المراد معالجتها. أظهرت النتائج التي تم الحصول عليها أن قيمة القوة الجانبية والرأسية تعتمد على الفجوة بين المغناطيس والموصل الفائق الناقلية، و على سرعة الإزاحة والقيمة تمغنط المغناطيس.

كلمات البحث: التوجيه المغناطيسي، معادن فائقة الناقلية، القوة المغناطيسية، الحجم المحدود.

Abstract

In this work, we presented a three-dimensional modeling of electromagnetic phenomena in superconducting materials with high critical temperature applied for magnetic guidance systems. The finite volume method was adopted as a method of solving the partial differential equations characteristic of the physical phenomena treated. The results obtained show that the value of the lateral and vertical force depends on the gap between the magnet and the superconductor, and the speed of displacement and the magnetization of the magnet. Keywords: magnetic guidance, superconducting, magnetic force, finite volume.

Résumé

Nous avons présenté dans ce travail une modélisation des phénomènes électromagnétiques en trois dimensions dans les matériaux supraconducteurs à haute température critique appliquée pour les systèmes de guidage magnétique. La méthode des volumes finis a été adoptée comme méthode de résolution des équations aux dérivées partielles caractéristiques aux phénomènes physiques traités. Les résultats obtenus montrent que la valeur de la force latérale et verticale dépend de l'écart entre l'aimant et du supraconducteur, et de la vitesse de déplacement et de l'aimantation de l'aimant.

Mots clés : guidage magnétique, supraconducteur, force magnétique, volume finis.