

UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA

Faculté des Sciences Appliquées  
Département de Génie Electrique



Mémoire

MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et technologies

Filière : Génie électrique

Spécialité : Electrotechnique Industrielle

Présenté par :

BENNACEUR IMAD EDDIN

GHETTAS ABDELFETTAH

Thème:

*Commande d'un moteur synchrone  
à aimant permanent par  
PID fractionnaire*

Soutenu publiquement

Le : 07/07/2019

Devant le jury :

M<sup>f</sup> Maghni Bilal

MCA

Président

UKM Ouargla

M<sup>f</sup> Amieur Toufik

MCA

Encadreur/rapporteur

UKM Ouargla

M<sup>f</sup> Taibi Djamel

MCR

Examineur

UKM Ouargla

Année universitaire 2018/2019

# Remerciement

*Avant tout, nous remercions **ALLAH** tout puissant de nous avoir donné le courage, la volonté, et la patience pour terminer ce travail.*

*Nos vifs et sincères remerciements s'adressent tout particulièrement à notre Université de Kasdi Merbah - Ouargla-, qui nous a procuré une bonne formation.*

*En premier lieu, nous tenons à remercier tout d'abord notre encadreur: Monsieur **AMIEUR TOUFIK**, Maître-assistant à l'université Kasdi Merbah -Ouargla- d'avoir offrir l'opportunité de réaliser ce travail et de bien vouloir accepter de le diriger avec beaucoup de compréhension.*

*Nous n'oublions pas de remercier les membres de jury Mr **MEGHNI BILLEL**, MCA à la Faculté de sciences appliquée de l'université de Kasdi Merbah-Ouargla; pour accepté de présidé ce travail.*

*Nous n'oublions pas de remercier les membres de jury Mr **TAIBI DJAMEL**, MAA à la Faculté de sciences appliquée de l'université de Kasdi Merbah-Ouargla; pour accepté d'examiné ce travail.*

*Nous tenons à remercie aussi: toutes les personnes qui ont participés de près ou de loin pour la réalisation de ce travail.*

*En fin, nous remerciment à l'en droit de tous notre amis en particulier, ceux de notre promotion*

2018/2019.

# Dédicaces

*Je dédie ce modeste travail*

*A ma très chère Mère et mon très cher Père*

*A ceux qui ont veillé pour mon bien être*

*A ceux qui m'ont toujours encouragé pour que je réussisse dans  
mes études*

*A tout ce qui est m'encouragé dans la réalisation de ce modeste  
travail*

*A mes très chers frères,*

*A mes très chères sœurs*

*A toutes la famille*

*Sans oublier tous mes amies*

---

---

## RESUME

Dans ce mémoire, une méthode de synthèse de contrôleur  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  fractionnaire est étudiée pour contrôler la vitesse d'un moteur synchrone à aimants permanents.

Les paramètres optimaux du contrôleur  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  fractionnaire robuste sont obtenus via la résolution itérative du problème de sensibilité mixte généralisé, en utilisant la fonction *Fminimax* du logiciel Matlab. Les performances obtenues sont données dans les plans fréquentiel et temporel.

### Mots-clés

Contrôleur fractionnaire; Moteur synchrone à aimants permanents; *Fminimax*

---

### ملخص

في هذه الرسالة ، تتم دراسة طريقة توليف وحدة التحكم  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  من طريقة التركيب الجزئي للتحكم في سرعة محرك متزامن بالمغناطيس الدائم.

يتم الحصول على المعاملات المثلى لوحدة التحكم  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  التجزئية الآلية القوية من خلال الدقة التكرارية لمشكلة الحساسية المختلطة المعممة ، باستخدام وظيفة *Fminimax* لبرنامج Matlab. يتم تقديم العروض التي تم الحصول عليها في خطط التردد والوقت.

### كلمات

تحكم كسور، محرك متزامن بالمغناطيس الدائم، *Fminimax*

---

### Summary

In this memory, a method of synthesis of controller  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  fractional is studied to control a permanent magnet synchronous motor

The optimal parameters of the controller  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  fractional robustness are obtained via the iterative resolution of the problem of sensitivity Generalized joint, using the function *Fminimax* the Software Matlab. The performance obtained are data in the frequency plans and temporal.

### Keywords

Fractional controller; Permanent magnet synchronous motor. *Fminimax*

---

---

---

---

# Sommaire

Liste des figures	
Symboles et Abréviations	
Introduction générale .....	1
<b>Chapitre 01 : Généralités sur Les moteurs synchrones à aimants permanents</b>	
1.1 Introduction .....	3
1.2 Présentation du moteur synchrone à aimants permanents (MSAP) .....	3
1.2.1 Principe de fonctionnement de la MSAP .....	3
1.2.2 Structure générale de la MSAP .....	4
1.2.3 Différentes structures de machines synchrone à aimants permanents.....	4
1.2.4 Catégories de la MSAP.....	5
1.2.5 Avantages de la MSAP.....	7
1.2.6 Inconvénients de la MSAP .....	8
1.2.7 Les domaines d'application de MSAP .....	8
1.3 Comparaison entre le MSAP et les autres machines électriques .....	9
1.4 Conclusion .....	10
<b>Chapitre 02 : modélisation de la Machine Synchrone à Aiment Permanent MSAP</b>	
2.1 Introduction .....	2
2.2 Modélisation du MSAP.....	11
2.2.1 Hypothèses simplificatrices .....	11
2.2.2 Représentation du MSAP dans l'axe triphasé a, b, c.....	12
2.2.2.1 Equations électriques.....	12

---

---

2.2.2.2	Équations magnétiques.....	13
2.2.2.3	Equation mécanique.....	14
2.2.3	Représentation du MSAP dans le repère biphasé (d, q) .....	14
2.3	Passage du repère d q au repère $\alpha\beta$ .....	16
2.4	Modélisation du MSAP dans le repère de Park .....	17
2.4.1	Equations électriques.....	17
2.4.2	Equations magnétiques.....	17
2.4.3	Expression du couple électromagnétique .....	18
2.4.4	Équations mécaniques.....	19
2.5	Schéma électrique équivalent du MSAP en régime transitoire .....	19
2.6	Mise sous forme d'équation d'état .....	19
2.7	Conclusion .....	21
Chapitre 3 : Commande Robuste d'Ordre Non Entier (CRONE)		
3.1	Introduction.....	22
3.2	Quelques propriétés de la dérivation non entière.....	22
3.3	Représentation des systèmes d'ordre fractionnaire .....	23
3.3.1	Équation différentielle linéaire d'ordre fractionnaire .....	23
3.3.2	Représentation d'état d'un système d'ordre fractionnaire .....	23
3.3.3	Fonction de transfert d'ordre non entier .....	24
3.4	Stabilité des systèmes linéaires fractionnaires .....	25
3.5	Commande robuste d'ordre non entier (CRONE).....	26
3.5.1	Contrôleur PID multivariables d'ordre fractionnaire $PI^\lambda D^\mu$ .....	27
3.5.2	Détermination des paramètres d'un $PI^\lambda D^\mu$ fractionnaire .....	29
3.5.2.1	Spécifications fréquentielles à satisfaire.....	29
3.5.3	Résoudre d'un problème d'optimisation par la fonction Fminimax .....	29
3.6	Conclusion.....	30

---

---

---

Chapitre 04 : Commande PID d'ordre fractionnaire d'un MSAP	
4.1	Introduction .....31
4.2	Analyse de robustesse en présences de diverses entrées exogènes .....31
4.3	Synthèse du contrôleur robuste ..... 33
4.3.1	Choix des fonctions de pondérations ..... 34
4.4	Conditions de robustesse sur la stabilité et sur les performances .....35
4.4.1	Conditions de robustesse sur la stabilité robuste ..... 35
4.4.2	Conditions de robustesse sur les performances nominales ..... 35
4.5	Problème d'optimisation ..... 35
4.6	Commande vectorielle.....35
4.6.1	Principe.....36
4.6.2	Détermination des régulateurs .....36
4.6.2.1	Régulation du courant id.....36
4.6.2.2	Régulation du courant iq.....37
4.7	Résultats de simulation .....38
4.7.1	simulation du modèle de MSAP ..... 38
4.7.2	Interprétation de résultat ..... 42
4.7	Conclusion.....42
	Conclusion générale .....43
	Bibliographe.....44

---

---

# Listes des figures

<b>Fig. 1.1</b>	Représentation d'une machine synchrone à aimant permanent	4
<b>Fig. 1.2</b>	Machine synchrone à aimants permanents montés en surface	5
<b>Fig. 1.3</b>	Machine synchrone à aimants permanents insérés	6
<b>Fig.1.4</b>	Machine synchrone à aimants permanents chapeautés	6
<b>Fig.1.5</b>	Machines synchrones à aimants permanents enterrés	7
<b>Fig.2.1</b>	Schéma équivalent d'un MSAP dans le repère (a-b-c)	12
<b>Fig.2.2</b>	Différents couples qui agissent sur le rotor	14
<b>Fig.2.3</b>	Représentation équivalente dans le repère de Park	15
<b>Fig.2.4</b>	Circuits électrique équivalents du MSAP dans le repère d-q	19
<b>Fig.2.5</b>	Schéma bloc du MSAP.	20
<b>Fig. 3.1</b>	Régions de stabilité des systèmes d'ordre fractionnaires avec $0 < \alpha < 1$	26
<b>Fig. 3.2</b>	Régions de stabilité des systèmes d'ordre fractionnaires avec $1 < \alpha < 2$	26
<b>Fig. 3.3</b>	Structure de régulation automatique d'un système MIMO	27
<b>Fig. 3.4</b>	Commande PID à partir d'un point (a) jusqu'au plan (b)	28
<b>Fig. 3.4. a</b>	PID classique (conventionnel)	28
<b>Fig. 3.4. b</b>	PID fractionnaire	28
<b>Fig. 4.1</b>	Schéma bloc d'un système asservi multivariable	31
<b>Fig. 4.2</b>	Boucle de régulation de la vitesse de MSAP par régulateur $H_\infty$	33
<b>Fig. 4.3</b>	Boucle de régulation de courant Id.	37



<b>Fig. 4.4</b>	Boucle de régulation de courant $I_d$ .	37
<b>Fig. 4.3</b>	Schéma bloc de simulation de la commande $PI^\lambda D^\mu$ d'ordre fractionnaire de MSAP	38
<b>Fig. 4.4</b>	robustesse des performances nominales par le contrôleur $PI^\lambda D^\mu$ fractionnaire	40
<b>Fig. 4.5</b>	robustesse sur la stabilité robuste par le contrôleur $PI^\lambda D^\mu$ fractionnaire	40
<b>Fig. 4.6</b>	La vitesse de la MSAP en charge ( $C_r=10$ N.m à $t=0.035$ s) avec une variation consigne de vitesse (400 rad/s à 700 rad/s à $t=0.02$ s)	41
<b>Fig. 4.7</b>	Couple électromagnétique	41
<b>Fig. 4.8</b>	les Courant $I_{abc}$	41

---

---

## Symboles et Abréviations

$X(t)$	Vecteur d'état du système à commander
$U(t)$	Vecteur de commandes fournies par le contrôleur
$Y(t)$	Vecteur de sorties (grandeurs à régler)
$G(s)$	La matrice de transfert du système.
$K(s)$	La matrice de transfert du correcteur à synthétiser.
$\delta u$	L'entrée de perturbation ramenée en entrée du système.
$\delta y$	Le vecteur d'entrée de perturbation ramenée en sortie du système.
$r$	Le vecteur d'entrée de consigne ou de référence.
$b$	Le vecteur d'entrée de bruit de mesure.
$u$	Le vecteur d'entrée de commande.
$e$	Le vecteur d'erreur d'asservissement ou de poursuite.
$y$	Le vecteur de sortie.
$y_m$	Le vecteur de mesure de la sortie.
$W_1(s)$	Le vecteur des spécifications sur les performances nominales.
$W_3(s)$	Le vecteur de spécification sur la stabilité robuste
$S_d(s)$	Sensibilité directe
$S_c(s)$	Sensibilité complémentaire
$U_d$	Composantes de vecteur tension statorique selon l'axe « d »

---

$U_q$	Composantes de vecteur tension statorique selon l'axe « q »
$i_d$	Composantes du vecteur courant statorique selon l'axe « d »
$i_q$	Composantes du vecteur courant statorique selon l'axe « q »
$\phi_d$	Composantes du vecteur flux statorique selon l'axe « d »
$\phi_q$	Composantes du vecteur flux statorique selon l'axe « q »
$\phi_f$	Composantes du vecteur flux rotorique
$R_s$	Résistances statorique
$L_d$	Inductances statorique selon l'axe « d »
$L_q$	Inductances statorique selon l'axe « q »
$n_p$	Nombre de paires de pôles
$C_t$	Couple résistant
$f_c$	Coefficient du frottement visqueux
$J$	Moment d'inertie
$C_{em}$	Couple électromagnétique
MSAP	la machine asynchrone à aimant permanent
CRON	Commande Robuste d'Ordre Non Entier
CFR	Contrôleur Fractionnaire Robuste
MIMO	Multi Input Multi Output
PID	Proportionnel Intégral Dérivée
FOPID	Fractionnaire Ordre Proportionnel Intégral Dérivée

---

# Introduction Générale

# ***INTRODUCTION GÉNÉRALE***

La machine synchrone à aimants permanents est un actionneur électrique très robuste et présente de faibles moments d'inertie ce qui lui confère une dynamique caractérisée par de très faibles constantes de temps et permet de concevoir des commandes de vitesse, de couple ou de position avec une précision et des performances dynamiques très intéressantes. En revanche, la dynamique réelle de cette machine, est souvent décrite par un modèle incertain pluridimensionnel c'est pour cette raison que sa phase de synthèse devienne plus complexe que celle d'une Moteur à Courant Continu MCC.

En automatique, ce n'est qu'au début des années 1990 que le contrôleur CRONE (Commande Robuste d'Ordre Non Entier) était proposé par Oustaloup. En profitant des propriétés avantageuses des systèmes d'ordre fractionnaire, ce contrôleur permettait d'assurer la robustesse de la commande dans une bande de fréquences donnée. Depuis cette initiative, la commande d'ordre fractionnaire captiva l'intérêt de beaucoup de chercheurs. En 1999, Podlubny a proposé le contrôleur  $PI^\lambda D^\mu$  comprenant une intégration fractionnaire d'ordre  $\alpha$  et une dérivation fractionnaire d'ordre  $\beta$ , élargissant ainsi le champ d'application du calcul fractionnaire à la théorie de la commande ce qui a orienté plusieurs chercheurs à un nouveau axe de recherche qui est la synthèse des contrôleurs  $PI^\lambda D^\mu$  d'ordre fractionnaire.

La commande robuste utilisant la méthode  $H_\infty$  présente l'une des solutions les plus performantes aux problèmes cités auparavant. Par conséquent, le contrôleur fourni par cette méthode de commande est capable d'assurer un bon compromis de robustesse entre la stabilité robuste et les performances nominales du système bouclé. Ce compromis est abouti via une satisfaction des conditions de robustesses dans lesquelles des normes  $H_\infty$  des transferts en boucle fermée doivent être minimisées.

L'objectif principal de notre travail est de concevoir un contrôleur robuste  $PI^\lambda D^\mu$  fractionnaire permettant de commander sa vitesse angulaire en présences des perturbations extérieurs et bruits de mesure.

Ce travail s'articulera sur quatre chapitres comme suit :

Le premier chapitre présentera des détails concernant la machine synchrone à aimant permanent tels que sa structure, son principe de fonctionnement et finalement la comparaison avec d'autres machines existantes.

Le deuxième chapitre sera consacré à la modélisation de la dynamique réelle de la machine synchrone à aimant permanent dans le repère cartésien  $(a, b, c)$ . Ensuite, une transformation appelée Park transformation sera exploitée afin de développer un modèle simplifié dans le repère  $(d, q)$ .

Le troisième chapitre, on va présenter les définitions de bases des systèmes d'ordre fractionnaire, ainsi que leur représentation et leurs propriétés. On s'intéresse plus particulièrement aux systèmes fondamentaux d'ordre fractionnaire.

Le quatrième chapitre portera les détails de la commande robuste utilisant la méthode  $H_\infty$ . La synthèse du contrôleur  $PI^\lambda D^\mu$  fractionnaire s'effectuera par le modèle de la machine afin de commander la vitesse angulaire du MSAP. La robustesse du contrôleur  $PI^\lambda D^\mu$  fractionnaire sera montrée dans les plans fréquentiel et temporel en présence des perturbations extérieurs ainsi que les effets des bruits de mesure.

Chapitre 1 :  
Généralité sur les  
machines synchrones  
à aimants permanents

## 1.1 Introduction

Pendant les années récentes, le moteur à courant continu est remplacé par le moteur synchrone à aimants permanents dans le milieu industriel. Cependant la présence du système balais collecteur a toujours posé des grands problèmes qui limitent de plus en plus son utilisation. Toutefois, la fragilité du système balais-collecteur a été un inconvénient de la M.C.C, ce qui limite la puissance et la vitesse maximale et présente des difficultés de maintenance et des interruptions de fonctionnement. C'est pour cette raison qu'on ait orientée à utiliser des moteurs électriques à courant alternatif afin d'écartier cet inconvénient. Le moteur à aimants permanents reste le bon choix dû à leurs excellentes caractéristiques dynamiques, à ses faibles pertes ainsi qu'à son important couple massique, qui le rend mieux adapté aux applications industrielles et donc faciliter les commandes en position ou en vitesse [1] [2].

## 1.2 Présentation du moteur synchrone à aimants permanents (MSAP)

### 1.2.1 Principe de fonctionnement de la MSAP

Toute machine électrique dans laquelle la vitesse de rotation du rotor est égale à la vitesse de rotation du champ tournant est appelé machine synchrone. Pour l'obtention d'un tel fonctionnement, le champ magnétique rotorique doit être généré soit par des aimants, soit par un circuit d'excitation. Cela dit, qu'en mode permanent la position du champ magnétique rotorique est alors fixe par rapport au rotor, ceci impose une vitesse de rotation identique entre le rotor et le champ tournant statorique [3].

- Le stator : ou l'induit est la partie fixe de la machine, il se compose de trois enroulements parcourus par des courants alternatifs décalés de  $120^\circ$  dans l'espace et dans le temps, logés dans les encoches du circuit magnétique fixe [4].

- Le rotor : ou inducteur est la partie mobile de la machine se compose d'aimants permanents. Ce dernier présente l'avantage d'éliminer les balais et les pertes rotoriques, ainsi que la nécessité d'une source pour fournir le courant d'excitation. Cependant, on ne peut pas contrôler l'amplitude du flux rotorique [5].

Il existe deux types de rotor, ayant pour rôle de générer le champ d'induction rotorique. Les rotors à pôles lisses et les rotors à pôles saillants.



### 1.2.2 Structure générale de la MSAP

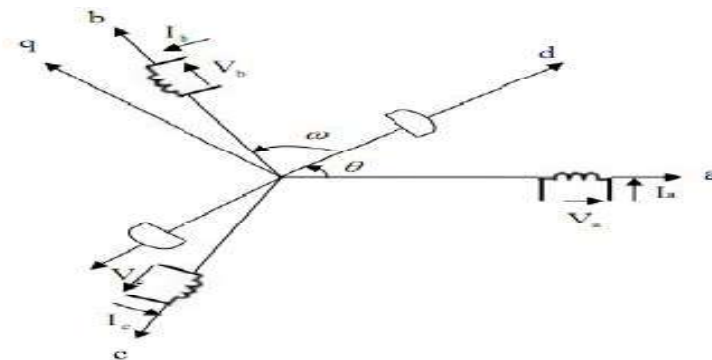
Le moteur synchrone est constitué de deux parties, une partie mobile où rotor constituant l'inducteur, et une partie fixe ou stator portant des enroulements constituant l'induit. La mince zone localisée entre ces deux éléments est appelée entrefer.

Le stator d'une machine synchrone triphasé est constitué de trois enroulements identiques décalés de  $120^\circ$  dans l'espace, logés dans les encoches du circuit magnétique fixe. Ce dernier est feuilleté afin de réduire les courants de Foucault et de limiter les pertes dans le fer.

Il est généralement construit en tôle à base d'alliage fer silicium qui permet l'obtention d'une induction élevée [6].

Au rotor, les enroulements parcourus par un courant continu (dans le cas de la machine à rotor bobiné) sont remplacés par des aimants permanents alternant pôles nord et pôles sud. Le flux inducteur balaye les enroulements statorique et y induit des forces électromotrices (f.e.m) alternatives. L'interaction des champs statorique et rotorique donne naissance à un couple sur l'arbre du moteur et entraîne le moteur à vitesse de rotation synchrone.

La figure (1.1) Présente une machine synchrone à aimants en surface.



**Figure 1.1** Représentation d'une machine synchrone à aimant permanent

### 1.2.3 Différentes structures de machines synchrone à aimants permanents

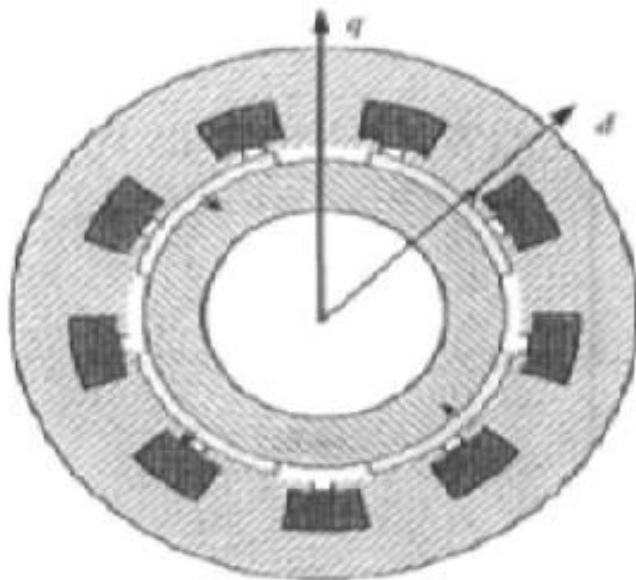
- Les structures des machines synchrones à aimants permanents sont classées suivant la disposition des aimants sur le rotor.
- Leurs différentes configurations incluent les machines à flux radial (REPM) et à flux axial (AFPM).
- Celles-ci peuvent être alimentées, soit par des courants sinusoïdaux

- Dans le cas des MSAP ou par des courants en créneaux dans le cas BDCM.
- Une vue schématique des deux types de machines a aimants, a flux radial et a flux axial.

#### 1.2.4 Catégories de la MSAP

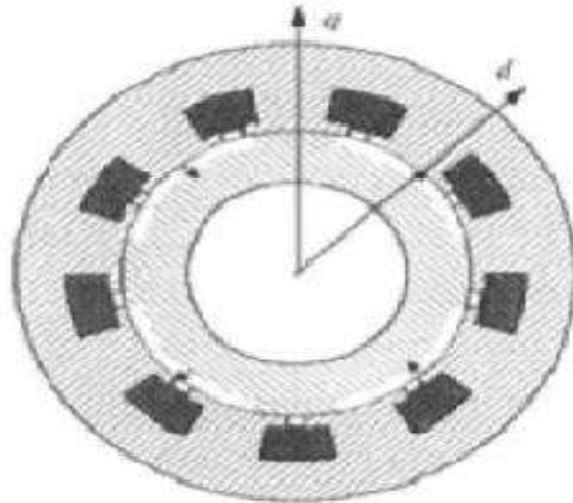
Il existe quatre catégories de machines synchrones à aimants permanents du point de vue construction mécanique :

- Machines synchrones à aimants permanents montés en surface (MSAPS) : Cette structure est la plus simple à construire parce que des aimants permanents à aimantation radiale sont disposés directement sur la périphérie du rotor. Les aimants ont généralement une forme de tuile et sont collés sur une culasse cylindrique. Cette structure de machine rentre dans la catégorie des machines à pôles lisses.



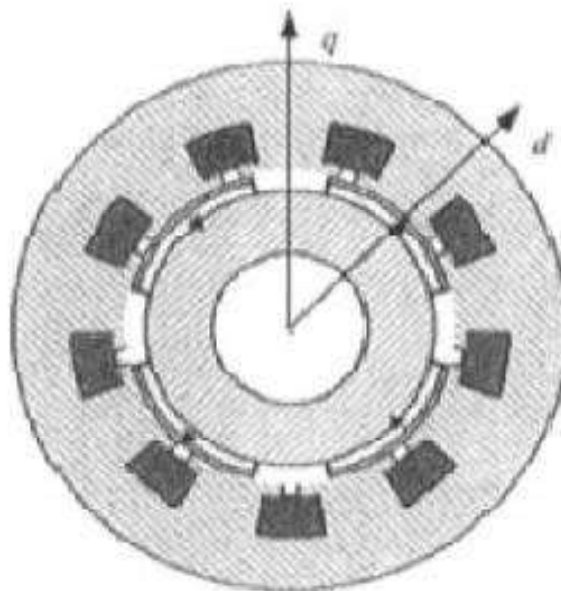
**Figure 1.2** Machine synchrone à aimants permanents montés en surface

- Machine synchrones à aimants permanents insérés (MSAPI) : A partir de la structure précédente, on entaille des logements pour insérer les aimants permanents dans le rotor afin de faciliter l'assemblage mécanique. Les parties de fer entre les aimants permanents sont des espaces inter polaires qui rajoutent de la saillance. Toutefois, les caractéristiques de cette structure restent fondamentalement proches de la MSAPS.



**Figure.1.3** Machine synchrone à aimants permanents insérés

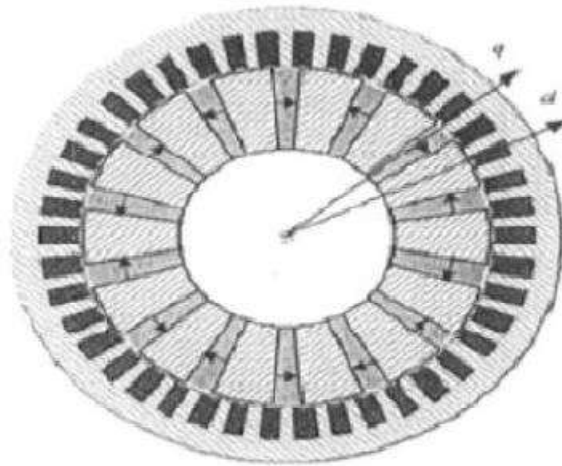
- Machines synchrones à aimants permanents chapeautés (MSAPC) : Cette structure est déduite de celles avec des aimants permanents montés en surface. On place sur les aimants des pièces polaire généralement en acier doux. La combinaison des aimants et des pièces polaires crée une anisotropie du rotor et rajoute une saillance. Les pièces polaires permettent de contrôler la forme de la f.e.m au stator en agissant sur le profil de la pièce.



**Figure 1.4** Machine synchrone à aimants permanents chapeautés

- Machines synchrones à aimants permanents enterrés (MSAPE) : Le principe de cette structure est d'augmenter l'induction magnétique dans l'entrefer par rapport à

l'induction rémanente des aimants permanents. En fait, les pièces polaires canalisent le flux généré par les aimants permanents à aimantation tangentielle dont la surface latérale est supérieure à la demi-surface de la pièce polaire prise au niveau de l'entrefer [7].



**Figure 1.5** Machines synchrones à aimants permanents enterrés

### 1.2.5 Avantages de la MSAP

Lors de construction des machines synchrones à aimants permanents (MSAP) l'utilisation des aimants permanents à la place des bobinages d'excitation offrent beaucoup d'avantage [8],[9]:

- suppression de l'alimentation du rotor (absence du contact bague balais).
- moins des pertes de cuivre, les pertes viennent surtout du stator.
- facteur de puissance et rendement du moteur est améliorées.
- une faible inertie et un couple massique élevé.
- une meilleure performance dynamique.
- construction et maintenance plus simple.
- pas d'échauffement au rotor, et absence des pertes joules.

Le choix des aimants permanents dépend des facteurs suivants:

- Performance du moteur.
- Poids du moteur.
- Dimension du moteur.
- Rendement du moteur.
- Facteur économique.

**1.2.6 Inconvénients de la MSAP**

➤ Commutateur mécanique remplacé par une autre électronique, ce qui a pour effet de rendre le contrôle du moteur plus complexe et coûteux que celui d'un moteur à courant continu.

➤ Prix des aimants le rend plus cher.

➤ La présence de pulsation de couple.

➤ Risque de désaimantation, ce qui limite l'utilisation par les des contraintes comme la température max, courant max....etc.

➤ Pertes par courant de Foucault dans les aimants.

**1.2.7 Les domaines d'application de MSAP**

Maintenant on présente des exemples d'application des MSAP utilisées dans différentes plages de puissance.

Applications aux petites puissances ( $P < 600\text{W}$ ) :

- Micro Ventilateur
- Disque Dur
- Fraise de dentiste
- Programmeur Mécanique

Applications aux moyennes puissances ( $500\text{W} < P < 100\text{kW}$ ) :

- Vélo a assistance
- Voiture électrique (Toyota Prius)
- Machine outil
- Robot industrie

Applications aux fortes puissances

- Traction ferroviaire
- Propulsion navale

## 1.3 Comparaison entre le MSAP et les autres machines électriques :

MACHINE	CARACTERISTIQUES
<b>MSAP</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ excitation assurée par les aimants.</li> <li>➤ pertes associées à la composante magnétisante négligeable.</li> <li>➤ possibilité de fonctionnements à des facteurs de puissance élevés.</li> <li>➤ dégradation des performances avec l'augmentation de la température.</li> <li>➤ possibilité démagnétisation des aimants (température, pic de courant, dé fluxage...).</li> <li>➤ assemblages aimants.</li> <li>➤ Coût.</li> </ul>
<b>Machine synchrone conventionnelle</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ exige une alimentation auxiliaire à courant continue pour alimenter le circuit d'excitation.</li> <li>➤ commande très complexe.</li> <li>➤ faible couple volumique.</li> <li>➤ mauvais rendement global.</li> <li>➤ mauvais facteur de puissance.</li> <li>➤ pertes Joules au rotor difficiles à évacuer.</li> <li>➤ Robuste.</li> <li>➤ faible coût de réalisation.</li> <li>➤ faible d'ondulation de couple.</li> </ul>

#### **1.4 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons présenté les machines synchrones à aimants permanents, sa constitution fondamentale (partie induit et partie inducteur) et puisque nous pouvons distinguer les différents types de machine synchrones a aimants permanents par la structure de leur rotor. Ainsi on a mis en évidences les avantages, inconvénients et les applications.

Après ce chapitre on voir le deuxième chapitre une modélisation et des simulations d'une machine synchrone à aimants permanents.

Chapitre 2 :

Modélisation de la  
machine synchrone  
à aimant permanent

MSAP



## **2.1 Introduction**

La modélisation du MSAP est souvent établie par des équations différentielles non linéaires qui modélisent trois parties essentielles à savoir : électrique, magnétique et mécanique. La phase de linéarisation de ces équations autour d'un point de fonctionnement nominal de la machine est ensuite effectuée tout en respectant des hypothèses imposées a priori sur la machine à modéliser. Le modèle de synthèse, qui est fourni à partir de cette étape, est souvent présenté dans un repère tridimensionnel dont la détermination du contrôleur devienne assez difficile de point de vue pratique.

A cet effet, l'objet de ce chapitre s'articulera sur la modélisation du MSAP dans laquelle on présentera, tout d'abord, le modèle de synthèse dans un repère tridimensionnel. Ensuite, un modèle simplifié de la machine à commander sera développé en utilisant la transformation de Park avec laquelle les équations électrique, magnétiques et mécaniques de la machines seront présentées dans un repère bidimensionnel.

Finalement, la validité de ce modèle sera montrée via une partie de simulation qui sera introduite à la fin de ce chapitre.

## **2.2 Modélisation du MSAP**

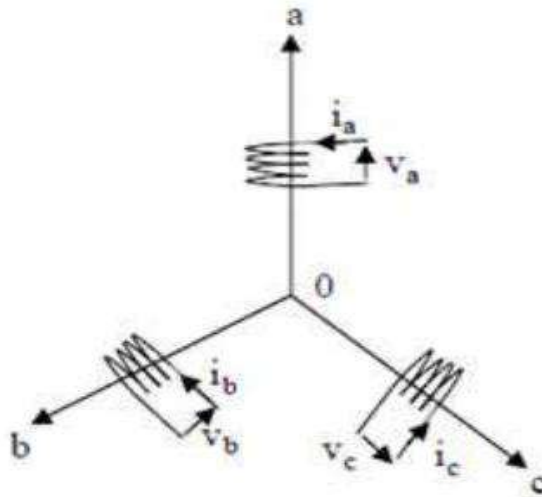
### **2.2.1 Hypothèses simplificatrices**

Le modèle linéaire, qui décrit le comportement réel de la machine synchrone à aimant permanent à commander, doit être développé tout en satisfaisant les hypothèses simplificatrices résumées comme suit [11] :

- La répartition des forces magnétomotrice est considérée sinusoïdale.
- L'effet de la température est négligé.
- Le circuit magnétique de la machine n'est pas saturé.
- L'effet d'amortissement au rotor est négligé.
- Les irrégularités de l'entrefer dues aux encoches statoriques sont ignorées.
- Les phénomènes d'hystérésis et les courants de Foucault sont négligés.
- Les couplages capacitifs entre les enroulements sont négligés.

**2.2.2 Représentation du MSAP dans l'axe triphasé a, b, c**

Le modèle mathématique du MSAP est similaire à celui d'une machine synchrone conventionnelle en utilisant le repère tridimensionnel ci-dessous :



**Figure 2.1** Schéma équivalent d'un MSAP dans le repère (a-b-c)

A partir de la figure (2.1), le comportement réel du MSAP peut être présenté par trois types d'équations à savoir : électrique, électromagnétique et mécanique.

**2.2.2.1 Equations électriques**

Elles sont définies par les tensions statoriques et les tensions rotoriques présentées dans un repère fixe lié au stator et au rotor respectivement, on obtient donc :

**a. Tensions statoriques**

Au niveau du stator du MSAP, la matrice des tensions statoriques  $[V_{abc}]_s$  est définie par :

$$[V_{abc}]_s = [R_s] \cdot [I_{abc}]_s + \frac{d}{dt} [\phi_{abc}]_s \tag{2.1}$$

Où :

- $[V_{abc}]_s = [V_a \quad V_b \quad V_c]^T$  dénote le vecteur des tensions statoriques.
- $[I_{abc}]_s = [I_a \quad I_b \quad I_c]^T$  dénote le vecteur des courants statorique.
- $[\phi_{abc}]_s = [\phi_a \quad \phi_b \quad \phi_c]^T$  dénote le vecteur des flux statorique.
- $[R_s]$  dénote la matrice des résistances statoriques définie par :

$$[R_s] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

### 2.2.2.2 Équations magnétiques

Elles sont définies par les flux statoriques et les tensions rotoriques présentées dans un repère fixe lié au stator et au rotor respectivement, on obtient donc :

#### a. Flux statorique

Au niveau du stator du MSAP, la matrice des flux statoriques  $[\phi_s]$  est définie par :

$$[\phi_s] = [L_s][I_s] + [M_{sf}][I_f] \quad (2.3)$$

De l'équation (2.3), la matrice d'inductance du stator est définie comme suit :

$$[L_s] = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 \\ 0 & 0 & L_s \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Elle contient des termes constants que nous regroupons dans la matrice  $[L_{s_0}]$  et des termes variables dépendant de l'angle  $\theta$  que nous regroupons dans la matrice  $[L_{s_2}(\theta)]$ . On obtient alors :

$$[L_s] = [L_{s_0}] + [L_{s_2}] \quad (2.5)$$

Sachant que :

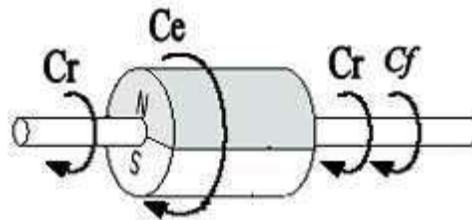
$$\left\{ \begin{array}{l} [L_{s_0}] = \begin{bmatrix} L_{s_0} & M_{s_0} & M_{s_0} \\ M_{s_0} & L_{s_0} & M_{s_0} \\ M_{s_0} & M_{s_0} & L_{s_0} \end{bmatrix} \\ [L_{s_2}] = L_{s_2} \begin{bmatrix} \cos(2\theta) & \cos 2(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos 2(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ \cos 2(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos 2(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \cos(2\theta) \\ \cos 2(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \cos(2\theta) & \cos 2(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (2.6)$$

Avec :

- $M_{s_0}$  : représente l'inductance mutuelle entre deux phases statoriques.
- $L_{s_0}$  : représente l'inductance propre d'une phase statorique.
- $\theta$  : caractérise la position angulaire du rotor par rapport au stator.

### 2.2.2.3 Equation mécanique

Cette équation importante devienne indispensable afin de compléter le modèle mathématique du MSAP. Elle contient deux couples mécaniques agissant sur le rotor de la machine (voir la figure (2.2)).



**Figure 2.2** Différents couples qui agissent sur le rotor

A partie de la Figure (2.2), l'équation mécanique du MSAP est définie par :

$$J \cdot \frac{d\Omega}{dt} = C_e - C_r - C_f \quad (2.7)$$

Avec :

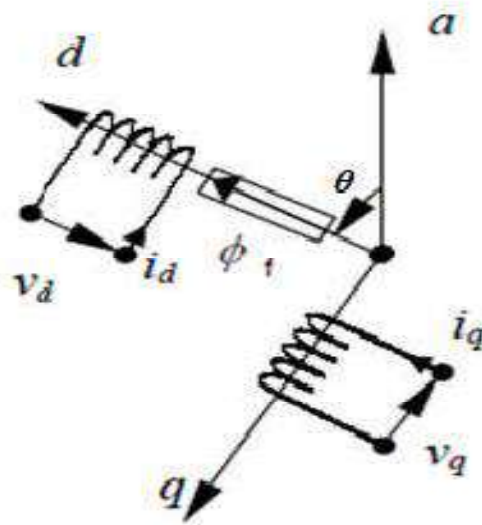
$$C_f = f_r \cdot \Omega \quad (2.8)$$

- $J$ : représente le moment d'inertie de la partie tournante.
- $\Omega$ : représente la vitesse mécanique du rotor.
- $C_e$ : représente le couple électromagnétique de la machine.
- $C_f$ : représente le couple de frottement.
- $C_r$ : représente le couple résistant agissant sur l'arbre de la machine.
- $f_r$ : représente le coefficient de frottement visqueux.

### 2.2.3 Représentation du MSAP dans le repère biphasé (d, q)

Le modèle diphasé de MSAP s'effectue par une transformation du repère triphasé réel en un repère biphasé fictif, qui n'est en fait qu'un changement de base sur les grandeurs physiques (tensions, flux, et courants), il conduit à des relations indépendantes de l'angle et à la réduction d'ordre des équations de la machine à modéliser. Noter ici que la transformation la plus connue dans la pratique est celle du Park. Dans ce cas, le repère (d, q) peut être fixé, soit par rapport au stator, au rotor ou par rapport au champ tournant. Cette fixation est

effectuée en fonction de l'objectif de l'application à atteindre. A cet effet, la Figure (2.3) présente le MSAP en modèle vectoriel (modèle de Park).



**Figure 2.3** Représentation équivalente dans le repère de Park

A partir de la figure (2.3) l'axe de repère, noté ici par  $oa$  est fixé et les deux axes restant notés ici par  $od$  et  $oq$  peuvent être se tournés avec la vitesse de synchronisme  $\omega$ . Par conséquent, la transformation de Park est définie comme suit:

$$[X_{dq0}] = [P(\theta)] \cdot [X_{abc}] \quad (2.9)$$

De l'équation (2.9), le vecteur  $X$  peut représenter un vecteur de courants, de tensions ou de flux. De plus, l'angle  $\theta$  représente ici la position du rotor. Les termes  $X_d$  et  $X_q$  représentent les composantes longitudinale et transversale des variables statoriques (tensions, courants, flux et inductances). Finalement, La matrice  $[P(\theta)]$  qui permette la transformation désirée est celle donnée par :

$$[P(\theta)] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

D'où :

$$\begin{bmatrix} X_d \\ X_q \\ X_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix}$$

Si cette matrice est non singulière, sa matrice inverse est donc définie comme suit:

$$[P(\theta)]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Autrement dit :

$$\begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 1 \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_d \\ X_q \\ X_0 \end{bmatrix}$$

De l'équation (2.11), si cette transformation est effectuée par rapport au stator, dans ce cas l'angle  $\theta$  est choisie égale à  $\theta = \theta_s$ . Cependant, si cette transformation est effectuée par rapport au rotor, on doit choisir  $\theta = \theta_r$ . La machine est supposée être connectée en étoile et forme donc un système équilibré  $I_a + I_b + I_c = 0$ . De plus, la composante homopolaire désignée par la troisième ligne de la matrice (2.10) est souvent nulle.

### 2.3 Passage du repère $dq$ au repère $\alpha\beta$

Le passage aux composantes de Park est donné par une matrice de rotation définie comme suit :

$$[X_{\alpha\beta}] = [R] \cdot [X_{dq}] \quad (2.12)$$

Avec :

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$\text{D'où : } \begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_d \\ X_q \end{bmatrix}$$

## 2.4 Modélisation du MSAP dans le repère de *Park*

En appliquant la transformation de Park au système d'équation du MSAP, on peut exprimer tous les vecteurs de courants, de tensions et de flux dans un repère lié au rotor. On obtient donc :

### 2.4.1 Equations électriques

$$\begin{cases} V_d = R_s \cdot I_d + \frac{d\phi_d}{dt} - \omega_r \cdot \phi_q \\ V_q = R_s \cdot I_q + \frac{d\phi_q}{dt} + \omega_r \cdot \phi_d \end{cases} \quad (2.14)$$

Avec :

- $\omega_r = p \cdot \Omega$  est la vitesse électrique de rotation.

### 2.4.2 Equations magnétiques

Les flux peuvent être réécrits par les équations suivantes:

- Sur l'axe  $d$ , on aura:

$$\phi_d = L_d \cdot I_d + \phi_f \quad (2.15)$$

Avec  $\phi_f$  est la constante indiquant le champ dû à l'aimantation permanente du rotor.

- Sur l'axe  $q$ , on aura :

$$\phi_q = L_q \cdot I_q \quad (2.16)$$

En remplaçant les deux équations (2.15) et (2.16) dans le système d'équation (2.14), on obtient :

$$\begin{cases} V_d = R_s \cdot I_d + L_d \cdot \frac{di_d}{dt} - \omega_r \cdot L_q \cdot I_q \\ V_q = R_s \cdot I_q + L_q \cdot \frac{di_q}{dt} + \omega_r \cdot (L_d \cdot I_d + \phi_f) \end{cases} \quad (2.17)$$

D'où, le vecteur des courants rotoriques est représenté dans l'axe  $d$ - $q$  comme suit :

$$\begin{cases} \frac{dI_d}{dt} = -\frac{R_s}{L_d} \cdot I_d + \omega_r \cdot \frac{L_q}{L_d} \cdot I_q + \frac{1}{L_d} \cdot V_d \\ \frac{dI_q}{dt} = -\omega_r \cdot \frac{L_d}{L_q} \cdot I_d - \frac{R_s}{L_q} \cdot I_q + \frac{1}{L_q} \cdot V_q - \frac{1}{L_q} \cdot \phi_f \cdot \omega_r \end{cases} \quad (2.18)$$

### 2.4.3 Expression du couple électromagnétique

Le couple électromagnétique est exprimé par la dérivée partielle de l'énergie électromagnétique par rapport à l'angle géométrique de rotation du rotor. On obtient :

$$C_e = \frac{dW_e}{d\theta_{geo}} = p \cdot \frac{dW_e}{d\theta} \quad (2.19)$$

Avec :

- $W_e$ : dénote l'énergie stockée dans le circuit magnétique de l'entrefer.
- $p$  : représente le nombre de pair de pôles de la machine à modéliser.
- $\theta_{geo}$  : dénote l'écart angulaire de la partie mobile (rotor par rapport au stator), tenant compte l'expression  $\theta_{geo} = \frac{\theta_{ele}}{p}$ .

L'expression de la puissance s'écrit comme suit :

$$P(t) = \frac{3}{2}(V_d \cdot I_d + V_q \cdot I_q) \quad (2.20)$$

En remplaçant le système d'équation (2.17) dans l'équation (2.20), il vient donc :

$$P(t) = \frac{3}{2}[R_s(I_d^2 + I_q^2)] + \frac{3}{2}\left[I_d \cdot \frac{d\phi_d}{dt} + I_q \cdot \frac{d\phi_q}{dt}\right] + \frac{3}{2}[\phi_d \cdot I_d - \phi_q \cdot I_q] \quad (2.21)$$

De l'équation (2.21), le premier terme (i.e.,  $\frac{3}{2}[R_s(I_d^2 + I_q^2)]$ ) représente les chutes ohmiques ou les pertes par effet joule, le second terme (i.e.,  $\frac{3}{2}\left[I_d \cdot \frac{d\phi_d}{dt} + I_q \cdot \frac{d\phi_q}{dt}\right]$ ) représente la variation de l'énergie magnétique emmagasinée et finalement, le dernier terme (i.e.,  $\frac{3}{2}[\phi_d \cdot I_d - \phi_q \cdot I_q]$ ) représente la puissance électromagnétique transférée du stator au rotor à travers l'entrefer [13]. Pour le couple électromagnétique, on a l'expression suivante :

$$C_e = \frac{3}{2}p \cdot (L_d - L_q) \cdot I_d \cdot I_q + \frac{3}{2} \cdot p \cdot \phi_f \cdot I_q \quad (2.22)$$

Dans la suite de ce travail, le rotor de la machine est considéré à pôles lisses, i.e. ( $L_d = L_q$ ). Par conséquent, l'expression (2.22), est simplifiée comme suit :

$$C_e = \frac{3}{2} \cdot p \cdot I_q \cdot \phi_f \quad (2.23)$$



**2.4.4 Équations mécaniques**

La conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique dans les machines synchrones à aimant permanent est donnée par la relation suivante :

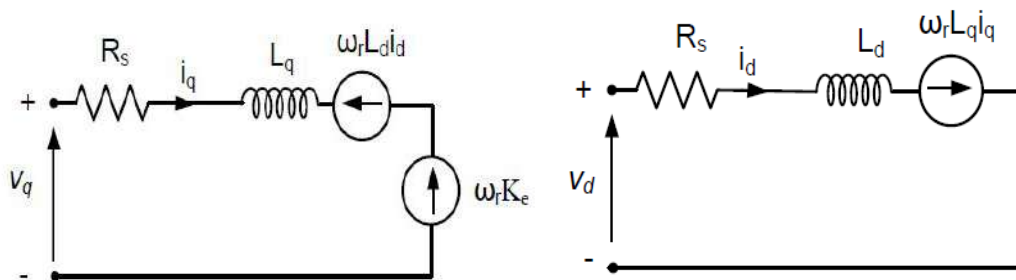
$$J \cdot \frac{d\Omega}{dt} + f_r \cdot \Omega = C_e - C_r \tag{2.24}$$

En remplaçant l'équation (2.23) dans l'équation (2.24). On obtient :

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{3 \cdot p \cdot \phi_f}{2 \cdot J} \cdot I_q - \frac{f_r}{J} \cdot \Omega - \frac{1}{J} \cdot C_r \tag{2.25}$$

**2.5 Schéma électrique équivalent du MSAP en régime transitoire**

La figure (2.4) montre le schéma équivalent en régime transitoire de MSAP dans le repère de Park.



**Figure 2.4** Circuits électrique équivalents du MSAP dans le repère d-q.

Noter ici que le circuit électrique équivalent par phase de la machine synchrone (voir la Figure (2.4)) est exploité pour l'analyse et la simulation numérique des entraînements de ce type de machine en régime transitoire [12].

**2.6 Mise sous forme d'équation d'état**

Dans le modèle non linéaire du MSAP, les deux tensions statoriques  $V_d$  et  $V_q$  sont considérées comme des entrées cependant la vitesse mécanique  $\Omega$  est considérée comme une grandeur de sortie. Le transfert non linéaire reliant les deux grandeurs précédentes est défini par le système d'équation ci-dessous :



### **2.7 Conclusion :**

Dans ce chapitre, nous avons présenté le modèle de synthèse de la machine synchrone à aimant permanent dans le repère triphasée. Ensuite, une transformation dans un repère biphasé est suggérée afin d'élaborer un modèle simplifié pour la phase de synthèse des contrôleurs efficaces stabilisant la boucle de commande de cette machine. Il est important de noter que le choix du référentiel et les transformations triphasé et biphasé permettent d'appliquer des méthodes de commandes très efficaces en présence des incertitudes de modélisation ainsi des effets de bruits de mesure. Une simulation utilisant le logiciel du Simulink/Matlab et introduite à la fin de ce chapitre afin de valider le modèle de synthèse proposé à la machine à commander. Ce modèle permettra de synthétiser des différents contrôleurs pour la commande du MSAP en utilisant stratégie de commande que l'on détaillera dans la suite de ce travail.

Chapitre 3 :  
Commande robuste  
d'ordre non entier  
(CRONE)

### 3.1 Introduction

Tout système modélisé par une équation différentielle utilisant la dérivation d'ordre fractionnaire est appelé système d'ordre fractionnaire. Actuellement, beaucoup de travaux traitent des systèmes ou des phénomènes physiques qui nécessitent l'utilisation de cette théorie du calcul fractionnaire. Des chercheurs essaient de développer de nouveaux outils mathématiques et informatiques qui permettent de manipuler et de simuler les systèmes d'ordre fractionnaire, d'autres tentent de déterminer leurs caractéristiques dynamiques et statiques. Le calcul fractionnaire a un champ d'applications très vaste, par exemples : automatique, électricité, mécanique, viscoélasticité, théorie du contrôle, équation de diffusion, électromagnétique, biologie...

Les contrôleurs proportionnels intégraux-différentiels d'ordre fractionnaire (*FOPID*) ont reçu une attention considérable dans les dernières années à la fois du point de vue académique et industriel. Ainsi, les paramètres du contrôleur fractionnaire sont obtenus via la résolution d'un problème standard de sensibilité mixte, en utilisant l'optimisation non linéaires de type Min-Max.

Dans ce chapitre, on va présenter les définitions de bases des systèmes d'ordre fractionnaire, ainsi que leur représentation et leurs propriétés. On s'intéresse plus particulièrement aux systèmes fondamentaux d'ordre fractionnaire, leurs approximations par des fonctions rationnelles.

### 3.2 Quelques propriétés de la dérivation non entière

Les principales propriétés des opérateurs d'ordre fractionnaires sont les suivantes [13]:

➤ Si  $f(t)$  est une fonction analytique de  $t$ , alors sa dérivée d'ordre fractionnaire est une fonction analytique de  $t$  et  $\alpha$ .

➤ Pour  $\alpha = n$ , ou  $n$  est un entier, l'opérateur,  $D^\alpha f(t)$  donne le même résultat que la différentiation classique d'ordre entier  $n$ .

➤ Pour  $\alpha = 0$ , l'opération  $D^\alpha f(t)$  est l'opérateur identité :  $D^\alpha f(t) = f(t)$ .

➤ La différentiation et l'intégration d'ordre fractionnaire sont des opérations linéaires, vérifiant cette propriété :

$$D^\alpha af(t) + D^\alpha bg(t) = aD^\alpha f(t) + bD^\alpha g(t) \quad (3.1)$$

### 3.3 Représentation des systèmes d'ordre fractionnaire

Les systèmes fractionnaires sont en général représentés par des équations différentielles non entières, mais d'autres description peuvent être utilisées, telle que la représentation diffusive. Dans notre cas nous considérons un système d'ordre non entier, linéaire a temps continu causal et invariant dans le temps décrit par l'approche classique, et représente comme dans le cas entier par trois modelés [14] [15].

- Equation différentielle généralisée.
- Représentation d'état fractionnaire.
- fonction de transfert fractionnaire.

#### 3.3.1 Équation différentielle linéaire d'ordre fractionnaire

Un système linéaire d'ordre fractionnaire peut être représenté par une équation différentielle d'ordre fractionnaire de la forme [14] [15]:

$$\sum_{i=0}^n a_i D^{\alpha_i} y(t) = \sum_{j=0}^m b_j D^{\beta_j} u(t) \quad (3.2)$$

- $D^\gamma = {}_0D_t^\gamma$  désigne la dérivée d'ordre fractionnaire de Riemann-Liouville ou de Caputo [16].
- $u(t)$  et  $y(t)$  sont, respectivement, l'entrée et la sortie du système.
- les ordres des dérivées  $\alpha_i$  (pour  $0 \leq i \leq n$ ) et  $\beta_j$  (pour  $0 \leq j \leq m$ ) ont des nombres réels tel que  $\alpha_n > \alpha_{n-1} > \dots > \alpha_0$  et  $\beta_m > \beta_{m-1} > \dots > \beta_0$ .
- les coefficients  $a_i$  (pour  $i = 0, 1, \dots, n$ ) et  $b_j$  ( pour  $j = 0, 1, \dots, m$ ) sont des nombres réels.

Quand les ordres des dérivées  $\alpha_i$  ( $0 \leq i \leq n$ ) et  $\beta_j$  ( $0 \leq j \leq m$ ) sont multiple du même nombre réel  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ), tel que  $\alpha_i = i\alpha$ , ( $0 \leq i \leq n$ ) et  $\beta_j = j\beta$ , ( $0 \leq j \leq m$ ) et que  $m \leq n$ , le système linéaire d'ordre fractionnaire est dit système linéaire d'ordre fractionnaire commensurable. Alors, l'équation différentielle d'ordre fractionnaire de l'équation (3.2) devienne :

$$\sum_{i=0}^n a_i D^{i\alpha} y(t) = \sum_{j=0}^m b_j D^{j\alpha} u(t) \quad (3.3)$$

#### 3.3.2 Représentation d'état d'un système d'ordre fractionnaire

Comme dans le cas entier, une représentation d'état d'ordre fractionnaire comporte deux équations [17]:

- Une équation d'état d'ordre fractionnaire dans laquelle le vecteur d'état ne fait plus l'objet d'une dérivation unitaire mais d'une dérivation d'ordre fractionnaire réel.
- Une équation d'observation identique à celle du cas entier.

Considérons un système multivariable linéaire à temps invariant. Sa représentation d'état peut être de la forme suivante

$$\begin{cases} D^\alpha x(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (3.4)$$

Où  $u \in R^m$  est le vecteur des entrées,  $x \in R^n$  est le vecteur d'état d'ordre fractionnaire,  $y \in R^m$  est le vecteur des sorties,  $\alpha$  : est l'ordre de dérivation tel que  $0 < \alpha < 1$ ,  $A \in R^{n \times n}$  est la matrice d'état,  $B \in R^{n \times m}$  est la matrice d'entrée,  $C \in R^{m \times n}$  est la matrice de sortie, et  $D \in R^{m \times m}$  est la matrice de transmission directe.

### 3.3.3 Fonction de transfert d'ordre non entier

En appliquant la transformé de la Laplace et la définition de la dérivée d'ordre fractionnaire au sens de Caputo, l'équation (3.4) devient :

$$\begin{cases} s^\alpha X(s) - s^{\alpha-1}x(0) = AX(s) + BU(s) \\ Y(s) = CX(s) + DU(s) \end{cases} \quad (3.5)$$

$$\begin{cases} X(s) = (s^\alpha I - A)^{-1}BU(s) + (s^\alpha I - A)^{-1}s^{\alpha-1}x(0) \\ Y(s) = CX(s) + DU(s) \end{cases} \quad (3.6)$$

Notons que la définition de Caputo est nécessaire si nous voulons que les conditions initiales soient exprimées comme les valeurs des états à l'instant  $t = 0$ . Dans le cas où les conditions initiales sont nulles, l'équation (3.6) devient :

$$\begin{cases} X(s) = (s^\alpha I - A)^{-1}BU(s) \\ Y(s) = (C(s^\alpha I - A)^{-1}B + D)U(s) \end{cases} \quad (3.7)$$

A partir l'équation (3.7) s'écrit :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = (C(s^\alpha I - A)^{-1}B + D) \quad (3.8)$$

Où  $I$  est la matrice identité de dimension  $n \times n$  et  $G(s)$  représente la matrice de fonction de transfert de dimension  $m$  lignes et  $m$  colonnes. Son numérateur et son dénominateur sont des polynômes exprimés en termes de puissance entières de  $s^\alpha$ .

La fonction de transfert du système linéaire d'ordre fractionnaire de l'équation (3.8) est donnée par la fonction suivante :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^{\beta_m} + \dots + b_1 s^{\beta_1} + b_0 s^{\beta_0}}{a_n s^{\alpha_n} + \dots + a_1 s^{\alpha_1} + a_0 s^{\alpha_0}} \quad (3.9)$$

Dans le cas d'un système linéaire d'ordre fractionnaire commensurable, la fonction de transfert de l'équation (3.9) devienne :

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\sum_{j=0}^m b_j (s^\alpha)^j}{\sum_{i=0}^n a_i (s^\alpha)^i} \quad (3.10)$$

### 3.4 Stabilité des systèmes linéaires fractionnaires

Dans la théorie de la stabilité des systèmes linéaires à temps invariant et à dérivée d'ordre entier, nous savons bien qu'un système est stable si les racines du polynôme caractéristique sont à parties réelles strictement négatives, donc situées dans la moitié gauche du plan complexe. Par ailleurs, dans le cas des systèmes fractionnaires linéaires à temps invariant, la définition de la stabilité est différente de celle des systèmes d'ordre entier. En effet, les systèmes fractionnaires ou d'ordre non entier peuvent bien avoir des racines dans la moitié droite du plan complexe et être stables [18].

La stabilité des systèmes fractionnaires a été étudiée dans [19], où des conditions nécessaires et suffisantes ont été obtenues donnant lieu au théorème suivant :

**Théorème 1 :** [19], [20] Considérons le système linéaire fractionnaire d'ordre commensurable suivant :

$$\begin{cases} D_t^\alpha x(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad 0 < \alpha < 2 \quad (3.11)$$

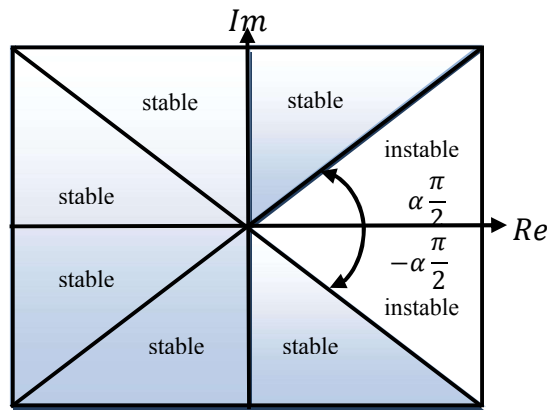
$$x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^m, y(t) \in \mathbb{R}^p, \sigma(A) = \{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$$

Le système (3.11) avec comme entrée  $u(t) = 0$  est stable si et seulement si :

$$|\arg(\lambda_i)| > \frac{\alpha\pi}{2}, \lambda_i \in \sigma(A), i = 1 \dots n \quad (3.12)$$

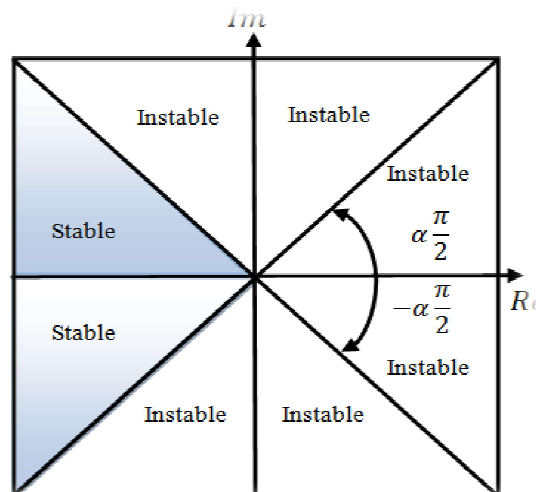
D'après, ce théorème de la stabilité, il en découle les différentes régions ou zones stables et instables, voir figures (3.1) et (3.2).





**Figure 3.1** Régions de stabilité des systèmes d'ordre fractionnaires avec  $0 < \alpha < 1$

L'analyse de la stabilité des systèmes d'ordre fractionnaire a été largement traitée dans [18] dans le cas où  $0 < \alpha < 1$ .



**Figure 3.2** Régions de stabilité des systèmes d'ordre fractionnaires avec  $1 < \alpha < 2$

### 3.5 Commande robuste d'ordre non entier (CRONE)

Le correcteur CRONE (Commande Robuste d'Ordre Non Entier) a été proposé par Oustaloup au début des années 1990. Oustaloup a étudié les algorithmes d'ordre fractionnaire pour la commande des systèmes dynamiques et a montré la supériorité des performances de la commande CRONE sur le PID. L'idée développée pour la synthèse du contrôleur CRONE dans le domaine fréquentiel, vient sans doute des caractéristiques de robustesse que possède la fonction de transfert idéale de Bode, prise comme modèle de référence.

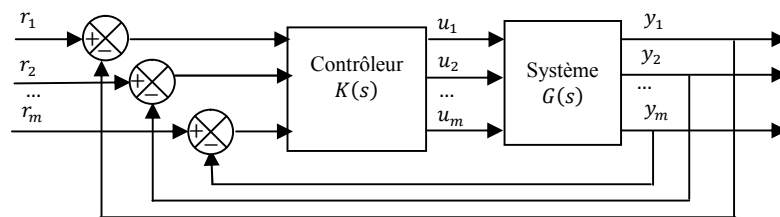
L'objectif est alors d'obtenir en boucle ouverte une marge de phase constante autour de la fréquence de transition (fréquence au gain unité) et par conséquent un dépassement

constant des réponses temporelles aux variations de gain du système. Ce correcteur permettait d'assurer la robustesse de la commande dans une bande de fréquences donnée.

Trois stratégies bien distinctes assurant d'excellentes performances de robustesse ont fait l'objet de développements théoriques et technologiques importants. Chacune d'elles définit une génération de la commande CRONE, 1ère, 2ème et 3ème génération .

### 3.5.1 Contrôleur $PID$ multivariables d'ordre fractionnaire $PI^\lambda D^\mu$

Un système multivariables (MIMO) avec  $p$  entrées et  $q$  sorties est représenté sur la Figure (3.3).



**Figure 3.3** Structure de régulation automatique d'un système MIMO

Les vecteurs  $r = [r_1, r_2, \dots, r_m]^T, u = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T$  et  $y = [y_1, y_2, \dots, y_m]^T$  sont les références, les entrées et les sorties du système, respectivement. Le vecteur d'erreur est  $e = [e_1, e_2, \dots, e_m]^T = r - y$ .

La fonction de transfert de système  $G(s)$  et la fonction de transfert du contrôleur  $K(s)$  avec une dimension compatible sont données par les matrices suivantes :

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & \dots & G_{1m}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & \dots & G_{2m}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{m1}(s) & G_{m2}(s) & \dots & G_{mm}(s) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$K(s) = \begin{bmatrix} K_{11}(s) & K_{12}(s) & \dots & K_{1m}(s) \\ K_{21}(s) & K_{22}(s) & \dots & K_{2m}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{m1}(s) & K_{m2}(s) & \dots & K_{mm}(s) \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Le contrôleur  $PID$  classique pour les systèmes multivariables a été étudié auparavant par plusieurs auteurs. Le régulateur  $PID$  multivariable est défini comme

$$K_{PID}(s) = \begin{bmatrix} K_{P11} + K_{I11} \frac{1}{s} + K_{D11} s & \dots & K_{P1j} + K_{I1j} \frac{1}{s} + K_{D1j} s \\ K_{P21} + K_{I21} \frac{1}{s} + K_{D21} s & \dots & K_{P2j} + K_{I2j} \frac{1}{s} + K_{D2j} s \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{Pi1} + K_{Ii1} \frac{1}{s} + K_{Di1} s & \dots & K_{Pij} + K_{Iij} \frac{1}{s} + K_{Dij} s \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Où  $K_P$ ,  $K_I$  et  $K_D$  sont les gains proportionnels, intégrales et dérivés du contrôleur avec  $i = 1, 2, \dots, m$  et  $j = 1, 2, \dots, m$  sont le nombre d'entres et de sortie respectivement. Dans ce cas, le nombre des paramètres du contrôleur  $PID$  classique égale :

$$n = 3 m \times m = 3m^2 \quad (3.16)$$

Podlubny a proposé une généralisation du régulateur  $PID$  classique, appelé le régulateur  $PID$  d'ordre fractionnaire (FOPID ou  $PI^\lambda D^\mu$ ), plusieurs méthodes ont été proposées pour la conception de ce type de commande. La matrice de transfert du contrôleur  $PI^\lambda D^\mu$  d'ordre fractionnaire dans le domaine temps est donnée sous la forme :

$$K_{FOPID}(s) = \begin{bmatrix} K_{P11} + K_{I11} \frac{1}{s^{\lambda_{11}}} + K_{D11} s^{\mu_{11}} & \dots & K_{P1j} + K_{I1j} \frac{1}{s^{\lambda_{1j}}} + K_{D1j} s^{\mu_{1j}} \\ K_{P21} + K_{I21} \frac{1}{s^{\lambda_{21}}} + K_{D21} s^{\mu_{21}} & \dots & K_{P2j} + K_{I2j} \frac{1}{s^{\lambda_{2j}}} + K_{D2j} s^{\mu_{2j}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{Pi1} + K_{Ii1} \frac{1}{s^{\lambda_{i1}}} + K_{Di1} s^{\mu_{i1}} & \dots & K_{Pij} + K_{Iij} \frac{1}{s^{\lambda_{ij}}} + K_{Dij} s^{\mu_{ij}} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Où :  $\mu_{ij}$ ,  $\lambda_{ij}$  sont les ordres fractionnaires pour les parties intégrales et dérivées.

Dans le cas d'un système monovariabiles  $i$  entrée et  $j$  sortie, le contrôleur est donné par la relation suivante :

$$K_{FOPID}(s) = K_{Pij} + \frac{K_{Iij}}{s^{\lambda_{ij}}} + K_{Dij} s^{\mu_{ij}} \quad (3.18)$$

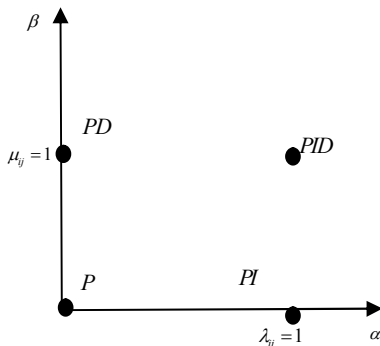


Figure 3.4. a PID classique (conventionnel)

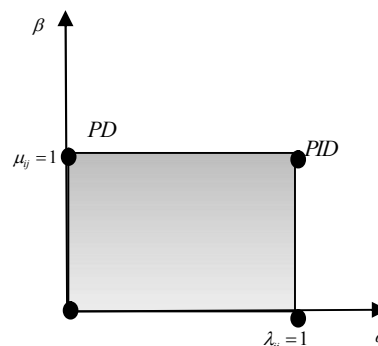


Figure 3.4.b  $PI^\lambda D^\mu$  fractionnaire

Figure 3.4 Commande PID à partir d'un point (a) jusqu'au plan (b)

Pour ajuster les gains du contrôleur *FOPID*, différentes méthodes ont été proposées. Cependant quelques chercheurs ont discuté des manières d'accorder les gains des contrôleurs *FOPID* multivariables et ce sujet est un problème ouvert pour la recherche. Dans cette mémoire, l'algorithme d'optimisation *Fminimax* cette méthode est décrite dans la section suivante utilisé pour ajuster le vecteur des paramètres  $x_c$  suivante :

$$x_c = \left[ K_{P_{11}}, \dots, K_{P_{ij}}, K_{I_{11}}, \dots, K_{I_{ij}}, K_{D_{11}}, \dots, K_{D_{ij}}, \mu_{11}, \dots, \mu_{ij}, \lambda_{11}, \dots, \lambda_{ij} \right]^T \quad (3.19)$$

avec le nombre des paramètres de ce vecteur égale à :

$$n = 5 \times m \times m = 5m^2 \quad (3.20)$$

### 3.5.2 Détermination des paramètres d'un $PI^\lambda D^\mu$ fractionnaire

La détermination des paramètres d'un contrôleur fractionnaire nécessite une optimisation d'un critère de performance, ce dernier peut être donné sous forme d'un ensemble des fonctions non linéaires et non lisses. Suivant les spécifications à satisfaire, le critère à minimiser peut être présenté avec des contraintes de bornes, d'égalités et d'inégalités non linéaires.

#### 3.5.2.1 Spécifications fréquentielles à satisfaire

La synthèse du contrôleur basée sur l'optimisation non linéaire de type Min-Max sous contraintes, dans le but qu'il satisfait les spécifications suivantes :

- $C_1$  : Assurer un bon suivi de référence dans le régime stationnaire pour  $t \rightarrow +\infty$
- $C_2$  : Obtenir une bonne dynamique de rejection des perturbations en basses fréquences.
- $C_3$  : Minimiser l'effet de bruit de mesures du système bouclé en hautes fréquences.
- $C_4$  : Elaborer un contrôleur robuste avec un minimum de paramètres construisant son transfert.
- $C_5$  : Garantir la stabilité interne quel que soit les erreurs de modélisation affectant le système.

### 3.5.3 Résoudre d'un problème d'optimisation par la fonction *Fminimax*

L'application de cette fonction nécessite le formalisme standard suivant :

$$x_c^* = Fminimax(f(x_c), x_{c0}, A_{eq}, B_{eq}, A_{ineq}, B_{ineq}, L_B, U_b, Nonlin, options) \quad (3.24)$$

Le critère à minimiser est donc défini par la relation suivante:  $\min_{x_c} f(x_c)$

Sujet à :

$$\begin{cases} A_{eq} \cdot x_c + B_{eq} \\ A_{ineq} \cdot x_c \leq B_{ineq} \\ L_B \leq x_c \leq U_B \\ C_{non\_lin\_eq}(x_c) = 0 \\ C_{non\_lin\_ineq}(x_c) \leq 0 \end{cases} \quad (3.25)$$

Les données de cette fonction sont définies comme suites:

➤ *Nonlin* : représente toutes les contraintes non linéaires d'égalités et d'inégalités, cette fonction est présentée sous la forme :

$$Nonlin = [C_{non\_lin\_ineq} \quad C_{non\_lin\_eq}]$$

➤  $A_{eq}$  C'est une matrice réelle qui représente tous les coefficients du vecteur des variables de décision, et  $B_{eq}$  le vecteur correspondant. L'ensemble cité précédemment englobe toutes les contraintes linéaires d'égalités.

➤  $A_{ineq}$  C'est la matrice définissant toutes les contraintes linéaires d'inégalités, et  $B_{ineq}$  le vecteur correspondant.

➤  $L_B$  et  $U_B$  sont respectivement les limites supérieures et inférieures limitant le vecteur  $x_c$ . Cet ensemble englobe toutes les contraintes de bornes ou de saturations.

➤  $x_{c_0}$  est une initialisation de l'algorithme d'optimisation qui doit choisir avec précaution. Une mauvaise initialisation de ce dernier peut conduire à une divergence de la solution de cet algorithme.

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un état de l'art sur les systèmes à dérivée non entière. En effet, on a introduit la théorie de la dérivation non entière et les propriétés de la dérivée fractionnaire, comme l'équation différentielle généralisée, le modèle fonction de transfert non entier ainsi que sa représentation d'état. En fin, pour terminer ce chapitre, nous avons présenté un état l'art sur la commande robuste d'ordre non entier et les paramètres de contrôleur fractionnaire sont obtenus via la minimisation d'un critère de sensibilité mixte en utilisant l'algorithme d'optimisation non linéaire de type Min-Max sous contraintes.

Chapitre 4 :  
Commande PID  
d'ordre fractionnaire  
d'un MSAP

### 4.1 Introduction

Ce chapitre propose contrôleur  $PI^\lambda D^\mu$  fractionnaire de moteur synchrone à aimants permanents. en utilisant la méthode d'essai et d'erreur. Afin d'améliorer le contrôle de la qualité du système MSAP, non linéaire, solide système de couplage du contrôleur robuste de MSAP a été conçu. L'idée clé derrière la méthode proposée est la formulation du problème de conception  $PI^\lambda D^\mu$  d'ordre fractionnaire pour le système MSAP comme un problème d'optimisation avec la fonction objective incluant intégrale du temps pondéré erreur absolue, ce qui permet de satisfaire certaines spécifications de performance tels que: un bon suivi du point de consigne, une satisfaisante charge le rejet des perturbations.

Ce chapitre donc présente la commande vectorielle appliquée à la MSAP. Les boucles des courants et la boucle de vitesse sont régulées à l'aide de correcteurs classique PI. Des résultats de simulation sont présentés pour montrer les performances de la régulation proposée.

### 4.2 Analyse de robustesse en présences de diverses entrées exogènes

Considérons le schéma typique de la configuration d'un système en boucle fermée représenté par la Figure (4.1), où  $G(s)$  représente le modèle du système à commander et  $K(s)$  le contrôleur dont le rôle est de générer les commandes à appliquer à partir des sorties observées et des signaux de référence [22]. On obtient :

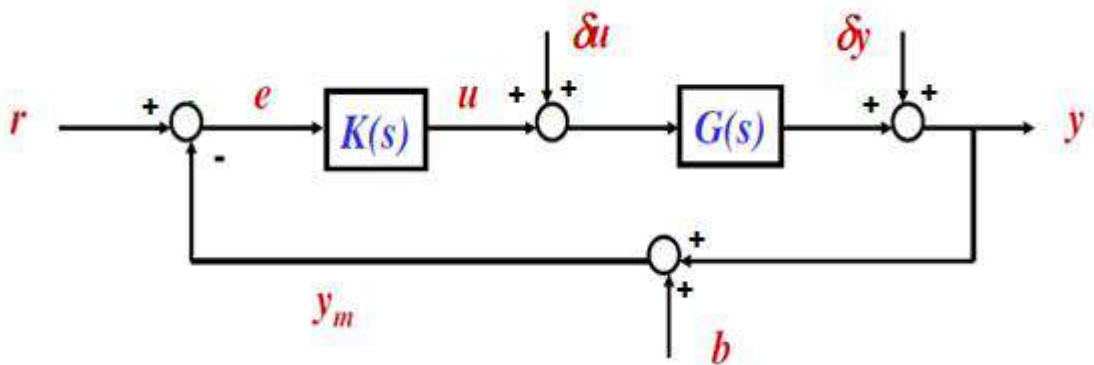


Figure 4.1 Schéma bloc d'un système asservi multivariable.

Avec :

- $G(s)$ : représente la matrice de transfert du système.
- $K(s)$  : représente la matrice de transfert du correcteur à synthétiser.
- $\delta u$  : représente l'entrée de perturbation ramenée en entrée du système.

- $\delta y$  : représente le vecteur d'entrée de perturbation ramenée en sortie du système.
- $r$  : représente le vecteur d'entrée de consigne ou de référence.
- $b$  : représente le vecteur d'entrée de bruit de mesure.
- $u$  : représente le vecteur d'entrée de commande.
- $e$  : représente le vecteur d'erreur d'asservissement ou de poursuite.
- $y$  : représente le vecteur de sortie.
- $y_m$  : représente le vecteur de mesure de la sortie.

De la figure (4.1) on peut tirer les relations suivantes :

$$e(s) = r - y_m = r - (y + b) \quad (4.1)$$

$$y(s) = \delta y + G[\delta u] + GK[e] = \delta y + G[\delta u] + GK[r - y - b] \quad (4.2)$$

De l'équation (4.2), le vecteur de sortie globale du système bouclé est réécrit en fonction des matrices de sensibilités comme suit :

$$y(s) = S_d[\delta y] + S_d G[\delta u] + S_c[r - b] \quad (4.3)$$

Avec :  $S_d(s)$  et  $S_c(s)$  représentent les matrices de sensibilité en sortie et de sensibilité complémentaires en sorties. Ces dernières sont définies comme suit :

$$S_d(s) = (1 + GK)^{-1} \quad (4.4)$$

$$S_c(s) = (1 + GK)^{-1} GK = 1 - S_d \quad (4.5)$$

De l'équation (4.1), le vecteur d'erreur est réécrit en fonction des matrices de sensibilités comme suit :

$$e(s) = r - (y + b) = r - \delta y - b - G[\delta u] - GK[e] \quad (4.6)$$

$$e(s) = S_d[r - \delta y - b] - S_d G[\delta u] \quad (4.7)$$

D'où :

$$e(s) = r - y = S_d[r - \delta y] + S_c[b] - S_d G[\delta u] \quad (4.8)$$



De la même manière, le vecteur de commande est réécrit en fonction des matrices de sensibilités comme suit :

$$u(s) = K[r - \delta y - b] - KG[\delta u] - KG[u] \tag{4.9}$$

$$u(s) = -S_c[\delta y] + S_d K[r - \delta y - b] \tag{4.10}$$

Avec  $S_d(s)$  et  $S_c(s)$  représentent les matrices de sensibilité en entrée et de sensibilité complémentaires en entrée. Ces dernières sont définies comme suit :

**Sensibilité directe**

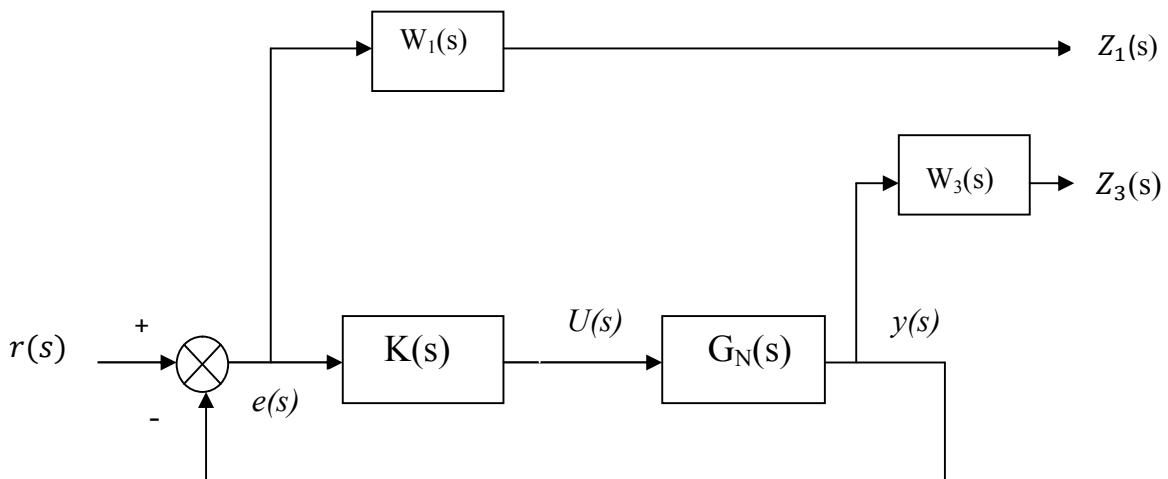
$$S_d(s) = (1 + KG)^{-1} \tag{4.11}$$

**Sensibilité complémentaire**

$$S_c(s) = (1 + KG)^{-1}KG = 1 - S_d \tag{4.12}$$

**4.3 Synthèse du contrôleur robuste**

Dans ce cadre, on veut construire un correcteur robuste  $H_\infty$  afin d'asservir le modèle MIMO du MSAP. Le rôle de ce régulateur est de maintenir le vecteur de sorties égal au vecteur de références imposées malgré la présence des perturbations internes ou externes. Le schéma fonctionnel du contrôle par la méthode  $H_\infty$  est donné par :



**Figure 4.2** Boucle de régulation de la vitesse de MSAP par régulateur  $H_\infty$

Avec :

- $W_1(s)$  : représente la matrice des spécifications sur les performances nominales.

- $W_3(s)$ : représente la matrice de spécification sur la stabilité robuste.

#### 4.3.1. Choix des fonctions de pondérations

Comme nous l'avons signalé auparavant que, pour calculer un correcteur  $H_\infty$ , il faut tout d'abord déterminer une structure ainsi que des gabarits qui permettent de définir des spécifications (temps de réponse en boucle fermée, erreur statique...).

##### a. Choix de la pondération $W_1$

Le choix de la pondération  $W_1$  permet de fixer les performances nominales du système en boucle fermée de manière à minimiser l'effet des perturbations sur le vecteur de sortie du système et l'erreur de poursuite représentant l'écart entre le vecteur de consigne et celui de sortie. Cette matrice rejette la perturbation à la gamme de basse fréquence. La forme classique utilisée pour  $W_1$  est définie comme suite :

$$W_1(s) = \text{diag} \left( \frac{\frac{s}{M_s} + W_B}{s + W_B \cdot \xi_s} \right) \quad (4.13)$$

Avec  $M_s, W_B, \xi_s$  sont des constantes données par l'utilisateur,  $\text{diag} \left( \frac{\frac{s}{M_s} + W_B}{s + W_B \cdot \xi_s} \right)$  représente la matrice diagonale dont les éléments diagonaux sont égaux transfert  $\left( \frac{\frac{s}{M_s} + W_B}{s + W_B \cdot \xi_s} \right)$ .

##### b. Choix de la pondération $W_3$

Le choix de la pondération  $W_3$  permet d'accentuer la pente d'atténuation en haute fréquence ('roll off'), c'est-à-dire, Elle permette de rejeter des bruits en haute fréquence et prévenir d'une éventuelle saturation du vecteur de commande, afin d'améliorer la performance en haute fréquence du système en boucle fermée [23]. La forme classique utilisée pour  $W_3$  est définie comme suite :

$$W_3(s) = \text{diag} \left( \frac{\frac{s}{W_{BT}} + \frac{1}{M_T}}{\frac{\xi_T}{W_{BT}} \cdot s + 1} \right) \quad (4.14)$$

Avec  $M_T, W_{BT}, \xi_T$  sont des constantes données par l'utilisateur,  $\text{diag} \left( \frac{\frac{s}{W_{BT}} + \frac{1}{M_T}}{\frac{\xi_T}{W_{BT}} \cdot s + 1} \right)$  représente la matrice diagonale dont les éléments diagonaux sont égaux le transfert  $\left( \frac{\frac{s}{W_{BT}} + \frac{1}{M_T}}{\frac{\xi_T}{W_{BT}} \cdot s + 1} \right)$ . De plus, la

pondération  $W_3$  doit être choisie de telle sorte qu'elle majore toutes les incertitudes de modélisation.

#### 4.4 Conditions de robustesse sur la stabilité et sur les performances

Un système multivariable est dit robuste si sa stabilité et ses performances sont moins affectées par les perturbations causées par les erreurs de modélisation.

##### 4.4.1 Conditions de robustesse sur la stabilité robuste

D'après le théorème des faibles gains cité précédemment, le modèle perturbé (réel), est robuste en stabilité si les valeurs singulières maximales du modèle nominal en boucle fermée, sont inférieures aux valeurs singulières maximales de l'inverse de la spécification sur la stabilité [24].

$$\sigma_{\max}[S_c(s)] \leq \sigma_{\max}[w_3(s)^{-1}] \quad (4.15)$$

##### 4.4.2 Conditions de robustesse sur les performances nominales

La condition de robustesse sur les performances nominales d'un système bouclé est donnée par la relation ci-dessous:

$$\sigma_{\max}[S(s)] \leq \sigma_{\max}[w_1(s)^{-1}] \quad (4.16)$$

#### 4.5 Problème d'optimisation

Dans la suite de ce travail, nous verrons que la matrice de transfert du contrôleur robuste sera déterminée via la minimisation de la norme  $H_\infty$  d'un critère fourni par LFT inférieure  $F_\ell(P, K)$ , on aura donc la relation suivante [24] :

$$K_\infty = \min \left\| \begin{array}{c} W_1(s) \cdot S_d(s) \\ W_3(s) \cdot S_c(s) \end{array} \right\|_\infty$$

#### 4.6 Commande vectorielle

La commande vectorielle définit aussi par "commande par orientation du flux" et notée FOC (Field oriented control).

Cette dernière a été proposée en 1971 par Blashk . L'idée fondamentale de cette stratégie est d'assimiler le comportement de la machine synchrone à celui d'une machine à courant continu, c'est-à-dire un modèle linéaire et découplé ce qui permet d'améliorer son comportement dynamique.

### 4.6.1 Principe

Le principe de la commande vectorielle est identique à celui de la commande d'une machine à courant continu à excitation séparée. Elle consiste à régler le flux par une composante du courant et le couple par l'autre composante. Il faut donc, choisir un système d'axe  $(d,q)$  et une loi de commande qui assure le découplage du flux et du couple.

La stratégie de commande la plus souvent utilisée est celle qui consiste à maintenir le courant  $I_d$  à une valeur nulle. Cette stratégie permet de simplifier la commande du couple par la linéarisation de la relation entre le couple et le courant.

D'autre part, si le courant  $I_d$  est maintenu nul, physiquement le flux de réaction d'induit est en quadrature avec le flux rotorique produit par les aimants permanents.

$$I_d = 0 \rightarrow I_q = I_s$$

$$\text{Donc } \varphi_d = \varphi_q$$

L'expression du couple donnée par la relation (4.17), devient :

$$C_e = \frac{3}{2} \cdot p \cdot I_q \cdot \phi_f \quad (4.17)$$

Comme le flux est constant, le couple électromagnétique est directement proportionnel à donc:

$$C_e = K I_q \quad , \quad K = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \phi_f$$

Le modèle de la machine dans le repère de Park est devenue :

$$\begin{cases} V_d = -\omega_r \cdot L_q \cdot I_q \\ V_q = R_s \cdot I_q + L_q \cdot \frac{di_q}{dt} + \omega_r \phi_f \end{cases} \quad (4.18)$$

### 4.6.2 Détermination des régulateurs

#### 4.6.2.1 Régulation du courant id

Le rôle des régulateurs est de maintenir une grandeur de sortie égale à la grandeur de référence imposé. Les régulateurs de courant et de vitesse peuvent être synthétisés ici au moyen des techniques classiques développées pour les systèmes linéaires. Le schéma fonctionnel de la boucle du courant ( $I_d = \frac{V_{d1}}{R_s + sL_d}$ ) est représenté par la figure (4.3)

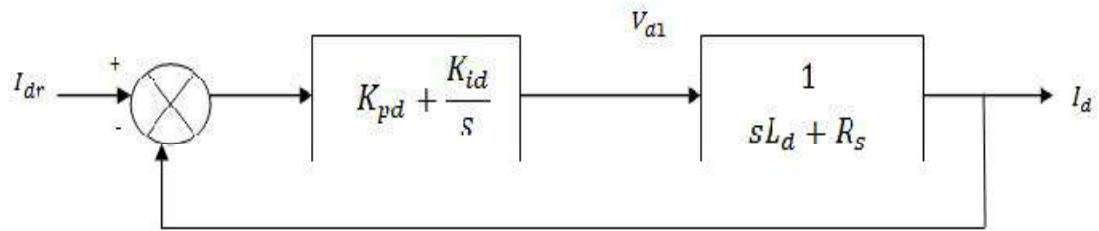


Figure 4.3 Boucle de régulation de courant Id.

$$\begin{cases} t_r = 3 \cdot \frac{R_s}{K_{id}} \Rightarrow K_{id} = \frac{3 \cdot R_s}{t_r} \\ \frac{K_{pd}}{K_{id}} = \frac{L_d}{R_s} \Rightarrow K_{pd} = \frac{3 \cdot L_d}{t_r} \end{cases} \quad (4.19)$$

#### 4.6.2.2 Régulation du courant iq

De la même manière que le calcul précédent, on détermine le régulateur du courant  $I_q$  avec :

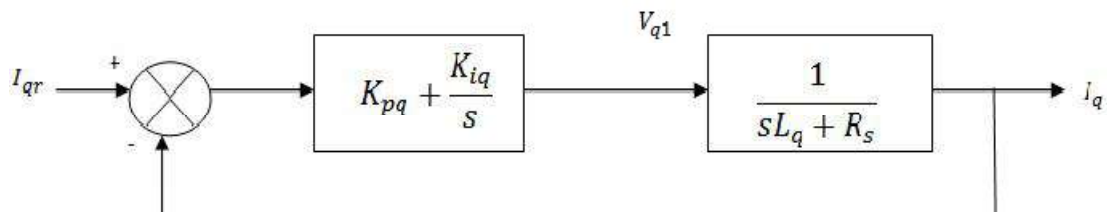


Figure 4.4 Boucle de régulation de courant Id.

$$\begin{cases} t_r = 3 \cdot \frac{R_s}{K_{iq}} \Rightarrow K_{iq} = \frac{3 \cdot R_s}{t_r} \\ \frac{K_{pq}}{K_{iq}} = \frac{L_q}{R_s} \Rightarrow K_{pq} = \frac{3 \cdot L_q}{t_r} \end{cases} \quad (4.20)$$

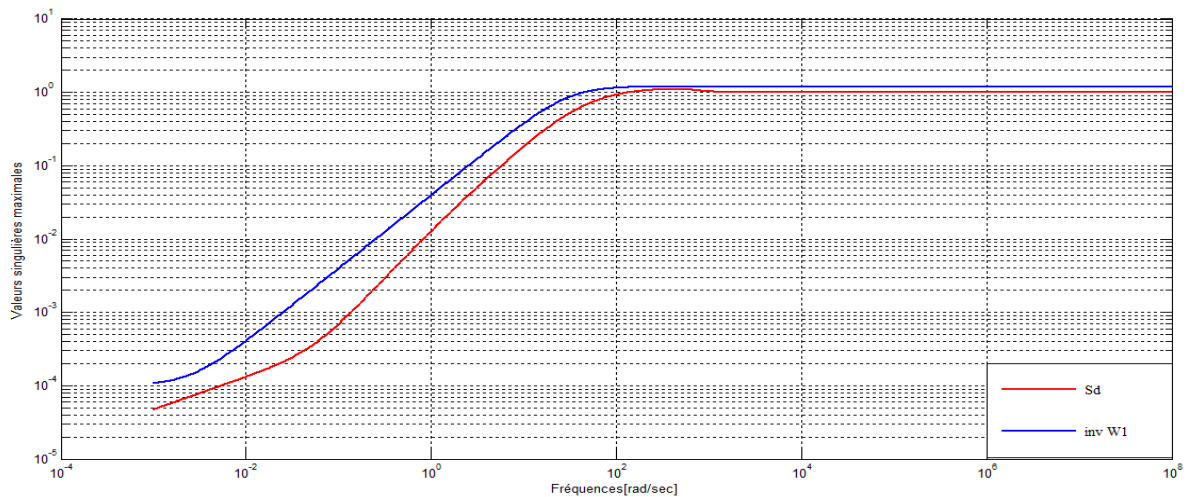


Paramètres	Significations	Unités-Valeurs
$U_d$	Tension statorique sur l'axe d	V
$U_q$	Tension statorique sur l'axe q	V
$i_d$	Courant statorique sur l'axe d	A
$i_q$	Courant statorique sur l'axe q	A
$L_d$	Inductance statorique sur l'axe d	$8.5 \times 10^{-3}$ H
$L_q$	Inductance statorique sur l'axe q	$8.5 \times 10^{-3}$ H
$\Phi_d$	flux statorique sur l'axe d	V. s
$\Phi_q$	flux statorique sur l'axe q	V. s
$\Phi_f$	flux rotorique	0.175 V. s
$R_s$	résistance du stator	0.2 $\Omega$
$\omega_r$	vitesse de rotor	r. p. m
$n_p$	Nombre de paire de pole	4 poles
$\Omega_m$	vitesse mécanique du rotor	r. p. m
J	Moment d'inertie	0.089 kg. m <sup>2</sup>
$f_c$	coefficient de frottement visqueux	0.005 N. m. s
$C_{em}$	couple électromagnétique	N. m
$C_t$	couple résistant	N. m

Après réalisation du découplage et la synthèse des régulateurs, et afin de tester les performances de la commande CRONE appliquée à une MSAP, nous avons simulé le fonctionnement de l'ensemble  $PI^\lambda D^\mu$  fractionnaire -Machine à l'aide du logiciel MATLAB/Simulink.

#### Condition de robustesse sur la performance nominale

La Figure (4.4) présente les lieux des valeurs singulières maximales des matrices de sensibilités directes fournies par le contrôleur robuste  $PI^\lambda D^\mu$  fractionnaire que l'on dénommera, dans la suite de ce travail, par le contrôleur  $PI^\lambda D^\mu$  fractionnaire CFR. Ces lieux sont comparés par ceux obtenus via l'inverse de la matrice de pondération  $W_1$  avec les quels on peut vérifier la satisfaction de la condition de robustesse sur les performances nominales du système bouclé. On obtient la figure ci-dessous:

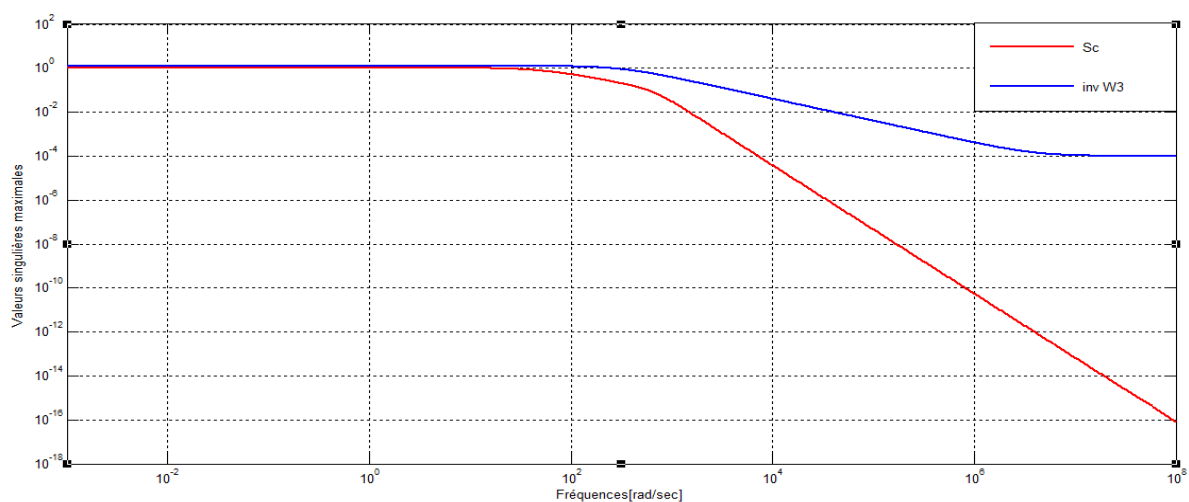


**Figure 4.4** Amélioration de la robustesse des performances nominales par le contrôleur  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  fractionnaire

D'après la Figure (4.4) on peut observer la satisfaction de cette condition par le contrôleur robuste CFR pour toute la plage de fréquence. Par ailleurs, cette condition est totalement violée par le contrôleur  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  fractionnaire.

#### Condition de robustesse sur la stabilité robuste

La Figure (4.5) présente les lieux des valeurs singulières maximales des matrices de sensibilités complémentaires fournies par le contrôleur  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  fractionnaire. Ces lieux sont comparés à ceux obtenus via l'inverse de la matrice de pondération  $W_3$  avec les quels on peut vérifier la satisfaction de la condition de robustesse sur la stabilité robuste du système bouclé en présence des incertitudes multiplicatives directes en sortie. On obtient la figure ci-dessous :

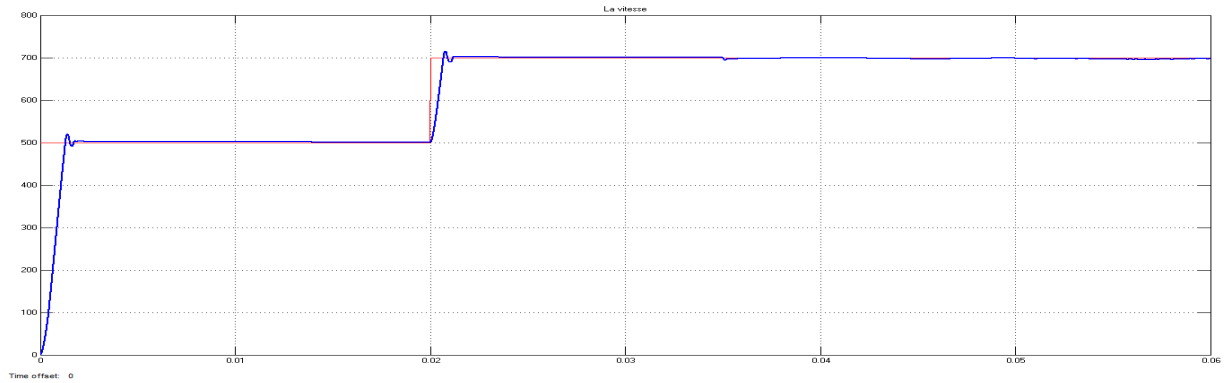


**Figure 4.5** Satisfaction de la condition de robustesse sur la stabilité robuste par le contrôleur  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  fractionnaire

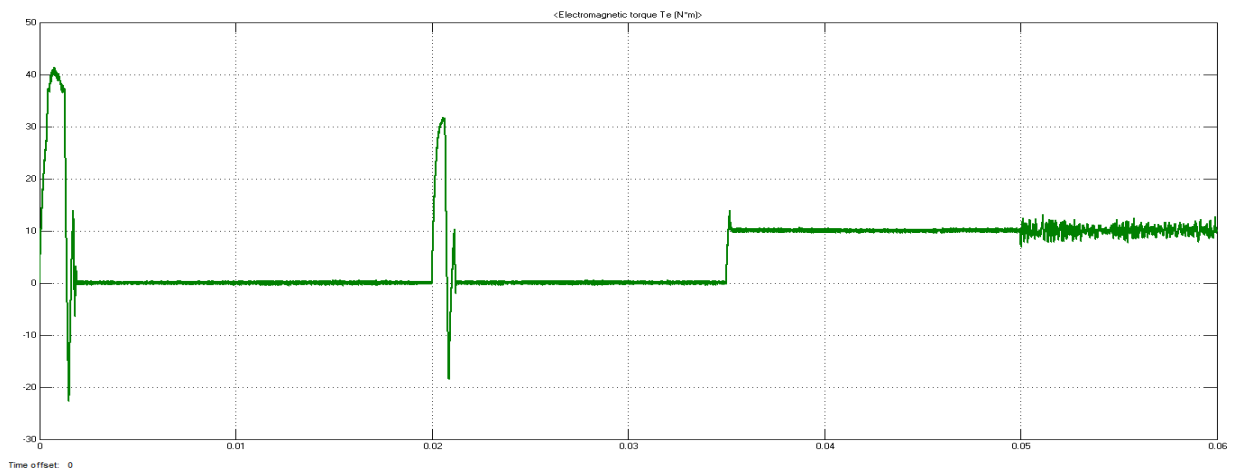


D'après la Figure (4.5) on peut observer que le contrôleur robuste CFR a la capacité d'assurer la satisfaction de la condition de robustesse sur la stabilité robuste du système bouclé. Néanmoins, cette robustesse est garantie avec une marge de sécurité très réduite.

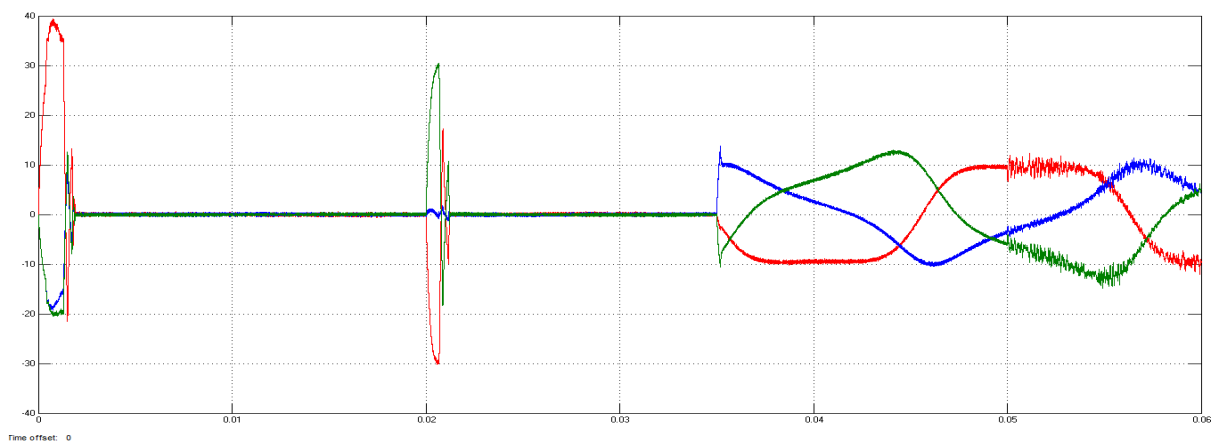
La vitesse



Couple électromagnétique



les Courant  $I_{abc}$



**Figure 4.5** Réponses de la MSAP en charge ( $C_r=10$  N.m à  $t=0.035$  s) avec une consigne de vitesse (700 rad/s)

#### 4.7.2 Interprétation de résultat

On remarque que la vitesse de rotation est presque similaire pour la commande, mais on remarque bien différence pour le temps de réponse. A partir de là, on peut affirmer que si on applique les même conditions d'alimentation de la machine, nous constatons que la commande par  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  fractionnaire donne de meilleurs résultats, et les résultats de simulation montrent l'efficacité de la commande. On peut directement conclure que parmi la commande testée, la commande par  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  fractionnaire est plus robuste et la meilleure soit pour assurer le découplage entre le flux et le couple de la machine, ou pour la bonne adaptation des paramètres qui varie dans le temps de fonctionnement

#### 4.7 Conclusion

Ce chapitre a établi un modèle d'espace de contrôle de moteur synchrone à aimant permanent, le contrôleur de  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  fractionnaire robuste est conçue en fonction de la fonction de transfert d'axe en quadrature boucle de courant. Dans ce travail, l'algorithme Fminimax a été utilisé pour trouver les paramètres optimaux du contrôleur  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  fractionnaire.

Le système de commande  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  fractionnaire présente une bonne fréquence et le temps de réponse de domaine par comparaison avec le contrôleur  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  fractionnaire.

Les résultats des simulations montrent que le système de contrôle a une excellente performance dynamique, il peut être effectivement supprimé les effets indésirables par les perturbations de charge.

Le contrôleur conçu assure la performance robuste de MSAP système spatial.

# Conclusion Générale

## ***CONCLUSION GENERALE***

Ce travail portant sur l'analyse et la synthèse de la commande d'ordre fractionnaire a permis de valider leurs performances de robustesse. L'intérêt du type de contrôleur fractionnaire  $PI^\alpha D^\beta$  est justifié par une meilleure flexibilité dans le domaine de la conception de la commande puisqu'il a deux paramètres en plus qui sont les ordres fractionnaires des actions d'intégration et de dérivation, ces paramètres peuvent satisfaire des performances additionnelles dans ce domaine.

Après avoir rappelé les principes de base de la commande CRONE et les performances caractéristiques remarquables, L'analyse des résultats de simulation obtenus a montré que les performances caractéristiques de la commande fractionnaire ( $PI^\alpha D^\beta$  et CRONE) en terme de robustesse vis-à-vis de perturbations extérieurs et de bruits de mesure.

Le travail présenté dans ce mémoire avait pour objectif principal la conception d'une loi de commande  $PI^\alpha D^\beta$  fractionnaire pour la commande en vitesse de la machine synchrone à aimant permanente PMSM.

On peut affirmer dans ce travail, que la commande  $PI^\alpha D^\beta$  fractionnaire au MSAP est très efficace en terme de fournir des meilleures dynamique de poursuite des trajectoires de références, une capacité de rejection des perturbation de charge et finalement, une capacité de réduire les effets de bruits de mesures.

### **Perspectives**

Les perspectives à proposer se résumer comme suit :

- Robustification du contrôleur fractionnaire primaire tenant compte des incertitudes structurées de modélisation;
- Proposition d'autres structures fractales assurant la résolution du problème précédent avec un nombre de paramètres très réduit.

# Références Bibliographiques

## Références bibliographiques

- [1] : B. BOUKAIS .contribution a la modélisation des systèmes couples machines convertisseurs : application aux machines a aimants permanents (bdcmsap), thèse de doctorat, université mouloud mammeri, tizi-ouzou, 2012
- [2] : H.AID, W.AINA. synthèse de lois de commande non-linéaires pour un entraînement électrique a vitesse variable basé sur un moteur synchrone a aimants permanents, mémoire de master, université abou bekr belkaid, tlemcen, 2013
- [3] : M.OUBIDAR, S.BENDAOU. machine synchrone/asynchrone, projet de fin d'étude en ingénierie, université du québec en abitibi-témiscamingue, 2010
- [4] : M.S.MAHGOUN. application de la commande  $h_{\infty}$  aux systèmes linéaires perturbés, mémoire de magister, université ferhat abbas-setif (ufas), 2012
- [5] : H.AID, W.AINA. synthèse de lois de commande non-linéaires pour un entraînement électrique a vitesse variable basé sur un moteur synchrone a aimants permanents, mémoire de master, université abou bekr belkaid, tlemcen, 2013
- [6] : G. LACOMBE "définition et réalisation d'une nouvelle génération de logiciels pour la conception des moteurs futurs" ; thèse de doctorat, institut national polytechnique de grenoble, 2007
- [7] : S. HAMECHA, EP.BOUREKACHE. étude et commande d'une éolienne a base d'une machine synchrone a aimants permanents, mémoire de magister, université mouloud mammeri de tizi-ouzou, 2013
- [8] : AMEUR, A. "commande sans capteur de vitesse par dtc d'une machine synchrone à aimants doté d'un observateur d'ordre complet à mode glissant". thèse de magistère en électrotechnique université de batna, 2003
- [9] : BOUCHEREB, C. "contrôle direct du couple des machines synchrones". thèse de magistère en électrotechnique, université de batna, 2005.
- [10] : M.T.LATRECHE. commande floue de la machine synchrone a aimant permanent (msap) utilisée dans un système éolien, mémoire de magister, université ferhat abbas de setif (ufas),2012
- [11] A. AMEUR," commande sans capteur de vitesse par dtc d'une machine synchrone à aimants permanents dotée d'un observateur d'ordre complet à modes glissants", thèse de magistère, université de batna, 2005.
- [13] : R. GHOSN, « contrôle vectoriel de la machine asynchrone à rotor bobiné à double alimentation », thèse de doctorat – enseiht – institut national polytechnique de toulouse, octobre 2001.
- [14][15] : OUSTALOUP, « la commande corne. du séculaire au multi variables », éditions harmes, paris, 1995.
- [16] : AA. KILBAS, HM. SRIVASTAVA, AND JJ. TRUJILLO, "theory and applications of fractional differential equations", elsevier, 2006.
- [17] : I. PODLUBNY, « fractional differential equations », academic press. san diago, 1999.
- [18] : I. N'DOYE, "généralisation du lemme de gronwall-bellman pour la stabilisation des systèmes fractionnaires", thèse de doctorat, université de nancy 1, 2011.
- [19] D. MATIGNON, "stability results for fractional differential equations with applications to control processing", computational engineering in systems applications. vol.2. lille, france: imacs, ieee-smc, 1996.
- [20]: J. SABATIER, M. MOZE, AND C. FARGES, "on stability of fractional order systems", third ifac workshop on fractional differentiation and its applications fda'08. 2008.

- [21] : S. S. RAO , AND S. R. SINGIRESU, “engineering optimization: theory and practice”. john
- [22] : D.ARZELIER, « representation et analyse des systems linéaires », notes de cours toulouse 2010.
- [23]: S. SKOGESTAD AND I. POSTLETHWAITE, “multivariable feedback control: analysis and design”, vol. 2. new york: wiley, 2007.
- [24]: JC. DOYLE, BA. FRANCIS, AND A. TANNENBAUM, “feedback control theory”, courie corporation, 2013.