

# معادلة DKP في حقل جاذبية ذو بعدين

تحت إشراف الأستاذ: اذ. خوجة محمد الأمين  
من إعداد الط. يع. قوب مريم - معمري مسعود

## 1. ملخص

في هذا العمل سوف يتم دراسة معادلة DKP في حقل جاذبية ذو بعدين تحت تأثير حقل كهربائي ثابت. بحيث نوضح أن هذا الحقل مسؤول عن خلق (تكوين) جسيمات شعاعية ذات سبين 1.

## 2. مقدمة

توصلت الأبحاث الفيزيائية أن الحقل الكهربائي يقلل من معدل تكوين الجسيمات السلمية ذات (سبين 0) في حين أنه يضغط معدل تكوين الجسيمات ذات السبين 1/2 (فيرمونات). انطلاقا من هذا نريد أن نتحرى عن معدل انشاء البوزونات ذات السبين (1) في فضاء (desitte) ذو بعدين (1+1) في وجود حقل كهربائي، ثم نحسب كثافة خلق (إنشاء) الجسيمات باستعمال معاملات (Bogoliubov).

## 3. معادلة DKP

تعرف معادلة DKP على أنها معادلة نسبية من الدرجة الأولى تصف بوزونات ذات سبين (0 و 1) وسميت كذلك نسبة إلى العلماء الثلاث Duffin \_ Kemmer \_ Petiau توصل اليها العلماء انطلاقا من دراستهم لمعادلات كلاين جوردين وديراك وهي لا تختلفان عن هذه الأخيرة.

## 4. معادلة DKP في وجود حقل كهربائي ثابت

(1) حل المعادلة (1):

$$[i\beta^\mu(\partial_\mu - \Sigma_\mu + ieA_\mu) - m] \psi_K(t, x) = 0 \quad (1)$$

$$\mu = \{0,1\} \Rightarrow$$

$$[i\beta^0(\partial_0 - \Sigma_0 + ieA_0) + i\beta^1(\partial_1 - \Sigma_1 + ieA_1) - m] \psi_K(t, x) = 0 \quad (2)$$

لدينا الحسابات التالية:

$$\beta^0 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}; \quad \Sigma_0 = 0; \quad A_0 = 0$$

$$\beta^1 = -H\eta \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \Sigma_1 = \frac{1}{2}\eta \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad A_1 = \frac{E_0}{H^2\eta}$$

$$\psi_K = e^{ik_x X} X_K; \quad \psi_K(t, x) = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_0 \\ \psi_0 \\ \psi_2 \end{pmatrix}; \quad e^{-Ht} = -H\eta$$

بعد التعويض نحصل على جملة معادلات من الدرجة الثالثة:

$$\left(\partial_\eta + \frac{1}{2\eta} + \frac{im}{2\eta H}\right) \chi_1 - \left(ik_x + \frac{ieE_0}{\eta H^2}\right) \chi_0 + \frac{1}{2\eta} \chi_2 = 0 \quad (3)$$

$$\left(\partial_\eta + \frac{1}{2\eta} - \frac{im}{2\eta H}\right) \chi_2 - \left(ik_x + \frac{ieE_0}{\eta H^2}\right) \chi_0 + \frac{1}{2\eta} \chi_1 = 0 \quad (4)$$

$$\left(ik_x + \frac{ieE_0}{\eta H^2}\right) (\chi_2 - \chi_1) - \frac{im}{\eta H} \chi_0 = 0 \quad (5)$$

بعد تبسيط المعادلات (3، 4، 5) وكتابتها بدلالة  $\varphi_1, \varphi_2$  نجد:

$$\left[\partial_\eta^2 + \left(k_x + \frac{eE_0}{\eta H^2}\right)^2 + \frac{m^2}{4\eta^2 H^2}\right] (\varphi_1 - \varphi_2) = 0 \quad (6)$$

$$(\varphi_1 - \varphi_2) = N_1 M_{\kappa, \mu}(\rho) + N_2 W_{\kappa, \mu}(\rho); \quad \chi(\eta) = \eta^{-1} \varphi(\eta) \quad \text{بحيث:}$$

وحل المعادلة (6) يكون من الشكل التالي:

$$\psi_K = e^{ik_x x} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \left\{ \left[ \frac{1}{\eta} + \frac{2H}{im} \left( 1 + \frac{ik_x \eta - \kappa}{4k_x^2} \right) \right] W_{\kappa, \mu}(2ik_x \eta) + \frac{iH}{2k_x^2 m \eta} W_{\kappa+1, \mu}(2ik_x \eta) \right\} \\ - \frac{H}{m} \left( k_x + \frac{eE_0}{\eta H^2} \right) W_{\kappa, \mu}(2ik_x \eta) \\ - \frac{H}{m} \left( k_x + \frac{eE_0}{\eta H^2} \right) W_{\kappa, \mu}(2ik_x \eta) \\ \frac{1}{2} \left\{ \left[ -\frac{1}{\eta} + \frac{2H}{im} \left( 1 + \frac{ik_x \eta - \kappa}{4k_x^2} \right) \right] W_{\kappa, \mu}(2ik_x \eta) + \frac{iH}{2k_x^2 m \eta} W_{\kappa+1, \mu}(2ik_x \eta) \right\} \end{pmatrix}$$

حيث  $W_{E, \mu}$  هي دالة Whittaker و  $\mu = i|\tilde{\mu}| = i \left[ \left( \frac{e^2 E_0^2}{H^4} + \frac{M^2}{H^2} \right) - \frac{1}{4} \right]^{\frac{1}{2}}$

باستخدام العلاقات التراجعية لدوال Whittaker ونهايات هذه الدوال عند الصفر والملا نهاية

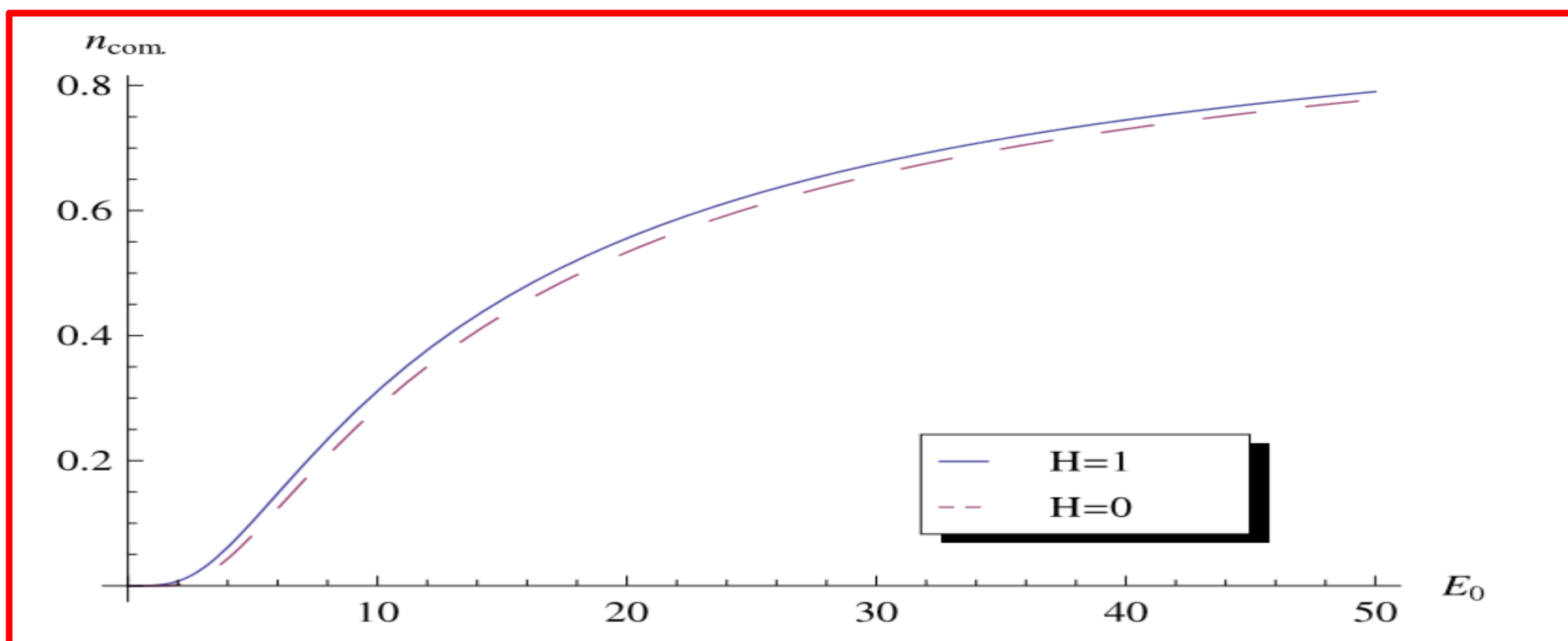
$$\partial_z W_{\kappa, \mu}(z) = \frac{1}{z} \left\{ \left( \frac{1}{2} z - \kappa \right) W_{\kappa, \mu}(z) - W_{\kappa+1, \mu}(z) \right\} \quad M_{\kappa, \mu}(z) \rightarrow z^{\mu+\frac{1}{2}}$$

$$W_{\kappa, \mu}(z) = \frac{\Gamma(-2\mu)}{\Gamma(\frac{1}{2} - \mu - \kappa)} M_{\kappa, \mu}(z) + \frac{\Gamma(2\mu)}{\Gamma(\frac{1}{2} + \mu - \kappa)} M_{\kappa, -\mu}(z)$$

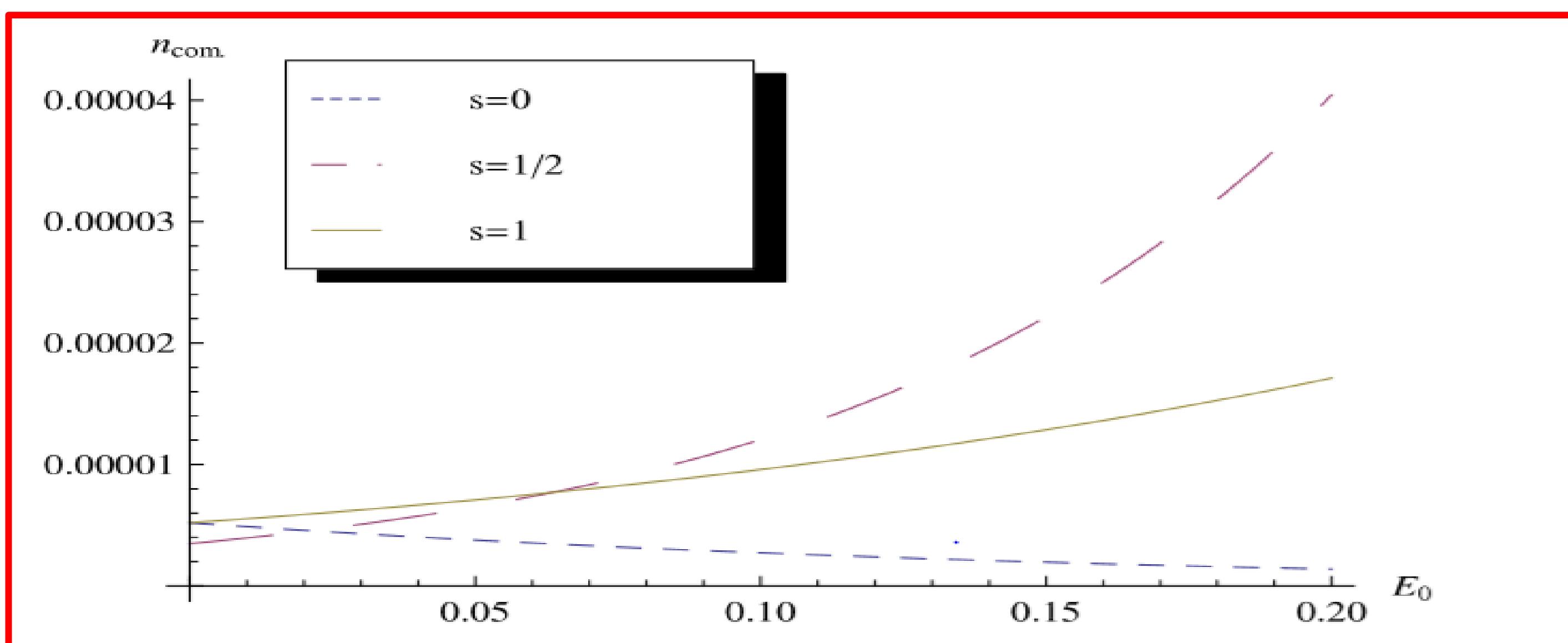
نتحصل على المعاملات  $\alpha$  و  $\beta$  على النحو التالي:

$$\alpha = \frac{A_\infty^+}{A_0^+} \frac{\Gamma(-2\mu)}{\Gamma(\frac{1}{2} - \mu - \kappa)} \quad \beta = \frac{A_\infty^+}{A_0^+} \frac{\Gamma(2\mu)}{\Gamma(\frac{1}{2} + \mu - \kappa)} (e^{i\pi})^{\mu-\frac{1}{2}} \quad \frac{|\alpha|^2}{|\beta|^2} = \frac{e^{2\pi|\tilde{\mu}|} \cosh \pi \tilde{y}}{\cosh \pi y}$$

$$n_{com.} \simeq |\beta|^2 = \frac{\cosh \pi y}{e^{2\pi|\tilde{\mu}|} \cosh \pi \tilde{y} - \cosh \pi y}$$



منحنى 01: يمثل الكثافة العددية لإنشاء الجسيمات بدلالة شدة المجال الكهربائي.



منحنى 02: معدل تكوين جزيئات الغزل المختلفة ل H=1; e=1; M=2.

## 5. خاتمة

1- قمنا بحل معادلة DKP بالنسبة للجسيمات ذات سبين 1 في حقل جاذبية (1+1) de sitter تحت تأثير حقل كهربائي ثابت.

2- في هذه الحالة حسبنا كثافة تكوين جسيمات ذات سبين 1.