

UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA

Faculté des Sciences Appliquées
Département de Génie Electrique



Mémoire

MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et technologies

Filière : Génie électrique

Spécialité : Electrotechnique Industrielle

Présenté par :

NAIDJI Othmane

MOUFKI Fella

Thème:

*Modélisation numérique par éléments finis
des phénomènes thermiques de la pompe
Magnétohydrodynamique (MHD)*

Soutenu publiquement

Le :08./07./2019

Devant le jury :

M^f BEN ALIA khaled

MCB

Président

UKM Ouargla

M^{me} NACEUR Sonia

MCA

Encadreur/rapporteur

UKM Ouargla

M^{me} BOUALI Khadidja

MCA

Examineur

UKM Ouargla

Année universitaire 2018/2019

REMERCIEMENTS

Remerciements

On remercie d'abord le Dieu, le tout grand et puissant, qui nous a donné la volonté et la force d'entamer et de terminer ce travail

Avant de commencer ce travail, nous profitons à l'occasion d'exprimer nos vifs remerciements pour nos enseignants, et encadreur **Dr. Mme. NACEUR Sonia** d'avoir accepté de nous encadré dans notre projet de fin cycle, ainsi que pour ses précieux conseils nous prodiguer durant l'évolution de notre projet et son aide tout au long de ce travail.

Nos remerciements vont aussi à envers l'ensemble des membres de jury qui ont accepté de juger notre travail :

Mr BEN ALIA khaled MCB Univ-Kasdi Merbah d'Ouargla President

Mme BOUALI khadidja MCA Univ-Kasdi Merbah d'Ouargla Examineur

Je ne saurais, enfin, oublier de remercier tous mes enseignants et tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin.

DÉDICACE

Dédicace

Je dédie ce travail premièrement à mes parents Moufki Bachir et Zeroumda Ouazna, pour leurs encouragements et soutien, et tout l'aide qu'ils m'ont apportée durant mes années d'études.

Aussi à ma chère sœur (selma), mon cher frère (achrafe) et mes chères amies (Mouna, Tiziri, karima, chahrazed).

Que Dieu leur apporte le bonheur Et à tous ceux qui ont participé de près ou de loin afin d'arriver à finaliser ce mémoire.

Fella

Dédicace

Je Dédie ce travail à Ma chère mère Zouzou Latífa pour sa patience, son soutien et sa confiance en moi Qui était toujours me soutenir et me motiver pour atteindre mes objectifs et mes ambitions, et à mon père mon Dieu d'avoir pitié, et à ma grand-mère que dieu La garde.

Enfin à tous ceux qui ont participé de près ou de loin afin d'arriver à finaliser ce mémoire.

Othmane

SOMMAIRE

SOMMAIRE

Introduction général

1. Problématique.....	1
2. Objectif.....	2
3. Présentation du mémoire.....	2

Chapitre I : Généralité sur les pompes magnétohydrodynamique (MHD)

I.1. Introduction.....	3
I.2. Les pompes magnéto hydro dynamiques.....	3
I.2.1. Définition de la MHD.....	3
I.2.2. Principe de fonctionnement.....	3
I.2.3. Pompe MHD à conduction.....	4
I.2.3.1. Classification des pompes MHD à conduction.....	6
I.2.3.1.1. Pompes MHD à conduction à courant continu.....	6
I.2.3.1.2. Les Pompes MHD à conduction à courant alternatif.....	8
I.2.4. Pompe MHD à induction.....	8
I.2.4.1. Différentes géométries des pompes à induction.....	9
I.2.4.1.1. Pompes plates.....	9
I.2.4.1.2. Pompes annulaires.....	10
I.2.4.1.3. Pompes hélicoïdales.....	10
I.2.5. Comparaison entre les pompes à conduction et à induction.....	11
I.2.6. Choix du fluide conducteur.....	11
I.2.7. Domaines industriels d'application de la MHD.....	12
I.2.7.1. Génération de l'électricité par la MHD.....	12
I.2.7.2. Les générateurs à induction.....	12
I.2.7.3. Générateurs à conduction.....	13

I.2.8.	Propulseurs MHD.....	14
I.2.8.1.	Propulseurs MHD à plasma.....	14
I.2.8.2.	Canon électromagnétique.....	14
I.2.8.3.	Propulsion MHD navale.....	14
I.2.8.4.	Les Applications à la métallurgie.....	14
I.2.8.4.1.	Magnétohydrodynamique des fours à induction.....	14
I.3.	Conclusion.....	15
Chapitre:II Formulation mathématique des phénomènes magnétodynamique thermique		
II.1.	Introduction.....	16
II.2.	La pompe MHD à conduction.....	16
II.3.	Phénomène électromagnétique.....	16
II.4.	Equation électromagnétique.....	17
II.4.1.	Equations de Maxwell.....	17
II.4.2.	Modèles électromagnétiques.....	19
II.4.3.	Formulation électromagnétique du problème.....	19
II.4.4.	Conditions aux limites.....	20
II.4.5.	Conditions aux interfaces.....	20
II.5.	Phénomène et équation thermique.....	21
II.5.1.	Phénomène thermique.....	21
II.5.2.	L'énergie thermique.....	21
II.5.3.	Equation thermique.....	22
II.5.4.	Modes de transmission de la chaleur.....	22
II.5.4.1.	Conduction.....	22
II.5.4.2.	Convection.....	22
II.5.4.3.	Radiation (rayonnement).....	22
II.5.5.	Formulation vectorielle et cartésienne.....	23

II.5.6.	Terme Source.....	24
II.5.7.	Méthode de résolution.....	24
II.6.	Méthodes de discrétisation.....	24
II.6.1.	Méthodes des différences finies (MDF).....	24
II.6.2.	Méthode des éléments finis (MEF).....	25
II.6.3.	Méthode des volumes finis (MVF).....	25
II.6.4.	Méthode des intégrales de frontières (MIF).....	27
II.7.	Conclusion.....	27
 Chapitre III : Application et Résultats		
III.1.	Introduction.....	28
III.2.	Logiciel COMSOL Multiphysics.....	28
III.3.	Problème thermique.....	28
III.4.	Application.....	29
III.4.1.	Description générale de la pompe MHD à conduction.....	29
III.4.2.	Mise en équations dans l'hypothèse bidimensionnelle.....	30
III.5.	étape de la simulation l'équation thermique par logiciel COMSOL.....	30
III.6.	Résultats et discussions	34
III.6.1.	Représentation la géométrie de la pompe magnétohydrodynamique.....	35
III.6.2.	Représentation de la température de Mercure.....	36
III.6.3.	Représentation de la température de l'eau de mer.....	37
III.6.4.	Représentation de la température de galium	38
III.7.	Validation des résultats par Volumes finis.....	38

III.8. Conclusion..... 40

Conclusion générale..... .41

Références bibliographies.....42

NOMENCLATURE

Liste des abréviations et symboles**I. Abréviations**

Symbole	Définition
MHD	Magnétohydrodynamique
DC	Courant continu
AC	courant alternatif
MPD	Magneto Plasma Dynamic
RMN	Résonance magnétique nucléaire
MFLP	Magnetic fluid linéar pump
MEF	Méthode des éléments finis
MIF	Méthode des intégrales de frontière
MDF	Méthode des différences finies
MVF	Méthodes des volumes finis
1D	Une dimension
2D	Bidimensionnel
3D	Trois dimensionnel

II. Symbole

Symbole	Définition	Unité
\vec{A}	Potentiel vecteur magnétique	[T m]
\vec{B}	L'induction magnétique	[T]
\vec{D}	Induction électrique	[C/m]
U	Potentiel électrique scalaire	[V]
\vec{E}	champ électrique	[V/m]
\vec{J}	Densité de courant total	[A/m ²]
\vec{J}_i	La densité de courant induit	[A/m ²]
\vec{J}_{ex}	Densité de courant d'excitation	[A/m ²]
\vec{J}_a	Densité de courant injectée par l'électrode	[A/m ²]
\vec{V}	Vitesse d'écoulement du fluide	[m/s]
V _x	Composante de vitesse suivant (OX)	[m/s]
\vec{F}	Force électromagnétique	[N /m ³]
μ	Perméabilité magnétique	[H/m]
μ_0	Perméabilité magnétique à vide	[H/m]
μ_r	Perméabilité magnétique relative	-
E	Permittivité électrique	-
σ	Conductivité électrique	[S/m]
ρ	Densité de charge volumique	[C/m]
K	Conductivité thermique	[kg/m ⁻³]
C _p	chaleur spécifique à pression constante	[KJ/ Kg.K]
T	température	[°K]
Q	sources des flux de conduction thermique	[w /m ³]
Q _r	Pertes radiatives	[w /m ³]
Ps	Densité de puissance dissipée	[w /m ³]
Q	Charge électrique	[C]
t	temps	[s]
I	Nombre complexe (i ² = -1)	-

LISTE DES FIGURES

Liste des figures

N°	Titre de figure	page
Figure (I.1)	Principe du pompage des pompe MHD	4
Figure (I.2)	Principe de la pompe a conduction	5
Figure (I.3)	Schéma d'une pompe (MHD) à conduction à courant continu	7
Figure (I.4)	Schéma d'une pompe MHD à Conduction à courant alternatif	8
Figure (I.5)	Lignes de courant dans une pompe MHD à induction	9
Figure (I.6)	Pompe MHD à induction plate	9
Figure(I.7)	Pompe MHD à induction annulaire	10
Figure(I.8)	Schéma d'une pompe MHD hélicoïdale	11
Figure(I.9)	Générateur à induction	12
Figure(I.10)	Générateur MHD à conduction (tuyère linéaire)	13
Figure (II.1)	Pompe MHD à conduction à courant continu	16
Figure(II.2)	Maillage du domaine d'étude	26
Figure (III.1)	Organigramme pour la résolution de l'équation thermique	29
Figure (III.2)	Schéma d'une pompe MHD à Conduction	30
Figure (III.3)	Schéma de la géométrie de la pompe MHD.	35
Figure (III.4)	La vitesse à la surface dans la pompe MHD	36
Figure (III.5)	la Température à la surface dans la pompe MHD	36
Figure(III.6)	Variation de la température pour mercure	37
Figure (III.7)	Variation de la température pour le l'eau de mer	
Figure (III.8)	Variation de la température pour le galium	38
Figure(III.9)	Température dans le canal de la pompe MHD par la méthode des Volumes finis.	39

INDRODUCTION

GENERALE

Introduction général

❖ Problématique :

La magnétohydrodynamique (MHD) est à la frontière de deux sciences, la mécanique des fluides et l'électromagnétisme. Elle consiste en l'étude de l'interaction entre un écoulement de fluide conducteur et des champs magnétiques et électriques. Sa naissance remonte au 19^{ème} siècle, lorsque Faraday écrivit les lois de l'induction magnétique (1831). Elles montrent l'existence d'une force électromotrice induite dans un écoulement soumis à un champ magnétique. Cette force est susceptible de créer des courants qui peuvent agir avec le champ magnétique pour donner naissance à des forces de Laplace.[1]

La magnétohydrodynamique (MHD) décrit le comportement d'un fluide conducteur du courant électrique (ce fluide peut être un liquide, un gaz ionisé, un plasma). C'est une généralisation de la mécanique des fluides, qui est la magnétohydrodynamique dans le cas particulier où il n'y a pas de champ électromagnétique. Or la mécanique des fluides est déjà très compliquée, la magnétohydrodynamique est donc mal maîtrisée. Entre la mécanique des fluides et la magnétohydrodynamique, une version intermédiaire est l'électrohydrodynamique en présence d'un champ électrique (électrostatique), [2], [3].

Les applications de la magnétohydrodynamique sont très larges et dans des domaines très variées, tels que l'industrie métallurgique, le transport ou le pompage des métaux liquides en fusion,Depuis quelques années, des études sur des refroidisseurs pour l'électronique utilisant des métaux liquides comme des alliages à base de gallium ou des alliages de sodium potassium sont apparues. Cela est dû aux excellentes propriétés physiques de ces fluides. Leurs fortes conductivités thermiques, les métaux liquides ont aussi pour avantage d'être de bons conducteurs électriques, ce qui rend possible l'utilisation de pompes électromagnétiques ou magnétohydrodynamiques pour le refroidissement, [4].

Différentes méthodes peuvent être utilisées pour la résolution des équations aux dérivées partielles, Ces méthodes numériques transforment les équations aux dérivées partielles (EDP) en des systèmes d'équations algébriques dont la solution fournit une approximation de l'inconnue en différents points du milieu. Parmi ces méthodes, on peut citer la méthode des différences finis, la méthode des éléments finis, la méthode des volumes finis, ainsi que la méthode des intégrales de frontières, [5].

❖ Objectif :

L'objectif de ce travail est une étude thermique d'une pompe MHD à conduction par la méthode des éléments finis, la simulation de la pompe de notre étude sera réalisée au moyen du logiciel professionnel COMSOL.

❖ Présentation du mémoire :

Le travail exposé dans ce mémoire s'articule autour de trois principaux chapitres :

- ✓ Dans le premier chapitre, nous nous intéressons à la présentation des convertisseurs MHD, et plus particulièrement, les convertisseurs MHD à conduction et leurs principales applications;
- ✓ Le deuxième chapitre est consacré à la formulation mathématique des phénomènes magnétohydrodynamique thermique.
- ✓ Le troisième chapitre est consacré à présentation des résultats de simulation thermique par la méthode des éléments finis sous logiciel COMSOL

CHAPITRE I

**GÉNÉRALITÉ SUR LES POMPES
MAGNÉTOHYDRODYNAMIQUES
(MHD)**

I.1. Introduction :

L'application première des pompes électromagnétiques a été le pompage du sodium pour le refroidissement des réacteurs nucléaires. Ces pompes ont été utilisées pour le pompage des métaux liquides à haute température comme le zinc et l'aluminium.

Aujourd'hui elles sont utilisées dans d'autres domaines comme le domaine médical ou la microélectronique (électrolytes, plasmas). Elles sont des applications de la magnétohydrodynamique (MHD) qui est à la frontière de deux sciences ,la mécanique des fluides et l'électromagnétisme. [2]

L'intérêt de ce chapitre est la présentation des pompes magnétohydrodynamiques (MHD) et leurs applications.

I.2. Les pompes magnétohydrodynamiques :**I.2.1. Définition de la MHD :**

La magnétohydrodynamique (MHD) est un domaine vaste de la physique lié à l'interaction entre un champ magnétique et un fluide conducteur d'électricité. La notion de la conversion MHD remonte à l'époque de FARADAY qui en plaçant des électrodes dans une rivière d'eau saumâtre, convenablement orientées par rapport au champ magnétique terrestre, recueillit un faible courant électrique induit.

Le convertisseur MHD concerne la conversion de l'énergie mécanique du mouvement d'un fluide conducteur en énergie électrique. Ce mécanisme permet de transformer directement le mouvement de fluide en électricité sans passer par des turbines comme dans le cas des centrales classiques. Elle peut également s'effectuer en sens inverse, c'est à dire qu'il est possible d'utiliser l'énergie électrique pour mettre un fluide conducteur en mouvement.

On réalise ainsi des pompes magnétohydrodynamiques. [1]

I.2.2. Principe de fonctionnement:

Le principe général de fonctionnement des pompes électromagnétiques réside dans l'application d'une induction magnétique B non colinéaire à un courant I traversant le fluide. Ceci donne naissance à une force de Laplace F qui entraîne la circulation du fluide conducteur dans le canal. [2]

Les pompes électromagnétiques sont classées en fonction de la nature du courant qui les traverse (continu ou alternatif), de la manière dont est créé le champ magnétique (continu ou alternatif) et de l'origine du courant (induction ou conduction).

Nous trouvons aujourd'hui deux catégories principales de pompes électromagnétiques, les pompes à conduction et les pompes à induction.

Nous parlons de pompes à conduction lorsque le courant est injecté dans le canal de pompage par l'intermédiaire d'électrodes. Dans le cas des pompes à induction, le courant est induit à l'intérieur du canal de pompage par la présence d'un champ magnétique glissant. [1]

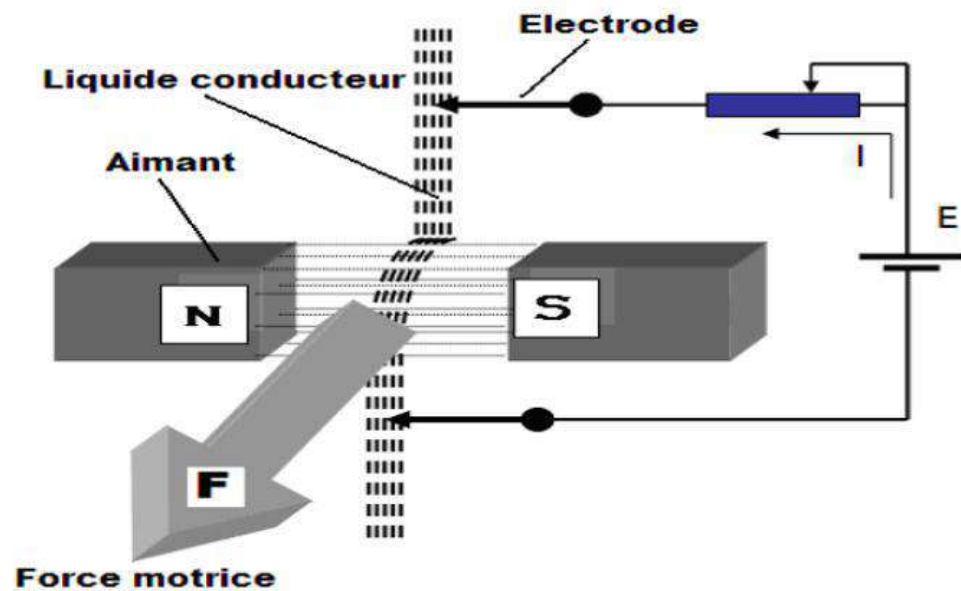


Figure (I.1) Principe du pompage des pompe MHD

I.2.3. Pompe MHD à conduction :

Les pompes liquides à conduction en métal, ou les pompes de "Faraday", se composent d'un canal rectangulaire, d'un aimant (ou électroaimant) où un courant électrique est translaté par le liquide passe de manière perpendiculaire aux lignes de champ. La force résultante de Laplace conduit à l'écoulement. [5]

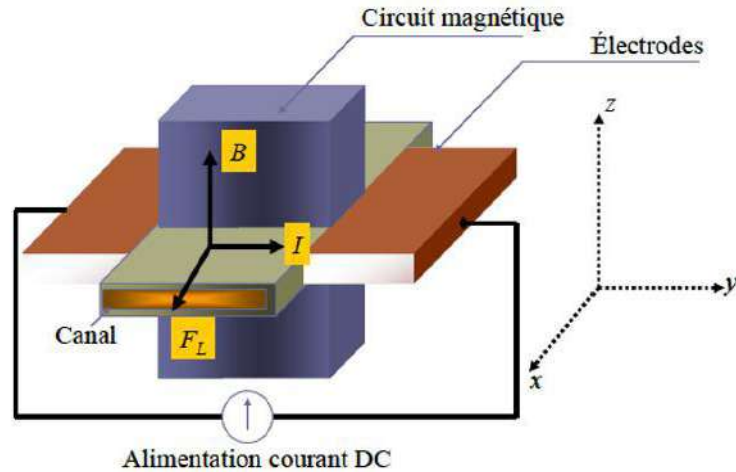


Figure (I.2) Principe de la pompe à conduction

Les différentes parties de la machine à conduction sont :

- ❖ **Circuit magnétique** : est destiné à canaliser les lignes du champ magnétique. Pour qu'un circuit magnétique soit de bonne qualité il doit :
 - Avoir une faible réluctance magnétique afin de réduire les pertes et de minimiser les fuites
 - Être constitué de matériaux possédant de bonnes qualités magnétiques à savoir :
 - Un bon coefficient de perméabilité ;
 - Un cycle d'hystérésis ;
 - Une bonne résistivité ;

Ces qualités permettent de limiter les pertes par hystérésis et par courants de Foucault qui sont fonction de l'induction magnétique et de la fréquence.

- ❖ **Canal** : dans lequel s'écoule un fluide électriquement conducteur à la vitesse V
- ❖ **Fluide** : c'est un métal liquide de très bonne conductivité électrique. Parmi les fluides les plus utilisés dans ces pompes on trouve, [1] :
- ❖ **L'électrode** : une électrode peut être définie comme une partie de circuit électrique en contact avec un milieu à conduction non métallique et qui participe souvent à l'effet désiré, comme dans notre cas l'électrode en contact avec le fluide conducteur. [1]

Tableau (I.1) Les fluides les plus utilisés

Elément	Conductivité électrique σ [S/m]
Le Mercure	$1.66 \cdot 10^6$
Mélange de sodium et Potassium (NaK (22%Na, 78%K))	$2.7 \cdot 10^6$
Eau mer	4 à 10
Gallium	$3.3 \cdot 10^6$

I.2.3.1. Classification des pompes MHD à conduction :

✓ I.2.3.1.1. Pompes MHD à conduction à courant continu :

La pompe magnétohydrodynamique à conduction à courant continu (MHD DC) est le modèle le plus simple. Les courants dans le canal et dans le bobinage inducteur (cas d'un électroaimant) sont continus. Pour créer le champ magnétique, on peut aussi utiliser un aimant permanent. Le circuit magnétique peut être refermé par un barreau de fer pour éviter les fuites Magnétiques vers l'extérieur et obtenir une induction élevée, L'un des principaux avantages des pompes (MHD DC) reste la simplicité de leur géométrie. Leur coût de fabrication est relativement faible devant les autres types. En revanche, ce type de pompes présente plusieurs défauts. [2]

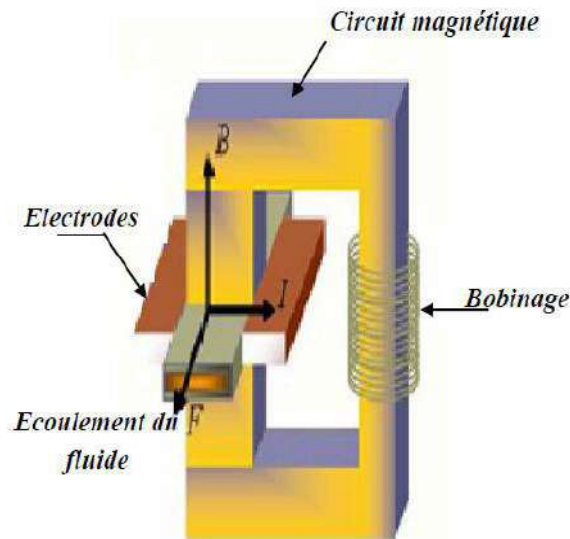


Figure (I.3) Schéma d'une pompe (MHD) à conduction à courant continu [3]

L'analogie entre un moteur à courant continu et une pompe MHD à courant continu peut se résumer comme suit, [3] :

Tableau (I.2) Comparaison entre un MCC et une pompe MHD à conduction

Moteur à Courant Continu	Pompe à Courant Continu
<p>Schéma</p>	<p>Schéma</p>
Loi d'Ohm	
$U = E' + RI$	$E = E_{ind} + 1/\sigma J$
F.C.E.M	
$E' = k' \omega \Phi$	$E_{ind} = VB$
Puissance	
$P = E' I$	$P = E_{ind} J v_0$
Couple mécanique : $C = k' I \Phi$	Force MHD : $F^l = JB v_0$
Couple résistant : $C_r = a \omega^2$	Force résistante : $F_t = k_t V^2$

✓ I.2.3.1.2. Les Pompes MHD à conduction à courant alternatif :

Dans le cas des pompes magnétohydrodynamiques à courant alternatif (MHD AC), les courants dans le fluide et dans le bobinage sont sinusoïdaux. Le courant I traversant le canal de pompage peut donc être fourni en sortie d'un transformateur, et le champ magnétique par un électro-aimant (Figure 1.3), Comme la pompe MHD DC, la pompe MHD AC comporte des défauts. En plus de ceux déjà cités pour la pompe MHD DC, on ajoute les pertes dues aux courants de Foucault dans le liquide métallique et le circuit magnétique, [2]

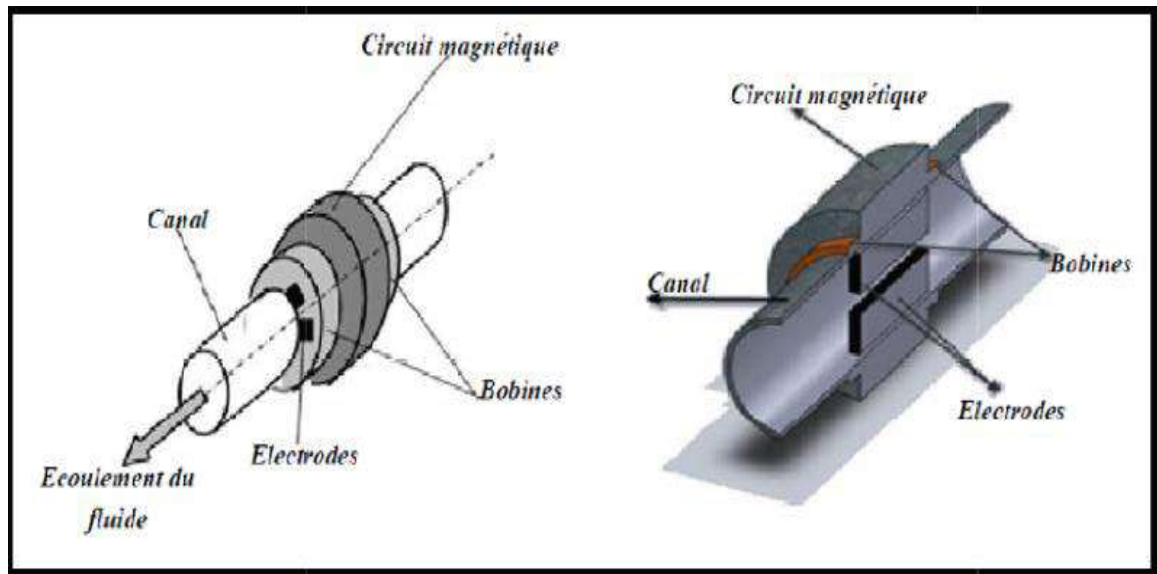


Figure (I.4) Schéma d'une pompe MHD à conduction à courant alternatif

I.2.4. Pompe MHD à induction :

Le principe général d'une pompe à induction consiste à créer un champ magnétique glissant avec des enroulements polyphasés (en général triphasés).

Ce dernier induit des courants dans le fluide conducteur qui créent à leur tour une force de Laplace tendant à le mettre en mouvement. Ce fonctionnement est très proche de celui de la machine asynchrone ; cependant, dans ce cas le champ créé est glissant, et l'induit est constitué par le fluide conducteur. La Figure (I.5) montre les courants induits dans les pompes à induction, [2]

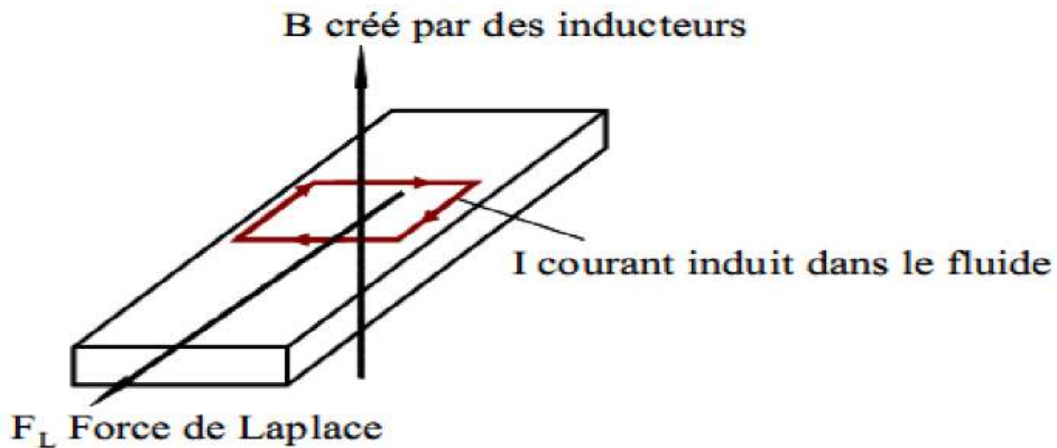


Figure (I.5) Lignes de courant dans une pompe MHD à induction

Les différentes parties d'une pompe à induction sont :

- L'inducteur : constitué d'un circuit magnétique créant un champ glissant grâce à un bobinage polyphasé ;
- l'induit : constitué par le fluide conducteur ;
- l'entrefer.

I.2.4.1. Différentes géométries des pompes à induction :

Il existe plusieurs types des pompes à induction. Les plus utilisées dans l'industrie sont les pompes plates et les pompes annulaires.

La différence entre ces deux types de pompes est leur géométrie, [2].

I.2.4.1.1. Pompes plates :

Elles ressemblent beaucoup au moteur linéaire ; La figure (I.6) montre le schéma d'une pompe MHD à induction plate .Le liquide circule dans un canal rectangulaire. Le refroidissement se fait par circulation forcée d'air dans les inducteurs [6].

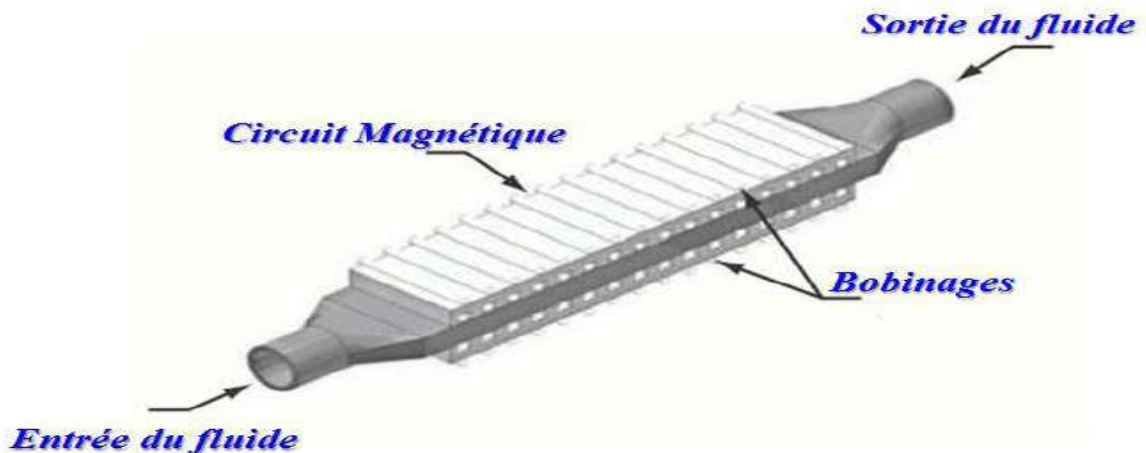


Figure (I.6) Pompe MHD à induction plate, [6]

I.2.4.1.2. Pompes annulaires :

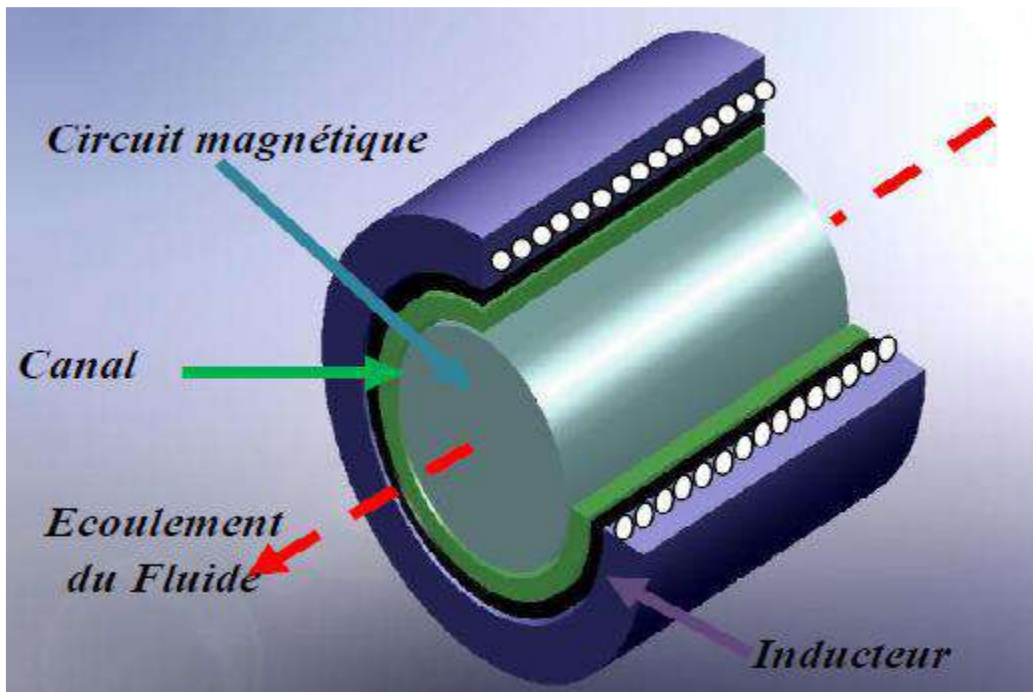
La conception de ces pompes remonte à 1929 (Einstein et Szilard). Le conduit est annulaire entre deux tubes coaxiaux dont l'intérieur contient un noyau de fer doux, et l'extérieur est couvert de bobines triphasées (figure 1.7), [1].

Le principe de fonctionnement de ces pompes ne diffère pas des moteurs classiques. Le courant des enroulements primaires produit un champ magnétique de déplacement qui produit à son tour un courant induit dans le métal liquide. L'interaction entre le champ principal et le courant induit donne naissance à des forces appliquées au niveau du liquide. Les pompes à induction présentées dans la littérature ont en général une taille assez conséquente. En effet, [2].

Les avantages de ces pompes sont les suivants :

- Les courants électriques se referment dans la masse du fluide, ce qui rend inutile l'adhérence de celui-ci sur la paroi ;
- La forme est simple ;

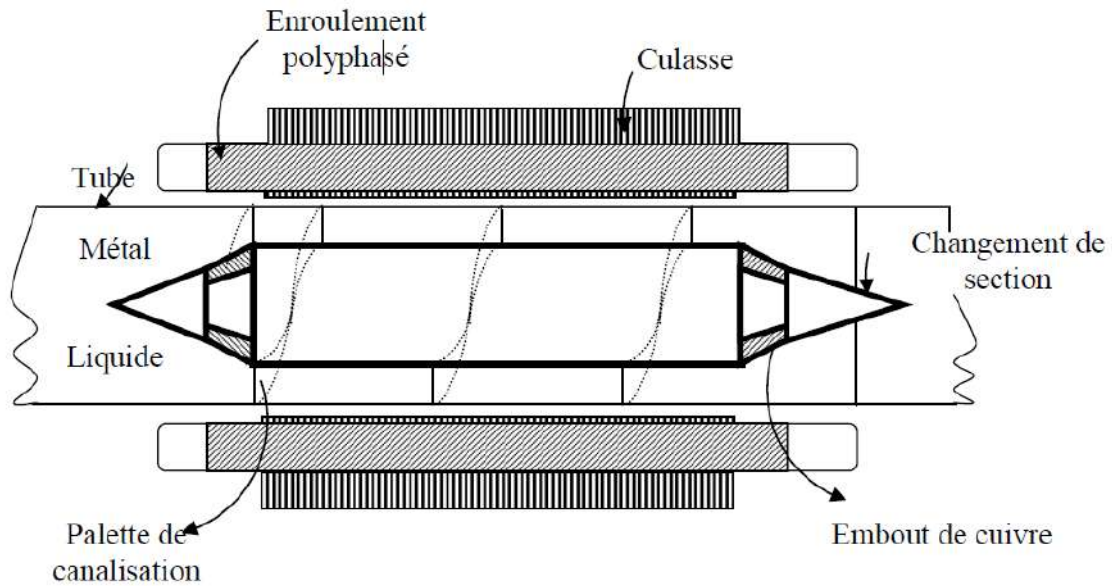
Le courant des enroulements produit un champ magnétique de déplacement qui produit un courant induit dans le métal liquide [1].



Figure(I.7) Pompe MHD à induction annulaire

I.2.4.1.3. Pompes hélicoïdales :

Dans ce type de pompes, le conduit annulaire est hélicoïdal au lieu d'être rectiligne, figure (I.8). Les pertes supplémentaires dues à la composante azimutale de la vitesse et les difficultés de fabrication sont prohibitives, [1].



Figure(I.8) Schéma d'une pompe MHD hélicoïdale, [5].

I.2.5. Comparaison entre les pompes à conduction et à induction :

La description des pompes de façon générale, montre que chaque type de pompes présente ses propres avantages et inconvénients [3].

- La fabrication des pompes MHD DC a un coût relativement faible par rapport aux autres types. De plus, elles fonctionnent avec des aimants permanents ce qui simplifie leur réalisation. Les principaux inconvénients sont l'alimentation électrique qui est complexe et la présence d'électrodes.
- La pompe MHD à conduction à courant alternatif peut être plus facilement alimentée mais demande la présence d'un électro-aimant. De plus, le courant alternatif entraîne la présence de courant de Foucault.
- L'avantage principal des pompes à induction réside dans l'absence d'électrodes contrairement aux pompes MHD à conduction.

I.2.6. Choix du fluide conducteur :

Les métaux liquides fonctionnent à des températures plus basses que celles des plasmas et par conséquent n'entraînent pas d'usure des électrodes. C'est pour cette raison qu'on choisit les métaux liquides à point de fusion bas tels que (Hg, K, Ca, Sn, Zn, NaK).

Dans le cas des convertisseurs linéaires à induction, on choisit généralement le mercure ; c'est un métal liquide à température ordinaire. C'était le milieu le plus pratique pour effectuer les premières expériences de MHD (Hartmann et Lazarus 1937), [5]. Cependant un autre métal a suscité de grandes recherches, le sodium fondu, pur ou allié au potassium. En effet, ce liquide est utilisé pour le refroidissement et l'exploitation de certains réacteurs

nucléaires. Le mélange sodium potassium rend le composé liquide à la température ambiante, [1].

I.2.7. Domaines industriels d'application de la MHD :

I.2.7.1. Génération de l'électricité par la MHD :

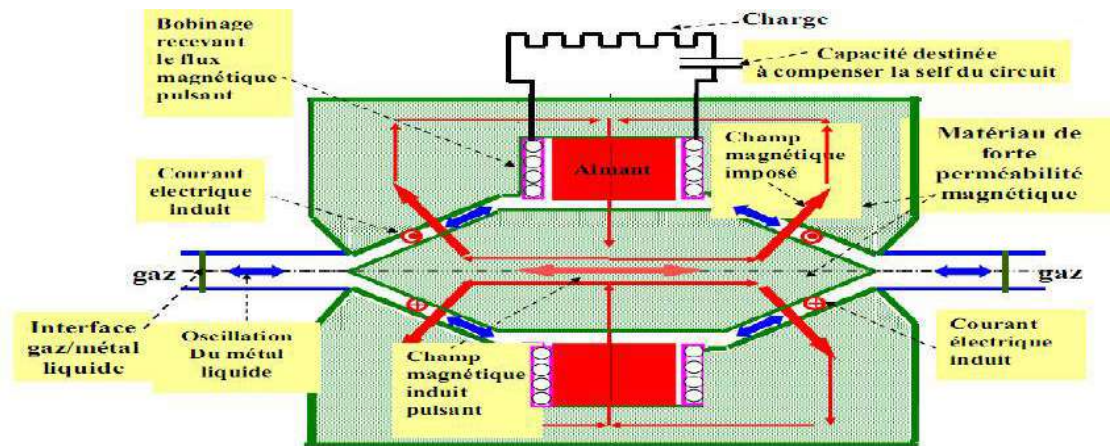
Les recherches approfondies de génération d'électricité par MHD ont débuté au XXe siècle, tout d'abord avec le physicien Bela Karlovitz pour le compte de la société Westinghouse de 1938 à 1944, Les années 1960 virent un effort international très important en vue de créer les premières centrales MHD électriques industrielles, avec un gaz ionisé à très haute vitesse comme fluide conducteur.

En 2007, un ensemble d'expériences concluantes réalisées aux États-Unis pour le compte de l'armée américaine, avec un fluide simulant une sortie de tuyère d'un avion hypersonique a permis d'obtenir une puissance générée supérieure à 1 MW. Ce type d'expérience est susceptible de relancer l'intérêt (notamment militaire) de la MHD, après une "mise en sommeil" de cette technique pendant de nombreuses années. Cette expérience est susceptible d'avoir également un impact sur la fusion contrôlée. [4]

I.2.7.2. Les générateurs à induction :

Le générateur à induction MHD fonctionne sans électrode, avec des champs magnétiques variables. Le courant électrique est généré à distance par induction sous forme alternative. La tension de sortie peut alors être ajustée à un niveau suffisamment élevé pour pouvoir être utilisée après un minimum de transformations. Le concept est basé sur l'utilisation d'un inducteur à champ magnétique glissant nécessitant un bobinage triphasé analogue à celui des moteurs asynchrones ou linéaires. Le fonctionnement de la machine est le suivant : si la vitesse de l'écoulement est supérieure à celle du champ glissant, alors les courants induits qui se développent dans le canal créent leur propre champ magnétique déphasé de $\pi/2$ par rapport au champ inducteur.

En balayant les spires du bobinage inducteur, ce champ engendre des forces électromotrices susceptibles d'alimenter une charge, [1].



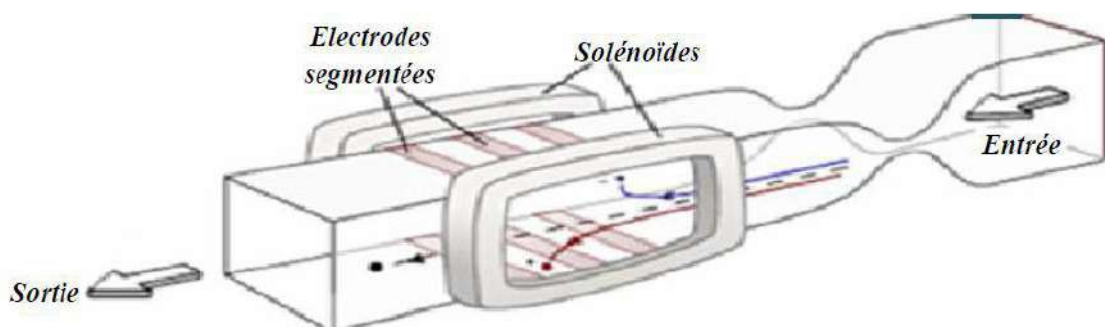
Figure(I.9) Générateur à induction

I.2.7.3. Générateurs à conduction :

Un générateur MHD (magnétohydrodynamique) est un convertisseur MHD qui transforme l'énergie cinétique d'un fluide conducteur directement en électricité. Le principe de base est fondamentalement le même que pour n'importe quel générateur électrique. Les deux types de générateurs utilisent un inducteur (électroaimant ou aimant permanent) générant un champ magnétique dans un induit ou canal.

- ✓ Dans le cas d'un générateur conventionnel, cet induit est solide : c'est une pièce métallique portant des bobines en cuivre.
- ✓ Dans le cas d'un générateur MHD, cet induit est fluide : liquide conducteur (eau salée, métal liquide) ou gaz ionisé (plasma).

Les générateurs MHD n'utilisent donc pas de pièce mécanique mobile, contrairement aux générateurs électriques traditionnels. Le fluide est mis en mouvement dans le champ magnétique, ce qui génère un courant électrique, recueilli aux bornes d'électrodes immergées et connectées à une charge, [3].



Figure(I.10) Générateur MHD à conduction (tuyère linéaire)

I.2.8. Propulseurs MHD :**I.2.8.1. Propulseurs MHD à plasma :**

Ces dispositifs également appelés MPD (Magneto Plasma Dynamique) utilisent des gaz tels que Argon comme propergol. Pour des puissances développées de 4 à 10 MW, les rendements de ces appareils sont de l'ordre de 30% à 40%. Ce type de propulseur offre l'avantage chimique de consommer 3 à 10 fois moins de propergol qu'un propulseur chimique habituel [1]

I.2.8.2. Canon électromagnétique :

Le canon électromagnétique est tout à fait analogue à un moteur linéaire à courant continu. Le plasma joue le rôle de l'armature et les rails celui d'enroulement. Il a comme caractéristique principale de garder une pression à peu près constante pendant l'accélération du projectile,

Ce dispositif inventé par le géophysicien K. Birkeland a des applications variées, [3] :

- ✓ Accélération de petites masses pour des recherches à vitesse élevée ;
- ✓ Lancement de charges spatiales : déchets nucléaires ;
- ✓ Armes militaires : destruction de missiles en vol ;
- ✓ Fusion nucléaire : initiation des réactions par impact (150km/s).

I.2.8.3. Propulsion MHD navale :

Ces dernières années la MHD a connu un accroissement d'intérêt dans le domaine de la propulsion des bateaux dont le fluide conducteur (eau de mer) utilisé est de conductivité électrique basse de l'ordre de $(10^{-1} \Omega^{-1} \text{ m}^{-1})$. Ceci est dû à l'avènement des matériaux supraconducteurs qui a engendré le renouveau des recherches sur cette technique. Avec l'augmentation des inductions magnétiques au environ de 10 Teslas, les rendements ont nettement augmenté en passant de 8% à 60%, [2].

I.2.8.4. Les Applications à la métallurgie :**I.2.8.4.1. Magnétohydrodynamique des fours à induction :**

Les fours à induction se composent essentiellement d'une bobine inductrice refroidie par circulation d'eau, entourant un creuset dans lequel se trouve la masse métallique à fondre et à traiter.

L'utilisation des champs magnétiques alternatifs dans les fours à induction s'est considérablement développée ces dernières années dans les domaines de l'élaboration et le traitement des métaux. En effet, ce type de champ magnétique offre la possibilité d'agir à distance et de façon contrôlée sur un fluide électro conducteur, [4].

a) Brassage électromagnétique :

Les brasseurs électromagnétiques, tout comme les pompes électromagnétiques, ont la particularité de ne pas posséder de parties mobiles. Par brassage, ils entraînent l'élimination de bulles, de saletés et aussi l'accélération du mélange (par turbulence) lors de réactions métallurgiques (fabrication d'alliages).

b) Lévitiation :

Parmi les procédés de lévitation utilisés en physique ; le procédé MHD permet de résoudre trois problèmes à la fois :

- ✓ L'absence de contact entre la charge et le creuset évite la contamination du métal par la paroi ;
- ✓ L'échauffement de la charge par effet Joule peut en causer la fusion ;
- ✓ Le brassage interne du fluide formé produit un mélange efficace des constituants ;

c) Formage :

Le formage électromagnétique consiste à façonner des masses métalliques en lévitation magnétique par l'action de champs magnétiques qui modèlent la surface libre désirée. Cette technique a l'avantage d'éviter le chauffage et le reformage après solidification.

d) Pulvérisation :

La technique électromagnétique permet la fabrication de poudres et grenailles de tailles moyennes (environ 100 μ m) avec un débit massique élevé, [4].

I.3. Conclusion :

Dans cette partie, nous avons présenté les différents types de pompes Magnétohydrodynamique. Nous avons décrit les différentes familles de pompes MHD à conduction et à induction et leur fonctionnement ainsi que leur domaine d'application.

Les phénomènes électromagnétique et thermique sont régis par les équations de Maxwell et les équations des diffusions de chaleur, Pour leur étude, l'analyse mathématique et numérique et les équations de ces phénomènes sont nécessaires. Elle consiste en un calcul électromagnétique et thermique.

CHAPITRE II

FORMULATION

MATHÉMATIQUE DES

PHÉNOMÈNES

MAGNÉTOHYDRODYNAMIQUES-

THERMIQUES

II.1. Introduction :

Comme il a été défini au chapitre précédant, la magnétohydrodynamique est l'étude de l'interaction entre les champs magnétiques et les écoulements de tous les fluides conducteurs. La première partie décrit les théories électromagnétiques de base du mécanisme de pompage magnétohydrodynamique; pour cela, on utilise les équations de Maxwell et les lois constitutives du milieu en déterminant les paramètres électromagnétiques relatifs à chaque problème et comme les effets thermiques sont d'importance dans un nombre de systèmes; pour cela, la deuxième partie décrit les équations de diffusion de la chaleur qui permettent de trouver la variation de la température dans le canal de la pompe MHD à conduction. [3]

II.2. La pompe MHD à conduction:

Dans ce qui va suivre, nous présentons les formulations mathématiques modélisant la pompe MHD à conduction et qui expriment les phénomènes électromagnétiques dans la pompe (équations de Maxwell) ainsi que certaines hypothèses permettant de simplifier ces équations. [4]

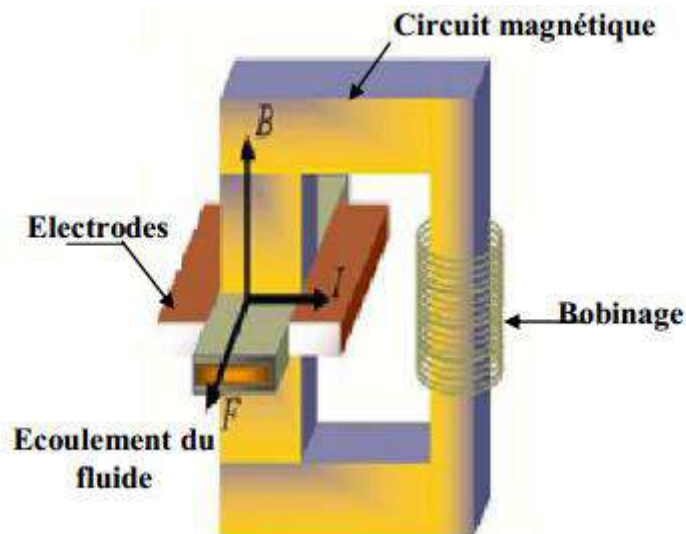


Figure (II.1) Pompe MHD à conduction à courant continu.

II.3. Phénomène électromagnétique :

L'induction magnétique résulte de l'interaction entre les champs électrique et magnétique. Les équations qui gouvernent ces phénomènes sont les équations de Maxwell, les lois constitutives des milieux, la loi d'Ohm et les conditions entre deux milieux. [9]

II.4. Equation électromagnétique :

II.4.1. Equations de Maxwell :

Les équations de Maxwell qui régissent l'ensemble des phénomènes électromagnétique ont toujours fait l'objet de recherches approfondies en vue de leur résolution.

Elles ont été établies par J.C Maxwell en 1864. Dans le domaine des machines électrique, ces équations ont été intégrées de manière très simplifiée. Sous forme différentielle, elles peuvent être décrites comme suit, [1] :

a) Equations général de maxwell :

$$\text{Div } \vec{D} = \rho \quad (\text{II.1})$$

b) Équations de Maxwell- Faraday :

$$\text{Rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.2})$$

c) Equation de conservation du flux magnétique :

$$\text{Div } \vec{B} = 0 \quad (\text{II.3})$$

d) Equation de Maxwell-Ampère :

$$\text{Rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.4})$$

Le terme $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ dans (II.4) exprime la densité de courant de déplacement. Ces quatre équations locales expriment les relations entre divers champs en tout point de l'espace et à chaque instant. Sous forme intégrale, [10].

L'équation (II.1) s'écrit dans ce cas :

$$\int_s \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (\text{II.5})$$

Où q la charge totale contenue dans un volume délimité par la surface S .

La relation de Faraday (II.2) devient :

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (\text{II.6})$$

L'équation (II.3) pour laquelle le flux est conservatif est donnée par :

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \quad (\text{II.7})$$

La dernière équation (II.4) est donnée par :

$$\oint_c \vec{H} d\vec{l} = I \quad (\text{II.8})$$

Où I est le courant continu à l'intérieur du contour fermé \odot .

Pour définir complètement les phénomènes électromagnétiques à l'intérieur d'un milieu, on rajoute aux quatre équations précédentes les lois de comportement des milieux ainsi que la loi d'Ohm, [1] :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{II.9})$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{II.10})$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{II.11})$$

L'expression détaillée des densités de courant induit:

$$\vec{J}_{ln} = \sigma \vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B} \quad (\text{II.12})$$

Tableau (II.1) équation de Maxwell sous forme différentielle et forme intégrale.

Equations locales	Sous forme différentielle	Sous forme intégrale
Equation de Maxwell-Gauss	$Div \vec{D} = \rho$	$\int_s \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$
Equation de Maxwell-Faraday	$Rot \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\oint \vec{E} d\vec{l} = - \iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$
Equation du Flux	$Div \vec{B} = 0$	$\oint_s \vec{B} d\vec{S} = 0$
Equation de Maxwell-Ampère	$Rot \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	$\oint_c \vec{H} d\vec{l} = I$

Dans cette dernière équation, le second terme du second membre représente la densité de courant induit par les vitesses dans la décharge tandis que le premier terme représente la densité de courant induit par conduction. Avec, [4] :

\vec{J}_{ln} : la densité de courant induit et \vec{J}_{ex} la densité de courante source [A/m^2] ;

\vec{B} : L'induction magnétique [T] ;

ρ : la densité volumique de la charge électrique [C/m^3] ;

\vec{D} : Le déplacement électrique ou l'induction électrique [A.s/m^2] ;

μ : la perméabilité magnétique (dans le vide $\mu = \mu_0 = 4\pi * 10^{-7} [\text{H/m}]$) ;

ϵ : la permittivité électrique (dans le vide $\epsilon=\epsilon_0= 8.8544*10^{-12}$ [F/m]) ;

\vec{v} : Le vecteur vitesse aux points considérés [m/s].

II.4.2 Modèles électromagnétiques :

Les équations qui décrivent le couplage électromagnétique entre les effets magnétiques et électriques peuvent être dans certains cas découplés en donnant naissance à des modèles plus simples qui sont, [1] :

1. Modèle électrostatique ;
2. Modèle magnétostatique ;
3. Modèle magnétostatique vectorielle ;
4. Modèle électrocinétique ;
5. Modèle magnétodynamique.

II.4.3. Formulation électromagnétique du problème :

Pour déterminer le modèle mathématique qui régit les phénomènes électromagnétiques, on fait appel au système d'équations de Maxwell tout en introduisant certaines hypothèses simplificatrices:

- Dans le cadre de l'approximation quasi-stationnaire, les courants de déplacements $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ sont négligés devant \vec{J} et $\vec{rot} \vec{A}$. Cette hypothèse est pleinement justifiée pour les faibles fréquences
- La densité volumique de charge est considérée nulle ($\rho = 0$), ce qui est le cas dans presque tous les dispositifs classiques à induction.
- Le terme \vec{J} regroupe les densités de courants d'excitation \vec{J}_{ex} et induites dans le canal \vec{J}_n ce qui nous permet d'écrire l'expression de \vec{J} de la façon suivante, [1] :

$$\vec{J}=\vec{J}_{ex}+\vec{J}_n \quad (II.29)$$

Avec :

\vec{J}_n : La densité de courant induit et \vec{J}_{ex} la densité de courant source [A/m²].

Les matériaux à utiliser sont à propriétés isotropes.

En tenant compte de ces simplifications, les équations de Maxwell se réduisent alors au système d'équations suivant :

$$\vec{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (II.30)$$

$$\overline{rot} \vec{H} = \vec{J} \tag{II.31}$$

$$\text{Div } \vec{B} = 0 \tag{II.32}$$

$$\text{Div } \vec{D} = 0 \tag{II.33}$$

$$E + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\overline{grad} U \tag{II.34}$$

$$\vec{J}_{in} = \sigma(\vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B}) \tag{II.35}$$

En utilisant le système d'équations ci-dessus, on peut formuler complètement le problème électromagnétique. Il existe plusieurs formulations telles que : formulation en \vec{B} et formulation en \vec{A} .

Généralement, la formulation en potentiel vecteur magnétique \vec{A} est très utilisée dans le cas des machines à induction et conduction en vue d'une modélisation numérique (pompe magnétohydrodynamique), [11].

II.4.4. Conditions aux limites :

On distingue essentiellement deux types de conditions aux limites, dans les problèmes de champs électromagnétiques formulés en termes de vecteur potentiel magnétique, [4] :

- Les conditions aux limites de Dirichlet ($A=A_0$). Dans ce cas, le vecteur potentiel magnétique \mathbf{A} est constant sur la frontière, ce qui veut dire que l'induction magnétique est parallèle à ce contour qui présente alors une équipotentielle. Cette condition aux limites peut se présenter aussi sur les plans ou les axes polaires (dans cette situation on se limite à mailler une partie du domaine de résolution).
- La condition aux limites de Neumann homogène ($\partial A/\partial n=0$). On la trouve sur les plans ou sur les axes d'antisymétrie magnétique. Sur cette frontière, les lignes de l'induction magnétique sont normales. De même, lorsque ce type de conditions aux limites apparaît sur des axes d'antisymétrie, le maillage est limité à une portion du domaine. [12]

II.4.5. Conditions aux interfaces :

Dans le cas général, un dispositif électrotechnique comporte des milieux différents (fer, air, aluminium, cuivre, ...etc.). Alors, avant d'aborder la résolution du problème, il est nécessaire de connaître le comportement des champs électromagnétiques à travers l'interface entre les différents milieux.

Les conditions de passage aux frontières de l'interface $\partial\Omega_{1, 2}$ entre deux milieux de Propriétés physiques différentes d'indice 1 et 2 portent sur les continuités et discontinuités des différentes composantes normales et tangentielles des grandeurs électromagnétiques, [13],[14].

Conservation de la composante tangentielle du champ électrique :

$$(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{II.36})$$

Conservation de la composante normale de l'induction magnétique :

$$(\vec{B}_2 \cdot \vec{B}_1) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{II.37})$$

Discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique due aux courants surfaciques s'ils existent :

$$(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) \wedge \vec{n} = \vec{J}_{\text{ex}} \quad (\text{II.38})$$

Discontinuité de la composante normale de l'induction électrique due aux charges surfaciques si elles existent :

$$(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) \cdot \vec{n} = \rho_s \quad (\text{II.39})$$

II.5. Phénomène et équation thermique :

II.5.1. Phénomène thermique :

L'élaboration du matériau dépend ensuite de la propagation de la chaleur dans tout le matériau, des échanges avec l'extérieur et du temps durant lequel est injectée la puissance. La partie chauffée constitue la zone de pénétration thermique. Le matériau, en cours d'élaboration, est le siège de nombreux transferts thermiques. Ainsi, interviendront les effets de la conduction et de la convection thermique en présence de source dues, d'une part, à la densité de puissance Joule et, d'autre part, au changement d'état liquide-solide dans le cas d'un procédé d'élaboration en continu. Les échanges avec l'extérieur sont de deux types : convection et rayonnement [3].

II.5.2. Equation thermique :

Le transfert d'énergie aura lieu à chaque fois qu'un gradient de température existe à l'intérieure d'un système, ou lorsque deux systèmes à températures différentes sont mis en contact.

Le transfert de chaleur reconnaît généralement trois modes de transmission de la Chaleur, Il s'agit des transmissions par conduction, par convection et par rayonnement. Ces modes de transfert de la chaleur peuvent être présentes dans un procédé d'une manière séparée, combinée deux à deux ou ensemble à la fois. [1]

II.5.3. Modes de transmission de la chaleur :

II.5.3.1. Conduction :

La conduction est un phénomène au moyen duquel la chaleur s'écoule à l'intérieur d'un milieu (solides, liquide ou gazeux) d'une région à haut température vers une autre à basse température ; ou entre différents milieux mis en contact. Le transfert de chaleur résulte de l'interaction entre molécules adjacentes à l'intérieur d'une entité constituée de solides ou de fluides, [1]

II.5.3.2. Convection :

La convection est un mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction, de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu. En effet, la convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz, donc un fluide dans le cas le plus général. Le transfert de chaleur résulte du mouvement de matière à l'intérieur d'une entité constituée d'un fluide. Un corps qui se déplace emmène avec lui la chaleur qu'il contient, [7].

II.5.3.3. Radiation (rayonnement) :

Le rayonnement est le mécanisme par lequel la chaleur se transmet d'un corps à haut température, lorsque ces corps sont séparés dans l'espace ou même lorsqu'un vide les sépare.

Tous les corps émettent de la lumière, en fonction de leur température, et sont eux-mêmes chauffés par la lumière qu'ils absorbent.

La radiation est l'émission d'énergie par un corps du fait de sa température sous forme d'ondes électromagnétiques.

Pour les deux premiers modes, la présence de matière est indispensable pour qu'il y ait un transfert thermique à l'inverse du mode de transfert par rayonnement qui peut s'effectuer dans le vide, il s'agit d'un transfert à distance quasi -instantané sans nécessiter de support matériel. [15].

II.5.4. Formulation vectorielle et cartésienne :

L'équation générale de propagation de la chaleur dans le cas d'un fluide, solide ou gaz s'écrit, [16],[17]:

$$\rho_m C_p \frac{dT}{dt} + \frac{T}{\rho m} \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right) P \frac{dP}{dt} = - \text{Div} (Q) + P_s + Q_r \quad (\text{II.40})$$

C_p: chaleur spécifique à pression constante [**J/°K.Kg**] ;

T : température [**°K**] ;

Q : sources des flux de conduction thermique [**W/m2**] ;

PS : terme source de chaleur correspondant, d'une part au travail des forces appliquées au fluide, d'autre part à la dissipation visqueuse [**W/m3**] ;

Q_r : pertes radiatives [**W/m3**].

Avec :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + V \text{grad} T \quad (\text{II.41})$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + V \text{grad} P \quad (\text{II.42})$$

Si les vitesses sont suffisamment faibles pour considérer les termes de pression **p** comme négligeables, on obtient l'équation classique en régime permanent.

$$\rho_m C_p \frac{dT}{dt} = - \text{Div} (Q) + P_s \quad (\text{II.43})$$

Dans l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local, les transferts de chaleur par conduction peuvent être exprimés à l'aide d'une conductivité thermique totale **K**

$$Q = -K \overrightarrow{\text{grad}} (T) \quad (\text{II.44})$$

Donc l'équation (II.41) devient :

$$\rho_m C_p \frac{dT}{dt} = \text{Div} (K \overrightarrow{\text{grad}} (T)) + P_s \quad (\text{II.45})$$

Les phénomènes de surface sont pris en compte en explicitant aux interfaces les conditions aux limites ou de passages naturelles, soit sur la valeur de l'inconnue température, soit sur la valeur du flux thermique. Les conditions aux limites de cette équation sont les suivantes, [3]:

- les conditions de Dirichlet dans son cas général : **T** connu sur la frontière,
- les conditions de Neumann (homogène) dans son cas particulier : dans le cas où il n'y a pas d'échange thermique avec l'extérieur : notamment sur les axes de symétrie),

Le développement de l'équation de la chaleur en coordonnées cartésiennes donne, [1] :

$$\text{Div} (K \overrightarrow{\text{grad}} (T)) + P_s = \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial T}{\partial y} \right) + P_s \quad (\text{II.46})$$

Donc l'équation (II.45) devient :

$$P_m C_p \frac{dT}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial T}{\partial y} \right) + P_s \quad (\text{II.47})$$

II.5.5. Terme Source :

Le terme source P_s est issu du phénomène électromagnétique. Les courants induits dans la charge créent une densité de puissance Joule ΔP_J à l'origine de la source de chaleur, [7] et

$$P_s = \frac{1}{2\sigma} \cdot J \cdot J^* \quad (\text{II.48})$$

En substituant cette dernière dans l'équation thermique, on obtient

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{1}{2\sigma} \cdot J \cdot A^* \quad (\text{II.49})$$

II.5.6. Méthode de résolution :

Les équations (II.49) adimensionnelles régissant le transfert de chaleur par conduction Dans plusieurs références, pour résoudre les équations Fourier avec les équations des conditions de Dirichlet et les conditions de Neumann (II.47) sont résolues numériquement en utilisant la méthode des volumes finis et méthode élément finis [7].

II.6 . Méthodes de discrétisation :

L'utilisation des méthodes numériques de discrétisation consiste à ramener la résolution du système d'équations différentielles dans le domaine d'étude, compte tenu des conditions aux limites, à celle d'un système d'équations algébriques dont la solution conduit à la détermination des champs [1] (électromagnétisme : potentiel vecteur magnétique, mécanique des fluides : vitesse, pression et thermique : température...).

II.6.1. Méthodes des différences finies (MDF) :

La MDF est basée sur la discrétisation du domaine d'étude et le développement limité en séries de Taylor de la fonction à déterminer en chacun des nœuds du maillage. Ainsi, l'équation différentielle est transformée en équations algébrique en chacun des nœuds.

L'écriture de cette transformation pour tous les nœuds du maillage conduit à un système algébrique dont la solution permet d'obtenir la distribution de l'inconnue dans le domaine d'étude. Cette méthode s'adapte mal aux objets de géométrie complexe à cause de la rigidité du maillage. D'autre part, la prise en compte des conditions de symétrie, de passage d'un milieu physique à un autre (fer, air, etc,...) et des non linéarité (saturation) nécessite un traitement spécifique, [1]

- **Avantages** : grande simplicité d'écriture et faible coût de calcul.
- **Inconvénients** : limitation à des géométries simples, difficultés de prise en compte des conditions aux limites de type Neumann[3].

II.6.2. Méthode des éléments finis (MEF) :

La méthode des éléments finis (MEF) est utilisée pour la résolution des équations différentielles dans le domaine des sciences des ingénieurs. Le principe de la méthode consiste à subdiviser le domaine d'étude en régions élémentaires (éléments finis) et à représenter l'inconnue par une approximation polynomiale dans chacune de ces régions, en suite, l'erreur due à l'approximation doit être minimisée. La MEF est une méthode très puissante pour la résolution des équations différentielles surtout dans les géométries complexes. Sa mise en œuvre par contre, est assez compliquée et demande une place mémoire assez importante, [14], [18].

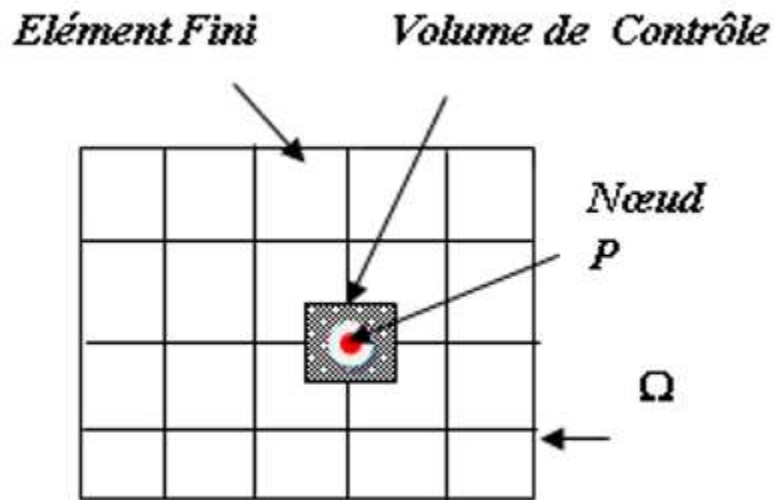
- **Avantages** : traitement possible de géométries complexes, nombreux résultats théoriques sur la convergence.
- **Inconvénient** : complexité de mise en œuvre et grand coût en temps de la calcul et mémoire

De nombreux codes de calculs de structure reposent sur les Eléments Finis : ANSYS,CADDS, CATIA, [3].

II.6.3. Méthode des volumes finis (MVF) :

La MVF est une méthode de discrétisation. Elle est utilisée, en particulier en mécanique des fluides où elle est apparue il y a une vingtaine d'années. Depuis, cette méthode a connu un essor considérable non seulement pour la modélisation en mécanique des fluides, mais aussi pour la modélisation d'autres branches de l'ingénierie scientifique l'électromagnétisme, le thermique, L'analyse mathématique récemment les principes fondamentaux qui en font une méthode de discrétisation performante. L'idée de base de la formulation d permet de donner l'interprétation physique des phénomènes.

Le domaine du calcul est subdivise en un nombre d'éléments finis voire figure(II.1), [1]



Figure(II.2) Maillage du domaine d'étude.

Chaque élément contient quatre nœuds pour le cas bidimensionnel. Un volume fini entoure chaque nœud.

L'équation différentielle est projetée sur une fonction de projection bien déterminée et ensuite elle est intégrée dans chacun des volumes élémentaires.

Pour calculer l'intégrale dans ce volume élémentaire, la fonction inconnue est représentée à l'aide d'une fonction d'approximation (linéaire, parabolique, puissance, exponentielle, etc....) entre deux nœuds consécutifs.

La forme intégrale est discrétisée dans le domaine d'études.

L'équation discrétisée de cette façon exprime le principe de conservation pour l'inconnue dans l'élément de volume et la solution obtenue est constituée uniquement par les valeurs nodales.

Des méthodes itératives telles que la méthode de Gauss Seidel, Jacobi ou Newton Raphson peuvent être appliquées pour la résolution du système d'équations. De nombreux codes de simulation numérique en mécanique des fluides reposent sur cette méthode : FLUENT, STARCD, CFX, ANSYS,..... [19].

- **Avantages** : permet de traiter des géométries complexes avec des volumes de forme quelconque, détermination plus naturelle des conditions aux limites de type Neumann.
- **Inconvénient** : peu de résultats théoriques de convergence. [3]

II.6.4. Méthode des intégrales de frontières (MIF) :

Lorsqu'on utilise la MDF ou la MEF, on calcule les variables inconnues dans tout le domaine. La MIF permet de ramener le maillage à la frontière du domaine. Ainsi, le calcul des valeurs de l'inconnue sur les frontières du domaine suffit pour obtenir la solution en tout point du domaine.

Pour ramener le problème sur les frontières, la MIF utilise le théorème d'Ostrogradski - Green. Cette méthode peut être intéressante pour l'étude de structure 3D ou lorsque l'air ou les milieux passifs occupent une grande partie du domaine d'étude.

Cependant, cette méthode a l'inconvénient de conduire à un système algébrique à Matrice pleine (pas de termes nuls). Ceci augmente le temps utilisateur, donc le coût de calcul, [1].

II.7. Conclusion :

Ce chapitre a été consacré à la formulation mathématique des phénomènes thermiques présents dans la pompe MHD à conduction.

Les résultats de la modélisation thermique de la pompe MHD à travers logiciel COMSOL et fait objet de chapitre trois

CHAPITRE III

***APPLICATION ET
RÉSULTATS***

III.1. Introduction :

Après avoir exposé les formulations mathématiques des phénomènes thermiques dans les pompes MHD et les différentes méthodes de résolution du problème thermique, on va essayer dans ce chapitre de présenter les résultats de simulation du modèle élaboré à partir d'un logiciel COMSOL, les étapes de simulation des phénomènes thermiques dans la pompe magnétohydrodynamique (MHD) par l'application de la méthode des éléments finis sous le logiciel COMSOL.

III.2. Logiciel COMSOL Multiphysics :

COMSOL Multiphysics est un logiciel de simulation numérique basé sur la méthode des éléments finis. Ce logiciel permet de simuler de nombreuses phénomènes physiques et applications en ingénierie, et tout particulièrement les phénomènes couplés ou simulation multi-physiques.

Ce logiciel multiplateforme : Windows, Mac, GNU-Linux, il contient la plupart des équations aux dérivées partielles (EDP), soit sous forme différentielle

Les couplages avec des équations aux dérivées ordinaires (EDO) et des équations algèbro-différentiels (EAD) sont également possibles.

Il utilise une interface graphique, comme on peut utiliser programmation directe.

L'utilisateur définit ses couplages ou sélectionne les interfaces prédéfinies.

Les différentes étapes du processus de modélisation :

- définir la géométrie.
- les propriétés des matériaux.
- le maillage
- choisir les physiques.
- résoudre et afficher les résultats. [20]

III.3. Problème thermique :

Les équations thermiques, découple entièrement les deux phénomènes physiques et ne s'intéresse qu'au problème thermique après l'exploitation du problème magnétodynamique en termes de densité de puissance induite dans le canal.

Après avoir présenté le code de calcul destiné à la résolution de l'équation thermique, on présente l'algorithme utilisé pour la résolution de l'équation thermique. L'organigramme ci-dessous décrit le couplage électromagnétique-thermique. [1]

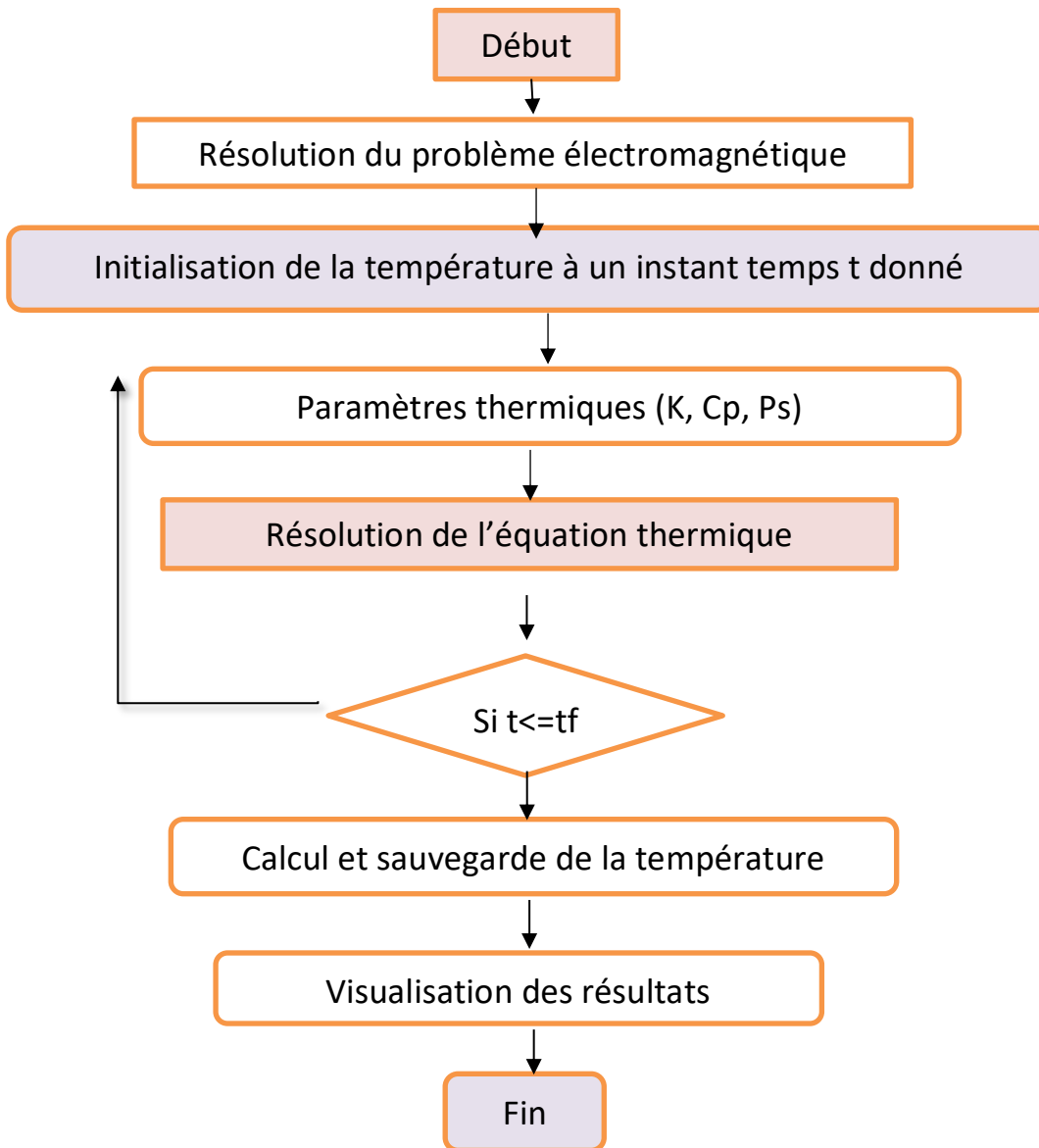


Figure (III.1) : Organigramme pour la résolution de l'équation thermique

III.4. Application :

Pour l'étude thermique, on a choisi la pompe MHD à conduction pour le pompage des liquides (Mercure, galium, , Eau de mer) afin d'étudier les phénomènes thermiques en régime transitoire . [1]

III.4.1. Description générale de la pompe MHD à conduction :

Les pompes magnétohydrodynamiques linéaires à conduction sont constituées d'un canal dans lequel s'écoule un fluide électriquement conducteur à la vitesse V . Le fluide traverse un champ magnétique B qui induit un courant J injecté par des électrodes en contact direct avec le fluide. Le fluide est freiné par la force F . Le schéma du système est représenté ci-dessous, [1]

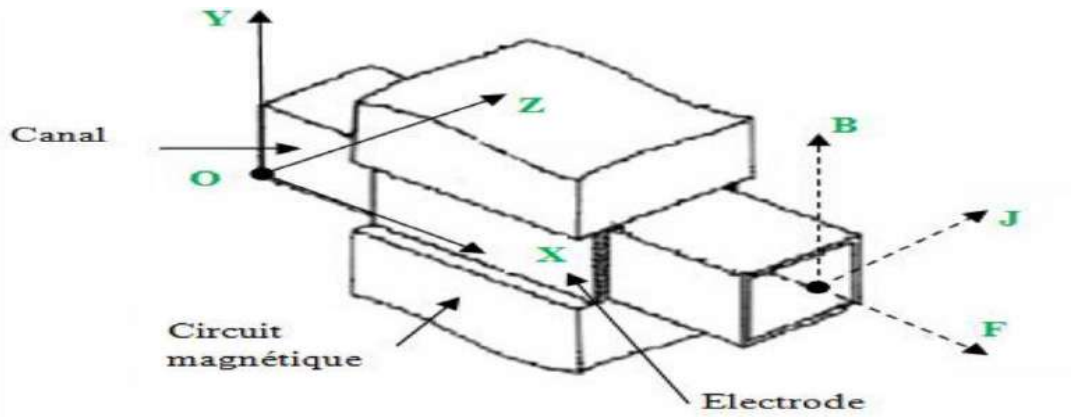


Figure (III.2) Schéma d'une pompe MHD à Conduction

Tableau III.1 Les matériaux utilisés dans la pompe MHD à conduction

Région	Matériaux	Propriété
Canal	Mercure	$\sigma = 1.66 \cdot 10^6$ [S/m] $\mu_r = 1.55$
Circuit magnétique	Fer	$\mu_r = 1000$
Bobine	Cuivre	$\mu_r = 1$
Electrode	Platine	$\mu_r = 1$

III.4.2. Mise en équations dans l'hypothèse bidimensionnelle :

Généralement, un dispositif électromagnétique comporte plusieurs matériaux, dont certains ont des caractéristiques non linéaires. Par ailleurs, les phénomènes électromagnétiques varient fortement au sein de la structure. C'est pourquoi, une analyse de la structure complète en trois dimensions (3D) s'avère fastidieuse et coûteuse en termes de temps de calcul. D'autre part, l'analyse à une dimension (1D) est peu représentative.

L'emploi des modèles 2D est particulièrement simple et efficace et son choix est réaliste. [1]

III.5. Etapes de la simulation de l'équation thermique par logiciel COMSOL :

Commencer par démarrer le *Comsol Multiphysique 5.3*. Un nouveau projet s'ouvre automatiquement.

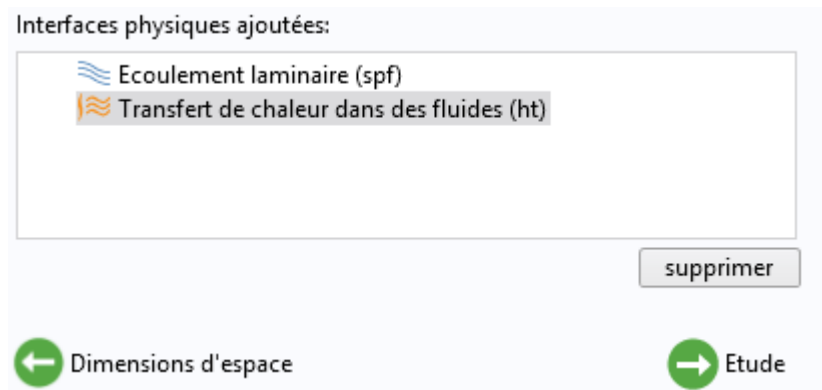
Choisissez dans *Assistant de modélisation* .sélectionner la dimension d'espace **2D**.

Sélectionner la physique

✓ *Écoulement fluide » Écoulement monophasique » Écoulement laminaire »*

Ajouter

✓ *Transfer de chaleur » Transfer de chaleur dense des fluide » Etude*



Sélectionner l'étude » *Temporel » Démarrer*

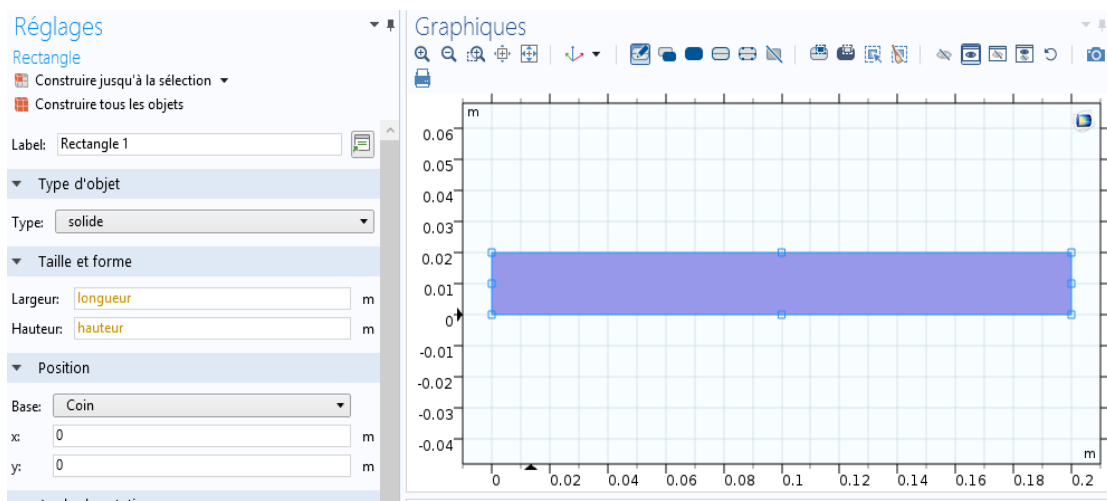
Constructeur de modèle » définition globales » clique adroite » *paramètres*

Réglages
Paramètres

Paramètres

Nom	Expression	Valeur	Descrip
longueur	0.2[m]	0.2 m	
hauteur	0.02[m]	0.02 m	
V_in	0.002[m/s]	0.002 m/s	
T_in	25[degC]	298.15 K	

Composent 1 » géométries 1» clique adroite » *Rectangle* » construire tous les objets

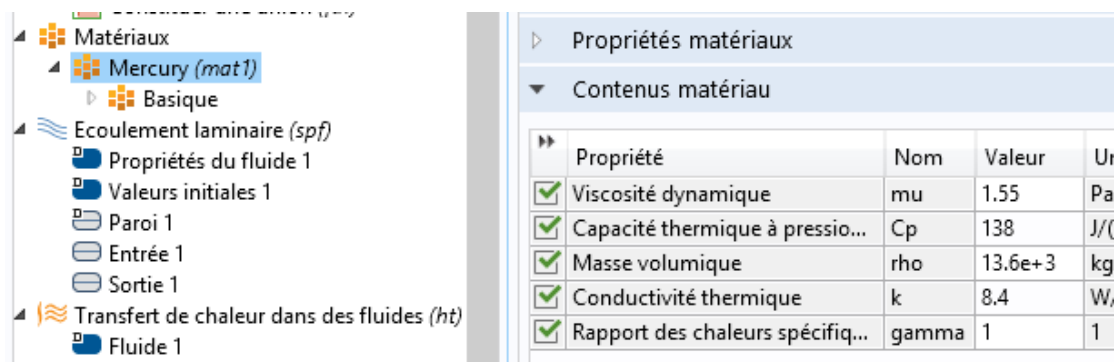


Constructeur de modèle » Matériaux » clique adroite » *Ajouter un matériaux à partir*

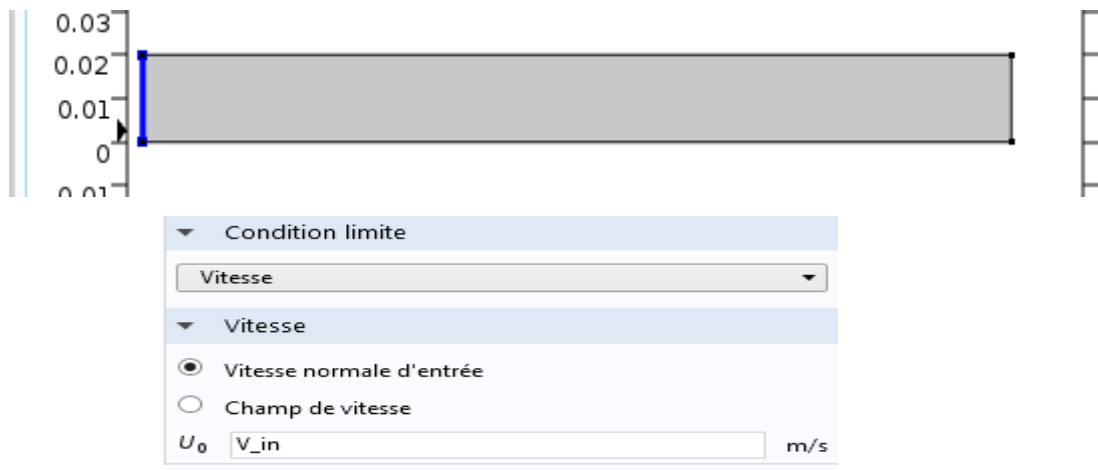
de la bibliothèque » rechercher mercure liquide » *Ajouter au sélection*



Constructeur de modèle » Matériaux » mercure



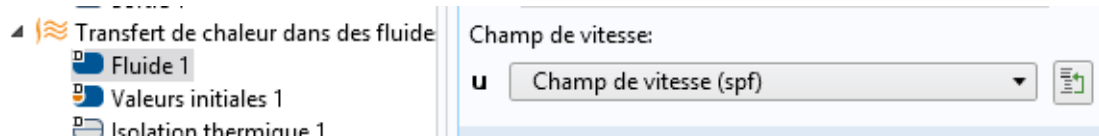
Constructeur de modèle » *Écoulement laminaire* » clique adroite » *Entrée*



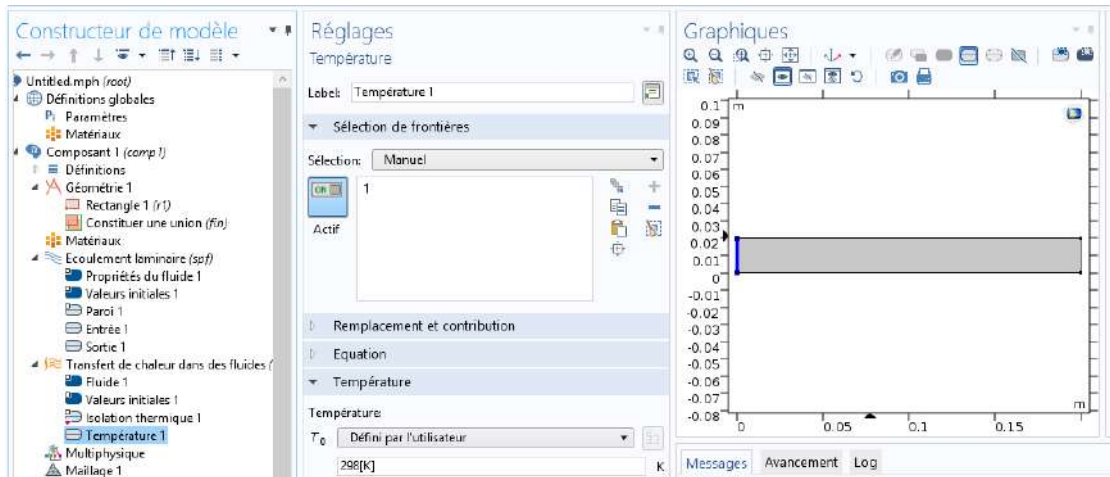
Constructeur de modèle » *Écoulement laminaire* » clique adroite » *sortie*



Constructeur de modèle »*Transfer de chaleur dense des fluide » fluide 1*



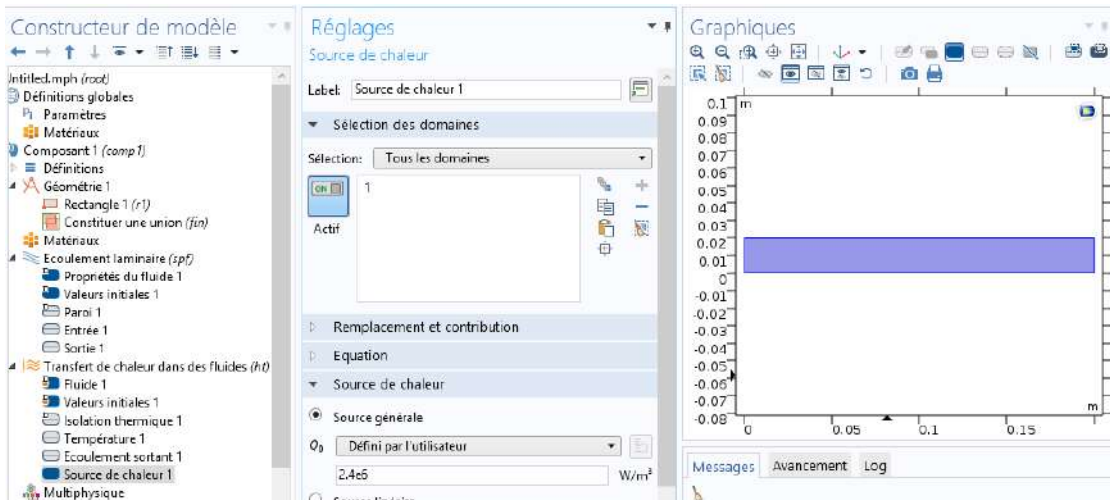
Constructeur de modèle »*Transfer de chaleur dense des fluide » clique adroite » Température » $T_0 = T_{in} 298.15$*



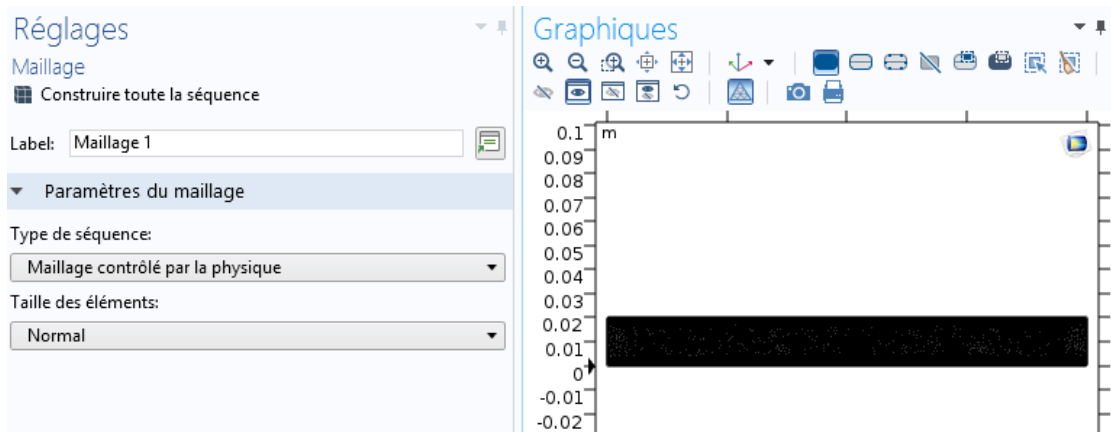
Constructeur de modèle »*Transfer de chaleur dense des fluide » clique adroite » Ecoulement sortant*



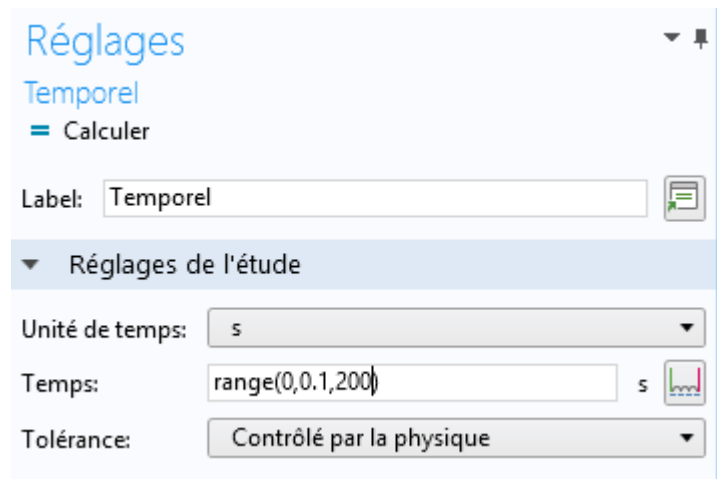
Constructeur de modèle »*Transfer de chaleur dense des fluide » clique adroite » source de chaleur*



Constructeur de modèle » *Maillage1* » *construire toute la séquence*



Constructeur de modèle » Etude » *Temporel* » *calculer*



III.6. Résultats et discussions :

L'algorithme thermique développé pour la modélisation en 2D d'une pompe MHD à conduction sous l'environnement COMSOL. Les résultats de simulation de la pompe MHD à conduction, obtenus par COMSOL, sont représentés ci-dessous (géométrie, conditions aux limites de Dirichlet et le maillage correspondant, la température pour chaque liquide).

Tableau(III.2) Les caractéristiques utilisées dans la pompe MHD à conduction.

Liquide	La conductivité thermique [W/m.K]	La chaleur spécifique [J/ KgK]	La densité [W/mK]
Mercuré (Hg)	$13.6 \cdot 10^3$	138	8.4
L'eau	998	4181	0.61
Gallium (Ga)	6093	370	40.6

✚ La résolution de l'équation thermique permet de déterminer la température dans le canal de la pompe MHD.

III.6.1. Représentation de la géométrie de la pompe magnétohydrodynamique :

La figure (III.3) représente la coupe transversale de la pompe MHD à conduction

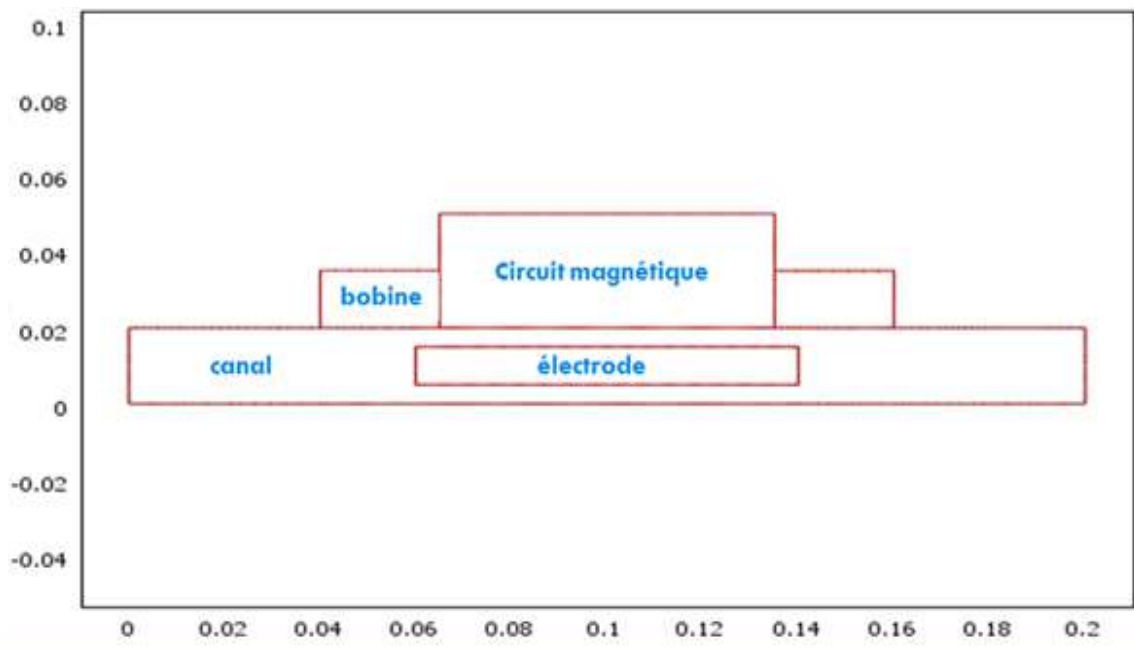


Figure (III.3) Schéma de la géométrie de la pompe MHD.

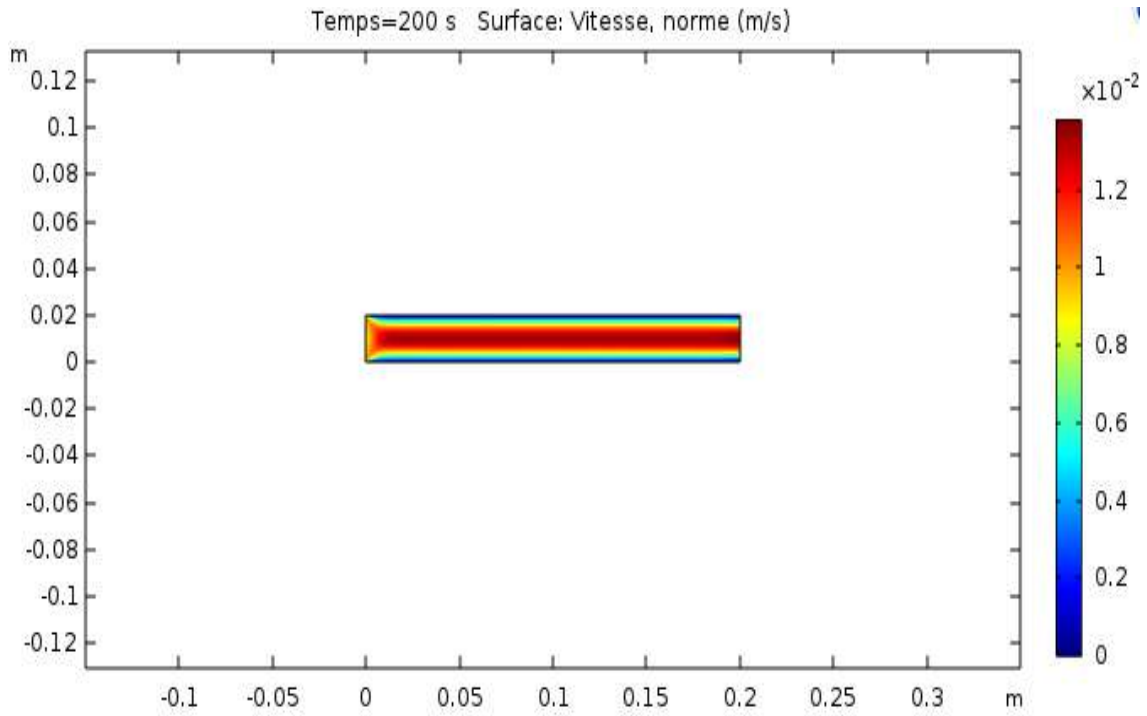


Figure (III.4) La vitesse de surface dans la pompe MHD.

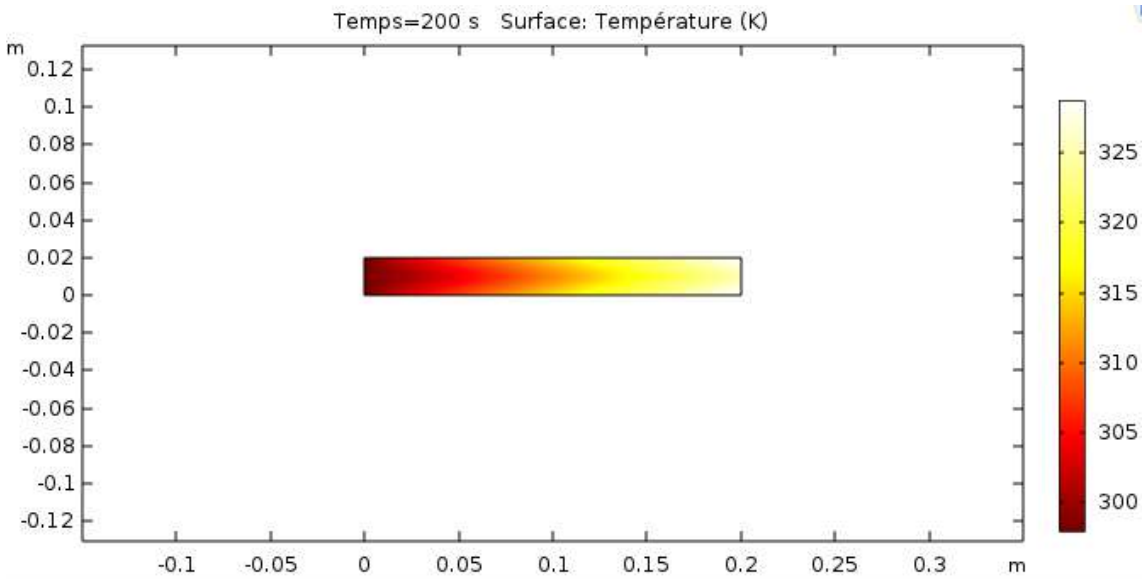
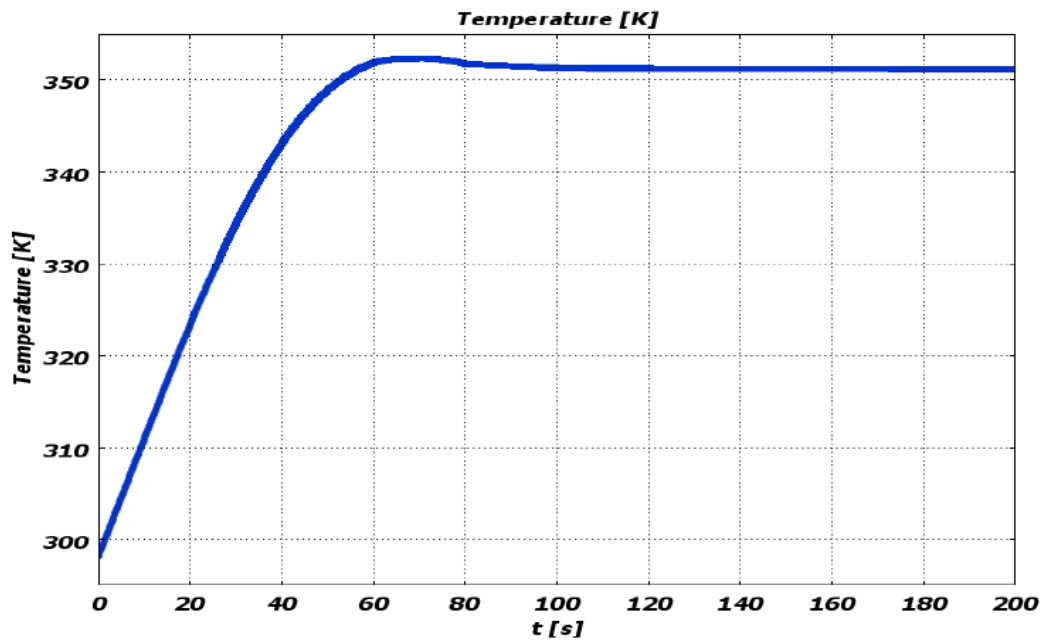


Figure (III.5) Température de surface dans la pompe MHD.

III.6.2. Représentation de la température pour Mercure :

La Figure (III.6) représente la variation de la température pour le liquide mercure. On remarque que la température passe par un régime transitoire puis elle se stabilise.



Figure(III.6) Variation de la température pour le mercure dans le canal en fonction de temps.

III.6.3. Représentation de la température pour l'eau de mer :

La Figure (III.7) représente la variation de la température de l'eau de mer. On remarque que la température passe par un régime transitoire puis elle se stabilise

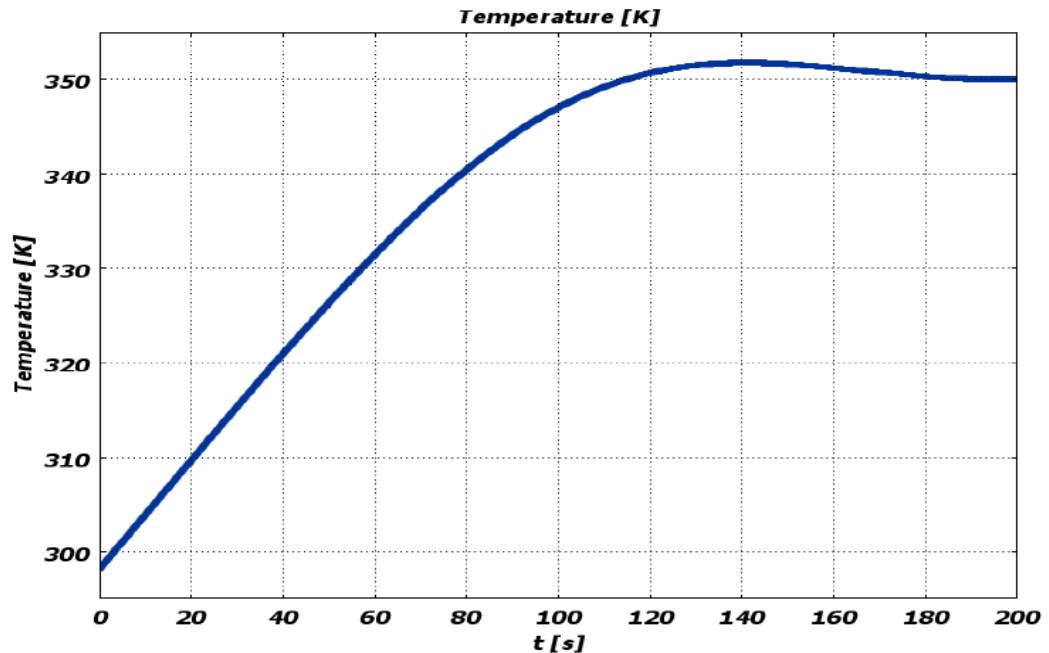


Figure (III.7) Variation de la température pour l'eau de mer dans le canal en fonction de temps.

III.6.4. Représentation de la température pour galium :

La Figure (III.8) représente la variation de la température du galium. On remarque que la température passe par un régime transitoire puis elle se stabilise

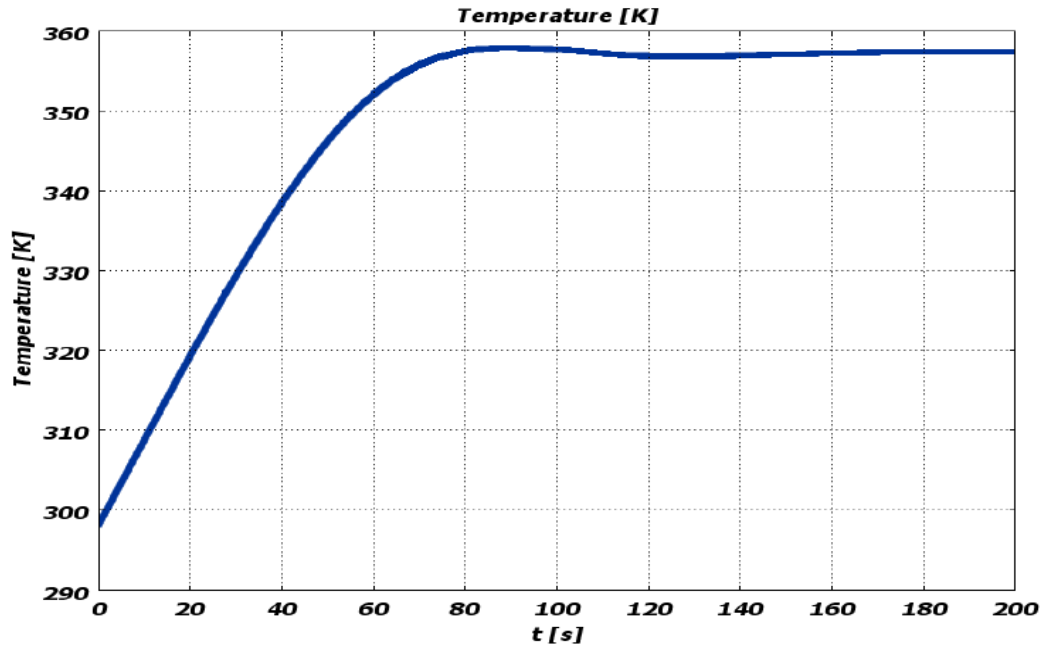
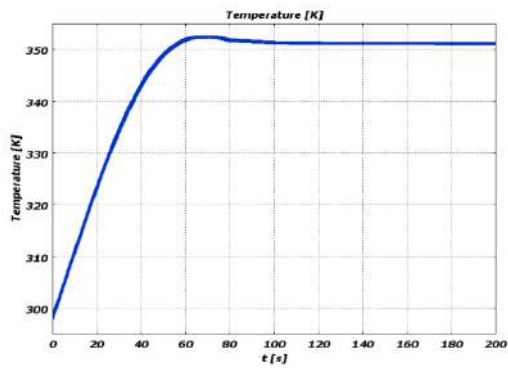


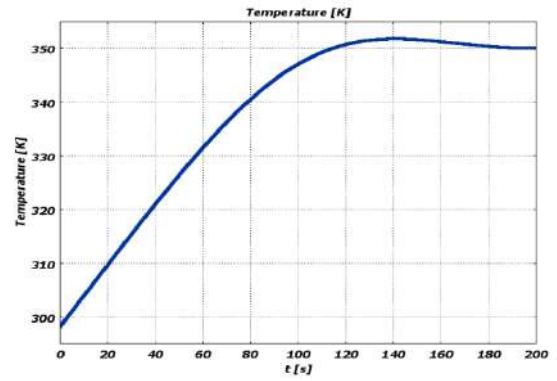
Figure (III.8) Variation de la température pour le galium dans le canal en fonction de temps.

III.7. Validation des résultats par Volumes finis :

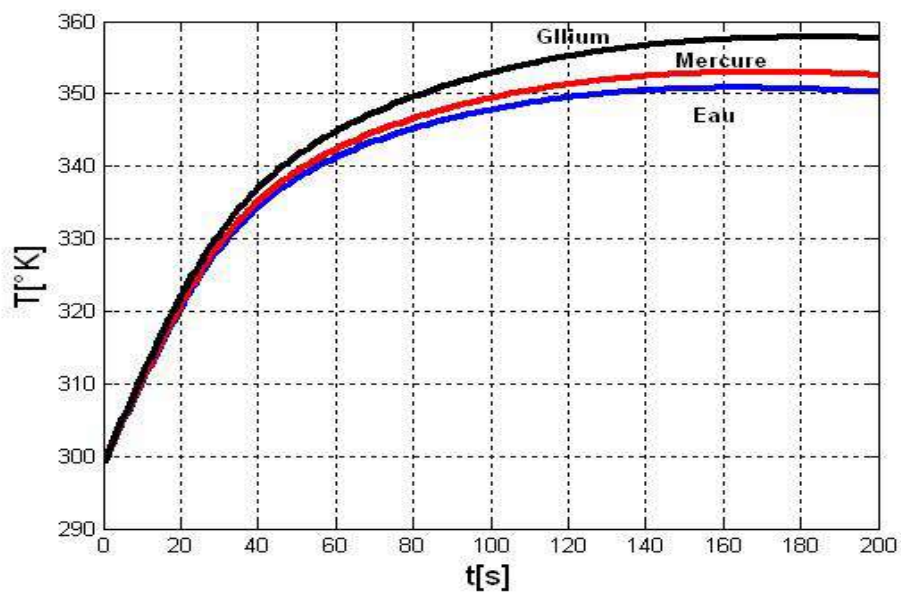
les résultats obtenus par la méthode des éléments finis Presque sont obtenus par la méthode des volumes finis, La figure (III.9) montre la température dans le canal de la pompe MHD par la méthode des Volumes finis simulé par MATLAB pour les trois liquides conducteur (Mercure, Galium, Eau de mer).[1]



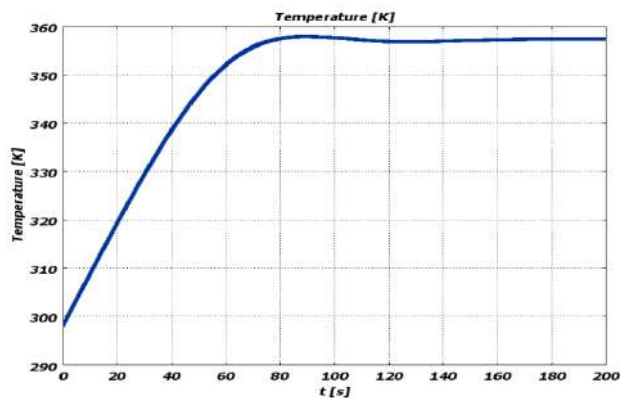
Mercure



Eau de mer



Figure(III.9) Température dans le canal de la pompe MHD par la méthode des Volumes finis



Gallium

III.8. Conclusion :

Le présent chapitre a été consacré à la présentation des différents résultats obtenus par l'application de la méthode des éléments finis aux problèmes thermiques dans la pompe MHD à conduction simulée par le logiciel COMSOL..

CONCLUSION GÉNÉRALE

Conclusion générale

La magnétohydrodynamique MHD est un domaine très vaste de la physique qui concerne l'interaction entre un champ électromagnétique et un fluide conducteur de l'électricité. Ainsi, on conçoit aisément que, suivant le type d'interaction, on peut trouver la MHD liée aux problèmes apparemment disjoints de la couronne solaire, de la magnétosphère, de la conversion d'énergie mécanique en énergie électrique, de la fusion thermonucléaire de la propulsion ou encore aux techniques industrielles de la métallurgie.

Les métaux liquides étant de très bons conducteurs électriques, le choix de la pompe s'est tourné naturellement vers les pompes électromagnétiques. Nous avons choisi d'utiliser la pompe MHD DC de par sa simplicité, son faible coût de fabrication et la possibilité de miniaturiser le système.

Pour la modélisation des phénomènes thermique de la pompe MHD pour des fluides est abordée par une méthode numérique. Le choix des méthodes utilisées s'est effectué en fonction des caractéristiques principales des phénomènes physiques. Nous avons ainsi retenu la méthode des éléments finis pour traiter les problèmes thermiques. La modélisation numérique en 2D des phénomènes thermique en utilisant programme COMSOL.

A travers ces résultats, on remarque la nécessité de la conception d'un prototype de pompe MHD à conduction et une étude expérimentale conséquente pour valider et affiner les résultats obtenus. Par ailleurs, d'un point de vue théorique, le travail peut être amélioré dans plusieurs voies telle que : une approche numérique en trois dimensions.

RÉFÉRENCES

BIBLIOGRAPHIES

Références bibliographies

[1]	NACEUR, «Contribution à la Modélisation 2D d'un Convertisseur Magnétohydrodynamique (MHD) à Conduction » Thèse de Doctorat, Université de Batna, 2015.
[2]	M. Tawk, «Etude et réalisation d'un système de refroidissement pour l'électronique de puissance basé sur la mise en mouvement d'un fluide conducteur électrique » Thèse de doctorat, l'université de Grenoble, 2011
[3]	N.Bergoug, "Contribution à l'Etude d'une Machine MHD Annulaire ", Thèse de Doctorat en Sciences en Electrotechnique, Université de Batna, 2013.
[4]	Bouali Khadîdja, « Contribution à l'étude et l'optimisation des convertisseurs magnétohydrodynamique(MHD) », L'université Hadj Lakhdar Batna ,2015.
[5]	R. Berton, « Magnétodynamique », Editions Masson, Paris, 1991.
[6]	C.A. Borghi, A. Cristofolini, and M. Fabbri, «Optimal design of a liquid metal Induction Pump», Department of Electrical Engineering, University of Bologna, Viale Risorgimento 2, I-40136 Bologna, Italy, 1997.
[7]	H. Becha, « Modélisation des phénomènes électromagnétiques et thermique couplés par la méthode des Volumes finis et du para métrisation dans les systèmes Amagnétiques de chauffage par induction ». Thèse de magistère 2001.
[8]	https://www.climamaison.com/lexique/energie-thermique.htm .
[9]	Chaibi ilhame benkabouya meriem, « étude électromagnétique d'une pompe magnétohydrodynamique MHD », Mémoire MASTER ACADEMIQUE, université kasdi merbah ouargla, 2015.
[10]	R. Goffaux " Les Générateurs Magnétohydrodynamiques ", CDU., Revue N°4, 1965.
[11]	N. Bergoug, « Etude de l'influence des Matériaux ferromagnétiques sur les performances d'une machine MHD par la Modélisation Numérique 2d », Thèse de Magister, Université de BATNA .2006.

[12]	L. Mokrani, “ Contribution à la CAO optimisée des machines électriques, application au moteur linéaire à induction”. These de doctorat d’etat, universite de Batna, 2005.
[13]	S. Naceur, ‘‘Contribution à La Modélisation Numérique D’une Pompe MHD En Tenant Compte De La Nature Des Matériaux Des Electrodes Et Du Fluide’’, Thèse de Magister, Université de Batna, 2007.
[14]	N. Benyahia ‘‘Modelisation des phenomenes electromagnetiques par couplage : Méthode des volumes finis- méthode des circuits couplés’’ ; These de magistere, Université de Batna 2004.
[15]	S. Azzaoui’’ Modelisation des phenomenes electromagnetiques et thermiques couples dans les dispositifs de chauffage par induction par couplage Méthode des Volumes finis (CVM)- Algorithme Alterne’’. These de magistere Université de Batna, 2002.
[16]	Wei-an long, ‘‘Contribution à la modelisation de systemes electromagnetique à l’aide du couplage des équations des circuits magnétiques et électriques. Thèse de doctorat, Paris VI, Octobre 1990.
[17]	G. Dahtt, G. Touzault, “ Une Presentation de la methode des elements finis”, Maloine S.A. Editeur Paris 1984.
[18]	J.P. Faroux and J. RENAULT, « Cours de l’électromagnétique», 1998 Dunode Paris.
[19]	L. Mokrani, “ Contribution A la simulation du moteur linéaire a simple induction par la méthode des éléments finis”, Thèse de Magister, ’institut d’électrotechnique, Université de Biskra, 1997.
[20]	Zemali Hocine Soufi Aissa, « Estimation de la température de coupe lors du perçage », Université Kasdi Merbah Ouargla

Résumé :

Dans notre travail, on a utilisé la méthode des éléments finis sous logiciel COMSOL, ce logiciel est un outil qui permet de trouver nos résultats et simulation de la pompe magnétohydrodynamique MHD en 2D, l'objectif principal de ce travail, est d'étudier les phénomènes thermiques en 2D dans le canal de la pompe MHD à conduction en tenant compte les différents fluides.

Mots clés :

Méthode des éléments finis (MEF), COMSOL ,2D,
Magnétohydrodynamique (MHD), Canal.

ملخص:

في عملنا، استخدمنا طريقة عناصر المنتهية باستعمال برنامج COMSOL، هذا البرنامج هو أداة تسمح لنا بالعثور على نتائجنا ومحاكاة المضخة الكهروديناميكية MHD في ثنائي الأبعاد 2D.

الهدف الرئيسي من هذا العمل هو دراسة الظواهر الحرارية في ثنائي الأبعاد D2 في قناة مضخة MHD الموصلة مع مراعاة السوائل المختلفة.

الكلمات المفتاحية:

طريقة العناصر المنتهية (FEM)، COMSOL، 2D، الكهروديناميكية (MHD)، القناة.

Abstract:

In our work, we used the finite element method under software COMSOL, this software is a tool that allows you to find our results and simulation of the magnetohydrodynamic pump MHD in 2D, the main objective of this work is to study the thermal phenomena in 2D in the channel of the conductive MHD pump taking into account the various fluids.

Keywords:

Finite Element Method (FEM), COMSOL, Magnetohydrodynamics (MHD), Channel.