

رقم الترتيب:

رقم التسلسلي:

جامعة قاصدي مرباح ورقلة

كلية رياضيات وعلوم المادة

قسم الفيزياء



مذكرة ماستر أكاديمي

مجال: علوم المادة

فرع: الفيزياء

الشخص: فيزياء اشعاعات

من إعداد: خليفة سمية

عنوان:

دوال التوزيع القطرية لبلازما ذات درجتي حرارة

نوقشت في يوم: 2020/09/22

أمام اللجنة المناقشة المكونة من:

رئيسا	جامعة قاصدي مرباح ورقلة	أستاذ محاضر أ	د. بن الزائر هجيرة
مناقشة	جامعة قاصدي مرباح ورقلة	أستاذ محاضر ب	د. بلة زكية
مؤطرا (مقررا)	جامعة قاصدي مرباح ورقلة	أستاذة تعليم عالي	د. ثوريه شهرة
مساعد مؤطر	جامعة قاصدي مرباح ورقلة	أستاذ محاضر ب	د. عباسة حكيمة

الموسم الجامعي: 2019/2020

شكر وعرفان

الحمد لله على إحسانه و الشكر له على توفيقه و امتنانه و نشهد أن لا إله إلا الله وحده لا شريك له تعظيمًا شأنه و نشهد أن سيدنا و نبينا محمد عبده و رسوله الداعي إلى رضوانه و صلى الله عليه و على آله و أصحابه.

بعد الشكر لله سبحانه و تعالى على توفيقه لنا لإنقاذ هذا البحث و تقديمه على هذه الصورة، أتقدم بجزيل الشكر إلى الوالدين العزيزين الذين أعانوني و شجعوني على الاستمرار في مسيرة العلم و النجاح.

كما أتوجه بالشكر الجزيل إلى مشرفة المذكرة الأستاذة الدكتورة "شهرة ثوريه" أستاذ التعليم العالي على صبرها، و توجيهاتها العلمية، التي ساهمت بشكل كبير في إتمام و استكمال هذا العمل، في ظل هذه الظروف، كما أتوجه بالتقدير و الشكر للأستاذة الدكتورة عباسة حكيمه أستاذ محاضر "ب" بجامعة قاصدي مرباح ورقلة.

كما اتقدم بفائق الشكر والتقدير إلى كل أعضاء اللجنة المناقشة:

الدكتورة بن الزائر هجيرة أستاذ محاضرة "أ" بجامعة قاصدي مرباح ورقلة على قبولها ترأس لجنة المناقشة، و الدكتورة بلة زكية أستاذ محاضر "ب" بجامعة قاصدي مرباح ورقلة على قبولها مناقشة هذه المذكرة، مما اعطى هذا العمل قيمة أكبر.

لابدا لنا ونحن نخط خطواتنا الأولى في البحث العلمي من وقفة نعود فيها إلى أعوام خلت قضيناها في رحاب جامعة ورقلة مع أساتذتنا الكرام الذين قدموا لنا الكثير، باذلين بذلك جهود كبيرة في بناء جيل غداً لتبعد الأمه من جديد. أتقدم بأسمى كلمات الشكر، الإمتنان، التقدير و الاحترام و المحبة إلى الذين حملوا أقدس رسالة في الحياة، إلى الذين مهدوا لنا طريق العلم و المعرفة، إلى جميع أساتذتنا الأفاضل. كما لا أنسى التقدم بالشكر الجزيل إلى إخوتي و أصدقائي الأعزاء.

فهرس المحتويات

i	فهرس الأشكال.....
iii	فهرس الجداول
01	مقدمة عامة.....
الفصل الأول : عموميات حول البلازما	
04	I - 1- مقدمة
04	I - 2- لحة تاريخية
04	I-3 تعريف البلازما
05	I - 4- أشكال البلازما
05	I - 4-1 بلازما الطبيعية.....
06	I - 4-2 البلازما الصناعية.....
06	I - 5- تصنیفات البلازما وفق درجة الحرارة
06	I - 6- أهم المقادير في البلازما
06	I - 6-1 نصف قطر دیسای.....
07	I-6-2 نصف قطر الكرة الإلكترونية.....
07	I-6-3 نصف قطر الكرة الأيونية.....
07	I-6-4 وسيط الترابط Γ
08	I - 7- دالة الترابط القطرية في حالة التوازن الترموديناميكي.....
10	I-8 عامل البنية السكוני في حالة التوازن الترموديناميكي.....
الفصل الثاني: نماذج دوال التوزيع القطرية من أجل درجتي حرارة	
13	1-II مقدمة
13	2-II نماذج دالة توزيع القطرية
14	1-2-II نموذج SQRT
14	2-2-II نموذج MASS

14	SVT 3-II نموذج 3-II
16	II-3 التحقق من علاقات دوال التوزيع القطرية في النماذج الثلاثة المجدولة.....
21	II-4 حساب معاملات البنية الجزئية.....
22	II-5 النتائج والمناقش.....
32	II-6 الخلاصة.....
الفصل الثالث: حساب دالة التوزيع للحقل الكهربائي المجهرى من أجل درجتي حرارة		
34	III-1 مقدمة
34	III-2 النموذج النظري
39	III-3 مناقشة النتائج.....
42	III-4 الخلاصة
43	خاتمة عامة
46	المراجع

فهرس الأشكال

<p>04</p> <p>26</p> <p>27</p> <p>28</p> <p>30</p> <p>30</p> <p>39</p>	<p>الأطوار الانتقالية المختلفة للمادة، عند زيادة درجة الحرارة.....</p> <p>مقارنة دوال التوزيع القطرية أيون-أيون (y) لنموذج الثلاثة MASS، SQRT و SVT لبلازما مختلف معاملات الترابط الإلكترونيات والأيونات الضعيفة و لقيم مختلفة لنسبة $\frac{m_i}{m_e}$</p> <p>مقارنة دوال التوزيع القطرية أيون-إلكترون (y) لنموذج الثلاثة MASS و SVT لبلازما ذات معامل الترابط الإلكترونيات والأيونات ضعيف و لقيم مختلفة لنسبة $\frac{m_i}{m_e}$</p> <p>مقارنة دوال التوزيع القطرية إلكترون-إلكترون (y) لنموذج الثلاثة MASS و SVT لبلازما ذات معامل الترابط الإلكترونيات والأيونات ضعيف و لقيم مختلفة لنسبة $\frac{m_i}{m_e}$</p> <p>مقارنة دالة التوزيع القطرية إلكترون-إلكترون (y) لنموذج الثلاثة MASS و SVT مع المرجع [5] لبلازما ذات معامل الترابط الإلكترونيات ضعيف و معامل الترابط الإلكترونيات قوي $m_i = m_e = 4$ و $\Gamma_e = 0.1$</p> <p>مقارنة معاملات البنية السكونية أيون-أيون لنموذج الثلاثة MASS، SQRT و SVT لبلازما ذات $m_i = 30m_e$ و $\Gamma_i = 0.6$ و $\Gamma_e = 0.1$</p> <p>مقارنة دالة التوزيع للحقل الكهربائي المجهري ($H(\beta)$ لنموذج: MASS و SQRT) لبلازما ذات معامل الترابط الإلكترونيات والأيونات من أجل $m_i = m_e$، لبلازما ذات معامل الترابط الإلكترونيات والأيونات ضعيف $\Gamma_i = 0.8$ و $\Gamma_e = 0.1$ على الترتيب.....</p> <p>مقارنة دالة التوزيع للحقل الكهربائي المجهري ($H(\beta)$ لنموذج: MASS و SQRT) لبلازما ذات معامل الترابط الإلكترونيات و SVT من أجل $m_i = 1836m_e$، لبلازما ذات معامل الترابط الإلكترونيات و</p>	<p>الشكل I</p> <p>الشكل II.</p> <p>الشكل II.</p> <p>الشكل III.</p> <p>الشكل II.</p> <p>الشكل III.</p>
---	--	---

40 الأيونات ضعيف $0.1 = \Gamma_e$ و $\Gamma_i = 0.8$ على الترتيب.....

الشكل III.3 مقارنة دالة التوزيع للحقل الكهربائي الجهري $H(\beta)$ لنمودج SVT من اجل

لبلازما ذات معامل الترابط الالكترونات والايونات ضعيف $0.1 = \Gamma_e$ و $\Gamma_i =$

40 0.8 على الترتيب ولقيم مختلفة لنسبة $\frac{m_i}{m_e}$

الشكل III.4 مقارنة دالة التوزيع للحقل الكهربائي الجهري $H(\beta)$ لنمودج MASS من اجل

لبلازما ذات معامل الترابط الالكترونات والايونات ضعيف $0.1 = \Gamma_e$ و $\Gamma_i =$

41 0.8 على الترتيب ولقيم مختلفة لنسبة $\frac{m_i}{m_e}$

فهرس الجداول

الجدول 1. II معاملات المعادلة (II.7) من أجل دالة التوزيع القطرية في حالة ترابط ضعيف لكل

15 النماذج MASS، SQRT و SVT

الجدول 2. II ثوابت بدون وحدة لدالة التوزيع القطرية لنماذج من أجل ترابط ضعيف لكل النماذج

22 SVT و MASS، SQRT

مقدمة عامة

نشأت فيزياء البلازما (علم القرن العشرين) كنتيجة مباشرة لدراسة الانفراغ في الغازات، فمنذ عام 1920 حقق هذا المجال تقدماً كبيراً بسبب أهميته في الطبيعة، وتطبيقاته الصناعية وشموله لأسس المعرف في الفيزياء الحديثة. تشكل البلازما في الطبيعة الحالة الرابعة للمادة، وتنتج حسب تسلسل تزايد درجة الحرارة من الحالة الصلبة فالسائلة فالغازية [1]. يمكن القول أن البلازما غاز متأين يحوي عدداً كبيراً وكافياً من الجسيمات المشحونة تحجب نفسها إلكتروستاتيكياً عند مسافة صغيرة [2].

وفي وضع التوازن термодинاميكى يتكون الغاز المتأين من إلكترونات وأيونات و جسيمات معتدلة (ذرات أو جزيئات) تتبادل التأثير فيما بينها بواسطة قوة كولون و فان درفالز. في هذه الحالة تكون مختلف أنواع الجسيمات الناتجة في الغاز المتأين في وضع تأين حراري متوازن حيث يوصف بدرجة حرارة واحدة للجملة ككل. وتوجد طرائق أخرى متكافية تسمح بتأين الغاز. غالباً ما يستخدم تأثير فعل الحقل الكهربائي الخارجي، و لكن يخرج الوسط المتأين في هذه الحالة عن وضع التوازن терموديناميكى. و نميز ثلاثة درجات حرارة مختلفة: إلكترونات الأيونات درجة حرارة الجسيمات المعتدلة [1].

في الحقيقة، اغلب تجارب انتاج البلازما تجريبياً تتم بعيداً عن حالة التوازن الحراري، مثلاً في بلازما المحايدة فائقة البرودة (ultracold neutral plasmas) و البلازما المكثفة في الفقاعات الضيائية الصوتية (dense plasmas) في اندماج (in sonoluminescent bubbles) نجد درجة حرارة الأيونات والالكترونات مختلفة [3 – 4]. في البلازما بحصر القصور الذاتي (inertial confinement fusion plasmas) وأمزجة البلازما فائقة البرودة (ultracold plasma mixtures)، يمكن الإشارة لوجود درجات حرارة مختلفة ليست فقط بين الأيونات والالكترونات ولكن أيضاً بين مختلف أنواع الأيونات [5].

في العادة دالة التوزيع القطبية تطبق في حالة التوازن الحراري لحساب وتعيين العديد من الخواص термوديناميكية السكونية وكذا الديناميكية باستخدام علاقات الميكانيك الاحصائي في حالة التوازن. في حالة عدم التوازن الحراري تستخدم توسيعات على النظرية الحركية للغاز المثالي. تلعب دالة التوزيع القطبية في نظام درجي حرارة دوراً هاماً في تحديد الخواص السكونية والديناميكية للبلازما، وتستخدم أيضاً في اختبار مدى صحة التقديرات في حالة بلازما ذات ذات مركب واحد [5].

المدار الأساسي من هذا العمل هو البحث في النماذج النظرية لحساب دالة التوزيع القطبية في حالة بلازما ذات درجي حرارة أي في حالة عدم التوازن الحراري. وتطبيق النماذج السابقة لحساب الحقل الكهربائي المجهري من أجل

إنجاد دالة التوزيع الحقل الكهربائي المجهري التي تدخل في حساب خطوط الطيف. لذلك تم تقسيم هذا العمل إلى ثلاثة فصول مهمة وخلاصة عامة:

في الفصل الأول، يحتوي هذا الفصل عموميات حول البلازماء، و تاريخها، تعريفها، أشكالها، تصنيفها حسب درجة الحرارة، أهم المقادير في الفيزياء البلازماء، دالة الترابط القطرية في حالة التوازن الترموديناميكي و عامل البنية السكוני في حالة التوازن الترموديناميكي.

الفصل الثاني، سنقوم بالبحث على النماذج النظرية لحساب دالة التوزيع القطرية من أجل درجتي حرارة و ذلك لتفاعلات الثلاثة ($i-i$), ($e-e$) و ($e-i$) في بلازما ضعيفة الارتباط، هذه النماذج هي: نموذج SQRT، نموذج MASS و نموذج SVT، ثم قمنا باستخراج النتائج و رسم المنحنيات بالتغيير في معامل الارتباط الايونات والالكترونات وكذا النسبة بين كتلة الايون والالكترون لمختلف النماذج الثلاثة.

الفصل الثالث، سوف نقوم بحساب النظري لدالة التوزيع الحقل الكهربائي المجهري من أجل درجتي حرارة باستخدام دالة التوزيع القطرية لثلاثة نماذج: نموذج SQRT، نموذج MASS و نموذج SVT، و ذلك عن طريق حساب الحقل الكهربائي المجهري (مشتق الموضعي للطاقة التفاعل) الناتج بين مكونات البلازماء المعتبرة (الالكترونات والايونات) مع الشائبة الأيونية التي تعتبرها ايون من البلازماء السابقة من أجل درجتي حرارة، على اعتبار أن البلازماء ضعيفة التأين. حيث عرفنا النموذج النظري ثم قمنا باستخراج النتائج ومقارنتها. في الأخير حوصلة ما قمنا به في خلاصة عامة.

فصل الأول

عموميات حول البلازما

I-1 مقدمة

أغلب الكون المرئي في حالة بلازما، وتشترك كل أنواع البلازما بأنها تخضع وتفسر بنفس الآليات و تديرها نفس القوانين الفيزيائية. تعرف البلازما بالحالة الرابعة للمادة كونها تختلف عن الحالة الصلبة، السائلة، و الغازية؛ فهي عبارة عن حالة مخففة للمادة تشبه الغاز إلا أنها مؤلفة من جسيمات مشحونة و إلكترونات و أيونات موجبة بتناسب معين يجعل الوسط إجمالاً متعادلاً كهربائياً [6].

في هذا الفصل سنعرض عموميات حول البلازما، و تاريخها، تعريفها، أشكالها، تصنيفها حسب درجة الحرارة، أهم المقاييس في الفيزياء البلازما، دالة الترابط القطرية في حالة التوازن الترموديناميكي و عامل البنية السكوتني في حالة التوازن الترموديناميكي. ستركز بصفة خاصة على بلازما في حالة توازن حراري أي ذات درجة حرارة واحدة.

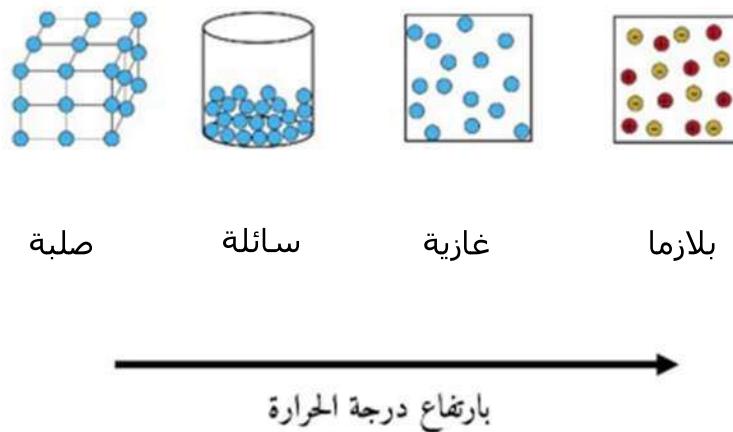
I-2 لمحة تاريخية

إن أول من استخدم مصطلح الحالة الرابعة للمادة هو Sir William Grookes عام 1879 لوصف القسم المتأين من الانفراغات الغازية، وقد علل مصطلحه هذا على الشكل التالي: تتحول المادة الصلبة بالتسخين إلى الحالة السائلة و باستمرار التسخين تتحول إلى غاز باستمراره يحصل تأين الذرات المكونة للغاز. و عندما تبلغ الحرارة مقدار أكبر من $k \cdot 10^5$ تصبح المادة متأينة تماماً، و هذه هي الحالة الرابعة.

أما مصطلح البلازما و هو يوناني في الأصل ($\pi\lambda\alpha\delta\mu\alpha$) فيعني أصل شئ مكون و فق نظام معين، فقد استخدم للمرة الأولى من قبل I. Langmuir عام 1923 للدلالة على غاز مضيء يحتوي إلكترونات و عدة أنواع من الأيونات و بعض الذرات المعتدلة. في عام 1929 وضع العلمان Langmuir و Tonks و صفا للبلازما بأنها مائع شبه معتدل كهربائياً و مكون من جزيئات مشحونة و أخرى معتدلة و هي تسلك سلوكاً جماعياً [7].

I-3 تعريف البلازما

هي حالة متميزة من حالات المادة يمكن وصفها بأنها غاز متأين تكون فيه الإلكترونات حررة وغير مرتبطة بالذرة أو الجزيء. فإذا كانت المادة توجد في الطبيعة في ثلاثة حالات: صلبة، سائلة وغازية، فإنه بالإمكان تصنيف البلازما على أنها الحالة الرابعة التي يمكن أن توجد عليها المادة [8].



الشكل I . 1. الأطوار الانتقالية المختلفة للمادة، عند زيادة درجة الحرارة.

عند تسخين المادة من الصلبة الى السائلة الى الغازية ثم زيادة التسخين، تبدأ بالتأين، ذلك أن إلكترون أكثر سيتحرر من ذرة الى الغاز [2]. إن درجات الحرارة العالية تعني إن هناك حرية لحركة الجزيئات المكونة للمادة في الأجسام الصلبة تكون الذرات و الجزيئات مقيدة إلى درجة الصلابة أما في حالة السائلة فإن الجزيئات ممكن أن تتحرك بحرية و لكنها محدودة، أما في الحالة الغازية فإن الذرات و الجزيئات تتحرك بحرية داخل الذرات، و إن الالكترونات تنجز حركة متوقفة في داخل مداراتها بموجب القوانين الكمية، و على أية حال فإن الالكترونات والبلازما تتحرر من الذرات و تكتسب حرية تامة لحركة . و بفقدان بعض هذا الالكترونات تبقى الذرات و الجزيئات تكتسب شحنة موجبة و لذلك تدعى بالأيونات الموجبة. لذلك فإن البلازما هي غاز مؤلف من الجزيئات ذات شحنة موجبة و سالبة والمحصلة النهائية لهذا المزيج الغازي تساوي صفر أي (متعادلة).

I – 4 أشكال البلازما

عموماً فإن كل شيء طاقوي في الكون يمتلك بلازما مرتبطة به إذ أن 99.99% من حجم المادة المرئية في الكون توجد في حالة بلازما، ولعلها تشكل اغلب العالم غير المرئي. و لها نوعان هما [9].

I – 4 – 1 بلازما الطبيعية

ينقسم هذا النوع من البلازما إلى نوعان هما:

✓ **بلازما طبيعية كونية:** تمثل البلازما الطبيعية الكونية النسبة الكبيرة في هذا الكون كالبلازما الموجودة على سطح الشمس (الغيم المضيئة المحيطة بسطحها المشع) درجة حرارتها 5700 كلفن، بلازما مركز الشمس

درجة حرارتها 17 مليون كلفن، أيضاً البلازما على سطوح النجوم درجة حرارتها تقدر بـ 10^7 كلفن و بلازما الرياح الشمسية ... إلخ.

✓ **بلازما الطبيعية الأرضية:** تمثل البلازما الأرضية بنسبة أقل من سابقتها لأنها تحدث على المستوى الأرض مثل البرق و الصواعق ... إلخ، فنجد غلاف جو الأرض يتكون من بلازما معروفة باسم الكرة المتأينة أو طبقة الایونوسفير.

I-4-2 البلازما الصناعية

بما أن البلازما نادرة في محيطنا القريب، لذا الإنسان لتوليدها صناعياً، وهي تشمل البلازما الموجودة في التلفاز، في غاز المصايد الفوسفورية و الاندماج النووي...إلخ.

I-5 تصنیفات البلازما وفق درجة الحرارة

يمكن تصنیف البلازما حسب درجة الحرارة إلى ثلاثة مجموعات [1]:

✓ **البلازما الباردة:** درجات حرارة الأيونات الجسيمات المعتدلة أخفض من $10^3 K^\circ$ ، في حين تكون الإلكترونات ذات درجات حرارة مرتفعة (تستخدم في معالجة السطوح و في تحضير مواد جديدة، و توليد الأوزون، و الكيمياء بمساعدة البلازما).

✓ **البلازما الحرارية:** التي تتميز بدرجات حرارة أعلى من $10^3 K^\circ$ (استخدام انفراط القوس الكهربائية في اللحام والقطع و غيرها)

✓ **البلازما الحارة:** التي تواافق درجة حرارة أعلى من $10^6 K^\circ$ ، (و يمكن المدف في إنتاج الطاقة الكهربائية انطلاقاً من الاندماج النووي المتحكم به).

I-6 أهم المقادير في البلازما

I-6-1 نصف قطر ديبي

قبل التطرق إلى نصف قطر ديبي لابد من الإشارة إلى ظاهرة مهمة تحدث وهي ظاهرة الحجب، والمقصود بها حجب شحنة في البلازما بواسطة سحابة من الشحنات المتعاكسة، ومن هذه الظاهرة استنتج بعد ديبي الذي

يعتبر أهم خاصية في البلازما، حيث نصف قطر دينامي يشير إلى أقصى مسافة تتحرك فيها الإلكترونات عشوائياً في البلازما ويعطي بالعلاقة التالية [6]:

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{K_B T}{4\pi n_e e^2}} \quad (I.1)$$

حيث T هي درجة حرارة بالكلفن، n_e تمثل الكثافة الإلكترونية، و K_B هو ثابت بولتزمان.

I-6-2 نصف قطر الكرة الإلكترونية

يميز نصف قطر الكرة الإلكترونية بعد المتوسط بين الإلكترونين ويعطي بالعلاقة التالية [1]:

$$r_e = \left(\frac{3}{4\pi n_e} \right)^{1/3} \quad (I.2)$$

I-6-3 نصف قطر الكرة الأيونية

يميز نصف قطر الكرة الأيونية بعد المتوسط بين أيونين ويعطي بالعلاقة التالية [1]:

$$r_i = \left(\frac{3}{4\pi n_i} \right)^{1/3} \quad (I.3)$$

n_i تمثل الكثافة الأيونية.

I-6-4 وسيط الترابط Γ

هو مقياس لمدى الترابط جسيمات البلازما، عندما يكون $1 \geq \Gamma$ فإن ذلك يدل على أن التزاوج شديد أما عندما يكون $1 \ll \Gamma$ فإن الطاقة الحركية الدور الأكبر في وصف سلوك الجسيمات، أي التزاوج بين هذه الجسيمات ضعيفة، حيث تتحرك الجسيمات بحرية كبيرة وبتصادمات قليلة ما يعني أن التأثير الذي بينها ضعيفاً، ويقال عن البلازما أنها مثالية. يعطى معامل الارتباط بالعلاقات التالية [6]:

بالنسبة للإلكترونات:

$$\Gamma_e = \frac{e^2}{K_B T r_e} \quad (I.4)$$

بالنسبة للأيونات،

$$\Gamma_i = \frac{(z_i e)^2}{K_B r_i} \quad (I.5)$$

I - 7 دالة الترابط القطرية في حالة التوازن термодинамический

تدخل دالة الترابط القطرية او ما تسمى بدالة التوزيع الزوجية (*The pair distribution function*) في العديد من علاقات البلازما، حيث تمكنا من حساب بعض الخصائص السكونية (دالة التوزيع للحقل الكهربائي، معاملات الانتقال، المعاملات الترموديناميكية) والخصائص الديناميكية (دواو الارتباط الزمنية للحقول الكهربائية و السرعات) [10][8].

نعتبر وسط مكون من N جسيم متماثل في حجم V ودرجة حرارة T ، والطاقة الكامنة الكلية $: \rho^n(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n) U_N(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N)$.

$$\rho^{(n)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n) = \frac{N!}{(N-n)!} \frac{1}{Z_N} \int \dots \int \exp \left\{ -\frac{U_N}{K_B T} \right\} d\vec{r}_{n+1} d\vec{r}_{n+2} \dots d\vec{r}_N \quad (I.6)$$

حيث Z_N دالة التقسيم:

$$Z_N = \int \dots \int \exp \left\{ -\frac{U_N}{K_B T} \right\} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \dots d\vec{r}_N \quad (I.7)$$

المقدار $d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \dots d\vec{r}_n$ يعطى احتمال وجود جسيم (1) في الحجم العنصري $d\vec{r}_1$ عند الموضع \vec{r}_1 و جسيم (2) في الحجم العنصري $d\vec{r}_2$ عند الموضع \vec{r}_2 وجسيم (n) في الحجم العنصري $d\vec{r}_n$ عند الموضع \vec{r}_n .

يكتب شروط الاستنظام بالشكل:

$$\int \dots \int \rho^{(n)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n) d^3 r_1 d^3 r_2 \dots d^3 r_n = \frac{N!}{(N-n)!} \quad (I.8)$$

: $n = 1$ ومنه

$$\int \rho^{(1)}(\vec{r}) d\vec{r} = N \quad (I.9)$$

في حالة وسط متجانس:

$$\rho^{(1)}(\vec{r}) = \frac{N}{V} = \rho \quad (\text{I.10})$$

نعرف دالة التوزيع لـ n جسيم $: g^{(n)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n)$

$$g^{(n)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n) = \frac{\rho^{(n)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n)}{\prod_{i=1}^n \rho^{(1)}(\vec{r}_i)} \quad (\text{I.11})$$

من اجل وسط متجانس:

$$g^{(n)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n) = \frac{\rho^{(n)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n)}{\rho^n} \quad (\text{I.12})$$

$$= \frac{N!}{\rho^n (N-n)!} \frac{1}{Z_N} \int \dots \int \exp \left\{ -\frac{U_N}{K_B T} \right\} d\vec{r}_{n+1} d\vec{r}_{n+2} \dots d\vec{r}_N \quad (\text{I.13})$$

و يعرف دالة الترابط القطرية $| \vec{r}_2 - \vec{r}_1 | = r$ ولذلك غالبا

ما يرمز لها بإختصار $: g(r)$

$$g(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{\rho^{(2)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)}{\rho^2}, \quad (\text{I.14})$$

$$\int \int \rho^2 g(\vec{r}_1, \vec{r}_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 = \frac{N!}{(N-2)!} = N(N-1)$$

$$\frac{1}{V^2} \int \int g(\vec{r}_1, \vec{r}_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 = 1 - \frac{1}{N} \quad (\text{I.15})$$

$\infty \leftarrow N$ لدينا

$$\frac{1}{V^2} \int \int g(\vec{r}_1, \vec{r}_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 = 1 \quad (\text{I.16})$$

دالة الترابط القطرية يمكن التعبير عنها بعلاقة بسيطة بدلالة طاقة التفاعل بين جسمين [1]:

$$g(r) = e^{-U/K_B T} \quad (\text{I.17})$$

ويمكن تعميم هذه النتيجة بالقول إن:

$$g_{ij}(r) = e^{-U_{ij}(r)/K_B T} \quad (I.18)$$

حيث يعطى $U_{ij}(r)$ بين ايونين شحنتهما $Z_i e$ و $Z_j e$ في التقرير الكلاسيكي بالعلاقة [1] :

$$\frac{U_{ij}}{K_B T} = \pm Z_i Z_j \frac{r_L}{r} e^{-r/\lambda_D} \quad (I.19)$$

$$\text{حيث طول لاندو يعرف } r_L = \frac{e^2}{K_B T}$$

حين تؤول المسافة بين الجسيمات إلى الصفر، تزداد الترابطات. من أجل شحنتي q_i و q_j من الإشارة نفسها يكون التأثير المتبادل $U_{ij}(r)$ موجباً و يصبح $g_{ij}(r)$ معروضاً. و من أجل شحتين متعاكستين بالإشارة، يكون $U_{ij}(r)$ سالباً و يسعى $g_{ij}(r)$ إلى الالنهاية (فعل كوانتي). و حين تسعى المسافات بين الجسيمات إلى الالنهاية، تتناقص الترابطات، نظراً لأن التأثير المتبادل $U_{ij}(r)$ يصبح معروضاً و $g_{ij}(r)$ يصبح مساوياً للواحد (وتكون الجسيمات في هذه الحالة غير متراقبة).

I - 8 عامل البنية السكוני في حالة التوازن الترموديناميكي

يمكن قياس عامل البنية السكوني (*static structure factor*) تجريبياً بواسطة الانتشار المرن للنيوترونات أو الفوتونات او اشعة X ، ويمكن ايجاده باستعمال المحاكاة العددية. نظرياً يعطى بدالة تحويل فوريه لدالة الارتباط القطرية [8].

تعرف كثافة الجسيمات $\rho(\vec{r})^{(1)}$ بدالة القيمة المتوسطة لدالة δ للموضع [8][10] :

$$\rho^{(1)}(\vec{r}) = \rho(\vec{r}) = \langle \sum_{i=1}^N \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) \rangle \quad (I.20)$$

$$\rho^{(2)}(\vec{r}, \vec{r}') = \langle \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) \delta(\vec{r}' - \vec{r}_j) \rangle \quad (I.21)$$

يمكن التعبير عن عامل البنية السكوني $S(k)$ بدالة تحويل فوريه لكثافة المجرية للجسيمات ويعطى بالعلاقة التالية:

$$S(k) = \frac{1}{N} \langle \rho_k \rho_{-k} \rangle \quad (I.22)$$

و $\rho_k(\vec{r})$ يمثل تحويل فوريه لدالة ρ :

$$\rho_k = \hat{\rho}(\vec{k}) = \int \exp(-i\vec{k} \cdot \vec{r}) \rho(\vec{r}) d\vec{r} = \sum_{i=1}^N \exp(-i\vec{k} \cdot \vec{r}_i) \quad (\text{I.23})$$

بتعويض المعادلة (I.23) في المعادلة (I.22) واستعمال العلاقة (I.21) نحصل:

$$\begin{aligned} S(k) &= \frac{1}{N} \langle \rho_k \rho_{-k} \rangle = \frac{1}{N} \left\langle \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \exp(-i\vec{k} \cdot (\vec{r}_i)) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}_j) \right\rangle \\ &= 1 + \frac{1}{N} \left\langle \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \exp(-i\vec{k} \cdot (\vec{r}_i - \vec{r}_j)) \right\rangle \\ &= 1 + \frac{1}{N} \left\langle \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \iint \exp(-i\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')) \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) \delta(\vec{r}' - \vec{r}_j) d\vec{r} d\vec{r}' \right\rangle \\ &= 1 + \frac{1}{N} \left\langle \iint \exp(-i\vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')) (\rho^{(2)}(\vec{r} - \vec{r}') - 1) d\vec{r} d\vec{r}' \right\rangle \\ S(\vec{k}) &= 1 + \rho \int \exp(-i\vec{k} \cdot \vec{r}) (g(r) - 1) d\vec{r} \quad (\text{I.24}) \end{aligned}$$

و يمكن كتابة $S(k)$ بدلالة تحويل فوريه لدالة الترابط الكلي $h(k)$ كالتالي:

$$S(k) = 1 + \rho \hat{h}(k) \quad (\text{I.25})$$

تصبح العلاقة (I.25) في حالة الأنظمة متعددة المكونات إلى:

$$S_{\sigma\sigma'}(k) = \delta_{\sigma\sigma'} + \sqrt{n_\sigma n_{\sigma'}} \hat{h}_{\sigma\sigma'}(k) \quad (\text{I.26})$$

حيث σ و σ' صنف (نوع) من جسيمات النظام.

الفصل الثاني

نماذج دوال التوزيع القطرية من أجل درجتي

حرارة

1-II مقدمة

تم تكريس الفصل السابق حول حساب دالة التوزيع القطرية وكذا معامل البنية السكوفي في حالة التوازن الحراري التي كانت محل دراسة في العديد من المقالات العلمية منذ 60 سنة تقريبا. نقدم في هذا الفصل هذه الحسابات لكن في حالة عدم التوازن الحراري لبلازما مكونة من الكترونات وايونات من نفس النوع ونفرق لكل منها درجة حرارة T_e و T_i على الترتيب حيث ($T_i \neq T_e$) أي ان البلازما ذات درجتي حرارة. نعتمد من خلال حساباتنا على ثلاثة نماذج مهمة وهي نموذج SQRT، نموذج MASS و نموذج SVT، المعرفة من أجل حالة البلازما غير المتوازنة $n_i = n_e$ حيث كتلة الإلكترون و الأيون الموجب m_e و m_i على الترتيب وكثافتهما متساوية ($n = n' = \frac{n}{2}$)، حيث عدد الجسيمات الكلية و شحنتهما تساوي الواحد $Z_i = Z_e = 1$ ، و سنتعتمد لإيجاد دالة التوزيع القطرية على تفاعل كولوم من اجل أيون-أيون ($i - i$)، أيون-الكترون ($i - e$)، الكترون-الكترون ($e - e$) في بلازما ضعيفة الارتباط $1 \leq (\Gamma_e, \Gamma_i)$.

2-II نماذج دالة توزيع القطرية

في التوازن الحراري، تعطى علاقات (OZ) Ornstein-Zenike :[11][5]

$$\hat{h}_{ab}(k) = \hat{c}_{ab}(k) + \sum_{s=i,e} n_s \hat{h}_{as}(k) \hat{c}_{sb}(k) \quad (II.1)$$

أين a و b مركبات الوسط، \hat{c}_{ab} هي تحويل فوريه لدالة الارتباط الكلي و المباشر على الترتيب، و k يمثل الطول الموجي. وتعطى علاقة HNC لدالة الارتباط القطرية (RDF) [12] :

$$g_{ab}(r) = \exp \left[-\frac{U_{ab}(r)}{k_B T} + h_{ab}(r) - c_{ab}(r) \right] \quad (II.2)$$

حيث ($U_{ab}(r)$ طاقة التفاعل بين المركبتين a و b).

توسيع هذه النظرية وال العلاقات لدوال الارتباط القطرية من حالة التوازن الحراري (أي درجة حرارة واحدة) الى نظام متعدد درجات الحرارة يفرض معالجة نقطتين [5] :

-1- كيفية تحديد ووصف درجة الحرارة المتقطعة (T_{ab} cross-temperatures) التي تحدد سلم الطاقة الحرارية للارتباطات بين مركبات الوسط (تعويض درجات الحرارة المتعددة للبلازما بدرجة حرارة واحدة فعالة).

-2- كيف يتم تعديل علاقات OZ.

أغلب الاعمال لتوسيع نظام المعادلات OZ و HNC يتم بثلاث نماذج:

1-1 نموذج SQRT: باستخدام المعادلة (14) من المرجع [13]، معادلات OZ تأخذ نفس صيغة

في حالة التوازن الحراري و الممثلة بالمعادلة (II. 1) و علاقات HNC تصبح:

$$g_{ab}(r) = \exp \left[-\frac{U_{ab}(r)}{k_B T_{ab}} + h_{ab}(r) - c_{ab}(r) \right] \quad (\text{II. 3})$$

حيث درجة حرارة التقاطع (فعالة) تعطى بهذا الشكل:

$$T_{ab}^{SQRT} = \sqrt{T_a T_b} \quad (\text{II. 4})$$

يتميز نموذج SQRT باستقلاله على كتلة المركبات.

2-2 نموذج MASS : تأخذ معادلات OZ و HNC في هذا النموذج نفس صيغة نموذج MASS

السابق، و الاختلاف بين النماذجين هو صيغة درجة حرارة التقاطع التي تأخذ الشكل [14]:

$$T_{ab}^{MASS} = \frac{m_a T_b + m_b T_a}{m_a + m_b} \quad (\text{II. 5})$$

3-2 نموذج SVT: في هذا النموذج ، درجة حرارة التقاطع تأخذ نفس صيغة نموذج MASS المعطاة

بالعلاقة (II. 5)، لكن معادلات OZ تصبح [5]:

$$\hat{h}_{ab} = \hat{c}_{ab} + \sum_{s=i,e} n_s \left(\frac{m_{ab} T_{as}}{m_a T_{ab}} \hat{c}_{as} \hat{h}_{sb} + \frac{m_{ab} T_{sb}}{m_b T_{ab}} \hat{h}_{as} \hat{c}_{sb} \right) \quad (\text{II. 6})$$

يطلق على هذه العلاقة بـ معادلات SVT – OZ، لدينا هنا الكتلة المختزلة m_{ab}

في هذا العمل نستخدم نموذج بلازما مكونة من أيونات i و إلكترونات e ذات شحنة موجبة كتلتها m_i

و m_e على الترتيب. هذا النموذج يستخدم في كل من النمذجة والمحاكاة لتحايل على اخيار (إعادة الالتحام)

البلازما ايون-الكترون الكلاسيكية، التي يتم معالجتها عادة باستخدام جهود إلكترون-أيون زائفة. لكن بدل ذلك

نستخدم الكترونات موجبة الشحنة، يمكننا عزل الصلة الفيزيائية لدرجتي حرارة الوسط، و التي يجب ان لا تعتمد

على إشارة الشحنة [5]. نأخذ كثافة للإلكترونات والآيونات متساوية ($n_i = n_e = n = \frac{n'}{2}$)، حيث n' عدد

الجسيمات الكلية و $Z_i = Z_e = 1$ تكون في وسط واحد. البلازما في حالة عدم توازن حراري معرفة بـ T_e و درجة حرارة الالكترونات واليونات على الترتيب.

يعطى وسيط الترابط الجزيئي:

$$\Gamma_s = \frac{e^2 / r_s}{k_B T_s}$$

بحيث تشير s إلى مركبة الوسط وهي الكترون أو أيون و r_s المسافة المتوسطة بين جسيمات من نوع s .

$$r_s = (3/4\pi n_s)^{1/3}$$

في حدود الارتباط الضعيف، تحويل فوريه لدوال الارتباط المباشر تعطى بصورة تقريرية على الشكل التالي:

$$\hat{c}_{ab}(k) \approx -\frac{\hat{U}_{ab}(k)}{k_B T_{ab}} \approx -\frac{4\pi e^2}{k_B T_{ab}} \frac{1}{k^2}, \quad ab = i, e$$

ويمكن كتابة تعميم لعلاقة تقريرية لـ HNC تصلح في كل النماذج السابقة، SQRT، MASS و SVT في حالة

ارتباط ضعيف [5]:

$$g_{ab}(r) \simeq \exp \left\{ -\frac{A_1}{4\pi\sqrt{n_a n_b}} \frac{e^{-K_1 r}}{r} + \frac{A_2}{4\pi\sqrt{n_a n_b}} \frac{e^{-K_2 r}}{r} \right\}, \quad ab = i, e \quad (\text{II. 7})$$

حيث K_1 و K_2 ثوابت موصوفة في الجدول II.1، و معطاة بدالة مختلف الأطوال التالية:

$$\begin{aligned} \kappa_i^2 &= 4\pi e^2 n_i / k_B T_i, & \kappa_e^2 &= 4\pi e^2 n_e / k_B T_e \\ \kappa_{ei}^2 &= 4\pi e^2 \sqrt{n_i n_e} / k_B T_{ei}, & \kappa^2 &= \kappa_i^2 + \kappa_e^2 \\ \kappa_{\pm}^2 &= \frac{\kappa^2}{2} \pm \sqrt{\frac{\kappa^4}{4} - \kappa_i^2 \kappa_e^2 + \kappa_{ei}^4}, & c &= \frac{m_e T_e + m_i T_i}{m_e T_i + m_i T_e} \end{aligned}$$

الجدول II.1 معاملات المعادلة (II.7) من أجل دالة التوزيع القطرية في حالة ترابط ضعيف لكل النماذج MASS، SQRT

و SVT.

SQRT			MASS			SVT			SVT $m_e \ll m_i$		
$i - i$	$e - i$	$e - e$	$i - i$	$e - i$	$e - e$	$i - i$	$e - i$	$e - e$	$i - i$	$e - i$	$e - e$
A_1	κ_i^2	$\kappa_i \kappa_e$	κ_e^2	$\frac{\kappa_i^2(\kappa_i^2 - \kappa_-^2)}{\kappa_+^2 - \kappa_-^2}$	$\frac{\kappa_{ei}^2 \kappa_+^2}{\kappa_+^2 - \kappa_-^2}$	$\frac{\kappa_+^2(\kappa_e^2 - \kappa_-^2)}{\kappa_+^2 - \kappa_-^2}$	$\frac{\kappa_i^4}{\kappa^2 - \kappa_{ei}^2}$	$\frac{\kappa_{ei}^2 \kappa^2 - c \kappa_i^2 \kappa_e^2}{\kappa^2 - \kappa_{ei}^2}$	$\frac{\kappa_e^4}{\kappa^2 - \kappa_{ei}^2}$	κ_i^2	κ_e^2
K_2	κ	κ	κ	κ_i	κ_+	κ_+	κ	κ	K	K	κ
A_2	0	0	0	$\frac{\kappa_-^2(\kappa_i^2 - \kappa_+^2)}{\kappa_+^2 - \kappa_-^2}$	$\frac{\kappa_e^2 \kappa_-^2}{\kappa_+^2 - \kappa_-^2}$	$\frac{\kappa_-^2(\kappa_e^2 - \kappa_+^2)}{\kappa_+^2 - \kappa_-^2}$	$\frac{\kappa_i^2(\kappa_{ei}^2 - \kappa_e^2)}{\kappa^2 - \kappa_{ei}^2}$	$\frac{\kappa_{ei}^4 - c \kappa_i^2 \kappa_e^2}{\kappa^2 - \kappa_{ei}^2}$	$\frac{\kappa_e^2(\kappa_{ei}^2 - \kappa_i^2)}{\kappa^2 - \kappa_{ei}^2}$	0	0
K_2	κ_-	κ_-	κ_-	κ_{ei}	$\dots \kappa_{ei}$	κ_{ei}	...	κ_e

II-3 التحقق من علاقات دوال التوزيع القطرية في النماذج الثلاثة المجدولة

نموذج SQRT: باستخدام العلاقات (II. 1) و (II. 4) نجد:

$$\hat{h}_{ii} = \hat{c}_{ii} + n_i \hat{h}_{ii} \hat{c}_{ii} + n_e \hat{h}_{ei} \hat{c}_{ei} \quad (\text{II. 8. } a)$$

$$\hat{h}_{ie} = \hat{c}_{ie} + n_i \hat{h}_{ii} \hat{c}_{ie} + n_e \hat{h}_{ie} \hat{c}_{ee} \quad (\text{II. 8. } b)$$

$$\hat{h}_{ee} = \hat{c}_{ee} + n_i \hat{h}_{ei} \hat{c}_{ei} + n_e \hat{h}_{ee} \hat{c}_{ee} \quad (\text{II. 8. } c)$$

اعتباراً من المعادلة (II. 8. a) نجد:

$$\hat{h}_{ii} = \frac{\hat{c}_{ii} + n_e \hat{h}_{ie} \hat{c}_{ei}}{1 - n_i \hat{c}_{ii}}$$

نعرض قيمة \hat{h}_{ii} في المعادلة (II. 8. b) :

$$\hat{h}_{ie}(1 - n_e \hat{c}_{ee}) = \hat{c}_{ie} + n_i \hat{h}_{ii} \hat{c}_{ie}$$

$$\hat{h}_{ie} = \frac{\hat{c}_{ie}}{[1 - n_e \hat{c}_{ee} - n_i \hat{c}_{ii} + n_e n_i \hat{c}_{ii} \hat{c}_{ee} - n_i n_e \hat{c}_{ie}^2]} \quad (\text{II. 8. } d)$$

وبتعويض العلاقات التالية:

$$\hat{c}_{ii} \simeq -\frac{4\pi e^2}{K_B T_i} \frac{1}{k} \simeq -\frac{\kappa_i^2}{n_i} \frac{1}{k^2}, \quad \hat{c}_{ee} \simeq -\frac{4\pi e^2}{K_B T_{ie}} \frac{1}{k^2} \simeq -\frac{\kappa_i^2}{n_i} \frac{1}{k^2},$$

$$\hat{c}_{ie} \simeq -\frac{4\pi e^2}{K_B T_{ie}} \frac{1}{k^2} \simeq -\frac{\kappa_{ie}^2}{\sqrt{n_e n_i}} \frac{1}{k^2}$$

: \hat{h}_{ie} تصبح

$$\hat{h}_{ie}(k) = -\frac{\kappa_{ei}^2}{n(k^2 + \kappa_e^2 + \kappa_i^2)} \quad (\text{II. 8. } e)$$

و من جهة ثانية باستخدام العلاقات (II. 3) و (II. 7)، وتقرير الارتباط الضعيف للدالة الارتباط المباشر

نجد: $c_{ab}(r) \approx -v_{ab}(r)/k_B T_{ab}$

$$g_{ie}(r) \simeq \exp\left(-\frac{\kappa_i \kappa_e}{4\pi n} \frac{e^{-\kappa r}}{r}\right) \simeq \exp(h_{ie}(r))$$

بالمقارنة بين طرفي المعادلة السابقة:

$$h_{ie}(r) \simeq -\frac{\kappa_i \kappa_e}{4\pi n} \frac{e^{-\kappa r}}{r}$$

نبحث عن تحويل فوري لهذه العلاقة الأخيرة:

$$\begin{aligned}\hat{h}_{ie}(k) &= 4\pi \int_0^\infty h_{ie}(r) \frac{\sin(kr)}{kr} r^2 dr = 4\pi \int_0^\infty \left(-\frac{\kappa_i \kappa_e}{4\pi n} \frac{e^{-\kappa r}}{r} \right) \frac{\sin(kr)}{kr} r^2 dr \\ &= -\frac{\kappa_{ie}^2}{n(k^2 + \kappa^2)} = -\frac{\kappa_{ie}^2}{n(k^2 + \kappa_e^2 + \kappa_i^2)}\end{aligned}$$

و وهي نفسها العلاقة (II. 8. e).

بتعويض علاقه (II. 8. d) في علاقه (II. 8. a) نجد:

$$\hat{h}_{ii} = \frac{\hat{c}_{ii}}{1 - n_e \hat{c}_{ee} - n_i \hat{c}_{ii}}$$

بتعويض المعاملات تصبح:

$$\hat{h}_{ii}(k) = -\frac{\kappa_i^2}{n(k^2 + \kappa_e^2 + \kappa_i^2)} \quad (\text{II. 8. f})$$

و من جهة ثانية باستخدام العلاقات (II. 3) و (II. 7)

$$g_{ii}(r) \simeq \exp\left(-\frac{\kappa_i^2}{4\pi n} \frac{e^{-\kappa r}}{r}\right) \simeq \exp(h_{ii}(r))$$

$$h_{ii}(r) \simeq -\frac{\kappa_i^2}{4\pi n} \frac{e^{-\kappa r}}{r}$$

نبحث عن تحويل فوري لهذه العلاقة الأخيرة:

$$\begin{aligned}\hat{h}_{ii}(k) &= 4\pi \int_0^\infty \left(-\frac{\kappa_i^2}{4\pi n} \frac{e^{-\kappa r}}{r} \right) \frac{\sin(kr)}{kr} r^2 dr = -\frac{\kappa_i^2}{n(k^2 + \kappa^2)} \\ &= -\frac{\kappa_i^2}{n(k^2 + \kappa_i^2 + \kappa_e^2)}\end{aligned}$$

و هي نفس العلاقة (II. 8. f).

بتعويض المعادلة (II. 8. d) في المعادلة (II. 8. c) نجد:

$$\hat{h}_{ee} = \frac{\hat{c}_{ee}}{1 - n_e \hat{c}_{ee} - n_i \hat{c}_{ii}}$$

بعويض المعاملات تصبح:

$$\hat{h}_{ee} = -\frac{\kappa_e^2}{n(k^2 + \kappa_i^2 + \kappa_e^2)} \quad (\text{II. } 8. g)$$

و من جهة أخرى حسب المعادلات (II. 3) و (II. 7)

$$g_{ee}(r) \simeq \exp\left(-\frac{\kappa_e^2}{4\pi n} \frac{e^{-\kappa r}}{r}\right) \simeq \exp(h_{ee}(r)) \rightarrow h_{ee}(r) = -\frac{\kappa_e^2}{4\pi n} \frac{e^{-\kappa r}}{r}$$

نبحث عن تحويل فوري ل $h_{ee}(r)$

$$\hat{h}_{ee}(k) = 4\pi \int_0^\infty \left(-\frac{\kappa_e^2}{4\pi n} \frac{e^{-\kappa r}}{r}\right) \frac{\sin(kr)}{kr} r^2 dr = -\frac{\kappa_e^2}{n(k^2 + \kappa_i^2 + \kappa_e^2)}$$

وهي نفسها العلاقة (II. 8. g).

نموذج MASS: بنفس الطريقة المتبعة في النموذج الأول، باستخدام العلاقات (II. 1) و (II. 5) نحصل على

نفس العلاقات في النموذج الأول (II. 8. c) إلى (II. 8. a)، بالإضافة إلى العلاقات التالية:

$$\begin{aligned} \kappa_i^2 &= \frac{4\pi e^2 n_i}{k_B T_i}, \quad \kappa_e^2 = \frac{4\pi e^2 n_e}{k_B T_e}, \quad \kappa_{ie}^2 = \frac{4\pi e^2 \sqrt{n_i n_e}}{k_B T_{ie}} \\ T_{ie} &= \frac{m_e T_i + m_i T_e}{m_e + m_i} \\ \hat{h}_{ie} &= \frac{\hat{c}_{ie}}{1 - n_e \hat{c}_{ee} - n_i \hat{c}_{ii} + n_i n_e \hat{c}_{ie} \hat{c}_{ee} - n_e n_i \hat{c}_{ie}^2} \\ &= \frac{-\kappa_{ie}^2 k^2}{n(k^4 + \kappa_e^2 k^2 + \kappa_i^2 k^2 + \kappa_e^2 \kappa_i^2 - \kappa_{ie}^4)} \end{aligned}$$

حيث:

$$k^4 + \kappa_e^2 k^2 + \kappa_i^2 k^2 + \kappa_e^2 \kappa_i^2 - \kappa_{ie}^4 = (k^2 + \kappa_-^2)(k^2 + \kappa_+^2)$$

مع:

$$\kappa^2 = \kappa_i^2 + \kappa_e^2, \quad \kappa_\pm^2 = \frac{\kappa^2}{2} \pm \sqrt{\frac{\kappa^4}{4} - \kappa_i^2 \kappa_e^2 + \kappa_{ei}^4}$$

$$\kappa^2 = \kappa_i^2 + \kappa_e^2 = \kappa_-^2 + \kappa_+^2, \quad \kappa_-^2 \kappa_+^2 = \kappa_i^2 \kappa_e^2 - \kappa_{ie}^4$$

فتصبح علاقه :

$$\hat{h}_{ie}(k) = -\frac{\kappa_{ie}^2 k^2}{n(k^2 + \kappa_-^2)(k^2 + \kappa_+^2)} \quad (\text{II. 9})$$

و من جهة ثانية باستخدام العلاقات (II. 3) و (II. 7) :

$$g_{ie}(r) \simeq \exp\left(-\frac{\kappa_{ei}^2 \kappa_+^2}{4\pi n(\kappa_+^2 - \kappa_-^2)} \frac{e^{-\kappa_+ r}}{r} + \frac{\kappa_{ei}^2 \kappa_-^2}{4\pi n(\kappa_+^2 - \kappa_-^2)} \frac{e^{-\kappa_- r}}{r}\right) \simeq \exp(h_{ie}(r))$$

$$h_{ie}(r) \simeq -\frac{\kappa_{ei}^2 \kappa_+^2}{4\pi n(\kappa_+^2 - \kappa_-^2)} \frac{e^{-\kappa_+ r}}{r} + \frac{\kappa_{ei}^2 \kappa_-^2}{4\pi n(\kappa_+^2 - \kappa_-^2)} \frac{e^{-\kappa_- r}}{r}$$

نبحث عن تحويل فوري لهذه العلاقة الأخيرة:

$$\begin{aligned} \hat{h}_{ie}(k) &= \int_0^\infty \left(-\frac{\kappa_{ei}^2 \kappa_+^2}{n(\kappa_+^2 - \kappa_-^2)} \frac{e^{-\kappa_+ r}}{r} + \frac{\kappa_{ei}^2 \kappa_-^2}{n(\kappa_+^2 - \kappa_-^2)} \frac{e^{-\kappa_- r}}{r} \right) \frac{\sin(kr)}{kr} r^2 dr \\ &= \frac{-\kappa_{ei}^2 \kappa_+^2}{n(\kappa_+^2 - \kappa_-^2)(k^2 + \kappa_+^2)} + \frac{\kappa_{ei}^2 \kappa_-^2}{n(\kappa_+^2 - \kappa_-^2)(k^2 + \kappa_-^2)} = -\frac{\kappa_{ei}^2 k^2}{n(k^2 + \kappa_+^2)(k^2 + \kappa_-^2)} \end{aligned}$$

وهي نفس العلاقة (II. 9).

بنفس الطريقة يمكن التتحقق من صحة علاقات \hat{h}_{ee} و \hat{h}_{ii} .

نموذج SVT: من اجل $T_{ei} \simeq T_e$ في هذه الحالة نستخدم بعض التقريرات $m_e \ll m_i$ (الى اقل من $\frac{1}{m_i}$) و $n_e \ll n_i$ ، باستخدام المعادلات (II. 5) و (II. 6) و نجد:

$$\hat{h}_{ii} = \hat{c}_{ii} + n_i \hat{c}_{ii} + n_e \frac{T_e}{T_i} \hat{h}_{ei} \hat{h}_{ie} \quad (\text{II. 10. } a)$$

$$\hat{h}_{ie} = \hat{c}_{ie} + \hat{c}_{ie} \left(\frac{1}{m_i + m_e} \right) (m_i n_i \hat{h}_{ii} + n_e \hat{h}_{ee} m_e) + \frac{m_e}{T_e} \hat{h}_{ie} \left(\frac{n_i T_i \hat{c}_{ii}}{m_i} + \frac{n_e T_e \hat{c}_{ee}}{m_e} \right)$$

بإهمال الطرف $\frac{n_e T_e \hat{c}_{ee}}{m_e}$ و $\frac{n_i T_i \hat{c}_{ii}}{m_i}$ أمام $n_e \hat{h}_{ee} m_e$ و $m_i n_i \hat{h}_{ii}$ وأمام $n_e \hat{h}_{ee} m_e$ و تصبح $\hat{h}_{ii} = \hat{c}_{ii} + n_i \hat{c}_{ie} \hat{h}_{ii} + n_e \hat{c}_{ee} \hat{h}_{ie}$

$$\hat{h}_{ie} = \hat{c}_{ie} + n_i \hat{c}_{ie} \hat{h}_{ii} + n_e \hat{c}_{ee} \hat{h}_{ie} \quad (\text{II. 10. } b)$$

$$\hat{h}_{ee} = \hat{c}_{ee} + n_e \hat{c}_{ee} \hat{h}_{ee} + n_i \hat{c}_{ie} \hat{h}_{ie} \quad (\text{II. 10. } c)$$

من معادلة (II. 10. a) نجد:

$$\hat{h}_{ii} = \frac{\hat{c}_{ii}T_i + n_e T_e c_{ie} \hat{h}_{ie}}{T_i(1 - n_i \hat{c}_{ii})} \quad (\text{II. } 10. e)$$

بتعويض المعادلة (II. 10. b) في المعادلة (II. 10. e) بوضع $n_i = n_e = n$ والمعاملات التالية:

$$T_{ie} = T_e \rightarrow \kappa_i^2 = \frac{4\pi e^2 n}{k_B T_i}, \quad \kappa_{ie}^2 = \kappa_e^2 = \frac{4\pi e^2 n}{k_B T_e}, \quad T_e \kappa_{ie}^2 = T_i \kappa_i^2$$

نجد:

$$\begin{aligned} \hat{h}_{ie}(k) &= \hat{c}_{ie} + n_i \hat{c}_{ie} \left(\frac{\hat{c}_{ii}T_i + n_e T_e c_{ie} \hat{h}_{ie}}{T_i(1 - n_i \hat{c}_{ii})} \right) + n_e \hat{c}_{ee} \hat{h}_{ie} \\ &= -\frac{\kappa_e^2}{n(k^2 + \kappa_e^2 + \kappa_i^2)} \end{aligned} \quad (\text{II. } 10. f)$$

و من جهة ثانية باستخدام العلاقات (II. 3) و (II. 7) نجد $: h_{ie}(r)$

$$g_{ie}(r) = \exp \left(-\frac{\kappa_e^2}{4\pi n} \frac{e^{-\kappa r}}{r} \right) = \exp(h_{ie}(r))$$

$$h_{ie}(r) \simeq -\frac{\kappa_e^2}{4\pi n} \frac{e^{-\kappa r}}{r}$$

نبحث عن تحويل فوري ل $: h_{ie}(r)$

$$\hat{h}_{ie}(k) = 4\pi \int_0^\infty \left(-\frac{\kappa_e^2}{4\pi n} \frac{e^{-\kappa r}}{r} \right) \frac{\sin(kr)}{kr} r^2 dr = -\frac{\kappa_e^2}{n(k^2 + \kappa_e^2 + \kappa_i^2)}$$

وهي نفسها العلاقة (II. 10. f)

نعرض \hat{h}_{ie} في علاقة \hat{h}_{ii} نتحصل على:

$$\hat{h}_{ii}(k) = -\frac{\kappa_i^2}{n(k + \kappa_i^2 + \kappa_e^2)}, \quad \hat{h}_{ee}(k) = -\frac{\kappa_e^2(k^2 + \kappa_i^2)}{n(k^2 + \kappa_e^2 + \kappa_i^2)(k^2 + \kappa_e^2)}$$

و من جهة ثانية حسب العلاقات (II. 3) و (II. 7) نجد $\hat{h}_{ee}(k)$ و $\hat{h}_{ii}(k)$

$$g_{ii}(r) = \exp \left(-\frac{\kappa_i^2}{4\pi n} \frac{e^{-\kappa r}}{r} \right) = \exp(h_{ii}(r))$$

$$\hat{h}_{ii}(k) = 4\pi \int_0^{\infty} \left(-\frac{\kappa_i^2}{4\pi n} \frac{e^{-\kappa r}}{r} \right) \frac{\sin(kr)}{kr} r^2 dr = -\frac{\kappa_i^2}{n(k^2 + \kappa_i^2 + \kappa)}$$

$$g_{ee}(r) = \exp \left(-\frac{\kappa_e^4}{4\pi n \kappa_i^2} \frac{e^{-\kappa r}}{r} + \frac{\kappa_e^2(\kappa_e^2 - \kappa_i^2)}{4\pi n \kappa_i^2} \frac{e^{-\kappa r}}{r} \right) = \exp(h_{ee}(r))$$

$$\begin{aligned} \hat{h}_{ee}(k) &= 4\pi \int_0^{\infty} \left(-\frac{\kappa_e^4}{4\pi n \kappa_i^2} \frac{e^{-\kappa r}}{r} + \frac{\kappa_e^2(\kappa_e^2 - \kappa_i^2)}{4\pi n \kappa_i^2} \frac{e^{-\kappa r}}{r} \right) \frac{\sin(kr)}{kr} r^2 dr \\ &= -\frac{\kappa_e^2(k^2 + \kappa_i^2)}{n(k^2 + \kappa_e^2 + \kappa_i^2)(k^2 + \kappa_e^2)} \end{aligned}$$

نستطيع أن نجد باقي معاملات الجدول بنفس الطريقة.

4-II حساب معاملات البنية الجزيئية

لدينا بلازما مكونة من أيونات i و الالكترونات e . في حالة عدم توازن حراري معرفة بـ T_e و T_i درجة حرارة الالكترونات واليونات على الترتيب. لحساب معاملات البنية الجزيئية بالاعتماد على العلاقات السابقة لتحويل فوري لدوال الارتباط الكلية ($\hat{h}_{ie}(k)$ و $\hat{h}_{ii}(k)$) لكل نموذج، نستخدم العلاقة [5] :

$$S_{ab}(k) = \delta_{ab} + \sqrt{n_a n_b} \hat{h}_{ab}(k) \quad (\text{II. 11})$$

:SQRT نموذج

$$S_{ii}(k) = 1 + n \hat{h}_{ii}(k) = 1 - \frac{\kappa_i^2}{k^2 + \kappa_e^2 + \kappa_i^2} = \frac{k^2 + \kappa_e^2}{k^2 + \kappa^2} \quad (\text{II. 12. } a)$$

$$S_{ee}(k) = 1 + n \hat{h}_{ee}(k) = 1 - \frac{\kappa_e^2}{n(k^2 + \kappa_i^2 + \kappa_e^2)} = \frac{k^2 + \kappa_i^2}{k^2 + \kappa^2} \quad (\text{II. 12. } b)$$

$$S_{ie}(k) = 0 + n \hat{h}_{ie}(k) = -\frac{\kappa_{ei}^2}{k^2 + \kappa_e^2 + \kappa_i^2} = -\frac{\kappa_i \kappa_e}{k^2 + \kappa^2} \quad (\text{II. 12. } c)$$

: MASS نموذج

$$S_{ii}(k) = \frac{k^4 + \kappa_e^2 k^2}{(k^2 + \kappa_+^2)(k^2 + \kappa_-^2)} \quad (\text{II. 13. } a)$$

$$S_{ie}(k) = \frac{-\kappa_{ei}^2 k^2}{(k^2 + \kappa_+^2)(k^2 + \kappa_-^2)} \quad (\text{II. } 13. b)$$

$$S_{ee}(k) = \frac{k^4 + \kappa_i^2 k^2}{(k^2 + \kappa_+^2)(k^2 + \kappa_-^2)} \quad (\text{II. } 13. c)$$

: SVT نموذج

$$S_{ii}(k) = \frac{(k^2 + \kappa_{ei}^2)(k^2 + \kappa_e^2) + \kappa_i^2 \kappa_{ei}^2 - \kappa_e^2}{(k^2 + \kappa^2)(k^2 + \kappa_{ei}^2)} \quad (\text{II. } 14. a)$$

$$S_{ei}(k) = \frac{-\kappa_{ei}^2 k^2 - \left[\frac{m_i T_i + m_e T_e}{m_i T_e + m_e T_i} \right] \kappa_e^2 \kappa_i^2}{(k^2 + \kappa^2)(k^2 + \kappa_{ei}^2)} \quad (\text{II. } 14. b)$$

$$S_{ee}(k) = \frac{(k^2 + \kappa_{ei}^2)(k^2 + \kappa_i^2) + \kappa_e^2 (\kappa_{ei}^2 + \kappa_i^2)}{(k^2 + \kappa^2)(k^2 + \kappa_{ei}^2)} \quad (\text{II. } 14. c)$$

: $m_e \ll m_i$ من أجل SVT نموذج

$$S_{ii}(k) = \frac{k^2 + \kappa_e^2}{k^2 + \kappa^2} \quad (\text{II. } 15. a)$$

$$S_{ie}(k) = \frac{k^2 + \kappa_i^2}{k^2 + \kappa^2} \quad (\text{II. } 15. b)$$

$$S_{ee}(k) = \frac{(k^2 + \kappa^2)(k^2 + \kappa_e^2) - \kappa_e^2 (k^2 + \kappa_i^2)}{(k^2 + \kappa^2)(k^2 + \kappa_{ei}^2)} \quad (\text{II. } 15. c)$$

. في هذه الحالة $S_{ii}(k)$ و متساوية مع نموذج SQRT لنموذج $S_{ii}(k)$

II-5 النتائج و المناقشة

كما أشرنا سابقاً أن هذا العمل يتعلق ببلازما مكونة من أيونات i و الإلكترونات e . نأخذ كثافة للإلكترونات والأيونات متساوية ($n_i = n_e = n$)، و $m_i = Z_i = 1$ و $m_e = Z_e = 1$ كثلة الإلكترون والأيون على التوالي. البلازما في حالة عدم توازن حراري معرفة بـ T_e و T_i درجة حرارة الإلكترونات والأيونات على الترتيب.

دراسة دوال الارتباط يتم حسب ثلاث نماذج: نموذج MASS، نموذج SQRT و نموذج OZ الممثلة في (II.1) و (II.6)، و علاقات HNC (II.3) وكذا درجة الحرارة الفعالة (التقاطع) (II.4) حيث:

$$\Gamma_s = \frac{e^2 / r_s}{k_B T_s} , \quad r_s = r_0 = (3/4\pi n)^{1/3} \quad s = i, e$$

باستخدام متغيرات بدون وحدة لغرض توضيح المنحنيات، نضع:

$$\bar{A}_1 = \frac{A_1}{4\pi\sqrt{n_a n_b r_0}}, \quad \bar{A}_2 = \frac{A_1}{4\pi\sqrt{n_a n_b r_0}},$$

$$\overline{\kappa D}_1 = K_1 \cdot r_0, \quad \overline{\kappa D}_2 = K_2 \cdot r_0, \quad y = r/r_0$$

تصبح دالة توزيع القطرية المعرفة سابقاً بالمعادلة (II.3) كالتالي:

$$g_{ab}(r) \simeq \exp \left\{ -\frac{\bar{A}_1}{y} e^{-\overline{\kappa D}_1 r} + \frac{\bar{A}_2}{y} e^{-\overline{\kappa D}_2 r} \right\}, \quad ab = i, e$$

يوضح الجدول ثوابت هذه المعادلة الأخيرة لدالة التوزيع القطرية عند إحداث تغيير المتغيرات، أي تصبح الثوابت بدون وحدة للنماذج الثلاثة المستخدمة.

الجدول II. 2. ثوابت بدون وحدة لدالة التوزيع القطرية لنماذج من اجل ترابط ضعيف لكل النماذج MASS و SQRT و OZ.

SQRT			MASS			SVT			SVT $m_e \ll m_i$		
$i - i$	$e - i$	$e - e$	$i - i$	$e - i$	$e - e$	$i - i$	$e - i$	$e - e$	$i - i$	$e - i$	$e - e$
\bar{A}_1	$\bar{\kappa}_i^2$	$\bar{\kappa}_i^2$	$\bar{\kappa}_i^2$	$\frac{\bar{\kappa}_+^2(\bar{\kappa}_i^2 - \bar{\kappa}_-^2)}{\bar{\kappa}_+^2 - \bar{\kappa}_-^2}$	$\frac{\bar{\kappa}_{ei}^2 \bar{\kappa}_+^2}{\bar{\kappa}_+^2 - \bar{\kappa}_-^2}$	$\frac{\bar{\kappa}_+^2(\bar{\kappa}_e^2 - \bar{\kappa}_-^2)}{\bar{\kappa}_+^2 - \kappa_-^2}$	$\frac{\bar{\kappa}_i^4}{\bar{\kappa}^2 - \bar{\kappa}_{ei}^2}$	$\frac{\bar{\kappa}_{ei}^2 \bar{\kappa}_i^2 - c \bar{\kappa}_i^2 \bar{\kappa}_e^2}{\bar{\kappa}^2 - \bar{\kappa}_{ei}^2}$	$\frac{\bar{\kappa}_e^4}{\bar{\kappa}^2 - \bar{\kappa}_{ei}^2}$	$\bar{\kappa}_i^2$	$\bar{\kappa}_e^2$
$\overline{\kappa D}_1$	$\overline{\kappa D}$	$\overline{\kappa D}$	$\overline{\kappa D}$	$\overline{\kappa D}_+$	$\overline{\kappa D}_+$	$\overline{\kappa D}_+$	$\overline{\kappa D}$	$\overline{\kappa D}$	$\overline{\kappa D}$	$\overline{\kappa D}$	$\overline{\kappa D}$
\bar{A}_2	0	0	0	$\frac{\bar{\kappa}_-^2(\bar{\kappa}_i^2 - \bar{\kappa}_+^2)}{\bar{\kappa}_+^2 - \bar{\kappa}_-^2}$	$\frac{\bar{\kappa}_{ei}^2 \bar{\kappa}_-^2}{\bar{\kappa}_+^2 - \bar{\kappa}_-^2}$	$\frac{\bar{\kappa}_+^2(\bar{\kappa}_e^2 - \bar{\kappa}_-^2)}{\bar{\kappa}_+^2 - \kappa_+^2}$	$\frac{\bar{\kappa}_i^2(\bar{\kappa}_{ei}^2 - \bar{\kappa}_e^2)}{\bar{\kappa}^2 - \bar{\kappa}_{ei}^2}$	$\frac{\bar{\kappa}_{ei}^4 - c \bar{\kappa}_i^2 \bar{\kappa}_e^2}{\bar{\kappa}^2 - \bar{\kappa}_{ei}^2}$	$\frac{\bar{\kappa}_e^2(\bar{\kappa}_{ei}^2 - \bar{\kappa}_i^2)}{\bar{\kappa}^2 - \bar{\kappa}_{ei}^2}$	0	0
$\overline{\kappa D}_2$	$\overline{\kappa D}_-$	$\overline{\kappa D}_-$	$\overline{\kappa D}_-$	$\overline{\kappa D}_{ei}$	$\overline{\kappa D}_{ei}$	$\overline{\kappa D}_{ei}$...	$\overline{\kappa D}_e$

حيث:

$$m_i = am_e, \quad T_{ei}^{MASS, SVT} = \frac{m_e T_i + m_i T_e}{m_e + m_i} = \frac{T_i + aT_e}{1 + a}, \quad T_{ei}^{SQRT} = \sqrt{T_i T_e}$$

$$c = \frac{m_e T_e + m_i T_i}{m_e T_i + m_i T_e} = \frac{T_e + aT_i}{T_i + aT_e}$$

وتصبح الثوابت بدون وحدة المدرجة في الجدول السابق بدلالة معاملات الترابط:

$$\bar{\kappa}_i^2 = \frac{\kappa_i^2}{4\pi n_e r_0} = \frac{4\pi n_e e^2}{4\pi n_e r_0 K_B T_i} = \Gamma_i$$

$$\bar{\kappa}_e^2 = \frac{\kappa_e^2}{4\pi n_e r_0} = \frac{4\pi n_e e^2}{4\pi n_e r_0 K_B T_e} = \Gamma_e$$

$$\overline{\kappa D}^2 = \kappa^2 \cdot r_0^2 = \kappa_e^2 r_0^2 + \kappa_i^2 r_0^2 = \frac{4\pi n_e e^2 r_0^3}{r_0 K_B T_e} + \frac{4\pi n_e e^2 r_0^3}{r_0 K_B T_i} = 3(\Gamma_e + \Gamma_i)$$

$$\rightarrow \overline{kD} = \sqrt{3(\Gamma_e + \Gamma_i)}$$

$$\bar{\kappa}^2 = \frac{\kappa^2}{4\pi n_e r_0} = \frac{\kappa_e^2}{4\pi n_e r_0} + \frac{\kappa_i^2}{4\pi n_e r_0} = \frac{4\pi n_e e^2}{4\pi n_e r_0 K_B T_e} + \frac{4\pi n_e e^2}{4\pi n_e r_0 K_B T_i} = \Gamma_e + \Gamma_i$$

$$\overline{\kappa D}_e^2 = \kappa_e^2 \cdot r_0^2 = \frac{4\pi n_e e^2 r_0^3}{r_0 K_B T_e} = 3\Gamma_e \rightarrow \overline{kD}_e = \sqrt{3\Gamma_e},$$

$$\overline{\kappa D}_i^2 = \kappa_i^2 \cdot r_0^2 = \frac{4\pi n_i e^2 r_0^3}{r_0 K_B T_i} = 3\Gamma_i$$

$$\overline{\kappa D}_{ei}^2 = \kappa_e^2 \cdot r_0^2 = \frac{4\pi n_e e^2 r_0^3}{r_0 K_B T_{ei}} = \frac{3e^2}{r_0 K_B (\frac{T_i + aT_e}{1+a})} = \frac{3(1+a)}{\frac{r_0 K_B T_i}{e^2} + \frac{ar_0 K_B T_e}{e^2}}$$

$$= \frac{3(1+a)}{\frac{1}{\Gamma_i} + \frac{a}{\Gamma_e}} = \frac{3(1+a)\Gamma_i\Gamma_e}{a\Gamma_i + \Gamma_e} = 3\bar{\kappa}_{ei}^2 \rightarrow \overline{kD}_{ei} = \sqrt{\frac{3(1+a)\Gamma_i\Gamma_e}{\Gamma_e + a\Gamma_i}}$$

$$\begin{aligned} \bar{\kappa}_{ei}^2 &= \frac{\kappa_{ei}^2}{4\pi n_e r_0} = \frac{4\pi n_e e^2}{4\pi n_e r_0 K_B T_{ei}} = \frac{e^2}{r_0 K_B (\frac{T_i + aT_e}{1+a})} = \frac{(1+a)}{\frac{r_0 K_B T_i}{e^2} + \frac{ar_0 K_B T_e}{e^2}} \\ &= \frac{(1+a)\Gamma_i\Gamma_e}{a\Gamma_i + \Gamma_e} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{\kappa D}_{ei}^2 &= \kappa_{ei}^2 \cdot r_0^2 = \frac{4\pi n_e e^2 r_0^3}{r_0 K_B T_{ei}} = \frac{3e^2}{r_0 K_B (\frac{T_i + aT_e}{1+a})} = \frac{3(1+a)}{\frac{r_0 K_B T_i}{e^2} + \frac{ar_0 K_B T_e}{e^2}} \\ &= \frac{3(1+a)\Gamma_i\Gamma_e}{a\Gamma_i + \Gamma_e} \end{aligned}$$

$$\bar{\kappa}_{\pm}^2 = \frac{\kappa_{\pm}^2}{4\pi n_e r_0} = \frac{\kappa^2}{2.4\pi n_e r_0} \pm \sqrt{\frac{\kappa^4}{4 \cdot (4\pi n_e r_0)^2} - \frac{\kappa_i^2 \kappa_e^2}{(4\pi n_e r_0)^2} + \frac{\kappa_{ei}^4}{(4\pi n_e r_0)^2}}$$

$$= \frac{\Gamma_e + \Gamma_i}{2} \pm \sqrt{\frac{(\Gamma_e + \Gamma_i)^2}{4} - \Gamma_i \Gamma_e + \left(\frac{(1+a)\Gamma_i \Gamma_e}{a\Gamma_i + \Gamma_e}\right)^2}$$

$$\overline{\kappa D}_{\pm}^2 = \kappa_{\pm}^2 \cdot r_0^2 = \frac{\kappa^2 \cdot r_0^2}{2} \pm \sqrt{\frac{\kappa^4 \cdot r_0^4}{4} - \kappa_i^2 \kappa_e^2 \cdot r_0^4 + \kappa_{ei}^4 r_0^4}$$

$$= \frac{3(\Gamma_e + \Gamma_i)}{2} \pm \sqrt{\frac{9(\Gamma_e + \Gamma_i)^2}{4} - 9\Gamma_i \Gamma_e + \left(\frac{3(1+a)\Gamma_i \Gamma_e}{a\Gamma_i + \Gamma_e}\right)^2} = 3\bar{k}_{\pm}^2$$

قمنا بحساب دالة الترابط القطرية في بلازما ضعيفة الارتباط و رسم منحنياتها مع تغير في كل من m_i و Γ_i و m_e مقارنة النماذج الثلاثة المستخدمة في كل حالة $i - e$ و $e - e$ و $i - i$ و كانت النتائج كالتالي :

توضح المنحنيات الشكل 1. II(a)، (b) و (c) و الشكل 2. II(a)، (b) و (c) و الشكل 3. II(a)، (b) و (c) و (d).
 و (c) مقارنة دوال التوزيع القطرية أيون-أيون (y) $g_{ii}(y)$ و إلكترون-إلكترون (y) $g_{ee}(y)$ و إلكترون-إلكترون (y) $g_{ie}(y)$ على الترتيب لبيان ضعيفة الارتباط الإلكترونات والأيونات المعرفة بـ Γ_e و Γ_i ، مع $m_i = 30m_e$ ، $m_i = m_e$ و $T_{ei}^{Mass} = 1836m_e$. أول ملاحظة نضعها ان دالة الترابط أيون-إلكترون يتم تعينها بواسطة T_{ei}^{SQRT} و ليس T_{ei}^{SVT} . في نموذج SQRT تتوقع ان دوال الارتباط إلكترون-إلكترون تختلف نوعيا على تلك في نموذج MASS و SVT. الأسباب الفيزيائية تكون أكثر وضوحا عن طريق تفحص (r) في حدود الارتباط الضعيف اين $m_i \ll m_e$.

ذكرنا في الفصل الأول أنه يمكن التعبير عن دالة الترابط القطرية في حالة الترابط الضعيف كالتالي:

$$g_{ij}(r) = e^{-U_{ab}(r)/k_B T_{ab}}$$

حيث ($U_{ab}(r)$) هي الطاقة الكامنة وتعطى من خلال العلاقة السابقة:

$$U_{ab}(r) = -k_B T_{ab} \ln g_{ab}$$

$$g_{ab}(r) \simeq \exp \left\{ -\frac{A_1}{4\pi \sqrt{n_a n_b}} \frac{e^{-K_1 r}}{r} + \frac{A_2}{4\pi \sqrt{n_a n_b}} \frac{e^{-K_2 r}}{r} \right\}, \quad ab = i, e$$

$$U_{ab}(r) = \frac{e^2}{r} \left\{ \frac{A_1}{\kappa_{ab}^2} e^{-K_1 r} - \frac{A_2}{\kappa_{ab}^2} \frac{e^{-K_2 r}}{r} \right\}$$

$$\kappa_{ab}^2 = \frac{4\pi e^2 \sqrt{n_a n_b}}{k_B T_{ab}} \rightarrow \frac{k_B T_{ab}}{4\pi \sqrt{n_a n_b}} = \frac{e^2}{\kappa_{ab}^2}$$

سوف نقوم بإيجاد علاقات الطاقة الكامنة لكل نموذج بالنسبة لتفاعل إلكترون-إلكترون:

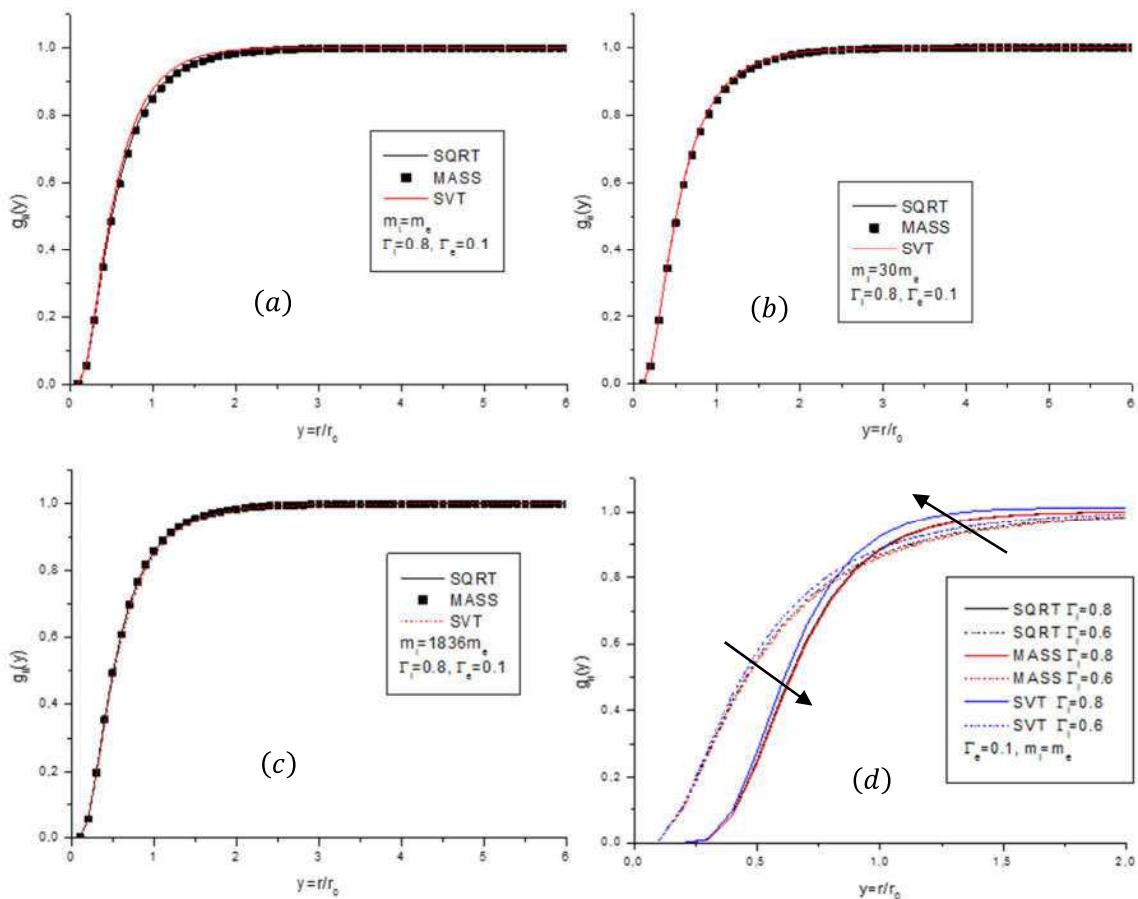
$$U_{ee}^{SQRT}(r) = \frac{e^2}{r} e^{-\kappa r}$$

$$U_{ee}^{MASS} = \frac{e^2}{r} \left[\frac{\kappa_+^2 (\kappa_e^2 - \kappa_-^2)}{\kappa_e^2 (\kappa_+^2 - \kappa_-^2)} e^{-\kappa_+ r} - \frac{\kappa_-^2 (\kappa_e^2 - \kappa_+^2)}{\kappa_e^2 (\kappa_+^2 - \kappa_-^2)} e^{-\kappa_- r} \right]$$

$$U_{ee}^{SVT} = \frac{e^2}{r} \left[e^{-\kappa_e r} - \frac{\kappa_e^2}{\kappa_i^2} (e^{-\kappa_e r} - e^{-\kappa r}) \right] \quad m_e \ll m_i$$

نأخذ حالة نموذج SVT من أجل $m_e \ll m_i$ ، الحد الأول في هذه المعادلة يعطى طاقة الكمون الممحوبة للإلكترونات مع بعضها البعض اذا كانت البلازما ذات مركب واحد OCP، بينما التجاذب والممثل في الحد الثاني ينتج عن ميل الإلكترونات لتجتمع مكونة سحابة حجب حول الأيونات، تكامل هتين العمليتين يؤدي الى التناقض البطيء في نموذج SVT و MASS مقارنة بنموذج SQRT الذي يفتقر الى جزء التجاذب. هذه العيوب التي تظهر في دالة الترابط القطرية $(g_{ei}(r))$ و $(g_{ee}(r))$ لننموذج SQRT تظهر من اجل كل معاملات الترابط و النسبة $.m_i/m_e$.

في حساب دوال التوزيع القطرية أيون-أيون $(g_{ii}(r))$ الموضحة في الشكل 1.II(a)، (b) و (c)، نلاحظ ان الفروقات بين النماذج الثلاثة صغيرة جدا لا تظهر في المنحنيات وخاصة نموذج MASS و SQRT من اجل النسبة m_i/m_e كبيرة و من اجل نفس قيم معاملات الترابط. عند قيمة $m_i = m_e$ تحت نفس الشروط السابقة يظهر نموذج SVT بعض الاختلاف على MASS و SQRT. يمثل الشكل 1.II(d) تغير معامل الترابط الايونات $\Gamma_i = 0.6, 0.8$ مع ثبيت معامل الترابط الإلكترونيات عند القيمة $\Gamma_e = 0.1$ ، نلاحظ ان منطقة الحد الأعلى تنقسم الى قسمين منطقه تزاح فيها المنحنيات نحو قيم اصغر مع تناقص قيم Γ_i ومنطقة يحدث فيها العكس حيث تزاح المنحنيات نحو قيم اصغر مع تزايد قيم Γ_i . أهم ملاحظة هنا ان دالة الترابط لننموذج SVT تُظهر فروقات أكبر على النماذجين MASS و SQRT كلما تزداد قيم Γ_i .



الشكل II. 1. مقارنة دوال التوزيع القطرية أيون-أيون (y) g_{ii} لنماذج الثلاثة SQRT، MASS و SVT لبلازما

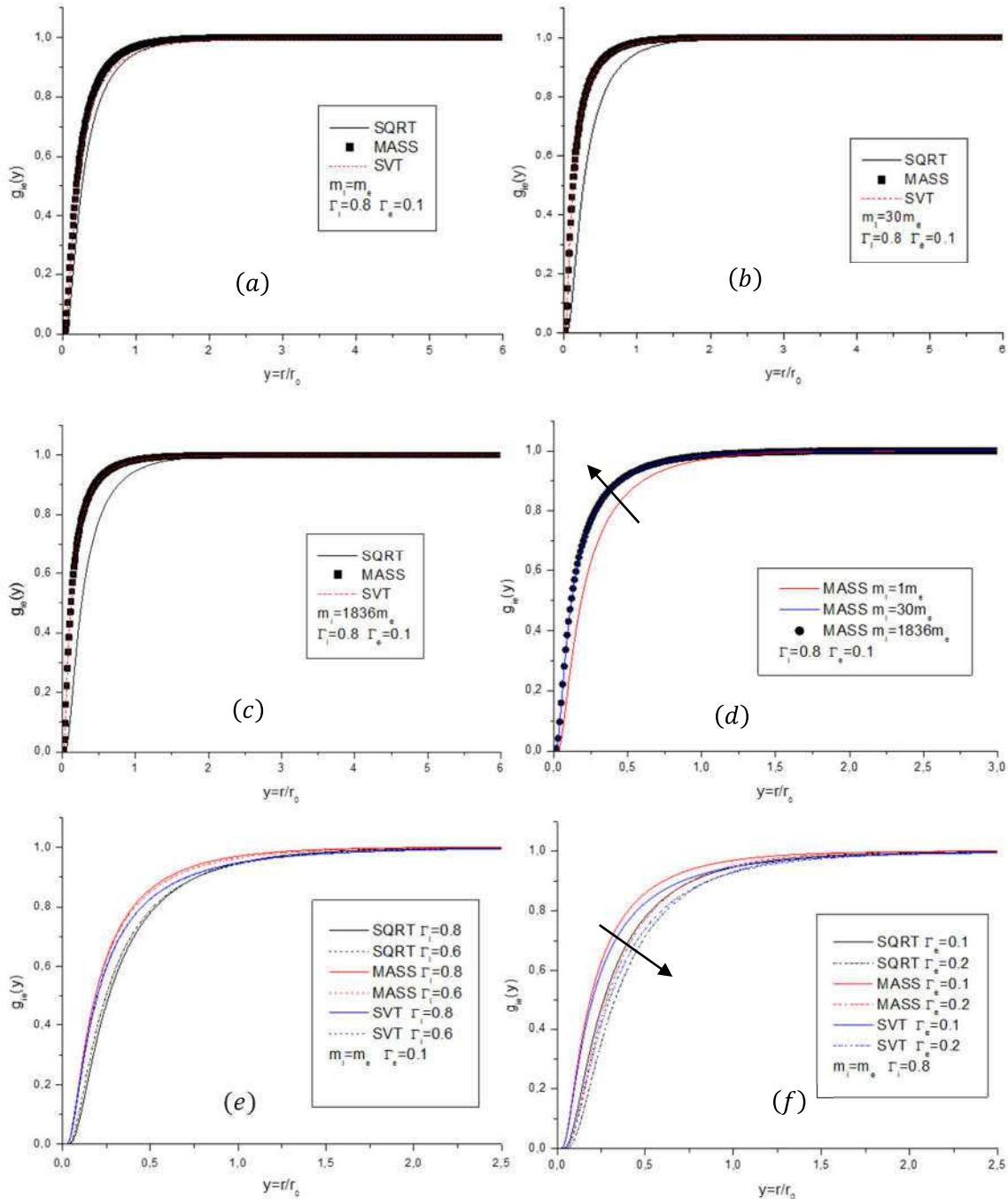
لمختلف معاملات الترابط الإلكتروني والأيونات الضعيفة و لقيم مختلفة ل نسبة $\frac{m_i}{m_e}$.

في حساب دوال التوزيع القطرية أيون-إلكترون ($g_{ie}(r)$) الموضحة في الشكل II. 2(a)، (b) و (c)، نلاحظ اختلاف نموذج SQRT على النموذجين MASS و SVT من أجل قيم مختلفة ل نسبة m_i/m_e و من أجل نفس قيم معاملات الترابط، أسباب الفروقات تم توضيحيها سابقا. اختلافات بين النموذجين MASS و SVT تكون أكثر وضوحا من أجل $m_i = m_e$.

الشكل II. 2(d) يمثل تغيرات دالة التوزيع القطرية لنماذج MASS عند $\Gamma_e = 0.1$ و $\Gamma_i = 0.8$ من أجل قيم مختلفة ل نسبة $\frac{m_i}{m_e}$ ، حيث نلاحظ انزياح منطقة الحد الأعلى إلى القيم الأصغر مع زيادة النسبة $\frac{m_i}{m_e}$.

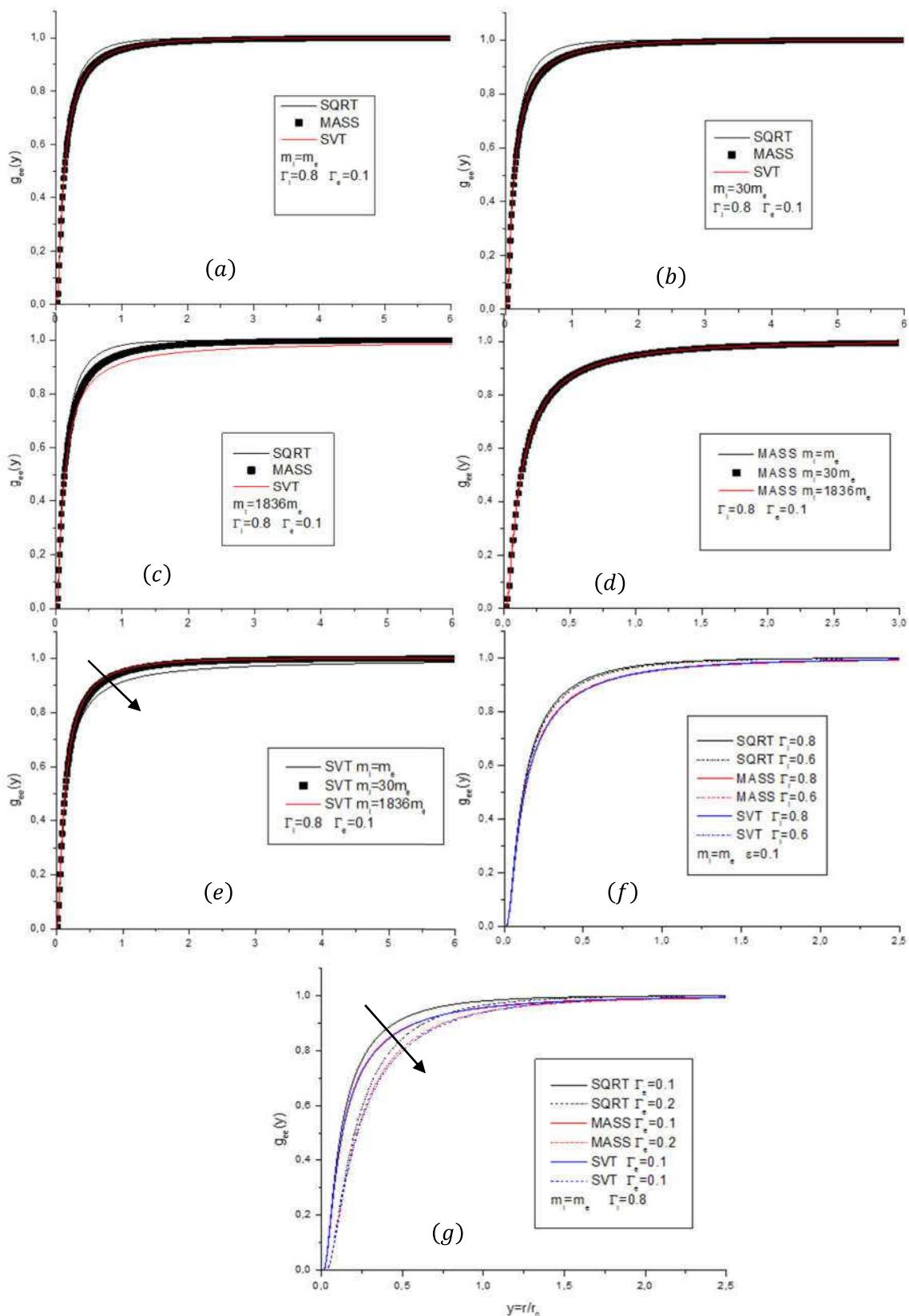
في الشكل II. 2(e)، عند ثبيت قيمة $\Gamma_e = 0.1 = \Gamma_i$ في حالة $m_i = m_e$ مع تغير $m_i = m_e$ مع ثبيت معامل الترابط الإلكتروني عند القيمة $\Gamma_e = 0.8 = 0.2, 0.6, 0.8$ مع ثبيت معامل الترابط الإلكتروني عند القيمة $\Gamma_e = 0.8$ ، يكون تغير كبير في منحنيات

النماذج الثلاثة مع تغير Γ_e , و نلاحظ أيضاً أن منطقة الحد الأعلى تنزاح فيها المنحنيات نحو قيم اصغر مع تناقص قيم Γ_e .



الشكل II. مقارنة دوال التوزيع القطرية أيون-إلكترون (y) g_{ie} لنماذج الثلاثة و SVT و MASS و SQRT.

لبلازما ذات معامل الترابط الإلكتروني والأيونات ضعيف و لقيم مختلفة لنسبيه $\frac{m_i}{m_e}$.



الشكل II. 3 مقارنة دوال التوزيع القطرية إلكترون-إلكترون ($g_{ee}(y)$) لنماذج الثلاثة MASS، SQRT و SVT

لبلازما ذات معامل الترابط الإلكتروني والابيونات ضعيف و لقيم مختلفة لنسبة $\frac{m_i}{m_e}$

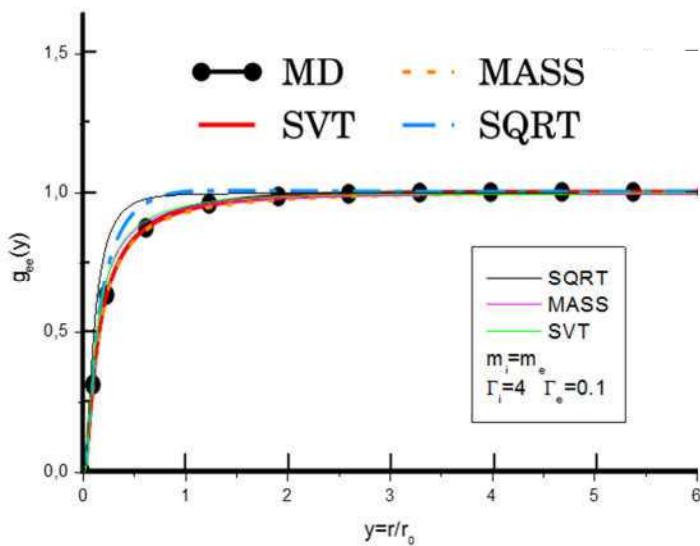
في حساب دوال التوزيع القطرية إلكترون-إلكترون ($g_{ee}(r)$) الموضح في الشكل II.3(a)، (b) و (c)، نلاحظ اختلاف نموذج SQRT على النموذجين MASS و SVT أسباب الفروقات تم توضيحيها سابقا، كما نلاحظ أيضا ان نموذج SVT يظهر اختلاف على نموذج MASS عند حدود الترابط الضعيف اين $m_i \ll m_e$ ، وهو يظهر بوضوح في الشكل II.3(d) و (e) التي تعطي تغير دوال التوزيع القطرية من اجل قيم مختلفة لـ $\frac{m_i}{m_e}$ ، نلاحظ عدم تغير منحنيات نموذج SVT ازياح منطقة الحد الأعلى الى القيم الأصغر مع نقصان النسبة $\frac{m_i}{m_e}$.

بالنسبة للشكل II.3(f) و (g)، عند ثبيت قيمة $\Gamma_e = 0.1$ في حالة $m_i = m_e$ مع تغير معامل الترابط الأيونات $\Gamma_i = 0.6, 0.8, 0.0.8$ ، نلاحظ تغير صغير في منحنيات النماذج الثلاثة، في حين تغير معامل الترابط الأيونات $\Gamma_e = 0.1, 0.2$ مع ثبيت معامل الترابط إلكترونات عند القيمة $\Gamma_e = 0.8$ يظهر تغير واضح في منحنيات النماذج الثلاثة، ونلاحظ أن منطقة الحد الأعلى تنزاح نحو قيم أصغر مع تناقص قيم Γ_e .

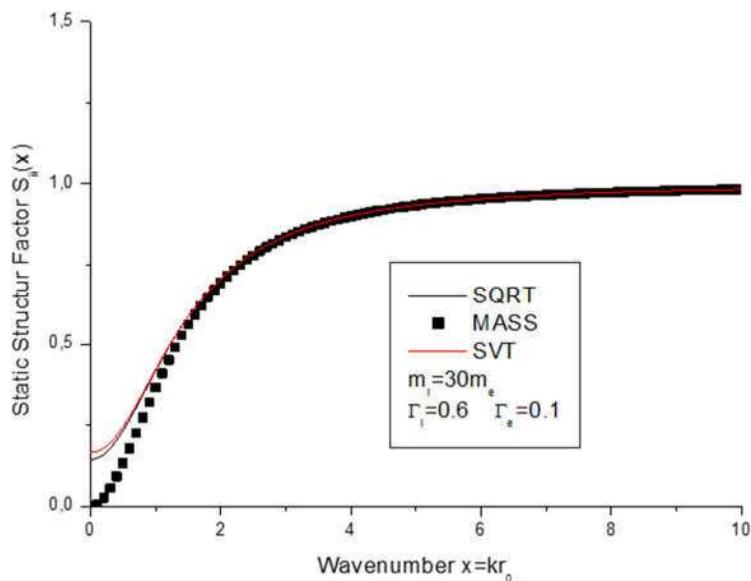
المقارنة بين نموذج MASS و نموذج SVT، تعود إلى التمعن في مسألة اذا كانت معادلات OZ لنماذج الثلاثة تتعديلا لوصف نظام درجي حرارة. وبما اننا لم نقم بأي مقارنة مع نماذج أخرى فمن الصعب الحكم على النموذجين، لكن ما نلاحظه من خلال هذا العمل، ان الفروقات بين نموذج MASS ونموذج SVT لدوال التوزيع القطرية غالبا ما يكون صغيرا.

قمنا بمقارنة موضحة في الشكل II.4 لدوال التوزيع القطرية إلكترون-إلكترون ($g_{ee}(y)$) لنماذج الثلاثة SQRT و SVT مع المرجع [5]، لبيانا ذات معامل الترابط إلكترونات ضعيف $\Gamma_e = 0.1$ ومعامل الترابط الأيونات قوي $\Gamma_i = 4$ عند $m_i = m_e$ هذه المقارنة ليست صحيحة كليا لأن نتائجنا صالحة من اجل معامل ترابط ضعيف. فلاحظنا ان المنحنيات متقاربة وتتحولنا بالحكم على النموذجين، بما ان نموذج SVT في توافق جيد مع المحاكمات MD في اغلب الحالات المدروسة في المراجع [5].

هناك ملاحظة مهمة بين منحنيات (y) g_{ie} ومنحنيات (y) g_{ii} ، حيث ان الأولى لا تبدأ من الصفر وبداية تغير المنحنى (y) التي تعطي (y) g_{ii} غير معروفة تكون أكبر كلما أزداد معامل الترابط، في حين بداية منحنيات (y) g_{ie} تؤول او تساوي الصفر، وقيم منطقة الحد الأعلى في منحنيات (y) g_{ii} ذات قيم أكبر من تلك الموجودة في منحنيات (y) g_{ie} . منحنيات دوال القطرية تتأثر بتغيرات معامل الارتباط إلكترونات Γ_e أكثر من تغير Γ_i .



الشكل 4.II مقارنة دالة التوزيع القطرية إلكترون-إلكترون ($g_{ee}(y)$) لنماذج الثلاثة، SQRT، MASS و SVT مع المرجع [5] لبلازما ذات معامل الترابط الالكترونات ضعيف $\Gamma_e = 0.1$ ومعامل الترابط الايونات قوي $\Gamma_i = 4$ و $m_i = m_e$



الشكل 5.II مقارنة معاملات البنية السكونية أيون-أيون لنماذج الثلاثة، SQRT، MASS و SVT لبلازما ذات $m_i = 30m_e$ و $\Gamma_i = 0.6$ و $\Gamma_e = 0.1$

ملاحظة هامة يجب الإشارة إليها أنه خلال حساباتنا عند $m_i = 1836m_e$ استخدمنا التقريريات الخاصة SVT من أجل $m_i \gg m_e$.

يوضح الشكل 5.II مقارنة لمعاملات البنية السكونية أيون-أيون ($S_{ii}(k)$) لنماذج الثلاثة MASS، SQRT و SVT في حالة $\Gamma_e = 0.1$ ، $\Gamma_i = 0.6$ ، $m_i = 30m_e$. نلاحظ أن هناك اختلافات واضحة بين النماذج عند الحدود اطوال الموجية الكبيرة ($k \rightarrow 0$)، عند هذى الحدود حيث معاملات البنية السكونية لنموذج SVT و $S_{ii}(0) = 0$ تأخذ قيم محددة نستطيع حسابها نظرياً، وبالنسبة لنموذج MASS نجد $0 = 0$.

6-II خلاصة

توسيعة النظام من حالة درجة حرارة واحدة (توازن الحراري) إلى حالة درجتي حرارة، تعتمد على مسألة وصف معادلات OZ و صيغة درجة الحرارة الفعالة، حيث يتواجد ثلث نماذج لحساب دوال التوزيع القطرية نموذج SQRT الذي لا يعتمد على كتل النظام ونموذج MASS ونموذج SVT. يشتراك نموذجي MASS و SQRT في نفس صياغة معادلات OZ، هذه الأخيرة مختلفة في حالة نموذج SVT. يشتراك نموذجي MASS و SVT في نفس صيغة درجة الحرارة الفعالة T_{ab} والتي تختلف عنها في نموذج SQRT.

يمكن القول ان نموذج MASS ونموذج SVT أكثر ملائمة لحساب دوال التوزيع القطرية إلكترون-إلكترون وأيون-إلكترون. وان الفرق بين صغيرا جدا فيأغلب الحالات المدرستة.

الفصل الثالث

حساب دالة التوزيع للحقل الكهربائي

المجيري من أجل درجتي حرارة

1-III مقدمة

إن معرفة دالة التوزيع للحقل الكهربائي المجهري (*The electrical microfield distribution function*) في البلازماء من المواضيع الهامة التي تدخل معالجة العديد من المسائل، وخاصة المسائل المتعلقة بحساب تعيير خطوط الطيف الصادرة من الأيونات في البلازماء، كان حساب دالة التوزيع الحقل الكهربائي محل اهتمام العديد من العلماء إبتداءً من سنة 1919 إلى يومنا هذا، حيث استخدمت العديد من النظريات والتقريريات المختلفة [16].

سوف نقوم بحساب النظري لدالة التوزيع الحقل الكهربائي باستخدام دالة التوزيع القطرية المعرفة بثلاث نماذج: نموذج SQRT، نموذج MASS و نموذج SVT المذكورة سابقاً في الفصل الثاني، وذلك عن طريق حساب الحقل الكهربائي المجهري الناتج عن دالة التوزيع القطرية بين مكونات البلازماء المعتبرة (الإلكترونات والأيونات) مع الشائبة الأيونية التي تعتبرها أيون من البلازماء السابقة من أجل درجتي حرارة، على اعتبار أن البلازماء ضعيفة التأين.

2-III النموذج النظري

نحسب الحقل الكهربائي المجهري المؤثر على الشائبة الأيونية شحنته $Z_1 e$ موضوعة عند المبدأ، هذا الحقل ناتج من طرف مجموع أيونات البلازماء ذات الشحنة Z_i و الحقل ناتج من طرف مجموع إلكترونات البلازماء ذات شحنة Z_e ، و ذلك بأخذ حالة البلازماء غير المتوازنة ذات $T_i \neq T_e$ ، و كثافتهم متساوية ($n_i = n_e = n = \frac{n'}{2}$)، حيث n' عدد الجسيمات الكلية و شحنتهم تساوي الواحد $Z_i = Z_e = Z_1 = 1$. سنقوم بحساب الحقل الكهربائي اعتباراً من دالة التوزيع القطرية المحسوبة سابقة في الفصل الثاني. لدينا في حالة الترابط الضعيف ان طاقة الكمون تعطى (سوف نحافظ على كل الرموز المستخدمة في الفصل الثاني) [5] :

$$U_{ab}(r) = -k_B T_{ab} \ln(g_{ab}(r)) \quad (\text{III. 1})$$

$$\begin{aligned} U_{ab}(r) &= k_B T_{ab} \left\{ \frac{A_1}{4\pi\sqrt{n_a n_b}} \frac{e^{-K_1 r}}{r} - \frac{A_2}{4\pi\sqrt{n_a n_b}} \frac{e^{-K_2 r}}{r} \right\} \\ &= \frac{e^2}{r} \left\{ \frac{A_1}{\kappa_{ab}^2} e^{-K_1 r} - \frac{A_2}{\kappa_{ab}^2} e^{-K_2 r} \right\} \end{aligned} \quad (\text{III. 2})$$

والحقل الكهربائي يعطى:

$$E_{ab}(r) = -\frac{1}{e} \frac{\partial \varphi_{ab}(r)}{\partial r} = \frac{e}{r^2} \left\{ \frac{A_1}{\kappa_{ab}^2} e^{-K_1 r} (1 + K_1 r) - \frac{A_2}{\kappa_{ab}^2} e^{-K_2 r} (1 + K_2 r) \right\} \quad (\text{III. 3})$$

:SQRT نموذج

الحقل الكهربائي الأيوني عند الشائبة:

$$E_{ii}(r) \approx \frac{e}{r^2} (1 + r\kappa) e^{-\kappa r} \quad (\text{III. 4})$$

الحقل الكهربائي الإلكتروني عند الشائبة:

$$E_{ei}(r) = \frac{e}{r^2} (1 + r\kappa) e^{-\kappa r} \quad (\text{III. 5})$$

:MASS نموذج

الحقل الكهربائي الأيوني عند الشائبة:

$$E_{ii} = \frac{e}{r^2} \left[(1 + r\kappa_+) \left(\frac{\kappa_+^2 (\kappa_i^2 - \kappa_-^2)}{\kappa_i^2 (\kappa_+^2 - \kappa_-^2)} \right) e^{-\kappa_+ r} - (1 + r\kappa_-) \left(\frac{\kappa_-^2 (\kappa_i^2 - \kappa_+^2)}{\kappa_i^2 (\kappa_+^2 - \kappa_-^2)} \right) e^{-\kappa_- r} \right] \quad (\text{III. 6})$$

الحقل الكهربائي الإلكتروني عند الشائبة:

$$E_{ie} = \frac{e}{r^2} \left[(1 + r\kappa_+) \left(\frac{\kappa_+^2}{\kappa_+^2 - \kappa_-^2} \right) e^{-\kappa_+ r} - (1 + r\kappa_-) \left(\frac{\kappa_-^2}{\kappa_+^2 - \kappa_-^2} \right) e^{-\kappa_- r} \right] \quad (\text{III. 7})$$

:SVT نموذج

الحقل الكهربائي الأيوني عند الشائبة:

$$E_{ii} = \frac{e}{r^2} \left[(1 + r\kappa) \left(\frac{\kappa_i^2}{\kappa^2 - \kappa_{ei}^2} \right) e^{-\kappa r} - (1 + r\kappa_{ei}) \left(\frac{\kappa_{ei}^2 - \kappa_e^2}{\kappa^2 - \kappa_{ei}^2} \right) e^{-\kappa_{ei} r} \right] \quad (\text{III. 8})$$

الحقل الكهربائي الإلكتروني عند الشائبة:

$$E_{ie} = \frac{e}{r^2} \left[(1 + r\kappa) \left(\frac{\kappa_{ei}^2 \kappa^2 - c\kappa_i^2 \kappa_e^2}{\kappa_{ei}^2 (\kappa^2 - \kappa_{ei}^2)} \right) e^{-\kappa r} - (1 + r\kappa_{ei}) \left(\frac{\kappa_{ei}^4 - c\kappa_i^2 \kappa_e^2}{\kappa_{ei}^2 (\kappa^2 - \kappa_{ei}^2)} \right) e^{-\kappa_{ei} r} \right] \quad (\text{III. 9})$$

: $m_i \gg m_e$ SVT نموذج

الحقل الكهربائي الأيوني عند الشائبة:

$$E_{ii}(r) \approx \frac{e}{r^2} (1 + r\kappa) e^{-\kappa r} \quad (\text{III. 10})$$

الحقل الكهربائي الإلكتروني عند الشائبة:

$$E_{ie}(r) \approx \frac{e}{r^2} (1 + r\kappa) \frac{\kappa_e^2}{\kappa_{ie}^2} e^{-\kappa r} \quad (\text{III. 11})$$

نعرف دالة توزيع الحقل الكهربائي المجهري $W(\vec{E})$ أنها كثافة الاحتمال لإيجاد الحقل الكهربائي \vec{E} يساوي \vec{E} عند

المبدأ، حيث تعطى بالعلاقة التالية [17 – 19]:

$$W(\vec{E}) = \langle \delta(\vec{\varepsilon} - \vec{E}) \rangle \quad (\text{III. 12})$$

حيث المعترض $\langle \dots \rangle$ يمثل القيمة الوسطى عند التوازن.

ولتكن تحويل فورييه $F(\vec{k})$ لـ $W(\vec{E})$ ، المعرف بالعلاقة:

$$\begin{aligned} F(\vec{k}) &= \int \exp(i\vec{k} \cdot \vec{E}) W(\vec{E}) d\vec{E} = \int \exp(i\vec{k} \cdot \vec{E}) \langle \delta(\vec{\varepsilon} - \vec{E}) \rangle d\vec{E} \\ F(\vec{k}) &= \langle \exp(i\vec{k} \cdot \vec{E}) \rangle \end{aligned} \quad (\text{III. 13})$$

والتحويل العكسي:

$$W(\vec{E}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \exp(-\vec{k} \cdot \vec{E}) F(\vec{k}) d\vec{k} \quad (\text{III. 14})$$

حيث $F(\vec{k})$ هي طيف الدالة و يساوي [17]:

$$F(\vec{k}) = \exp(n_e G_{ei}(\vec{k}) + n_i G_{ii}(\vec{k})) \quad (\text{III. 15})$$

لدينا: $n_e = n_i = n$

$$nG_{ii}(k) = 2\pi n \int_0^\infty \left(\frac{\sin(kE_{ii})}{kE_{ii}} - 1 \right) r^2 dr \quad (\text{III. 16})$$

$$nG_{ei}(k) = 2\pi n \int_0^\infty \left(\frac{\sin(kE_{ei})}{kE_{ei}} - 1 \right) r^2 dr \quad (\text{III. 17})$$

بوضع المتغيرات بدون بعد

$$y = \frac{r}{r_0}, \quad x = kE_0, \quad \bar{E} = \frac{E}{E_0}, \quad E_0 = \frac{e}{r_0^2}$$

تصبح العلاقات السابقة:

$$nG_{ii}(x) = \frac{3}{2} \int_0^\infty \left(\frac{\sin \bar{E}_{ii} x}{\bar{E}_{ii} x} - 1 \right) y^2 dy \quad (\text{III. 18})$$

$$nG_{ei}(x) = \frac{3}{2} \int_0^\infty \left(\frac{\sin \bar{E}_{ei} x}{\bar{E}_{ei} x} - 1 \right) y^2 dy \quad (\text{III. 19})$$

وتصبح علاقات الحقول بعد ادخال متغيرات بدون وحدة لكل نموذج:

:SQRT نموذج

$$\bar{E}_{ii}(y) = \frac{E_{ii}(y)}{E_0} \approx \frac{1}{y^2} (1 + y\bar{\kappa D}_+) e^{-y\bar{\kappa D}_+} = \bar{E}_{ei}(y) \quad (\text{III. 20})$$

:MASS نموذج

$$\begin{aligned} \bar{E}_{ii}(y) &= \frac{1}{y^2} \left[(1 + y\bar{\kappa D}_+) \left(\frac{\bar{\kappa D}_+^2 (\bar{\kappa D}_i^2 - \bar{\kappa D}_-^2)}{\bar{\kappa D}_i^2 (\bar{\kappa D}_+^2 - \bar{\kappa D}_-^2)} \right) e^{-\bar{\kappa D}_+ y} \right. \\ &\quad \left. - (1 + y\bar{\kappa D}_-) \left(\frac{\bar{\kappa D}_-^2 (\bar{\kappa D}_i^2 - \bar{\kappa D}_+^2)}{\bar{\kappa D}_i^2 (\bar{\kappa D}_+^2 - \bar{\kappa D}_-^2)} \right) e^{-\bar{\kappa D}_- y} \right] \end{aligned} \quad (\text{III. 21})$$

$$\begin{aligned} \bar{E}_{ei}(y) &= \frac{1}{y^2} \left[(1 + y\bar{\kappa D}_+) \left(\frac{\bar{\kappa D}_+^2}{\bar{\kappa D}_+^2 - \bar{\kappa D}_-^2} \right) e^{-\bar{\kappa D}_+ y} \right. \\ &\quad \left. - (1 + y\bar{\kappa D}_-) \left(\frac{\bar{\kappa D}_-^2}{\bar{\kappa D}_+^2 - \bar{\kappa D}_-^2} \right) e^{-\bar{\kappa D}_- y} \right] \end{aligned} \quad (\text{III. 22})$$

نموذج SVT

$$\begin{aligned}\bar{E}_{ii}(y) = \frac{1}{y^2} & \left[(1 + y\bar{\kappa D}) \left(\frac{\bar{\kappa D}_i^2}{\bar{\kappa D}^2 - \bar{\kappa D}_{ei}^2} \right) e^{-\bar{\kappa D}y} \right. \\ & \left. - (1 + y\bar{\kappa D}_{ei}) \left(\frac{\bar{\kappa D}_{ei}^2 - \bar{\kappa D}_e^2}{\bar{\kappa D}^2 - \bar{\kappa D}_{ei}^2} \right) e^{-\bar{\kappa D}_{ei}y} \right] \quad (\text{III. 23})\end{aligned}$$

الحقل الكهربائي الإلكتروني عند الشائبة:

$$\begin{aligned}\bar{E}_{ei}(y) = \frac{1}{y^2} & \left[(1 + y\bar{\kappa D}) \left(\frac{\bar{\kappa D}_{ei}^2 \kappa^2 - c\bar{\kappa D}_i^2 \bar{\kappa D}_e^2}{\kappa_{ei}^2 (\bar{\kappa D}^2 - \bar{\kappa D}_{ei}^2)} \right) e^{-\bar{\kappa D}y} \right. \\ & \left. - (1 + y\bar{\kappa D}_{ei}) \left(\frac{\bar{\kappa D}_{ei}^4 - c\bar{\kappa D}_i^2 \bar{\kappa D}_e^2}{\bar{\kappa D}_{ei}^2 (\bar{\kappa D}^2 - \bar{\kappa D}_{ei}^2)} \right) e^{-\bar{\kappa D}_{ei}y} \right] \quad (\text{III. 24})\end{aligned}$$

نموذج $m_i \gg m_e$ SVT

$$\bar{E}_{ii}(y) = \frac{1}{y^2} (1 + y\bar{\kappa D}) e^{-\bar{\kappa D}y} \quad (\text{III. 25})$$

$$\bar{E}_{ei}(y) = \frac{1}{y^2} (1 + y\bar{\kappa D}) \frac{\bar{\kappa D}_e^2}{\bar{\kappa D}_{ie}^2} e^{-\bar{\kappa D}y} \quad (\text{III. 26})$$

كل الشواهد في العلاقات من (III. 20) إلى (III. 26) معطاة في الفصل الثاني.

باستخدام الإحداثيات الكروية و وضع $\beta = \frac{E}{E_0}$ بعد بعض حسابات توجد في المرجع (مفاهيم) تصبح علاقة

التحويل العكسي $: W(\vec{E})$

$$W(\beta) = \frac{1}{E_0^3 (2\pi)^2} \int_0^\infty \frac{\sin(x\beta)}{x\beta} F(x) x^2 dx \quad (\text{III. 27})$$

بحيث

$$F(x) = \exp(nG_{ii}(x) + nG_{ei}(x)) \quad (\text{III. 28})$$

ندخل كثافة الاحتمال للحقل الكهربائي:

$$P(\beta) = 4\pi E^2 W(\beta) = \frac{4\pi E^2}{E_0^3} \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\infty \frac{\sin(x\beta)}{x\beta} F(x) x^2 dx \quad (\text{III. 29})$$

$$H(\beta) = E_0 P(\vec{E}) = \frac{2\beta}{\pi} \int_0^{\infty} \sin(x\beta) F(x) x dx \quad (\text{III.30})$$

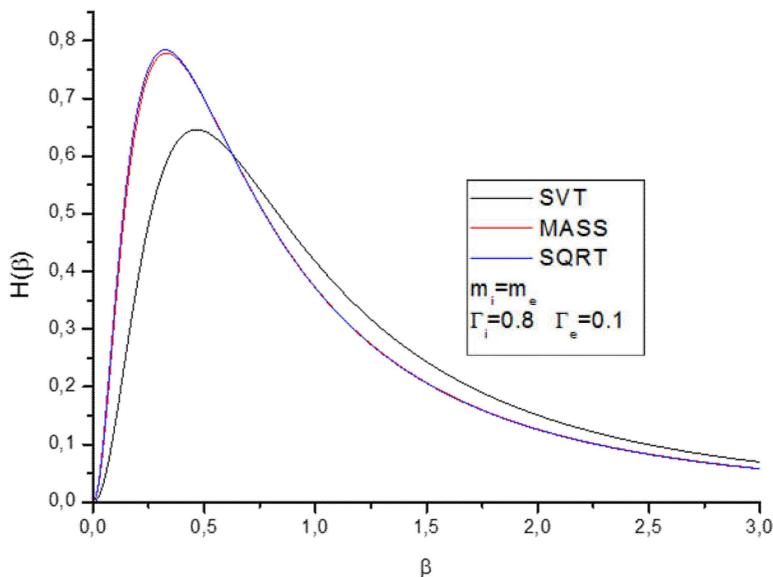
3-III مناقشة النتائج

لحساب دالة توزيع الحقل الكهربائي نقوم بحساب $nG_{ie}(x)$ من العلاقة (III.18) و $nG_{ii}(x)$ من العلاقة (III.19) لكل نموذج: و MASS، SQRT و SVT و تعويض في العلاقة (III.30) لحساب $H(\beta)$ فتحصلنا على النتائج التالية:

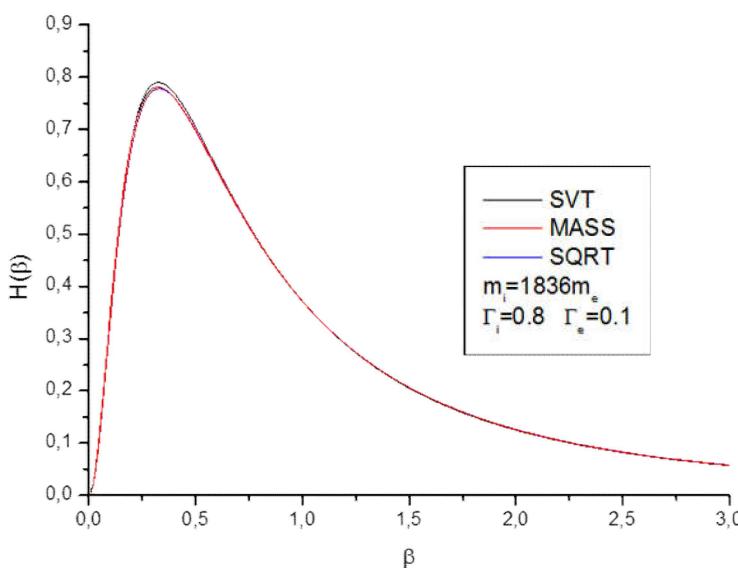
يوضح الشكل III.1 و III.2 مقارنة دالة التوزيع للحقل الكهربائي المجهري $H(\beta)$ لنموذج: SQRT و SVT و MASS لبيانا ذات معاملات ترابط ضعيف $\Gamma_e = 0.1$ و $\Gamma_i = 0.8$ ، من أجل $m_i = m_e$ على الترتيب. نلاحظ من الشكل III.1 تباعد نموذج $SVT - H(\beta)$ عن نماذجين $MASS - H(\beta)$ و $SQRT - H(\beta)$ متقاربة الاخرين في هذه الحالة، في حين ان منحنيات النماذجين $MASS - H(\beta)$ و $SQRT - H(\beta)$ متقاربة جدا (لا توجد فروقات كبيرة)، و نلاحظ أيضا ازياح القمم نحو الحقل β الاعلى حسب ترتيب التالي للمنحنيات SVT و $MASS$ و $SQRT$. يعكس ترتيب المنحنيات المذكور سابقا عند نقطة تقاطع واحدة تقريبا تساوي $\beta = 0.6$ (هذه النقطة تتعلق بالمعاملات الترابط وهي ثابتة في هذه المنحنيات $\Gamma_e = 0.1$ و $\Gamma_i = 0.8$). ابتعد منحنى $SVT - H(\beta)$ عن مجموع الحدود G_{ii} و G_{ie} او بعبارة أخرى يعود الى الحقول الكهربائية المجهريه المحسوبة من صيغ دالة التوزيع القطرية لكل نموذج، حيث لاحظنا سابقا في الفصل الثاني ان قيم منطقة الحد الاعلى في منحنيات $G_{ii}(y)$ ذات قيم اكبر من تلك الموجودة في منحنيات $g_{ie}(y)$ لذلك الحد يكون ذو تأثير اكبر من الحد G_{ie} ، ولاحظنا ايضا في الفصل السابق ان منحنيات $g_{ii}(y)$ لنموذج SVT عند $m_i = m_e$ هو الاعلى ثم $MASS$ ثم $SQRT$ (اختلافات بين $MASS$ و $SQRT$ صغيرة جدا) وهذا كله يؤدي الى تباعد $SVT - H(\beta)$. ولكن عند $m_i = 1836m_e$ تقارب $g_{ii}(y)$ لنموذج SVT مع نماذجين $MASS$ و $SQRT$ مما يؤدي الى تقارب منحنيات $SVT - H(\beta)$ الى $SQRT - H(\beta)$ كما هو موضح في الشكل III.2.

ويوضح الشكل III.3 و الشكل III.4 مقارنة دالة التوزيع للحقل الكهربائي المجهري $H(\beta)$ لنموذج SVT و MASS على الترتيب من اجل بلازما ذات معامل الترابط $\Gamma_e = 0.1$ و $\Gamma_i = 0.8$ و لقيم مختلفة لنسبة $\frac{m_i}{m_e}$. نلاحظ من الشكل III.3 ان قمم منحنيات $SVT - H(\beta)$ لنموذج SVT تتجه نحو قيم β اصغر كلما زادت

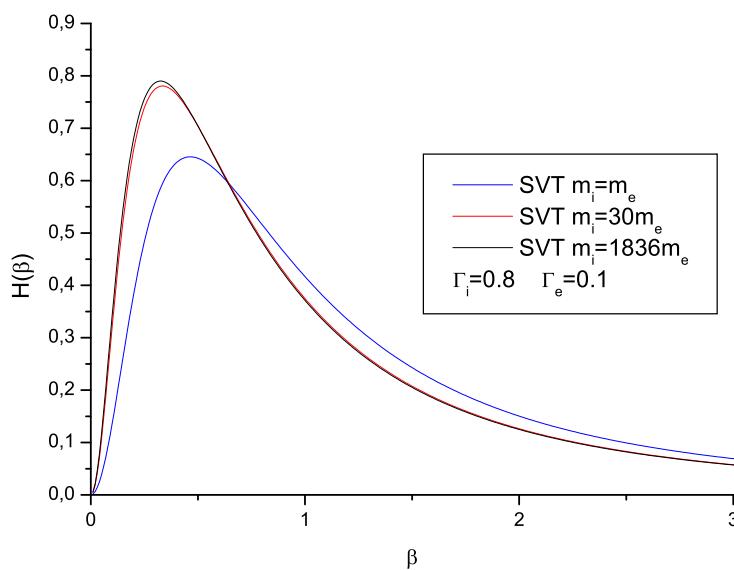
النسبة $\frac{m_i}{m_e}$. تغيرات (β) في نموذج MASS لم تتأثر كثيراً (أو تأثيرها بطيء) مع تغيرات النسبة $\frac{m_i}{m_e}$ عند عاملات الترابط $\Gamma_i = 0.8$ و $\Gamma_e = 0.1$ كما هو ملاحظ في الشكل III.



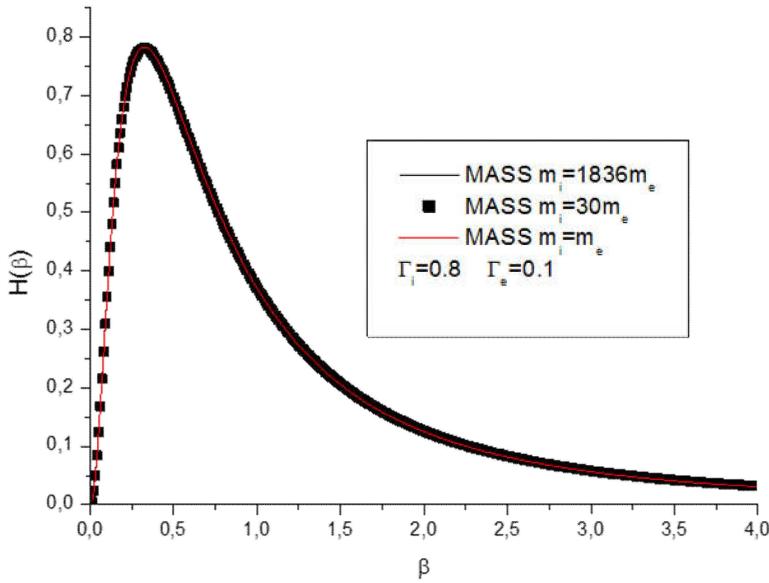
الشكل III.1 مقارنة دالة التوزيع للحقل الكهربائي المجهري $H(\beta)$ لنماذج MASS، SQRT و SVT من أجل لبلازما ذات معامل الترابط الإلكتروني والأيونات ضعيف $\Gamma_i = 0.8$ و $\Gamma_e = 0.1$ على الترتيب.



الشكل III.2 مقارنة دالة التوزيع للحقل الكهربائي المجهري $H(\beta)$ لنماذج MASS، SQRT و SVT من أجل لبلازما ذات معامل الترابط الإلكتروني والأيونات ضعيف $\Gamma_i = 0.8$ و $\Gamma_e = 0.1$ على الترتيب.



الشكل III.3 مقارنة دالة التوزيع للحقل الكهربائي المجهري $H(\beta)$ لنموذج SVT من أجل لبلازما ذات معامل الترابط الالكترونات واليونات ضعيف $\frac{m_i}{m_e}$ على الترتيب و لقيم مختلفة لنسبة $\Gamma_i = 0.8$ و $\Gamma_e = 0.1$.



الشكل III.4 مقارنة دالة التوزيع للحقل الكهربائي المجهري $H(\beta)$ لنموذج MASS من أجل لبلازما ذات معامل الترابط الالكترونات واليونات ضعيف $\frac{m_i}{m_e}$ على الترتيب و لقيم مختلفة لنسبة $\Gamma_i = 0.8$ و $\Gamma_e = 0.1$.

4-II خلاصة

هذا الجزء من المذكورة هو توسيعة لحساب دالة التوزيع الحقل الكهربائي المجهري ($H(\beta)$) في حالة درجتي حرارة. يعتمد حساب ($H(\beta)$) في هذا النموذج النظري المستخدم على حساب الحقل الكهربائي المجهري، الذي يعتمد هو أيضاً على حساب دالة التوزيع القطرية. استعملنا دالة التوزيع القطرية من ثلاثة نماذج: MASS، SQRT و SVT لبياناً ذات معامل الترابط ضعيف وذلك بدون تغيير صيغة ($H(\beta)$) المستخدمة في حالة توازن حراري (درجة حرارة واحدة) النتائج كانت مقبولة مقارنة مع نتائج الفصل الثاني، ورغم ذلك يفتقر هذا الفصل إلى المقارنة مع نماذج أخرى مثل MD للحكم النهائي على افتراضاتنا المستخدمة في حساب ($H(\beta)$). في الحقيقة حساب دالة التوزيع الحقل الكهربائي المجهري عملية معقدة جداً، وقد اعتمدنا على تقريب من الدرجة الأولى في حساباتنا.

خلاصة عامة

هذا العمل يرتكز على عملية توسيع النظام (بالذات) من حالة درجة حرارة واحدة (توازن الحراري) إلى حالة درجتي حرارة، و ذلك باستخدام ثلاثة نماذج مهمة نموذج SQRT، نموذج MASS و نموذج SVT من أجل حساب دوال التوزيع القطرية وعوامل البنية، وتطبيق حساب دوال التوزيع القطرية في استنتاج دالة التوزيع الحقل الكهربائي المجهري ($H(\beta)$). النماذج الثلاثة المذكورة سابقا ترتكز على افتراضات لتوسيع نظام المعادلات OZ و HNC من درجة حرارة واحدة إلى درجتين حرارة وترتكز على نقطتين:

- ✓ كيفية تحديد ووصف درجة الحرارة المتقطعة (T_{ab} (cross-temperatures))
- ✓ كيف يتم تعديل علاقات OZ.

حيث سردنا في الفصل الأول تاريخ، تعريف، أشكال البلازما بصفة مختصرة. تطرقنا أيضا إلى تصنيفاتها حسب درجة الحرارة، وأهم المقادير في الفيزياء البلازما المستخدمة في دراستنا، وكذا دالة الترابط القطرية وعامل البنية السكاني في حالة التوازن الحراري (الترموديناميكي).

شمل الفصل الثاني الجزء الرياضي لحساب دالة التوزيع القطرية باستخدام ثلاثة نماذج نموذج SQRT (لا يعتمد على كتل النظام) و نموذج MASS و نموذج SVT ، في حالة (i-i)، (e-e) و (e-i) في بلازما ضعيفة الارتباط، و ذلك باستخدام افتراضات كل نموذج حيث نموذج SQR و نموذج MASS يأخذ نفس العلاقة T_{ab} ، أما نموذج OZ و HNC و الاختلاف بين النماذجين هو صيغة درجة حرارة التقاطع (الفعالة)، لكن معادلات OZ مختلفة تحتوي على درجة حرارة التقاطع (الفعالة) T_{ab} تأخذ نفس صيغة نموذج MASS بعض التصحيحات، من خلال النتائج المتحصل عليها قمنا برسم منحنيات دالة التوزيع القطرية لمختلف قيم معامل الارتباط الالكترونات والأيونات وأيضا لمختلف قيم النسبة $\frac{m_i}{m_e}$.

من خلال نتائج المتحصل عليها يمكن القول ان نموذج MASS ونموذج SVT أكثر ملائمة لحساب دوال التوزيع القطرية إلكترون-إلكترون و أيون-إلكترون. وان الفرق بينهم صغيرا جدا في اغلب الحالات المدروسة.

في الفصل الثالث قمنا بتطبيق حساب دالة التوزيع القطرية (الفصل الثاني) في حساب دالة توزيع الحقل الكهربائي المجهري ($H(\beta)$) وذلك باعتماد على حساب دالة (x) $nG_{ie}(x)$ و (x) $nG_{ii}(x)$ كتقريب من الدرجة الأولى، بدون تغيير صيغتها المستخدمة في حالة توازن حراري (درجة حرارة واحدة) وهي بدورها تعتمد على حساب الحقل الكهربائي المجهري الناتج بين مكونات البلازما المعتبرة (الإلكترونات والأيونات) مع الشائبة

الأيونية التي تعتبرها ايون من البلازمما السابقة من أحل درجتي حرارة، على اعتبار أن البلازمما ضعيفة التأين، الذي يعتمد هو أيضا على حساب دالة التوزيع القطرية باستخدام ثلاثة نماذج: نموذج SQRT، نموذج MASS و نموذج SVT. قمنا برسم منحنيات المقارنة والنتائج كانت مقبولة مقارنة مع نتائج الفصل الثاني، ورغم ذلك يفتقر هذا الفصل الى المقارنة مع نماذج أخرى مثل MD للحكم النهائي على افتراضاتنا المستخدمة في حساب $H(\beta)$.

ويمكن تسطير بعض الآفاق مستقبلية:

- ✓ توسيعة حساب دوال التوزيع القطرية من اجل معامل ارتباط قوي ذو درجتي حرارة. ومحاولة الحصول على صيغة تحليلية.
- ✓ مقارنة الأعمال المنجزة مع أعمال مثل MD.
- ✓ البحث عن افتراض وتصحيحات أخرى لعلاقة حساب الحقل الكهربائي المجهري $H(\beta)$ لنظام بلازما ذو درجتي حرارة.
- ✓ يمكن ادخال النماذج الثلاثة السابقة لحساب: مثلا عوامل الانتقال (معامل الانتشار)، وحساب دوال الارتباط الديناميكية.

المراجـع

- [1] B. Held, *Physique des Plasmas froids*, Masson Paris (1994).
- [2] شibli اسماعيل، أطروحة الدكتوراه جامعة منتوري قسنطينة (2005).
- [3] T. C. Killian, S. Kulin, S. D. Bergeson, L. A. Orozco, C. Orzel, and S. L. Rolston, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4776 (1999).
- [4] S. J. Puttermann and K. R. Weninger, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **32**, 445 (2000).
- [5] N. R. Shaffer, S. K. Tiwari, and S. D. Baalrud, *Physics of Plasmas* **24**, 092703 (2017).
- [6] طه مفتاح، 'بعض الطرق التقنية لقياس قرينة الانكسار في البلازما'، مذكرة ماستر أكاديمي فيزياء، جامعة قصدي مرياح ورقلة، (2014).
- [7] ولد مصطفى صهيوني، مقدمة في فيزياء البلازما، سلطنة عمان يونيو (2006).
- [8] عباسة حكيمة، 'دوال الترابط في البلازما'، رسالة دكتوراه العلوم، جامعة قاصدي مرياح، ورقلة (2018).
- [9] بمحنل خديجة، 'أهم النماذج لحساب دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضعى في البلازما'، رسالة ماستر أكاديمي، جامعة الشهيد حمة لحضر، الوادي (2016).
- [10] J. P. Hansen and I. R. MacDonald, *Theory of Simple Liquids*, 3rd ed. (Academic Press, 1976).
- [11] L. S. Ornstein and F. Zernike, *Proc. K. Ned. Akad. Wet.* **17**, 793–807 (1914).
- [12] J. M. J. van Leeuwen, J. Groeneveld, and J. de Boer, *Physica* **25**, 792 (1959).
- [13] R. Bredow, Th. Bornath, W.-D. Kraeft, and R. Redmer, *Contrib. Plasma Phys.* **53**, No. 4-5 (2013).
- [14] M. W. C. DHARMA-WARDANA AND MICHAEL S. MURILLO, *Phys. Rev. E* **77**, 026401 (2008).
- [15] P. Seuferling, J. Vogel, and C. Toepffer, *Phys. Rev. A* **40**, 323 (1989).
- [16] T. Chohra, Thèse de Doctorat en science, Université ELHadj Lakhdar Batna (2007)

- [17] مفاتيح فاطمة لزهراء،^١ تصحيح النموذج النظري لحساب دالة التوزيع للحقل الكهربائي الجهري لبلازما ضعيفة التأين باستخدام تفاعل ديباي غير الخططي أيون-أيون وذرة-أيون^٢، مذكرة ماستر أكاديمي فيزياء، جامعة قصدي مرباح ورقلة، (2016).
- [18] C. Cereceda, J .Puerta and P. Martin, ECA Vol. **22C**, 189-192 (1998)
- [19] J. Puerta and C. Cereceda, Astrophys. Space Sci. **256**, 349-353 (1998)

هذا العمل هو توسيعة لحساب دالة التوزيع القطرية ومعامل البنية السكוני الجزئي من حالة بلازما ذات درجة حرارة واحدة (التوازن الحراري) الى بلازما ذات درجة حرارة، يعتمد هذا النموذج النظري على بعض الافتراضات حول تعويض درجة الحرارة للبلازما بدرجة حرارة واحدة فعالة وكذا كيفية توسيع معادلات Ornstein-Zernike (OZ) التي تسمح في الأخير بحساب دالة التوزيع القطرية باستعمال Hypernetted-Chan Closure (HNC)، كل هذا العمل تم في حالة معامل ترابط ضعيف للإلكترونات والآيونات ولكل المركبات (i-i)، (i-e) و (e-e). افتراضات التوسيعة تنحصر في ثلاث نماذج: نموذج MASS، نموذج SQRT و نموذج SVT. وفي جزء تطبيقي لنتائج، قمنا بحساب دالة التوزيع الحقل الكهربائي المجهري اعتمادا على الحقل الكهربائي المشتق من عبارة دالة التوزيع القطرية. النتائج المتحصل عليها مقبولة.

الكلمات المفتاحية: بلازما درجة حرارة، دالة التوزيع القطرية، نماذج MASS، SQRT و SVT ، دالة التوزيع الحقل.

Abstract

This work is an expansion of the computation of the radial distribution function and the partial static factors, at one temperature plasma (thermal equilibrium) to multi-temperature. This theoretical model is based on some approximations: about to map the multi-temperature plasma to an effective one-temperature, and how to extend the Ornstein-Zernike (OZ) relations, which finally allows the calculation of the RDFs using the Hypernetted-Chan Closure (HNC). All this work was done in the case of weakly coupled electrons and ions and all the corposants (i-i), (i-e) and (e-e). The expansion approximations are limited to three models: SQRT, MASS and SVT. In an applied part of the results, we computed the electric micro-field distribution based on the electric field derived from the expression of the RDFs. The results obtained are acceptable.

Key words : Two temperature plasma, radial distribution function, SQRT, MASS and SVT models, electric micro-field distribution.

Résumé

Ce travail est une extension du calcul de la fonction de distribution radiale et des facteurs de structures statiques partiels, à une température plasma (équilibre thermique) à multi-températures. Ce modèle théorique est basé sur quelques approximations : sur le point de mapper le plasma multi-températures à une température unique effective, et comment étendre les relations Ornstein-Zernike (OZ), ce qui permet enfin le calcul de la FDRs à l'aide de l'Hypernetted -Chan (HNC). Tous ces travaux ont été réalisés dans le cas d'électrons et d'ions faiblement couplés et de tous les composants (i-i), (i-e) et (e-e). Les approximations d'expansion sont limitées à trois modèles : SQRT, MASS et SVT. Dans une partie appliquée des résultats, nous avons calculé la distribution de micro-champ électrique basée sur le champ électrique dérivé de l'expression des FDRs. Les résultats obtenus sont acceptables.

Mots clés : plasma multi-températures, fonction de distribution radiale, Modèles SQRT, MASS et SVT, distribution de micro-champ électrique.