N° d'ordre :

N° de série :

Université kasdi merbah ouargla
Faculté des Mathématiques et Sciences de la matière
Département de physique

Thèse de Doctorat

Spécialité « Physique »

par

Elhadj Becherrair Belghitar

Etude théorique d'un disque d'accrétion stellaire

Thèse soutenue le 22/10/2020 devant le jury composé de :

Pr :	K. E. Aiadi	Université Kasdi Merbah Ouargla	Président
Pr :	A. Boukraa	Université Kasdi Merbah Ouargla	Examinateur
Pr :	D. Bahmed	Université de Ghardaïa	Examinateur
Dr :	K. Chenini	Université de Ghardaïa	Examinateur
Dr :	M. Difallah	Université d'El Oued	Examinateur
Pr :	M. T. Meftah	Université Kasdi Merbah Ouargla	Directeur De Thèse

ma mère
mon père
ma femme
mes enfants

Ce document a été préparé à l'aide de l'éditeur "Texmaker" et du logiciel de composition typographique LaTeX 2ε.
E.B Belghitar 2020

Remerciements

Ce travail a été réalisé à l'université KASDI MERBAH OUARGLA.
J'aimerais, dans les quelques lignes qui suivent, remercier l'ensemble des personnes qui ont contribué,de près ou de loin, à la réalisation de cette thèse. Difficile de parvenir à traduire ici la reconnaissance et l'estime que je porte à toutes celles et ceux qui m'ont permis de mener à bien ce rêve d'enfance. Difficile également de n'oublier personne alors que cette thèse est évidemment le fruit de collaborations et d'échanges avec de nombreux individus qui m'ont tous témoignés de leur confiance et de leur amitié. Je commencerai ainsi par remercier mon directeur de thèse, le professeur Mohamed Tayeb Meftah, qui a su me laisser la liberté nécessaire a l'accomplissement de mes travaux, tout en y gardant un œil critique et avise. Je lui suis très reconnaissant de la confiance qu'il m'a accordée en acceptant d'encadrer mon mémoire de magister puis ma thèse de doctorat. J'ai par ailleurs particulièrement apprécie sa disponibilité, son enthousiasme permanent et les précieux conseils, qu'il a su me donner tout au long de la thèse. La deuxième personne que je souhaite remercier est Mohamed Abdelwahab Benbitour , pour m'avoir donné goût à l'astrophysique observationnelle, bien avant le début de cette thèse, alors que je n'étais qu'un jeune étudiant. Un grand merci d'avoir, à ce moment-là, pris le temps de me conseiller. Je le remercie ensuite pour la confiance qu'il m'a accordée et pour m'avoir guidé durant ces années tout en m'ayant laissé une très grande liberté dans mon travail, liberté sans laquelle mon expérience n'aurait pas été aussi riche et je remercie de même Monsieur Said Douis. J'adresse mes plus vifs remerciements aux examinateurs, Monsieur et Monsieur pour avoir accepté d'examiner ce travail. Leur participation au jury est une marque à laquelle je suis très fier.
Un grand merci à l'ensemble des équipes du laboratoire LENREZA pour m'avoir accueilli, en particulier le directeur de labo Monsieur le professeur Aomar Boukraa qui m'a aidé et permis de réaliser ce projet.
Je tiens à remercier tous les membres du département de physique
Je remercie aussi tous les doctorants et amis qui m'ont accompagné durant cette thèse
Enfin, un grand merci à ma mère et ma femme qui m'ont accompagné dans mes longues études et à toute ma famille.

Résumé

Les disques d'accrétion sont trouvés autour d'une variété de systèmes astrophysiques. En effet, on les rencontre dans les noyaux actifs de galaxie (AGN) , où l'objet central est un trou noir super massif , et autour des jeunes objets stellaires (YSO), où ils représentent des sites de formation de planète; dans les micro quasars et variables cataclysmiques (CV); des systèmes binaires composés d'un objet dense (naine blanche, étoile à neutron, trou noir) accrêté la matière d'une étoile classique. L'accrétion se déroule principalement par le biais d'un tel disque par la redistribution du moment angulaire, qui est transféré par des couples visqueux de telle sorte que la matière perd son moment angulaire, et elle devient lentement spirale vers l'intérieur pour tomber sur le corps central. Le premier but de ce travail, est d'étudier en détail l'équation de base qui régit l'évolution temporelle de la densité de surface (transport de masse) dans un disque képlérien en raison d'une sorte de viscosité. On passe en revue les processus physiques qui déterminent l'évolution des disques protoplanétaires qui évoluent aussi en raison de la viscosité et du transport de moment angulaire par l'étoile centrale, mais les planètes migrent en raison de l'interaction des marées avec le disque (type II migration), et le disque est également soumis à des couples de marée des planètes. L'évolution couplée d'un disque protoplanétaire et une planète est décrite par une équation d'évolution; le deuxième terme de cette équation contient le taux de transfert du moment angulaire par unité de masse de la planète au disque. Le deuxième but de ce travail, est modifier la fonction de taux de transfert de moment angulaire par unité de masse au voisinage de l'orbite de la planète pour obtenir une solution analytique de l'équation d'évolution d'un disque protoplanétaire et une planète.

mots-clés : Disque d'accrétion, Planète, Moment angulaire,Viscosité.

Abstract

The accretion discs are found around a variety of astrophysical systems. Indeed, they are found in active galaxy nuclei (AGN), where the central object is a super massive black hole, and around young stellar objects (YSO), or they represent planet formation sites; in micro quasars and cataclysmic variables (CV), binary systems composed of a dense object (white dwarf, neutron star, black hole) accreted the matter of a classic star. Accretion takes place mainly through such a disc by the redistribution of the angular momentum, which is transferred by viscous couples so that the material loses its angular momentum, and it slowly becomes spiral inward to fall on the central body.

In the first goal of this work, we will study in detail the basic equation which governs time evolution of the surface density (mass transport) in a Keplerian disc due to a kind of viscosity.

We review the physical processes that determine the evolution of the protoplanetary discs which also evolve due to the viscosity transport the angular momentum by the central star, but the planets migrate due to the interaction of the tides with the disc (type II migration), and the disc is also subject to tidal torques of the planets. The coupled evolution of a protoplanetary disk and a planet is described by an evolution equation; the second term of this equation contains the rate of transfer of angular momentum per unit of mass from the planet to the disc.

In the second aim of this work, we will modify the angular momentum transfer rate function per unit mass in the vicinity of the orbit of the planet to obtain an analytical solution of the equation of evolution of a protoplanraletary disc and a planet.

Keywords : Accretion disk, Planet, Angular moment, Viscosity.

ملـــخص

تتواجد أقراص التراكم حول مجموعات متنوعة من الأنظمة الفيزيائية الفلكية، فهي تتواجد في نوى المجرة النشطة (AGN) ، حيث يكون الكائن المركزي عبارة عن ثقب أسود ضخم للغاية ، وحول أجسام نجمية صغيرة (YSO) ، إذ أنها تمثل مواقع تشكل الكواكب، في الكوازارات الدقيقة والمتغيرات الكارثية (CV) ؛ الأنظمة الثنائية المكونة من كائن كثيف (قزم أبيض ، نجم نيوتروني ، ثقب أسود) يجذب مادة النجم الكلاسيكي. يحدث التراكم بشكل رئيسي من خلال هذا القرص عن طريق إعادة توزيع الزخم الزاوي ، والذي يتم نقله بواسطة إجهاد لزج بحيث تفقد المادة زخمها الزاوي ، وتنزل بشكل دوامة ببطء لتقع على الجسم المركزي.

الهدف الأول من هذا العمل ، سوف ندرس بالتفصيل المعادلة الأساسية التي تحكم التطور الزمني للكثافة السطحية (نقل المادة) في قرص كيبلر بسبب تأثير اللزوجة.

نقوم بمراجعة العمليات الفيزيائية التي تحدد تطور أقراص الكواكب الأولية والتي تتطور أيضًا بسبب نقل الزوجة للعزم الزاوي بواسطة النجم المركزي، لكن الكواكب تهاجر بسبب تفاعل المد والجزر مع القرص (النوع II للهجرة)، والقرص يخضع أيضا لعزم المد والجزر من الكواكب. يوصف التطور المقترن لقرص كوكبي أولي وكوكب بمعادلة تطور؛ يحتوي الحد الثاني من هذه المعادلة على معدل نقل الزخم الزاوي لكل وحدة كتلة من الكوكب إلى القرص.

الهدف الثاني من هذا العمل، سوف نقوم بتعديل وظيفة معدل نقل الزخم الزاوي لكل كتلة وحدة بالقرب من مدار الكوكب للحصول على حل تحليلي لمعادلة تطور القرص الكوكبي الأولي و كوكب.

كلمات البحث: النقل اللزج، الزخم الزاوي، الكوكب، قرص التراكم

Table des matières

Table des matiéres viii
Liste des figures x
Liste des symboles xi

Introduction générale 1

1 Les phénomènes d'accrétion et les processus physiques de base qui déterminent l'évolution du disque d'accrétion 4
1.1 Introduction 4
1.2 les modèles standards 5
1.3 Disque d'accrétion 7
1.3.1 La matière du disque 8
1.3.2 Le rayon du disque 9
1.4 Quelques éléments de terminologie 10
1.5 L'accretion et le lobe de roche 11
1.6 Le disque képlérien 15
1.7 le Moment angulaire 17
1.8 La viscosité 19
1.9 Processus d'accrétion en astrophysique 20
1.9.1 Le taux d'accrétion du disque d'accrétion des objets compacts. . 21
1.9.2 Paramètre de compacité 22
1.9.3 Puissance d'accrétion 22
1.9.4 Luminosité d'Eddington et le taux d'accrétion 23
1.10 Prototype de disque d'accrétion 25
1.10.1 Noyaux actifs de galaxies 25
1.10.2 Etoiles jeunes 27
1.10.3 Systèmes binaires 29
1.10.4 disque protoplanétaire 33
1.10.5 Autres disques astrophysiques 34

2 l'évolution de la densité de surface d'un disque d'accrétion 37

2.1 Introduction 37
2.2 La géométrie du disque 39
2.3 Les paramètres d'accrétion gouvernant la structure du disque 40
2.4.1 Conservation de la masse 43
2.4.2 Conservation du moment angulaire 45
2.5 La Structure du disque 45
2.6 La solution de l'équation d'évolution de la densité de surface 47
2.6.1 Solution de la fonction de Green avec condition aux limites à $r = 0$ 48
2.6.2 L'interprétation des courbese de la densité de surface ($\Sigma(x, \tau)/\Sigma_0$) 53
2.7 Conclusion 54

3 L'évolution d'un disque protoplanétaire **55**
3.1 Introduction 55
3.2 La planète 56
3.3 Le disque protoplanétaire 57
3.3.1 opacité du disque 57
3.4 La migration des planètes 58
3.4.1 Migration des planètes de faible masse : Type I 58
3.4.2 Migration des planètes massives : Type II 58
3.4.3 Migration de Type III 59
3.5 L'evolution d'un disque protoplanétaire 60
3.6 Le taux du moment angulaire spécifique 61
3.7 La modèle de migration planétaire 65
3.7.1 La solution de l'équation d'évolution 65
3.7.2 Conditions aux limites 67
3.8 Conclusion 70

Conclusion générale **71**

A Annexe **73**
A.1 Le diagramme de Hertzsprung-Russel 73
A.2 La fin des étoiles 75
A.2.1 Une naine blanche 75
A.2.2 Une étoile à neutrons et un trou noir 77

Bibliographie **81**

Publication **88**

Liste des figures

1.1 Section des surfaces équipotentielles du potentiel de Roche dans le plan orbital L_1 à L_5 13
1.2 diagramme présentant le lobe de Roche dans variable cataclysmique 14
1.3 la géométrie du disque Képlérien 16
1.4 une représentation schématique du moment angulaire et de transport de masse à l'intérieur d'un disque d'accrétion 19
1.5 un disque d'accrétion entourant le cœur de la Galaxie Seyfert NGC 7742 26
1.6 Disques de débris autour d'étoiles jeunes vus dans l'infrarouge . . 28
1.7 système binaire (Crédit Nasa/Space Telescope Science Institue) . . 30
1.8 quelques quasars du premier échantillon observé avec le HST . . . 36

2.1 un disque d'accrétion de forme annulaire 43
2.2 l'évolution de la densité de surface en fonction de la courbe de facteur $x = R/R_0$ pendant des moments différents et dans le cas de $n = 0.1$ 52
2.3 l'évolution de la densité de surface en fonction de la courbe de facteur $x = R/R_0$ pendant des moments différents et dans le cas de $n = 0.5$ 52
2.4 l'évolution de la densité de surface en fonction de la courbe de facteur $x = R/R_0$ pendant des moments différents et dans le cas de $n = 1$ 53

3.1 le taux du moment angulaire spécifique $\Lambda(r)$ 62
3.2 le taux du moment angulaire spécifique $\Lambda'(r)$ 64
3.3 Les taux de moment angulaire spécifique du modèle d'Armitage et de notre modèle près de l'orbite de la planète 64

A.1 Le diagramme de Hertzsprung-Russel 74
A.2 Classe spectrale 75
A.3 Une naine blanche et nébuleuse planétaire 76
A.4 Une étoile à neutrons 80
A.5 Un trou noir 80

Notations

k_B , $1k_B = 1.38064852 \times 10^{-23}$ m^2 kg s^{-2} K^{-1} ..... Constante de Boltzmann
G , $1G = 6.67384 \times 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2} ..... Constante gravitationnelle
$M_\odot$, $1M_\odot = 1.988435 \times 10^{30}$ kg ..... Masse du Soleil
$R_\odot$, $1R_\odot = 6.96\ 10^8$ m ..... Rayon Solaire
pc, 1 pc = 3.086×10^{16} m ..... Parallaxe-seconde (parsec)
ua, 1ua = $149.5978\ 10^9$ m ..... unité astronomique
σ_{SB}, 1 σ_{SB} = $5{,}6703\ 10^{-8}$ $W.m^{-2}.K^{-4}$ ..... la constante de Stefan-Boltzmann

Abreviations

YSO ..... jeunes objets stellaires
CV ..... variables cataclysmiques
XRB ..... Les binaires de rayons X
FSRQ ..... Les Flat Spectrum Radio Quasars
AGN ..... Noyau actif de galaxie
HMXB ..... Binaire X de grande masse
LMXB ..... Binaire X de faible masse
SED ..... Distribution spectrale d'énergie
H R ..... séquence principale de Hertzsbrung Russell
HAEBE ..... Herbig Ae / Be étoiles

Introduction générale

Historiquement, le paradigme du disque d'accrétion a été introduit par (kuiper 1941), en remarquant que le transfert de masse entre deux étoiles binaires en contact pouvait former un « anneau » de matière autour de l'étoile accrétante. Par la suite, le concept a été repris et étendu par (Prendergast et Burbidge 1968) pour expliquer les caractéristiques de la binaire X Cyg X2 et par (Lynden-Bell 1969) pour justifier la forte luminosité des noyaux actifs de galaxies (AGN).

Les disque d'accrétion sont ubiquitaires trouvés autour d'une variété de système astrophysiques : Les jeunes objets stellaires (YSO), les trous noirs supermassifs dans AGN, des systèmes binaires, des objets compacts de masse stellaire de notre galaxie, les anneaux de Saturne etc. Aussi les disques galactiques peuvent être considérés comme des cas particuliers de disques d'accrétion. En général, ils jouent un rôle très important, par exemple, les disques d'accrétion autour des objets compacts déterminent le rayonnement émis par ces objets (par exemple, sources de rayons X) et dans le cas de YSO ils représentent des sites de formation de la planète.

Cependant, le gaz du disque ayant une viscosité non nulle, les couches radiales du disque (frottent) les unes contre les autres et transforment l'énergie mécanique en chaleur. La matière du disque tombe alors progressivement en spirale vers l'objet central en émettant un rayonnement du chauffage. On peut donc voir

dans les disques d'accrétion un moyen efficace pour convertir l'énergie gravitationnelle en énergie thermique ou rayonnante. Le grand intérêt des disques d'accrétion réside dans le fait, au moins pour les AGN, qu'ils peuvent libérer

une quantité importante d'énergie potentielle pour éventuellement la convertir en radiations. Si nous arrivons à extraire de l'énergie et du moment angulaire d'une particule en mouvement dans le champ de gravitation créé par un objet compact, celle-ci va quitter son orbite et tomber en spirale vers la masse centrale. Ce faisant, la particule va libérer une certaine quantité d'énergie qui, pour des orbites basses représente une fraction significative de sa masse au repos (de l'ordre de 10% pour une étoile à neutron). L'accrétion d'un fluide, ou dans notre cas d'un plasma, est justement un mécanisme permettant d'extraire cette énergie et ce moment angulaire afin de les redistribuer en même temps que la matière.
En pratique, on peut convertir 10% de l'énergie de masse du gaz par accrétion autour d'une étoile à neutron, valeur qui peut monter jusqu'à 40% autour d'un trou noir (Pringle 1981). Cette etude vise à comprendre les processus qui conduisent à

la formation d'une étoile, son interaction avec le disque environnant, et comment cela affecte la formation des planètes. En particulier, je me concentrerai sur ce que nous pouvons apprendre de l'étude de l'accrétion de la matière du disque en formant l'étoile centrale. Je présente le contexte dans lequel se situe cette thèse, à partir d'une introduction générale du processus de formation des étoiles et des disques, en discutant en détail le processus d'accrétion. en expliquant enfin le chemin de cette thèse qui sera discuté dans les prochaines parties.

Dans cette thèse, le premier chapitre s'attache à décrire les objets astrophysiques étudiés qui présentent des phénomènes d'accrétion et d'éjection, leurs principales caractéristiques observationnelles et les contraintes que celles-ci imposent sur les modèles décrivant ces objets. Différents outils permettant l'étude des disques sont ensuite introduits.
Dans le deuxiéme chapitre, je présente les principales propriétés du disque et les équations de base qui déterminent l'évolution du disque , après une brève description des échelles de temps les plus importantes déterminant l'évolution du disque et permettant de comprendre comment la viscosité agit pour transporter

le moment angulaire de l'extérieur vers l'intérieur et vice-versa. Dans le troisième chapitre, je discute l'évolution du disque protoplan étaire, et les interactions avec les compagnons stellaires, et je montre l'importance de l'effet du couple (torque) planétaire dans le phénomène d'évolution du disque protopla étaire.

Finalement, je termine ce travail par une conclusion générale en y apportant des perspectives à court et à long terme.

Chapitre 1

Les phénomènes d'accrétion et les processus physiques de base qui déterminent l'évolution du disque d'accrétion

1.1 Introduction

Les phénomènes d'accrétion sont récurrents en astrophysique, on les retrouve à des échelles différentes mais avec des propriétés communes. Les caractéristiques des objets astrophysiques présentant ces phénomènes d'accrétion et d'éjection, et, leurs principales caractéristiques observationnelles et les contraintes que celles-ci imposent sur les modèles décrivant ces objets, qui ont été étudiées dans le cadre de cette thèse, sont résumées dans cette partie. Ce chapitre porte sur les différents phénomènes d'accrétion autour d'un objet compact. Je vais fournir étape par étape l'approche du sujet, d'un point de vue théorique. Je présente d'abord les processus physiques de base qui déterminent l'évolution des disques d'accrétion. Je passe en revue , les propriétés des disques observés autour de l'objet compact.

Je discute ensuite certaines propriétés classiques des disques d'accrétion, la classe des objets proto-stellaires qui sont mieux adaptés à l'enquête sur le processus d'accrétion.

Nous reviendrons finalement sur certains points de comparaison entre les différents systèmes composés d'objets compacts.

1.2 LES MODÈLES STANDARDS

Le premier modèle de structure du disque d'accrétion, qui est aujourd'hui connu sous le nom de modèle standard, a été développé par (Shakura et Sunyaev 1973) pour les disques entourant les trous noirs, puis adapté aux disques circumstellaires (Lynden-Bell et Pringle 1974 ; Lin et Papaloizou 1980 ; Bell et Lin 1994). Ce modèle avait pour objectif d'expliquer les excès infrarouges des disques et le transport du moment cinétique.

Bien que très simple et loin de rendre compte de toutes les situations, il a permis d'extraire de nombreuses informations sur la dynamique de l'accrétion et sur les propriétés du rayonnement qui doit accompagner ce phénomène.

La matière en rotation quasi-képlérienne autour de l'étoile est supposée concentrée dans un disque à symétrie cylindrique et infiniment fin. La viscosité induit d'une part un freinage de la matière, dans le sens radial lent par rapport à la vitesse de rotation, ce qui explique l'accrétion.

D'autre part, le frottement entre les anneaux concentriques constituant le disque accélère les parties extérieures, qui orbitent plus lentement, tandis que les parties centrales, rapides, sont freinées : il en résulte un transfert centrifuge du moment cinétique. Enfin, la viscosité induit un chauffage de la matière.

Dans le modèle standard, par un frottement visqueux, chaque couche de matière, en rotation à une vitesse supersonique, est accélérée par sa voisine interne et ralentie par sa voisine externe. Ainsi, sous l'effet d'un couple visqueux, le plasma tombe globalement dans le puits de potentiel tout en évacuant son moment angu-

laire vers les limites externes du disque. Bien entendu, le frottement visqueux dissipe de l'énergie que l'on retrouve sous forme d'énergie interne dans le plasma. C'est ce réservoir qui est ensuite irradié : dans le modèle standard, chaque anneau du disque émet comme un corps noir, la dissipation visqueuse introduit un chauffage du disque avec un profil radial de température en $T(r) \propto r^{-3/4}$et la structure verticale du disque est calculée en supposant l'équilibre hydrostatique et une température uniforme dans la direction verticale. Malgré la compréhension du phénomène d'accrétion qu'apporte le modèle standard, il manque de généralité et il est parfois nécessaire de l'affiner ou de lui apporter des modifications. Ces compléments vont, le cas échéant, apporter des corrections de relativité générale dans le voisinage du trou noir, au traitement des disques optiquement minces, qui voient leur température augmenter et dont la pression plus forte que dans le modèle standard conduit à épaissir le disque (Shapiro et al. 1976). D'autres prolongements du modèle de (Shakura et Sunyaev 1973) tiennent compte de la possibilité d' advecter l'énergie libérée vers les régions centrales et d'élever ainsi leur température (Narayan et Yi 1995a,b) ou d'avoir des disques magnétisés.

Le rendement de l'accrétion dans la conversion de l'énergie gravitationnelle en luminosité est évidemment étroitement lié à la masse de l'objet central, mais aussi à l'efficacité des processus de transfert de rayonnement ainsi qu' à la nature du mécanisme de dissipation impliqué. Précédemment nous avons qualifié ce dernier de frottement visqueux , mais il doit s'agir en pratique d'une autre forme de dissipation que la viscosité moléculaire, car il est démontré que celle-ci ne permet pas de reproduire les luminosités observées (Pringle 1981 ; Frank et al 1992). Pour rendre compte des observations il faut que le transport soit, en majeure partie, provoqué par des processus d'origine turbulente. Afin de palier au manque de connaissances sur le mécanisme qui pompe l'énergie mécanique du plasma, (Shakura et Sunyaev 1973) ont proposé la prescrition phénoménologique dite $((\alpha))$:

$\nu = \alpha C_s H$

dans laquelle ν représente une viscosité équivalente, C_s la vitesse du son et H l'échelle caractéristique de la hauteur du disque, simplement déterminée par l'équilibre hydrostatique vertical. Toute la méconnaissance du problème de la dissipation est ici reportée dans le paramètre α .

Une autre famille de modèles : les disques passifs, c'est-a-dire chauffés uniquement par la

luminosité de l'étoile, a été développée par (Kenyon et Hartmann 1987), qui introduisent l'idée d'un disque évasé, permettant d'intercepter les photons de l'étoile même à grande distance, puis par (Chiang et Goldreich 1997) qui considèrent deux couches : la surface du disque est chauffée par l'éclairement direct par l'étoile et le plan médian est lui chauffé par l'émission de la couche de surface, donnant naissance à ce que l'on appelle les modèles $\langle\langle 1+1D \rangle\rangle$.

Pour tous ces modèles, le gaz et la poussière sont parfaitement mélangés et le profil vertical est déterminé en supposant l'équilibre hydrostatique et l'introduction de processus physiques supplémentaires ne s'est faite que dans les quelques dernières années.

1.3 Disque d'accrétion

Un disque d'accrétion est un fluide composé de gaz et de poussières, en rotation autour d'un objet central tel qu'une étoile jeune, une naine blanche, une étoile à neutron ou un trou noir (Annexe A). La matière du disque se trouve alors, en première approximation, en équilibre entre la force centrifuge et la gravitation de l'objet central (l'auto-gravité du disque étant négligeable, ce dernier étant beaucoup mois massif que l'objet central). Le matière du disque suit alors la troisième loi de Kepler, qui pour une rotation circulaire s'écrit simplement $V \propto r^{-1/2}$. On parlera donc dans ce cas de disque (képlerien). La matière ne peut pas tomber directement sur l'objet central parce qu'il a un moment cinétique considérable,

qui oblige en orbite autour de l'objet central. Il devient chaud jusqu'à ce que son énergie potentielle gravitationnelle est convertie en énergie thermique. Une fois dans le disque, la matière perd son moment angulaire, et il devient lentement spirale vers l'intérieur pour tomber sur le corps central.

Le disque d'accrétion a une efficacité remarquable pour convertir l'énergie gravitationnelle en un rayonnement ou une énergie thermique. Dans le cas des étoiles à neutrons, le rendement de conversion peut dépasser 10% de l'énergie gravitationnelle et 30% pour les trous noirs.

L'un des premiers modèles du disque d'accrétion a été proposé par (Lynden-Bell et Pringle 1974) pour comprendre l'évolution de la viscosité du disque autour des étoiles environnantes.

La lumière émise par le disque provient de l'interaction de la partie interne du disque avec la surface de l'étoile d'une part, et du gradient de température sur le disque d'autre part.

Le ((modèle de la couche limite)) a prédit la présence d'un excès d'IR et d'UV, comme observé dans beaucoup d'étoiles T Tauri. La matière accrétée émet de l'énergie loin comme infrarouge, visible, ultraviolet et la lumière de rayons X, que les astronomes détectent et utilisent pour étudier à la fois le disque d'accrétion et le corps central.

1.3.1 La matière du disque

Par conservation du moment cinétique, la matière issue de l'étoile compagnon gravite tout d'abord à une distance r_{circ} de l'objet compact (un trou noir), appelée, à juste titre, rayon de circularisation. Puis, par dissipation visqueuse, elle transfère petit à petit son moment cinétique vers l'extérieur et enchaine une série d'orbites circulaires de plus en plus proches du trou noir. La dissipation visqueuse convertit son énergie gravitationnelle en énergie thermique, qui est ensuite rayonnée par la surface du disque.

La matière du disque d'accrétion chute sur un objet central, la matière a tou-

jours une certaine quantité de mouvement angulaire, de sorte qu'elle ne peut pas accréter directement. Par conséquent, la matière se dépose dans une configuration aplatie en rotation ou d'un disque. Après décantation en forme de disque, l'accrétion se déroule principalement par le biais d'un tel disque par la redistribution du moment angulaire de telle sorte que la matière plus près de l'objet central et tombant sur sa surface, renonce à un moment angulaire à des parties extérieures du disque. Pendant ce processus, le disque se propage, parce qu'une petite quantité de matière devrait finalement porter tout le moment angulaire vers l'extérieur, tandis que le reste de la matière perd son moment angulaire et tombe sur l'étoile (Lynden-Bell et Pringle 1974 ; Pringle 1981).

L'accrétion peut être définie comme l'attraction gravitationnelle de la matière sur un objet compact. L'objet compact peut être un trou noir avec un rayon de Schwarzschild $r_* = 2GM_*/c^2 \sim 3km(\frac{M_*}{M_\odot})$. Un autre objet compact possible est une étoile à neutrons, avec une masse $M_* \sim 2M_\odot$ et un rayon $r_* \sim 10km$. Encore un autre objet compact possible est une naine blanche, avec une masse $M_* \sim 1M_\odot$ et et le rayon $r_* \sim 10^4 km$.(Barbara 2009).
L'accrétion de gaz sur un objet compact peut être un moyen très efficace de convertir l'énergie potentielle gravitationnelle en rayonnement.

1.3.2 Le rayon du disque

Un disque d'accrétion est constitué de gaz en rotation, le système est régi par la force de gravité qui tend à faire tomber le gaz vers le centre du disque où est situé l'objet central et par la force centrifuge qui est due à la rotation du gaz et s'oppose à la gravité. Pour qu'il y ait un disque, le gaz doit par conséquent être en rotation, et, par là même, avoir un moment cinétique, défini
par $\overrightarrow{L} = m\ \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{v}$
$\overrightarrow{r}$:le vecteur position, $\overrightarrow{v}$:le vecteur vitesse.
La conservation du moment cinétique permet de déterminer le rayon auquel va se placer un élément de fluide. En effet, si cet élément de fluide en rotation

circulaire a un moment cinétique initial tel que $L_0 = mr_0v_0$, celui-ci va chuter vers l'objet central sous l'effet de la gravité jusqu'à ce que la force centrifuge équilibre cette dernière : $v^2/r = GM_*/r^2$

$\rightarrow L^2/m^2r^3 = GM_*/r^2 \rightarrow r_0^2v_0^2/r^3 = GM_*/r^2 \rightarrow r = r_0^2v_0^2/GM_*$

On s'est ici placé dans un système de coordonnées polaires (r, ϕ) . Chaque élément de fluide se placera alors au rayon correspondant à son moment cinétique initial, l'ensemble formant ainsi un disque.

Apparaît ici l'un des principaux problèmes de la physique des disques d'accrétion : pour qu'il y ait accrétion c'est à dire capture du gaz par l'objet central, il est nécessaire que le gaz perde son moment cinétique, mais la question du comment, si chère aux physiciens, reste sans réponse claire.

1.4 Quelques éléments de terminologie

Les disques rayonnent parce qu'ils sont chauffés. Or, en fonction de la source de chaleur dominante, les conséquences sur la structure et les observables sont très différentes. Pour cette raison deux catégories sont utilisées

(ia) Les disques actifs, surtout chauffés par frottement visqueux .

(iia) Les disques passifs, essentiellement chauffés par le rayonnement de l'étoile centrale .

On peut ensuite distinguer les disques en fonction de la masse de l'étoile centrale (qui influe par la puissance du rayonnement, par exemple) et de l'état d'activité du disque. Cela conduit aux classes observationnelles suivantes :

(ib) Les étoiles T Tauri (TTS). Ce sont des étoiles jeunes de faible masse de classe II. Elles présentent un taux d'accrétion modéré de 10^{-9} à 10^{-6} $M_\odot$ / /an environ. Le flux visible est généralement dominé par celui de l'étoile, tandis que le disque est prépondérant en infrarouge (Bertout et al 1988).

(iib) Les étoiles FU Orionis (FU Ors), que l'on considère comme des T Tauri ayant connu un sursaut d'accrétion (Hartmann et Kenyon 1996). Elles présentent des

taux d'accrétion élevés de 10^{-5} à 10^{-4} $M_{\odot}/$ an. Le flux est dominé par celui du disque à toutes les longueurs d'onde.

(iiib) Les étoiles de Herbig Ae/Be (H Ae/Be), sont des étoiles de séquence pré-principale, de masse plus importante avec un type spectral A a B, présentant des raies en emission. Une partie d'entre elles présentent un excès en infrarouge, que l'on peut interpréter comme témoignant d'un disque (Natta et coll., 2001),

1.5 L'accretion et le lobe de roche

L'essence du problème de Roche est l'étude de l'orbite d'une particule-test soumise au potentiel gravitationnel de deux corps massifs en système binaire. Ces étoiles (dans notre cas) suivent des orbites Képlériennes l'une autour de l'autre : le problème de Roche pose comme première hypothèse que ces orbites sont circulaires. Pour les systèmes binaires de faible masse, cette approximation est généralement correcte, les effets de marée tendant à circulariser les orbites initialement excentriques. Une restriction supplémentaire du problème de Roche est de supposer que la masse des deux corps est concentrée en leur centre (sans toutefois négliger leur volume). Du point de vue dynamique, cela revient à considérer les étoiles comme des masses ponctuelles. Si M_1 et M_2 sont les masses des deux étoiles, et P la période orbitale, la séparation orbitale " a " s'obtient par la troisième loi de Kepler : $4\pi a^3 = GMP^2$

Dans un référentiel en rotation à la vitesse angulaire w de la binaire, chaque point du système est plongé dans le potentiel Φ_R, dit potentiel de Roche. Il tient compte de l'attraction gravitationnelle de chacune des étoiles ainsi que de la force centrifuge.(Barbara 2009)

$\Phi_R(\overrightarrow{r}) = -GM_1/\left|\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}_1\right| - GM_2/\left|\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r}_2\right| - \left|\overrightarrow{\omega} \times \overrightarrow{r}\right|/2$

où $\overrightarrow{r_1}$ et $\overrightarrow{r_2}$ sont les vecteurs positions des centres des étoiles, et $\overrightarrow{r}$ celui du point considéré. On peut ensuite tracer les surfaces équipotentielles de Φ_R, et en particulier leurs sections dans le plan orbital comme le montrent les deux figures suivantes (1.1 et 1.2).

On note, sur la figure 1.1 (Mickaël Coriat 2010), la présence d'équipotentielles circulaires autour du centre de chaque étoile.

Le mouvement de la matière située à l'intérieur de ces surfaces est dominé par la force de gravité de l'étoile la plus proche. La caractéristique la plus importante de la figure 1.1 est la courbe en forme de **huit** qui montre l'endroit où les équipotentielles circulaires se connectent. La zone entourant chaque étoile à l'intérieur de cette « surface critique » représente son lobe de Roche. Les lobes se rejoignent au point de Lagrange L_1, qui est un point selle de Φ_R. Ceci signifie que la matière située à l'intérieur d'un des lobes, à proximité du point L_1, aura plus de facilité à traverser le point L_1 et entrer dans le second lobe qu'à s'échapper de la surface critique. Supposons maintenant que pour une raison donnée (e.g. l'évolution stellaire), une des deux étoiles (l'étoile 2) ait suffisamment gonflé pour que sa surface remplisse son lobe de Roche. Une partie de l'enveloppe est donc proche du point de Lagrange L_1. Il s'en suit qu'une simple perturbation (aisément produite par les forces de pressions) peut amener cette matière à entrer dans le lobe de Roche de l'étoile primaire et à entamer le processus d'accrétion.

Une fois passé le point L_1, l'écoulement du gaz suit initialement une trajectoire elliptique autour de l'étoile primaire M_1 . Dans un référentiel fixe, la rotation orbitale implique que la trajectoire du flot continu de gaz va se croiser, entraînant des dissipations d'énergie par chocs.

Cependant, la matière a initialement très peu de possibilité de transférer son moment cinétique, on peut donc considérer qu'elle en conserve l'essentiel sur l'échelle de temps où se produisent les dissipations d'énergie. Elle va donc tendre vers la trajectoire orbitale de plus basse énergie pour un moment cinétique donné, i.e. une orbite circulaire. Si on néglige toute perte de moment cinétique, cette circularisation s'effectue à une distance R_{circ} du centre de l'étoile primaire : $r_{circ} = j^2/GM_1$ où j est le moment cinétique de la matière lorsqu'elle quitte le point de Lagrange L_1. Une fois l'anneau du gaz établi à $r = r_{circ}$, la

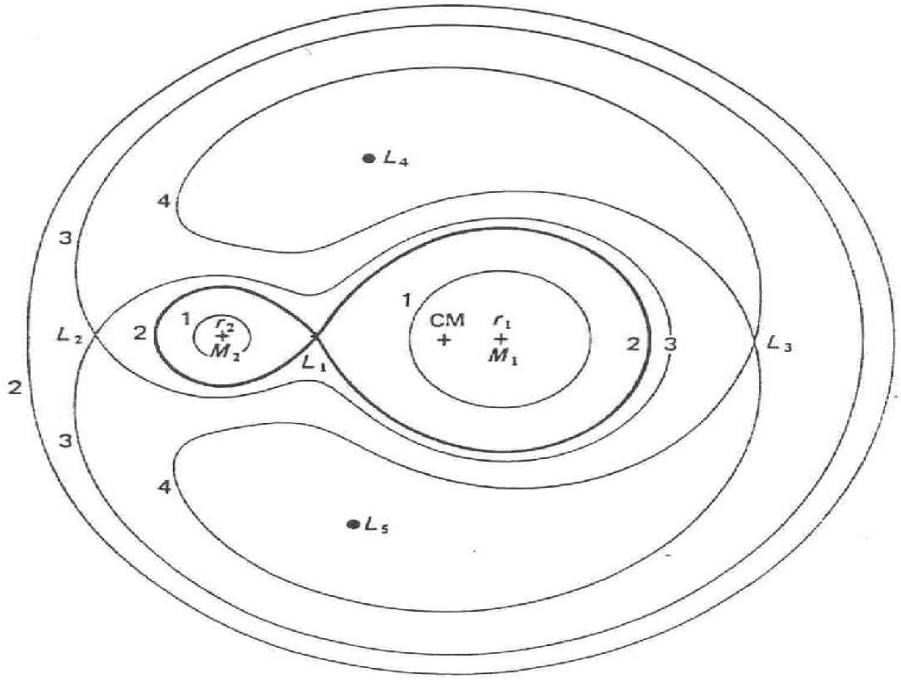


FIGURE 1.1 – *Section des surfaces équipotentielles du potentiel de Roche dans le plan orbital L_1 à L_5*

dissipation d'énergie se poursuit (chocs, frottements visqueux, etc.). La matière convertit une partie de son énergie « orbitale » en énergie interne qui sera finalement rayonnée et donc perdue. Ces pertes énergétiques impliquent que le gaz tend à se rapprocher de l'objet compact pour retrouver un état d'équilibre, ce qui nécessite en retour qu'il évacue son moment cinétique. Cependant, l'échelle de temps sur lequel le gaz redistribue son moment cinétique est généralement plus long que celui sur lequel il perd son énergie par rayonnement et plus long que sa période de rotation. On s'attend donc à ce que le gaz spirale lentement vers l'intérieur, sur une succession d'orbites quasiment circulaires. Cette configuration est appelée (disque d'accrétion). Ce phénomène est bien visible dans la figure 1.2 (Mickaël Coriat 2010). En l'absence de couples externes, la perte de moment angulaire ne peut se faire que par action de couples internes au disque entraînant un transfert de moment cinétique vers l'extérieur. Les zones externes

du disque vont donc gagner du moment cinétique et l'anneau initial à $r = r_{circ}$ finira par se disperser à la fois vers l'extérieur et vers l'intérieur.

Commençons notre étude de la dynamique des disques avec la mince approximation du disque ; nous supposerons que la hauteur H du disque dans la direction z est beaucoup plus petite que l'étendue du disque dans la direction de r. Nous allons également supposer que le disque est axisymétrique.

Dans la plupart des cas, la masse du disque est très inférieure à la masse de l'objet compact, on peut donc négliger l'auto-gravité du disque. Les orbites circulaires sont donc Képlériennes et la vitesse angulaire du gaz est : $\Omega_k(r) = \left(GM_1/r^3\right)^{1/2}$ de telle sorte que la vitesse circulaire sera $u_\phi(r) = r.\Omega(r) \propto r^{-1/2}$. En plus de la vitesse circulaire $u_\phi(r)$, la matière du disque aura une petite vitesse de dérive radiale $u_R(r,t)$ .qui transporte le gaz vers l'intérieur ou vers l'extérieur.

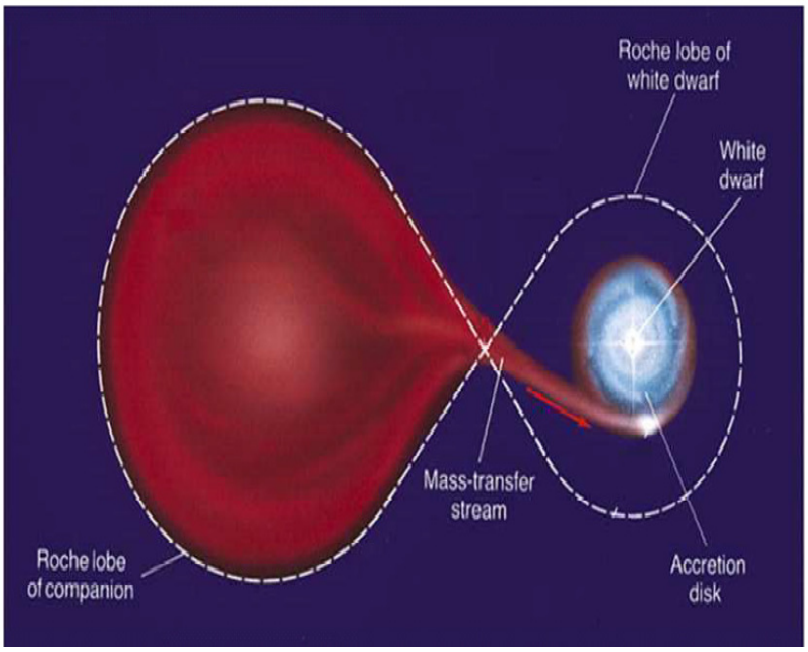


FIGURE 1.2 – *diagramme présentant le lobe de Roche dans variable cataclysmique*

1.6 Le disque képlérien

On suppose que le disque est très mince et réside dans le plan équatorial du système, tel que défini par l'axe de rotation de l'étoile centrale, et que la masse (M_*) de cette dernière est beaucoup plus grande que celle du disque, et donc que le champ gravitationnel $\propto GM_*/r^2$. Pour un système étoile TTauri+disque typique, on a $M_* \approx M_\odot$ et la masse du disque $\sim 10^{-2} M_\odot$, donc l'approximation est justifiable. Cette configuration géométrique est illustrée à la Figure suivante 1.3 , qui montre le système étoile+disque vu par la tranche.

En supposant une configuration stationnaire $(\partial/\partial t)$ et travaillant en coordonnées cylindriques (s, ϕ, z) avec l'axe -z aligné à l'axe de rotation,(dans ce paragraphe s signifie la mÃªme chose que r) on suppose que les éléments de fluide orbitent sur des trajectoires circulaires, i.e., $u = u_\phi(s,z)\,\hat{e}_\phi$ et le disque est très mince (dans le sens que son épaisseur $h << r$).

On peut formuler la dynamique uniquement dans le plan équatorial en supposant invariance en z dans le disque même, ce qui fait que u_ϕ ne dépend plus que de s , et $(\partial/\partial t) = 0$. Dans une telle situation la dynamique se limite à la composante s de l'équation d'Euler, qui en l'absence de composante angulaire se réduit à une expression d'équilibre entre gravité et force centrifuge :

$GM_*/s^2 = u_\phi^2/s \equiv \Omega^2 s$

d' où on tire immédiatement la variation de la vitesse angulaire en fonction du rayon cylindrique s : $\Omega(s) = \left(GM_*/s^3\right)^{1/2} rad s^{-1}$

Ce profil est tracé sur la figure suivante 1.3. La dépendance en $s^{-3/2}$ est évidemment celle caractérisant les orbites képlériennes.

Un concept qui deviendra important plus loin est celui du rayon de corotation, soit le rayon (r_c) pour lequel la vitesse angulaire de rotation du disque est égale à celle de l'étoile centrale : $\Omega(r_c) = \Omega_* \rightarrow r_c = \left(GM_*/\Omega_*^2\right)^{1/3}$.

La position de ce rayon de co-rotation est indiqué en rouge sur la figure suivant

1.3 (Paul Charbonneau 2015). La vitesse angulaire du disque est $\Omega > \Omega_*$ pour $s < r_c$, et inversement $\Omega < \Omega_*$ pour $s > r_c$.

En général, l'étoile centrale tourne beaucoup plus lentement que le bord du disque avec lequel elle fait contact, et le rayon de co-rotation se retrouve donc à plusieurs r_*de l'étoile.

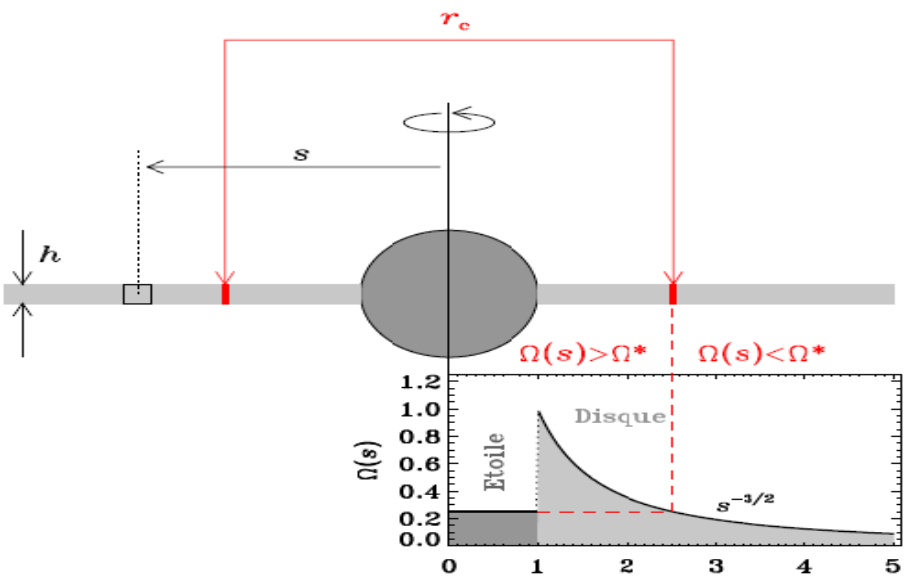


FIGURE 1.3 – *la géométrie du disque Képlérien*

La géométrie du disque Képlérien est illustrée sur la figure 1.3. L'étoile centrale de rayon r_*et masse M_*tourne à vitesse angulaire Ω_* .

Un disque d'épaisseur h occupe le plan équatorial, la vitesse de rotation du plasma étant déterminée par l'équilibre entre la gravité et la force centrifuge (voir texte). Si la masse du disque est beaucoup plus petite que celle de l'objet central, la vitesse angulaire dans le disque varie en $s^{-3/2}$ (voir figure 1.3). Au rayon de co-rotation r_c, la vitesse angulaire du disque est égale à celle de l'étoile (traits rouges).

1.7 le Moment angulaire

Un certain nombre d'objets dans notre galaxie rayonnent principalement en raison de l'accrétion. Ceux-ci se répartissent généralement en deux catégories, binaires et étoiles simples, Dans la première catégorie, l'étoile compacte accrète la matière depuis un compagnon binaire, soit par débordement lobe de Roche ou par un vent stellaire. Dans la seconde catégorie, l'accrétion apparait lors des étapes de la formation de l' étoile. Les processus d'accrétion sont similaires dans les deux, bien que l'accrétion des binaires rayonnent des énergies beaucoup plus élevées et généralement évoluent sur des échelles de temps beaucoup plus courtes. Plus important encore, le gaz accrété dans les deux cas aura une grande quantité de mouvement angulaire, que le gaz doit verser afin de se déplacer vers l'intérieur.

Le moment angulaire initial du gaz accrété ralentit le taux d'accrétion sur l'étoile à moins que le temps d'accrétion est très court par rapport au temps de refroidissement du gaz. Le gaz va refroidir rapidement car il orbite autour de l'étoile. Etant donné que le flux d'accrétion est le siÃ¨ge d'une pression, le gaz va tomber dans un disque axisymétrique en orbite autour de l'étoile , avec une échelle de hauteur de pression $h/r << 1$. Cette condition sera généralement tenue, et l'accrétion se déroulera à partir d'un disque d'accrétion. Le gaz tourne dans le disque sur des orbites presque képlériennes, en accrétion lente vers l'intérieur.
Pour accréter dans l'étoile, le moment angulaire doit être transporté vers le haut dans le disque, ce qui exige que le gaz dans des orbites adjacentes interagit visqueusement.
Lorsque des nuages moléculaires se contractent pour former une étoile à cause de la présence de moment angulaire, la contraction ne sera pas entièrement sphérique. Alors que pour la matière de l'enveloppe de protoétoile star croit sphériquement, la partie externe du nuage a tendance à être principalement distribué en un disque en raison de l'action des forces de gravité et centrifuge. En présence

de la rotation, l'orbite de moindre énergie est circulaire. La matière se trouvant dans le disque est en rotation avec un mouvement képlérien autour de l'étoile centrale.

La vitesse angulaire Képlérienne d'une particule en orbite dans le disque est donnée par une représentation schématique du moment angulaire et de transport de masse à l'intérieur d'un disque d'accrétion comme décrit par (Lynden-Bell et Pringle 1974) ; dans la figure 1.4 (Lesur Geoffroy 2007)

Par conséquent, la vitesse angulaire diminue vers l'extérieur, tandis que le mouvement angulaire spécifique augmente vers l'extérieur (le moment angulaire spécifique est le moment angulaire par unité de masse). Si le disque est visqueux, les parties internes qui tournent plus vite que les parties extérieures, un transport de moment angulaire est établi à partir de la partie intérieure à la partie extérieure (Lynden-Bell et Pringle 1974).

Un bilan énergétique simple montre qu'un disque visqueux peut abaisser son énergie par le transport de masse vers le rayon inférieur et le moment angulaire vers le plus grand rayon. Les disques képlériens entourant les jeunes étoiles sont donc très probablement le résultat d'une accrétion de masse des parties extérieures aux parties intérieures du disque, tandis que le moment angulaire est évacué vers la partie externe du disque.

L'accrétion du gaz vers l'objet central nécessite un processus physique capable d'extraire le moment angulaire de la matière en rotation, afin de briser l'équilibre entre la gravitation et la force centrifuge. Naturellement, la viscosité du fluide pourrait jouer ce rôle. Cependant, le calcul de la viscosité moléculaire collisionelle du fluide montre que cette dernière est trop faible par plusieurs ordres de grandeur pour pouvoir expliquer les phénomènes observés, et en particulier les temps caractéristiques d'évolution. Il faut donc trouver un (ou plusieurs) processus alternatifs d'extraction du moment angulaire.

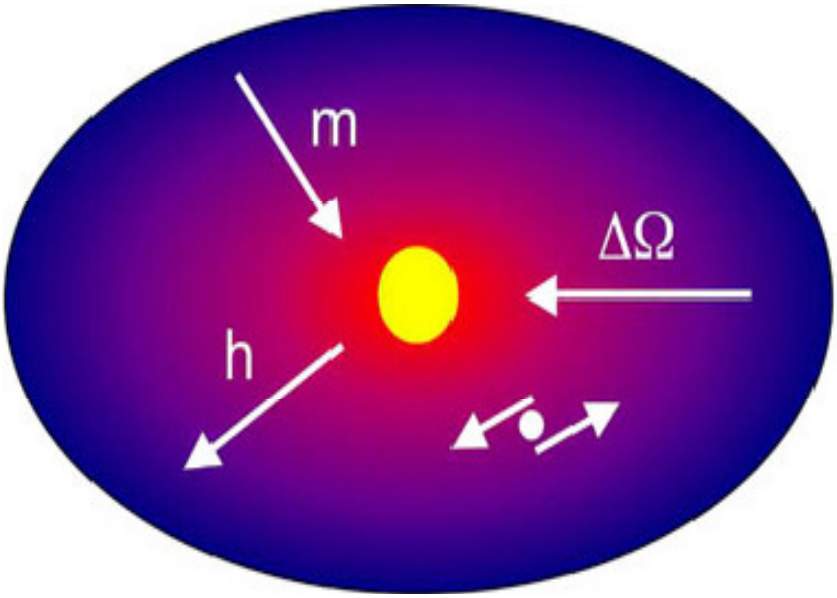


FIGURE 1.4 – *une représentation schématique du moment angulaire et de transport de masse à l'intérieur d'un disque d'accrétion*

1.8 La viscosité

Pour accréter dans l'étoile, le moment angulaire doit être transporté vers le haut dans le disque, ce qui exige que le gaz dans des orbites adjacentes interagit visqueusement.

L'ampleur de la viscosité nécessaire pour observer le phénomène d'accrétion est beaucoup plus grande que la viscosité moléculaire du gaz.

Même sans connaître la source exacte de la viscosité effective dans un disque d'accrétion, les chercheurs ont toujours été en mesure de faire d'énormes progrès dans la compréhension de la physique des phénomènes d'accrétions.

En conséquence, quand on parle de viscosité (viscosité cinématique) dans un disque, ce n'est pas la viscosité moléculaire classique qui est en trop. On suppose généralement une viscosité due à la turbulence qui est beaucoup plus importante que la viscosité moléculaire, mais qui peut être traitée par les mêmes équations. Il est rare que la viscosité soit calculée de manière cohérente. L'importante aug-

mentation du temps de calcul n'apporterait pas forcément beaucoup plus de précisions étant donné les nombreuses incertitudes sur la poussière, le couplage et le champ magnétique.

Dès lors que l'on s'intéresse à la structure du disque, par exemple à la température dans le plan médian ou à la quantité de matière disponible afin d'aborder la formations des planètes, la connaissance de la viscosité devient nécessaire.

La nature de la viscosité pose problème. En effet, la viscosité moléculaire est beaucoup trop faible pour être en cause : avec des taux d'accrétion typiques de 10^{-9} à 10^{-4} $M_{\odot}/an$ dans les objets jeunes, elle impliquerait une quantité de matière Σ de nombreux ordres de grandeurs supérieure à la masse du système (au plus quelques masses solaires), comme l'expliquent (Frank et al 1992). De plus, un disque avec la viscosité moléculaire seule présenterait un nombre de Reynolds très élevé, ce qui indique que de la turbulence s'établit ; elle est alors responsable de la viscosité. A partir d'expériences en laboratoire sur des écoulements cylindriques plans (Lynden-Bell et Pringle 1974 ; Richard et Zahn 1999) ont proposé une prescription alternative où la viscosité est proportionnelle au moment cinétique spécifique $\nu = \beta\Omega r^2$, avec $\beta \leq 1$ constant sur l'ensemble du disque. Dans le cas des disques, (Huré et coll 2001) ont montré que cette prescription apportait des prédictions très différentes de celles issues la prescription α, avec, notamment, un profil radial de densité de colonne moins pointu et un disque plus massif.

1.9 Processus d'accrétion en astrophysique

En astrophysique, l'accrétion signifie le chute de la matière sur un corps céleste en raison de l'attraction gravitationnelle de ce corps. Le processus d'accrétion est le moyen le plus efficace d'extraire de l'énergie à partir d'une matière normale, ce processus est une source plus efficace de l'énergie de fusion nucléaire.

Si une particule de masse dm tombe de l'infini et s'accréte sur un disque d'ac-

crétion dans une orbite circulaire de rayon r autour d'une étoile de masse M, de l'équilibre centrifuge nous obtenons : $v^2.dm/r = GM.dm/r^2$.

Ainsi, l'énergie libérée par l'accumulation de la particule est

$dE_{acc} = dE_{\infty} - dE_r = GM.dm/r$

La luminosité d' accrétion est la masse accrétée dans l'intervalle de temps dt

$L_{acc} = dE_{acc}/dt = (GM/r).(dm/dt)$

Tant que cette luminosité résulte de l'accrétion, nous pouvons écrire

$L_{acc} = (GMdM/dt)/r$

Où dM/dt est le taux d'accrétion

1.9.1 Le taux d'accrétion du disque d'accrétion des objets compacts.

En notant M_* et r_* la masse et le rayon de l'objet compact (l'étoile centrale) et si l'on considère une masse m accrétée, l'énergie gravitationnelle libérée par l'accrétion peut s'écrire $E_{acc} = GM_*m/r_*$

avec G la constante de gravitation. On peut comparer cette énergie à l'énergie de masse $E_m = mc^2$:

$\eta = E_{acc}/E_m = GM_*/r_*c^2$

où c : est la vitesse de la lumière dans le vide. Il est clair ici que le rapport M_*/r_* joue un role important. Et comme son nom l'indique, pour un objet compact, ce rapport est très important, pour une étoile à neutrons ayant la masse du soleil et un rayon de10 kilomètres, η est de l'ordre de 10%, ce que l'on peut comparer à la fusion nucléaire des étoiles pour laquelle cette éfficacité n'est que de 0.7%. Les systèmes accrétants sont de magnifiques convertisseurs d'énergie. Une grande partie de cette énergie gravitationnelle libérée sera ré-émise sous forme d'énergie lumineuse. On comprend maintenant pourquoi les disques d'accrétion des objets compacts sont si lumineux et ont attiré l'attention lors de leur découverte.

1.9.2 Paramètre de compacité

Une bonne mesure de la compacité d'un objet peut être obtenue par le rapport entre l'énergie gravitationnelle newtonienne et l'énergie de masse du système. Supposons que le corps est une sphère homogène de masse M et de rayon r. On peut alors montrer que l'énergie gravitationnelle, en théorie newtonienne, est simplement : $E_{grav} = -3GM^2/5r$

tandis que l'énergie de masse est obtenue par la fameuse formule : $E_m = Mc^2$

Le rapport de ces deux énergies donne : $E_{grav}/E_m = -3GM/5rc^2$

où l'on voit apparaître le paramètre sans dimension dit paramètre de compacité :

$\Xi = GM/rc^2$

Bien entendu, plus un objet est compact et plus Ξ est grand.

1.9.3 Puissance d'accrétion

De part l'intense champ gravitationnel qu'ils génèrent, les objets compacts sont un réservoir d'énergie sans commune mesure. Leur présence est donc souvent invoquée pour expliquer les événements les plus énergétiques observés dans l'univers (NAG, supernovae, sursauts γ, etc.).

L'accrétion est un des mécanismes les plus efficaces dans l'univers pour puiser dans ce réservoir d'énergie. Pour un astre de masseM_*et de rayon r_*, l'énergie gravitationnelle libérée par l'accrétion d'une quantité de matière de masse m à sa surface est :

$\Delta E_{acc} = GM_*m/r_* = \Xi mc^2$

On voit tout de suite que plus l'astre est compact plus l'accrétion est efficace (en principe)(Annexe A).

Pour comparaison, la fusion d'une masse équivalente d'hydrogène en hélium libère une énergie :

$\Delta E_{nuc} = 0.007mc^2$.

Pour des objets compacts comme les étoiles à neutrons ou les trous noirs, le

mécanisme d'accrétion est donc plus efficace que la fusion nucléaire (AnnexeA). Pour une compacité donnée, la puissance libérée par ce mécanisme dépend du taux dM/dt auquel la matière est accrétée.

On définit ainsi la puissance d'accrétion Qacc :

$Q_{acc} = GM_*\dot{M}/r_* = \Xi\dot{M}c^2$

à haute luminosité, le taux d'accrétion dM/dt peut être contrôlé par la pression qu'exerce le rayonnement sur la matière accrétée. Dans certains cas, ceci peut conduire à une luminosité maximale dite luminosité d'Eddington.

1.9.4 Luminosité d'Eddington et le taux d'accrétion

La luminosité Eddington ou limite Eddington est la luminosité maximale qu'un objet peut émettre sans se détruire, mais il y a d'autres objets qui peuvent dépasser cette limite, comme les sursauts gamma, les novae et les supernovae. A cette limite, la force extérieure provoquée par la pression de radiation est égale à la force de gravitation, le gaz vers l'intérieur. Mais si la luminosité d'une étoile dépasse la luminosité Eddington, la pression de radiation surmonte l'attraction gravitationnelle et repousse la matière du disque pour arréter le processus d'accrétion. L'étoile éjecte son enveloppe extérieure comme un vent stellaire intense et il devient instable.

Pour calculer cette limite, nous considérons un bloc d'hydrogène de masse m est autorisé à tomber sur l'objet compact.

Il y a une limite à laquelle un objet compact peut accréter la matière, supposons que la matière afflux composée d'hydrogène ionisé, la luminosité L de l'objet compact central exerce une force de rayonnement sur les électrons libres par diffusion Thomson.

La force radiale vers l'extérieur sur un électron de rayon r est $f_{out} = \sigma_T L/\left(4\pi r^2 c\right)$ où $\sigma_T = 6.7 \times 10^{-25} cm^2$ est la section transversale Thomson de l'électron. Comme chaque électron se déplace vers l'extérieur, il traîne un proton avec lui afin de conserver la neutralité de charge (Barbara 2009), la force gravitationnelle vers

l'intérieur sur l'électron paire de protons est $f_{in} = GM_* m_p / r^2$. Il existe une luminosité limitative, appelée la luminosité Eddington, au cours de laquelle les deux forces s'annulent (Frank et al 1992)

$L_{Edd} = 4\pi GM_* mpc/\sigma_T = 1.3 \times 10^{38}(M_*/M_\odot)erg.s^{-1} = 3.4 \times 10^4 L_\odot(M_*/M_\odot)$

Lorsque la luminosité de l'objet compact central est supérieure à cette valeur, l'hydrogène gazeux environnant sera emporté par la pression de rayonnement.

Si la luminosité Eddington est émise sous forme de rayonnement du corps noir, la température sera $T_{bb} = (L_{Edd}/4\pi r_* 2\sigma_{SB})^{1/4} = (GM_* mpc/r_* 2\sigma_{SB})^{1/4}$ où σ_{SB} :est

la constante de Stefan-Boltzmann, et r_* est le rayon de la surface à partir de laquelle le rayonnement est émis (pour un trou noir, bien sûr, cette surface sera en dehors du rayon de Schwarzschild).

L'existence de la luminosité Eddington implique l'existence d'un taux d'accrétion maximale, dM_{Edd}/dt, pour un objet compact accrété. Si l'énergie d'accrétion E_{acc} est convertie entièrement en rayonnement, puis la luminosité est $L_{acc} = (GM_* dM/dt)/r_*$, et le taux maximum d'accrétion possible est :

$dM_{Edd}/dt = 4\pi mpcr_*/\sigma_T = 9 \times 10^{16} g.sec^{-1}(r_*/1km) = 1 \times 10^{-3} M_\odot yr^{-1}(r_*/r_\odot)$

En réalité, les conversions ne sont pas efficaces à 100%, l'accrétion n'est pas parfaitement à symétrie sphérique, et le rayonnement n'est pas parfaitement à symétrie sphérique ; ainsi, la matière peut être accrété à des taux légèrement supérieurs à dM_{Edd}/dt.

1.10 Prototype de disque d'accrétion

Les phénomènes d'accrétion sont récurrents en astrophysique, on les retrouve à des échelles différentes mais avec des propriétés communes. Les caractéristiques des objets astrophysiques présentent ces phénomènes d'accrétion.

On pense aujourd'hui que ces objets sont à l'oeuvre dans une grande variété de phénomènes astrophysiques. On trouve ce phénomène, dans les noyaux actifs de galaxie (NAGs), où l'objet central est un trou noir supermassif ($M \simeq 10^8 M_\odot$) ; dans les variables cataclysmiques (CV), dans les systèmes binaires composés d'un objet dense (étoile à neutron, trou noir stellaire, naine blanche) accrétant la matière d'une étoile classique ; et autour des étoiles jeunes, où ils apparaissent, comme des « pouponnières » pour les planètes.

1.10.1 Noyaux actifs de galaxies

Un noyaux actif de galaxie (NAG) est une région compacte et extrêmement lumineuse située au centre d'une galaxie. Ces noyaux peuvent développer, dans une région de la taille du système solaire, une luminosité cent fois supérieure à celle d'une galaxie comme la Voie Lactée. Cet excès de luminosité est observé sur tout ou partie du spectre électromagnétique. Depuis longtemps (Lynden-Bell 1969)

on pense, que les NAGs sont alimentés par l'accrétion de masse sur un trou noir supermassif ($10^6 M_\odot$ *à* $10^{10} M_\odot$) situé au centre de la galaxie hôte.

Le problème physique posé par les noyaux actifs de galaxie vient de la puissance lumineuse émise (jusqu'à $10^{49} erg/s$) sur une échelle caractéristique de quelques heures lumières (Lin et Papaloizou 1996). On peut alors montrer que seul un processus d'accrétion autour d'un objet très massif (trou noir d'une masse allant de $10^8 M_\odot$à $10^{10} M_\odot$) peut étre compatible avec les propriétés d'émission des NAGs.

Les moyens observationnels modernes ont permis de mettre en évidence de telles structures en imagerie directe. Ainsi, (Jaffe et al 1993) ont observé pour la pre-

mière fois via le télescope de Hubble, une structure semblable à un disque d'accrétion entourant le cœur de la galaxie NGC 4261 . Il semble néanmoins qu'il ne s'agisse ici que d'un tore de gaz entourant un disque d'accrétion central.

Les températures typiques observées dans ce disque sont de l'ordre de $10^4\mathbf{k}$ et leur rapport d'aspect (rapport entre la hauteur du disque et son rayon) est de l'ordre de 10^{-2}, ce qui en fait des disques géométriquement minces (Lin et Papaloizou 1996).

La figure 1.5 montre le tour de gaz au cœur de la galaxie NGC 4261. La structure mise en évidence a une taille voisine de 400 années-lumière (Crédit Nasa/Space Telescope Science Institue).

FIGURE 1.5 – *un disque d'accrétion entourant le cœur de la Galaxie Seyfert NGC 7742*

Lorsque l'environnement galactique d'un noyau actif ne peut pas être discerné, ou où il n'a pas été discerné dans l'identification originale, l'objet est appelé un quasar.

Environ 10% des quasars sélectionnés optiquement montrent une forte émission

radio et apparaissent donc dans les enquêtes de sources radio fortes. Avec le recul, nous savons que les premiers noyaux galactiques actifs ont été découverts sous forme de noyaux lumineux dans des plaques d'exposition courte de galaxies spirales par Carl Seyfert en 1943. Ces noyaux sont caractérisés par un continuum non-stellaire et des lignes d'émission à haute ionisation.

1.10.2 Etoiles jeunes

Les étoiles se forment dans les nuages de gaz interstellaires où l'instabilité de Jeans permet la contraction d'une partie du nuage sur lui-même sous l'effet de son auto-gravité. Comme on le verra plus loin, une instabilité est un phénomène dont l'amplitude peut croître exponentiellement au cours du temps. Cette contraction du nuage va ainsi continuer jusqu'à atteindre une densité et une température critiques suffisantes pour allumer en son coeur les
premières réactions nucléaires produisant ainsi de la lumière. Toute la vie de l'étoile sera alors un jeu d'équilibre entre la gravité qui fait tomber la matière vers le centre et la pression qui a un effet opposé. Pression et rotation ont par conséquent des effets similaires. Un point à noter ici est qu'il arrive fréquemment que le nuage subisse plusieurs effondrements en parallèle formant ainsi des systèmes multiples d'étoiles. Cependant un système avec plus de deux étoiles en interaction n'est souvent pas stable et, dans la majeure partie des systèmes, les étoiles seront expulsées jusqu'à formation d'un système binaire stable.
Si le nuage a initialement du moment cinétique, celui-ci doit être évacué pour que la matière puisse tomber vers le centre . En la quasi absence de viscosité cinématique (due à la faible densité), le moment cinétique est conservé et il y a formation d'un disque autour de la proto-étoile, et ce sont les mécanismes de perte du moment cinétique qui peuvent permettre l'accrétion du gaz vers l'objet central. C'est dans ce disque que se forment les planètes.

Il a été remarqué assez tôt que les planètes de notre propre système solaire semblaient toutes, à un très bon niveau d'approximation, être présentes dans un

même plan : l'écliptique. Ainsi, Laplace avait suggéré dés 1796 que les planètes se soient formées dans un disque de gaz et de poussières.

L'hypothèse de disques autour des étoiles jeunes a été reprise par (Lynden-Bell et Pringle 1974) pour expliquer les propriétés des étoiles T-Tauri, une classe particulière d'étoiles en formation.

L'imagerie directe a permis par ailleurs de mettre en évidence des disques de poussière autour de certaines étoiles jeunes, sous la forme de bandes sombres masquant la protoétoile. Ces disques de débris dans lesquels se forment des planètes seraient alors le stade ultime d'évolution des disques d'accrétion.

La figure 1.6 montre des disques de débris autour d'étoiles jeunes vus dans l'infrarouge (Crédit Nasa/Space Telescope Science Institute).

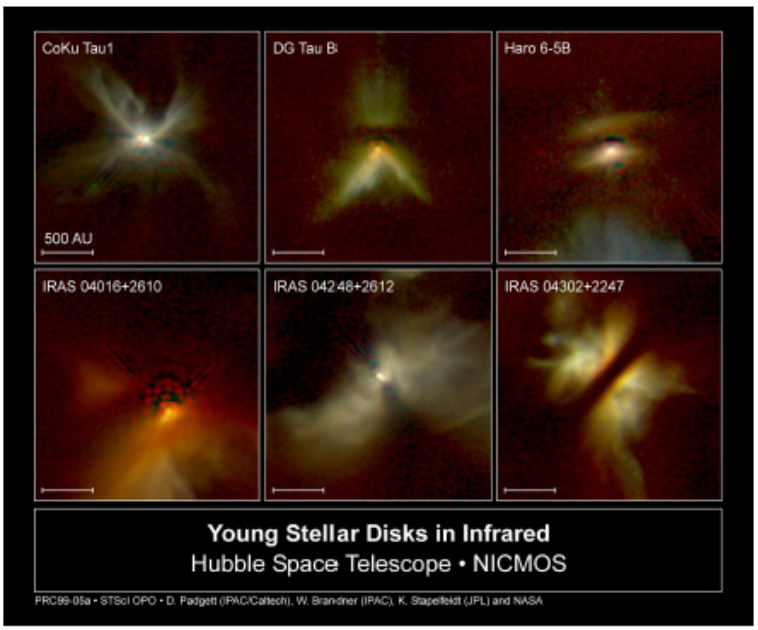


FIGURE 1.6 – *Disques de débris autour d'étoiles jeunes vus dans l'infrarouge*

Par ailleurs, on observe des jets émis depuis ces étoiles en formation, et ceux-ci peuvent participer à l'évacuation du moment cinétique. On distingue deux types de jets issus des étoiles jeunes :

Les jets moléculaires

Ces jets sont composés de molécules partiellement ionisées et sont observés principalement via l'émission de la molécule CO. Ces jets sont peu collimatés et ils ont des vitesses assez faibles qui vont jusqu'à quelques (dizaines de km.s^{-1}), ce qui correspond à la vitesse de chute libre de la matière. Ils sont observés lors de la phase d'effondrement du nuage de gaz.

les Jets optiques

Ce type de jets est observé dans des phases plus tardives de la formation de l'étoile lorsque le disque est formé. Comme leur nom l'indique, ils sont observés en optique, par les raies d'émissions atomiques de transitions interdites (oxygène, azote, . . .). Ces jets optiques ont une composante de faible vitesse (dizaine de km.s^{-1}) et une composante rapide de plusieurs (centaines de km.s^{-1}). Plus d'information sur les jets peut se trouver dans les revues de (Bally et al 2007 ; Pudritz et al 2007 ; Ferreiraet al 2007).

1.10.3 Systèmes binaires

Dans le cas d'un système binaire, la matière est accrétée depuis l'étoile compagnon vers l'objet compact, on obtient ainsi un disque d'accrétion ainsi qu'un point chaud lors du contact entre le disque et le flux de matière provenant du compagnon, entraînant localement une très forte dissipation.

Il n'existe pas d'observation directe de tels disques d'accrétion, en raison de leur très petite taille. Cependant, on retrouve dans les spectres de ces objets des traces du point chaud ainsi que des décalages Doppler des raies d'émissions de Balmer caractéristiques de la présence d'un disque d'accrétion. Par ailleurs, dans les systèmes qui le permettent, les phénomènes d'éclipse du disque par le compagnon permettent de caractériser précisément ce dernier (Lin et Papaloizou 1996 ; Balbus et Hawley 1998).

La figure 1.7 présente une vue d'artiste d'un système binaire. Le gaz en surface

de l'étoile compagnon tombe vers l'objet compact formant un disque d'accrétion. On remarque la présence d'un point chaud lorsque la matière tombant du compagnon percute le disque.

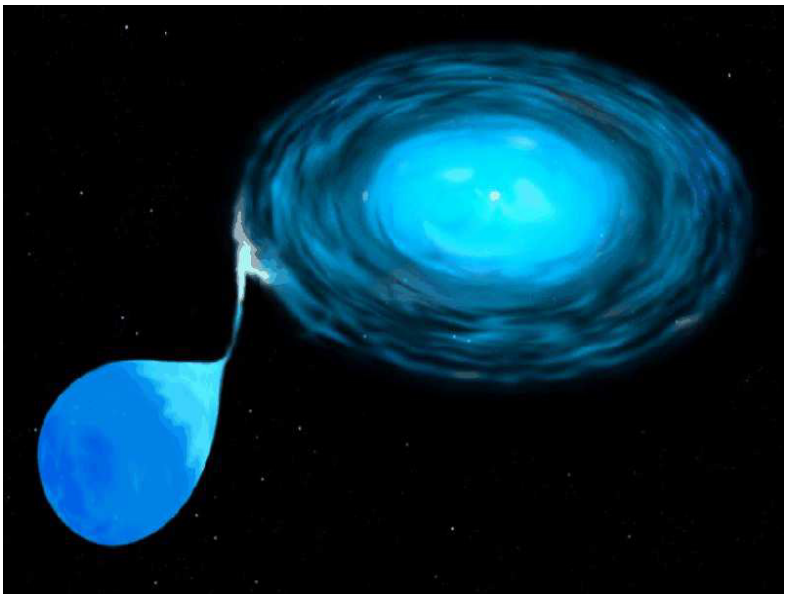


FIGURE 1.7 – *système binaire (Crédit Nasa/Space Telescope Science Institue)*

Il y a deux raisons principales pour lesquelles de nombreux binaires transfèrent la matière à un certain stade de leur vie évolutive :

- Au cours de son évolution, l'une des étoiles d'un système binaire peut augmenter de rayon, ou la séparation binaire se rétracte, au point où la force gravitationnelle du compagnon peut enlever les couches externes de son enveloppe (débordement du lobe de Roche).

- Une des étoiles peut, à une certaine phase évolutive, éjecter une grande partie de sa masse sous la forme d'un vent stellaire ; une partie de ce matériau sera capturée gravitationnellement par le compagnon (accélération du vent stellaire).

Dire qu'un tel système binaire est serré signifie que le champ gravitationnel de l'astre compact a une influence appréciable sur la structure du compagnon. Cette

influence engendre des processus d'accrétion de matière de l'étoile compagnon vers l'objet compact qui sont l'origine d'émissions fortement énergétiques dont l'intensité maximale est atteinte dans le domaine X.

Les observations permettent plus facilement une distinction en fonction des caractéristiques de l'étoile compagnon qu'en fonction de la nature de l'objet compact. D'un point de vue observationnel, les systèmes binaires serrés contenant un objet compact accrétant peuvent être rangés en deux catégories :

- **Variables cataclysmiques** : l'objet compact est une naine blanche ;

- **Binaires X** : l'objet compact est une étoile à neutrons ou un trou noir.

Variables cataclysmiques

Les variables cataclysmiques (CV) sont des systèmes binaires proches contenant une naine blanche primaire et une séquence principale secondaire ou une étoile géante rouge. Ce type est caractérisé par une masse d'accrétion s'écoulant du secondaire vers le primaire et forme un disque d'accrétion autour du nain blanc. La période orbitale de ces binaires varie généralement de $80min$ à $15h$. Le destin de la naine blanche dépend du taux d'accrétion dM/dt

- si $dM/dt \approx (10^{-11} \sim 10^{-8})M_{\odot}yr^{-1}$, le gaz accumulateur s'accumule sur la surface de la naine blanche où il est comprimé et chauffé. A la surface accumulée la couche d'hydrogène, la densité et la température augmentent assez pour que l'interaction thermonucléaire se produise, et il brûle rapidement les couches d'hydrogène dans l'hélium causant l'éruption des novaes.

- si $dM/dt \approx (10^{-8} \sim 10^{-6})M_{\odot}yr^{-1}$, le processus d'accrétion se poursuit et la masse d'étoiles se forme à la masse de Chandrasekhar ($1.4M_{\odot}$), la combustion du carbone commence au centre de l'étoile dans le noyau dégénéré et se déplace vers la surface. Ce mouvement subsonique convertit environ la moitié de la masse naine blanche en fer, perturbe complètement l'étoile provoquant son explosion en forme de supernova Type I.

- Jusqu'à $10^{-6} M_{\odot} yr^{-1}$, nous ne pouvons pas observer les débris de l'explosion parce que la naine blanche est intégre dans une grande enveloppe.

X-ray binaires (XRB) :

Les binaires à rayons X sont des systèmes binaires proches contenant une étoile neutronique primaire ou un trou noir et une séquence principale (H R) (Annexe A) secondaire ou une étoile géante rouge.

La matière se transfère de l'étoile secondaire à l'étoile primaire et forme un disque d'accrétion autour d'elle. La matière d'accrétion devient très chaude et libère de l'énergie potentielle gravitationnelle jusqu'à plusieurs dixièmes de sa masse de repos sous forme de rayons X.

Les XRB sont les plus brillantes sources de rayons X dans notre galaxie et elles sont caractérisées par des variabilités dramatiques dans la luminosité sur des délais allant de milli secondes à mois et années ; l'hydrogène s'accumule sur la surface de l'étoile primaire, a cause de l'augmentation de température, des explosions sur la surface de l'étoile primaire se produisent. Il existe deux types de binaires à rayons X, et la masse de l'étoile associée (secondaire) détermine le type d'accrétion qui se produit (Claret et Giménez 2001).

HMXB : la nature de l'étoile compagnon influence le transfert de masse entre les deux composantes du système binaire. Si le compagnon est une étoile massive, il produit un intense vent stellaire de façon isotrope dont une partie peut être accrétée par l'objet compact, et ce, même si la séparation orbitale est importante. Ces systèmes sont dits binaires X de grande masse (HMXB pour High Mass X-ray Binary). Si la séparation orbitale est faible, ou si le rayon de l'étoile compagnon augmente, l'accrétion par débordement du lobe de Roche peut également se mettre en place : la matière est directement « arrachée » de l'étoile compagnon par des forces de marées intenses et tombe en spiralant (par conservation du moment cinétique) vers l'objet compact. Ce processus crée un disque d'accrétion, source d'un fort rayonnement X. Dans la pratique, les HMXBs sont

généralement définis comme des systèmes binaires composés d'un objet compact accrétant la matière d'une étoile évoluée de type O ou B, de masse supérieure à environ $8M_{\odot}$.

LMXB : si la masse de l'étoile compagnon est faible, celle-ci développe un vent stellaire faible lui aussi qui, même si il peut être accrété, ne génère pas une émission suffisamment intense pour être détectée. L'accrétion par débordement du lobe de Roche est donc le mode privilégié dans ce cas. Ces systèmes sont dits binaires X de faible masse (LMXB pour Low Mass X-ray Binary). L'étoile compagnon dans un LMXB est généralement de type tardif (G, K ou M) et sa masse dépasse rarement $1M_{\odot}$.

1.10.4 disque protoplanétaire

Le disque protoplanétaire est principalement composé de gaz et de poussière qui sont issus de la naissance d'une étoile et sont le siége de la formation des planètes. L'évolution subséquente du disque sera gouvernée par plusieurs phénomènes, soit le taux d'accrétion sur l'étoile, la photoévaporation par une source de radiation locale ou externe, l'agglomération de la poussière en corps plus gros, les interactions avec des compagnons stellaires ou sous-stellaires et finalement, quoi que peu importante à ce stade, l'accrétion d'une petite quantité de matériel du nuage moléculaire sur le disque.

Les planètes des systèmes planétaires, sont le produit de la formation de l'étoile et du disque d'accrétion qui a suivi. Elles se formeraient par l'agglomération du matériel disponible dans le disque protoplanétaire.

Une relation entre le temps de vie des disques protoplanétaires et la masse de l'étoile hôte a également été observée. En effet, les disques se dissipent plus rapidement autour des étoiles plus massives que pour les étoiles de type solaires. Pour les étoiles de faibles masses et les naines brunes, le temps de vie des disques est au moins aussi long que ceux des étoiles de type solaire, et même plus long (Currie et al., 2007 ; Plavchan et al., 2009).

1.10.5 Autres disques astrophysiques

En plus de ce qui précède, il existe de nombreux autres exemples de disques d'accrétion dans l'univers.

Herbig Ae / Be étoiles (HAEBE)

Les HAEBE sont des étoiles de séquence pré-principales ayant une masse de 2 à 10 masses solaires et des raies d'émission d'hydrogène et de calcium fortes. Elles sont en rotation rapide, plus chauds et plus brillants que les étoiles de masse inférieure T Tauri (étoiles avec $M < 2M_{\odot}$)et vivent plus courts parce qu'elles passent moins de temps à se contracter vers la séquence principale. Ces jeunes objets stellaires sont noyés dans un énorme nuage moléculaire de gaz et de poussière, disposé peut-être dans un disque d'accrétion circumstellaire qui est associé à un fort écoulement de rayonnement infrarouge dû à l'émission libre.

Binaires compacts

Les binaires compacts sont des systèmes binaires étroits et massifs, contenant deux restes stellaires compacts (une naine blanche, une étoile à neutrons ou un trou noir). Parce que le champ gravitationnel des objets compacts est si intense, les étoiles perdent leur énergie tout en émettant des ondes gravitationnelles et en spirale de plus en plus proche avec des vitesses convergentes de la vitesse de la lumière. Quand ils s'approchent suffisamment, les forces de marée dépouillent le compagnon moins massif pour former un disque d'accrétion autour du plus massif

Dans certains cas (binaires à double étoile neutronique, binaires noirs et binaires blancs ou binaires à trous noirs et à neutrons), les étoiles fusionnent rapidement (elles ont été proposées pour la première fois par Paczynski en 1986) et forment un seul trou noir avec un tore de débris déchirés qui est le disque d'accrétion, où la matière est accrétée rapidement sur le trou noir central et produit un jumeau de jets relativistes dehors le long de l'axe de rotation.

Chaque formation d'un trou noir par la coalescence de deux objets compacts libère une énorme énergie ($\sim 1053 erg.s$) sous la forme de boules de feu d'une courte durée des rayons gamma rafales ($< 2sec$).

Quasars

Les quasars sont des AGN souvent lointains, d'apparence ponctuelle en optique, avec des raies d'émission larges et montrant un décalage vers le rouge très prononcé. Leur rayonnement n'a globalement pas d'origine thermique, et la luminosité dans le domaine radio dépasse souvent celle en optique de plusieurs ordres de grandeur. Leur structure montre, dans une majorité des cas la présence de jets d'où naît l'émission radio. Les quasars sont les objets les plus lumineux connus.

Blazars

Les blazars sont des AGN ayant la particularité d'avoir un flux variable sur de très courtes échelles de temps (variation d'un ordre de grandeur en luminosité sur des périodes de temps allant de quelques heures à quelques jours). Leur spectre ne présente pas les raies d'émission caractéristiques décrites jusque là. Leur émission est dominée par celle du jet de matière, non thermique, et présente une forte émission à haute énergie (X, γ). Non résolus en optique, ils peuvent apparaître comme des étoiles variables de par leurs rapides changements de luminosité.

Les microquasars

Les microquasars ont été découverts en 1992 (Mirabel et al. 1992) et ont été nommés en référence aux quasars qui présentent des caractéristiques semblables mais avec des échelles de temps et de taille un million à un milliard de fois supérieures. Comme on peut le voir sur la figure 1.8, ces deux types de système présentent des jets compacts.

La particularité des microquasars dans la classe des binaires-X est la présence de jets de matière émis depuis la partie centrale du disque à des vitesses proches de

celle de la lumière. Cette caractéristique a permis d'observer des jets apparemment super-luminiques dans le microquasar GRS 1915+105 (Mirabel et Rodriguez 1994). Cette aberration optique est due à des effets relativistes et permet de mesurer les paramètres du jet tels que la vitesse ou l'orientation. Le lien entre le disque d'accrétion et les jets a été révélé par des observations conjointes en radio, infrarouge et X (Mirabel et al 1998 ; Chaty 1998). Ces observations montrent un pic dans la courbe de lumière du disque (en X), se poursuivant par une augmentation du flux à la base du jet (observé en infrarouge, IR) puis dans le jet (observé en radio). De plus cette émission de jets est aussi associée à la présence d'oscillations quasi-périodiques dans le disque . En plus de ces éjections relativistes, on observe des jets continus et compacts s'étendant sur des distances bien plus faibles que les éjections relativistes. Le spectre radio plat de ces jets est interprété comme une émission synchrotron en milieu optiquement épais.

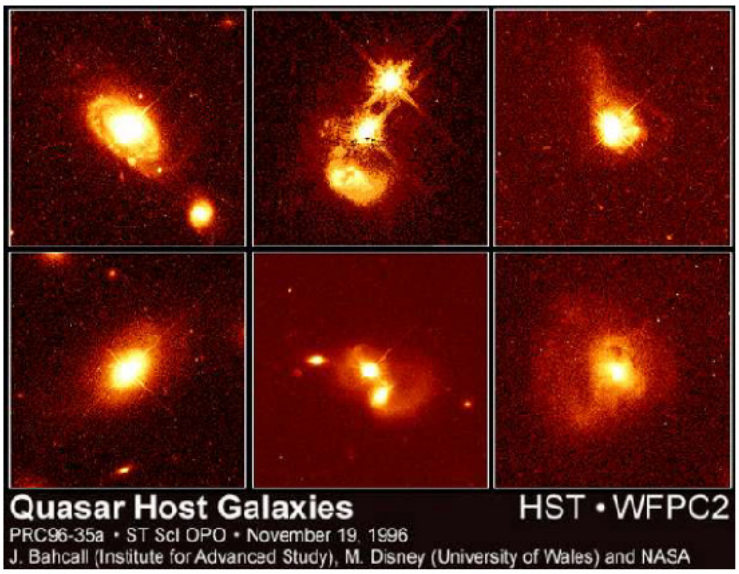


FIGURE 1.8 – *quelques quasars du premier échantillon observé avec le HST*

Chapitre 2

L'ÉVOLUTION DE LA DENSITÉ DE SURFACE D'UN DISQUE D'ACCRÉTION

2.1 Introduction

Pour dériver les équations générales de la structure du disque, nous suivons le mouvement d'un espace annulaire du disque et utilisons la forme verticalement intégrée dans toutes les équations, c'est-à-dire la densité de surface Σ au lieu de la densité physique ρ .

La matière peut circuler dans l'espace annulaire et hors de celui ci avec une vitesse v_r.

Nous considérons dans ce qui suit un disque axisymétrique et supposons que la densité de surface peut être écrite sous la forme générale de $\Sigma(r,t)$ qui est une intégrale de la densité de masse $\rho(r,z)$ sur la hauteur du disque z.

$$\Sigma(r,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(r,z)dz$$

Afin de comprendre comment la viscosité (quelle que soit son origine) agit pour transporter le moment angulaire vers l'extérieur, en

suivant (Lynden-Bell et Pringle 1974), (Pringle 1981) et (Frank et al 2002), commençons par le modèle le plus simple du disque d'accrétion - un disque gazeux mince qui tourne autour d'une étoile centrale avec une masse M considérablement plus grande, de sorte que l'auto-gravité du disque peut être négligée. Nous adoptons les coordonnées cylindriques $(r\ ,\phi, z)$ avec une étoile centrale à l'origine. Le disque se trouve dans le plan $z = 0$. L'approximation du disque mince implique que la hauteur de l'échelle du disque H est beaucoup plus petite que la distance de l'étoile centrale $H/r << 1$. Dans les disques protoplanétaires, par exemple, ce rapport est typiquement $H/r\ \tilde{}\ 0.05 - 0.1$ et dans les disques AGN, il est encore plus petit, $H/r\ \tilde{}\ 0.001 - 0.01$, de sorte que la condition pour une limite de disque mince est plus ou moins satisfaisante. De nombreuses études sont limitées uniquement à cette approximation, car elle permet de comprendre les processus physiques de base et les instabilités, qui peuvent ensuite être généralisés à des disques épais. Le disque est ensuite caractérisé par sa densité de surface Σ qui est une masse par unité de surface du disque, donnée en intégrant la densité de gaz dans la direction z verticale. L'approximation du disque mince équivaut à exiger que la vitesse du son Cs soit beaucoup inférieure à la vitesse de rotation $r\Omega(r)$, où le flux de disque est fortement supersonique. A partir de cette condition, on peut facilement constater que la vitesse de rotation est donnée par la loi de Kepler(Pringle 1981, Frank et al. 2002) :

$$\Omega(r) = \Omega_k(r) = (\frac{GM}{r^3})^{1/2}$$

Dans ce cas, on dit que le disque est supporté en rotation, c'est-à-dire que la force de gravité exercée par l'étoile centrale est équilibrée par une force centrifuge due à la rotation. En raison de l'approximation du disque mince, les gradients de pression se révèlent être beaucoup plus petits que ces deux forces. Le disque accrétant implique que, en plus de la vitesse de Keplerian, il possède également une vitesse radiale ou de dérive v_r dirigée vers l'étoile centrale. Comme cela sera clair ci-dessous, cette vitesse radiale est beaucoup plus petite que la vitesse

Keplerianne, de sorte que la contrainte $v_r << C_s << r\ \Omega_k$ est maintenue directement liée au paramètre de viscosité ν impliquant que l'accrétion s'effectue à des échelles de temps plus longues que le temps dynamique Ω^{-1}. Le disque est supposé être axisymétrique, de sorte que toutes les variables sont des fonctions du seul rayon r et du temps t (la dépendance z est absorbée par la moyenne verticale).

2.2 La géométrie du disque

Le disque est décrit dans un espace repéré par les coordonnées cylindriques (r, ϕ, z) et le temps t. On suppose que la structure du disque est à symétrie cylindrique, par conséquent nous n'envisagerons que les équations portant sur la coordonnée radiale r, le modèle est à une dimension (1-D).

La partie du disque qui nous intéresse s'étend radialement de r_{min} à r_{max}, La valeur der_{min} est imposée par la théorie de la relativité générale qui nous apprend la valeur de $r = 3r_{sch}$, pour un trou noir (rayon de Schwarzschild), le disque est dynamiquement instable et ne peut donc plus exister en tant que tel. La valeur de r_{max} doit être suffisamment petite pour que les hypothèses physiques faites plus bas (essentiellement : que le gaz est complètement ionisé) restent valables de r_{min} à r_{max}. On constatera que pour les taux d'accrétion dM_0/dt supérieurs à une certaine limite, des ondes de matière se propagent radialement vers les grands r tout en s'amortissant. Il faut alors que r_{max}soit suffisamment grand pour que ces ondes s'amortissent avant d'atteindre cette distance, sinon l'évolution du disque interférerait avec les conditions physiques imposées en r_{max} ce qui rendrait le problème impossible à résoudre simplement. L'ajustement de r_{max} à une valeur raisonnable résulte d'expériences numériques où l'on donne à r_{max} des valeurs arbitraires jusqu'à l'obtention d'un modèle cohérent. Pour commencer nous prendrons $r_{max} = 100r_{sch}$. mais la quantité de matière par unité de temps apportée au disque en r_{max} par le milieu extérieur ou taux d'accrétion est dM_0/dt. Par

ailleurs, la théorie physique appliquée au disque (théorie de Shakura et Sunyaev) dépend d'un paramètre phénoménologique α qui est inconnu mais probablement assez petit en tout cas inférieur ou égal à un. Ce paramètre gouverne le taux de production d'énergie par friction de la matière sur elle-même.

2.3 Les paramètres d'accrétion gouvernant la structure du disque

L'état du disque à l'instant t et au voisinage du point r est principalement décrit par une température caractéristique T (qui est ici la température au plan équatorial $z = 0$); sa densité de surface Σ et son taux d'accrétion local dM/dt . Les quantités T , Σ et dM/dt sont fonctions de r et t .

On donne ci-dessous la liste de toutes les variables décrivant l'état du disque ainsi que les équations qui les relient entre elles.

La vitesse angulaire Ω :

Sous hypothèse que les orbites des particules de matière sont circulaires et obéissent aux lois de Képler, on a

$$\Omega = (\frac{GM}{r^3})^{1/2}$$

G est la constante de la gravitation.

La masse atomique moyenne μ :

C'est la masse moyenne, rapportée à la masse du proton, des particules (noyaux et électrons) constituant le gaz. On a pour un gaz complètement ionisé :

$$\mu = \frac{1}{2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z}$$

la composition chimique de la matière constituant le disque est représentée par trois proportions X, Y et Z ($X + Y + Z = 1$). Ce sont respectivement les fractions des masses d'Hydrogène, d'Hélium et des éléments lourds souvent appelés « métaux » par les astrophysiciens. On fixe plus ou moins arbitrairement ces valeurs à celles prises à la surface du soleil :

$X = 0 : 70$, $Y = 0 : 28$, $Z = 0 : 02$.

La pression P **et l'équation d'état** :

La pression totale P se décompose en pression gazeuse due aux particules : P_{gaz} et pression de radiation due aux photons : P_{rad} On a :

$$P = P_{gaz} + P_{rad} = \frac{\rho}{\mu m_p} kT + \frac{1}{3} aT^4$$

Dans ces expressions : ρ est la densité moyenne en $[gcm^{-3}]$; T est la température du gaz ; k est la constante de Boltzmann ; m_p la masse du proton ; a est la constante de radiation, elle vaut $a = 7,56410^{-15}$ cgs. On a : $(k/m_p) = 8,3143410^7$cgs.

L'indicateur de pression β :

Le paramètre β est défini classiquement comme le rapport de la pression du gaz à la pression totale :

$$\beta = \frac{P_{gaz}}{P}$$

Pour $\beta = 1$, c'est la pression du gaz qui domine et pour $\beta = 0$, c'est la pression de radiation.

La vitesse du son C_s :

C'est la vitesse des perturbations adiabatiques de densité, on a :

$$Cs = (\frac{\Gamma_1 P}{\rho})^{1/2}$$

Γ_1 est une quantité qui dépend de β et qui vaut $5/3$ lorsque $\beta = 1$ et $4/3$ lorsque $\beta = 0$.

Pour simplifier on ignore cette constante et on pose $\Gamma_1 = 1$.

La demi-hauteur du disque H :

Quand on traite l'équilibre hydrostatique vertical du disque, on trouve :

$$H = \frac{Cs}{\Omega}$$

La viscosité ν :

ν est la viscosité cinématique, d'origine turbulente, du gaz en [cm^2 s^{-1}]

$$\nu = \frac{2}{3}\alpha CsH$$

α est un paramètre phénoménologique dont la valeur est inconnue

Le taux d'accrétion dM/dt :

Il s'agit d'un taux local qui dépend donc de r, il est positif si la matière est accrétée.

$$\dot{M} = -2\pi r\Sigma v_r$$

Considérons un disque d'accrétion géométriquement axi-symétrique dont la densité de masse est $\Sigma(r,t)$. Le gaz dans le disque se déplace dans les orbites circulaires avec la vitesse keplerianne locale $v_\phi(r) = r.\Omega(r)$ où $\Omega(r)$ est la vitesse angulaire au rayon r. Les orbites circulaires sont considérées parce qu'une orbite circulaire à l'énergie minimale pour une moment angulaire, et parce que le délai pour la perte d'énergie (via un «frottement» visqueux) est très rapidement que le délai pour la redistribution du moment angulaire. Pour clarifier, "perte d'énergie" signifie la conversion de l'énergie cinétique en gros en énergie thermique aléatoire (c'est-à-dire la chaleur), qui se refroidit ensuite via les émissions radiatives (c'est-à-dire les photons portent de l'énergie, que nous détectons comme luminosité du disque).L'énergie cinétique en gros, bien sûr, provient de l'énergie potentielle gravitationnelle du gaz. En plus de son mouvement orbital, la masse dans le disque s'écoule aussi lentement dans la direction radiale avec vitesse $v_r(r)$. Une valeur négative de v_r implique un flux vers la masse centrale. On ne doit pas confondre cela avec la déviation lente de la vitesse radiale vers l'intérieur, $v_r(r)$ avec la vitesse azimutale hautement supersonique $v_\phi(r)$.

Un espace annulaire dans le disque avec rayon r et largeur radiale dr aura une masse donnée par :

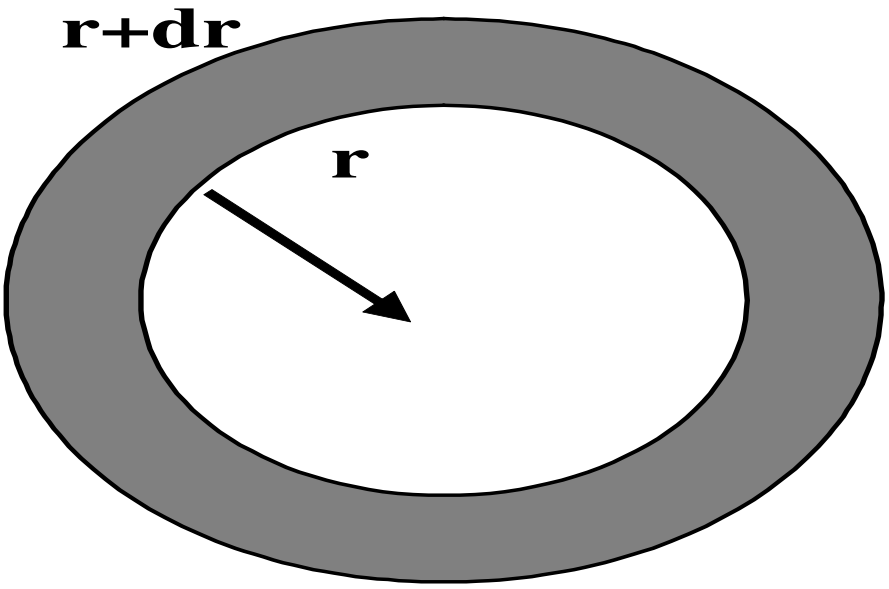


FIGURE 2.1 – *un disque d'accrétion de forme annulaire*

M = Surface $\times$ densité de surface = $2.\pi.r.dr \times \Sigma(r,t)$

Le moment angulaire J est :

J = masse $\times$ vitesse angulaire = $[2.\pi.r.dr.\Sigma(r,t)] \times r^2.\Omega(r)$

2.4.1 Conservation de la masse

La masse circulera radialement dans et hors de cet espace annulaire, de sorte que la masse dans l'annulus ne sera pas forcément constante. Mais la conservation de la masse s'applique certainement afin que nous puissions écrire les éléments suivants

$\frac{\partial M}{\partial t} = Masse_{dans l'annulus} - Masse_{hors annulus}$

Le côté gauche, $\frac{\partial M}{\partial t}$, est simplement $2.\pi.r.dr.\frac{\partial}{\partial t}\Sigma(r,t)$ car r et $\Omega(r)$ ne sont pas des fonctions de temps, et sont donc des constantes dans la dérivée. On rappelle que r (la coordonnée radiale) et Ω (la fréquence angulaire orbitale) les deux sont indépendantes du temps (par exemple à un rayon spécifique du disque, la

vitesse orbitale n'est pas accélérée ou ralentie). La vitesse radiale v_r est fonction du temps, et du rayon.

Le côté droit est un peu plus compliqué. Tout d'abord, réalisez que la masse qui dérive dans l'espace annulaire vient d'un rayon r + dr, alors que la masse qui sort de l'annulaire sort au rayon r. En outre, la direction du flux massique, vers la masse centrale, est opposée au sens dans lequel la distance radiale est mesurée. En d'autres termes, la direction de $\overrightarrow{v_r}$ (r) est opposée à $\overrightarrow{r}$, et donc si nous remplaçons $\overrightarrow{v_r}$ (r) avec simplement $v_r(r)$, nous devons inclure un signe négatif. La masse qui s'écoule dans l'espace annulaire est $Masse_{in} = v_r.\Delta t \times 2.\pi.r \times \Sigma$. mais on ne doit pas oublier que la masse entrante provient du rayon $r + dr$, pas seulement r. Traitant de la masse sortante exactement de la même manière, nous avons par unité de temps : (Si nous considérons la masse qui coule dans l'espace annulaire par unité de temps, nous devons diviser par Δt)

$$\begin{aligned} Masse_{in} - Masse_{out} &= (-)\tfrac{1}{\Delta t}.\left\{[v_r(r+dr).\Delta t \times 2.\pi.\,[r+dr]\,.\Sigma(r+dr)] - [v_r(r).\Delta t \times 2.\pi.r.\Sigma(r)]\right\} \\ &= -2.\pi.\left\{v_r(r+dr).\,[r+dr]\,.\Sigma(r+dr) - v_r(r).r.\Sigma(r)\right\} \end{aligned}$$

Le signe négatif (-) dans la deuxième ligne est nécessaire car la masse qui s'écoule vers l'intérieur a la direction opposée de la coordonnée radiale r.

Notons maintenant que l'expression en accolades {} est presque identique en structure à la définition de la dérivée : $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ Dans la limite que $\Delta x \longrightarrow 0$. Ainsi, en multipliant le terme en accolades par dr, le côté droit devient $-2.\pi.dr.\frac{\partial}{\partial t}(v_r.r.\Sigma)$

Alors, revenons pour obtenir le côté gauche de l'équation $\frac{\partial}{\partial t}M$, nous avons $2.\pi.r.dr.\frac{\partial}{\partial t}\Sigma(r,t) = -2.\pi.dr.\frac{\partial}{\partial t}(v_r.r.\Sigma)$

En annulant certains termes, on obtient l'équation :

$$\frac{\partial \Sigma(r,t)}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\Sigma v_r) = 0 \tag{2.1}$$

C'est l'équation de conservation de masse. C'est ainsi que la densité de surface de masse en fonction du rayon évolue avec le temps.

2.4.2 Conservation du moment angulaire

Pour le moment angulaire, le même mécanisme de dérivation tient compte de la conservation de la masse, à part qu'il faut inclure $G_t(r)$, l'effet du couple visqueux sur J. L'indice t sur G_t Signifie "torque" et est là pour aider à prévenir la confusion avec la constante gravitationnelle.

Donc nous avons : $\frac{\partial}{\partial t}J = [J_{in}] - [J_{out}] +$ torque net sur anneau

$\frac{\partial}{\partial t}[2.\pi.r.dr.\ r^2.\Omega(r).\Sigma(r,t)] = [J_{in}] - [J_{out}] + dr\frac{\partial}{\partial r}G_t$

$= (-).\{\left[2.\pi.\left[r+dr\right].v_r(r+dr).\Sigma(r+dr).\left[r+dr\right]^2.\Omega(r+dr)\right] - \left[2.\pi.r.v_r(r).\Sigma(r).r^2.\Omega(r)\right]\} + dr\frac{\partial}{\partial r}G_t$

Comme pour la conservation de la masse, le signe (-) est requis notons que les deux premiers termes du côté droit sont semblables à la dérivée par rapport à r. Donc, en remplaçant ces termes par $dr\frac{\partial}{\partial r}()$ et puis, en divisant les deux côtés par $2.\pi.dr$, nous avons :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Sigma r^2\Omega) = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_r\Sigma r^2\Omega) + \frac{1}{2\pi r}\frac{\partial}{\partial r}G_t$$

G_t est le torque d'un anneau extérieur agissant sur un intérieur voisin au rayon r, (Pringle 1981)

$$G(r,t) = 2\pi\nu\Sigma r^3\frac{d\Omega}{dr}$$

on obtient finalement :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Sigma r^2\Omega) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_r\Sigma r^2\Omega) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\nu\Sigma r^3\frac{d\Omega}{dr}) \tag{2.2}$$

C'est l'expression de la conservation du moment angulaire

2.5 La Structure du disque

Les deux équations (l'équation de conservation de masse) 2.1 et (l'équation de la conservation de le moment angulaire) 2.2 peuvent être combinées pour donner une équation unique pour l'évolution de la densité de surface :

Premièrement , on peut maintenant utiliser l'équation de continuité (L'équation de continuité pour la densité de surface $\Sigma(r,t)$) pour éliminer la dépendance temporelle et simplifier cela pour obtenir

$$\Sigma v_r \frac{\partial}{\partial r}(r^2\Omega) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\nu\Sigma r^3 \frac{d\Omega}{dr}) \tag{2.3}$$

Les dérivées de Ω peuvent être calculées, si l'on suppose que la fréquence orbitale est égale à la fréquence Kepler Ω_k. Ensuite, cette équation donne une expression pour la vitesse radiale dans le disque

$$v_r = -\frac{3}{\Sigma\sqrt{r}}\frac{\partial}{\partial r}(\nu\Sigma\sqrt{r}) \tag{2.4}$$

Alternativement, nous pouvons insérer l'expression de la vitesse radiale dans le disque dans l'équation de continuité pour la densité de surface $\Sigma(r,t)$ pour obtenir la formule suivante

$$\frac{\partial\Sigma}{\partial t} = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\Sigma v_r) = \frac{3}{r}\frac{\partial}{\partial r}(\sqrt{r}\frac{\partial}{\partial r}(\nu\Sigma\sqrt{r})) \tag{2.5}$$

Nous obtenons enfin l'équation régissant l'évolution en temps de la densité de surface dans un disque keplerien

$$\frac{\partial\Sigma}{\partial t} = \frac{3}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^{1/2}\frac{\partial}{\partial r}(\nu\Sigma r^{1/2})\right] \tag{2.6}$$

En établissant cette équation, nous avons utilisé le fait que la rotation est stationnaire et keplerienne. C'est l'équation de base qui régit l'évolution en temps de la densité de surface, ou du transport de masse, dans un disque Keplerien en raison d'une sorte (généralement turbulente) de viscosité caractérisée par ν. En général, l'équation précédente est une équation de type diffusion non linéaire pour Σ parce que ν n'est pas nécessairement constant et peut être une fonction très complexe des variables locales (densité de surface, rayon, température,

fraction d'ionisation, etc.), car il se produit généralement pour une viscosité efficace due à une turbulence. Donc, généralement, cette équation devrait être traitée numériquement.

Cette équation est l'une des équations clés dans la théorie des disques d'accrétion, son évolution temporelle n'étant déterminée que par la viscosité cinématique ν. En général, ν est une fonction des variables locales dans le disque, qui sont Σ , r et t. Ainsi, cette équation est une équation de diffusion non linéaire pour Σ et l'évolution visqueuse des disques d'accrétion dépend du comportement de la viscosité ν. Cela met clairement l'accent sur le rôle extrêmement important de la viscosité.

2.6 La solution de l'équation d'évolution de la densité de surface

L'équation précédente 2.6, décrit l'évolution de la densité de surface d'un disque d'accrétion Keplerien mince en raison de la viscosité cinématique ν .

En général, la viscosité ν dépend de la densité de surface Σ et l'équation d'évolution n'est pas linéaire. Si, toutefois, ν n'est qu'une fonction du rayon, alors l'équation est linéaire et beaucoup plus abordable aux méthodes analytiques. En particulier, une solution qui utilise la fonction de Green G ,

$$\Sigma(r,t) = \int_{rin}^{\infty} G(r,r',t)\Sigma(r',t=0)dr' \tag{2.7}$$

donne la solution Σ pour tout $t > 0$ étant donné un profil arbitraire $\Sigma(r,t=0)$ et une condition limite imposée à r_{in}. Un avantage distinct du formalisme est qu'il donne la solution $\Sigma(r,t)$ à travers une seule entité ordinaire, alors qu'un algorithme à différence finie nécessiterait le calcul du profil aux moments intermédiaires. Un autre avantage est que le profil de densité initiale n'a pas besoin d'être différentiable.

Pour une viscosité de loi de puissance $\nu \propto r^n$, (L¨ust 1952 ; Lynden-Bell et Pringle 1974) on peut calculer analytiquement la fonction de Green qui satisfait à une

condition au limite de torque (torque de flux égal à zero) et masse nulle à l'origine des coordonnées, c'est-à-dire pour le cas $r_{in} = 0$. En réalité, les objets au centre des disques d'accrétion (astrophysique) ont une taille finie à laquelle l'apparence d'observation du disque est sensible : par exemple, la luminosité, la dureté spectrale et les délais de variabilité . Les disques de trous noirs dépendent fortement du rayon de l'orbite stable la plus interne, et ceux des disques circumbinaires dépendent de l'endroit où le disque interne est tronqué par les couples (torque) de marée centrale. Les fonctions de Green avec $r_{in} = 0$ ne capturent pas le comportement dépendant du temps d'accrétion des disques proches de l'objet central. En fait, dans les solutions obtenues avec ces fonctions de Green, l'intégrale de la puissance totale dissipée visuellement dans le centre du disque diverge. Dans cette partie nous obtenons les fonctions exactes de Green pour l'équation 2.6 pour les conditions limites imposées à un rayon fini, pour toute viscosité de puissance $\nu \ \alpha \ r^n$ et $n < 2$.

2.6.1 Solution de la fonction de Green avec condition aux limites à $r = 0$

Dans le cas particulier où la viscosité est une loi de puissance radiale, $\nu \ \alpha \ r^n$, et la densité de surface prend la forme $\Sigma(r,t) = r^p.\sigma(r).exp(-\Lambda t)$, où p et Λ sont des nombres réels et σ est une fonction arbitraire de r, l'équation 2.6 peut prendre la forme d'équation différentielle de Bessel :

$$r^2\frac{\partial^2\sigma}{\partial r^2} + \left(2p + 2n + \frac{3}{2}\right) r\frac{\partial\sigma}{\partial r} + \left[\frac{\Lambda}{3s}r^{2-n} + (p+n)\left(p+n+\frac{1}{2}\right)\right]\sigma = 0 \qquad (2.8)$$

Au dessus $s = \nu.r^{-n}$ est une constante Avec les choix $p = n - \frac{1}{4}$ et $\Lambda = 3sk^2$ la solution générale de l'équation différentielle de Bessel est (Abramowitz 1972) :

$$\sigma_k(r) = r^{-2n}\left[A\left(k\right)J_l\left(ky\right) + B\left(k\right)Y_l\left(ky\right)\right] \qquad (2.9)$$

Ci-dessus, k est un mode arbitraire de la solution ;$A(k)$ et $B(k)$ sont les poids du

mode ; $l = (4-2n)^{-1} > 0$; $y(r) = r^{(1-n/2)}/(1-n/2)$; et J_l et y_l sont les fonctions Bessel du premièr et deuxième types respectivement.

Intégrer la solution fondamentale à travers tous les k-modes possibles donnent la solution :

$$\Sigma(r,t) = \int_0^\infty r^{-n-1/4} \left[A\left(k\right) J_l\left(ky\right) + B\left(k\right) Y_l\left(ky\right)\right] \exp(-3sk^2 t) dk \tag{2.10}$$

Les fonctions de pondération de mode $A(k)$ et $B(k)$ sont déterminées par les conditions aux limites et le profil de densité de surface initiale $\Sigma(r, t = 0)$. Notre objectif est d'écrire l'équation précédente dans la forme de fonction de Green, et d'écrire une expression symbolique explicite pour la fonction de Green $G(r, r\prime, t)$. Avant d'émettre les solutions aux conditions limites à un rayon fini, nous commençons par examiner les fonctions de Green de (Lynden-Bell et Pringle 1974) avec des conditions aux limites à l'origine des coordonnées.

zéro torque à $\mathbf{r}_{in} = 0$

Une condition de limite intérieure avec un torque central zéro présente un intérêt astrophysique car elle peut être utilisée pour décrire l'accrétion sur un trou noir ou une étoile à rotation lente, à des rayons beaucoup plus grands que le rayon de l'orbite circulaire le plus interne ou à la surface stellaire, respectivement.

La densité du torque radial g dans le disque due à un cisaillement visqueux est

$$g(r,t) = \nu\Sigma r^2 \frac{\partial \Omega_k}{\partial r} \alpha \nu \Sigma r^{1/2} \tag{2.11}$$

où Ω_k est la vitesse angulaire Keplérienne.

Parce que les fonctions J_l et $Y_l$ont les comportements asymptotiques $J_l(ky)\ \alpha\ y^l\ \alpha\ r^{1/4}$ et $Y_l(ky)\ \alpha\ y^{-l}\ \alpha\ r^{-1/4}$ près de l'origine, à de petits rayons, le poids du mode $A(k)$ contribuera au comportement $g\ \alpha\ r^{1/2}$ alors que $B(k)$ contribuera à $g = cst$. Par conséquent, pour la solution pour avoir un torque zéro visqueux à $r = 0$, la fonction $B(k)$ doit être identiquement nulle.

$$\Sigma\left(r, t = 0\right) = r^{-n-1/4} \int_0^\infty A\left(k\right) J_l\left(ky\right) dk \tag{2.12}$$

Ce qui peut être résolu avec l'utilisation de la transformée intégrale de Hankel (Ogilvie 2005).

la transformée de Hankel paire d'ordre l satisfait

$$\phi_l(x) = \int_0^\infty \Phi_l(k) J_l(kx) kdk$$

$$\Phi_l(k) = \int_0^\infty {}_l\phi_l(x) J_l(kx) xdx$$

Pour notre problème, la paire de transformée appropriée est

$$r^{n+1/4}\Sigma(r, t=0) = \int_0^\infty [A(k) k^{-1}] J_l(ky) kdk$$

$$A(k) k^{-1} = \int_0^\infty [r^{n+1/4}\Sigma(r, t=0)] J_l(ky) ydy$$

En combinant, on aboutit à

$$A(k) = \left(1 - \frac{n}{2}\right)^{-1} \int_0^\infty \Sigma(y', 0) J_l(ky') kr'^{5/4} dr' \tag{2.13}$$

Insérant l'équation 2.13 et B (k) = 0 dans l'équation 2.10, on obtient

$$\Sigma(r,t) = \left(1 - \frac{n}{2}\right)^{-1} r^{-n-1/4} \int_0^\infty r'^{5/4} \int_0^\infty \Sigma(r', 0) J_l(ky') J_l(ky) \exp(-3sk^2t) kdkdr' \tag{2.14}$$

Pour poser la solution en termes de fonction de Green G (r, r', t) (2.7), nous écrivons

$$G(r,r',t) = \left(1 - \frac{n}{2}\right)^{-1} r^{-n-1/4} r'^{5/4} \int_0^\infty J_l(ky') J_l(ky) \exp(-3sk^2t) kdk$$

d'après la table des integrales de Gradshteyn (Gradshteyn et Ryzhik 2007), on utilise la formule siuvante

$$\int_0^\infty e^{-\rho^2x^2} J_p(\alpha x) J_p(\beta x) xdx = \frac{1}{2\rho^2} \exp\left(-\frac{\alpha^2+\beta^2}{4\rho^2}\right) I_p\left(\frac{\alpha\beta}{2\rho^2}\right)$$

d'après un petite comparaison on à $x = k$, $\rho^2 = 3st$, $p = l$, $\alpha = y'$, $\beta = y$

$$G(r,r',t) = \left(1-\frac{n}{2}\right)^{-1} r^{-n-1/4} r'^{5/4} \frac{1}{6st} \exp\left(-\frac{y'^2+y^2}{12st}\right) I_l\left(\frac{y'y}{6st}\right) \tag{2.15}$$

Dans l'équation ci-dessus, I_l est la fonction Bessel modifiée du premier type

Bien que la fonction de Green permette le calcul de $\Sigma(r,t)$pour une initialisation arbitraire des profils de densité de surface, il est instructif d'étudier le cas où la densité de surface initiale est une fonction de dirac δ .

En utilisant la fonction de dirac, le profil initial est :

$$\Sigma\left(r',0\right) = \Sigma_0 \delta\left(r'-r_0\right) r_0$$

la solution s'ecrit sous forme intégrale :

$$\Sigma(r,t) = \int_0^\infty G(r,r',t)\Sigma_0 \delta\left(r'-r_0\right) r_0 dr'$$

puisque $y\left(r\right) = \frac{r^{1-\frac{n}{2}}}{1-\frac{n}{2}}$ on trouve finalement la formule suivante :

$$\Sigma(r,t) = \Sigma_0 r_0 \left(1-\frac{n}{2}\right)^{-1} r^{-n-1/4} r_0^{5/4} \frac{1}{6st} \exp\left(-\frac{r^{2-n}+r_0^{2-n}}{\left(1-\frac{n}{2}\right)^2 12st}\right) I_l\left(\frac{r^{1-\frac{n}{2}} r_0^{1-\frac{n}{2}}}{\left(1-\frac{n}{2}\right)^2 6st}\right) \tag{2.16}$$

on substituant $x = \frac{r}{r_0}$, $\tau\left(r_0\right) = 12(1-n/2)^2.r_0^{n-2}$.s.t ,on obtient finalement la formule suivante :

$$\Sigma(x,\tau) = \left(2-n\right)\Sigma_0 x^{-n-1/4}\tau^{-1} \exp\left(-\frac{1+x^{2-n}}{\tau}\right) I_l\left(\frac{2x^{1-\frac{n}{2}}}{\tau}\right) \tag{2.17}$$

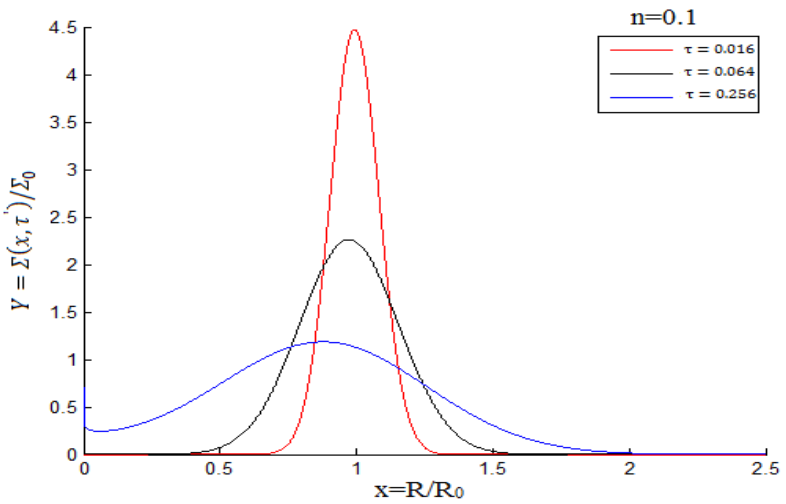


FIGURE 2.2 – *l'évolution de la densité de surface en fonction de la courbe de facteur* $x = R/R_0$ *pendant des moments différents et dans le cas de* $n = 0.1$

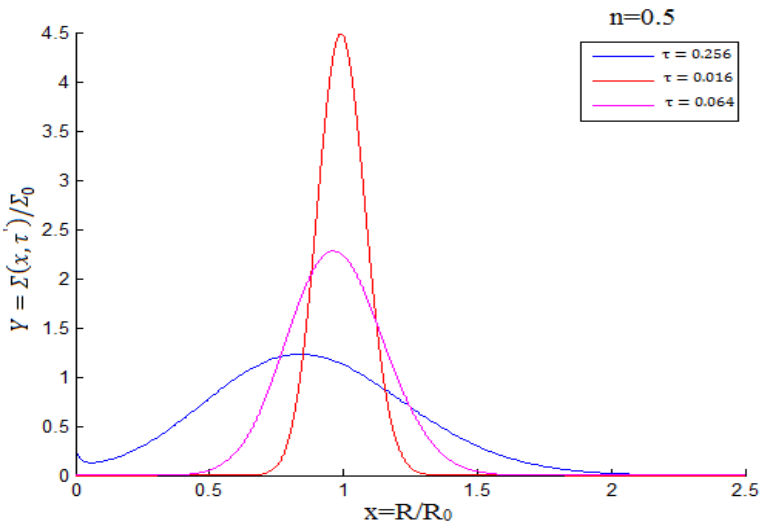


FIGURE 2.3 – *l'évolution de la densité de surface en fonction de la courbe de facteur* $x = R/R_0$ *pendant des moments différents et dans le cas de* $n = 0.5$

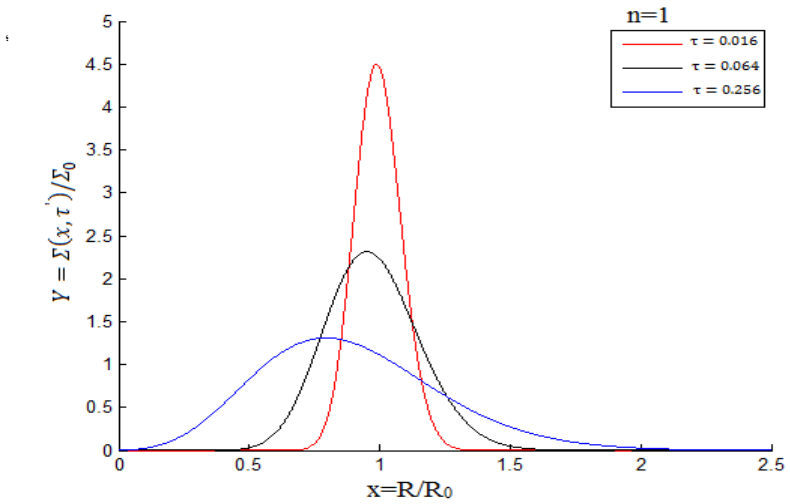


FIGURE 2.4 – *l'évolution de la densité de surface en fonction de la courbe de facteur $x = R/R_0$ pendant des moments différents et dans le cas de $n = 1$*

2.6.2 L'interprétation des courbese de la densité de surface ($\Sigma(x,\tau)/\Sigma_0$)

Dans ces courbes on présente l'évolution de la densité de surface en fonction de $x = r/r_0$, pendant des moments différents et dans les cas de $n = 0.1$, $n = 0.5$ et $n = 1$. On note que la densité de surface aux instants $\tau = 0.016$ et $\tau = 0.064$ a un pic en $x = 1$ ($r = r_0$) et presque nulle au voisinage de l'étoile et aux distances lointaines $x >> 1$.

Tandis qu'à l'instant $\tau = 0.256$, la densité de surface présente un pic en $x = 0.8$ avec une présence de la matière au voisinage de l'étoile.

La matière est dense prés de $x = 1$ ($r = r_0$), et au fil du temps, la densité de surface s'aplatit jusque à la chute de la matière sur l'étoile.

2.7 Conclusion

Les courbes montrent une explication du phénomène d'accrétion. De plus, elles montrent que la densité de matière du disque est importante en r_0. La matière des parties extérieures du disque perd son moment angulaire beaucoup plus que des parties intérieures. La matière tombe sur l'objet central (étoile) en suivant des orbites de rayon circulaire $r_c = \frac{j^2}{GM}$.

Puisqu'il y a une relation directe entre l'instant τ avec la viscosité ν, la chute de la matière sur l'objet central augmente au fil du temps et elle sera beaucoup plus importante quand n augmente.

Chapitre 3

L'évolution d'un disque protoplanétaire

3.1 Introduction

Les planètes des systèmes planétaires, sont le produit de formation de l'étoile et du disque d'accrétion qui a suivi. Elles se formeraient par l'agglomération du matériel disponible dans le disque protoplanétaire en constante évolution, créant ainsi des corps de plus en plus gros. Ceci permet de passer de grains de poussières sous-millimétriques à des planètes géantes. Ce processus commence par l'accumulation de poussière au milieu du disque puis des collisions et des instabilités gravitationnelles mènent à la formation de plus gros corps ayant des tailles jusqu'à quelques kilomètres, des planétésimaux. Ceux-ci se combinent pour donner naissance à des planètes soient terrestres, géantes, ou de taille médiane, dépendamment de leur position dans le disque. Les planètes géantes vont se former plus loin de centre de disque où elles pourront accumuler leur enveloppe de gaz. L'évolution subséquente du disque sera gouvernée par plusieurs phénomènes, soit le taux d'accrétion sur l'étoile, la photoévaporation par une source de ra-

diation locale ou externe, l'agglomération de la poussière en corps plus gros, les interactions avec des compagnons stellaires ou sous-stellaires et finalement, quoi que peu importante à ce stade, l'accrétion d'une petite quantité de matériel du nuage moléculaire sur le disque. Lorsqu'une planète accrétée a une masse suffisante, elle formera un espace dans son disque ; la formation de l'intervalle aboutit au processus d'accrétion.

Une relation entre le temps de vie des disques protoplanétaires et la masse de l'étoile hôte a également été observée. En effet, les disques se dissipent plus rapidement autour des étoiles plus massives que pour les étoiles de type solaires. Pour les étoiles de faibles masses et les naines brunes, le temps de vie des disques est au moins aussi long que ceux des étoiles de type solaire, et même plus long (Currie et al., 2007 ; Plavchan et al., 2009).

3.2 La planète

La première étape de la formation de la planète implique l'agrégation de grains de poussière de taille micrométrique dans des corps de 1 - 100 km de taille appelés planetesimaux. Plusieurs mécanismes de formation planétalique ont été proposés, même s'il n'est pas clair ce qui se produit dans la pratique. Les grains de poussière peuvent entrer en collision et se maintenir ensemble électrostatiquement pour former des agrégats (Krause et Blum 2004), avec une croissance supplémentaire se produisant comme de petits agrégats s'enfoncent dans les plus grands (Wurm et al 2005). Lorsqu'une planète accrétée a une masse suffisante, elle formera un espace dans son disque ; la formation de l'intervalle aboutit au processus d'accrétion.

Les planètes du système solaire, ainsi que les planètes des autres systèmes planétaires, sont le produit de la formation de l'étoile et du disque d'accrétion qui a suivi. Enfin, certaines de ces planètes géantes se retrouvent à des séparations très petites de leurs étoiles suite à une migration, qui peut être causée par plu-

sieurs phénomènes. Les interactions gravitationnelles de tous les objets mèneront le système à atteindre une configuration stable (Perryman 2011 ; Raymond 2010).

3.3 Le disque protoplanétaire

Les disques, dits (protoplanétaires), sont donc issus de la naissance d'une étoile et sont le siège de la formation des planètes.

Durant les différentes phases de formation de l'étoile, alors même que le disque de gaz et de poussière se dissipe a lieu la formation des planètes. Le disque protoplanétaire est principalement composé de gaz, hydrogène et hélium en majorité. Pourtant, même si la poussière ne représente qu'environ 1% de la masse du disque elle joue un rôle au moins aussi important que le gaz lui-même à cause de la pression quasi-inexistante dans le disque en raison des faibles densités, solide et gaz sont les seules phases existantes, il n'y a pas de liquide dans l'espace. La poussière représente la matière solide du disque, en grains plus ou moins fin, allant du nanomètre, micromètre, jusqu'à des tailles planétaires en fin de formation. De plus, la poussière est aussi responsable de l'opacité du disque, c'est-à-dire sa capacité à laisser passer ou non la lumière. A travers l'opacité, la poussière a donc une influence sur la température du disque qui se refroidit et absorbe le rayonnement stellaire plus ou moins efficacement.

3.3.1 opacité du disque

Un paramètre crucial des modèles de disques protoplanétaires est l'opacité du disque qui représente l'absorption du rayonnement incident par une cellule de gaz. Cette dernière dépend principalement de la composition chimique de la poussière sauf quand la température devient suffisamment importante pour que la totalité de la poussière se sublime, généralement au delà de 1500K (Pollack et al 1994), l'opacité étant alors régie par les molécules du gaz.

3.4 La migration des planètes

La présence d'une planète dans un disque protoplanétaire modifie la distribution de gaz dans le voisinage de la planète. Les interactions gravitatrices entre la planète et l'agencement non uniforme des gaz génèrent des couples qui modifient l'orbite de la planète. Cela amène une planète à migrer vers ou à l'écart de l'étoile et elle tamise ou excite l'excentricité orbitale et l'inclinaison. Cela provoque une planète à migrer vers ou loin de l'étoile et aussi amortit ou excite l'excentricité orbitale et l'inclinaison. La direction et le taux de migration varient en fonction de la masse de la planète et des propriétés locales du disque à gaz. Les cas de modification ont été largement étudiés. La migration de type I affecte les planètes de masse terrestre, où l'interaction planète-disque peut être traitée en utilisant des approximations linéaires. Le taux de migration résultant est proportionnel à la masse de la planète et à la densité de surface du disque (Ward 1997). La migration de type II affecte les planètes de masse de Jupiter, la planète est massive assez pour dégager un espace annulaire dans le disque autour de son orbite, et le mouvement de la planète devient lié à l'évolution visqueuse du disque (Ward 1997).

3.4.1 Migration des planètes de faible masse : Type I

Ce type de migration ne concerne que les planètes de faible masse (jusqu'à environ $10M_{\odot}$) pour lesquelles l'interaction de marée entre la planète et le disque a une réponse linéaire, c'est-à-dire que le profil de densité surfacique n'est quasiment pas modifié par la planète. Ces planètes, qui ne creusent pas de sillon (gap) dans le disque de gaz, vont migrer vers l'intérieur.

3.4.2 Migration des planètes massives : Type II

Les planètes massives peuvent être suffisamment fortes pour dégager un espace annulaire dans la région du disque autour de l'orbite de la planète (Ward 1997). Pour maintenir un espace, le couple exercé par la planète sur le disque doit

surmonter la pression et les forces visqueuses dans le gaz. La planète migre au même (rythme) que le gaz se déplaçant de manière visqueuse à travers le disque. Si la planète approche le bord de son espace, le dés équilibre du couple qui en résulte agit pour ramener la planète vers le milieu de l'espace, une fois que la cavité est formée, la planète est dite en migration de Type II : son orbite agit alors essentiellement comme une barrière entre les deux parties du disque de gaz, interne et externe. Du gaz peut alors sauter le gap (Lubow et D'Angelo 2006), ou être accrété par la planète mais cette dernière voit son mouvement régi par le disque de gaz, se retrouvant entraînée par la migration de celui-ci, le temps de migration de la planète est contrôlé par le temps visqueux du disque, car cette dernière se comporte comme une particule de ce disque (Nelson et al 2000).

3.4.3 Migration de Type III

Un mode de migration intermédiaire apparaît, appelé migration de Type III. Les planètes ont des masses comparables à celles de Saturne dans des disques massifs. Dans cette situation, la planète efface un espace partiel dans le disque. Le gaz restant près de la planète exerce un couple de corotation qui augmente proportionnellement à la vitesse de migration, ce qui entraîne une migration vers l'intérieur ou vers l'extérieur (Masset et Papaloizou 2003). A l'heure actuelle, il n'est pas clair si les conditions requises pour générer une migration de type III sont susceptibles de se produire dans la pratique (D'Angelo et Lubow 2008). Dans certaines conditions, ce mode peut entrainer une migration rapide vers l'intérieur (Masset et Papaloizou 2003).

Enfin, quand la masse de la planète devient comparable à celle du disque, l'inertie de la planète commence à jouer un rôle dans sa migration et retarder les variations de migration, normalement gouvernée par l'évolution du disque de gaz (Crida et Morbidelli 2007).

3.5 L'evolution d'un disque protoplanétaire

La planète massive et le disque circumstellaire interagissent tidalement, ce qui entraîne un transfert de moment angulaire entre le disque et la planète (Goldreich et Tremaine 1980 ; Lin et Papaloizou 1986 ; Ward et Hourigan 1989 ; Takeuchi et al. 1996 ; Ward 1997a ; Ward 1997b). Le mouvement de la planète dans le disque excite les ondes de densité intérieures et extérieures à la planète. Ces ondes créent un espace dans le disque alors que la planète efface le matériel de son orbite. La taille de l'espace dépend de la viscosité du disque et inversement sur la masse de la planète (Lin et Papaloizou 1986 ; Takeuchi et al. 1996). La grandeur du couple dépend de la quantité de matière du disque présent près de la planète et donc de la taille de l'espace. Les couples sur la planète sont causés par des interactions gravitationnelles entre la planète et les ondes de densité qui occupent les résonances Lindblad dans le disque. Dans notre cas en adoptant l'approximation impulsive de (Lin et Papaloizou 1986), dans laquelle la dissipation des ondes de densité est supposée locale, le moment angulaire est déposé près de la planète à travers des phénomènes dissipatifs tels que les chocs. L'approximation de dissipation locale est raisonnable car le disque le plus proche de la planète a la plus grande influence pour provoquer un couple sur la planète.

Nous calculons l'évolution orbitale des planètes massives intégrées dans un disque protoplanétaire évolutif en utilisant une variante de l'approche décrite par (Armitage et al 2002). Nous utilisons un simple traitement dimensionnel (c'est-à-dire verticalement) pour expliquer l'évolution d'un disque protoplanétaire évoluant sous l'action de couples internes visqueux et de couples externes à partir d'une ou plusieurs planètes intégrées (Goldreich er Tremaine 1980 ; Lin et Papaloizou 1986 ; Trilling et al. 1998 ; Trilling, Lunine et Benz 2002).

On ajoute un deuxième terme dans l'équation de base 2.6 qui régit l'évolution en temps de la densité de surface, on obtient l'équation de régulation qui présente l'évolution d'un disque protoplanétaire (Lin et Papaloizou 1986 ; Armitage et al 2002)

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[3r^{1/2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\nu \Sigma r^{1/2}\right) - \frac{2\Lambda \Sigma r^{3/2}}{(GM_*)^{1/2}}\right] \tag{3.1}$$

Ici, ν est la viscosité cinématique, qui modélise le mouvement du moment angulaire dans le gaz du disque. $\Lambda(r)$ est le taux de transfert du moment angulaire par unité de masse de la planète au disque. Le deuxième terme dans les crochets décrit comment le disque répond au couple (torque) planétaire. Pour une planète en orbite circulaire au rayon r_p , le taux $\Lambda(r)$ est donné par la forme suivante (Trilling et al 1998 ; Armitage et al 2002)

$\Lambda(r) = -\frac{q^2 GM_*}{2r}\left(\frac{r}{\Delta_p}\right)^4, r < r_p$

$\Lambda(r) = \frac{q^2 GM_*}{2r}\left(\frac{r_p}{\Delta_p}\right)^4, r > r_p$

où $q = M_p/M_*$, le rapport de masse entre la planète et l'étoile ; $\Delta_p = \max(H, |r - r_p|)$, et H est l'épaisseur du disque.

3.6 Le taux du moment angulaire spécifique

Dans le modèle de migration de type I, les planètes ne sont pas assez massives pour perturber le disque, dans cette hypothèse, le couple (torque) total est la somme de contribution de trois différentes résonances ; la première est le couple partiel des résonances internes de Lindblad, qui conduisent à la migration vers l'extérieur, la deuxième est résonances extérieures de Lindblad, qui conduisent à la migration vers l'intérieur alors que le troisième contribution est due à la résonance co-rotation. Cependant, les couples partiels des résonances internes et externes de Lindblad sont de signes opposés, mais presque de même ampleur. La prédiction de la direction de la migration par un calcul analytique est un peu difficile parce qu'un calcul précis du couple (torque) est nécessaire. Mais dans notre cas on parle des planétes massives, et nous considérons un disque mince géométriquement stationnaire, avec une viscosité sous la forme $\nu = s.r^n$, $n < 2$.

Le disque d'accrétion tournant est axisymétrique autour d'une étoile de masse M_*. Le taux de transfert de moment angulaire spécifique de la planète, de masse

$M_p = qM_*$, au disque est donné par $\Lambda(r)$. Ce taux du moment angulaire spécifique peut s'écrire sous une forme plus détaillée :

$r \leq r_p - H, \quad \Lambda(r) = -\frac{q^2 GM_*}{2r} \frac{r^4}{(r-r_p)^4}$

$r_p - H \leq r \leq r_p, \ \Lambda(r) = -\frac{q^2 GM_*}{2r} \frac{r^4}{H^4}$

$r_p \leq r \leq r_p + H, \Lambda(r) = \frac{q^2 GM_*}{2r} \frac{r_p^4}{H^4}$

$r_p + H \leq r, \ \Lambda(r) = \frac{q^2 GM_*}{2r} \frac{r_p^4}{(r-r_p)^4}$

pour une planète de masse qM_*, au rayon (demi-grand axe) r_p et H est l'épaisseur du disque.

Pour bien présenter dans la figure 3.1 le comportement de la fonction $\Lambda(r)$, et la commodité de calcul, nous avons introduit un ensemble de variables sans dimension telles que

$y = \frac{2r_p \Lambda(r)}{q^2 GM_*}$, $x = \frac{r}{r_p}$, et pour l'application suivante, nous prenons $r_p = 10.H$

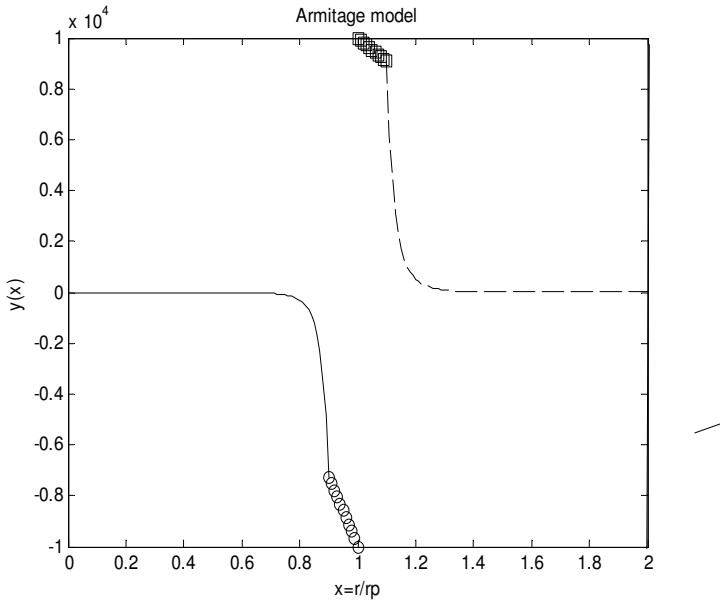


FIGURE 3.1 – *le taux du moment angulaire spécifique* $\Lambda(r)$

Les disques protoplanétaires évoluent vers le transport visqueux du moment angulaire et photo-évaporation par l'étoile centrale. Les planètes migrent en raison

de l'interaction des marées avec le disque, et le disque est également soumis à des couples de marées des planètes.

Le traitement de l'équation d'évolution avec la forme de $\Lambda(r)$ au dessus est analytiquement très compliqué. Seules les simulations numériques peuvent être faites. Dans ce cas, on a modifié le taux de la fonction du moment angulaire spécifique de telle sorte que l'équation d'évolution peut avoir une solution analytique qui se rapproche de la véritable évolution.

Puisque le comportement de la fonction $\Lambda(r)$ est compliqué seulement près du rayon r_p, la fonction modifiée $\Lambda'(r)$ devrait avoir la même forme comme $\Lambda(r)$ voisin de l'orbite de la planète.

Nous avons défini un modèle simplifié du taux de moment angulaire spécifique sous la forme suivante, où $1 < n < 2$ et $n' < 1$

$r < r_p,\ \Lambda'(r) = -\frac{q^2 GM_*}{2r}\left(\frac{r_p}{H}\right)^4\left(\frac{r}{r_p}\right)^{\frac{n+1}{2}}$

$r_p < r,\ \Lambda'(r) = \frac{q^2 GM_*}{2r}\left(\frac{r_p}{H}\right)^4\left(\frac{r}{r_p}\right)^{\frac{n'+1}{2}}$

comme ci-dessus, pour bien présenter dans la figure 3.2 le comportement de la fonction $\Lambda'(r)$, et la commodité de calcul, nous avons introduit un ensemble de variables sans dimension telles que

$y' = \frac{2r_p\Lambda'(r)}{q^2 GM_*}$, $x = \frac{r}{r_p}$, et pour l'application suivante, nous prenons $r_p = 10.H$

la forme de $\Lambda'(r)$ simule plus ou moins la forme réelle de la fonction d'origine $\Lambda(r)$. notre modèle préserve les propriétés physiques du taux de la fonction du moment cinétique spécifique, qui est le fait que le moment est maximal près de la planète et diminue progressivement aux distances lointaines.

Nous avons pris des valeurs pour n et n' de telle sorte que la nouvelle fonction se rapproche le plus possible de la fonction réelle, comme présentée sur la figure 3.3

Notre modèle préserve les propriétés physiques du taux de fonction de moment angulaire spécifique, qui est le fait que le moment est maximum proche de la planète et diminue progressivement lorsqu'il s'éloigne de celle-ci.

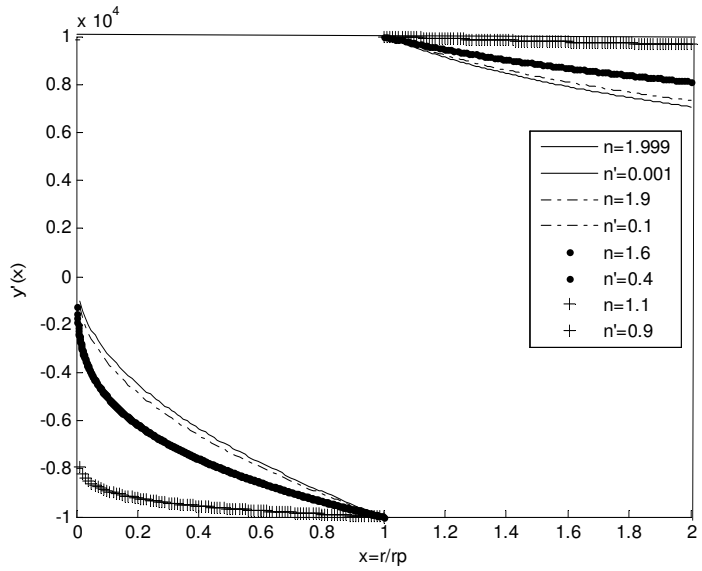


FIGURE 3.2 – *le taux du moment angulaire spécifique* $\Lambda'(r)$

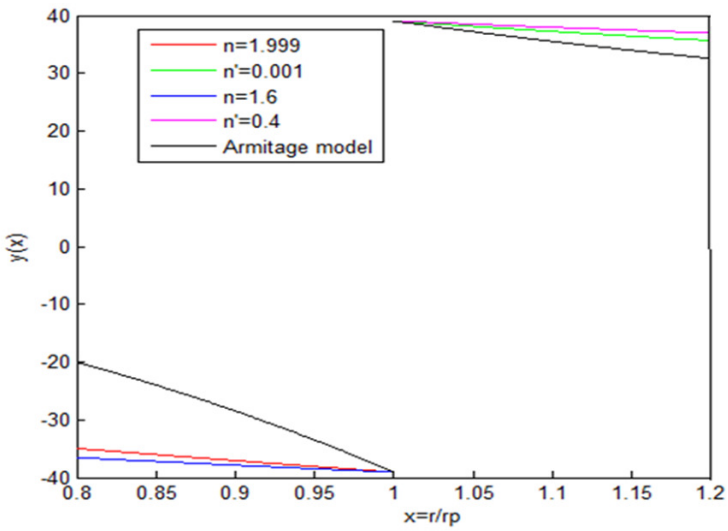


FIGURE 3.3 – *Les taux de moment angulaire spécifique du modèle d'Armitage et de notre modèle près de l'orbite de la planète*

En effet la dernière figure 3.3 du taux de moment angulaire spécifique du modèle d'Armitage et de notre modèle près de l'orbite de la planète illustre l'approche entre la nouvelle fonction d'approximation $\Lambda'(r)$ et la fonction $\Lambda(r)$ près de l'orbite de la planète pour différentes valeurs n, n'.

3.7 La modèle de migration planétaire

Nous donnons maintenant notre modèle simplifié avec une évolution qui est peu différente à partir du formulaire standard utilisé dans la littérature, par une nouvelle fonction approximative $\Lambda'(r)$ qui a été obtenu dans la dernière section. Dans notre modèle l'évolution des disques protoplanétaires est caractérisée par le transport visqueux de moment angulaire. Les planètes migrent sous l'influence de l'interaction de la marée avec le disque qui est soumis aux couples de marées des planètes.

Nous supposons que la forme du disque a une symétrie cylindrique de sorte que toutes les équations sont exprimées dans un système de coordonnées cylindriques. Maintenant l'évolution d'un disque protoplanétaire et une planète est décrite par l'équation suivante

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[3r^{1/2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\nu \Sigma r^{1/2}\right) - \frac{2\Lambda' \Sigma r^{3/2}}{(GM_*)^{1/2}}\right] \tag{3.2}$$

où $\Sigma(r,t)$ est la densité de surface du disque, t est le temps.

L'évolution visqueuse ordinaire du disque est donnée par le première terme sur le côté droit décrit par (Lynden-Bell 1974 ; Pringle 1981), et le second terme décrit l'effet du couple (torque) planétaire.

3.7.1 La solution de l'équation d'évolution

Nous nous limiterons au régime stationnaire

$\frac{\partial \Sigma(r,t)}{\partial t} = -\lambda \Sigma(r,t)$

où λ est une constante, donc nous exigons

$\Sigma(r,t) = \exp(-\lambda t) . \phi(r)$

où $\phi(r)$ est une fonction ne dépendant que de r. Substituant dans l'équation d'évolution, $\Lambda'(r)$ par son expression et sachant que
$\alpha = \frac{q\sqrt{GM_*}}{3s}.\left(\frac{r_p}{H}\right)^4$, $N = 1 - \frac{n}{2} > 0$ and $N' = 1 - \frac{n'}{2} > 0$ on obtient des équations différentielles homogènes du second ordre
pour $r < r_p$

$$r^2\phi''(r) + \left[2n + \frac{3}{2} - \alpha r^N\right] r\phi'(r) + \left[n^2 + \frac{n}{2} - \alpha\left(1 + \frac{n}{2}\right) r^N + \frac{\lambda}{3s} r^{2N}\right] \phi(r) = 0 \tag{3.3}$$

et dans le cas $r > r_p$

$$r^2\phi''(r) + \left[2n' + \frac{3}{2} + \alpha r^{N'}\right] r\phi'(r) + \left[n'^2 + \frac{n'}{2} + \alpha\left(1 + \frac{n'}{2}\right) r^{N'} + \frac{\lambda}{3s} r^{2N'}\right] \phi(r) = 0 \tag{3.4}$$

Cependant, cette dernière équation ne peut être résolue immédiatement. Ainsi, dans le domaine, $r < r_p$, nous définissons la nouvelle variable $Nx = \alpha r^N$ et après quelques algèbres
nous avons

$$(2-n)\, x\phi''(x) + [3(n+1) - (2-n)\, x]\, \phi'(x) + \left[\frac{\lambda}{3\alpha^2 s}(2-n)\, x + 2\frac{n(2n+1)}{(2-n)\, x} - (2+n)\right] \phi(x) = 0 \tag{3.5}$$

en substituant la fonction $\phi(x)$ par une nouvelle fonction $u(x)$ comme suit
$\phi(x) = x^b.\exp\left(-\frac{x}{2}\right).u(x)$
avec
$b = \frac{3}{2}\left(1 - \frac{3}{2-n}\right) < -\frac{3}{4}$
En insérant dans l'équation précédente , nous obtenons l'équation suivante

$$u''(x) + \left[-\beta + \frac{\gamma}{x} + \frac{\delta}{x^2}\right] u(x) = 0 \tag{3.6}$$

où $\beta = \frac{3}{4} + \frac{\lambda}{3\alpha^2 s}$
$\gamma = \frac{1}{2}\frac{n-1}{2-n}$

$\delta = \frac{(n-1)(n-3)}{4(n-2)^2}$

En adoptant la nouvelle variable $z = 2x\sqrt{\beta}$, on obtient l'équation de Whittaker (Gradshteyn 1980)

$$u''(z) + \left[-\frac{1}{4} + \frac{\kappa}{z} + \frac{\frac{1}{4} - \mu^2}{z^2}\right] u(z) = 0 \tag{3.7}$$

où $\kappa = \frac{\gamma}{2\sqrt{\beta}} = \left(\frac{n-1}{2-n}\right)\frac{\Delta}{2}$

où $\Delta = \left(3 + \frac{4\lambda}{3\alpha^2 s}\right)^{-\frac{1}{2}}$

et $2\mu = \sqrt{1-4\delta} = \frac{1}{2-n}$

La solution de cette équation différentielle est de la forme :

$$u(x) = C_1 M_{\kappa,\mu}\left(2x\sqrt{\beta}\right) + C_2 W_{\kappa,\mu}\left(2x\sqrt{\beta}\right) \tag{3.8}$$

où $M_{\kappa,\mu}(z), W_{\kappa,\mu}(z)$ sont les fonctions bien connues de Whittaker, C_1 et C_2 sont deux constantes, en fonction des conditions aux limites à $r = 0$ et $r = \infty$.

Retournons à la fonction d'origine de $\phi(r)$, nous obtenons pour le cas $r < r_p$

$$\Sigma(r,t) = \left(\frac{\alpha r^N}{N}\right)^b \exp(-\lambda t)\exp\left(-\frac{\alpha r^N}{2N}\right)\left[C_1 M_{\kappa,\mu}\left(\frac{2\alpha}{N}\sqrt{\beta}r^N\right) + C_2 W_{\kappa,\mu}\left(\frac{2\alpha}{N}\sqrt{\beta}r^N\right)\right] \tag{3.9}$$

et dans le cas $r > r_p$

$$\Sigma(r,t) = \left(-\frac{\alpha r^{N\prime}}{N'}\right)^b \exp(-\lambda t)\exp\left(\frac{\alpha r^{N\prime}}{2N'}\right)\left[C_1' M_{\kappa,\mu}\left(-\frac{2\alpha}{N'}\sqrt{\beta}r^{N\prime}\right) + C_2' W_{\kappa,\mu}\left(-\frac{2\alpha}{N'}\sqrt{\beta}r^{N\prime}\right)\right] \tag{3.10}$$

où C_1'et C_2' sont deux constantes en fonction des conditions aux limites à $r = 0$ et $r = \infty$.

3.7.2 Conditions aux limites

La dynamique du disque d'accrétion décrite par l'équation différentielle est un problème de valeur initiale, et généralement la condition aux limites a une influence sur la solution globale. Ainsi, les conditions aux limites imposées à l'accrétion disque sont importants. La limite extérieure $r \to \infty$ est une surface en expansion libre.

Nous considérons différentes conditions aux limites ; zéro stress ou pas d'accrétion à la limite intérieure, $r = 0$ et le flux de masse nulle à la limite éxtérieure $r \to \infty$.

Tout d'abord nous avons les cas limites comme $z \to 0$ (Gradshteyn 1980)

$M_{\kappa,\mu}(z) \sim z^{\frac{1}{2}+\mu}$

$W_{\kappa,\mu}(z) \sim \frac{\Gamma(2\mu)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}+\mu-\kappa\right)} z^{\frac{1}{2}-\mu} + \frac{\Gamma(-2\mu)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}-\mu-\kappa\right)} z^{\frac{1}{2}+\mu}$

et comme $z \to \infty$

$M_{\kappa,\mu}(z) \sim \frac{\Gamma(1+2\mu)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}+\mu-\kappa\right)} e^{\frac{1}{2}z} z^{-\kappa}$

$W_{\kappa,\mu}(z) \sim e^{-\frac{1}{2}z} z^{\kappa}$

et nous remarquons que

$\frac{3}{4} < \frac{1}{2} + \mu < 1$

$0 < \frac{1}{2} - \mu < \frac{1}{4}$

puis parce que la fonction Whittaker $W_{\kappa,\mu}(z)$ a un amortissement exponentiel dans le domaine $r > r_p$ nous mettons

$$\Sigma(r,t) = C' \left(-\frac{\alpha r^{N\prime}}{N'}\right)^{b} \exp(-\lambda t) \exp\left(\frac{\alpha r^{N\prime}}{2N'}\right) W_{\kappa,\mu}\left(-\frac{2\alpha}{N'}\sqrt{\beta} r^{N\prime}\right) \tag{3.11}$$

et pour $r < r_p$ nous avons

$$\Sigma(r,t) = \left(\frac{\alpha r^{N}}{N}\right)^{b} \exp(-\lambda t) \exp\left(-\frac{\alpha r^{N}}{2N}\right) \left[C_1 M_{\kappa,\mu}\left(\frac{2\alpha}{N}\sqrt{\beta} r^{N}\right) + C_2 W_{\kappa,\mu}\left(\frac{2\alpha}{N}\sqrt{\beta} r^{N}\right)\right] \tag{3.12}$$

alors pour $r \to 0$ on a

$$\Sigma(r,t) \simeq \left(\frac{\alpha}{N}\right)^{b} \exp(-\lambda t) \exp\left(-\frac{\alpha r^{N}}{2N}\right) [C_1 u_1 + C_2 u_2] \tag{3.13}$$

où

$$u_1 = \left(\frac{2\alpha}{N}\sqrt{\beta}\right)^{\frac{1}{2}+\mu} r^{N\left(b+\frac{1}{2}+\mu\right)} \tag{3.14}$$

$$u_2 = \frac{\Gamma(2\mu)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}+\mu-\kappa\right)} \left(\frac{2\alpha}{N}\sqrt{\beta}\right)^{\frac{1}{2}-\mu} r^{N\left(b+\frac{1}{2}-\mu\right)} + \frac{\Gamma(-2\mu)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}-\mu-\kappa\right)} \left(\frac{2\alpha}{N}\sqrt{\beta}\right)^{\frac{1}{2}+\mu} r^{N\left(b+\frac{1}{2}+\mu\right)} \tag{3.15}$$

mais le terme $r^{N\left(b+\frac{1}{2}+\mu\right)}$ tend à l'infini à $r = 0$ on met alors $C_2 = 0$.

donc, nous avons pour $r < r_p$

$$\Sigma(r,t) = C\left(\frac{\alpha r^N}{N}\right)^b \exp(-\lambda t)\exp\left(-\frac{\alpha r^N}{2N}\right) M_{\kappa,\mu}\left(\frac{2\alpha}{N}\sqrt{\beta}r^N\right) \tag{3.16}$$

Enfin, nous avons pour $r < r_p$ et $r > r_p$ respectivement les valeurs suivantes

$$\Sigma(r,t) = C\left(\frac{\alpha r^N}{N}\right)^b \exp(-\lambda t)\exp\left(-\frac{\alpha r^N}{2N}\right) M_{\kappa,\mu}\left(\frac{2\alpha}{N}\sqrt{\beta}r^N\right) \tag{3.17}$$

$$\Sigma(r,t) = C'\left(-\frac{\alpha r^{N\prime}}{N'}\right)^b \exp(-\lambda t)\exp\left(\frac{\alpha r^{N\prime}}{2N'}\right) W_{\kappa,\mu}\left(-\frac{2\alpha}{N'}\sqrt{\beta}r^{N\prime}\right) \tag{3.18}$$

3.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une solution sous forme analytique de l'équation d'évolution d'un disque protoplanétaire. D'où l'importance du deuxième terme à droite de l'équation d'évolution, qui décrit l'effet du couple planétaire, spécialement près de l'orbite de la planète. Nous avons suggéré un taux approximatif $\Lambda'(r)$ du moment angulaire spécifique qui ont le même forme de $\Lambda(r)$ près de l'orbite de la planète. Nous avons trouvé que la densité de surface Σ est représentée par la fonction Whittaker.

Conclusion générale

Les résultats présentés dans cette thèse tentent d'apporter quelques éléments de réponse sur les propriétés des disques d'accrétions, leurs géométries et leurs structures, plus précisément les processus d'accrétion des disques protoplanétaires.

Pour obtenir en détail ces résultats, nous avons présenté dans la première partie, un aperçu général sur les concepts fondamentaux des phénomènes d'accrétions qu'on rencontre dans les différents systèmes astrophysiques.

Ensuite, on a calculé dans la deuxième partie le développement de la densité de surface du disque d'accrétion en fonction des lois de conservation de la masse et du moment angulaire.

Mais dans la troisième partie, on a étudié la migration des planètes massives dans les disques protoplanétaire ; l'étude nous permet de contraindre l'évolution de la densité de surface, d'où l'importance du deuxième terme à droite de l'équation d'évolution, qui décrit l'effet du couple planétaire, notamment à proximité de l'orbite planétaire ; nous avons suggéré un taux approximatif $\Lambda'(r)$ du moment angulaire spécifique qui a la même forme de $\Lambda(r)$ près de l'orbite de la planète. Le choix de $\Lambda'(r)$ est basé sur l'idée d'expression de viscosité proposée précédemment par (Lynden-Bell et Pringle, 1974). On a trouvé une solution analytique de l'équation d'évolution.

Ce que nous avons réalisé dans ce travail est un bon point de départ qui nous a amené à proposer des suggestions et des idées qui peuvent ouvrir de nombreuses perspectives pour les prochains travaux de recherche, en ce qui concerne

les études théoriques du processus d'accrétion, et nous permet de contribuer à l'étude de la migration planétaire.

Chapitre A

Annexe

A.1 Le diagramme de Hertzsprung-Russel

Deux astronomes ont pensé à classer sur un tableau les étoiles connues en fonction de leur couleur (abscisse) et de leur magnitude (ordonnée). Et là, surprise, pas de distribution aléatoire, mais des courbes regroupant la majorité des étoiles. Le diagramme de Hertzsprung-Russel est un outil fondamental pour comprendre l'évolution des étoiles. La température d'une étoile est équivalente à sa couleur. Sa luminosité est dépendante de sa masse.

En positionnant les étoiles sur ce diagramme, on s'aperçoit que la grande majorité des étoiles se situe dans une bande qui va d'en haut à gauche (très chaud et très lumineux) vers le bas à droite (froid et peu lumineux). Cette bande est appelée la séquence principale. Les étoiles de la séquence principale sont classées en 7 groupes principaux, appelés classes spectrales, des plus chaudes vers les plus froides : O, B, A, F, G, K, M. Toujours du plus chaud vers le plus froid.

Ainsi les étoiles les plus chaudes, O et B, sont bleues, tandis que les plus froides, du groupe M, sont rouges. Notre soleil est une étoile de classe G2 , ce qui corres-

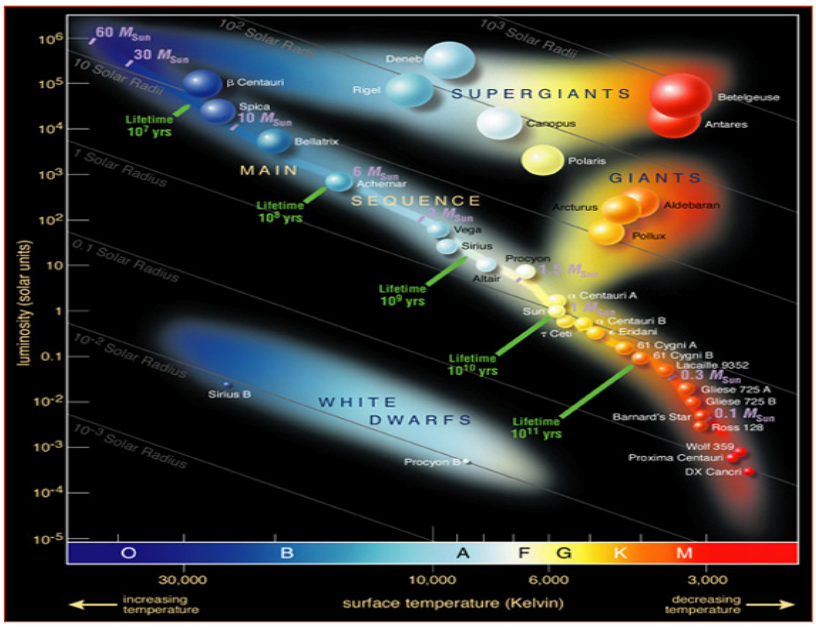


FIGURE A.1 – *Le diagramme de Hertzsprung-Russel*

pond à une température de surface d'environ 6000 K. Il rayonne donc principalement dans le jaune.

Pour définir le type spectral complet d'une étoile, on ajoute une classification indiquée en chiffres romains relative à la luminosité de l'étoile : de Ia, les supergéantes lumineuses, à V, les étoiles de la séquence principale.

Voici le positionnement de certaines étoiles connues :

Rigel $B8\ Ia$, Bételgeuse $M2\ Iab$, Canopus $F0\ Ib$, Arcturus $K3\ III$

Achernar $B3\ V$, Véga $A0\ V$, Sirius $A1\ V$, le Soleil $G2\ V$

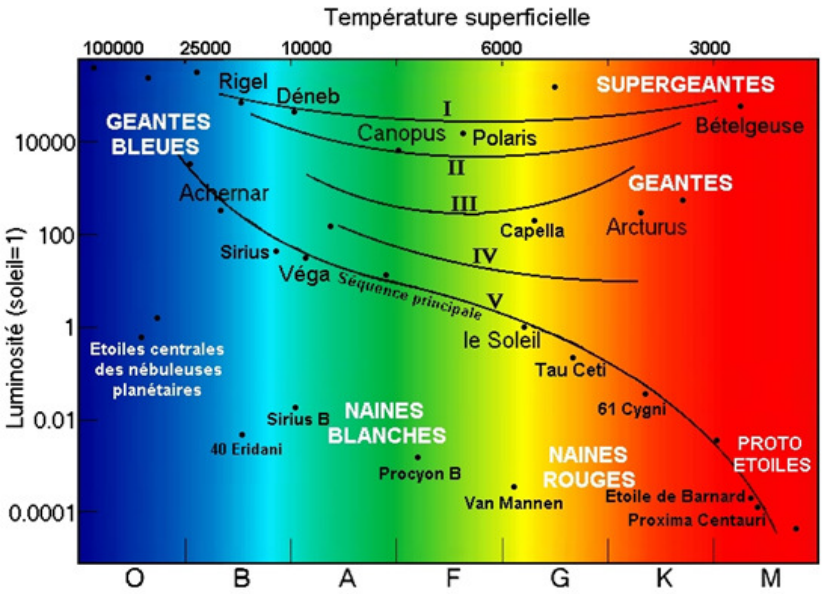


FIGURE A.2 – *Classe spectrale*

A.2 La fin des étoiles

La fin d'une étoile moyenne ($0,5$ à $8M_\odot$)

Réaction	Température (en millions de K)
Combustion de l'hydrogène	10
Contraction du noyau	
Combustion de l'hélium	100
Contraction du noyau	

A.2.1 Une naine blanche

Pour une étoile dont la masse du cœur est inférieure à la masse critique dite de Chandrasekhar (1.44 fois $M_\odot$), le processus s'arrête lorsque tout l'hélium est épuisé. Le noyau de carbone devient alors inerte, les processus de fusion ralentissent et l'étoile commence doucement à s'éteindre. Le cœur de l'étoile, n'ayant plus de carburant pour contrer la gravitation, continue à s'effondrer sur lui-même

jusqu'à ce que la densité soit si grande qu'elle va obliger les électrons à quitter leurs orbites autour des noyaux.

Or le principe de Pauli (mécanique quantique), interdit à des électrons de se trouver tous dans le même état d'énergie. Ce principe va créer une pression de dégénérescence qui va stopper l'effondrement de l'étoile en s'opposant à la gravitation.

Au sein de son enveloppe de gaz et de poussières en dilatation, l 'étoile résiduelle se contracte et se réchauffe passant en quelques milliers d 'années de la géante rouge puis orange puis jaune, à la naine verte puis bleue puis UV, qui visuellement apparaît comme une naine blanche. Les restes éparpillés de cette enveloppe forment ce que l'on nomme une nébuleuse planétaire. Celle-ci va se disperser dans le milieu interstellaire en quelques centaines de milliers d'années. Une naine blanche est typiquement de la taille de la Terre, pour une masse considérable. La densité y est énorme : un verre d'eau rempli de matière pèse plus de 50 tonnes.

Figure A.3 – *Une naine blanche et nébuleuse planétaire*

La fin d'une étoile massive ($> 8M_\odot$)

Réaction	Température (en millions de K)
Combustion de l'hydrogène	10
Contraction du noyau	
Combustion de l'hélium	100
Contraction du noyau	
Combustion du carbone	600
Contraction du noyau	
Combustion de l'oxygène	1500
Contraction du noyau	
Combustion du silicium	4000
Contraction du noyau	
Photodissociation du fer	6000

A.2.2 Une étoile à neutrons et un trou noir

La fin des réserves d'hydrogène du noyau : Pour les étoiles $> 8M_\odot$, la fin des réserves d'hydrogène du noyau entraîne un manque d'énergie, ce qui déclenche la contraction du noyau.

La phase super géante rouge : La contraction du noyau élève température et pression, déclenchant la fusion de l'hydrogène dans une coquille d'hydrogène autour du cœur. Cette chaleur engendre une dilatation démesurée de son enveloppe et sa luminosité va croître rapidement. L'étoile devient une étoile variable. Son diamètre peut augmenter d'un facteur 200. L'étoile quitte la Séquence principale et se transforme en super géante rouge.

Fusions de l'hélium, du carbone, de l'oxygène... : Pour les étoiles de 8 à $40M_\odot$ le noyau devient si chaud qu'il fusionne de plus en plus rapidement, épuisant les réserves de combustible très vite, ce qui provoque une contraction du noyau, suivie d'une élévation de température et d'une nouvelle fusion avec un autre élément atomique plus lourd, donc demandant plus de température pour fusionner.

A 100 millions de degrés le noyau d'hélium se transforme en carbone puis en oxygène. Vers 7 ou 800 millions de degrés, les noyaux de carbone et d'oxygène se transforment en néon puis en sodium. Au-delà de 1 milliard de degrés, le cœur d'une étoile de $15M_\odot$ se transforme en silicium puis en nickel et se désintègre en fer. Cette transformation physique est rapide et d'autant plus que la masse de l'étoile est importante. Les éléments autres qu'hydrogène et hélium sont peu abondants.

La supernova de type II : explosion d'origine gravitationnelle (effondrement de l'étoile). Si la masse finale du cœur dépasse $3M_\odot$ les réactions en chaîne peuvent s'emballer, la température du noyau montant jusqu'à 1 milliard de degrés. Pendant les phases de combustion de l'hydrogène et de l'hélium, l'énergie produite se faisait essentiellement sous forme de photons qui en interagissant avec le gaz de l'étoile, maintenaient une pression élevée. Au-delà de la combustion du carbone, la température centrale dépasse 1 milliard de degrés ; la majeure partie de l'énergie s'échappe sous forme de neutrinos, sans interaction, et qui sont donc incapables de la réchauffer. Pour compenser cette véritable hémorragie énergétique, l'étoile brûle son combustible restant de plus en plus vite et de plus en plus intensément.

L'évolution se termine quand dans le cœur, le silicium se transforme en fer, l 'élément le plus stable de la nature. Les neutrinos sont des particules de masse quasi nulle, qui ont la propriété de pouvoir traverser une étoile entière sans être arrêtés. Le fer étant incapable de fusionner en donnant de l'énergie, cette dernière qui compensait la pression de gravitation vient à manquer. La « tenace » gravitation ne rencontrant plus d'opposition, la contraction du cœur reprend. Quand sa masse atteint la masse critique dite de Chandrasekhar, (1.44 fois $M_\odot$), il s'effondre brutalement sur lui-même, en entraînant les couches externes de l'étoile. Les parties les plus denses de l'étoile tombent les premières, et en quelques millisecondes un corps extraordinairement dense se forme, atteignant la densité des noyaux atomiques eux-mêmes, soit 200 milliards de tonnes par cm^3.

A ces densités, les électrons entrent dans les protons des noyaux pour former des neutrons et il se forme une pré-étoile à neutrons. La compression du noyau est stoppée. Cette explosion possède assez d'énergie (150 milliards de degrés) pour déclencher d'ultimes réactions de fusion, permettant ainsi la synthèse d'éléments plus lourds que le fer : zinc, or, mercure, plomb, etc.

Tous les éléments que l'on peut trouver sur la Terre, à l'exception de l'hydrogène et de l'hélium, proviennent ainsi de l'explosion de supernovae. Après la phase supernovaII, le reste du coeur s'effondre sur lui-même et s'il n'atteint pas le rayon de Schwarzschild, devient une étoile à neutrons.

Dans le cas contraire, qui concerne les étoiles de masse $> 30M_{\odot}$, il devient un trou noir.

Le principe de Pauli interdit à deux neutrons de se trouver dans le même état au même endroit. C'est lui qui va permettre au résidu de l'étoile de compenser la force de gravitation par la pression de dégénérescence engendrée par ces neutrons.

C'est une bille lisse et dure, où la plus grosse montagne ne dépasse pas le micron...

L'écorce de l'étoile se compose essentiellement de fer.

La fin de type trou noir : Après la phase supernovaII, le reste du cœurs s'effondre sur lui-même et s'il atteint le rayon de Schwarzschild, devient un trou noir.

Ce trou noir n'a pas de surface matérielle ; la matière est réduite à un point de densité infinie, appelé singularité. La « surface » du trou noir est appelée l'horizon, sa taille est appelé « rayon de Schwarzschild ». Un trou noir est invisible

On trouvera dans le tableau suivant quelques caractéristiques pour les trois types d'objets compacts (Mickaël Coriat 2010).

Astre	Masse M_* ($M_{\odot}$)	Rayon r (km)	Densité ρ (kgm^{-3})	Compacité Ξ
Naine blanche	0.1 à 1.4	$\sim 10^4$	$\sim 10^9$ à 10^{10}	10^{-4} à 10^{-3}
Etoile à neutrons	1 à ~ 3	~ 10	$\sim 10^{18}$	~ 0.2
Trou noire stellaire	$> \sim 3$	$9(M_* - 3M_{\odot})$	∞	1
Trou noir supermassif	10^6 à 10^9	~ 20 UA	∞	1

Table 1 : Caractéristiques moyennes des objets compacts

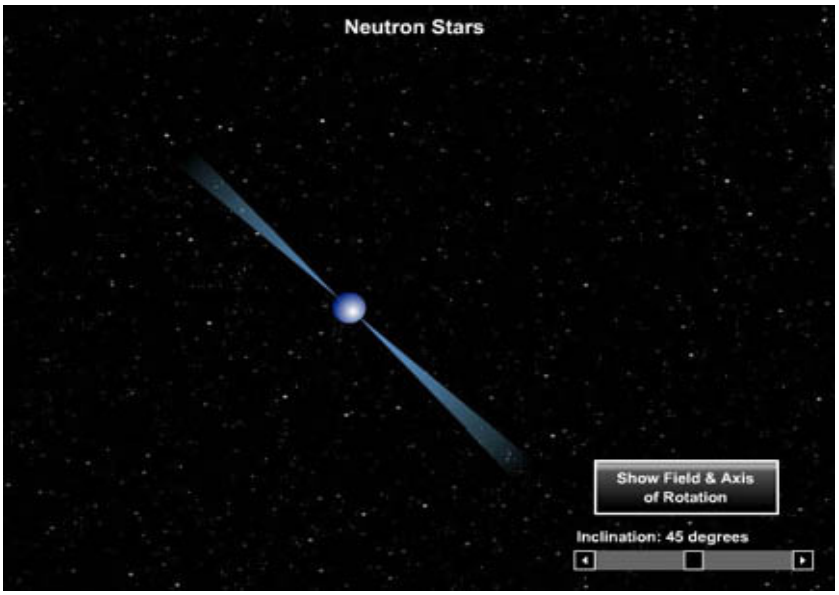


Figure A.4 – *Une étoile à neutrons*

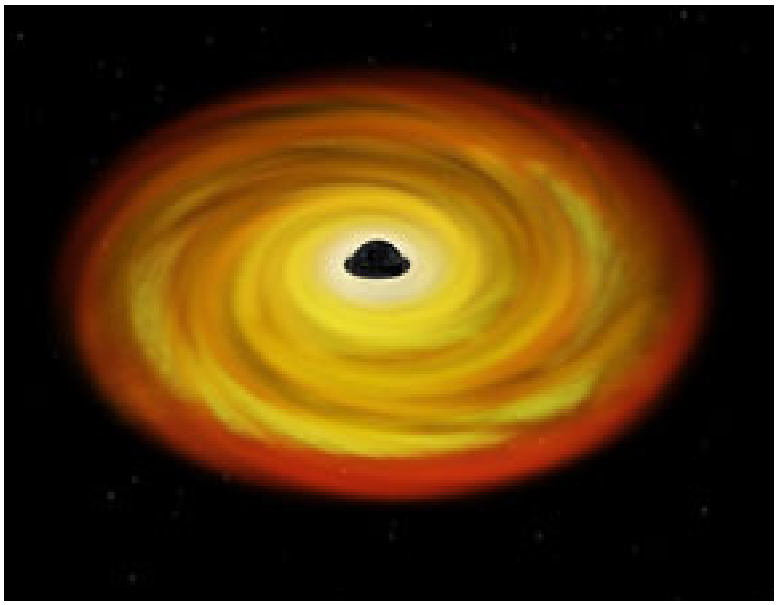


Figure A.5 – *Un trou noir*

Bibliographie

[1972] Abramowitz,M., stegun, I.A., 1972, Handbook of Mathematical function,d Mahematics,United States

[2006] Alexander RD, Clarke CJ, Pringle JE, 2006, MNRAS, **369**, 229

[2007] Andrews, SM., Williams, JP., 2007, Astrophys, **659**, 705

[2007] Armitage, P. J., 2007, ArXiv e-prints : 0701485

[2002] Armitage P. J., Livio M., Lubow S. H., Pringle J. E., 2002, MNRAS, **334**,248

[1997] Bahcall J.N., Kirhakos S., Saxe D.H., Schneider D.P., 1997, ApJ, **479**, 64

[2003] Balbus,S. A., 2003, ARA&A, **41**, 555

[1998] Balbus, S. A. ;Hawley, J. F., 1998, Reviews of Modern Physics, **70**,1

[2007] Bally,J. , Reipurth, B. , Davis, C. J., 2007,Protostars and Planets **215**

[2009] Barbara Ryden, 2009, Radiative Gas Dynamics, Astronomy, **825**

[2015] Barnett,R. , Warren, S. J. , Banerji, M. , McMahon, R. G. , Hewett, P. C. , Mortlock, D. J. , Simpson, C. , Venemans, B. P. , Ota,K. , Shibuya, T. , 2015, A&A, **575**, A31

[1994] Bell, K. R., Lin, D. N. C., 1994, ApJ, **427**, 987

[1988] Bertout, C., Basri, G., Bouvier, J., 1988, Astrophysical Journal, **330**, 350

[2000] Brian Davies, 2000, integral transfoms and their applications third Edition, Austration National University

[1998] Chaty,S. ,1998, étude multi-longueur d'onde du microquasar GRS 1915+105 et de sources binaires de haute énergie de la Galaxie. PhD thesis, Université Paris Diderot

[1997] Chiang, E. I., Goldreich, P., 1997, ApJ, **490**, 368

[2001] Claret,A. , Giménez, A. , 2001, LNP, **563**, 1

[2007] Clarke,C. J. , Carswell, R. F. , 2007, Principles of astrophysical fluid dynamics,Cambridge university press

[2007] Crida,A., Morbidelli, A., 2007, MNRAS, **334**, 1324

[2007] Currie, T., Balog, Z., Kenyon, S. J., Rieke, G., Prato, L., Young, E. T., Muzerolle,J., Clemens, D. P., Buie, M., Sarcia, D., Grabu, A., Tollestrup, E. V., Taylor,B., Dunham, E., & Mace, G. 2007, ApJ, **659**, 599

[2008] D'Angelo G, Lubow SH., 2008, Astrophys. J., **685**, 560

[2007] Ferreira,J. , Dougados, C. ,Whelan, E. , 2007, Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag, **723**

[1992] Frank, J., King, A., Raine, D., 1992, Accretion power in astrophysics, Cambridge University Press

[1980] Goldreich, P., Tremaine, S. 1980, ApJ, **241**, 425

[1980] Gradshteyn, I.S. , Ryzhik, I.M., 1980, in : Table of Integrals, Series and Products,(Academic Press)

[1998] Gullbring, E., Hartmann, L., Bricéno, C., Calvet, N., 1998, Astrophys J, **492**, 323

[2001] Haisch KE, Lada EA, Lada CJ, 2001, Astrophys. J, **553**, 153

[1998] Hartmann,L., 1998. Accretion Processes in Star Forma-tion. Cambridge University Press

[1996] Hartmann, L., Kenyon, S. J., 1996 ,Annual Review of Astronomy and Astrophysics, **34**, 207

[2005] Hartmann L, Megeath ST, Allen L, Luhman K, Calvet N, et al, 2005, Astrophys. J, **629**, 881

[2010] Heng,K. , Tremaine, S., 2010, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **401**, 867

[2001] Huré, J.-M., Galliano, F., 2001, Astronomy & Astrophysics, **366**, 359

[2000] Ikoma M, Nakazawa K, Emori H. 2000. Astrophys. J. **537**, 1013

[2003] Inaba S, Ikoma M. 2003. Astron.Astrophys. **410**, 711

[2003] Inaba S,Wetherill GW, Ikoma M. 2003. Icarus **166**, 46

[1993] Jaffe, W., Ford, H. C., Ferrarese, L., van den Bosch, F. et al., 1993, Nature **364**, 213

[1999] Kembhavi, A. K. , Narlikar, J. V. , 1999, Quasars and active galactic nuclei : an introduction. Cambridge University Press

[1987] Kenyon, S. J.,Hartmann, L., 1987, ApJ, **323**, 714

[2004] Krause M, Blum J. 2004. Phys. Rev. Lett. **93**, 021103

[1941] Kuiper G.P., 1941, APj, **93**, 133

[2007] Lesur, G., 2007, Instabilités et sources locales de turbulence dans les disques d'accrétion, thèse de doctorat, Université Grenoble I-Joseph-Fourier

[1980] Lin, D. N. C., Papaloizou, J., 1980, MNRAS, **191**, 37

[1986] Lin, D. N. C., Papaloizou, J. 1986, ApJ, **309**, 846

[1993] Lin, D. N. C., Papaloizou, J. C. B. 1993, in Protostars and Protoplanets III, ed. E. H. Levy &J. I. Lunine (Tucson : University of Arizona Press), **749**

[1996] Lin, D. N. C.,Papaloizou, J. C. B., 1996, Annual Review of Astron and Astrophys, **34**, 703

[1969] Lynden-Bell D 1969 Nature **223**, 690

[1974] Lynden-Bell, D., Pringle, J.E, 1974, MNRAS, **168**, 603

[2006] Lubow,S. H., D'Angelo, G., 2006, ApJ, **641**, 526

[1952] L¨ust R., 1952, Z.Naturforsch, **7a**, 87

[2003] Masset,F. S., Papaloizou, J. C. B., 2003, ApJ, **588**, 494

[2010] Mickaël CORIAT, 2010, Jets relativistes des trous noirs accrétants, thèse de doctorat, l'Université Paris Diderot

[1998] Mirabel,I. F. , Dhawan, V. , Chaty, S. , Rodriguez,L. F. , Marti, J. , Robinson, C. R. , Swank,J. , Geballe, T. , 1998, Astronomy and Astrophysics, **330**, L9–L12

[1994] Mirabel,I. F. , Rodriguez, L. F., 1994, Nature, **371**, 46

[1992] Mirabel,I. F. , Rodriguez, L. F. ,Cordier, B. , Paul, J. , Lebrun, F. , 1992, Nature, **358**, 215

[1990] Morfill,G. E. , Sterzik, M. , 1990, Protoplanetary disks : Observations and physical processes. Dans B. Battrick, éditeur, ESA Special Publication, **315**, 219

[2011] Mortlock,D. J. , Warren,S. J. , Venemans, B. P. , Patel, M. , Hewett, P. C. , McMahon, R. G. , Simpson,C. , Theuns, T. , Gonzàles-Solares, E. A., Adamson, A. , Dye, S. , Hambly, N. C. , Hirst,P. , Irwin,M. J. , Kuiper,E. , Lawrence, A. , Rottgering, H. J. A., 2011, Nature, **474**, 616

[1995a] Narayan, R., Yi, I., 1995a, Astrophysical Journal, **444**, 231

[1995b] Narayan, R., Yi, I., 1995b, Astrophysical Journal, **452**, 710+

[2001] Natta, A., Prusti, T., Neri, R., et coll. 2001, Astronomy & Astrophysics, **371**, 186

[2000] Nelson,R. P., Papaloizou, J. C. B.,Masset, F.,Kley,W., 2000, MNRAS, **318**, 18

[2005] Ogilvie G. I., , 2005, Unpublished lecture notes on "Accretion Discs"

[1980] Paczynski,B. , 1980, Acta Astronomica, **30**, 347

[2006] Pascucci I, Gorti U, Hollenbach D, Najita J, Meyer MR, et al, 2006, Astrophys. J, **651**, 1177

[2015] Paul Charbonneau, 2015, cour PHY-6756 Fluides astrophysiques , Université de Montréal

[2011] Perryman, M. 2011, The Exoplanet Handbook, Cambridge University Press

[2009] Plavchan, P.,Werner, M. W., Chen, C. H., Stapelfeldt, K. R., Su, K. Y. L., Stauffer,J. R., & Song, I. 2009, ApJ, **698**, 1068

[1994] Pollack,J. B. , Hollenbach,D. ,Beckwith, S. , Simonelli,D. P. ,Roush, T. and Fong,W., 1994, ApJ, **421**, 615

[1996] Pollack JB, Hubickyj O, Bodenheimer P, Lissauer JJ, Podolak M, Greenzweig Y. 1996. Icarus **124**, 62

[1968] Prendergast, K. H., and Burbidge, G. R. 1968, Ap. J. (Letters), **151**, L83

[1981] Pringle,J. E.,1981, ARA&A, **19**, 137

[2007] Pudritz,R. E., Ouyed, R. , Fendt, C., Brandenburg, A. , 2007, Protostars and Planets V, pages 277–294

[2010] Raymond, S. N. 2010, Formation of Terrestrial Planets, ed. R. Barnes, **123**

[2006] Remillard,R. A. ,McClintock, J. E., 2006, Annual Review of Astronomy and Astrophysics, **44**, 49

[1999] Richard, D.,Zahn, J., 1999, Astronomy & Astrophysics, **347**, 734

[2007] Scott ERD. 2007. Annu. Rev. Earth Planet. Sci. **35**, 577

[1973] Shakura, N. I., Sunyaev, R. A., 1973, Astron. &Astrophys, **24**, 337

[1976] Shapiro, S. L., Lightman, A. P., Eardley, D. M., 1976, Astrophysical Journal, **204**, 187

[1996] Takeuchi, T., Miyama, S. M., Lin, D. N. C., 1996, ApJ, **460**, 832

[1984] Terebey, S., Shu, F. H., Cassen, P., 1984, Astrophysical Journal, **286**, 529

[1998] Trilling D. E., Benz W., Guillot T., Lunine J. I., HubbardW. B., Burrows A.,1998, ApJ, **500**, 428

[2002] Trilling D. E., Lunine J. I., Benz W., 2002, A&A, **394**, 241

[2006] Varnière P, Blackman EG, Frank A, Quillen A, 2006, Astrophys. J, **640**, 1110

[1997a] Ward, W. R., 1997a, Icarus, **126**, 261

[1997b] Ward, W. R., 1997b, ApJ, **482**, L211

[1989] Ward, W. R., Hourigan, K., 1989, ApJ, **347**, 490

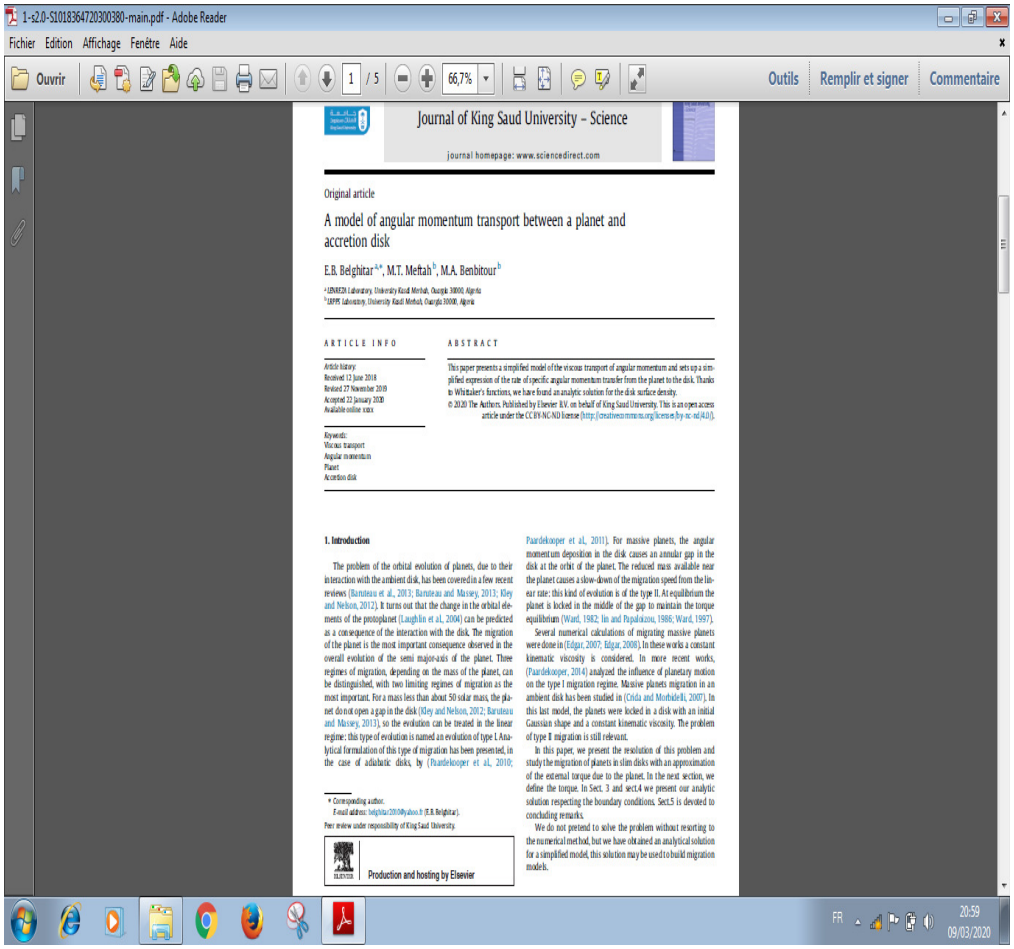
[1984] Weidenschilling SJ. 1984. Icarus **60**, 553

[1997] Weidenschilling SJ. 1997. Icarus **127**, 290

[2015] Wu,X.-B. , Wang, F. , Fan, X. , Yi,W. , Zuo, W. , Bian, F., Jiang, L. , McGreer, I. D. , Wang, R. , Yang,J. , Yang, Q. , Thompson, D., Beletsky, Y., 2015, Nature, **518**, 512

[2005] Wurm G, Paraskov G, Krauss O. 2005. Icarus, **178**, 253

PUBLICATION



1-s2.0-S1018364720300380-main.pdf - Adobe Reader

Fichier Edition Affichage Fenêtre Aide

Ouvrir 1 / 5 66,7% Outils Remplir et signer Commentaire

Journal of King Saud University – Science

journal homepage: www.sciencedirect.com

Original article

A model of angular momentum transport between a planet and accretion disk

E.B. Belghitar [a,*], M.T. Meftah [b], M.A. Benbitour [b]

[a] LENREZA Laboratory, University Kasdi Merbah, Ouargla 30000, Algeria
[b] LEPPS Laboratory, University Kasdi Merbah, Ouargla 30000, Algeria

ARTICLE INFO

Article history:
Received 12 June 2018
Revised 27 November 2019
Accepted 22 January 2020
Available online xxxx

Keywords:
Viscous transport
Angular momentum
Planet
Accretion disk

ABSTRACT

This paper presents a simplified model of the viscous transport of angular momentum and sets up a simplified expression of the rate of specific angular momentum transfer from the planet to the disk. Thanks to Whittaker's functions, we have found an analytic solution for the disk surface density.

1. Introduction

The problem of the orbital evolution of planets, due to their interaction with the ambient disk, has been covered in a few recent reviews (Baruteau et al., 2013; Baruteau and Massey, 2013; Kley and Nelson, 2012). It turns out that the change in the orbital elements of the protoplanet (Laughlin et al., 2004) can be predicted as a consequence of the interaction with the disk. The migration of the planet is the most important consequence observed in the overall evolution of the semi major-axis of the planet. Three regimes of migration, depending on the mass of the planet, can be distinguished, with two limiting regimes of migration as the most important. For a mass less than about 50 solar mass, the planet do not open a gap in the disk (Kley and Nelson, 2012; Baruteau and Massey, 2013), so the evolution can be treated in the linear regime: this type of evolution is named an evolution of type I. Analytical formulation of this type of migration has been presented, in the case of adiabatic disks, by (Paardekooper et al., 2010; Paardekooper et al., 2011). For massive planets, the angular momentum deposition in the disk causes an annular gap in the disk at the orbit of the planet. The reduced mass available near the planet causes a slow-down of the migration speed from the linear rate: this kind of evolution is of the type II. At equilibrium the planet is locked in the middle of the gap to maintain the torque equilibrium (Ward, 1982; Ilin and Papaloizou, 1986; Ward, 1997).

Several numerical calculations of migrating massive planets were done in (Edgar, 2007; Edgar, 2008). In these works a constant kinematic viscosity is considered. In more recent works, (Paardekooper, 2014) analyzed the influence of planetary motion on the type I migration regime. Massive planets migration in an ambient disk has been studied in (Crida and Morbidelli, 2007). In this last model, the planets were locked in a disk with an initial Gaussian shape and a constant kinematic viscosity. The problem of type II migration is still relevant.

In this paper, we present the resolution of this problem and study the migration of planets in slim disks with an approximation of the external torque due to the planet. In the next section, we define the torque. In Sect. 3 and sect.4 we present our analytic solution respecting the boundary conditions. Sect.5 is devoted to concluding remarks.

We do not pretend to solve the problem without resorting to the numerical method, but we have obtained an analytical solution for a simplified model, this solution may be used to build migration models.

* Corresponding author.
E-mail address: belghitar2010@yahoo.fr (E.B. Belghitar).

Peer review under responsibility of King Saud University.

Production and hosting by Elsevier

FR 20:59 09/03/2020