جامعة قاصدي مـــــــــــــــرباح ورقلة

كلية الرياضيات و علــــوم المادة

قســـم الفـــــــــــــــــــــــــــــــــــــــيزياء

مذكرة ماستر أكاديـمي

مــــــــجال : علوم المادة

شعبة : فيزياء

تخصص : فيزياء طاقوية و طاقات متجددة

مقدمة من طرف الطالبتين :جموعي خيرة وبوزيان كريمة

بــــــــــعنوان :

دراسة تحليلية لمعادلة الطاقة الحركية للموائع وتطبيقها على الوصلات الأنبوبية

محسن حسين	جامعة قاصدي مرباح - ورقلة	أستاذ مساعد ـ أ-	رئيسا
محمد البار سوداني	جامعة قاصدي مرباح - ورقلة	أستاذ مساعد ـ أ-	مناقشا
الزين عبدالله	جامعة قاصدي مرباح - ورقلة	أستاذ مساعدـ أ-	نائب مشرف
محمد تخة	جامعة قاصدي مرباح - ورقلة	أستاذ مساعدـ أ-	مشرفا

السنة الجامعية : 2019 -2020

كلمة شكر

نشكر الله ونحمده حمدا كثيرا مباركا على هذه النعمة الطيبة والنافعة نعمة العلم والبصيرة.

لابد لنا ونحن نخطو خطواتنا الأخيرة في الحياة الجامعية من وقفة نعود إلى أعوام قضيناها في رحاب الجامعة مع أساتذتنا الكرام الذين قدموا لنا الكثير باذلين بذلك جهودا كبيرة في بناء جيل الغد لتبعث الأمة من جديد ...

" كن عالما .. فإن لم تستطع فكن متعلما ، فإن لم تستطع فأحب العلماء ،فإن لم تستطع فلا تبغضهم"

وقبل أن نمضي نقدم أسمى آيات الشكر الجزيل والامتنان والثناء الخالص والتقدير، إلى نبع العون إلى من وجهنا دون وهن إلى"الأستاذ: تخة محمد "الذي نقول له بُشرَاك قول رسول الله صلى الله عليه وسلم:

"إن الحوت في البحر ، والطير في السماء ، ليصلون على مُعَلّم الناس الخير""

كما يشرفنا أن نتقدم بالشكر الجزيل إلى الذين حملوا أقدس رسالة في الحياةإلى الذين مهدوا لنا طريق العلم إلى جميع أساتذتنا الأفاضل

ونخص بالذكر:"الأستاذ: الزين عبد الله"و الأستاذ: "محسن حسين"

وكذلك نشكر كل من ساعد على إتمام هذا البحث وقدم لنا العون ومد لنا يد المساعدة وزودنا بالمعلومات اللازمة لإتمام هذا البحث .

إلى من زرعوا التفاؤل في دربنا وقدموا لنا المساعدات والتسهيلات والأفكار والمعلومات فلهم منا كل الشكر

جموعي خيرة- بوزيان كريمة

الإهداء

بسم الله الرحمن الرحيم
)قلاعملوا فسيرى الله عملكم ورسوله والمؤمنون(
صدق الله العظيم

من هذا المنطلق القويم نهدي هذا العمل المتواضع :
إلى من بلغ الرسالة وأدى الأمانة .. ونصح الأمة..إلى نبي الرحمة .. ونور العالمين
سيدنا محمد صلى الله عليه وسلم

إلى من جمع مجموعة من الأوراق المبعثرة في شكل مذكرة .....إلى كل من في الوجود بعد الله ورسوله إلى الوالدين الكريمين.

إلى العائلةالكريمة.

إلى كل الإخوة والأخوات.

إلى كل الزملاء والأصدقاء.

إلى كل الأساتذة الكرام

بوزيان كريمة

فهرس العناوين

تشكر..... I
إهداء..... II
الفهرس..... III
الترميز..... IV

المقدمة العامة

المقدمة..... **01**

الفصل الأول

تمهيد..... **03**

I-تاريخ علم ميكانيكا الموائع..... **04**

I-1الحضارة المصرية..... **04**

I-2الحضارة البابلية (بلاد الرافدين)..... **04**

I-3الحضارة الصينية..... **04**

I-4الحضارة الإغريقية..... **05**

I-5الحضارة الرومانية واليونانية..... 05

I-6 الحضارة الإسلامية..... **05**

I-7النهضة الأوربية..... **06**

I-8الفترة المعاصرة..... **07**

الفصل الثاني

تمهيد..... **08**

II-1تـحليل حركة عنصر حجم – نسب التشوه..... **09**

II-2مبادئ أساسية في حفظ كميات المقادير الفيزيائية التوسيعية..... **11**

II-2-1 مبدأ حفظ الكتلة.....**11**

II-2-2مبدأ حفظ كمية الحركة.....**12**

II-2-3مبدأ انحفاظ الطاقة.....**12**

II-2-4 فرضيات.....**12**

II-2-4-1 فرضيات مرتبطة بطبيعة القوى.....**12**

II-2-4-2فرضيات مرتبطة بطبيعة المائع.....**17**

II-2-4-3 فرضيات مرتبطة بالشروط الابتدائية والنهائية.....**17**

II-3نظريات عامة.....**18**

II-3-1 علاقة التفرق.....**18**

II-3-2علاقة التدرج (علاقة جوس).....**19**

II-3-3علاقة الدوران.....**19**

II-3-4علاقة ستوكس.....**19**

II-3-5المشتق الخاص.....**19**

II-3-6مشتق تكامل حجمي تابع للحيز($f(M,t)$ دالة سلمية) **21**

II-3-7مشتق تكامل حجمي تابع للحيز($\vec{A}(M,t)$دالة شعاعية).....**22**

II-3-8 في حالة سطح داخلي Σيفصل ويقسم الحيز D **23**

II-3-9العلاقات الأساسية.....**23**

II-4المعادلات الأساسية في ميكانيكا الموائع.....**24**

II-4-1معادلات حفظ الكتلة.....**24**

II-4-1-1شرح المبدأ.....**24**

II-4-1-2المعادلة المحلية (النقطية).....**25**

II-4-1-3 المعادلةالتكاملية.....**27**

II-4-1-4تعميم.....**29**

II-4-2 معادلات كمية الحركة..... **30**

II-4-2-1شرح المبدأ.....**30**

II-4-2-2 المعادلة التحريكية النقطية.....**30**

II-4-2-3 معادلة تحريك المائع اللزج.....**32**

II-4-2-4 حالة مائع غير انضغاطي(معادلة نافي ستوكس).....**33**

II-4-2-5معادلات التحريك التكاملية.....**35**

II-4-3نظرية الطاقة الحركية..... **40**

II-4-3-1حساب استطاعة قوى الحجم$\mathcal{P}_v$.....**41**

II-4-3-2حساب استطاعة قوى السطح$\mathcal{P}_s$.....**41**

II-4-3-3حساب استطاعة قوى الداخلية $\mathcal{P}_i$.....**43**

II-4-4عبارة دالة التبدد.....**49**

II-4-4-1مثال :(حسابالاستطاعة المتبددةΦ).....**51**

الفصل الثالث

تمهيد.....**53**

III-1التجربة الأولى : دراسة قانون برنولي في أنبوب فنتوري.....**54**

III-1-1الأجهزة المستعملة.....**54**

III-1-2الهدف من التجربة.....**56**

III-1-3مبدأ العمل.....**57**

III-1-4طريقة تـحديد المتغيرات.....**-57**

III-1مقارنة القيم المحسوبة و المقاسة.....**59**

III-1-6الإجراءات المتبعة في التجربة.....**60**

III-1-7 النتائج التجريبية.....**61**

III-1-8 تفسير النتائج..... **64**

III-2التجربة الثانية : تحليل ظاهرة الإحتكاك في الأنابيب.....**64**

III-2-1الأجهزة المستعملة.....**64**

III-2-2الهدف من التجربة.....**67**

III-2-3مبدأ العمل.....**67**

III-2-4طريقة تـحديد المتغيرات.....**67**

III-2-5مقارنة القيم النظرية و التجريبية.....**68**

III-2-6الإجراءات المتبعة في التجربة.....**69**

III-2-7النتائج التجريبية.....**71**

III-2-8 تفسير النتائج.....**73**

III-3التجربة الثالثة : دراسة الضياع في الوصلات الأنبوبية.....**73**

III-3-1الأجهزة الـمستعملة..... **73**

III-3-2الهدف من التجربة.....**77**

III-3-3مبدأ العمل.....**77**

III-3-4 الإجراءات الـمتبعة في التجربة.....**77**

III-3-5 طريقة تـحديد المتغيرات..... **78**

III-3-6النتائج التجريبية.....**82**

III-3-7تفسير النتائج.....**86**

الخلاصة العامة.....**88**

المراجع..... **89**

ملخص.....

اصطلاحات الرموز اللاتينية

الترميز	الدلالة	الوحدة
$\vec{V}(u,v,w)$	مركبات السرعة	$[m/s]$
$\Omega_x,\Omega_y,\Omega_z\overrightarrow{\Omega}()$	مركبات شعاع الدوران	$[m/s]$
μ	اللزوجة القصية	$[kg/s\ m]$
η	اللزوجة التمددية	$[kg/s\ m]$
$\vec{F}$	قوى حجمية	$[N/kg]$
ε_{ij}	نسب التشوه	/
e	نسبة تمدد حجمية	/
$\vec{T}$	موتر الإجهاد	$[N/m^2]$
P	ضغط السكوني	$[N/m^2]$
δ_{ij}	رمز كرونيكر	/
m	الكتلة	$[kg]$
$\mathcal{V}$	الحجم	$[m^3]$
ρ	الكتلة الحجمية	$[Kg/m^3]$
q	التدفق الكتلي	$[Kg/s]$
s	مساحة المقطع	$[m^2]$
ν	اللزوجة الحركية	$[m^2/s]$
$\mathcal{P}$	الإستطاعة	$[kJ/s]$
$\overrightarrow{\Gamma_e}$	التسارع	$[m/s^2]$
σ_{ij}	الإجهاد الموثرعلى الوجه	$[N/m^2]$
E_m	الطاقة الميكانيكية	$[kJ/kg]$

$\mathcal{U}$ الكمون الكلي $[kJ/kg]$

$\overrightarrow{\varphi}$ عزم العطالة $[N/Kg]$

h إرتفاع $\Delta H[m]$ الضياع في الحمولة $[m]$

$\dot{V}$ التدفق الحجمي $[m^3/s]$

K معامل التدفق $[\frac{l}{s\sqrt{bar}}]$

g الجاذبية الأرضية $[m/s^2]$

λ معامل ضياع الحمولة الخطية [ ]

Re رقم رينولدز /

D القطر $[m]$

المقدمة العامة

المقدمة

مقدمة :

يأتي علم" ميكانيكا الموائع"، امتداداً لعلم الميكانيكا المختص بدراسة توازن الاجسام وحركتها والأسباب المحدثة لذلك.إن علم ميكانيكا الموائع إحدى فروع علم الفيزياء و المهتمة بدراسة السلوك الفيزيائي لكل من السوائل و الغازات في الأوساط المستمرة . ينقسم علم ميكانيكا الموائع إلى أستاتيكا الموائع و ديناميكا الموائع ،بالنسبة لأستاتيكا الموائع فهي تهتم بدراسة الموائع في حالة عدم الحركة و ديناميكا الموائع فهي تهتم بدراستها في حالة الحركة .إن علم الموائع هو علم يهتم بدراسة سكون الموائع قليلة الإنضغاطية وحركتها، وذلك في حالة المجاري المفتوحة و المغلقة ، وجريان في داخل الأرض .كما يهتم بتطبيقات ذلك على الخزانات والقناطر ومحطات توليد الكهرباء وشبكات المياه وشبكات أنابيب نقل النفط .وكذلك يهتم هذا العلم بدارسة الموائع المثالية أي غير قابلة للإنضغاط وليست لها لزوجة .ويهتم أيضا بالموائع الحقيقية أي تلك التي لها لزوجة وإنضغاطية.

تلعب ميكانيكا الموائع دورا أساسيا في وصف وفهم الظواهر الطبيعية تتضح تماما عندما نفكر في الدور الذي تلعبه في حياتنا اليومية. ففي مجال التكييف والتبريد هناك الماء المثلج الذي يضخ بواسطة المضخات خلال المواسير والهواء البارد يدفع بواسطة المراوح خلال مجاري الهواء لتكييف المنازل. والكهرباء التي نستخدمها وطرق توليدها من المساقط المائية التي تدفع الماء خلال التربينات والتي تولد الطاقة الكهربائية أو من الطاقة الحرارية من البخار الذي يدفع من خلال التر بينات البخارية لتوليد الطاقة الكهربائية. يمكننا أيضا أن نرى العديد من تطبيقات ميكانيكا الموائع في السيارات جميع المكونات المرتبطة بنقل الوقود من خزان الوقود إلى الأسطوانات - خط الوقود، مضخة الوقود، حاقن الوقود، بالإضافة إلى خلط الوقود والهواء في الأسطوانات وتطهير غازات الاحتراق في أنابيب العادم يتم تحليلها باستخدام ميكانيكا السوائل. كما تستخدم ميكانيكا الموائع في تصميم نظام التدفئة وتكييف الهواء، والفرامل الهيدروليكية، وناقل الحركة الأوتوماتيكي، ونظام تبريد كتلة المحرك بما في ذلك المبرد ومضخة المياه، وحتى الإطارات. إن الشكل الانسيابي الأنيق للسيارات النموذجية الحديثة هو نتيجة الجهود المبذولة لتقليل السحب باستخدام تحليل شامل للتدفق على الأسطح .

بل إن حياتنا الشخصية تعتمد تماما على ميكانيكا الموائع فالدم هوالحياة الذي يجري في أوردتنا وشرايينا وهو عملية ميكانيكا الموائع. فيضخ القلب الدم باستمرار الى جميع أجزاء الجسم البشري من خلال الشرايين والاوردة، كما يتدفق الهواء من والى الرئتين في اتجاهات متناوبة. وغني عن القول ان القلب الاصطناعي وأجهزة التنفس وأنظمة غسيل الكلى مصممة على أساس مبادئ ميكانيكا الموائع .لابد من الإشارة هنا الى أن هنا كل التطور الذي حدث في مجال ميكانيكا الموائع حديثا استخدمت فيه الحاسبات الآلية كما هو الحال في كل المجالات الأخرى. ومازال الحاسب الآلي مرشحا للعب دور كبير جدا في هذا المجال.

تقسم تطبيقات ميكانيكا الموائع إلى:

- الهيدروليكا: و تختص بدراسة تدفق الماء في الانهار، الانابيب، القنوات، المضخات والتوربينات.
- الديناميكا الهوائية: و تختص بدراسة تدفق الهواء حول المنشآت، الطائرات ،المحركات و المقذوفات.
- الأرصاد الجوية: و تختص بدراسة الطقس و المناخ.
- ديناميكا الجسميات: و تختص بدراسة حركة الموائع حول الجسيمات و قوى التجاذب بين الجسيمات والموائع.
- الهيدرولوجيا: و تختص بدراسة تدفق الماء والملوثات التي تنقلها المياه في الأرض.
- ميكانيكا الآبار: و تختص بدراسة تدفق النفط و الغاز والماء في آبار البترول.
- تدفق خليط غير متجانس من الموائع: كما هي الحال في آبار البترول، حاقن الوقود، غرف الحرق و الرشاشات.
- خلط عدة موائع: مثل ما يحدث في تفاعلات الاحتراق أو في حالة انتقال المادة في أبراج التقطير.
- تدفق الموائع ذات اللزوجة المرتفعة: مواد التشحيم، المواد البلاستيكية التي يتم تشكيلها في قوالب الحقن.

وبحثنا هذا هو بحث ذو طبيعة نظرية وتجريبية ، لذلك فقد انطوى على ثلاث فصول ، الفصل الأول تم التطرق إلى تطور علم ميكانيكا الموائع عبر مختلف العصور وذلك بذكر أهم القوانين في هذا العلم بتسلسل.وخصص هذا الفصل لتاريخ ميكانيك الموائع لأنه يتضمن القانون حفظ كمية الحركة أي نظرية الطاقة الحركية فكان لزاما علينا أن نوليه أهمية بالغة من خلال التطرق إلى ماذكرناه سلفا.

في الفصل الثاني تم تقديم دراسة نظرية لمعادلة حفظ كمية الحركة وحفظ الكتلة بشرح المبدأين ، وأخذنا بشكل أكثر تفصيل في معادلة الطاقة الحركية والتي تسمى بـكوتون فورتي – $(\acute{e}quation\ de\ Cotton$ $Fortier)$ أومعادلة بارنولي المعممة.فلا يمكن فهم فحوى الأبحاث العلمية في هذا المجال إلا بالتعرف على الجانب النظري .

في الفصل الثالث تطرقنا للدراسة التجريبية بحيث قمنا بثلاث تجارب حيث طبقنا معادلة برنولي على أنابيب مختلفة يسري بها الماء لتحديد الضياع في الحمولة الطاقوية ومن ثم رسم المنحنيات وتفسيرها .

وفي الأخير حاولنا صياغة خاتمة لتقييم معادلة الطاقة الحركية لتقليل من الضياع في الحمولة وذلك بتقليل من مسبباته

الفصل الأول

الفصل الأول:

بحث في المراجع حول تاريخ علم ميكانيك الموائع

تمهيد:

قبل متابعة دراستنا لمعادلات الأساسية فيميكانيكا الموائع ، يجب أن نتوقف للحظة لننظر في تاريخ هذا العلم الهندسي المهم .كما هو الحال في جميع التخصصات العلمية والهندسية الأساسية ، تكون بداياتها الفعلية مرئية بصوت ضعيف فقط من خلال ضباب العصر القديم .

لكننا نعلم أن الاهتمام بالسلوك السائل يعود إلى الحضارات القديمةمن خلال الضرورة ، كان هناك اهتمام عملي بالطريقة التي يمكن بها دفع الرماح والسهام عبر الهواء ، وفي تطوير شبكات إمدادات المياه والري ، وتصميم القوارب والسفن .تستند هذه التطورات بالطبع إلى إجراءات التجربة والخطأ دون أي معرفة بالرياضيات أو الميكانيكا.فقد وقع على هذا العلم تطور كغيره من العلوم الأخرى عبر العصور فهو يعتبر من العلوم القديمة فهي وليدة الإنسان البدائي وتطورت مع مجيئ الحضارات إلى أن وصلت إلي ماعليه في الوقت الحالي ومازال البحث قائم فيها إلى يومنا هذا ،فما هي أهم المحطات التاريخية التي شهدت تطور هذا العلم؟.

I- تاريخ علم ميكانيك الموائع:

I-1الحضارة المصرية:

كان للإنسان البدائي دورفي إكتشاف علم ميكانيكا الموائع فقد كانوا المصريون القدامى يستخدمون الألات البسيطة لرفع المياه من مصادرها لسقي مزارعهم، مثل العتلة والأوزان التي تصنع عادة من

الأحجار القاسية ، وتأخذ في بعض الأحيان أشكالا فنية متقنة (على سبيل المثال شكل أسد)،وقد حفظ عدد من كبير من مخططات وتصاميم الأوزان والموازين في الكتابات والمخطوطات الهيروغليفية، وكانوا يصنعون السفن الشراعية و كان لديهم معرفة كافية لحل بعض مشاكل التدفق، مثل إبحار السفن ذات المجاذيف و أنظمة الري.**[13]**

I-2 الحضارة البابلية (بلاد الرافدين):

*انطلقت من هذه الحضارة الكثير من الاختراعات التي غيرت وجه العالم مثل مفهوم الوقت والرياضيات والعجلة والمراكب الشراعية والخرائط و ميكانيكا السوائل بمفهومها البسيط ، ظهرت أولى الآلات العملية التي تستخدم جريان الماء كمصدر طاقة، وهي الناعورة وطاحونة الماء،و برزت في مجالات كالسقاية والعمارة و سمح التقدم في إنتاج الطعام عبر السقاية لجزء من الشعب أن يصبحوا اختصاصيين في بابل القديمة. فيمكن ملاحظة تطبيق الهندسة الهيدروليكية في دواوين العديد من المجتمعات القديمة. فظهرت البكرات في بلاد الرافدين عام 1500 قبل الميلاد، محسنةً بذلك طرق نقل المياه و على هذا اكتشف عالم الآثار الألماني روبرت كولديڤي أن الحدائق المعلقة استخدمت على الأغلب مضخةميكانيكية تشغلها هذه البكرات لنقل المياه إلى الحدائق المرتفعة.**[3]***

I-3 الحضارة الصينية:

*في الصين القديمة ، تطورت الهندسة الهيدروليكية تطور كبير ، فبنى المهندسون قنوات و ترع عملاقة عليها سدود للتحكم في تدفق مياه الري الزراعي. يعتبر سانشوأو هو أول مهندس هيدروليكي . ومن أهم المهندسون الهيدروليكيون في الصين القديمة المهندس سيمين بوه والذي بدأ في تطبيق قنوات الري بشكل كبير و ذلك خلال فترة الدول المتحاربة 418 ق م_221 ق م .حتى الآن في الصين العمل في مجال الهندسة الهيدروليكية هو عمل محترم ، فالرئيس الصيني هوجين تاو قبل أن يصبح رئيس كان مهندس هيدروليكي . طور الصينيون ساعات مائية متقدمة خاصة بهم، تتضمن مسنّنات وآليات تساعد على الحركة في إتجاه واحد، وعجلات مياه. ومرروا أفكارهم إلى كلٍّ من كوريا واليابان.**[15]***

I-4 الحضارة الإغريقية :

في هذه الفترة عرف علم ميكانيكا الموائع إنتعاشه من طرف العالم أرخميدس212-287حيث أرسى علم التوازن و تحريك السوائل من خلال إبتكاره فرضيات فيزيائية عبقرية ذات بنية رياضية متقدمة كما أنه كان مميزا في حل لغز الأجسام الطافية بوضعه قانون الطفو لأرخميدسو قياس كثافة السوائل بالإضافة إلى إختراعه اللولب المعروف بإسمه لغرض رفع المياه من النهر لري المحاصيل، ووضع هيرو الإسكندري أربعة كتب في السوائل حيث جاء فيها تقديم أصول تحريك السوائل بمعناها التقليدي السائد اليوم و تطبيقاتها في الحرب (قذف المتفجرات)و صنع الساعات و تحريك مطاحن الحبوب وكان

الإبتكار الرئيسي له هو إبتكار أول آلة تعمل بالبخار درس ستيبيوس مرونة الهواء بإختراعه ضاغطة الهواء ،قاذفة الذخيرة الحربية ،الساعة المائية –الهوائية .**[4-13]**

I-5 الحضارة الرومانية واليونانية:

ميكانيكا الموائع تطورت تطور كبير خلال فترة الامبراطورية الرومانية وخاصةعند تطبيقها في تشييد وصيانة قنوات جر الماء وإستخدموا أيضا أساليب التعدين الهيدروليكي في استخراج الذهب الغريني و سمي هذا الأسلوب بالطمس استخدم أيضا هذا الأسلوب في استخراج عدة معادن أخرى كالرصاص و القصدير. كان اختراع الساعة المائية يعود بالأصل إلى اليوناني ستسيبياسCtesibius فساهموا في تحسين تصميم الساعات المائية .

أعلن طاليس في عام 580قبل الميلاد أن الماء هو العنصر الأساسي ومصدر الحياةومن *اسهامات اليونان أيضا في الهيدروستاتيكا نجد كأس فيثاغورس الذي يعود تاريخه إلى حوالي القرن السادس قبل الميلاد، وهو عبارة عن أداة هيدروليكية التي يرجع الفضل فيها إلى عالم الرياضيات اليوناني فيثاغوروسPythagorus.**[15]***

I-6 الحضارة الإسلامية:

ساهم العلماء المسلمين في تطوير علم ميكانيكا السوائل ببراعة وذكاء منقطعَي النظير، فقد جعلوا هذا العلم عِلمًا يستند إلى التجربة والاستقراء، ، فكان من جرَّاء ذلك أنهم استنتجوا نظريات جديدة وبحوثًا مبتكرة، مثل المائية، كما بحثوا في الوزن النوعي للمعادن والسوائل، واستطاعوا قياسه ،بحيث إكتشفوا طرقًا عديدة لاستخراجه، وتوصَّلوا إلى معرفة كثافة بعض العناصر.ومن أهم العلماء المسلمين الذين إشتهروا في علم ميكانيكا الموائع هم:

أبو الريحان البيروني هو الذي *"عيَّن الكثافة النوعيَّة لثمانية عشر نوعًا من أنواع الحجارة الكريمة، ووضع القاعدة التي تنصُّ على أن الكثافة النوعيَّة للجسم تتناسب مع حجم الماء الذي يزيحه... وشرح أسباب خروج الماء من العيون الطبيعيَّة، والآبار الارتوازية بنظرية الأواني المستطرَقة.*

*أبو الفتح الخازنيله دور في تطور هذا العلم فقد خصَّص الخازني جُلَّ وقته لدراسة موضوع السوائل الساكنة، فاخترع آلة لمعرفة الوزن النوعي للسوائل، وناقَشَ ضمن دراسته موضوع المقاومة التي يعانيها الجسم من أسفل إلى أعلى عندما يغمر في سائل، واستخدم الخازني نفس الجهاز الذي استخدمه أستاذه الكبير أبو الريحان البيروني في تعيين الثقل النوعي لبعض الموادِّ الصلبة والسائلة، ووصل الخازني في مقاديره إلى درجة عظيمة من الدقَّة، لفتت انتباه معاصريه ومَنْ تَبِعَهُم ، وبيَّن أن قاعدة أرخميدس لا تسري فقط على السوائل، ولكن تسري أيضًا على الغازات، وكانت مثل هذه الدراسات هي التي مهَّدت لاختراع البارومتر (ميزان الضغط) ومفرغات الهواء والمضخَّات.**[1-6]***

I-7 النهضة الأوربية :

في القرن السادس عشر ظهرت ما يسمى بالثورة العلمية كانت نتيجة عدم الرضا بالنهج الفلسفي الأكبر فقد كان لها دور كبير في إصلاح للمناهج العلمية وإضافة الوصف الرياضي في مجالات منها علم ميكانيكا الموائع فقد وضع ليوناردو دافنشي(1519-1452)معادلة الحفاظ على الكتلة في حالة تدفق ثابت قام بتجربة الأمواج ، الطائرات ،القفزات الهيدروليكية ،تشكيل الدوامة.قامجاليلوجاليلي (1564_1642) بعدة تجارب في هذا العلم ، ثم جاء إسحاق نيوتن(1642_1727) شارك وبقوة في تطوير وإستنباط العديد من الأفكار والموضوعات الخاصة بميكانيكا الموائع ؛فمن إسهاماته المهمة في ذلك إكتشفائه لحساب التفاضل و التكامل وقوانينه الأساسية في الفيزياء ووضع قانون نيوتن في اللزوجة للمائع نيوتوني الذي وضعه سنة 1687 وقانون نيوتن لانتقال الحرارة بالحمل في الموائع ،ثم أوضح باسكال مبادئ البارومتروصمم بيتو جهاز مزدوج الأنبوب للإشارة إلى سرعة المياه من خلال الرأس التفاضليوتطورت الأبحاث في علم ميكانيكا الموائع فجاء دانيال برنولي (1700_1782) ليوضع معادلة برنولي الشهيرة في حركة الموائع وقدم دراسة عن تدفق و ديناميكا الموائع في كتابه هيدروديناميكاسنة 1738.تم إختراع حنجرة فنتوري واحدا من التطبيقات المهمة لقانون برنولي والتي إكتسبتإسمها من مخترعها جيوفاني باتستافنتوري (1746_1822).*مع أن طاقة الرياح وفرت مصدرًا للطاقة بعيدًا عن ضفاف الأنهار وشهدت تحسينات عملاقة في طرق استغلالها، إلا أنها لم تتمكن من استبدال الطاقة القوية والثابتة التي توفرها طواحين الماء كليًا. بقيت المياه المصدر الأساسي للطاقة في الصناعات المدنية قبل الصناعية خلال سنوات النهضة. [4-16]*

I-8الفترة المعاصرة:

خلال هذا العصر تطور علم ميكانيك الموائع بسرعة فقد طور ليونارد يولر (1783 - 1707)كلا من المعادلات التفاضلية للحركة وشكلها المتكامل ، الذي يطلق عليه الآن معادلة برنولي، و طور ويليام فرود (1879 - 1810)وابنه قوانين اختبار النموذج ، واقترح اللورد رايلي (1842 – 1919)تحليل الأبعاد.ونشر أوزبورنرينولدز (1912 - 1842)تجربة الأنابيب الكلاسيكية وأظهر أهمية رقم رينولدز الذي لا يحتوي على أبعاد ، والذي سمي باسمه.نافيير(1836 - 1785)و ستوكس (1903 - 1819) وأضاف المدى لزج نيوتوني لمعادلة الحركة، والسوائل الحركة التي تحكم المعادلة، أي يدعى نافيير ستوكس المعادلة بعد عملية الشراء ص لهم. وأشار لودفيج براندل (1953 - 1875)إلى أن تدفق السائل ذو اللزوجة الصغيرة ، مثل تدفق المياه وتدفق الهواء ، يمكن تقسيمه إلى طبقة لزجة رقيقة (أو طبقة حدودية) بالقرب من الأسطح والواجهات الصلبة ، مصححة على طبقة خارجية غير مخلوطة تقريبًا ، حيث تنطبق معادلات أويلر وبرنولي.

تم تقديم مزيد من المساهمات والتحسينات لكل من الهيدروديناميكية النظرية والهيدروليكا التجريبية خلال القرن التاسع عشر ، مع المعادلات التفاضلية العامة التي تصف حركات السوائل المستخدمة في ميكانيكا الموائع الحديثة.

خلال العقد الأول من القرن العشرين ، تم عرض أول رحلة ناجحة بنجاح مع الاهتمام المتزايد اللاحق بالديناميكا الهوائية .نظرًا لأن تصميم الطائرة يتطلب درجة من فهم تدفق السوائل والقدرة على عمل تنبؤات دقيقة لتأثير تدفق الهواء على الأجسام. ناهيك عن ظهور الكمبيوتر الرقمي وبرامج ديناميات الموائع الحسابية ، الكثير من التطورات في ميكانيكا الموائع وخاصة مجالات الديناميكا الهوائية والطيران.**[2-15]**

الفصل الثانى

الفصل الثاني

دراسة تحليلية لمعادلة الطاقة الحركية في ميكانيك الموائع

تـمهيد :

يعتبر مفهوم الطاقة من أهم المفاهيم الفيزيائية، فالطاقة لا تفنى ولا تخلق من العدم بل تتحول من شكل إلى آخر دون زيادة أو نقصان، وهذا ما يدعى : مبدأ انحفاظ الطاقة. عندما نتحدث عن منظومة فيزيائية معزولة عن الوسط المحيط بها، فإننا نعلم مسبقا أن طاقة هذه المنظومة ثابتة، وسنأخذ مثالا بسيطا. يعتبر سقوط حجر ضمن غرفة خالية من الهواء مثالا عن منظومة فيزيائية معزولة، فالحجر الساكن عند ارتفاع معين من سطح الأرض يمتلك طاقة كامنة فقط تتعلق بارتفاعه، وعندما يبدأ في السقوط تتناقص طاقته الكامنة نتيجة تناقص ارتفاعه، وفي الوقت ذاته تزداد طاقته الحركية، فإذا قمنا بجمع الطاقتين الحركية والكامنة في أية لحظة زمنية أثناء السقوط لوجدنا أن مجموعهما يعتبر مقدارا ثابتا يسمى الطاقة الكلية، وهذا هو تحديدا ما نعنيه بانحفاظ الطاقة:

$$E(Total) = E\ (Potential) + E\ (Kinetic)$$

يبقى قانون انحفاظ الطاقة ساريا في الموائع، ولكن تذكرون أننا تحدثنا عن فارق مهم جدا بين الأجسام الصلبة والموائع هو تغير الضغط. فحركة الموائع تسبب تغير ضغطها باستمرار، ويتم هذا التغير على حساب الطاقتين الحركية و الكامنة معا، لذا توجب إدخال عامل إضافي في قانون انحفاظ الطاقة وهو تغير ضغط المائع المدروس، وهذا التصحيح هو ما فعله برنولي في مبدأه الشهير بحيث يصبح قانون انحفاظ الطاقة الكلية بالشكل : مجموع الطاقة الحركية والطاقة الكامنة والضغط في الحجم الكلي يساوي مقداراً ثابتاً.

$$E(Total) = E\ (Potential) + E\ (Kinetic) + PV$$

II-1تـحليل حركة عنصر حجم – نسب التشوه :

$$Analysedumouvementd'un\ élémentdevolume - Tauxdedéformation$$

نعتبر عموما الموائع أوساط مستمرة قابلة للتشوه ونعتبر عنصر الحجم قابل للحركة ، و نحدد الاتجاه والشكل بدقة ولا نغيره .ولدينا في معلم ديكارتي عند لحظة t ، عنصر حجم يحيط بنقطة $M(x,y,z)$ و $M(x+h,y+k,z+l)$ عند نفس العنصر ، و السرع $\vec{V}(u,v,w)$ و $\overrightarrow{V'}(u',v',w')$ عند النقط M و M' عند نفس اللحظة ،و المسافة MM'نعتبرها صغيرة جدا.

من الممكن كتابة السرعة :

$$\overrightarrow{V'} = f(\vec{V})$$

$$u' = u(x+h,y+k,z+l) = u(x,y,z) + h\frac{\partial u}{\partial x} + k\frac{\partial u}{\partial x} + l\frac{\partial u}{\partial x}$$

$$u'_i = u_i + du_i = u_i + h_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

نضيف و ننقص بعض الحدود :

$$u = u + \frac{1}{2}\left[l\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) - k\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)\right] + h\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{1}{2}k\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) + \frac{1}{2}l\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)$$

نسمي الحدود التالية :

$$\Omega_x = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) \qquad \Omega_y = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}\right) \qquad \Omega_z = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

$$\Omega_i = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_k}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_k}\right)$$

وهي مركبات شعاع الدوران ($vecteurtourbillon$) أو الشعاع الدوامي، ومن الممكن برهنة

$$div\vec{\Omega} = 0$$
$$\vec{\Omega} = \frac{1}{2}\overrightarrow{rot}\vec{V}$$

و كذلك القيم التالية : تسمى نسب التشوه ، وهي عناصر موتر التشوه .

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}\,\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}\,\varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right) \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$$

و مركبات السرعة: $\overrightarrow{V'} = u'\overrightarrow{e_x} + v'\overrightarrow{e_y} + w'\overrightarrow{e_z}$

$$u' = u + \left(\Omega_y l - \Omega_z k\right) + \varepsilon_{xx} h + \varepsilon_{xy} k + \varepsilon_{xz} l$$

$$v' = v + \left(\Omega_z h - \Omega_x l\right) + \varepsilon_{yx} h + \varepsilon_{yy} k + \varepsilon_{yz} l$$

$$w' = w + \left(\Omega_x k - \Omega_y h\right) + \varepsilon_{zx} h + \varepsilon_{zy} k + \varepsilon_{zz} l$$

و من الممكن الحصول على السرعة $\overrightarrow{V'}(M')$: حيث سرعة التشوه: $\overrightarrow{D}$

$$\overrightarrow{V'}(M') = \vec{V}(M) + \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{MM'} + \vec{D}$$

$$\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{MM'} = \left(\Omega_y l - \Omega_z k\right)\overrightarrow{e_x} + \left(\Omega_z h - \Omega_x l\right)\overrightarrow{e_y} + \left(\Omega_x k - \Omega_y h\right)\overrightarrow{e_z}$$

$$\vec{D} = \left(\varepsilon_{xx} h + \varepsilon_{xy} k + \varepsilon_{xz} l\right)\overrightarrow{e_x} + \left(\varepsilon_{yx} h + \varepsilon_{yy} k + \varepsilon_{yz} l\right)\overrightarrow{e_y} + \left(\varepsilon_{zx} h + \varepsilon_{zy} k + \varepsilon_{zz} l\right)\overrightarrow{e_z}$$

$$\vec{D} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} h \\ k \\ l \end{pmatrix} = \bar{\bar{\varepsilon}} \otimes \overrightarrow{MM'}$$

تصنيف نسب التشوه إلى نوعين :

$i = j$: نسب تشوهخطية $(taux\ de\ déformationlinaire)$

$i \neq j$: نسب تشوه زاوية $taux\ de\ déformationangulaire\ (ou\ de\ glissement)$

$$\bar{\bar{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

بعض الخواص: إذا اعتبرنا $\overrightarrow{MM'}$ مواز لـ $\overrightarrow{OX}$ على بعد h و زمن dt :

$$MM' = h + h\frac{\partial u}{\partial x}dt = h\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}dt\right) MM' = h(1 + \varepsilon_{xx}dt)$$

إذا اعتبرنا MM' و $MM"$ انزياحين في الاتجاهين $\overrightarrow{OX}$ و $\overrightarrow{OY}$ نحصل على الانزياح α :

$$\alpha = \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) dt = 2\varepsilon_{xy}dt$$

إذا اعتبرنا عنصر على شكل متوازي المستطيلات موجه في الاتجاهات؛$\overrightarrow{OX}\overrightarrow{OY}\overrightarrow{OZ}$ وهناك انزياحات l, k, h . وحجم هذا الشكل lkh ، في الزمن dt نجد تشوه مقداره :

$$hkl\left[1 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) dt\right] = hkl[1 + edt]$$

نسمي $e = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)$ نسبة التشوه التمددية الحجمية أو اختصارا : نسبة تمدد حجمية

في حالة عدم تشوه (أو ما يسمى بتجمدية المادة) $\vec{D} = 0$ أو $\varepsilon_{ij} = 0$أي :

$$\overrightarrow{V'}(M') = \vec{V}(M) + \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{MM'}$$

II-2مبادئ أساسية في حفظ كميات المقادير الفيزيائية التوسيعية:

هذه المبادئ تستعمل في ميادين الفيزياء والميكانيكا خاصة ، ونترجم هذه المبادئ على شكل معادلات

II-2-1مبدأ حفظ الكتلة :و هو مبدأ فيزيائي ، ويربط بين بعض الخواص الفيزيائية للموائع و الحركة ، والمعادلة المعبرة عنه هي معادلة الاستمرار ، وهي معادلة سلمية .

II-2-2مبدأ حفظ كمية الحركة : و هو مبدأ في الميكانيكا ، ويربط بين بعض الخواص الفيزيائية للموائع و الحركة. و المبدأ ينتج انطلاقا من القوى الناشئة من داخل و خارج الجملة ، والمعادلة المعبرة عن هذا المبدأ هي معادلة كمية الحركة أو المعادلة الأساسية للتحريك وهي معادلة شعاعية .

II-2-3مبدأ انحفاظ الطاقة : و هو مبدأ طاقوي (المبدأ الأول في الترموديناميك) والمعادلة الممثلة لهذا المبدأ تربط بين مختلف أشكال الطاقة الموجودة . والمعادلة الممثلة هي معادلة الطاقة (معادلة سلمية) ، وهناك المبدأ الثاني في الترموديناميك يعبر عن تطور الظواهر الطبيعية الطاقوية .

II-2-4فرضيات :

من أجل كتابة المعادلات الأساسية ، يجب طرحها في شكل رياضي لمسائل الميكانيكا ، ويجب أن نأخذ في عين الاعتبار الأمور التالية :

- طبيعة القوى و الطاقات الموجودة (المدروسة). و طبيعة المائع.
- طبيعة الشروط الحدودية (الشروط النهائية –الشروط الابتدائية)

و هذا يعطينا عموما دراسة فيزيائية للظواهر الناتجة من هذه الفرضيات .

II-2-4-1فرضيات مرتبطة بطبيعة القوى :ليكن Dحيز لمائع (منتهي) ، محدود بسطح مغلق S .

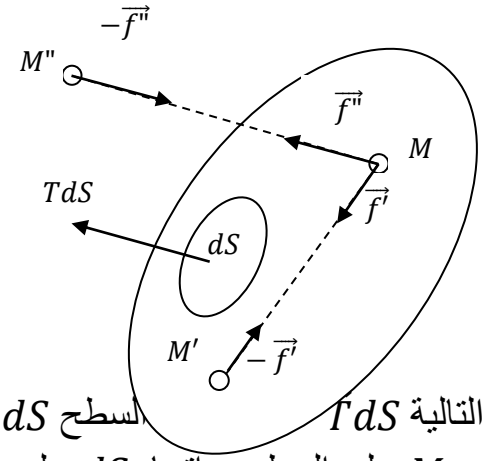
القوى المؤثرة على نقطة M من المائع لها شكلين: قوى داخلية و قوى خارجية.

القوى الداخلية :هذه القوى أصلها من الجزيئات ، ولحل المسألة في الحيز Dنفرض وجود قوتين $-f'; f'$ مشكلتين نظام قوى موجهة زالقة و هي مؤثرة في النقطتين M و M' (حسب الشكل) .

القوى الخارجية – موتر الإجهاد :القوى الخارجية تصنف إلى :

قوى الحجم : وهي ذات منشأ حجمي من عدة حقول قوى ، ولها الشكل التالي$\rho\vec{F}d\varpi$ من أجل عنصر حجم $d\varpi$ ، وهي عموما متناسبة مع الكتلة الحجمية ، و لا تتعلق عموما بالموضع والزمن.

قوى تفاعل : بين الجزيئات في الوسط الخارجي في الحيز D ، $-f''; f''$ (حسب الشكل التالي) على المنطقتين M و M'' .



هذه التفاعلات تتناقص بسرعة مع المسافة بين الجسيمات .

نعتبر الحيز D محاط بالسطح S

قوى السطح : لها العبارة التالية TdS السطح dS المحيط بـ M . نسمي $\vec{T}$(بإجهاد التوتر) ويتعلق هذا الشعاع بموضع M على السطح و اتجاه dS على النقطة M . ونكتب :

$$\vec{T} = \vec{T}_n + \vec{T}_f$$

$\vec{T}_n$: وهي الاجهادات الناظمية :$(contraintes\ normales)$

$\vec{T}_f$: وهي الاجهادات المماسية : $(contraintes\ tangentielles)$

وتسمى: إجهادات الانزلاق : $(contraintes\ de\ glissement)$

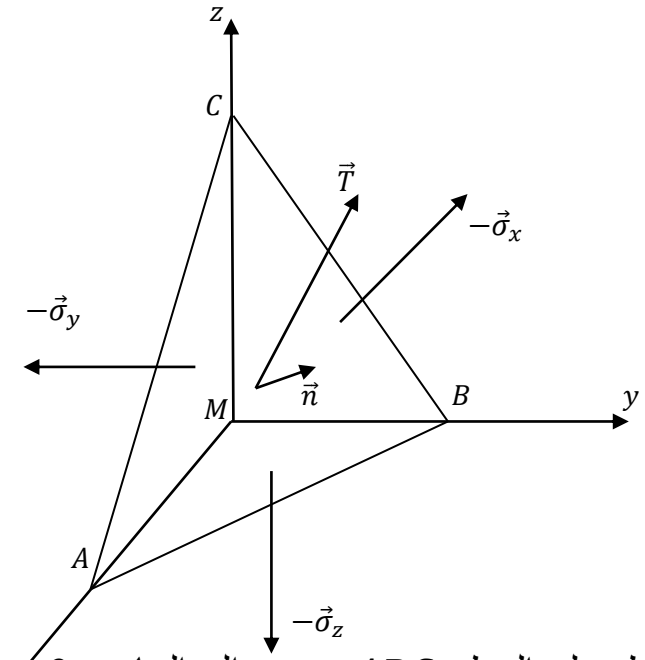
أو إجهادات القص : $(contraintes\ de\ cisaillement)$

و عموما نعبر عن $\vec{T}$(موتر الإجهاد) أو ما يسمى تنسور الإجهاد $(tenseur\ de\ contraintes)$

حسب الاتجاهات الديكارتية يوجد 9 مركبات في مصفوفة متناظرة :

نسمي هذه الإجهادات بالإجهادات الوحدوية $\vec{\sigma}_x\vec{\sigma}_y\vec{\sigma}_z$ المؤثرة على ثلاث عناصر سطح الممثلة في الشكل التالي:

$MABC$نعتبر رباعي الوجوه الصغير في الحجم و القوى هي Mالمؤثر على النقطة قوى العطالة قوى الحجم وقوى سطحية ونأخذ بعين الاعتبار تأثير قوى السطح على عنصر سطح dS



الشعاع الناظم على السطح ABC ـه إلى الخارج 0 ، n_x , n_y ,

حيث $n = \vec{\imath}n_x + \vec{\jmath}n_y + \vec{k}n_z$ وإسقاط السطح dS على الاتجاهات الأساسية :

$$dS_x = |n_x|dS = n_x dS$$

$$dS_y = |n_y|dS = n_y dS$$

$$dS_z = |n_z|dS = n_z dS$$

$\vec{\sigma}_x$ الإجهاد المؤثر على الوجه MBC في الاتجاه الموجب لـ $\overrightarrow{OX}$.

$-\vec{\sigma}_x$ الإجهاد المؤثر على الوجه MBC في الاتجاه السالب لـ $\overrightarrow{OX}$.

نفس الشيء بالنسبة لـ $-\vec{\sigma}_y$ المؤثر على الوجه ACM ، و $-\vec{\sigma}_z$ المؤثر على الوجه ABM .

$\vec{T}$هو الإجهاد المؤثر على الوجه ABC من المائع الخارجي من الرباعي. وهو ناتج من قوى السطح .

$$\vec{T}dS = \overrightarrow{\sigma_x}dS_x + \overrightarrow{\sigma_y}dS_y + \overrightarrow{\sigma_z}dS_z = \overrightarrow{\sigma_x}n_x dS + \overrightarrow{\sigma_y}n_y dS + \overrightarrow{\sigma_z}n_z dS$$

$$\vec{T} = \overrightarrow{\sigma_x}n_x + \overrightarrow{\sigma_y}n_y + \overrightarrow{\sigma_z}n_z \Rightarrow \vec{T} - \overrightarrow{\sigma_x}n_x + \overrightarrow{\sigma_y}n_y + \overrightarrow{\sigma_z}n_z = 0$$

$$\vec{T} - \overrightarrow{\sigma_i}n_i = 0$$

و هذه العلاقة صالحة مهما كان موضع رباعي الوجوه بالنسبة للمعلم الديكارتي xyz .عندما يؤول الشكل إلى الصفر يؤول $\vec{T}$إلى الإجهاد المطبق على الموضع M على السطح dS .

$$\vec{T} = \overrightarrow{\sigma_x}n_x + \overrightarrow{\sigma_y}n_y + \overrightarrow{\sigma_z}n_z$$

$$\vec{T} = \left(\sigma_{xx}\vec{i} + \sigma_{xy}\vec{j} + \sigma_{xz}\vec{k}\right)n_x + \left(\sigma_{yx}\vec{i} + \sigma_{yy}\vec{j} + \sigma_{yz}\vec{k}\right)n_y + \left(\sigma_{zx}\vec{i} + \sigma_{zy}\vec{j} + \sigma_{zz}\vec{k}\right)n_z$$

$$\vec{T} = \left(\sigma_{xx}n_x + \sigma_{xy}n_y + \sigma_{xz}n_z\right)\vec{i} + \left(\sigma_{yx}n_x + \sigma_{yy}n_y + \sigma_{yz}n_z\right)\vec{j} + \left(\sigma_{zx}n_x + \sigma_{zy}n_y + \sigma_{zz}n_z\right)\vec{k}$$

$$\begin{cases} T_x = \sigma_{xx}n_x + \sigma_{xy}n_y + \sigma_{xz}n_z \\ T_y = \sigma_{yx}n_x + \sigma_{yy}n_y + \sigma_{yz}n_z \\ T_z = \sigma_{zx}n_x + \sigma_{zy}n_y + \sigma_{zz}n_z \end{cases}$$

$$T_i = \sigma_{ji}n_j$$

و منه مركبات $\vec{T}$ هي دوال خطية في مركبات $\bar{\bar{\sigma}}$.

نعتبر متوازي المستطيلات محيط على الموضع M نجد أن هناك تناظر فالعناصر التالية متناظرة حسب العلاقة التالية : $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$. وينتج موتر الإجهاد :

$$\bar{\bar{T}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

ونكتب قوى السطح $\vec{T}dS$:

$$\left(\vec{T}dS\right)_i = T_i dS = \left(\sigma_{ij} n_j\right) dS = \left(\sigma_{ji} n_j\right) dS$$

عبارات القوى والاجهادات :

- من أجل وحدة حجم ذات كتلة ρ، متأثرة بالقوة $\rho\vec{F}$ ، القوى $\vec{F}$ عموما هي مشتقة من كمون u أي : $\vec{F} = -\overrightarrow{grad}u$ ونكتب أيضا :

$$\begin{cases} F_x = -\dfrac{\partial u}{\partial x} \\ F_y = -\dfrac{\partial u}{\partial y} \\ F_z = -\dfrac{\partial u}{\partial z} \end{cases}$$

u :دالة سلمية وبشكل عام نعتبرها مستقلة عن الزمن .

- من أجل مائع نيوتوني :

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} + \eta\delta_{ij}\left(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}\right) = -P\delta_{ij} + \tau_{ij}$$

P: الضغط السكوني (لا يتعلق بالاتجاه في أي نقطة)

δ_{ij} : رمز كرونيكر

$$\delta_{ij} = 1 \quad i = j$$

$$\delta_{ij} = 0 \quad i \neq j$$

μ, η هي عوامل مميزة لخاصية اللزوجة للمائع (أ الاحتكاك الداخلي)

μ اللزوجة القصية $(viscosité\ de\ cisaillement)$

ηاللزوجة التمددية $(viscosité\ de\ dilatation)$

و نستنتج العبارة الشعاعية : $\vec{T} = -P\vec{n} + \vec{\tau}$ ، $\vec{T}$: الإجهاد الكلي ، $\vec{\tau}$: الإجهاد اللزج

و نكتب أيضا :

$$\text{المركبات الناظمية}\begin{cases}\sigma_{xx} = -P + 2\mu\varepsilon_{xx} + \eta e \\ \sigma_{yy} = -P + 2\mu\varepsilon_{yy} + \eta e \\ \sigma_{zz} = -P + 2\mu\varepsilon_{zz} + \eta e\end{cases}$$

$$\text{المركبات المماسية}\begin{cases}\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = +2\mu\varepsilon_{xy} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \\ \sigma_{xz} = \sigma_{zx} = +2\mu\varepsilon_{xz} = \mu\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}\right) \\ \sigma_{yz} = \sigma_{zy} = +2\mu\varepsilon_{yz} = \mu\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)\end{cases}$$

الموتر $\bar{\bar{\tau}}$ له المركبات (أو العناصر) و هي 9 عناصر :

$$\tau_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \eta\delta_{ij}e = \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) + \eta\delta_{ij}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}$$

- في حالة المائع يكون ساكن :

$$\bar{\bar{T}} = \begin{bmatrix}-P & 0 & 0 \\ 0 & -P & 0 \\ 0 & 0 & -P\end{bmatrix}\vec{T} = -P\vec{n}$$

II-2-4-2الفرضيات المرتبطة بطبيعة المائع :

وتعبر عنها معادلة الحالة للمائع $f(P, \rho, T°) = 0$ومن الممكن التعبير عنها بالخواص μ, λ, η ....

II-2-4-3الفرضيات المرتبطة بالشروط الابتدائية والنهائية :

في حالة سطح S وهو سطح تماس بين مائعين (و نعتبره سطح حر)، كذلك نعتبر المركبات الناظمية للسرعة النسبية للوسطين و بالنسبة لهذا السطح كلها معدومة . وهذه الحالة تعبر عن عدم انتقال المائع عبر Sو هذا الشرط حركي . ومن الممكن أن يكون الشعاع $\vec{T}$ مستمر وعابر للسطح S و هذا الشرط شرط تحريكي .في حالة سطح صلب: كل المركبات الناظمية للسرعة بالنسبة للسطح معدومة، و لا يوجد شروط خاصة بالإجهاد

الشروط الابتدائية : وهي خاصة بالمسائل المدروسة والمتعلقة عموما بالسرعة و الضغط على طول السطوح المعطاة.**[14]**

II-3نظريات عامة :

من أجل تطبيق المبادئ الأساسية في ميكانيكا الموائع والترموديناميك على مائع في حالة حركة؛ نأخذ كتلة من المائع في حيز D المحاطة بالسطح المغلق S. من أجل هذا الحيز نعتبر الدوال f سلمية و $\vec{A}$ الشعاعية و نحسب تكامل هذه الدوال على الزمن t ، ونستطيع إيجاد المشتق الخاص و التابع للحركة لكل من الدالتين.

II-3-1 علاقة التفرق :وهذه العلاقة تمثل تحويل التكامل الحجمي إلى سطحي .

حيث: S سطح مغلق على الحيز D.

$\vec{A}$الشعاع المعرف في الحيز D وعلى السطح S.

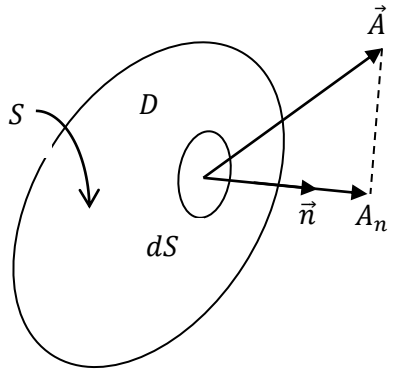
$\vec{n}$: شعاع الوحدة الناظم على dS متجه من الداخل إلى الخارج .

$$\oiiint_D \overrightarrow{div}\vec{A}d\varpi = \oiint_S \vec{A}.\vec{n}.dS = \oiint_S A_n dS$$

وهذا التكامل له مفهوم فيزيائي حسب طبيعة $\vec{A}$.

نظرية : تدفق شعاع عبر سطح مغلق يساوي التكامل الحجمي لتفرق هذا الشعاع من الحجم D

و يمكن كتابة هذه العلاقة بشكل آخر في الإحداثيات الديكارتية :



$$\oiiint_D \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}\right) d\varpi = \oiint_S \left(A_x n_x + A_y n_y + A_z n_z\right) dS$$

و نسميها كذلك علاقة أوستروغرادوسكي $(formule\ d'ostrogradoski)$

$$\oiiint_D \frac{\partial A_i}{\partial x_i} d\varpi = \oiint_S A_i n_i dS$$

II-3-2علاقة التدرج (علاقة جوس) ($formule\ de\ Gauss$):

f دالة سلمية عند النقطة M والعلاقة هي كالتالي:

$$\oiiint_D \overrightarrow{grad} f . d\varpi = \oiint_S \vec{f} . \vec{n} . dS$$

II-3-3علاقة الدوران ($formule\ de\ rotationnel$) :

$$\oiiint_D \overrightarrow{rot} \vec{A} . d\varpi = \oiint_S \vec{n} \times \vec{A} . dS$$

II-3-4 علاقة ستوكس ($formule\ de\ Stockes$) :

ليكن S مقطع من سطح متجه محدود بالمنحني المغلق C ، اتجاه الدوران وهو الاتجاه المباشر:

$$\oiint_S \overrightarrow{rot} \vec{A} \times \vec{n} dS = \oint_C \vec{A} . \overrightarrow{dl}$$

نظرية:عمل شعاع $\vec{A}$ (تجوال) على طول منحني مغلق يساوي تدفق دوران الشعاع$\vec{A}$ عبر السطح المغلق بهذا المنحني .و العلاقة تسمح بتحويل تكامل سطحي إلى تكامل منحني .

II-3-5المشتق الخاص ($Dérivée\ \ particulaire$):

المشتق الخاص للدالة السلمية f المتحركة مع الموضع M :

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{V} . \overrightarrow{grad} f$$

البرهان : نضع $f(M,t) = f(x,y,z,t)$ ، لدينا التفاضل التام للدالة هو :

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right) dt + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) dx + \left(\frac{\partial y}{\partial y}\right) dy + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right) dz$$

$$\frac{df}{dt}=\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)+\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)\frac{dx}{dt}+\left(\frac{\partial y}{\partial y}\right)\frac{dy}{dt}+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)\frac{dz}{dz}$$

$$\frac{df}{dt}=\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)+\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)u+\left(\frac{\partial y}{\partial y}\right)v+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)$$

$$\frac{df}{dt}=\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)+\left(\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)e_x+\left(\frac{\partial y}{\partial y}\right)e_y+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)e_z\right)\left(ue_x+ve_y+we_z\right)$$

$$\frac{df}{dt}=\frac{\partial f}{\partial t}+\vec{V}.\overrightarrow{grad}f$$

$$\frac{df}{dt}=\frac{\partial f}{\partial t}+u_i.\frac{\partial f}{\partial x_i}$$

مشتق الدالة الشعاعية $\vec{A}(M,t)$:

$$\frac{dA_i}{dt}=\frac{\partial A_i}{\partial t}+\vec{V}.\overrightarrow{grad}A_i=\frac{dA_i}{dt}=\frac{\partial A_i}{\partial t}+u_j.\frac{\partial A_i}{\partial x_j}$$

الحد المحلي ↗ ↖ الحد المحمول مع

ونكتب أيضا :

$$\frac{d\vec{A}}{dt}=\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}+\left(\vec{V}.\overrightarrow{grad}\right)\vec{A}$$

مثلا إذا كان الشعاع $\vec{A}(M,t)$ يمثل السرعة :

$$\frac{d\vec{V}}{dt}=\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}+\left(\vec{V}.\overrightarrow{grad}\right)A=\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}+\overrightarrow{grad}\frac{V^2}{2}+\left(\overrightarrow{rot}\vec{V}\right)\times\vec{V}$$

التســـارع الـمحلي: $\frac{\partial\vec{V}}{\partial t}$: يعطينا فكرة عن عدم الاستقرار مع الزمن.

التسارع المحمول مع الحركة : $\overrightarrow{grad}\frac{V^2}{2}+\left(\overrightarrow{rot}\vec{V}\right)\times\vec{V}$: يمثل عدم الانتظام في الانسياب.

II-3-6مشتق تكامل حجمي تابع للحيز :حيث $f(M,t)$ دالة سلمية .

ليكن التكامل التالي :

$$K = \oiiint_D f(M,t)d\varpi$$

$$\Rightarrow \frac{dK}{dt} = \oiiint_D \left(\frac{\partial f}{\partial t} + div(f\vec{V})\right)d\varpi = \oiiint_D \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \overrightarrow{V grad} f + f div(\vec{V})\right)d\varpi$$

$$\Rightarrow \frac{dK}{dt} = \oiiint_D \left(\frac{df}{dt} + f div(\vec{V})\right)d\varpi$$

$$\Rightarrow \frac{dK}{dt} = \oiiint_D \frac{\partial f}{\partial t} d\varpi + \oiiint_D div(f\vec{V})\, d\varpi$$

بتطبيق علاقة التفرق على الحد الثاني من التكامل في الطرف الثاني من المساواة الأخيرة :

$$\frac{dK}{dt} = \oiiint_D \frac{\partial f}{\partial t} d\varpi + \oiint_S f\, \vec{V}.\vec{n}\, dS$$

$$\frac{dK}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\oiiint_D f d\varpi + \oiint_S f\, V_n\, dS$$

الحد: $\frac{\partial}{\partial t}\oiiint_D f d\varpi$: يمثل التغير مع الزمن للدالة f في الحيز D .

الحد: $\oiiint_D f\, V_n\, dS$: يمثل تدفق الكمية fV_n عبر السطح S .

أمثلة : $\Leftarrow f = 1$ حيث $\mathcal{V}$ حجم الحيز D

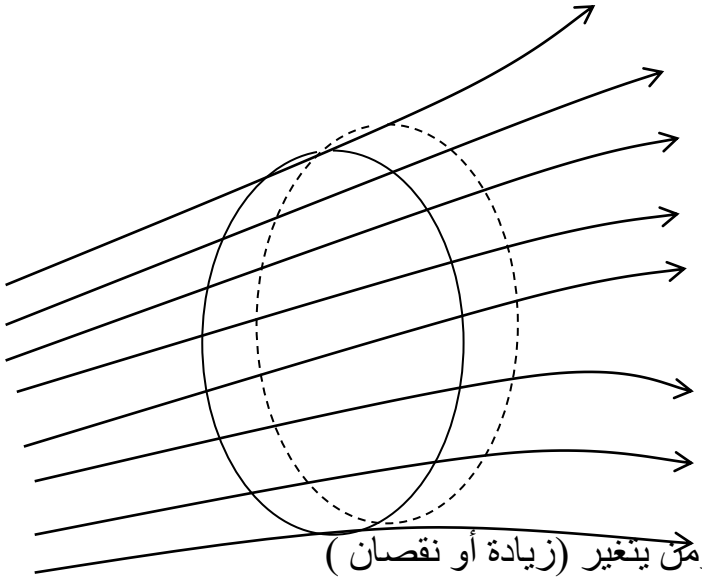
$$K = \oiiint_D d\varpi = \mathcal{V}$$

$$\frac{dK}{dt} = \frac{d\mathcal{V}}{dt} = 0 + \oiiint_D div\vec{V} d\varpi = \oiiint_D div\vec{V} d\varpi = \oiint_S \vec{V}\overrightarrow{dS} = \oiint_S V_n\, dS$$

الحد : $\frac{dK}{dt}$ يمثل التدفق الحجمي عبر الحيز D .

الحد: $\oiint_S V_n\, dS$ يمثل التكامل الذي يساوي التدفق الحجمي عبر السطح S .

تطبيق 1 : عندما $div\vec{V} = 0$ الحجم $\mathcal{V}$ لا يتغير مع الحركة حسب الشكل :



تطبيق 2 : $\vec{V} = 0$ الحجم بالنسبة للزمن يتغير (زيادة أو نقصان)

II-3-7 مشتق تكامل حجمي تابع للحيز : حيث $\vec{A}(M,t)$ دالة شعاعية .

$$\vec{K} = \oiiint_D \vec{A}(M,t)d\varpi \qquad , K_i = \oiiint_D A_i d\varpi$$

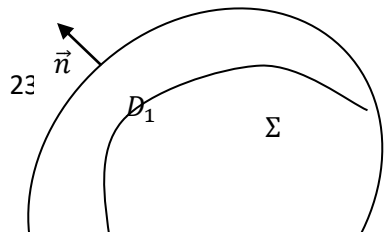
$$\Rightarrow \frac{d\vec{K}}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\oiiint_D \vec{A}d\varpi + \oiint_S \vec{A}V_n\, dS$$

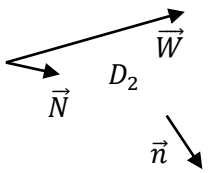
$$\Rightarrow \frac{dK_i}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\oiiint_D A_i d\varpi + \oiint_S A_i V_n\, dS$$

II-3-8 في حالة سطح داخلي Σ يفصل ويقسم الحيز : حيث f دالة سلمية .

$$\frac{d}{dt}\oiiint_D f d\varpi = \oiiint_D \frac{\partial f}{\partial t} d\varpi - \oiint_\Sigma \delta f W_N\, d\Sigma + \oiint_S f V_n\, dS$$

D_2 باتجاه الحيز D_1 هناك تحرك للحيز الناظم $\vec{N}$ حيث $W_N = \vec{W}.\vec{N}$ بالسرعة على Σ.





9-3-II العلاقات الأساسية $(Les\ lemme\ fondamental)$:

لتكن f دالة مستمرة على الحيز D:

$$\oiiint_D f(M)d\varpi = 0 \quad \Rightarrow \quad f(M) = 0 \qquad (1)$$

و نستطيع تطبيق هذه القاعدة على التكامل التالي:

$$\oiiint_D f(M)d\varpi = \oiiint_D g(M)d\varpi \quad \Rightarrow \quad f(M) = g(M) \qquad (2)$$

و هذه العلاقة صالحة من أجل الأشعة $\vec{A}(M)$، وذلك بتطبيق الإسقاطات للدالة الشعاعية على المحاور الأساسية .

القاعدة (1) و (2) نستعملها في المعادلات التفاضلية في ميكانيكا الموائع ذات الشكلين :

- الشكل التكاملي (التكامل – الكلي)
- الشكل التفاضلي (النقطي – المحلي)

و نستطيع تشكيل علاقات لحركة الموائع ذات الخواص الفيزيائية المحلية (ندرس بها مثلا توزيع الضغط و السرع في الفضاء...) ، ونستعملها في إيجاد عبارات عامة ،وكذلك تعطينا القدرة على إنشاء علاقات للحركة وللخواص الفيزيائية للمائع داخل سطح مغلق S .

كذلك يمكن استعمالها في إيجاد الاجهادات المطبقة على المائع من طرف سطح S (سطح صلب) و المائع في حالة حركة . وعلاقات التكامل مهمة في الدراسات الخاصة بالمهندسين .**[14]**

مثال : $\mathcal{V}$ حجم حيز D للمائع :

$$\frac{d\mathcal{V}}{dt} = \oiiint_D div\vec{V}d\varpi = \oiint_S V_n dS$$

بالتعريف نقول أن المائع لا انضغاطي ($incompressible$) عندما يكون $\mathcal{V}$ غير قابل للتغير أثناء الحركة مهما كان D ، أي أن $\frac{d\mathcal{V}}{dt} = 0$. ومنه المعادلة التفاضلية الناتجة هي $div\vec{V} = 0$ والمعادلة التكاملية الناتجة هي : $\oiint_S V_n dS = 0$.

ملاحظة : نقول عن المائع اللا انضغاطي بشكل أدق متساوي الحجم ($isochore$)

II-4 المعادلات الأساسية في ميكانيكا الموائع:

II-4-1 معادلات حفظ الكتلة ($équation\ de\ conservation\ de\ la\ masse$):

II-4-1-1شرح المبدأ($Énoncée\ du\ principe$):نعتبر الحيز D من المائع في حالة حركة له الكتلة

$$m = \oiiint_D \rho(M,t) d\varpi.$$

في حالة ثبات الكتلة ($fluide\ conservatif$) ونكتب :

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt}\oiiint_D \rho(M,t)\, d\varpi$$

II-4-1-2المعادلة المحلية (النقطية)($équation\ ponctuelle$):

حسب التفاضل والمشتق الخاص لتكامل حجمي :

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt}\oiiint_D \rho(M,t)\, d\varpi = \oiiint_D \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\rho\vec{V}\right) d\varpi$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\rho\vec{V} = 0$$

وهي معادلة الاستمرار($équation\ de\ continuité$)، و بفضل التحويل التالي :

$$div(\rho\vec{V}) = \rho.div(\vec{V}) + \vec{V}.\overrightarrow{gard}(\rho)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \vec{V}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{V}.\overrightarrow{gard}(\rho) + \rho.div(\vec{V})$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho div\vec{V} = 0$$

في الإحداثيات الديكارتية :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \ \dots\dots\dots \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0$$

عندما تكون الكتلة الحجمية مستقلة عن الموضع :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) = 0 \ \dots\dots\dots \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho\frac{\partial}{\partial x_i}(u_i) = 0$$

عندما تكون الكتلة الحجمية مستقلة عن الموضع والزمن (مائع غير انضغاطي) :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) = 0 \quad \dots\dots\dots \quad \frac{\partial}{\partial x_i}(u_i) = 0 \quad \dots\dots\dots \quad div\vec{V} = 0$$

و قد استنتجنا هذه النتيجة في الفصل الأول والتي تؤدي إلى استنتاج المعادلة التكاملية التالية:

حيث أن الحجم $\mathcal{V}$ يكون ثابت مهما كان تغير الزمن

$$\frac{d\mathcal{V}}{dt} = \oiiint_D div\vec{V}d\varpi = 0$$

و حيث أن من البديهي أن الكتلة الحجمية لا تتعلق بالموضع ولا بالزمن فإن $\frac{d\rho}{dt} = 0$ ، وهذا يعني :

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{V}.\overrightarrow{gard}(\rho) = 0$$

و هذا بدوره يعني أن الحدين معا معدومين :

$\frac{\partial \rho}{\partial t}$: يعني أن الكتلة الحجمية لا تتغير مع الزمن t.

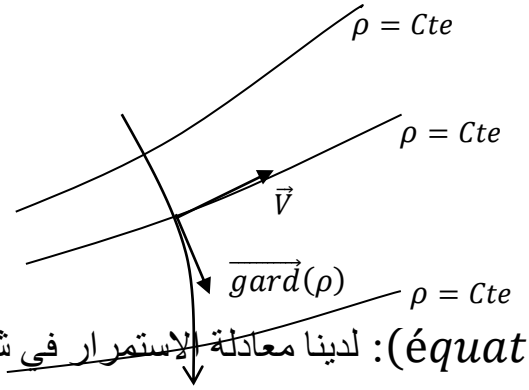
$\vec{V}.\overrightarrow{gard}(\rho)$: يعني أن الكتلة الحجمية لا تتغير مع الموضع (x, y, z) .

في حالة $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$: يعني الكتلة الحجمية لا تتعلق بالزمن ، معادلة الاستمرار تكتب كما يلي :

$$\vec{V}.\overrightarrow{gard}(\rho) = 0$$

هناك حالات ممكنة :

- $\vec{V} = 0$ و $\overrightarrow{grad}(\rho) \neq 0$: يعني أن المائع في حالة سكون و هو متجانس .
- $\vec{V} \neq 0$ و $\overrightarrow{gard}(\rho) = 0$: يعني أن المائع في حالة حركة و الكتلة الحجمية ثابتة في الفضاء والزمن .
- $\vec{V} \perp \overrightarrow{gard}(\rho)$ و : السرعة وتدرج الكتلة الحجمية متعامدين . حسب الشكل التالي



3-1-4-II المعادلةالتكاملية $(\acute{e}quation\ int\acute{e}gr\acute{e}e)$: لدينا معادلة الإستمرار في شكلها التفاضلي هي:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\rho\vec{V} = 0$$

$$\oiiint_D \frac{\partial \rho}{\partial t} d\varpi + \oiiint_D div\rho\vec{V} d\varpi = 0$$

$$\Rightarrow \oiiint_D \frac{\partial \rho}{\partial t} d\varpi + \oiint_S \rho\vec{V}.\vec{n}.dS = 0$$

الحد الأول :يعبر عن تكامل المتغير $\frac{\partial \rho}{\partial t}$بالنسبة للحجم ، والذي يعبر بدوره عن تغير ρ بالنسبة للزمن.

الحد الثاني :مجموعة التدفقات الكلية للمائع عبر السطح S المغلق و الثابت .

حيث : أن العنصر التفاضلي $dq = \rho\vec{V}.\vec{n}.dS$ يمثل التدفق الكتلي التفاضلي العابر لـ dS :

التدفق يخرج من الحيز: $dq > 0 \ : \ si \ \vec{V}.\vec{n} > 0$

التدفق يدخل إلى الحيز: $dq < 0 \ : \ si \ \vec{V}.\vec{n} < 0$

عندما يكون S يمثل سطح صلب V_n ← هي المركبة الناظمية للسرعة على هذا السطح ← هذه السرعة معدومة. وعندما ρ لا تتغير مع الزمن ينتج:

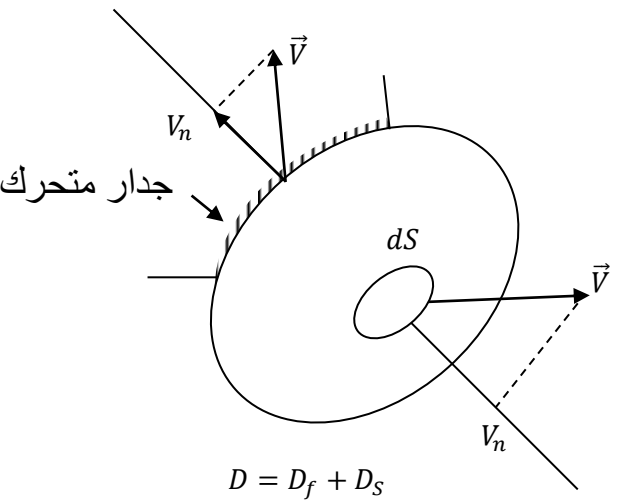
$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \\ \oiint_S \rho \vec{V}.\vec{n}.dS = 0 \quad ou \quad \oiint_S dq = 0 \end{cases}$$

و هذا يعبر عن أن كل ما يدخل من مائع للحيز Dيعوضه خروج من الحيز D للمائع، وهذا ما يمثل إنحفاظ التدفق الكتلي.

نظرية : عندما $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ كل التدفقات الكتلية الخارجة من السطح S مغلق وثابت تكون معدومة.وهذا القانون مهم في دراسة الانسياب داخل أنابيب ثابتة الجدران. حيث أن المادة لا تعبر عبر الجدران والتدفق يمر عبر المقاطع S_1 ; S_2 حيث إذا اعتبرنا: q_1 التدفق الكتلي عبر S_1 و q_2 التدفق الكتلي عبر S_2 . قانون انحفاظ التدفق هو $q_1 = q_2$

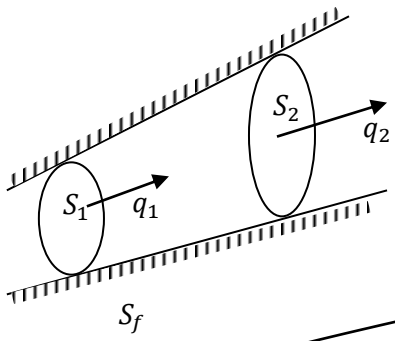
ملاحظة : عموما في ميكانيكا الموائع والترموديناميك يجب أن نحدد الحيز D المكون من أجزاء من المائع و أجزاء من السطوح الصلبة . ونحصل على المعادلات التكاملية:حيث : D_f و S_f يمثل الحيز والسطح الخاص بالمائع.**[14]**

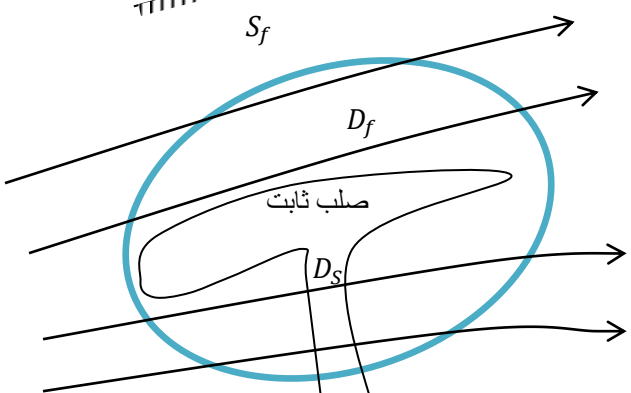
$$\Rightarrow \iiint_{D_f} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\varpi + \oiint_{S_f} \rho V_n dS = 0$$



$D = D_f + D_S$

$S = S_f + S_S$





II-4-1-4-تعميم($Généralité$) :

الحجمDله منبع إنتاج للمائع (مصدر-بئر-تفاعل كيميائي.....)و المتمثل في المقدار $\oiiint_D r d\varpi$بالنسبة لوحدة الزمن، و التدفق يعبر عنه المقدار $\oiint_S \vec{J}.\vec{n}.dS$ –بالنسبة لوحدة الزمن.

في هذا الشروط ؛ الكتلة لا تتغير مع الزمن $\frac{dm}{dt} = 0$:

$$\frac{dm}{dt} = \oiiint_D r d\varpi - \oiint_S \vec{J}.\vec{n}.dS = \oiiint_D r d\varpi - \oiiint_D div(\vec{J}) d\varpi$$

$$\frac{dm}{dt} = \oiiint_D \left(r - div(\vec{J})\right) d\varpi$$

ولدينا مشتق الزمني للكتلة حسب نظرية التكامل في الفصل الأول :

$$\frac{dm}{dt} = \oiiint_D \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\rho\vec{V}\right) d\varpi = \oiiint_D \left(r - div(\vec{J})\right) d\varpi$$

ومنه نحصل على المعادلة النقطية :

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\rho\vec{V}\right) = \left(r - div(\vec{J})\right) \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = -div\left(\rho\vec{V} + \vec{J}\right) + r$$

والمعادلة التكاملية :

$$\oiiint_D \frac{\partial \rho}{\partial t} d\varpi = \oiiint_D \left(-div\left(\rho\vec{V} + \vec{J}\right) + r\right) d\varpi$$

$$\oiiint_D \frac{\partial \rho}{\partial t} d\varpi + \oiiint_D div\left(\rho\vec{V} + \vec{J}\right) d\varpi = \oiiint_D r\, d\varpi$$

$$\iiint_D \frac{\partial \rho}{\partial t} d\varpi + \oiint_S (\rho\vec{V} + \vec{J}).\vec{n}.dS = \iiint_D r\, d\varpi$$

الانتاج = التدفق الخارجي + النمو الداخلي

II-4-2معادلات كمية الحركة $(\text{ équation des quantités de mouvement})$:

II-4-2-1شرح المبدأ$(\text{Énoncée du principe})$:ليكن الحيز D من المائع في حالة حركة. المشتق بالنسبة للزمن للمقدار $\rho\vec{V}$ يمثل مجموع القوى الخارجية (قوى حجم + قوى سطح) ونكتب : حيث O نقطة ثابتة لمعلم غاليلي .

$$\overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d}{dt}(\rho\vec{V}) = (\rho\vec{F})_D + (\vec{T})_S$$

$$\frac{d}{dt}\iiint_D \rho\vec{V} d\varpi = \iiint_D \rho\vec{F} d\varpi + \oiint_S \vec{T} dS$$

$$\frac{d}{dt}\iiint_D \overrightarrow{OM} \times \rho\vec{V} d\varpi = \iiint_D \overrightarrow{OM} \times \rho\vec{V} d\varpi + \oiint_S \overrightarrow{OM} \times \vec{T} dS$$

II-4-2-2المعادلة التحريكية النقطية $(L'\text{équation dynamique ponctuelle})$:

نقوم بعملية إسقاط للمعادلة على المحاور الثلاثة ونحول الحدود حدا فحدا :

$$\frac{d}{dt}\iiint_D \rho u_i d\varpi = \iiint_D \rho F_i d\varpi + \oiint_S T_i dS$$

$$\frac{d}{dt}\iiint_D \rho u_i d\varpi = \iiint_D \rho \frac{du_i}{dt} d\varpi$$

$$\oiint_S T_i dS = \oiint_S \sigma_{ij} n_j dS = \oiiint_D \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} d\varpi$$

ومنه نحصل على المعادلة بشكلها التكاملي (الكلي) ثم التفاضلي (النقطي):

$$\oiiint_D \left(\rho \frac{du_i}{dt}\right) d\varpi = \oiiint_D (\rho F_i) d\varpi + \oiiint_D \left(\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}\right) d\varpi$$

$$\rho \frac{du_i}{dt} = \rho F_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}$$

وقوى الحجم لمائع كموني مشتقة من كمون :

$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}\mathcal{U} \quad \Rightarrow \quad F_i = -\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x_i}$$

و قوى السطح معرفة كما يلي:

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + \tau_{ij} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$$

ومنه نحصل على ثلاث معادلات تحريك نقطية :

$$\rho \frac{du_i}{dt} = \rho F_i - \frac{\partial P}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$$

ونسقط المعادلة شعاعيا :

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\rho \overrightarrow{grad}\mathcal{U} - \overrightarrow{grad}P + \vec{f}$$

الدالة $\vec{f}$ ذات المركبات $f_i = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$ تعبر عن تأثير الإجهادات اللزجة على عنصر حجم من المائع .

و بتطبيق المبدأ الأساسي للتحريك $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \rho \vec{\Gamma}$ ومجموع القوى المأثرة ينقسم إلى :

قوى حجم : $F_V = -\rho \overrightarrow{grad}\mathcal{U} = -\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x_i} \overrightarrow{e_i}$

قوى ضغط : $F_P = -\overrightarrow{grad}P = -\frac{\partial P}{\partial x_j}\overrightarrow{e_j}$

قوى لزوجة : $F_\nu = f_i\overrightarrow{e_i} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}\overrightarrow{e_j}$

II-4-2-3معادلة تحريك المائع اللزج:في المعادلة التي تمثل الإسقاط على أحد المحاور الأساسية:

$$\rho\frac{du_i}{dt} = \rho F_i - \frac{\partial P}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$$

نعوض قيمة τ_{ij}التي تساوي : $\tau_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \eta\delta_{ij}e$

$$\tau_{ij} = \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) + \eta\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij}$$

حيث أن : μ , η ثوابت ينتج لنا عند إدخال الاشتقاق $\frac{\partial}{\partial x_j}$ حيث j دليل متغير :

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) + \eta\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij}\right] = \mu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \mu\frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j\partial x_i} + \eta\frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j\partial x_k}\delta_{ij}$$

نلاحظ أن رمز كرونكر δ_{ij} يختفي عند $i \neq j$ ، و يساوي 1 عند $i = j$ ، فيصبح :

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \mu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \mu\frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j\partial x_i} + \eta\frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i\partial x_k}.1$$

في الحد الثاني نقلب ترتيب الاشتقاق بين الدليل j و i ، فيصبح هناك تشابه بين الحد الثاني و الثالث :

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \mu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \mu\frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i\partial x_j} + \eta\frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i\partial x_k} = \mu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + (\mu+\eta)\frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i\partial x_k}$$

في الحد الأخير في العلاقة الأخيرة : يمكن فصل الاشتقاق بين الدليل k و i :

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \mu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + (\mu+\eta)\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right)$$

$$\Longrightarrow \begin{cases} \rho \dfrac{du}{dt} = -\rho \dfrac{\partial \mathcal{U}}{\partial x} - \dfrac{\partial P}{\partial x} + \mu \Delta u + (\mu + \eta) \dfrac{\partial e}{\partial x} \\ \rho \dfrac{dv}{dt} = -\rho \dfrac{\partial \mathcal{U}}{\partial y} - \dfrac{\partial P}{\partial y} + \mu \Delta v + (\mu + \eta) \dfrac{\partial e}{\partial y} \\ \rho \dfrac{dw}{dt} = -\rho \dfrac{\partial \mathcal{U}}{\partial z} - \dfrac{\partial P}{\partial z} + \mu \Delta w + (\mu + \eta) \dfrac{\partial e}{\partial z} \end{cases}$$

حيث :

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt} = \dfrac{\partial}{\partial t} + u \dfrac{\partial}{\partial x} + v \dfrac{\partial}{\partial y} + w \dfrac{\partial}{\partial z} \text{ المشتق تام} \\ \Delta = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2} \text{ لابلاس} \\ e = div\vec{V} = \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} + \dfrac{\partial w}{\partial z} \text{ التفرق} \end{cases}$$

في معلم ديكارتي نستنتج معادلة لام $(équation\ de\ Lamb)$

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\rho \overrightarrow{grad}\mathcal{U} - \overrightarrow{grad}P + \mu \Delta \vec{V} + (\mu + \eta) \overrightarrow{grad}\left(div\vec{V}\right)$$

ولدينا التسارع يساوي :

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \overrightarrow{grad}\frac{V^2}{2} + \left(\overrightarrow{rot}\vec{V}\right) \times \vec{V}$$

ومنه المعادلة النقطية في هذه الحالة :

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \overrightarrow{grad}\frac{V^2}{2} + \left(\overrightarrow{rot}\vec{V}\right) \times \vec{V} \right) = -\rho \overrightarrow{grad}\mathcal{U} - \overrightarrow{grad}P + \mu \Delta \vec{V} + (\mu + \eta) \overrightarrow{grad}\left(div\vec{V}\right)$$

II-4-2-4حالة مائع غير انضغاطي : معادلة نافي ستوكس$(Navier - Stockes)$

يكون لدينا من أجل مائع غير انضغاطي$e = div\vec{V} = 0$ وتصبح المعادلة على الشكل :

$$\begin{cases} \rho \dfrac{du}{dt} = -\rho \dfrac{\partial \mathcal{U}}{\partial x} - \dfrac{\partial P}{\partial x} + \mu \Delta u \\ \rho \dfrac{dv}{dt} = -\rho \dfrac{\partial \mathcal{U}}{\partial y} - \dfrac{\partial P}{\partial y} + \mu \Delta v \\ \rho \dfrac{dw}{dt} = -\rho \dfrac{\partial \mathcal{U}}{\partial z} - \dfrac{\partial P}{\partial z} + \mu \Delta w \end{cases}$$

والمعادلة الشعاعية:

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\rho \overrightarrow{grad}\mathcal{U} - \overrightarrow{grad}P - \mu\, \overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}\vec{V}\right)$$

ومن أجل كتلة حجمية ثابتة :

$$\begin{cases} \rho \dfrac{du_i}{dt} = -\dfrac{\partial (P + \rho \mathcal{U})}{\partial x_i} + \mu \Delta u_i \\ \rho \dfrac{d\vec{V}}{dt} = -\overrightarrow{grad}(P + \rho \mathcal{U}) - \mu\, \overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}\vec{V}\right) \end{cases}$$

حيث : لابلاس دالة شعاعية $\Delta\vec{V} = \overrightarrow{grad}\left(div\vec{V}\right) - \overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}\vec{V}\right)$

يكون لدينا من أجل مائع غير انضغاطي $e = div\vec{V} = 0$ يكون لدينا :

$$\Delta\vec{V} = -\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}\vec{V}\right)$$

في حالة حقل ثقالة : $\mathcal{U} = gz$ ، حيث z ارتفاع عن مستوي مرجعي

$$\rho \frac{du_i}{dt} = -\frac{d}{dx_i}(P + \rho g z) + \mu \Delta u_i$$

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\overrightarrow{grad}(P + \rho g z) - \mu \overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}\vec{V}\right)$$

نسمي المجموع $(P + \rho g z)$: الضغط المحرك $(pression\ motrice)$ ويستعمل كثيرا في الهيدروديناميك.

II-4-2-معادلات التحريك التكاملية $(équations\ dynamiques\ intégrées)$: و

المعادلة هي

$$\frac{d}{dt}\oiiint_D \rho\vec{V}d\varpi = \oiiint_D \rho\vec{F}d\varpi + \oiint_S \vec{T}dS$$

$$\Rightarrow \oiiint_D \frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial x}d\varpi + \oiint_S \rho\vec{V}V_n dS = \oiiint_D \rho\vec{F}\,d\varpi + \oiint_S \vec{T}\,dS$$

$$\frac{d}{dt}\oiiint_D \overrightarrow{OM}\times\rho\vec{V}d\varpi = \oiiint_D \overrightarrow{OM}\times\rho\vec{F}d\varpi + \oiint_S \overrightarrow{OM}\times\vec{T}dS$$

$$\Rightarrow \oiiint_D \frac{\partial}{\partial t}(\overrightarrow{OM}\times\rho\vec{V})d\varpi + \oiint_S (\overrightarrow{OM}\times\rho\vec{V})V_n dS$$

$$= \oiiint_D (\overrightarrow{OM}\times\rho\vec{F})d\,\varpi + \oiint_S (\overrightarrow{OM}\times\vec{T})dS$$

حيث:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\overrightarrow{OM}\times\rho\vec{V}) = \overrightarrow{OM}\times\frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{V})$$

مركبات $\overrightarrow{OM}$ وهي x, y, z غير متعلقة بالزمن وتسمى متغيرات أولر .

تفسير : الحد $\oiiint_D \frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t}d\varpi$ يمكن كتابته $\frac{d}{dt}\oiiint_D \rho\vec{V}d\varpi$ (وهو يمثل تغير كمية الحركة بالنسبة لوحدة الزمن، حيث الحيز D ثابت الأبعاد) .

الحد $\oiint_S \rho\vec{V}V_n dS$ (يمثل مجموع تدفقات كمية الحركة العابرة للسطح S (ثابت و مغلق)

حيث أن تأثير $dq_m = \rho V_n dS$ وهو التدفق الكتلي العنصري المار عبر السطح dS .

حالات التدفق العنصري من حيث الإشارة:

عندما: dq_m موجب معنى هذا أن: $V_n = \vec{V}.\vec{n} > 0 \Leftarrow$ المائع يخرج من D عبر السطح S .

عندما: dq_mسالب معنى هذا أن: $V_n = \vec{V}.\vec{n} < 0$ ⇐ المائع يدخل إلى Dعبر السطح S .

المقدار التفاضلي $dq_c = \vec{V}dq_m = \rho\vec{V}V_n dS$ يمثل تدفق كمية الحركة العنصري العابر للسطح S

وهذا المقدار يخضع للشروط السابقة الخاصة بالتدفق الكتليdq_m حيث السرعة$\vec{V}$تحدد الاتجاه.

الحالة الأولى: $\frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{V}) = 0$ أي $\rho\vec{V}$ لا تتغير مع الزمن .

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{V}) = 0 \\ \oiint_S \vec{V}dq_m = \oiiint_D \rho\vec{F}d\varpi + \oiint_S \vec{T}dS \end{cases}$$

ومنه التعميم لنظرية العزم الحركي (عزم كمية الحركة):

نظرية: عندما يكون معدوم : مجموع التدفقات لكمية الحركة العابرة $\frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{V})$ المغلق الثابت يساوي مجموع القوى الخارجية المطبقة على المائع داخل Sللسطح

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{V}) = 0 \\ \oiint_S (\overrightarrow{OM} \times \vec{V})dq_m = \oiiint_D (\overrightarrow{OM} \times \rho\vec{F})d\varpi + \oiint_S (\overrightarrow{OM} \times \vec{T})dS \end{cases}$$

نظرية: عندما يكون معدوم : مجموع عزوم كمية الحركة لنقطة$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{V})$ (السطح ثابت ومغلق Sمادية ثابتة أو عزم كمية الحركة العابرة للسطح على المائع) ، يساوي مجموع عزوم القوى الخارجية بالنسبة لهذه النقطة.

ملاحظة: في حالة $\frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{V})$ معدوم يكون فيه تساوي للمقادير التالية:

- مقادير التدفقات لكمية الحركة العابرة على S .
- مقادير القوى الخارجية المطبقة على الحيز D .

الحالة الثانية: :من أجل تطبيق نظرية كمية الحركة و كذلك نظرية عزوم كمية الحركة ، من اللازم البحث عن معلم يكون فيه السريان مستقر $\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho\vec{V}\right) = 0$.

في معلم غاليلي قوى الحجم $\rho\vec{F}$ بالنسبة لوحدة الحجم المتعلقة خصوصا بالمسافة (مثلا قوى الثقالة) نستعمل $\rho\overrightarrow{F_d}$ (قوى المسافة) .

$$\oiint_S \vec{V} dq_m = \oiiint_D \rho\overrightarrow{F_d} d\varpi + \oiint_S \vec{T} dS$$

عندما يكون المعلم غير غاليلي ، ندخل قوى المسافة$\rho\overrightarrow{F_d}$ وقوى العطالة $\rho\vec{\varphi}$ وتكتب المعادلة :

$$\oiint_S \vec{V} dq_m = \oiiint_D \rho\overrightarrow{F_d} d\varpi + \oiiint_D \rho\vec{\varphi} d\varpi + \oiint_S \vec{T} dS$$

في الحالات الأبسط نأخذ $\vec{\varphi}$ نفس الحالات الخاصة ، إذا كان المعلم يتحرك بتسارع $\overrightarrow{\Gamma_e}$ بالنسبة لمعلم غاليلي ، ونعرف m كتلة المائع في الحيز D :

$$\oiiint_D \rho\vec{\varphi} d\varpi = -\oiiint_D \rho\overrightarrow{\Gamma_d} d\varpi = -m\overrightarrow{\Gamma_d}$$

الحالة الثالثة: لتوضيح المبدأ المتعلق بكميات الحركة المطبقة على الحيز D مهما تكن الأوساط المشكلة من أجزاء ، فالمعادلات التالية دائما مقبولة وصالحة لتفسير نظرية التدفقات:

$$\frac{d}{dt}\oiiint_D \rho\vec{V} d\varpi = \oiiint_D \rho\vec{F} d\varpi + \oiint_S \vec{T} dS$$

$$\frac{d}{dt}\oiiint_D \overrightarrow{OM} \times \rho\vec{V} d\varpi = \oiiint_D \overrightarrow{OM} \times \rho\vec{F} d\varpi + \oiint_S \overrightarrow{OM} \times \vec{T} dS$$

أما المعادلات التالية يجب أن تكون هناك افتراضات لكي تكون صحيحة:

$$\iiint_D \frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t} d\varpi + \oiint_S \rho\vec{V}V_n dS = \iiint_D \rho\vec{F}\, d\varpi + \oiint_S \vec{T}\, dS \qquad (*)$$

$$\iiint_D \frac{\partial(\overrightarrow{OM} \times \rho\vec{V})}{\partial t} d\varpi + \oiint_S (\overrightarrow{OM} \times \rho\vec{V})V_n dS$$

$$= \iiint_D (\overrightarrow{OM} \times \rho\vec{F}) d\varpi + \oiint_S (\overrightarrow{OM} \times \vec{T}) dS$$

مبدئيا الدالة $\rho\vec{V}$ تكون مستمرة في الحيز D، ومن الممكن أن تكون غير مستمرة في سطوح مختلفة.
ليكن $\sum$ (سطح ثابت ولا يتغير موضعه بالنسبة للحيز D).

وهذه الحالة نمثلها مثلا بانسياب مائع حول جسم صلب ثابت .

المعادلة $(*)$: إذا كان جسم صلب له سطح S_s وحيز D_s :

الحد $\iiint_D \frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t} d\varpi$: عندما تكون السرعة معدومة يؤدي إلى انعدام الحد .

الحد $\oiint_S \rho\vec{V}V_n dS$:عندما تكون السرعة معدومة يؤدي إلى انعدام الحد .

الحد $\iiint_D \rho\vec{F}\, d\varpi$: حالة (ثابت $= \rho$) و $\vec{F} = -\overrightarrow{grad}\mathcal{U}$

$$\iiint_D \rho\vec{F}\, d\varpi = \iiint_D -\overrightarrow{grad}(\rho\mathcal{U})\, d\varpi = -\oiint_S (\rho\mathcal{U})\vec{n}.\, dS$$

الحد $\oiint_S \vec{T}\, dS$: نستعمل العلاقة: $\vec{T} = -P\vec{n} + \vec{\tau}$

$$\oiint_S \vec{T}\, dS = -\oiint_S P\vec{n}\, dS + \oiint_S \vec{\tau}\, dS$$

و نكتب المعادلة$(*)$بشكلها الجديد :

$$\iiint_D \frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t} d\varpi + \oiint_S \rho\vec{V}V_n dS$$

$$= \iiint_D \rho\vec{F}\, d\varpi - \oiint_S (P + \rho\mathcal{U})\vec{n}.\, dS + \oiint_S \vec{\tau}\, dS$$

و في حالة الكمون ناتج من حقل ثقالي يصبح لدينا $\mathcal{U} = gh$ ونستنتج ضغطا جديدا نسميه الضغط المحرك $P_g = P + \rho\mathcal{U} = P + \rho gh$ ونكتب المعادلة في الشكل الجديد :

$$\iiint_D \frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t} d\varpi + \oiint_S \rho\vec{V}V_n dS$$

$$= \iiint_D \rho\vec{F}\, d\varpi - \oiint_S P_g\vec{n}.\, dS + \oiint_S \vec{\tau}\, dS$$

ومن جهة أخرى عندما تكون قوى الحجم تساوي حقل الجاذبية (الثقالية) $\vec{F} = \vec{g}$ التكامل في المعادلة$(*)$:

$$\iiint_D \rho\vec{F}\, d\varpi = \iiint_D \rho\vec{g}\, d\varpi = \iiint_D \vec{g}\, dm = \vec{g}\iiint_D dm = m\vec{g}$$

(و هذه المعادلة هي معادلة تخص دراسة المسائل المتعلقة بميكانيكا الموائع غير الانضغاطية في حقل ثقالة):

$$\iiint_D \frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t} d\varpi + \oiint_S \rho\vec{V}V_n dS = m\vec{g} - \oiint_S P\,\vec{n}.\, dS + \oiint_S \vec{\tau}\, dS$$

II-4-3نظرية الطاقة الحركية $(Théorème\ de\ l'énergie\ cinétique)$:

نعيد كتابة المعادلة التالية الخاصة بالتحريك :

$$\rho\frac{du_i}{dt} = \rho F_i + \frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial x_j}$$

نضرب في مركبة السرعة u_i :

$$\rho u_i \frac{du_i}{dt} = \rho u_i F_i + u_i \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}$$

$$\rho \frac{d}{dt}\left(\frac{u_i^2}{2}\right) = \rho u_i F_i + \frac{\partial(u_i \sigma_{ij})}{\partial x_j} - \sigma_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

نكامل المعادلة السابقة على الحيز D للمائع بعد ضربه في $d\varpi$:

$$\oiiint_D \rho \frac{d}{dt}\left(\frac{u_i^2}{2}\right) d\varpi = \oiiint_D \rho u_i F_i d\varpi + \oiiint_D \frac{\partial(u_i \sigma_{ij})}{\partial x_j} d\varpi - \oiiint_D \sigma_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j} d\varpi$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{d}{dt}\oiiint_D \left(\dfrac{\rho u_i^2}{2}\right) d\varpi = \oiiint_D \rho u_i F_i d\varpi + \oiint_S u_i \sigma_{ij} n_j dS - \oiiint_D \sigma_{ij}\dfrac{\partial u_i}{\partial x_j} d\varpi \\ \begin{pmatrix} \text{الزمنيالمشتق} \\ \text{للطاقة الحركية} \\ \text{الحيزفي } D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{إستطاعة} \\ \text{الحجمقوى} \\ \mathcal{P}_v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{إستطاعة} \\ \text{قوى السطح} \\ \mathcal{P}_s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{إستطاعة} \\ \text{القوى الداخلية} \\ \mathcal{P}_i \end{pmatrix} \\ \text{(القوىإستطاعة الخارجية)} \\ \mathcal{P}_e \end{cases}$$

و العلاقة الأخيرة تعطينا تفسير لنظرية الطاقة الحركية .

II-4-3-1حساب استطاعة قوى الحجم $\mathcal{P}_v$: هذه القوى مشتقة من الكمون $\mathcal{U}$ ، وهذا الكمون لا يتعلق بالزمن.

$$\rho u_i F_i = -\rho u_i \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial x_i} = -\rho \vec{V}.\overrightarrow{grad}\mathcal{U} = -\rho\left(\frac{d\mathcal{U}}{dt} - \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t}\right) = -\rho\frac{d\mathcal{U}}{dt}$$

$$\mathcal{P}_v = \oiiint_D \rho u_i F_i d\varpi = -\oiiint_D \rho \frac{d\mathcal{U}}{dt} d\varpi$$

و هذا الحد يمثل التناقص في الطاقة الكامنة بالنسبة لوحدة الزمن للمائع داخل الحيز D.

II-4-3-2حساب استطاعة قوى السطح $\mathcal{P}_s$: نلاحظ بالنسبة لقوى السطح

$$\oiint_S (u_i \,.\, \sigma_{ij} . n_j) dS = \oiint_S (u_i \,.\, T_i) dS = \oiint_S (\vec{V} \,.\, \vec{T}) dS$$

ومنه تكون لدينا العلاقة التالية:

$$\mathcal{P}_s = \oiint_S (u_i \,.\, \sigma_{ij} . n_j) dS = \oiint_S (\vec{V} \,.\, \vec{T}) dS = \oiint_S \left(\vec{V} \,.\, (-P\vec{n} + \vec{\tau})\right) dS$$

$$\mathcal{P}_s = \oiint_S [\vec{V} . (-P\vec{n}) + \vec{V} . \vec{\tau}]\, dS = \oiint_S -P\vec{n} . \vec{V}\, dS + \oiint_S \vec{V} . \vec{\tau}\, dS$$

$$\mathcal{P}_s = \oiint_S -P n_i u_i\, dS + \oiint_S u_i \tau_{ij} n_j\, dS$$

$$\Rightarrow \mathcal{P}_s = \oiint_S -P V_n\, dS + \oiint_S u_i \vec{\tau_i} . \vec{n}\, dS$$

أو بطريقة أخرى :

$$\Rightarrow \mathcal{P}_s = \oiiint_D \frac{\partial (u_i \,.\, \sigma_{ij})}{\partial x_j} d\varpi = -\oiiint_D \frac{\partial (u_i \,.\, P)}{\partial x_i} d\varpi + \oiiint_D \frac{\partial (u_i \,.\, \tau_{ij})}{\partial x_j} d\varpi$$

$$\Rightarrow \mathcal{P}_s = \oiiint_D -div(\vec{V} \,.\, P)\, d\varpi + \oiiint_D div(u_i \,.\, \vec{\tau_i}) d\varpi$$

$$\begin{cases} \Rightarrow \mathcal{P}_s = \oiint_S -P V_n\, dS + \oiint_S u_i \vec{\tau_i} . \vec{n}\, dS \\ \mathcal{P}_s = \begin{pmatrix} \text{قوبإستطاعة} \\ \text{السكونيالضغط} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{قوبإستطاعة} \\ \text{اللزوجة} \end{pmatrix} \end{cases}$$

و من أجل سطح صلب ثابت لا يوجد تأثير لقوى الضغط و اللزوجة وهذا معناه أن يكون :

- V_n دائما معدومة عند السطح الصلب (من أجل استطاعة قوى الضغط السكوني).
- τ_{ij} معدوم في حالة مائع مثالي أو u_i معدومة في حالة مائع لزج (من أجل استطاعة قوى اللزوجة)

II-4-3-3حساب استطاعة قوى الداخلية $\mathcal{P}_i$:

$$\mathcal{P}_i = -\oiiint_D \sigma_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}d\varpi = -\oiiint_D \left(-P\delta_{ij}+\tau_{ij}\right)\frac{\partial u_i}{\partial x_j}d\varpi$$

$$\Rightarrow \mathcal{P}_i = \oiiint_D \left(P\delta_{ij}\right)\frac{\partial u_i}{\partial x_j}d\varpi - \oiiint_D \tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}d\varpi$$

$$\begin{cases} \mathcal{P}_i = \oiiint_D P div(\vec{V})d\varpi - \oiiint_D \phi\, d\varpi \\ \phi = \tau_{ij}\dfrac{\partial u_i}{\partial x_j} \end{cases}$$

الدالة ϕ : دائما موجبة القيمة ونسميها دالة التبدد ، والعالم $(Rayleigh)$ قد درسها كثيرا .

$\oiiint_D P div(\vec{V})d\varpi$ ؛ الحديمثل استطاعة الانضغاط اللدن للحيز

$(Puissance\ de\ compression\ élastique\ du\ domaine\ )$

الحد $-\oiiint_D \phi\, d\varpi$ ؛ يمثل الاستطاعة المتبددة بفعل الاحتكاك اللزج في جميع الحيز D

و نكتب معادلة الطاقة الحركية :

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\oiiint_D \left(\dfrac{\rho V^2}{2}+\rho\mathcal{U}\right)d\varpi = \oiint_S -PV_n\, dS + \oiint_S u_i\vec{\tau_i}.\vec{n}\, dS + \oiiint_D P div(\vec{V})d\varpi - \oiiint_D \phi\, d\varpi \\ (\text{الحد } 1) \quad = \quad (\text{الحد } 2) \quad + \quad (\text{الحد } 3) \quad + \quad (\text{الحد } 4) \quad + \quad (\text{الحد} 5) \end{cases}$$

الحد (1) : يمكن كتابته كما يلي

$$\frac{d}{dt}\iiint_D \left(\frac{\rho V^2}{2}+\rho\mathcal{U}\right)d\varpi$$

$$=\frac{\partial}{\partial t}\iiint_D \left(\frac{\rho V^2}{2}+\rho\mathcal{U}\right)d\varpi+\iiint_D \vec{V}.\overrightarrow{grad}\left(\frac{\rho V^2}{2}+\rho\mathcal{U}\right)d\varpi$$

$$\frac{d}{dt}\iiint_D \left(\frac{\rho V^2}{2}+\rho\mathcal{U}\right)d\varpi=\iiint_D \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho V^2}{2}+\rho\mathcal{U}\right)d\varpi+\iint_S V_n\left(\frac{\rho V^2}{2}+\rho\mathcal{U}\right)dS$$

ومنه تصبح معادلة الطاقة الحركية :

$$\iiint_D \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho V^2}{2}+\rho\mathcal{U}\right)d\varpi+\iint_S \left(\frac{\rho V^2}{2}+\rho\mathcal{U}\right)V_n dS$$

$$=\iint_S -PV_n\,dS+\iint_S u_i\vec{\tau_i}.\vec{n}\,dS+\iiint_D P div(\vec{V})d\varpi-\iiint_D \phi\,d\varpi$$

$$\iiint_D \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho V^2}{2}+\rho\mathcal{U}\right)d\varpi+\iint_S \left(\frac{\rho V^2}{2}+\rho\mathcal{U}+P\right)V_n dS$$

$$=\iint_S u_i\vec{\tau_i}.\vec{n}\,dS+\iiint_D P div(\vec{V})d\varpi-\iiint_D \phi\,d\varpi$$

نلخص كل ما سبق في معادلة والتي تسمى بـ كوتون فورتي $-$ ($équation\ \ de\ Cotton$: $Fortier$)

$$\begin{cases}\iiint_D \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho V^2}{2}+\rho\mathcal{U}\right)d\varpi+\iint_S \left(\frac{\rho V^2}{2}+\rho\mathcal{U}+P\right)V_n dS=\iiint_D P div(\vec{V})d\varpi-\mathcal{P}_\mu \\ -\mathcal{P}_\mu=\iint_S u_i\vec{\tau_i}.\vec{n}\,dS-\iiint_D \phi\,d\varpi \qquad (équation\ \ de\ Cotton-Fortier)\end{cases}$$

و هذا الحد الأخير $-\mathcal{P}_\mu$ يمثل الاستطاعة الكلية للتبدد بفعل اللزوجة .

المعادلة الأخيرة تسمى معادلة كوتون فورتي أو معادلة بارنولي المعممة ، ومن الممكن إيجاد الحالات التالية :

- **الحالة الأولى:** مائع غير انضغاطي ومتجانس : كل التكاملات المتعلقة بـ $div\vec{V} = 0$ تختفي وكذلك بالنسبة للحدود التي تتعلق بـ $\frac{\partial \rho \mathcal{U}}{\partial t}$.
- **الحالة الثانية:** مائع بارومتري $\rho = f(P)$ ، نضع في هذه الحالة

$$\frac{1}{\rho}\overrightarrow{grad}P = \overrightarrow{grad}\mathcal{D}$$

كذلك $\frac{1}{\rho}dP = d\mathcal{D}$، ومنه معادلة كوتون فورتي:

$$\oiiint_D \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho V^2}{2} + \rho\mathcal{U} + \rho\mathcal{D} - P\right)d\varpi + \oiint_S \left(\frac{V^2}{2} + \mathcal{U} + \mathcal{D}\right)\rho V_n dS = -\mathcal{P}_\mu$$

حيث أن الحد في معادلة كوتون فورتي $\oiiint_D Pdiv(\vec{V})d\varpi$ يساوي:

$$\oiiint_D Pdiv(\vec{V})d\varpi = \oiiint_D \frac{\partial}{\partial t}(P - \rho\mathcal{D})d\varpi + \oiint_S (P - \rho\mathcal{D})V_n dS$$

نحلل العبارة : $Pdiv(\vec{V})$

$$Pdiv(\vec{V}) = div(P\vec{V}) - \vec{V}div(P) = div(P\vec{V}) - \rho\vec{V}.\overrightarrow{grad}(\mathcal{D})$$

$$Pdiv(\vec{V}) = div(P\vec{V}) - div(\rho\mathcal{D}\vec{V}) + \mathcal{D}div(\rho\vec{V})$$

$$Pdiv(\vec{V}) = div(P\vec{V}) - div(\rho\mathcal{D}\vec{V}) - \mathcal{D}\frac{\partial\rho}{\partial t}$$

$$Pdiv(\vec{V}) = div(P\vec{V} - \rho\mathcal{D}\vec{V}) - \mathcal{D}\frac{\partial\rho}{\partial t}$$

$$Pdiv(\vec{V}) = div\vec{V}(P - \rho\mathcal{D}) - \mathcal{D}\frac{\partial\rho}{\partial t} = div\vec{V}(P - \rho\mathcal{D}) + \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{\partial\rho\mathcal{D}}{\partial t} =$$

$$\Rightarrow \oiiint_D Pdiv(\vec{V})d\varpi = \oiiint_D div\vec{V}(P - \rho\mathcal{D})\,d\varpi + \oiiint_D \frac{\partial(P - \rho\mathcal{D})}{\partial t}d\varpi$$

و هو

$$\Rightarrow \iiint_D P div(\vec{V}) d\varpi = \oiint_S (P - \rho\mathcal{D}) V_n dS + \iiint_D \frac{\partial (P - \rho\mathcal{D})}{\partial t} d\varpi$$

- **الحالة الثالثة:** حالة جدران صلبة متحركة ($cas\ des\ parois\ solides\ mobiles$)

السطحSهو سطح صلب ثابت ، كنا قد أثبتنا أن استطاعة قوى السطح معدومة $\mathcal{P}_s$لكن يختلف الأمر عند سطح صلب متحرك في هذه الحالة نستعمل الطاقة الميكانيكية لوحدة الزمن $\mathcal{P}_m$ أو الاستطاعة الميكانيكية الناتجة من المائع تجاه السطح الصلب المتحرك . وهذه الطاقة من الممكن أن تكون سالبة أو موجبة حسب اتجاه انتقال الطاقة. و نعتبر في حالة حركية السطوح الصلبة تكون الحركة الخاصة بالمائع مستقرة ، وكل الحدود المتعلقة بـ $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ تكون معدومة في المعادلات.

نعتبر حيز D_f لمائع داخل سطح خارجي S_e وسطح داخلي S_i .مثلا ؛ مروحة تدور حول محور ثابت تعطي طاقة ميكانيكية $\mathcal{P}_m$ في هذه الحالة يكون السريان غير مستقر في داخل الحيز D_f، لكن مستقر بشكل متوسط ، ومنه اخذ بعين الاعتبار المتوسط الزمني لكل الحدود و المقادير في المعادلات السابقة ، وفي حالة المائع المثالي غير الانضغاطي نجد :

$$\mathcal{P}_m = \oiint_{S_e} \overline{\left(\frac{V^2}{2} + \mathcal{U} + \mathcal{D}\right) \rho V_n} dS = \oiint_{S_e} \overline{E_m} dq$$

المقدار E_m الطاقة الميكانيكية الكلية لوحدة الكتلة .

ملاحظة : نظرية الطاقة الحركية يمكن تمثيلها حسب المعادلة :

$$\frac{d}{dt} \iiint_D \rho \frac{V^2}{2} d\varpi = \iiint_D \rho F_i u_i d\varpi + \oiint_S u_i \sigma_{ij} n_j dS - \iiint_D \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} d\varpi$$

وهي مطبقة على جميع الأوساط المادية ، ومهما كانت الجملة المدروسة كمثال المروحة السابقة .

نعتبر وسط مكون من حيزين D_f و D_s، مائع وصلب داخل السطح S_e ، لكن التكامل يعطي حدودا غير مستمرة على السطح S_i (السطح الداخلي) ، وهذا التكامل غير معدوم لأن السطح S_iغير ثابت .

مثال تطبيقي : تطبيق معادلة كوتون فورتي على أنبوب تيار به مدخل S_1 و مخرج S_2 مع سطح S_3 لا يمثل إدخال و لا إخراج، و نعتبر السريان مستقر $\frac{\partial}{\partial t}=0$ مع مائع انضغاطي أي ρ متغيرة، ونظام كظوم. و نفترض أن كمون الضغط له أبسط علاقة $\mathcal{D}=\frac{P}{\rho}$، و نعتبر $\mathcal{U}=gz$ سوف تكتب المعادلة كما يلي :

$$\oiiint_D \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho V^2}{2}+\rho\mathcal{U}+\rho\mathcal{D}-P\right)d\varpi+\oiint_S\left(\frac{V^2}{2}+\mathcal{U}+\mathcal{D}\right)\rho V_n dS=-\mathcal{P}_\mu$$

$$\Rightarrow \oiiint_D \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho V^2}{2}+\rho\mathcal{U}+0\right)d\varpi+\oiint_S\left(\frac{V^2}{2}+\mathcal{U}+\mathcal{D}\right)\rho V_n dS=-\mathcal{P}_\mu$$

$$\Rightarrow 0+\oiint_S\left(\frac{V^2}{2}+gz+\frac{P}{\rho}\right)\rho V_n dS=-\mathcal{P}_\mu$$

$$\Rightarrow \iint_{S_1}\left(\frac{{V_1}^2}{2}+gz_1+\frac{P_1}{\rho_1}\right)\rho_1(-V_1)dS+\iint_{S_1}\left(\frac{{V_2}^2}{2}+gz_2+\frac{P_2}{\rho_2}\right)\rho_2(+V_2)dS$$
$$=-\mathcal{P}_\mu$$

$$\Rightarrow \left(\frac{{V_1}^2}{2}+gz_1+\frac{P_1}{\rho_1}\right)\rho_1(-V_1)S_1+\left(\frac{{V_2}^2}{2}+gz_2+\frac{P_2}{\rho_2}\right)\rho_2(+V_2)S_2=-\mathcal{P}_\mu$$

$$\Rightarrow \left(\frac{{V_1}^2}{2}+gz_1+\frac{P_1}{\rho_1}\right)\rho_1V_1S_1-\left(\frac{{V_2}^2}{2}+gz_2+\frac{P_2}{\rho_2}\right)\rho_2V_2S_2=\mathcal{P}_\mu$$

لدينا $\begin{cases}\frac{\partial\rho}{\partial t}+div(\rho\vec{V})=0\\ \frac{\partial}{\partial t}=0\end{cases} \Rightarrow div(\rho\vec{V})=0\ ;\ \dot{m}=\rho_1V_1S_1=\rho_2V_2S_2$

$$\Rightarrow \left(\frac{{V_1}^2}{2}+gz_1+\frac{P_1}{\rho_1}\right)-\left(\frac{{V_2}^2}{2}+gz_2+\frac{P_2}{\rho_2}\right)=\frac{\mathcal{P}_\mu}{\dot{m}}=\Delta\mathcal{U}_\mu>0$$

حيث : $\Delta\mathcal{U}_\mu$ يمثل الضياع في الكمون الكلي بين المدخل والمخرج حيث أن المدحل له كمون اكبر من كمون المخرج.

تعميم : يمكن أن نعمم في حالة وجود توربين يستهلك كمون $\Delta\mathcal{U}_t$ ، و وجود مضخة تعطي كمون $\Delta\mathcal{U}_p$ ، تصبح المعادلة كما يلي:

$$\left(\frac{{V_1}^2}{2}+gz_1+\frac{P_1}{\rho_1}\right)-\left(\frac{{V_2}^2}{2}+gz_2+\frac{P_2}{\rho_2}\right)=\Delta\mathcal{U}_\mu+\Delta\mathcal{U}_t-\Delta\mathcal{U}_p$$

وكذلك يمكن تعميم العلاقة التكاملية للحصول على المعادلة التفاضلية لهذا الأنبوب :

$$\left(\frac{{V_1}^2}{2}-\frac{{V_2}^2}{2}\right)+g(z_1-z_2)+\left(\frac{P_1}{\rho_1}-\frac{P_2}{\rho_2}\right)=\Delta\mathcal{U}_\mu+\Delta\mathcal{U}_t-\Delta\mathcal{U}_p$$

$$\left(\frac{{V_2}^2}{2}-\frac{{V_1}^2}{2}\right)+g(z_2-z_1)+\left(\frac{P_2}{\rho_2}-\frac{P_1}{\rho_1}\right)=-\left(\Delta\mathcal{U}_\mu+\Delta\mathcal{U}_t-\Delta\mathcal{U}_p\right)$$

$$\int_1^2 VdV+g\int_1^2 dz+\int_1^2\frac{dP}{\rho}=-\int_1^2\left(d\mathcal{U}_\mu+d\mathcal{U}_t-d\mathcal{U}_p\right)$$

$$\boxed{VdV+gdz+\frac{dP}{\rho}=-\left(d\mathcal{U}_\mu+d\mathcal{U}_t-d\mathcal{U}_p\right)}$$

المعادلة الأخيرة يمكن تطبيقها على الأنظمة الأنبوبية التي تتوفر فيها الشروط التالية : نعتبر السريان مستقر $\frac{\partial}{\partial t}=0$ مع مائع انضغاطي أي ρ متغيرة، ونظام كظوم. و نفترض أن كمون الضغط له أبسط علاقة $\mathcal{D}=\frac{P}{\rho}$ أي مائع بارومتري، و نعتبر $\mathcal{U}=gz$. وباعتبار وجود ضياع $d\mathcal{U}_\mu$ و توربينات مع مضخات.

II-4-4عبارة دالة التبدد$(expression\ de\ la\ fonction\ de\ \ dissipation)\Phi$:

بالتعريف: $\Phi=\tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$ نعوض بما يساوي الإجهاد τ_{ij} ؛ من أجل مائع نيوتوني :

$$\tau_{ij}=2\mu\varepsilon_{ij}+\eta\delta_{ij}e=\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)+\eta\delta_{ij}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}$$

$$\Phi=2\left(\mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)^2\right)+\eta\left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right)\left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\right)$$

$$\Phi = 2\mu\left(\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right)^2\right) + \eta\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right)^2$$

دالة التبدد تظهر بشكل تربيعي في حدودها بفعل إدخال مركبات تدرج السرعة و هي تمثل الطاقة المتبددة بفعل الاحتكاك لوحدة الحجم بالنسبة لوحدة الزمن في داخل المائع ، وهذه الاستطاعة لا يمكن أن تكون سالبة مهما كان الحيز D ومهما كان نوع الحركة .

و لدينا اللزوجة المطلقة دوما موجبة : $\mu \geq 0$، وكذلك العلاقة التي تربط بين اللزوجة التمددية والقصية تعطى بالعلاقة التالية : $3\eta + 2\mu \geq 0$ ، ومن أجل مائع لزج $\mu > 0$ ومن أجل بعض الحالات الخاصة نستعمل علاقة ستوكس $3\eta + 2\mu = 0 (relation\ de\ Stockes)$ أو $\eta = -\frac{2}{3}\mu$. والنظرية الخاصة بحركية الغازات تحدد علاقة ستوكس من أجل غاز أحادي الذرة وهي صالحة في حالة الغازات متعددة الذرات وبشكل أدق معظم التجارب أثبتت أن η موجبة و النسبة $\frac{\eta}{\mu}$ لها قيم كبيرة نوعا ما (مثلا $\frac{\eta}{\mu} = 10^3$ من أجل NO_2 , CO_2). و قد أثبت ستوكس (1845) أن النسبة $\frac{\eta}{\mu}$ لها قيم كبيرة لمعظم الغازات سواءاً كانت ثابتة أو ساكنة-ما عدا الظواهر المتعلقة بالصوت-.

ومن جهة أخرى العبارة $\overrightarrow{grad}(div\vec{V})$ دائما معدومة في التطبيقات ، و عندها يصبح تأثير $(\eta + \mu)$ في المعادلة التالية غير موجود:

$$\rho\frac{d\vec{V}}{dt} = -\rho\overrightarrow{grad}\mathcal{U} - \overrightarrow{grad}P + \mu\Delta\vec{V} + (\eta + \mu)\overrightarrow{grad}(div\vec{V})$$

و من أجل مائع غير انضغاطي: $\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = e = div\vec{V} = 0\right)$ و نكتب:

$$\Phi = \mu\left[\left(\overrightarrow{rot}\vec{V}\right)^2 - 2\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right] = \mu\left[\left(\overrightarrow{rot}\vec{V}\right)^2 - div\left(\overrightarrow{grad}V^2 + 2\left(\overrightarrow{rot}\vec{V}\right)\times\vec{V}\right)\right]$$

$$\mathcal{P}_i = -\oiiint_D \Phi d\varpi$$

$$= -\mu\oiiint_D \left(\overrightarrow{rot}\vec{V}\right)^2 d\varpi + \mu\oiiint_D div\left(\overrightarrow{grad}V^2 + 2\left(\overrightarrow{rot}\vec{V}\right)\times\vec{V}\right)d\varpi$$

$$\mathcal{P}_i = -\oiiint_D \Phi d\varpi$$

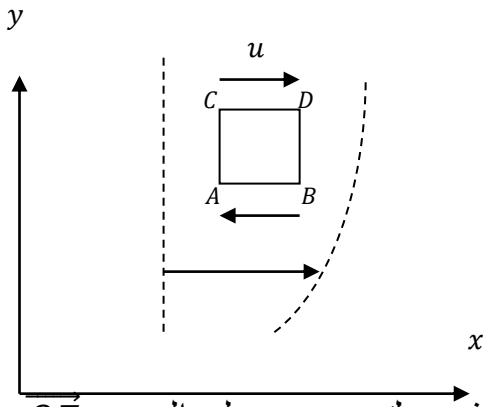
$$= -\mu \oiiint_D \left(\overrightarrow{rot}\vec{V}\right)^2 d\varpi + \mu \oiint_S \left(\overrightarrow{grad}V^2 + 2\left(\overrightarrow{rot}\vec{V}\right) \times \vec{V}\right).\vec{n}\, dS$$

و كحالة خاصة الحيز D منتهي بالسطح S المشكل من جدار سطح صلب ساكن على السطح S السرعة معدومة وكذلك $\overrightarrow{grad}V^2$ ينتج أن دالة التبدد تتعلق بحقل دوراني :

$$\mathcal{P}_i = -\oiiint_D \left(\overrightarrow{rot}\vec{V}\right)^2 d\varpi$$

II-4-4-1مثال :(حسابالاستطاعة المتبددة Φ):

نحسب الطاقة (الاستطاعة المتبددة) بالنسبة لوحدة الحجم في حالة سريان غير انضغاطي ثنائي البعد حيث السرعة موازية للمحور $\overrightarrow{OX}$. المركبة الوحيدة للسرعة uوتتعلق بالمحور y ،و منه نجد :



$$\Phi = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$$

و نفسر ذلك بـما يلي : نعتبر متوازي المستطيلات $ABCD$ ذو سمك وحدوي على المحور $\overrightarrow{OZ}$ ، نجد القوى المؤثرة على AB و CD في الاتجاهات المعتبرة ذات شدة تقريبية $\mu\frac{\partial u}{\partial y}dx$

وعند حدوث حركة تنتج الاستطاعة: $\frac{\partial u}{\partial y}dx\left(u + \frac{du}{dy}dy - u\right) = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 dxdy$

حيث أن : المقدار التالي محسوب بالنسبة لوحدة الحجم $\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2$.

الفصل الثالث

الفصل الثالث

دراسة تجريبية لحساب الضياع في الوصلات الأنبوبية

تمهيد:

ضياع الضغط هو انخفاض الضغط ما بين نقطتين من نقاط الماسورة أو أنبوب . و يحدث ضياع الضغط بتأثير القوة الاحتكاكية على المائع أثناء جريانه في الأنبوب . و هذه القوة الاحتكاكية ناتجة عن مقاومة الأنبوب للانسياب . و العامل الأساسي في تحديد مقاومة تدفق المائع هو سرعة حركته في الأنبوب و لزوجته . و تدفق أي مائع أو غاز يكون في إتجاه المقاومة الأقل ضغطا و يزداد هبوط الضغط بالتناسب مع قوة القص الإحتكاكي داخل شبكة الأنابيب . ومما يؤثر على هبوط الضغط احتواء شبكة الأنابيب على معادلات خشونة عالية نسبيا فضلا عن كثرة قطع تركيب ووصلات الأنابيب و التجميعات و التشعبات و المنعطفات و خشونة السطح و غيرها من الخصائص الفيزيائية .و تؤدي زيادة سرعة التدفق و لزوجة المائع إلى زيادة هبوط الضغط عبر أجزاء الأنبوب أو الصمام أو الكوع . و تؤدي السرعة القليلة إلى انخفاض أو إنعدامالضغط .

للتعرف على مسببات الضياع في الحمولة وطرق التقليل منه سوف نتطرق في هذا الفصل إلى عدة تجارب هي:

التجربة الأولى : دراسة قانون برنولي في أنبوب فنتوري.

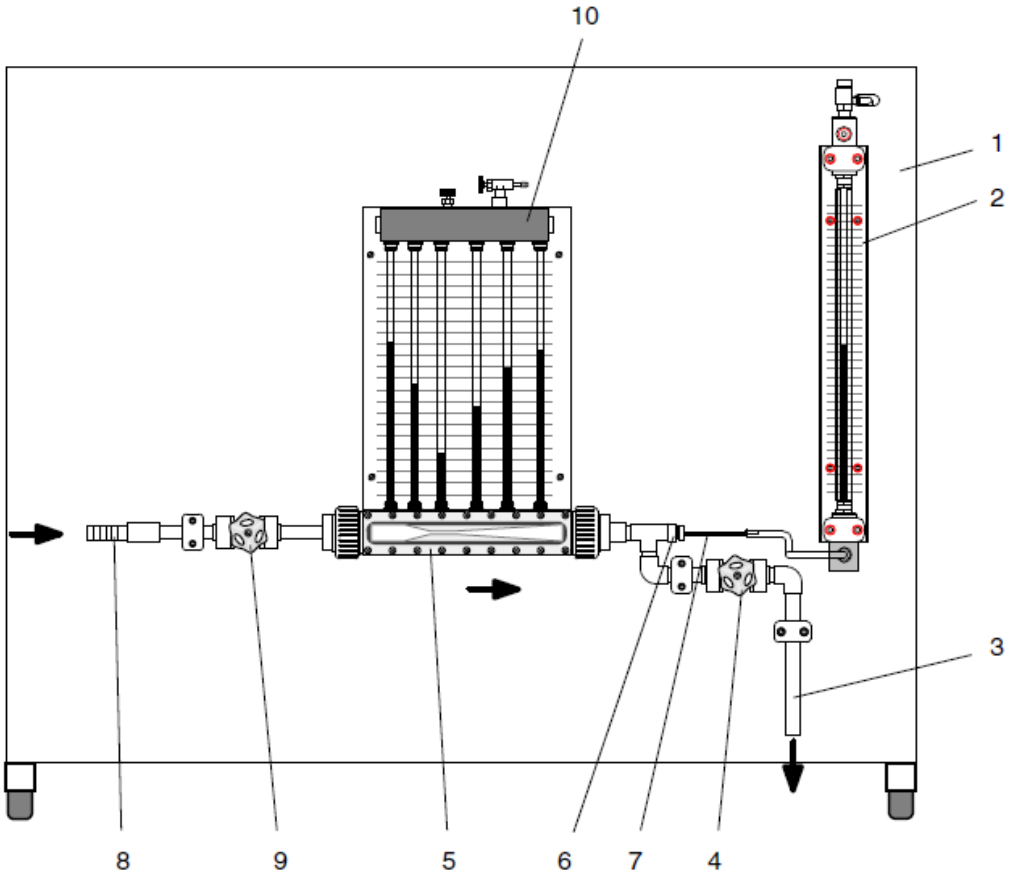
التجربة الثانية : تحليل ظاهرة الإحتكاك في الأنابيب.

التجربة الثالثة : دراسة الضياع في الوصلات الأنبوبية.

III-1التجربة الأولى : دراسة قانون برنولي في أنبوب فنتوري

III-1-1 الأجهزة المستعملة :يتكون التركيب من جهازين :

الجهاز HM150.07 :جهاز دراسة قانون
بارنولي$(Bernoulli's\ Principle\ Demonstrator Apparatus)$



و تفاصيل الجهاز :

1.واجهة الجهاز.
2.مانومتر مائي.
3.أنبوب تصريف.

4.صمام خروج الماء.
5.أنبوب فانتوري به 6 نقاط.

6.غطاء .
7. أنبوب لقياس الضغط الكلي (متحرك و متموضع في المركز)

8.أنبوب توصيل للتغذية بالماء.
9.صمام دخول الماء .
10.مانومتر مائي به 6 نقاط لقياس الضغط السكوني.

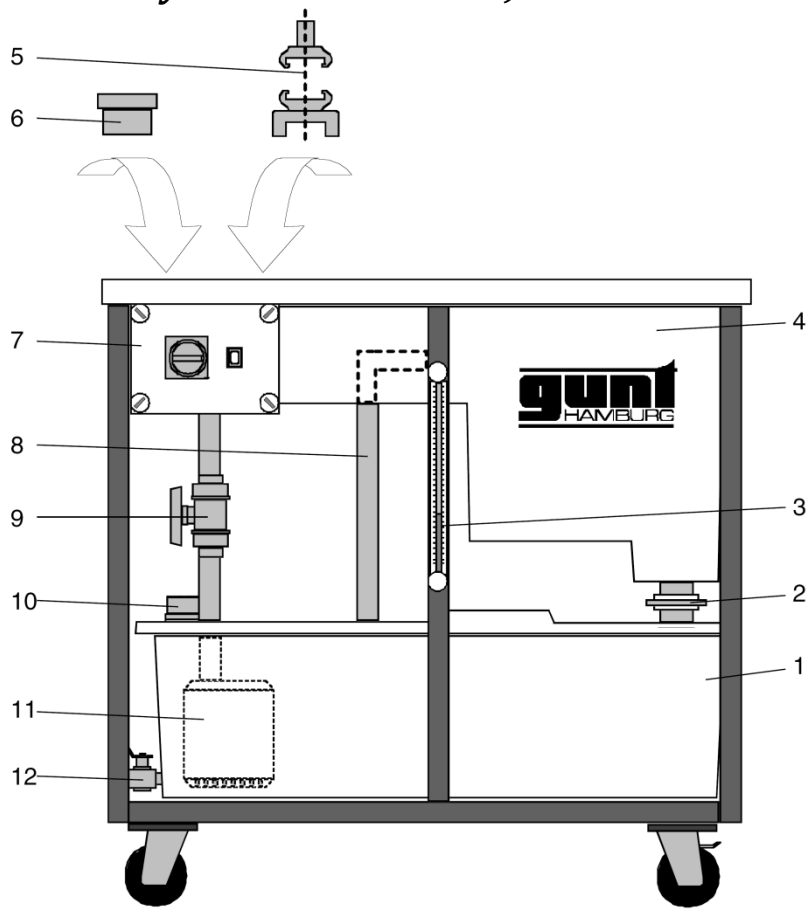
1 . Assembly board
2. Single water pressure gauge
3. Discharge pipe

4. Outlet valve
5. Venturi nozzle with six measurement points

7 . Probe for measuring overall pressure (can be moved axially)

8. Hose connection, water supply
9. Inlet valve
10 . 6-fold water pressure gauge (pressure distribution in the Venturi nozzle)

الجهاز HM150 : جهاز التغذية بالماء (***Basic Hydraulics Bench***)



و تفاصيل الجهاز :

1.حوض تخزين الماء. 1 .Sump tank

2.صمام منزلق لإخراج الماء من حوض خاص بحساب التدفق. 2.Sliding valve

3.أنبوب مانومتري لقياس مستوى الماء المتدفق. 3.Remote sight gauge

4.حوض خاص بحساب التدفق. 4.Volumetric measuring tank with channel

5.لواحق لتغذية الماء من المضخة للجهاز HM150.07 5.Water supply connection for accessories without pump

6.غطاء التصريف. 6.Discharge cap

7.علبة المفاتيح و القواطع الكهربائية. 7.Switch box

8.أنبوب للمياه الزائدة في الحوض الخاص بحساب التدفق. 8.Overflow pipe

9.صمام مراقبة التدفق من المضخة. 9.Flow control valve

10.وصلة للتغذية بالماء من المضخة. 10.Water supply connection for accessories with pump

11.مضخة مغمورة في الماء 11.Submersible motor driven pump

12.صمام تصريف و تفريغ الماء. 12.Drain valve

III-1-2الهدف من التجربة : تهدف التجربة لتحقيق ما يلي :

1. الحساب التجريبي للتدفق الحجمي و تحديد قيم السرعة بطريقتين (محسوبة و مقاسة)
2. الطرق التجريبية لتحديد الفرق في الضغط بين نقطتين في أنبوب .
3. حساب معامل التدفق بين نقطتين.
4. معاينة الاختلاف في الضغوط بين مختلف النقاط على طول أنبوب فانتوري.

III-1-3 مبدأالعمل :

يعتمد مبدأ العمل على ضخ الماء داخل أنبوب فانتوري معلوم القطر في كل نقطة(6 نقاط) و معلوم البعد بين كل نقطة ونقطة ، نغير التدفق في كل قياس و نحسب الضغط السكوني و الضغط الكلي في كل نقطة، نعتمد قياسين فقط.**[19]**

III-1-4طريقة تـحديد المتغيرات :

1. **تحديد و حساب الضغط :**لدينا 6 من مانومتر مائي مربوطة في نقاط مختلفة في أنبوب فانتوري و قيمة الارتفاع في المانومتر يعطي قيمة الضغط بالعلاقة التالية (نعتمد قيمة مرجعية في الحساب):

$$\Delta P = \rho g \Delta H \quad ; \quad \Delta H = \frac{\Delta P}{\rho g}$$

حيث :ρ الكتلة الحجمية للماء $\rho = 998\ kg/m^3$ ، الجاذبية الأرضية $g = 9.80\ m/s^2$

2. **حساب الضغط السكوني:**الضغط السكوني يعبر عنه بارتفاع الماء في المانومتر P_{si} ،

$$i = 1,2,3,4,5,6 P_{(stat)i} = \rho g H_{(stat)i}$$

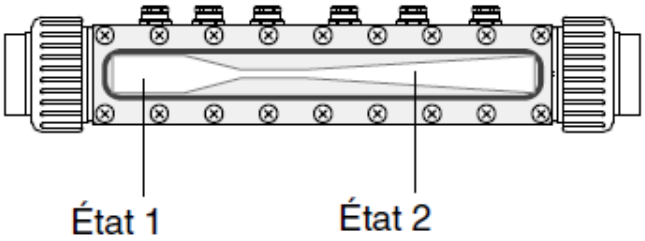
3. **حساب الضغط الكلي:**الضغط الكلي يحسبه المانومتر السابع الملتصق بالأنبوب المنزلق.

$$i = 1,2,3,4,5,6 P_{(total)i} = \rho g H_{(total)i}$$

4. **حساب الضغط التحريكي:**الضغط التحريكي هو الفرق بين الضغط الكلي و الضغط السكوني بالعلاقة:

$$\mathrm{i} = 1,2,3,4,5,6 \mathrm{P_{Di}} = \rho g \mathrm{H_{(Dyna)i}} \ ; \ \mathrm{H_{(Dyna)i}} = \frac{\mathrm{w}^2}{2g} \quad ; \quad \mathbf{H_{Di} = H_{ti} - H_{si}}$$

5. **استخدام معادلة بارنولي بين نقطتين من الأنبوب :**



حسب معادلة بارنولي بين نقطتين لهما نفس الارتفاع بالنسبة لمرجع:

$$\frac{P_1}{\rho.g}+\frac{w_1^2}{2g}+z_1=\frac{P_2}{\rho.g}+\frac{w_2^2}{2g}+z_2 \quad ; \quad z_1=z_2$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{\rho.g}+\frac{w_1^2}{2g}=\frac{P_2}{\rho.g}+\frac{w_2^2}{2g}$$

$$\Rightarrow H_{(stat)1}+H_{(Dyna)1}=H_{(stat)2}+H_{(Dyna)2}$$

$$\Rightarrow H_{(total)1}=H_{(total)2}$$

و هذه المعادلة في حالة عدم وجود ضياع في الحمولة بين النقطتين 1 و 2 ، أما في حالة وجود ضياع ينتج:

$$H_{(total)1}>H_{(total)2}$$

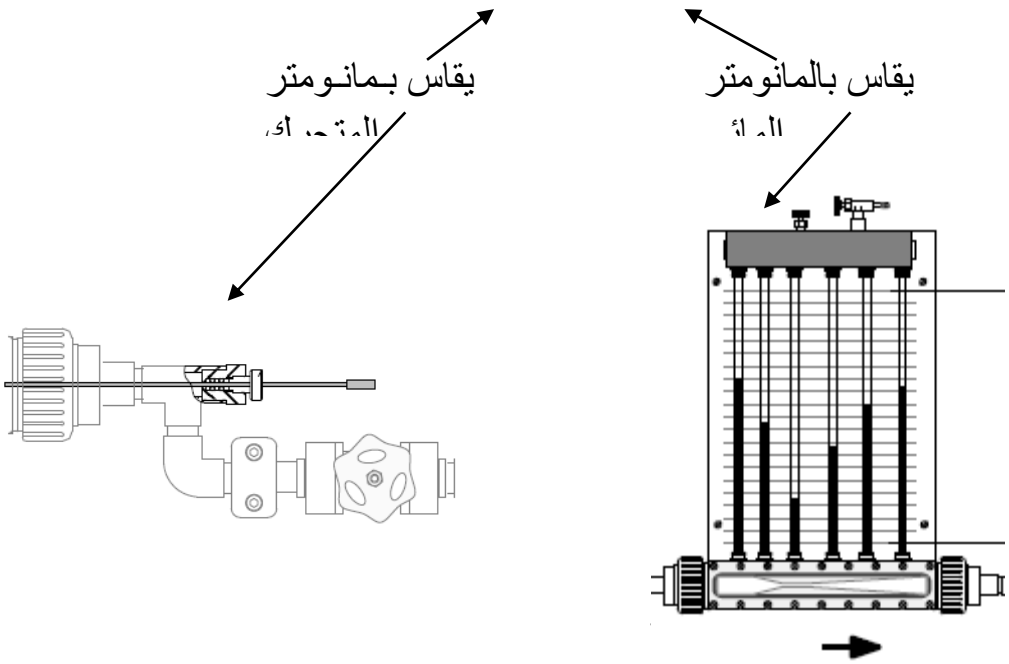
$$H_{(total)1}-H_{(total)2}=H_{12}=\Delta H=H_{loss}$$

و منه في كل نقطة iلدينا العلاقة بين الضغوط بالعلاقة التالية :

$$H_{(total)i}=H_{(stat)i}+H_{(Dyna)i}$$

و المجهول لدينا و الذي لا يقاس تجريبيا بشكل مباشر هو $H_{(Dyna)i}$:

$$\boldsymbol{H_{(Dyna)i}=H_{(total)i}-H_{(stat)i}}$$



6. **حساب التدفق و السرعة :**نعتمد في حساب السرعة و التدفق على حجم الماء المتدفق من صمام التصريف مع حساب الوقت بالعلاقة التالية :

المستغرقالزمن: t،حجم الماء: V ،الحجميالتدفق ; $\dot{V} = \frac{V}{t}$

مساحة المقطع : $A = \frac{\pi D^2}{4}$،الحجميالتدفق: $\dot{V}$،السريانسرعة ; $w = \frac{\dot{V}}{A}$

III-1-5مقارنة القيم المحسوبة و المقاسة : بالنسبة لحساب قيم w لدينا طريقتين .

1. **القيمة المحسوبة من التدفق :** نعتمد على العلاقة التالية و نقيس السرعة انطلاقا من التدفق $\dot{V}$

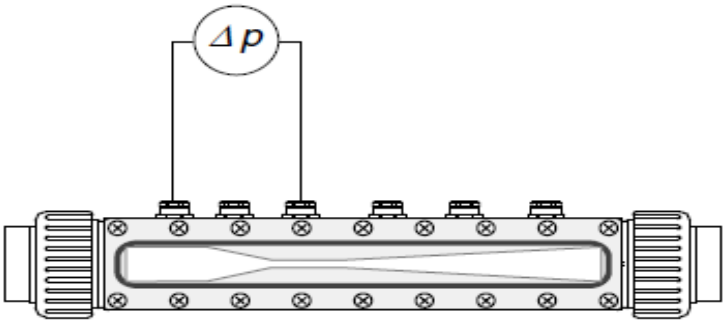
$$w = \frac{\dot{V}}{A}$$

2. **القيمة المقاسة من الضغط التحريكي :** نعتمد على

$$H_{Di} = \frac{w^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad w = \sqrt{2gH_{Di}}$$

3. **حساب قيمة معامل التدفق :** نعتمد على العلاقة التالية:

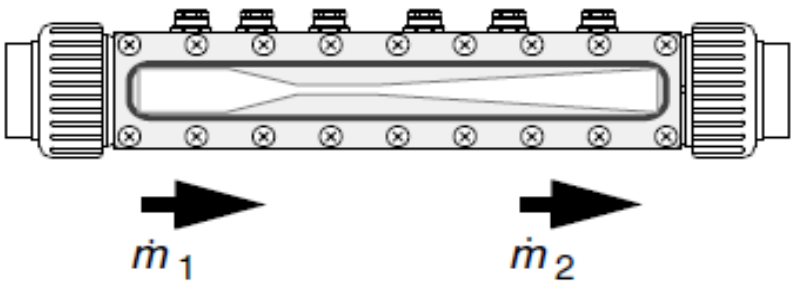
$$\dot{V} = K.\sqrt{\Delta P}$$



نعتبر معامل التدفق بين نقطتين و نختار في التجربة نقطتين (1،3) من أنبوب فانتوري. و منه ينتج :

$$K = \frac{\dot{V}}{\sqrt{\Delta P}} \qquad (\frac{ltr}{s\sqrt{bar}})$$

4. **حساب مساحة المقاطع الستة في الأنبوب :** نعتمد على حقيقة أن التدفق الكتلي ثابت :



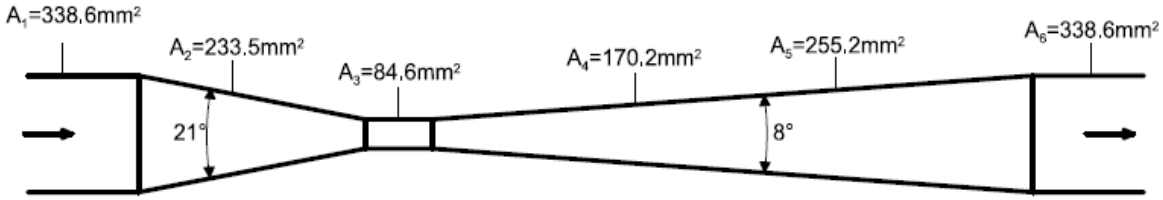
$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \qquad ; \quad \dot{m} = \rho.\dot{V}$$

$$\Rightarrow \rho.\dot{V}_1 = \rho.\dot{V}_2$$

$$\Rightarrow \dot{V}_1 = \dot{V}_2 \quad ; \qquad \dot{V} = A.w$$

$$\dot{V} = A_1.w_1 = A_2.w_2 = const$$

و بعد الحسابات الدقيقة التي قام بها الـمُصَنِع نحصل على المساحة عند كل مقطع كما في الشكل التالي :



و من معرفة هذه المقاطع يمكن حساب السرعة من التدفق $\dot{V}$حسب العلاقة التالية :

$$w = \frac{\dot{V}}{A}$$

III-1-6الإجراءات المتبعة في التجربة :

خطوة أولى :نضع جهاز التجربة(HM150.07) فوق جهاز التغذية بالماء(HM150)

خطوة ثانية :نلصقخرطوم توصيل الماء من المضخة مع لواحق التغذية بالماء من المضخة للجهاز.

خطوة ثالثة :نوصل التغذية الكهربائية للجهاز HM150 بعد التأكد من علبة المفاتيح الكهربائية.

خطوة رابعة :عموما مهما كان نمط السريان للتخلص من فقاعات الهواء في أنابيب التوصيل

نغلق الصمام 4 ونفتح الصمام 9 ، ونشغل المضخة ننتظر بضع ثوان فتختفي فقاعات الهواء ، ثم نغلق الصمام 9 و في نفس الوقت نغلق المضخة .

سوف يبقى الماء محجوز بين الصمامين (4،9) بدون فقاعات هواء.

نترك المضخة مغلقة نفتح الصمام 4 ببطء حتى ينزل الماء لمستوى مقروء. ثم نغلق الصمام 4.

نشغل المضخة و نفتح الصمامين (4،9)ببطء حتى يتشكل لنا اختلاف في مستويات الماء في النقاط الستة .

خطوة خامسة :نقرأ قيم الضغط السكوني في المانومتر و في نفس الوقت نحرك الأنبوب المنزلق في كل نقطة و نقرأ الضغط الكلي و نملأ الجدول التالي بعد حساب التدفق بالساعة و بالصمام المنزلق لإخراج الماء في الجهاز HM150 نملأ كمية من الماء تساوي $10L$.

نعيد ضبط التدفق على قيمة مختلفة بتغيير وضع الصمامين (4،9) ببطء.**[19]**

III-1-7 النتائج التجريبية:

الجدول 1 : خاص بالمقارنة بين السرع المحسوبة و المقاسة

i	H1	H2	H3	H4	H5	H6	V l/s
H stat	375	355	30	230	270	285	0.25
H total	390	38	385	360	345	330	0.25
H dyna	15	32	355	130	75	45	0.25
W mes	0.7383	1.0706	2.9550	1.4688	0.9796	0.7383	0.25
W cal	0.5422	0.7919	2.6378	2.548	1.47	0.882	0.25
H loss	3	2	25	15	15	/	0.25

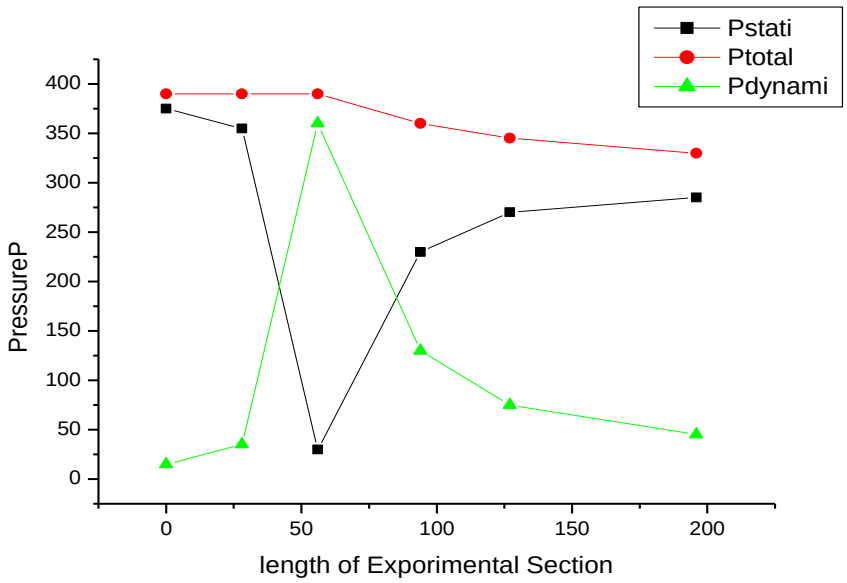
i	H1	H2	H3	H4	H5	H6	$\dot{V}$ l/s
H stat	370	350	50	235	270	285	0.22
H total	385	382	380	350	340	325	0.22
H dyna	15	32	330	115	70	40	0.22
W mes	0.6497	0.9421	2.6004	1.2925	0.8620	0.6497	0.22
W cal	0.5422	0.7919	2.5432	1.5013	1.1713	0.8854	0.22
H loss	3	2	30	10	15	/	0.22

i	H1	H2	H3	H4	H5	H6	$\dot{V}$ l/s
H stat	362	340	45	230	262	272	0.20
H total	375	372	360	340	330	310	0.20
H dyna	13	32	315	110	68	38	0.20
W mes	0.5906	0.8565	2.3640	1.1750	0.7836	0.5906	0.20
W cal	0.2548	0.7919	2.4847	1.4683	1.1544	0.86630	0.20
H loss	3	12	20	10	204	/	0.20

i	H1	H2	H3	H4	H5	H6	$\dot{V}$ l/s
H stat	320	300	30	200	230	240	0.18

H total	335	332	330	305	290	280	0.18
H dyna	15	32	300	105	60	40	0.18
W mes	0.5316	0.7708	2.1276	1.0575	0.7053	0.7544	0.18
W cal	0.5422	0.7919	2.4248	1.4345	1.0844	0.8854	0.18
H loss	3	2	25	15	10	/	0.18

i	H1	H2	H3	H4	H5	H6	l/s$\dot{V}$
H stat	295	275	25	185	215	220	0.16
H total	310	307	300	280	275	255	0.16
H dyna	15	32	275	95	60	35	0.16
W mes	0.4725	0.6852	1.8912	0.9400	0.6269	0.4725	0.16
W cal	0.5422	0.7919	2.3216	1.3645	1.0844	0.8282	0.16
H loss	3	7	20	5	20	/	0.16



الشكل:منحني يوضح تغيرات الضغط الكلي والتحريكي والسكوني بدلالة الطول

خطوة سادسة: نقرأ قيم الضغط بين النقطتين 1 و 3 في ثلاث تجارب كما في الجدول 2 :

الجدول 2 : خاص بحساب معامل التدفق بين نقطتين

	$\dot{V} = 0{,}25 \quad L/s$			$\dot{V} = 0{,}22 \quad L/s$		
i	H_{total}	ΔP	K	H_{total}	ΔP	K
1	390	293,412	0,01167592	385	293,412	0,01167592

3	387			382		

	$\dot{V} = 0,2 \quad L/s$			$\dot{V} = \quad 0,18 \quad L/s$		
i	H_{total}	ΔP	K	H_{total}	ΔP	K
1	375	293,412	0,01167592	335	293,412	0,01167592
3	372			332		
	$\dot{V} = 0,16 \quad L/s$			$\dot{V} = \quad 0,15 \quad L/s$		
i	H_{total}	ΔP	K	H_{total}	ΔP	K
1	310	293,412	0,01167592	275	293,412	0,01167592
3	307			272		

III-1-8تفسيرالنتائج:

- نلاحظ تقارب في قيم السرعة المقاسة $Wmes$والمحسوبة$Wcal$وذلك في حدود أخطاء التجربة.
- بعد رسم منحني تغيرات الضغط الكلي$Ptot$ والتحريكي$Pdynami$ والسكوني$Pstati$ بدلالة الطولنجد أن الضغط الكلي يتناقص مع طول أنبوب فنتوري ،وهناك تناسب عكسي بين الضغط السكوني والتحريكي على طول الأنبوب.
- نلاحظ ثبات في قيمة معامل التدفق Kوذلك بتغير التدفق والضغوط.
- بعد تطبيق معادلةبرنولي بين نقطتين وجدنا أن

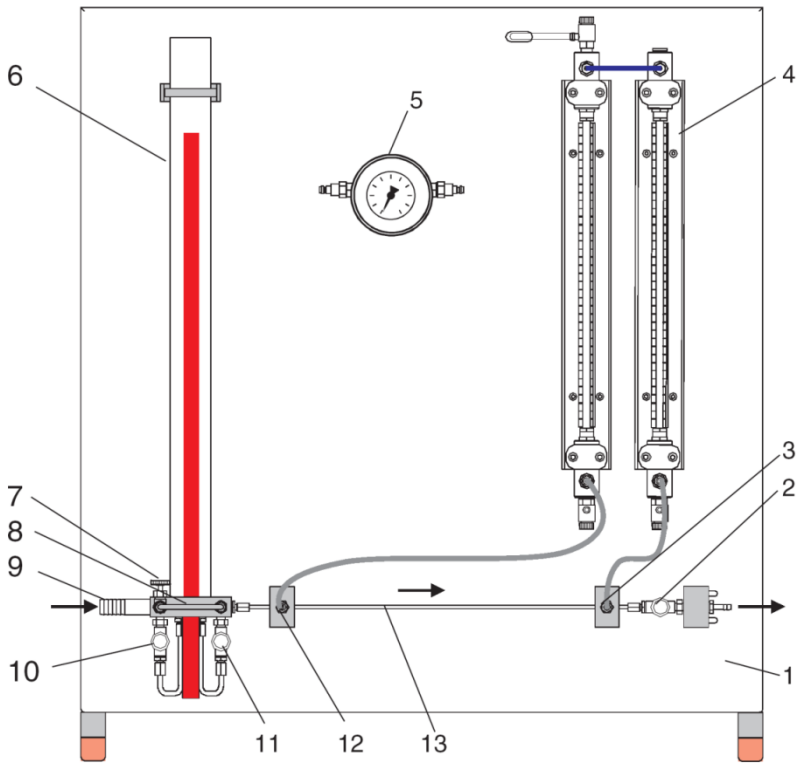
$$H_{(total)1} - H_{(total)2} = H_{12} = \Delta H = H_{loss}$$

و منه نجد زيادة قيمة الضياع والمعبر عنه بالإرتفاعH_{loss}وذلك مع الزيادة في الطول حتى الوصول إلى مخرج الأنبوب.

III-2التجربة الثانية : تحليل ظاهرة الإحتكاك في الأنابيب

III-2-1الأجهزة المستعملة :يتكون التركيب من جهازين :

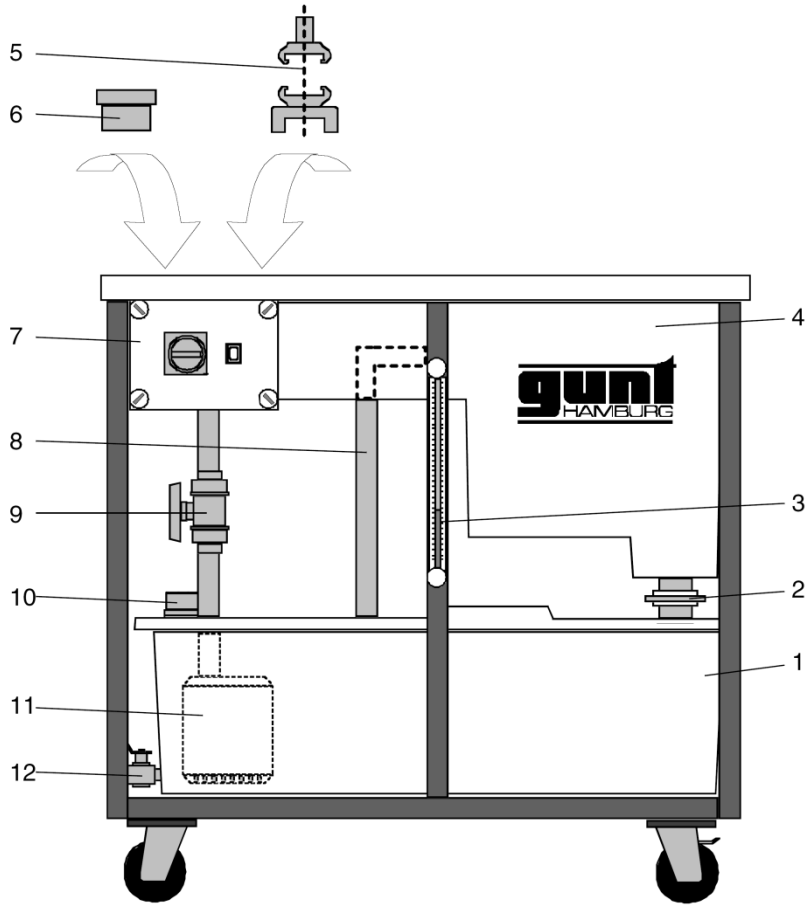
الجهاز HM150.01 :جهاز لدراسة الاحتكاك فيأنبوب($Pipe\ FrictionApparatus$)



و تفاصيل الجهاز :

1.واجهة الجهاز. 1 . Instrument panel
2.صمام التصريف من الأنبوب. 2. Drain valve
3.وصلة قياس الضغط في مدخل الأنبوب. 3. Pressure measuring fitting
4.مانومتر مائي لقياس الفرق في الضغط بين نقطتين. 4. Water manometer
5.مانومتر بمؤشر لقياس الضغوط الكبيرة في حالة النمط المضطرب. 5. Dial manometer
6.خزان رئيسي للماء للتغذية في حالة النمط الرقائقي. 6. Head tank
7.صمام تحكم للتغذية في حالة النمط المضطرب. 7 .Shut-off valve for water feed at bypass
8.أنبوب توصيل للتغذية بالماء. 8. Bypass
9.خرطوم توصيل الماء من المضخة . 9. Hose connection for water inlet
10.صمام إدخال الماء للخزان من المضخة. 10 .Shut-off valve for water inlet on head tank
11. صمام إخراج الماء من الخزان إلى الأنبوب. 11 .Shut-off valve for water outlet on head tank
12. وصلة قياس الضغط في مخرج الأنبوب. 12 .Pressure measuring fitting
13.الأنبوب الخاضع للدراسة. 13 .Pipe section

الجهاز HM150 : جهاز التغذية بالماء (*Basic Hydraulics Bench*)



و تفاصيل الجهاز :

1.حوض تخزين الماء. 1 .Sump tank

2.صمام منزلق لإخراج الماء من حوض خاص بحساب التدفق. 2.Sliding valve

3.أنبوب مانومتري لقياس مستوى الماء المتدفق. 3.Remote sight gauge

4.حوض خاص بحساب التدفق. 4.Volumetric measuring tank with channel

5.لواحق لتغذية الماء من المضخة للجهاز HM150.01 5.Water supply connection for accessories without pump

6.غطاء التصريف. 6.Discharge cap

7.علبة المفاتيح و القواطع الكهربائية. 7.Switch box

8.أنبوب للمياه الزائدة في الحوض الخاص بحساب التدفق. 8.Overflow pipe

9.صمام مراقبة التدفق من المضخة. 9.Flow control valve

10.وصلة للتغذية بالماء من المضخة. 10.Water supply connection for accessories with pump

11.مضخة مغمورة في الماء 11.Submersible motor driven pump

12.صمام تصريف و تفريغ الماء. 12.Drain valve

III-2-2الهدف من التجربة :تهدف التجربة لتحقيق ما يلي :

1-الحساب التجريبي للتدفق الحجمي و السرعة و تحديد نمط السريان **flow** (رقائقي**laminar** أو مضطرب **turbulent**).
2-الطرق التجريبية لتحديد الفرق في الضغط بين نقطتين في أنبوب .
3-حساب معامل الاحتكاك The pipe friction factor (أو الضياع في الحمولة الخطية) في الأنبوب بين نقطتين.
4-المقارنة بين النماذج النظرية و الحسابات التجريبية في حساب معامل الاحتكاك.

III-2-3 مبدأ العمل :

يعتمد مبدأ العمل على ضخ الماء داخل أنبوب معلوم القطر $(D = 3mm)$ و الطول $(L = 40cm)$ ، نغير التدفق في كل قياس و نحسب الفرق في الضغط بين النقطتين.**[18]**

III-2-4 طريقة تـحديد المتغيرات :

1-تحديد و حساب الضغط : لدينا مانومترين مائيين مربوط الأول في المدخل و الثاني في المخرج للأنبوب و الفرق بين مستوى الماء في المانومتر يعطي قيمة الفرق في الضغط بالعلاقة التالية :

$$\Delta P = \rho g \Delta H \quad ; \quad \Delta H = \frac{\Delta P}{\rho g}$$

حيث :ρ الكتلة الحجمية للماء $\rho = 998\ kg/m^3$ ، الجاذبية الأرضية $g = 9.80\ m/s^2$

2-حساب الضياع في الحمولة و المعامل λ: الضياع في الحمولة بين المدخل و المخرج بفعل الاحتكاك يعبر عنه بالضياع في الحمولة الخطية فقط كالتالي :

$$\Delta H_L = \lambda . \frac{L}{D} . \frac{w^2}{2g}$$

حيث :λ معامل ضياع الحمولة الخطية (معامل الاحتكاك)

3-تحديد نمط السريان: لمعرفة نمط السريان نعتمد في ذلك على رقم يسمى رقم "رينولدز"**(REYNOLDS):**

$$Re = \frac{(\text{قوة العطالة})}{(\text{اللزوجةقوة})} = \frac{\rho w^2/D}{\mu w/D^2} = \frac{\rho w D}{\mu} = \frac{wD}{\nu} \left(\text{لا بعدي} - \text{وحدةبدون}\right)$$

يقارن بين قوة العطالة للمائع($\rho w^2/D$) وَ قوة اللزوجة($\mu w/D^2$) في بعد D خاص لسريان المائع وذلك بعد أخذ مرجع لقياس هذا البعد الخاص .حيث ν اللزوجة الحركية للمائع و هي ثابتة و متعلقة بدرجة الحرارة

$Re_c \approx 2300$ الحرجةالقيمة

$Re \leq 2300$ نمط رقائقي

$Re \geq 2300$ نمط مضطرب

$$\nu \approx 1{,}07.10^{-6}\mathrm{m}^2/\mathrm{s}$$

4-حساب التدفق و السرعة : نعتمد في حساب السرعة و التدفق على حجم الماء المتدفق من صمام التصريف مع حساب الوقت بالعلاقة التالية :

المستغرقالزمن :t،حجم الماء :V ،الحجميالتدفق ; $\dot{V} = \frac{V}{t}$

مساحة المقطع : $A = \frac{\pi D^2}{4}$،الحجميالتدفق :$\dot{V}$،السريانسرعة ; $w = \frac{\dot{V}}{A}$

III-2-5مقارنة القيم النظرية و التجريبية:بالنسبة لحساب قيم λ لدينا طريقتين .

1-الطريقة التجريبية : نعتمد على العلاقة التالية و نقيس السرعة انطلاقا من التدفق $\dot{V}$

$$\Delta H_L = \lambda.\frac{L}{D}.\frac{w^2}{2g}(meter) \implies \lambda = \Delta H_L \frac{2g}{w^2}\frac{D}{L}$$

في النمط الرقائقي عند استعمال المانومتر المائي ΔH_L تكون محسوبة بالمتر ، ونستعمل العلاقة الأخيرة مباشرة.[18]

أما في النمط المضطرب عند استعمال المانومتر ذو المأشر ΔH_L تكون محسوبة بالوحدة mbar . و يتم الاعتماد على العلاقة التالية .

$$\lambda = \frac{(\rho g \Delta H_L)}{\rho g}\frac{2g}{w^2}\frac{D}{L} = \frac{(\Delta P_L)}{\rho}\frac{2}{w^2}\frac{D}{L}$$

حيث ΔP_L محسوبة بالباسكال pa ، وللحساب المباشر لدينا التحويل التالي $1\ mbar = 100\ pa$ ومنه العلاقة كالتالي :

$$\lambda = \frac{(100.\Delta P_L)}{\rho}\frac{2}{w^2}\frac{D}{L}$$

2-الطريقة النظرية : نعتمد على نماذج شبه تجريبية و نحسب λ_{th} من العلاقات التالية

في النمط الرقائقي :

$$\lambda_{th} = \frac{64}{Re}$$

في النمط المضطرب :

$$\lambda_{th} = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{Re}}$$

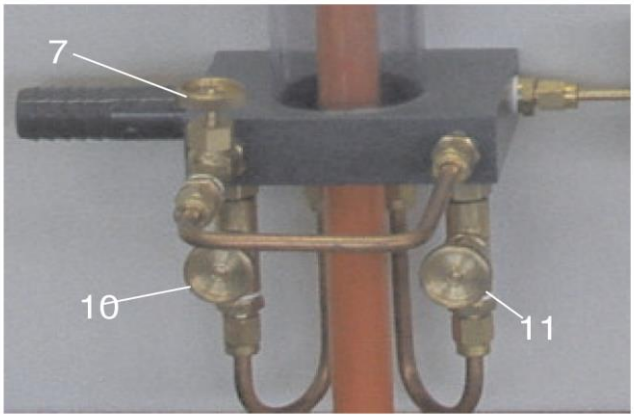
III-2-6 الإجراءات المتبعة في التجربة :

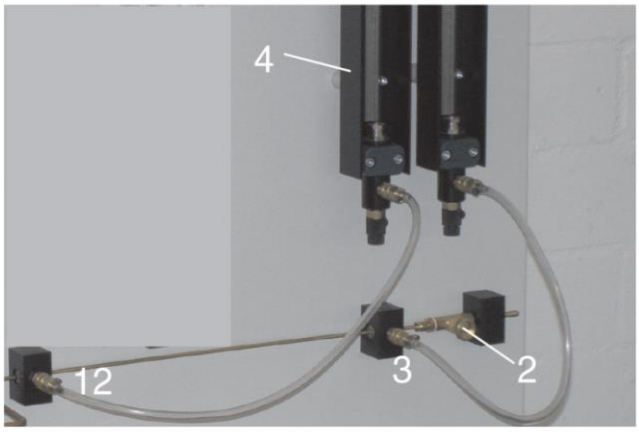
خطوة أولى :نضع جهاز التجربة(HM150.01) فوق جهاز التغذية بالماء(HM150)

خطوة ثانية :نلصقخرطوم توصيل الماء من المضخة مع لواحق التغذية بالماء من المضخة للجهاز.

خطوة ثالثة :نوصل التغذية الكهربائية للجهاز HM150 بعد التأكد من علبة المفاتيح الكهربائية.

خطوة رابعة :: في الشكلين التوضيحين للصمامات نفتح و نغلق الصمامات حسب نمط السريان.





خطوة خامسة :عموما مهما كان نمط السريان للتخلص من فقاعات الهواء في أنابيب التوصيل

نغلق الصمام 2 و الصمام 10 و الصمام 11 ، ونفتح الصمام 7 ، ونشغل المضخة ننتظر بضع ثوان فتختفي فقاعات الهواء ، ثم نغلق الصمام 7 و في نفس الوقت نغلق المضخة .

سوف يبقى الماء محجوز بين الصمامين (2،7) و (2،11) بدون فقاعات هواء.

نترك المضخة متوقفة و نفتح الصمام 2 ببطء حتى ينزل الماء في المانومتر إلى مستوى مقروء و نغلق الصمام 2.

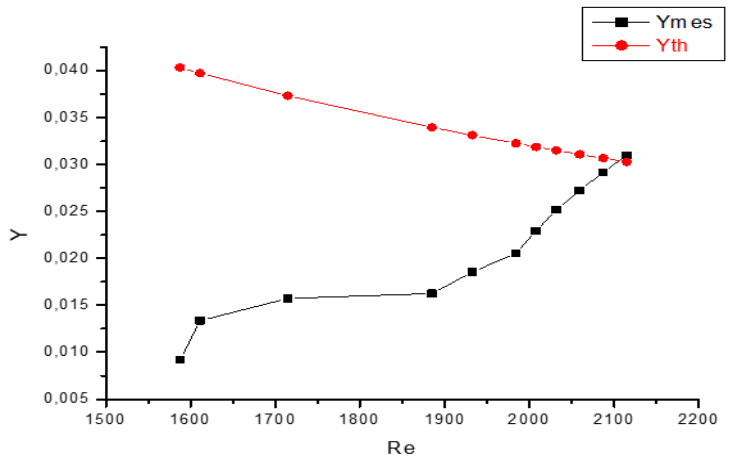
خطوة سادسة :من أجل النمط الرقائقي نترك الوصلتين (3،12) مربوطتين بالمانومتر 4 ، ثم نفتح المضخة و في نفس الوقت نبدأ في فتح (2،10،11) فيمتلأ الخزان و يصبح الماء يمر من المضخة إلى الخزان عن طريق الصمام 10 و يمر الفائض عبر الأنبوب الأحمر إلى الخارج ، و من الخزان يمر الماء إلى الأنبوب عبر الصمام 11، و بالتالي تصبح التغذية بالماء خاضعة للخزان و ليس للمضخة و بذلك نحقق سرع ضعيفة للماء من أجل النمط الرقائقي.

خطوة سابعة :نبقى في النمط الرقائقي لأخذ القيم التجريبية، نعدل الصمامين (2،11) في نفس الوقت للحصول على فرق $\Delta H_L = (H_1 - H_2) = 2cm$ ،حيث (H_1, H_2) يتميزان بموضعهما في أعلى المانومتر ، نترك الجهاز يستقر ثم نستعمل الإناء المدرج و الساعة لحساب التدفق الحجمي . نقوم بنفس

الإجراءات من أجل الحصول على $\Delta H_L = 3cm$ ، و هكذا حتى نكمل الجدول الذي ينتهي عند $\Delta H_L = 12cm$ **[18]**.

III-2-7النتائج التجريبية:

$\Delta H_L(cm)$	$V(L)$	$t(s)$	$\dot{V}(L/s)$	$w(m/s)$	Re	λ_{mes}	λ_{th}
2	0,2	50	0,004	0,5661712	1587,396	0,0091717	0,040317
3	0,2	49,2	0,00406	0,5746638	1611,207	0,0133539	0,0397217
4	0,2	46,2	0,00432	0,6114649	1714,387	0,0157265	0,0373311
5	0,2	42,1	0,00475	0,6723283	1885,032	0,0162601	0,0339516
6	0,2	41	0,00487	0,6893135	1932,654	0,0185624	0,0331150
7	0,2	40	0,005	0,7077140	1984,245	0,0205446	0,0322540
8	0,2	39,5	0,00506	0,7162066	2008,056	0,0229261	0,0318716
9	0,2	39	0,00512	0,7246992	2031,866	0,0251909	0,0314981
10	0,2	38,5	0,00519	0,7346072	2059,646	0,027239	0,0310732
11	0,2	38	0,00526	0,7445152	2087,425	0,0291717	0,0306597
12	0,2	37,5	0,00533	0,7544232	2115,205	0,0309933	0,0302571



الشكل :منحني يوضح تغيرات معامل الإحتكاكλ بدلالة ريلوندزRe

خطوة ثامنة : من أجل النمط المضطرب نربط الوصلتين (3،12) في بالمانومتر ذو المؤشر ، نترك الصمامين (10،11) مغلوقين لأننا لا نحتاج الخزان ، ثم نفتح المضخة و في نفس الوقت نبدأ في فتح (7،2) ، و من المضخة يمر الماء إلى الأنبوب عبر الصمام 7، و بالتالي تصبح التغذية بالماء خاضعة للمضخة و ليس للخزان و بذلك نحقق سرع كبيرة للماء من أجل النمط المضطرب.

خطوة تاسعة: نبقى في النمط المضطرب لأخذ القيم التجريبية، نعدل الصمامين (2،7) في نفس الوقت للحصول على فرق $\Delta P_L = (P_1 - P_2) = 25mbar$ ، نترك الجهاز يستقر ثم نستعمل الإناء المدرج و الساعة لحساب التدفق الحجمي .نقوم بنفس الإجراءات من أجل الحصول على $\Delta P_L = 50mbar$ ، و هكذا حتى نكمل الجدول الذي ينتهي عند $\Delta P_L = 240mbar$

$\Delta P_L(mbar)$	$V(L)$	$t(s)$	$\dot{V}(L/s)$	$w(m/s)$	Re	λ_{mes}	λ_{th}
25	0,4	35,42	0,0112	1,5852795	4444,70901	0,01495164	0,038750
50	0,4	32,94	0,0121	1,7126680	4801,87313	0,0256203	0,038008
75	0,4	26,34	0,0151	2,1372965	5992,42018	0,0246770	0,035961
100	0,4	22,48	0,0177	2,5053078	7024,22763	0,0239463	0,034561
120	0,4	20,98	0,019	2,6893135	7540,13136	0,0249378	0,033954
140	0,4	18,08	0,022	3,1139419	8730,67841	0,0217003	0,032732
160	0,4	17,06	0,0234	3,3121019	9286,26704	0,0219216	0,032231
180	0,4	20,48	0,0195	2,7600849	7738,55587	0,0355130	0,033734
200	0,4	22,15	0,018	2,5477707	7143,28234	0,0463094	0,034416
220	0,4	18,26	0,0219	3,0997876	8690,99351	0,0344127	0,032769

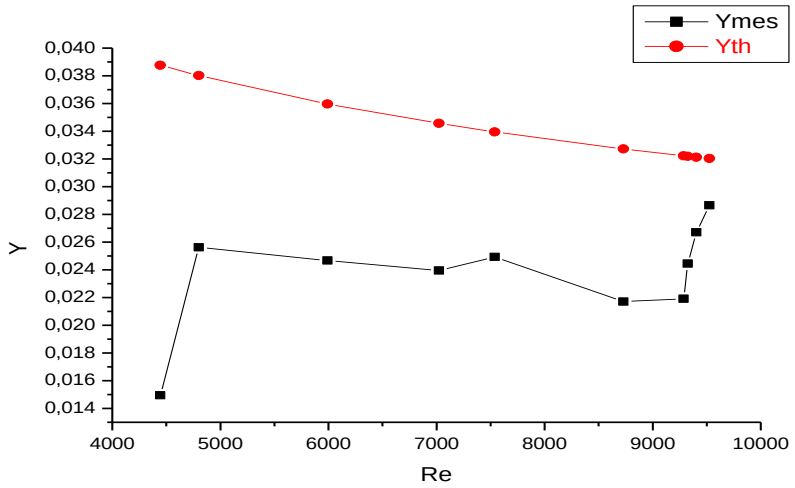
ملاحظة :لا يمكن الحصول على أكبر من$\Delta P_L = 220mbar$في المانومتر ذو المؤشر،و التي تساوي في المانومتر المائي القيمة التالية :

$$\Delta H_L(max) = \frac{\Delta P_L}{\rho g} \approx \frac{220.(100)}{998.(9,80)} = 2,24\ m$$

يعني يجب أن يكون لدينا مانومتر مائي طوله $2,24\ m$ ، وأقل قيمة مطلوبة في الجدول تساوي :

$$\Delta H_L(min) = \frac{\Delta P_L}{\rho g} = \frac{25.(100)}{998.(9,80)} \approx 0,25\ m = 25\ cm$$

و هذه القيمة من الفرق لا تتحقق في المانومتر المائي المتوفر في الجهاز .



الشكل :منحني يوضح تغيرات معامل الإحتكاكλ بدلالة ريلوندزRe

III-2-8تفسير النتائج:

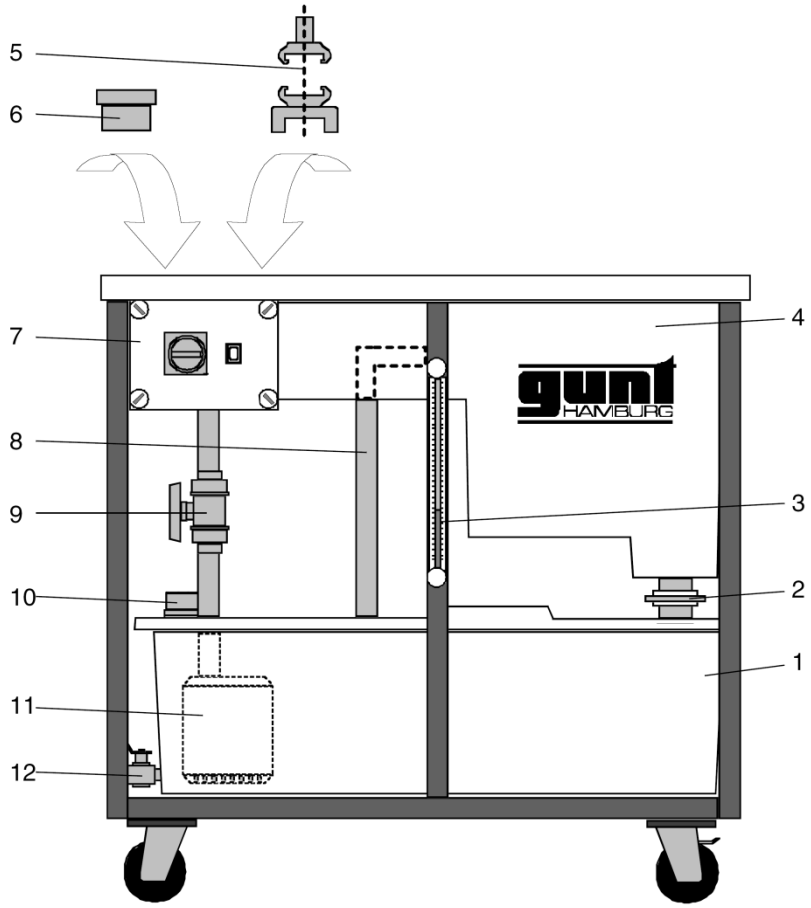
- نلاحظ تقارب بين القيم التجريبية والنظرية في حساب معامل الاحتكاكإلى حد ما وذلك في حدود أخطاء التجربة المرتكبة.
- إستطعنا حساب التدفق تجريبيا ومنه حساب السرع ورقم رينولدز وتحديد نمط السريان رقائقي أو مضطرب.
- نلاحظ تناسب عكسي بين معامل الإحتكاكλو رينولدزRe .

III-3التجربة الثالثة : دراسة الضياع في الوصلات الأنبوبية

III-3-1 الأجهزة المستعملة :الجهاز المستعمل موضح في الصفحة الموالية (**HM 150.29**)، و المقطع المدروس من الأنبوب يحوي مختلف الوصلات و صمام لغلق و فتح الماء. و يحوي على مانومتر مائي به 6 أنابيب لحساب الفروق في الضغوط الضعيفة ،و مانومتر ذو النابض (بوردن) لحساب الفروق في الضغوط الكبيرة.

يوضع الجهاز **HM 150.29** فوق الجهاز **HM 150** الذي يعتبر جهاز تغذية مغلقة و مستمرة بالماء.

الجهاز HM150 : جهاز التغذية بالماء $(\boldsymbol{Basic\ Hydraulics\ Bench})$

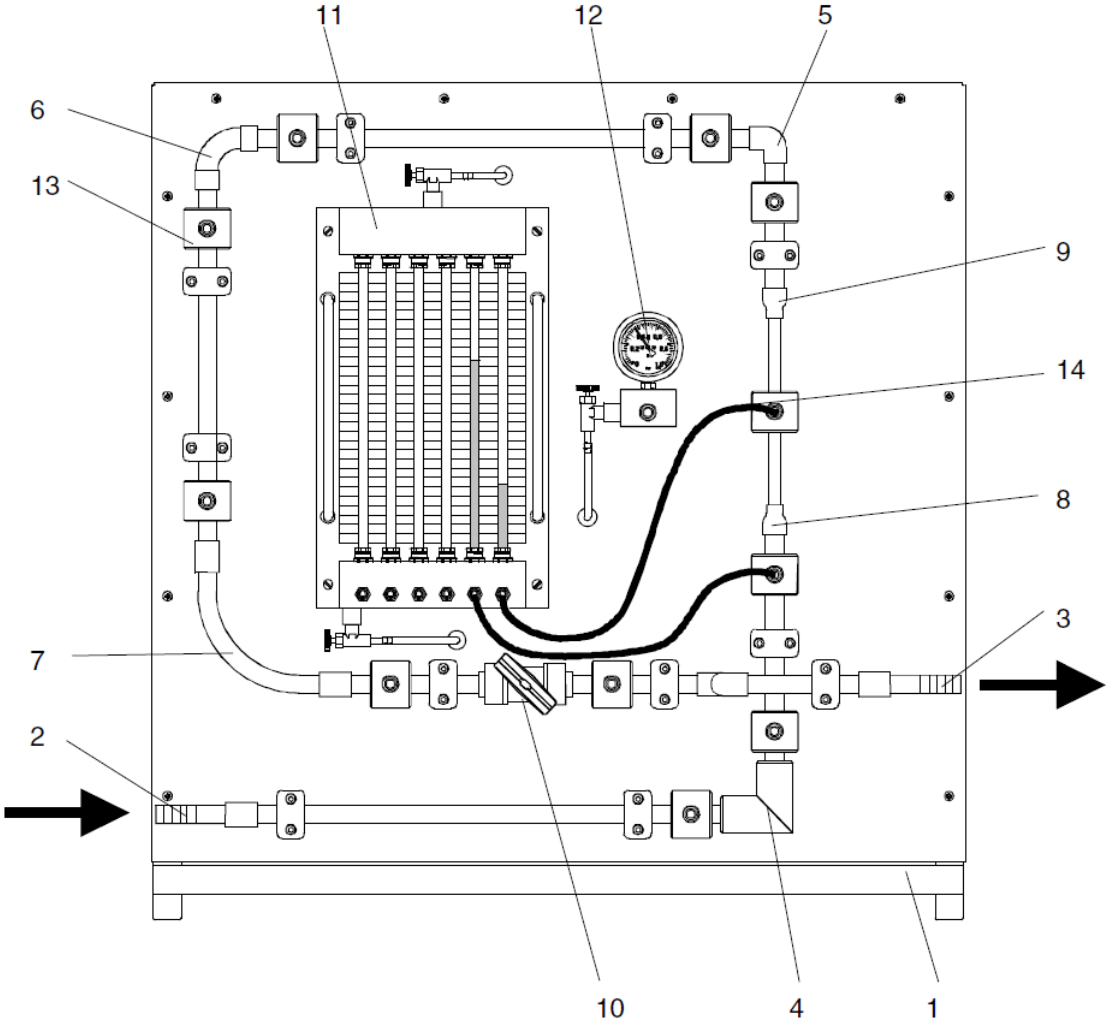


و تفاصيل الجهاز **HM 150**:

1.حوض تخزين الماء.
2.صمام منزلق لإخراج الماء من حوض خاص بحساب التدفق.
3.أنبوب مانومتري لقياس مستوى الماء المتدفق.
4.حوض خاص بحساب التدفق.
5.لواحق لتغذية الماء من المضخة للجهاز HM150.01
6.غطاء التصريف.
7.علبة المفاتيح و القواطع الكهربائية.
8.أنبوب للمياه الزائدة في الحوض الخاص بحساب التدفق.
9.صمام مراقبة التدفق من المضخة.
10.وصلة للتغذية بالماء من المضخة.
11.مضخة مغمورة في الماء
12.صمام تصريف و تفريغ الماء.

1 .Sump tank
2.Sliding valve
3.Remote sight gauge
4.Volumetric measuring tank with channel
5.Water supply connection for accessories without pump
6.Discharge cap
7.Switch box
8.Overflow pipe
9.Flow control valve
10.Water supply connection for accessories with pump
11.Submersible motor driven pump
12.Drain valve

الجهاز HM150.29 : جهاز حساب الضياع (*Losses in Bends and Fittings*)



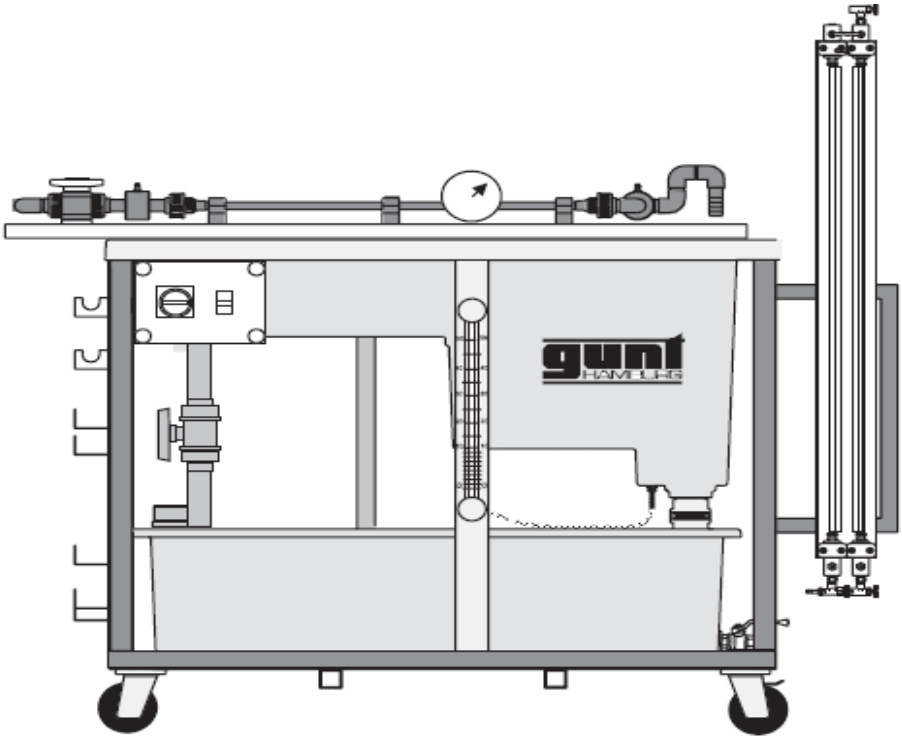
و تفاصيل الجهاز **HM 150.29** :

1.قاعدة على شكل إطار.
2.أنبوب وصل يغذي بالماء من جهاز HM 150.
3. أنبوب وصل يعيد الماء لجهاز HM 150.
4.أنبوب على شكل مرفق (أنبوب مرفقي حاد).
5. أنبوب على شكل مرفق (أنبوب مرفقي دائري).
6.أنبوب منحني ضيق الشعاع.
7. أنبوب منحني واسع الشعاع.
8.تضايق.
9.توسع.
10.صمام غلق و فتح من النوع الكروي.
11.ست قنوات مانومتر لحساب الضغط.
12.مانومتر أنبوبي ذو النابض.
13.غرفة دائرية لقياس الضغط.

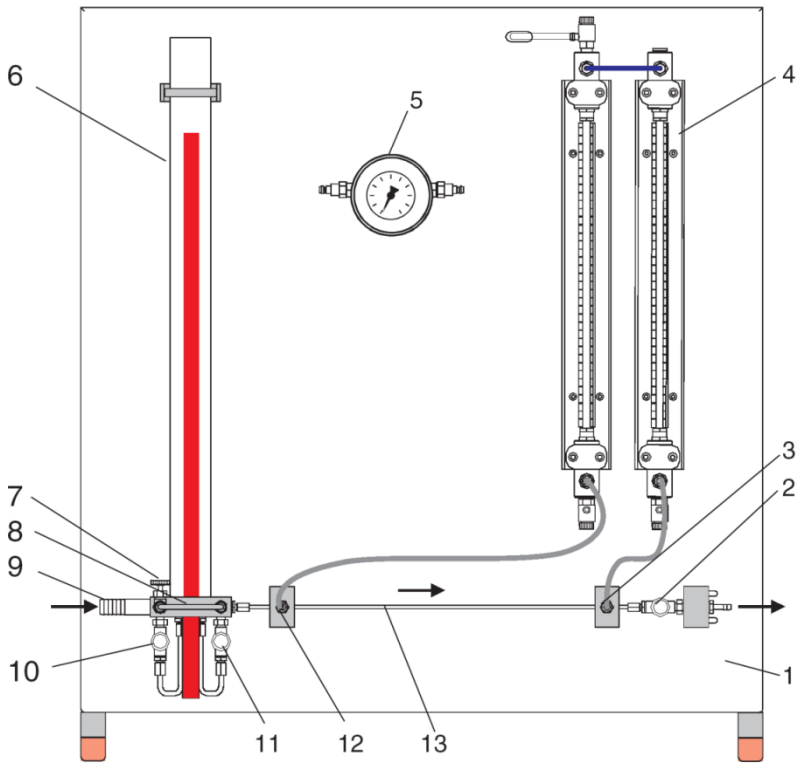
1 . Base Frame with Rear Wall
2. Hose Connection, Water Inlet
3. Hose Connection, Water Outlet
4. Pipe Elbow
5. Rounded Pipe Elbow
6. Tight Radius Pipe Bend
7. Large Radius Pipe Bend
8. Reducer
9. Enlarger
10. Spherical Valve
11. 6 Channel Manometer
12. Spring-Tube Manometer
13. Circular Chamber with

14.أنابيب من PVC لوصل المانومتر بالأنبوب المدروس. Measuring Gland PVC Hose with Plug-In 41 Connector .

ملاحظة :يمكن استعمال جهاز التغذية **HM 111** المشابه للجهاز **HM 150**و الموضح في الشكل :



هذا الجهاز مدعم بمانومتر مائي طويل (1متر) حيث يمكن حساب 100mbar كحد أقصى لفرق الضغط.عند تجاوز الضغط 100mbar يمكن استعمال المانومتر ذو النابض الموجود في جهاز آخر هو الجهاز **HM150.01**. العنصر 5 في الشكل يمكن حساب فروق في الضغط كبيرة تصل إلى 400mbar.



III-3-2 الهدف من التجربة : الهدف من التجربة هو تحديد الضياع في الضغط أو الحمولة الطاقوية على مستوى وصلات أنبوبية كالشكل المرفقي المختلف الشعاع و كذلك الوصلة الأنبوبية المتزايدة القطر و الوصلة الأنبوبية المتناقصة القطر. المائع المستعمل هو الماء.**[17]**

III-3-3 مبدأ العمل :

نعتمد في التجربة على حساب الفروق في الضغط بين نقطتين و نستنتج الضياع في الضغط و الحمولة و نستخرج بعض المعاملات الخاصة إن وجدت.**[17]**

III-3-4 الإجراءات المتبعة في التجربة :

خطوة 1 : نضع الجهاز HM 150.29 على جهاز التغذية بالماء HM 150.

خطوة 2 : نتأكد من التوصيلات للمدخل ومخرج الماء للجهاز HM 150.29.

خطوة 3 : أغلق جميع الصمامات المغذية للماء في الجهازين.

خطوة 4 : اربط أنابيب الضغط في المناطق المراد قياس الفروق في الضغط عندها و وصلها بالمانومتر المائي (1متر).

خطوة 5 : شغل مضخة الماء في الجهاز HM 150 بالتزامن مع فتح جميع الصمامات لتعديل التدفق. مع فتح صمام الجهاز HM 150.29 كاملا و التحكم يكون من الصمام السفلي HM 150.

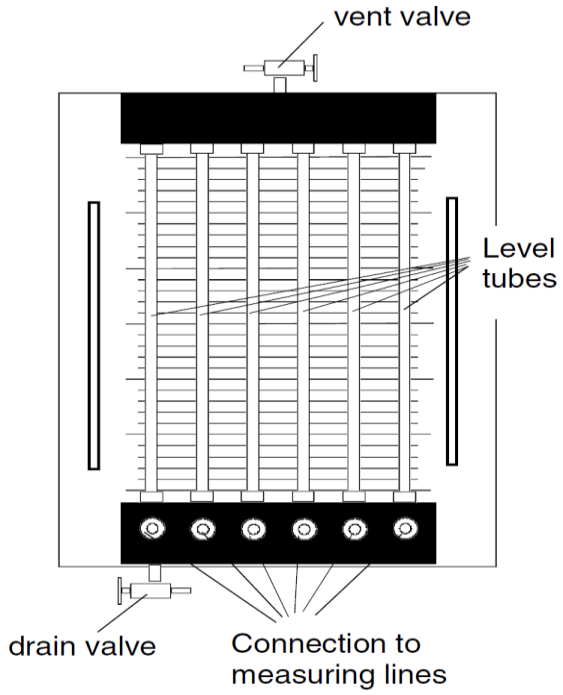
خطوة 6 : فرغ المانومتر المائي من فقاعات الهواء.

خطوة 7 : عدل مستوى الماء في المانومتر المائي في مجال المسموح بالقياس باستعمال الصمام السفلي في المانومتر المائي.

خطوة 8 : أحسب الزمن المستغرق لملأ إناء مدرج و ذلك من أجل حساب التدفق الحجمي و منه يمكن حساب السرعة .

III-3-5 طريقة تحديد المتغيرات :

1. اللوحة ذات 6 مانومتر مائي :



6-fold pressure gauge panel

- يحوي على 6 أنابيب من الزجاج مدرجة بالمليمتر و طولها 300mmيوافقه ضغط عمود من الماء يساوي تقريبا 30mbar. ويمكن استعمال المانومتر الذي طوله 1 متر لقياس ضغوط أكبر ملتصق بـ HM 150.
- هذه الأنابيب الستة مربوطة بصمام مشترك في الأعلى لتفريغ الهواء منها Vent valve.
- عند غلق صمام التفريغ من الهواء ، المانومتر سوف يقيس الفروق في الضغط في مختلف النقاط المربوطة.
- و عند فتح صمام التفريغ من الهواء ، المانومتر سوف يقيس الضغط المطلق في مختلف النقاط المربوطة.

2. قياس الفرق في الضغط بين نقطتين :

في حالة غلق صمام التفريغ من الهواء، وفي هذه الحالة الأنبوب المشترك بين العمودين من الماء مغلق، الهواء سوف يضغط بضغط مقداره P_l و الضغط في النقطتين سوف يساوي بعلاقة باسكال :

$$P_1 = P_l + \rho g h_1$$

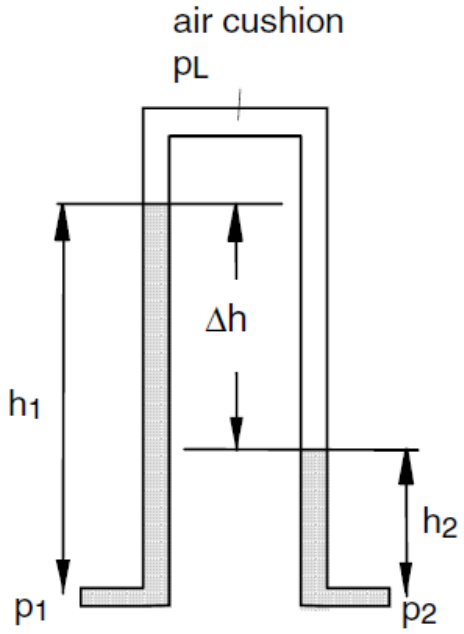
$$P_2 = P_l + \rho g h_2$$

الضغط الأكبر الذي لديه ارتفاع أكبر: $P_1 > P_2$ يعني الفرق يكون :

$$P_1 - P_2 = (P_l + \rho g h_1) - (P_l + \rho g h_2) = \rho g h_1 - \rho g h_2$$

$$P_1 - P_2 = \rho g (h_1 - h_2)$$

$$\Delta P = \rho g \Delta h$$



3. قياس قيمة الضغط P_l (ضغط الهواء المشترك في حالة غلق صمام التفريغ):

يمكن حساب قيمة الضغط P_l بالطريقة التالية :

القيمة المتوسطة بين الارتفاعين يمكن قراءتها أو حساب بالعلاقة التالية:

$$h_{moy} = \frac{h_1 + h_2}{2}$$

نسمي المجموع $h_1 + h_2$ بمجموع الارتفاع h_{sum} .

ثم لدينا النتيجة التالية :

$$h_{moy} = \frac{h_1 + h_2}{2} = \frac{h_{sum}}{2} = \frac{(P_1 - P_l) + (P_2 - P_l)}{2\rho g}$$

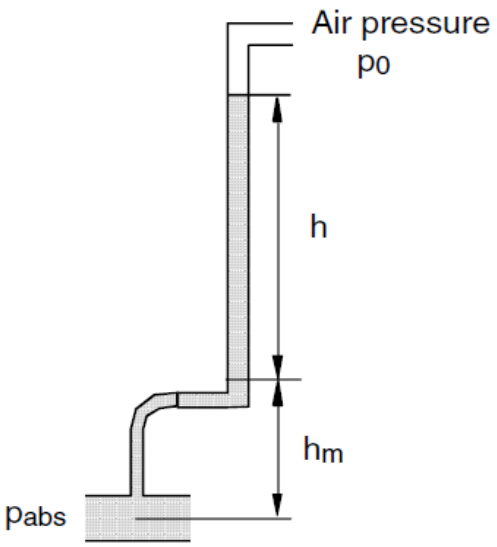
$$\frac{h_{sum}}{2} = \frac{P_1 + P_2 - 2P_l}{2\rho g}$$

و منه الحصول على النتيجة النهائية للضغط المشترك بين جميع الأنابيب :

$$P_l = \frac{P_1 + P_2 - \rho g h_{sum}}{2}$$

4. قياس قيمة الضغط المطلق P_{abs} (ضغط الهواء المشترك في حالة فتح صمام التفريغ):

في هذه الحالة نفتح صمام التفريغ الهوائي فيصبح P_l يعبر عن الضغط الجوي P_0 (حسب الشكل التالي)



سوف ينتج لنا ارتفاع h_m و هو الارتفاع بين النقطة المراد قياسها و الصفر الخاص بالمانومتر.

hهو الارتفاع بين الصفر للمانومتر و السطح الحر للماء. و منه يصبح الضغط المطلق في نقطة القياس :

$$P_{abs} = P_0 + \rho g(h + h_m)$$

ملاحظة : عند فتح صمام التفريغ تكون هناك صعوبة كبيرة في ضبط الفروق في الضغط عكس حالة غلق الصمام **طريقة ربط المانومتر المائي للشروع في العمل :**

- اربط الأنابيب الستة للضغط جميعها أو استعمل أنبوبين على الأقل في نقاط لقياس الضغط.
- افتح صمام التفريغ العلوي في المانومتر.
- افتح صمامات الجهاز HM 150 و أغلق صمام الجهاز HM 150.29 .
- شغل المضخة التابعة للجهاز HM 150 ، سوف يسري الماء في جميع أنابيب الضغط و يتدفق للأعلى.

- عندما ترى أنه لا يوجد فقاعات هواء داخل أنابيب الضغط و المانومتر أغلق صمام الجهاز HM 150.
- أوقف المضخة التابعة للجهاز HM 150.
- افتح صمام التفريغ السفلي للمانومتر إن وجد، وفي حالة عدم وجوده استعن بصمام الجهاز HM 150.29 وذلك بفتحه ببطء للحصول على قيمة للارتفاع حيث يظهر المستوى الحر للماء في جميع المانومتر في الوسط تقريبا و متساوي المستوى(يوجد فيه حالات يجب تشغيل المضخة و تمرير الماء ببطء في الأنابيب لكي لا تتسرب فقاعات الهواء داخل الماء).
- عند الحصول على هذا المستوى الواضح للماء في المانومتر أعد غلق صمام التفريغ العلوي.

تنبيه 1 : (لا يجب فتح صمام التفريغ العلوي إلا في حالة ضرورة التخلص من الماء نهائيا).

- أعد تشغيل المضخة التابعة للجهاز HM 150 مع التعديل بالصمام التابع لنفس الجهاز حتى الحصول على تدفق حجمي معين و فروق في الضغط مقروءة.

تنبيه 2 : (يجب نزع أنابيب وصل الضغط من النقاط قبل توقيف المضخة).

مع العلم أن حساب التدفق و السرعة :يعتمد على حجم الماء المتدفق من الفتحة مع حساب الوقت بالعلاقة التالية :

المستغرقالزمن: t،حجم الماء: V ، الحجميالتدفق ; $\dot{V} = \frac{V}{t}$

مساحة المقطع : $A = \frac{\pi D^2}{4}$،الحجميالتدفق: $\dot{V}$،السريانسرعة ; $w = \frac{\dot{V}}{A}$

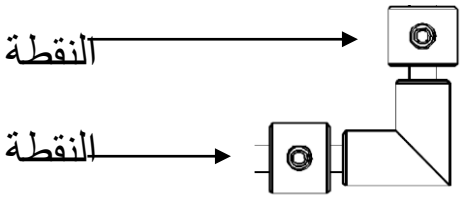
- لدينا في الجهاز HM 150.29 نقاط و عددها 11 نقطة قياس، حسب الجدول التالي :

الوصلة الأنبوبية المدروسة	النقاط مرتبة تصاعديا من المدخل إلى المخرج
أنبوب على شكل مرفق (أنبوب مرفقي حاد).	2-1
وصلة أنبوبية ثابتة القطر $L = 140mm$.	3-2
وصلة أنبوبية متضايقة القطر.	4-3
وصلة أنبوبية متوسعة القطر.	5-4
أنبوب على شكل مرفق (أنبوب مرفقي دائري).	6-5
وصلة أنبوبية ثابتة القطر $L = 515mm$.	7-6
أنبوب منحني ضيق الشعاع $R = 40mm$.	8-7
وصلة أنبوبية ثابتة القطر $L = 320mm$.	9-8
أنبوب منحني واسع الشعاع $R = 100mm$.	10-9
صمام فتح وغلق مزود بكرة.	11-10

ملاحظة : الوصلات الأنبوبية الثابتة القطر يمكن الاعتماد على الوصلة بين النقطتين (6-7) فقط.

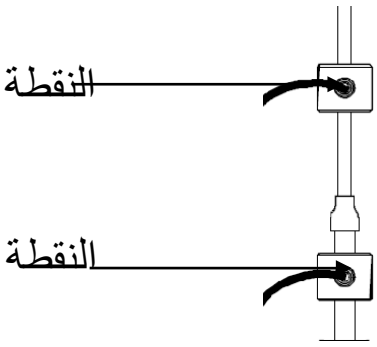
III-3-6النتائج التجريبية:

جدول 01 خاص بـ : أنبوب على شكل مرفق (أنبوب مرفقي حاد).



$N° EXP$	$t(sec)$	$\dot{V}$	h_{max}	h_{min}	$\Delta h(cm)$	$\Delta P(mbar)$
1	3,03030303	0,66	96,5	70,5	26	254800
2	5	0,4	98,5	68,5	30	294000
3	6,06060606	0,33	90,5	64	26,5	259700
4	7,14285714	0,28	84,5	70	14,5	142100
5	8	0,25	85,7	67,5	18,2	178360

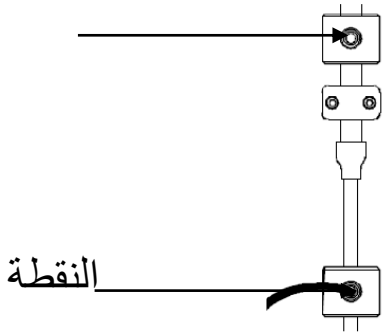
جدول 02 خاص بـ : وصلة أنبوبية متضايقة القطر.



$N° EXP$	$t(sec)$	$\dot{V}$	h_{max}	h_{min}	$\Delta h(cm$	$\Delta P(mbar)$
1	3,03030303	0,66	83	49,2	33,8	331240
2	5	0,4	93,5	70,5	23	225400
3	6,06060606	0,33	87	65	22	215600
4	7,14285714	0,28	90,7	63,7	27	264600
5	8	0,25	88	63	25	245000

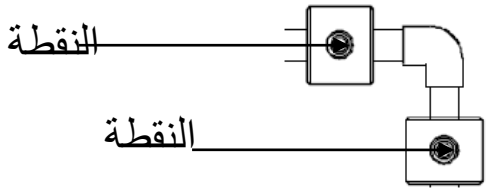
جدول 03 خاص بـ : وصلة أنبوبية متوسعة القطر.

النقطة



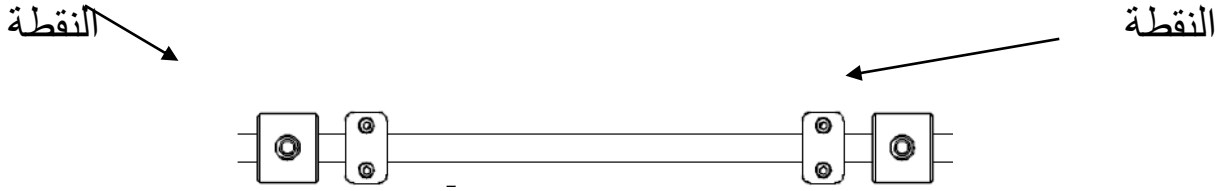
$N° EXP$	$t(sec)$	$\dot{V}$	h_{max}	h_{min}	$\Delta h(cm)$	$\Delta P(mbar)$
1	3,03030303	0,66	85	46,5	38,5	377300
2	5	0,4	93,7	70	23,7	232260
3	6,06060606	0,33	84	67,7	16,3	159740
4	7,14285714	0,28	89	65,5	23,5	230300
5	8	0,25	90,5	58,5	32	313600

جدول 04 خاص بـ : أنبوب على شكل مرفق (أنبوب مرفقي دائري).



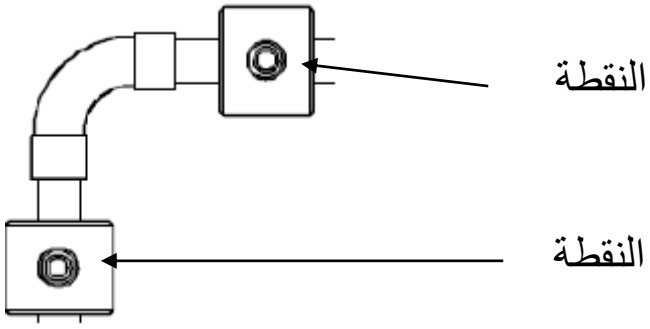
$N° EXP$	$t(sec)$	$\dot{V}$	h_{max}	h_{min}	$\Delta h(cm)$	$\Delta P(mbar)$
1	3,03030303	0,66	98,5	68,7	29,8	292040
2	5	0,4	84,5	67	17,5	171500
3	6,06060606	0,33	83	63,5	19,5	191100
4	7,14285714	0,28	93	54,5	38,5	377300
5	8	0,25	86,5	58	28,5	279300

جدول 05 خاص بـ : وصلة أنبوبية ثابتة القطر $L = 515mm$.



$N°\ EXP$	$t(sec)$	$\dot{V}$	h_{max}	h_{min}	$\Delta h(cm)$	$\Delta P(mbar)$
1	3,03030303	0,66	90	73	17	166600
2	5	0,4	83	68,5	14,5	142100
3	6,06060606	0,33	81	65	16	156800
4	7,14285714	0,28	82	67	15	147000
5	8	0,25	94	50,5	43,5	426300

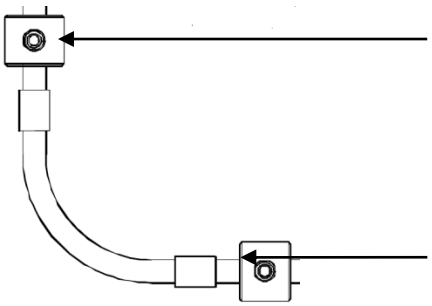
جدول 06 خاص بـ : أنبوب منحني ضيق الشعاع $R = 40mm$.



$N°\ EXP$	$t(sec)$	$\dot{V}$	h_{max}	h_{min}	$\Delta h(cm)$	$\Delta P(mbar)$
1	3,03030303	0,66	84	79	5	49000
2	5	0,4	85	67,5	17,5	171500
3	6,06060606	0,33	78,5	68,5	10	98000
4	7,14285714	0,28	88	66,4	21,6	211680
5	8	0,25	84	60,5	23,5	230300

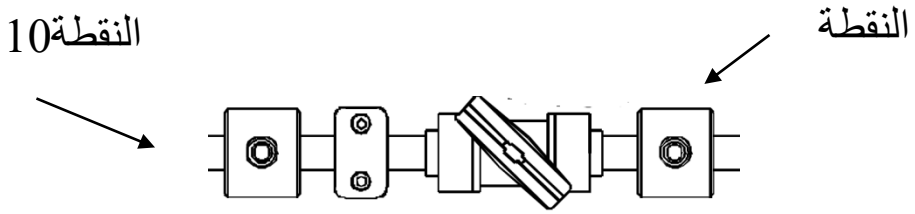
جدول 07 خاص بـ :أنبوب منحني واسع الشعاع $R = 100mm$.

النقطة

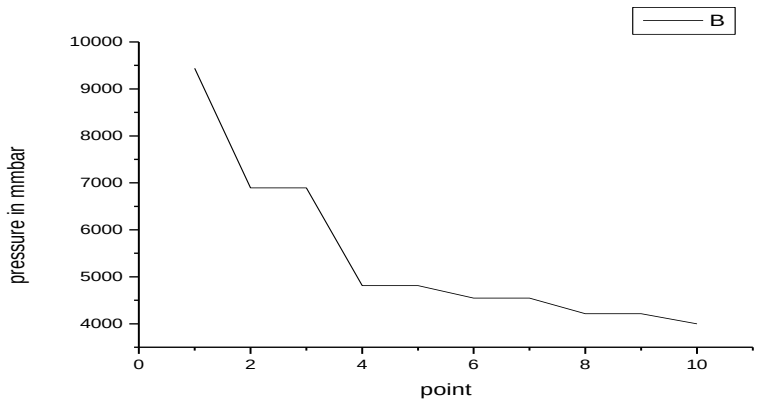


$N°\ EXP$	$t(sec)$	$\dot{V}$	h_{max}	h_{min}	$\Delta h(cm)$	$\Delta P(mbar)$
1	3,03030303	0,66	85,5	78	7,5	73500
2	5	0,4	88	64	24	235200
3	6,06060606	0,33	87	60,5	26,5	259700
4	7,14285714	0,28	93	62,5	30,5	298900
5	8	0,25	82	62	20	196000

جدول 08 خاص بـ :صمام فتح وغلق مزود بكرة.



$N°\ EXP$	$t(sec)$	$\dot{V}$	h_{max}	h_{min}	$\Delta h(cm)$	$\Delta P(mbar)$
1	3,03030303	0,66	91	73,5	17,5	171500
2	5	0,4	92	60	32	313600
3	6,06060606	0,33	92,5	58	34,5	338100
4	7,14285714	0,28	95	55	40	392000
5	8	0,25	89	55	34	333200



الشكل: منحني وضح تغيرات الضغط بدلالة النقاط

III-3-7تفسير النتائج:

- بعد رسم منحني تغيرات الضغط P بدلالة النقاط من 1 إلى11نلاحظ أن المنحني تنازلي في قيمة الضغط.
- نستطيع القول أن الضغط يتغير على طول الأنبوب وذلك بتغير الوصلات هذا يعني أن الضياع في الضغط يختلف من وصلة إلى أخرى ،فهناك وصلات يحدث فيها ضياع كبير في الضغط وهي أنبوب مرفقي حادو وصلة أنبوبية متضايقة القطر ، أنبوب مرفقي دائريالوصلات الأقل ضياع للضغط وهي أنبوب منحني ضيق الشعاع $\mathrm{R} = 40\mathrm{mm}$وأنبوب منحني واسع الشعاع$R = 100mm$ والوصلات التي يثبت فيها الضغط مثل الوصلة الأنبوبية ثابتة القطر.
- النصيحة التي ننصح بها مهندس الإنشاء في حالة إنشاء نظام أنبوبي غازي أو سائل لتقليل الضياع في الحمولة الطاقوية (الضغط) إستخدام الوصلات الأقل ضياع وهي أنبوب منحني ضيق الشعاع $\mathrm{R} = 40\mathrm{mm}$ وأنبوب منحني واسع الشعاع$R = 100mm$ والوصلات التي يثبت فيها الضغط مثل الوصلة الأنبوبية ثابتة القطر.

الخلاصة العامة.

الخلاصة

هذا العمل يندرج تحت الأبحاث العلمية القائمة والموجهة إلى تطوير طرقتقليل من الضياع في الحمولة الطاقوية للموائع داخل الأنابيب، البحث في هذا المضمار متعدد الجوانب الفيزيائية (الطاقة، مسببات الضياع،وطبيعة الموائع....)،وفي ميكانيك الموائع نهتم بدراسة المعادلات الأساسية لحفظ المقادير الفيزيائية التوسعية ،والتي ينتج عنها قوانين الحفظ الثلاث حفظ المادة حفظ الطاقة وحفظ كمية الحركة .

في الفصل الأول قدمنا لمحة عن تطور تاريخ علم ميكانيك الموائع في مختلف العصور وبدايته وأهم علمائه وقوانينه .في الفصل الثاني تم دراسة التشوهات والتطرق إلى الفرضيات و النظريات العامة التي تحكم حركة الموائع.تم التفصيل في المعادلات الأساسية في ميكانيكا الموائع و هي معادلة حفظ الكتلة ومعادلة حفظ كمية الحركة أو بالأحرى معادلة حفظ الطاقة الحركية التي هي محل الدراسة ، حيث تم إستنباط معادلة الطاقة الحركية (معادلة بارنولي المعممة) والتطرق إلى حالات منها بثبوت بعض خصائص المائع.وإستعرضنا دالة التبدد.

في الفصل الثالث تم التطرق للجانب التجريبي حيث تمت تطبيق ثلاث تجارب وهيالتجربة الأولى : دراسة قانون برنولي في أنبوب فنتوري والتجربة الثانية : تحليل ظاهرة الإحتكاك في الأنابيب، التجربة الثالثة : دراسة الضياع في الوصلات الأنبوبية وذلك بتحديد هدف ومبدأ وإجراءات كل تجربة ومن ثم تم التوصل إلى نتائج تجريبية وتفسيرها ،للحد من مسببات الضياع في الضغط .

في الأخير البحث هو بحث ذو شقين نظري وتجريبي تم من خلاله دراسة معادلة الطاقة الحركية أو معادلة برنولي وتطبيقها تجريبيا وذلك من خلال التجارب التي طبقت وتوصلنا إلى نتائج تجريبية يمكن العمل بها لتقليل من الضياع في الحمولة الطاقوية لسريان الموائع في الأنابيب.

المراجع

[1] الموسوعة العربية (بحث عن تاريخ ميكانيك الموائع)
[2]أساسيات الحراريات والموائع (ميكانيكا الموائع)
[3]أساسيات ميكانيكا الموائع"الهادي إبراهيم الدكام"
[4]المعالم الأساسية لتاريخ ميكانيكا الموائع
[5]عصامحمدعبدالماجدأحمد""الموائع
[6]رواد المعرفة عبر العصور"دكلفوردأ .بكوفر"
[7]المحاضرات
[8]www.uobabylon.edu.iq
[9] www.ibelieveinsci.com
[10]http://ar.m.wikipedia.orq/wiki
[11]www.alfred-library.com
[12]www.Neelwafurat.com
[13]Un peu d’histoire en Mécanique des Fluides, LPA S5 2009-2010
[14]Ecoulements en conduites – Généralités - Année 2009/2010" Daniel Huili
[15]Essential Highlights of the History of Fluid Mechanics "K. A. Rosentrater"[16]La m´ecanique des fluides"Thierry Alboussi`ere"
[17]Equipment For Engineering Education(HM 150.29)
[18]Equipment For Engineering Education (HM150.01) جهاز
[19]Equipment For Engineering Education(HM150.07)جهاز

ملخص

يندرج هذا العمل تحت الأبحاث العلمية القائمة والموجهة لتطوير طرق تقليل من الضياع في الحمولة الطاقوية داخل الأنابيب،الأبحاث في هذا المضمار متعددة الجوانب الفيزيائية. وهذا العمل هو بحثذو شقين نظري وتجريبي الهدف منه هو دراسة مختلف الظواهر الفيزيائية التي تحدث للموائع داخل الأنابيب مثلحفظ الكتلة وكمية الحركة والمعبر عنها بمعادلة الطاقة الحركية(كوتون فورتي) التي تحدد الضياع في الحمولة الطاقوية.من أجل هذا يجب التطرق بعمق للجانب التجريبي لتقليص من الضياع في الحمولة بإبتكار طرق جديدة لنقل الموائع أقل تكلفة وأكثر نجاعة.

الكلمات المفتاحية: معادلة الطاقة الحركية،حفظ الكتلة،كمية الحركة، الحمولة الطاقوية

Abstract

This work falls under the existing scientific research directed to the development of methods to reduce the loss in the energy load inside the tubes. Research in this field is multi-faceted.This work is todiscuss thetwo-fold theoretical and experimental goal is adifferent study ofphysical phenomena occurring of fluids within onlypiping such as conservation ofmass and theamount ofmovement and expressed equation kinetic energy(cotton-fortier) that determine theloss in loadTaqoah.mnfor this should be addressed indepth theexperimental side To reduce load loss bydevisingnew methods of transporting fluids that are less expensive and more efficient.

Key words :kineticenergy equation , conservation ofmass , momentum ,energyload