RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEURET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DE KASDI MERBAH OUARGLA

Faculté des Hydrocarbures, des Energies Renouvelables, des Sciences de la Terre et de l'Univers

Département de Forage et mécaniques des chantiers pétroliers

MEMOIRE
MASTER PROFESSIONNEL

Domaine: Hydrocarbures

Filière: Hydrocarbures

Spécialité: Forage

Présenté par :

- HAOUARI SALAH EDDINE MEBAREK
- BENTAIKA HAITHEM

Thème

SIMULATION D'UN ECOULEMENT TRANSITOIRE D'UN FLUIDE NON NEWTONIEN ENTRE LE TUBAGE ET LE TRAIN D'OUTIL DE FORAGE

Soutenu publiquement le : 13/06/2019

Devant le jury composé de :

Mr. BOUCHMAA KAMEL	Président	UKM Ouargla
Mr. HADJAB RIAD	Encadreur	UKM Ouargla
Mr. GAREH SALIM	Examinateur	UKM Ouargla

Année Universitaire :
2018 /2019

Résumé

Les écoulements turbulents non newtoniens sont souvent rencontrés dans l'industrie du pétrole et du gaz. Ces fluides sont utilisés dans le forage des puits de pétrole pour transporter les déblais à la surface et pour maintenir les solides en suspension pendant les périodes d'immobilisation. Dans les forages dirigés, où un espace annulaire excentrique est souvent utilisé, les déblais ont tendance à s'accumuler dans l'espace le plus étroit où la vitesse est la plus faible. Comme la turbulence tend à supprimer cette accumulation, la connaissance des profils de vitesse dans cet espace est indispensable pour la conception et le bon déroulement des forages. Dans ce présent travail, une simulation numérique utilisant le code FLUENT a été effectuée, en présentant essentiellement les profiles de vitesse axiale et tangentielle du fluide non-newtonien à travers un espace annulaire excentrique. D'autre part, pour valider le modèle mathématique adopté, les résultats numériques sont comparés à des résultats expérimentaux disponibles dans la littérature.

Les mots clés : Profile de vitesse, espace annulaire excentrique, Fluide non newtonien, Fluent CFD.

Abstract

Turbulent non-Newtonian flows are often encountered in the oil and gas industry. These fluids are used in the drilling of oil wells to transport the cuttings to the surface, and to keep solids in suspension during stationary periods. In directional drilling, where an eccentric annulus is often used, there is a tendency for the cuttings to accumulate in the narrowest gap where the velocity is lowest. Since turbulence tends to suppress such accumulation, knowledge of the velocity profiles in the annulus are essential in the design and operation of these drills. In this work, a numerical simulation using the FLUENT code has been performed, essentially presenting the axial and tangential velocity profiles of the non-Newtonian fluid through an eccentric annular space. On the other hand, to validate the adopted mathematical model the numerical results are compared with experimental results available in the literature.

Key words : velocity profiles, Eccentric annulus, Non-Newtonian Flow, Fluent CFD.

ملخص

غالبًا ما نصادف التدفقات المضطربة للسوائل غير النيوتونية في صناعة النفط والغاز. تستخدم هذه السوائل في حفر آبار النفط لنقل القطع الحجرية إلى السطح ، وللحفاظ على المواد الصلبة في حالة تعليق أثناء فترات ثابتة. في الحفر الموجه ، حيث يتم استخدام فضاء حلقي لامركزي غالبًا ، هناك ميل لتراكم القطع في أضيق فجوة حيث تكون السرعة منخفضة. نظرًا لأن الاضطراب يميل إلى الحد من هذا التراكم ، فإن معرفة منحنيات السرعة في الحلقة ضرورية في تصميم الة الحفر وتشغيلها. في هذا العمل ، تم إجراء محاكاة عددية باستخدام FLUENT CFD ، يقدم أساسًا ملامح السرعة المحورية والماسية للسائل غير النيوتوني من خلال المساحة الحلقية المائلة. من ناحية أخرى، للتحقق من صحة النموذج الرياضي المعتمد، تتم مقارنة النتائج العددية بالنتائج التجريبية المتوفرة في المراجع.

الكلمات الدالـــــة: حلقة لامركزية، التدفق الغير النيوتوني، Fluent CFD، منحنيات السرعة.

DEDICACES

Pour l'esprit de mon oncle ABDERAOUF Je dédie ce modeste travail

J'ai le grand honneur de dédier ce travail à :

- *Ceux qui ont consacré toute leur vie pour la réussite de leur fils ;*

Ma très chère mère, Mon très cher père.

- *Aux êtres les plus chers de ma vie,*
- *A Mon frère et Ma sœur.*
- *A Ma grand-mère.*

Mes chers oncles, mes tantes, mes cousins, mes cousines et toute ma famille.

- *A Mon binôme BENTAIKA HAITHEM.*
- *A Tous les enseignants et tous mes camarades de Forage Pétroliers.*

A Tous mes amis que j'ai connus dans ma vie.

HAOUARI SALAHEDDINE MEBAREK

Dédicace

A mes chers parents,
pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse, leur soutien et leurs prières tout au long de mes études,
A mes chères sœurs
koudai, sadjida, nihal
Pour leurs encouragements permanents, et leur soutien moral,
A mon cher frère
sif allah
Pour leur appui et leur encouragement,

A toute ma famille et mes amis
Pour leur soutien tout au long de mon parcours universitaire, Que ce travail soit l'accomplissement de vos vœux tant allégués, et le fuit de votre soutien infaillible,
Merci d'être toujours là pour moi.

BENTAIKA HAITHEM

Remerciement

En premier lieu, nous tenons à remercier notre Dieu, notre créateur, pour le courage et la patience qu'il nous a donné pour accomplir ce travail

Nous tenons à remercier aussi très chaleureusement notre encadreur,

Mr HADJAB RIAD pour nous avoir diriger notre travail, pour son esprit d'ouverture et sa disponibilité, pour son aide et ses prodigieux conseils pour développer le présent mémoire avec succès.

Merci Professeur pour votre volonté, votre conscience professionnelle et votre sérieux.

Nous remercions toutes les personnes qui nous ont aidées de près ou de loin à la finalisation de ce travail, nous tenons à leur exprimer notre vive gratitude.

Enfin, nos remerciements à l'ensemble des Enseignants du Département de Forage et Mécaniques des Chantiers Pétroliers.

Sommaire

CHAPITRE II: DESCRIPTION DU PROBLEME ET MOELISATION NUMERIQUE

CHAPITRE III : METHODE DES VOLUMES FINIS

CHAPITRE IV : RESULTATS ET DISCUSSION

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE I : GENERALITE SUR LE FLUIDE DE FORAGE

CHAPITRE II : DESCRIPTION DU PROBLEME ET MODELISATION NUMERIQUE

CHAPITRE III : METHODE DES VOLUMES FINIS

CHAPITRE IV : RESULTATS ET DISCUSSION

LISTE DES TABLEAUX

CHAPITRE III : METHODE DES VOLUMES FINIS

NOMENCLATURE

P : Pression hydrostatique (Bar).

d : Profondeur en mètres (m).

VA : La viscosité apparente (Cp) .

VP : La viscosité plastique en (Cp).

YP : La contrainte seuil (Pa) ou (lb/100 ft2).

τ : Contrainte de cisaillement (Pa).

$\dot{\gamma}$: Vitesse de cisaillemment (s-1).

K : Indice de consistance (Pa.sn).

n : Indice d'écoulement sans dimension avec 0<n<1.

$\tau 0$: Le seuil d'écoulement (Contrainte de seuil) (Pa).

U_g: Vitesse globale (m/s).

d_h: Diamètre hydraulique (m).

U_a : Vitesse sans dimension axiale,

V_t : Vitesse sans dimension tangentielle,

V_θ : La vitesse tangentielle locale,

V_z : la vitesse axiale locale,

U_g : La vitesse globale,

Γ : Coefficient de diffusion,

$[A]$: est une matrice de (NxN) éléments,

$[\phi]$: Vecteur des inconnues $\phi(i, j)$,

$\boldsymbol{\rho}$: Masse volumique du fluide (kg/m^3).

$\boldsymbol{U_g}$: Vitesse globale (m/s).

$\boldsymbol{d_h}$: Diamètre hydraulique (Do-Din) (m).

$\boldsymbol{\mu}$: Viscosité au mur (Pa.s).

e : Excentricité (-).

Re : Nombre de Reynolds (-).

Rext : Rayon intrieur du tube extrérieur (m).

Rint : Rayon extérieur du tube intérieur (m).

INTRODUCTION GENERALE

Depuis le début des années 80, l'industrie pétrolière a mis l'accent sur l'écoulement des fluides dans les espaces annulaires dans les opérations de forage de puits de pétrole avec transport de déblais par les boues de forage. En raison de la préoccupation constante vis-à-vis des coûts opérationnels et de la nécessité d'augmenter la capacité de production ; des débits plus élevés ont été le plus souvent utilisés et, par conséquent, les pertes hydrodynamiques dans l'espace annulaire entre le puits de forage et le tube de forage ont commencé à nécessiter une quantité d'énergie importante. Cette quantification d'énergie a donc joué un rôle important dans le dimensionnement de ces unités. Les déblais de forage sont retirés en pompant le fluide de forage de la surface dans le puits de forage à travers l'intérieur de la tige de forage, l'outil de forage lubrifiant, refroidissant et nettoyant la zone de coupe et évitant une augmentation inutile du couple requis en raison de l'accumulation des particules (Nouri et al., 1997).

Dans le cas des puits fortement déviés ou horizontaux, les "cuttings" se déposent plus rapidement que dans les puits verticaux, par conséquent, ils s'accumulent, formant un lit qui atteint un état stationnaire. Ce dépôt de cuttings engendre des problèmes de couple ("torque") surtout lors des manœuvres de remontée sans rotation ou circulation. Diverses solutions sont possibles telles que l'augmentation de la vitesse annulaire, celle-ci doit être maintenue aussi élevée que possible dans les puits fortement déviés.

La traînée de ces particules est fortement liée aux profils de vitesse d'écoulement de la boue de forage dans l'espace annulaire (Escudier et al. 2000). Par conséquent, la connaissance de l'écoulement de la boue de forage est directement associée à une opération de forage efficace. [1]

Dans cette présente étude on s'intéresse à faire une simulation numérique de l'écoulement d'un fluide non-newtonien dans un espace annulaire excentrique. Cette simulation numérique a pour but de déterminer le comportement hydraulique en présentant les profile de vitesse radiale et tangentielle du fluide à travers cet espace. D'autre part pour valider le modèle mathématique adopté les résultats numériques sont comparés à des résultats expérimentaux disponibles dans la littérature.

CHAPITRE I

Généralités sur la boue de forage

I. LES FLUIDES DE FORAGE

Le fluide de forage, appelé aussi boue de forage, est un système composé de différents constituants liquides (eau, huile) et/ou gazeux (air ou gaz naturel) contenant en suspension d'autres additifs minéraux et organiques (chaux, alourdissant, réducteurs de filtrats, émulsifiants, viscosifiants…). Le fluide de forage était déjà présenté en 1933 lors du premier Congrès Mondial du Pétrole, Le premier traité sur les fluides de forage a été publié en 1936 par Evans et Reid. En 1979, l'American Petroleum Institute (API) définit le fluide de forage comme un fluide en circulation continue durant toute la durée du forage, aussi bien dans le sondage qu'en surface. Le fluide est préparé dans des bacs à boues, il est injecté à l'intérieur des tiges jusqu'à l'outil d'où il remonte dans l'annulaire, chargé des déblais formés au front de taille. A la sortie du puits, il subit différents traitements, tamisage, ajout de produits, de façon à éliminer les déblais transportés et à réajuster ses caractéristiques physico-chimiques à leurs valeurs initiales.

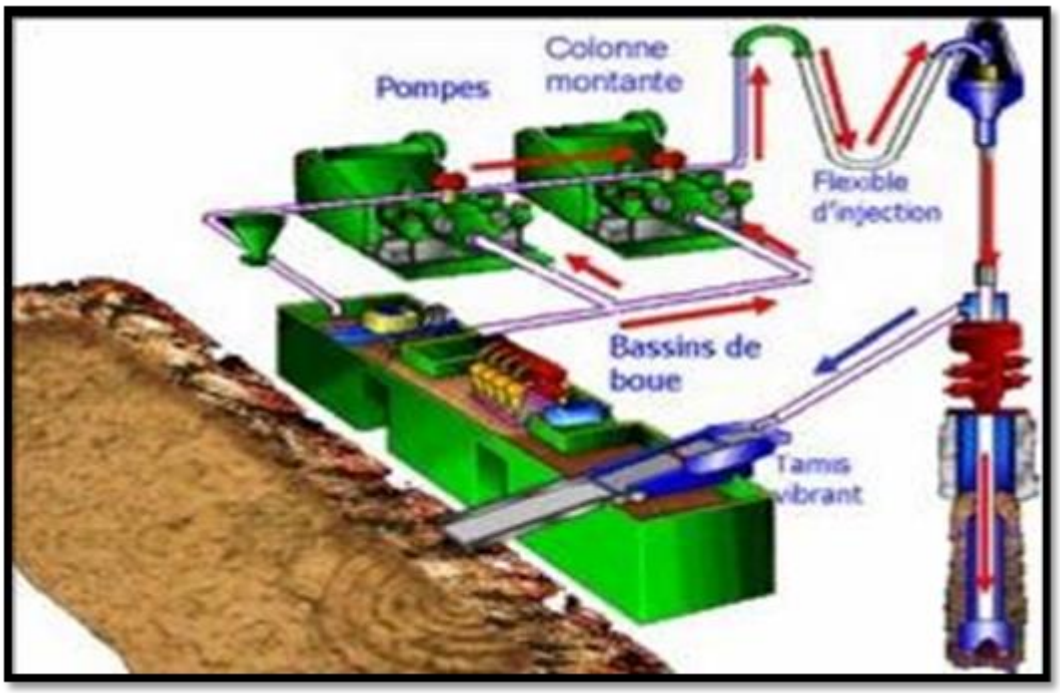


Figure (I-1) : *Cycle du fluide sur le site de forage. [3]*

II. TYPES DE BOUE

On distingue trois types de boue :

- Boue à base d'eau (Water Based Mud) ;
- Boue à base d'huile (Oïl Based Mud) ;
- Boue synthétique (Synthetic BasedMud).

A.N : Les gammes de densité de boue généralement utilisé sont de l'ordre de 1 à 1.6, mais des valeurs beaucoup plus fortes peuvent être utilisées en cas de pressions anormales.

III. PRINCIPALES ROLES DES BOUES DE FORAGE

Le forage du puits à travers les différentes couches géologiques est menés grâce à la technique du forage rotatif « forage Rotary » dont la première utilisation remonte à l'année 1901. Cette technique nécessite l'utilisation d'un fluide de forage appelé aussi « boue » qui doit remplir plusieurs fonctions (Figure I-2). La vie d'une boue de forage passe par plusieurs étapes ; (1) formulation, (2) injection dans le puits, (3) modification de la formulation en fonction de la nature du terrain. En effet, en remontant les déblais, elle renseigne en temps réel sur la nature des formations traversée par le trépan et sur la proximité de la roche réservoir. Après l'analyse des déblais, la présence de trace d'hydrocarbure prouve que la roche productive a été atteinte. Ces informations permettent la modification de la formulation lors du traitement de la boue avant sa remise en circulation. Ce qui induit un gain sur le prix de revient des boues de forage. Ces boues doivent avoir des propriétés telles qu'elles facilitent, accélèrent le forage et favorisent la production de sondages en améliorant la productivité tout en respectant l'environnement. [2]

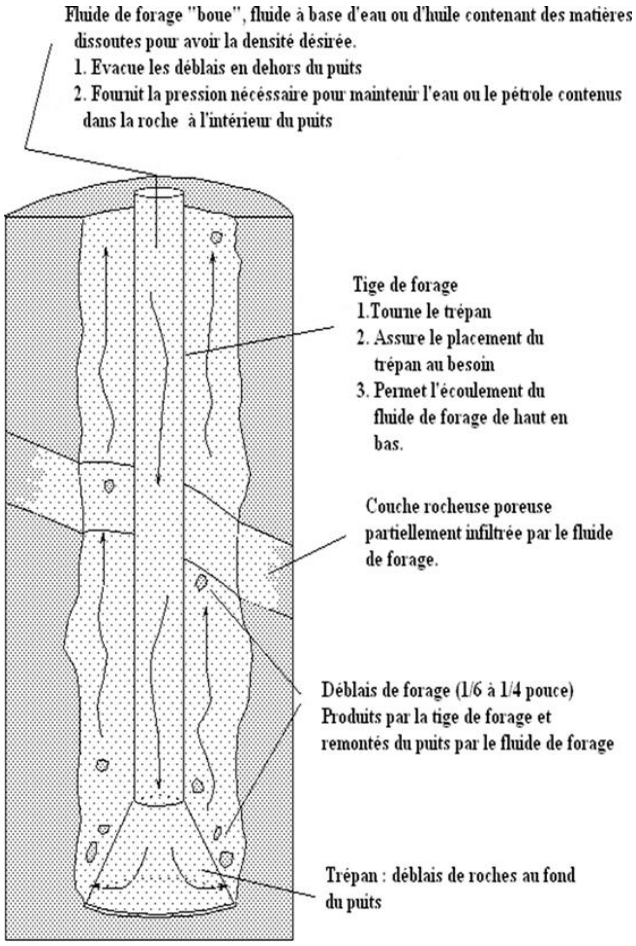


Figure (I-2) : *Le forage pétrolier. [2]*

III.1. Nettoyage du puits

La boue doit débarrasser le trou des formations forées qui sont appelées "cuttings" ou "déblais" ; les cuttings sont des déblais de roches qui se trouvent dans les différentes strates de la terre. Ces fragments de roches broyées par le trépan sont amenés à la surface par le flux ascensionnel de la boue. Leur taille dépend des dimensions du trépan. Généralement, les cuttings sont des solides inertes, leur densité dépend du type de la roche traversée. Ainsi, les limons et les dolomites ont une densité de 2,7 – 2,9, les schistes peuvent êtres inertes ou actifs (schistes actifs), leur densité est de 2,4 -2,8, cette valeur dépendra de l'eau contenue dans les pores.

III.2. Maintien des déblais en suspension

Après avoir débarrassé le puits des déblais de forage durant les périodes de circulation, la boue doit également les maintenir en suspension pendant les arrêts de circulation.

III.3. Refroidissement et lubrification de l'outil

La boue doit assurer la lubrification et le refroidissement des outils de forage ; prolongeant ainsi leur durée de vie. En effet, la boue en circulation se trouve à une température inférieure à celle des formations stratigraphiques et compte tenu du degré géothermique ainsi que la transformation d'une partie de l'énergie mécanique en énergie calorifique, l'échauffement de l'outil de forage se trouve compensé par la température de la boue qui le refroidit. Quant à la lubrification, elle est fonction du type de boue ; on ajoute en général des additifs antifriction et des lubrifiants extrême pression qui permettent de réduire considérablement les coefficients de frottements (outil/roche).

III.4. Dépôt du film de boue : cake

Le dépôt du film de boue est appelé cake ; le cake se dépose sur les parois du puits et diminue ainsi le frottement de la garniture de forage en rotation et en manœuvre lors des arrêts de circulation (pour l'assemblage des tiges par exemple). La formation du cake dépend de la vitesse de filtration qui inclut la perméabilité calculée d'après la formule de Darcy, de la distribution, de la taille, de la compressibilité des particules solides, de la pression différentielle de filtration dans les formations perméables de la boue et de sa température. La boue est constituée d'une phase liquide (filtrat) et d'une phase solide (cake). Cette dernière se dépose sur les parois et les consolident, et une petite partie liquide passe dans la formation, ce filtrat doit être très faible sinon il se perdra dans les formations d'où l'importance de bien doser la boue. Le dépôt du cake permet de consolider et de réduire la perméabilité des parois du puits pour prévenir le cavage des couches géologiques grâce à la propriété de colmatage de la boue.

III.5. Prévention du cavage

Le cavage est un abattage fait de bas en haut ; ce détachement du gisement est dû aux éboulements ; dans ce cas la boue ne remplit pas correctement son rôle. La cause du cavage est due aux facteurs suivants :

- la boue n'est pas saturée en chlorure de sodium impliquant ainsi la dissolution du sel,
- les alcalinités sont exagérément élevées donc il en résulte une dispersion des argiles,
- l'érosion de la boue à l'endroit des formations fragiles.

III.6. Prévention des fuites

Les fuites sont caractérisées par les venues d'eau, de gaz ou d'huile. Afin d'éviter le débit dans le sondage, des fluides contenus dans les réservoirs rencontrés en cours de forage, la boue doit exercer une pression hydrostatique suffisante pour équilibrer les pressions du gisement.

III.7. Pression hydrostatique

La pression hydrostatique de la boue est maintenue en ajustant la densité entre des valeurs maximale et minimale. Un maximum afin de ne pas créer des surpressions qui pourraient endommager les formations et les réservoirs et un minimum afin de contrôler les pressions des couches. Les pressions sont données par des abaques ou calculées à partir de la formule suivante:

$$P = p*d/10 \qquad \text{(d'après Ordonneau 1970)} \qquad (I.1)$$

Avec :

P : pression hydrostatique en bars

d : profondeur en mètres.

C'est à dire qu'à une profondeur de 1000 mètres, une boue de densité 1,40 exerce une pression hydrostatique de 140 bars. Les densités recommandées varient de 1,15 à 2,40.

III.8. Augmentation de la vitesse d'avancement

Le choix du type et des caractéristiques de la boue conditionne les vitesses d'avancement du forage. En effet, une contre-pression excessive réduit considérablement la vitesse d'avancement. Les très faibles viscosités sont considérées comme un facteur favorable à la pénétration des outils bien que parfois les viscosités élevées permettent aux déblais de ne pas chuter. Dans ce cas, il s'agit de trouver un compromis pour avancer le forage et maintenir les déblais en suspension. Une étude technico-économique déterminera les meilleures viscosités pour le projet réalisé.

III.9. Entraînement de l'outil

Dans le cas du turboforage, la boue entraîne la turbine, c'est-à-dire l'utilisation de certains produits va s'avérer délicate comme les colmatants qui peuvent bloquer les aubes de la turbine.

III.10. Apport de renseignements sur le sondage

La remontée de la boue permet d'obtenir certains renseignements sur le sondage tel que :

- la boue devra altérer le moins possible les échantillons de roches qui annoncent la présence du pétrole et la proximité ou l'éloignement de la roche magasin,

- une variation de densité peut indiquer une légère venue de fluide non encore décelable en volume,

- une variation de concentration en chlorures annonce la présence d'évaporites

- l'utilisation de dégazeurs, chromatographes et autres permet de préciser l'évolution de la concentration en hydrocarbures en effectuant des mesures. Il existe deux sortes de contrôles :

1. diagraphies instantanées : ce sont des examens parallèles au contrôle des boues
2. diagraphies différées : ce sont des mesures qui sont effectuées dans le puits plein de boue, en général en fin de phase.

III.11. Contamination des formations productrices

Si la boue exerce une pression hydrostatique supérieure à la pression du gisement, la future mise en production peut être envahie par la présence de la boue, surtout si la formation est poreuse et perméable. L'action de la boue sera définie de la façon suivante :

- la boue envahit la proximité de sondage
- le cake se forme et le filtrat de la boue pénètre dans la formation.

III.12. Corrosion et usure du matériel

Si la boue recèle des matériaux abrasifs tels que la sable, le matériel de sondage se trouve usé par une action mécanique, sans oublier la corrosion du matériel. Dans ce cas, il faut ajouter des agents anti corrosifs.

III.13. Toxicité et sécurité

Les normes de sécurité doivent être observées sur les chantiers pour veiller à la santé du personnel. La boue de forage ne doit pas créer de risques d'incendie. Quant à l'huile de fabrication, elle devrait être suffisamment dégazée et avoir un point d'inflammabilité conforme aux normes. [2]

IV. PROPRIETES DES FLUIDES DE FORAGE

La connaissance des propriétés rhéologiques est d'une grande importance pour la résolution des problèmes de forage et permet de recommander et de prévoir le comportement des fluides au cours du forage. Il faut souvent arriver à un compromis entre les caractéristiques des fluides. Une viscosité maximale améliore la mise en suspension des déblais et réduit l'infiltration et l'érosion, tandis qu'une faible viscosité facilite le pompage du fluide, améliore la lubrification et réduit les pertes de charges, accélérant ainsi l'avancement du forage. De plus, une valeur importante de contrainte seuil permet le bon nettoyage du trou et la mise en suspension des solides.

IV.1. Rhéologie : Importance de la rhéologie pour la résolution des problèmes de forage

Une littérature assez développée existe au sujet du comportement rhéologique des fluides de forage. Les fluides de forage sont souvent des suspensions colloïdales qui ont un comportement complexe et variable suivant leur composition et les conditions d'utilisation (Garcia et Parigot, 1968 ; Forage Rotary, 1972). Ce sont le plus souvent des fluides non - newtoniens, visqueux ou viscoélastiques, éventuellement thixotropes (Nguyen, 1993). De nombreux modèles rhéologiques ont été proposés et traités dans l'industrie pétrolière, par plusieurs auteurs.

L'objectif principal des études rhéologiques est de caractériser et de quantifier les effets des interactions entre particules sur les propriétés macroscopiques de suspensions (Buscall et White, 1974). Les hauts polymères possèdent la capacité d'augmenter fortement la viscosité du fluide dans lequel ils sont dissous même à très faible concentration. Suivant la composition des fluides, les courbes d'écoulement des fluides de forage peuvent être de plusieurs types dont et les plus usuels sont le modèle le plus simple de Bingham et le modèle en loi de puissance (Parigot, 1968). Selon Versan Kok et Alikaya (2004) le modèle en loi de puissance décrit bien le comportement des systèmes de fluides KCl/polymères. Selon Tschirley (1983) la majorité des fluides de forage obéit aux modèles de Bingham (Lauzon et Reid, 1979), d'Ostwald-de Waele, de loi de puissance (Lauzon et Reid, 1979) ou bien de Robertson-Stiff (modèle pseudoplastique à seuil) (Robertson et Stiff, 1976).

Les boues de forage, souvent décrites comme des fluides rhéofuidifiants et thixotropes à seuil, ont une structure interne susceptible de se modifier selon les conditions d'écoulement et/ou de cisaillement, et pouvant mener à des phénomènes non homogènes au sein du matériau. Dans leur travail de caractérisation des fluides de forage par Imagerie à Résonance Magnétique (IRM) Coussot et al., (2004) ont montré qu'au-dessus d'un gradient de vitesse critique, les fluides présentent un comportement rhéofluidifiant avec seuil d'écoulement apparent, et qu'au -dessous de ce gradient critique, on observe un comportement visqueux simple sans seuil d'écoulement. L'utilisation de l'IRM montre qu'en fait, au-dessous de ce gradient critique, un écoulement stable n'est pas possible, la déformation se localise dans une zone dont la dimension peut dépendre de la taille des éléments constitutifs. Le comportement rhéologique apparent observé lors des mesures rhéologiques conventionnelles est donc la signature de cette zone cisaillée et ne représente pas le comportement du matériau dans son ensemble. Du point de vue équipement, plusieurs travaux (Bingham, 1916 ; de Waele, 1923 ; Farrow et Lowe, 1923 ; Ostwald, 1925) ont

établi des modèles d'écoulement des fluides de forage en utilisant des viscosimètres rotatifs spécifiques. L'API recommande l'utilisation du viscosimètre Fann 35 A. Dans le cas des forages profonds, l'échec de la prévision des propriétés des fluides par simulation numérique est dû à une mauvaise connaissance de la variation des propriétés des fluides en fonction de la température (Beirute, 1991). Face à cette situation, la technologie des fluides de forage a été aussi suivie par un développement important d'outils d'évaluation et de contrôle. Dans le cas des forages profonds à haute température, on note la commercialisation de viscosimètres travaillant sous haute pression et à haute température (Fann 50 C). Les caractéristiques les plus utilisées et recommandées par l'API sont la viscosité, la contrainte seuil et la thixotropie.

IV.1.1. La viscosité

La viscosité dépend avant tout de la teneur en solides contenue dans la boue et de la présence des polymères. Une augmentation de viscosité ne pourra donc être combattue que par l'élimination de solides. D'un point de vue pratique, on définit deux types de viscosité (exprimées en cP) : une viscosité apparente (VA) et une viscosité plastique (VP) souvent liée à la taille des particules, et à leur forme.

$$VA = L600 / 2 \qquad (I.2)$$

$$VP = L600 - L300 \qquad (I.3)$$

Où L600 et L300 représentent respectivement les lectures à 600 et 300 tr/mn sur le rhéomètre fann 35.

Le rhéomètre utilisé est de type Couette (cylindres concentriques rotatifs). C'est la classe de rhéomètres la plus fréquemment utilisée où la substance étudiée est emprisonnée entre deux cylindres de révolution, coaxiaux, de rayons distants de quelques mm. Le mouvement laminaire de cisaillement est obtenu en communiquant à l'un des cylindres un mouvement de rotation uniforme de vitesse angulaire ω, l'autre cylindre demeurant immobile. Sur chantier, les outils disponibles pour contrôler la rhéologie de la boue sont de deux types. Le premier est le viscosimètre Marsh, outil encore très largement utilisé, le deuxième est un rhéomètre Fann 35, réalisant une mesure de contrainte pour 2 ou 6 valeurs du cisaillement selon les appareils.

IV.1.2. La contrainte seuil

Les solides présents dans la boue de forage influencent un paramètre autre que la viscosité plastique, qui est la contrainte seuil (exprimée en Pa ou en lb/100 ft2), plus connue sous le nom

de "yield value" ou "yield point".

$$YP = L300 - VP = (VA - VP) * 2 \qquad (I.4)$$

La contrainte seuil représente la résistance initiale à vaincre, pour que le fluide s'écoule. Cette résistance est due aux forces électrostatiques attractives localisées à la surface des particules. C'est une mesure dynamique. La contrainte seuil dépend du type des solides présents et de leurs charges de surface respectives, de la concentration de ces solides, et du type et de la concentration des autres ions ou sels éventuellement présents.

IV.1.3 Gels et thixotropie

Une boue de forage laissée au repos édifie progressivement une structure qui augmente sa rigidité et qui peut être réduite par agitation. On appelle thixotropie le fait que ce phénomène soit non instantané et réversible. Le caractère thixotrope d'une boue est évalué en mesurant le "gel 0" et le "gel 10". Le gel 0 représente la résistance du gel aussitôt après agitation de la boue. Ils sont mesurés à l'aide du viscosimètre Fann35 à une vitesse de 3 tr/min et exprimé en lb/100ft2. Le gel 10 représente la résistance du gel après un repos de la boue de 10 minutes.

Le gel 0 varie pratiquement comme la viscosité plastique et le gel 10 comme la contrainte seuil avec cependant, pour ce dernier, une sensibilité particulière au traitement chimique. [3]

V. FLUIDES NON NEWTONIENS

Un fluide est une matière parfaitement déformable. Cela comprend les gaz, les liquides, même certain solides. Les fluides existants sont nombreux et nous entourent au quotidien. Les fluides, tels que l'eau, sont des fluides newtoniens. Cela veut dire, d'une part, que nous pouvons facilement prédire leurs mouvements, et d'autre part, que leur viscosité est indépendante de la force (contrainte) appliquée à ces fluides. La viscosité d'un fluide est sa résistance à l'écoulement.

Un autre type de fluide que l'on appelle les fluides non-newtoniens. Ce sont des fluides plus complexes car ils possèdent une propriété particulière, qui est que leur viscosité dépend de la contrainte (force) qu'on leur applique. En effet, la viscosité de certains fluides non-newtoniens augmente lorsque l'on exerce une force sur eux. Ces fluides s'appellent les fluides rhéoépaississants, car ils « s'épaississent » lorsqu'ils sont soumis à une contrainte (ex : miel).

D'autres fluides non newtoniens voient leur viscosité diminuer lorsqu'ils sont soumis à une contrainte. Ces fluides sont appelés les fluides rhéofluidifiants (ketchup, moutarde). Nous ne nous intéresserons qu'à ces deux types de fluides non-newtoniens même s'il en existe d'autre (à seuil, dépendants du temps).

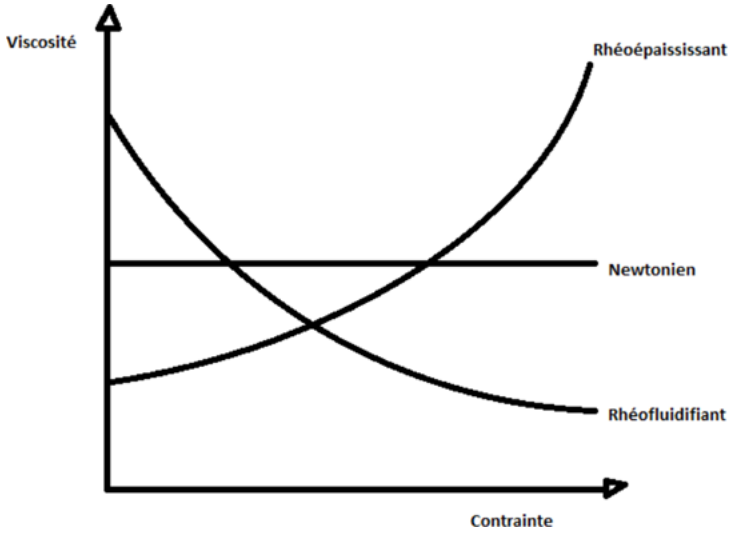


Figure (I-3) : *Graphique théorique de la viscosité de plusieurs types de fluides en fonction de la contrainte de cisaillement. [4]*

On note que la contrainte de cisaillement représente la force parallèle exercée à la surface du fluide par rapport à sa surface (Pa). Le taux de cisaillement est la vitesse maximale du fluide (celle de la surface où l'on applique la force) par rapport à la hauteur du volume de fluide. La viscosité est enfin le rapport entre la contrainte de cisaillement et le taux de cisaillement. [4]

Schéma explicatif :

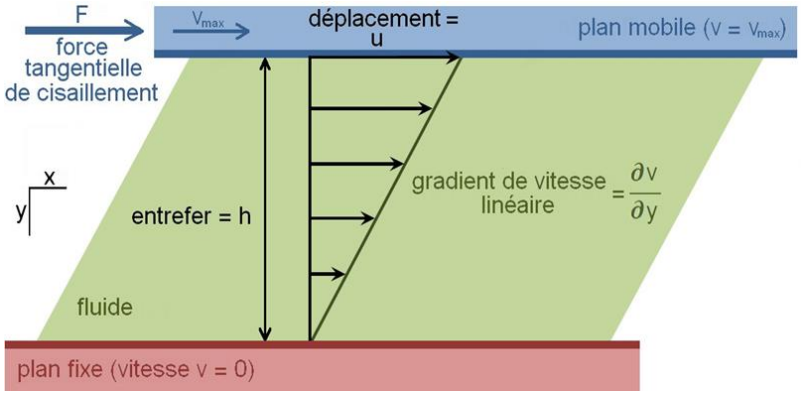


Figure (I-4) : *schéma explicatif de Taux de cisaillement. [4]*

V.1. Les types de fluide non newtonien

On distingue plusieurs types de comportement non-newtonien :

V.1.1 Fluides rhéofluidifiants : quand on les agite ou qu'on les presse, ils deviennent plus fluides, donc moins visqueux, ils s'écoulent plus facilement et caractérisé par une diminution de la viscosité apparente lorsque le gradient de vitesse augmente. *La figure (I.5)*. Montre l'évolution de la contrainte de cisaillement et de la viscosité apparente en fonction de la vitesse de cisaillement.

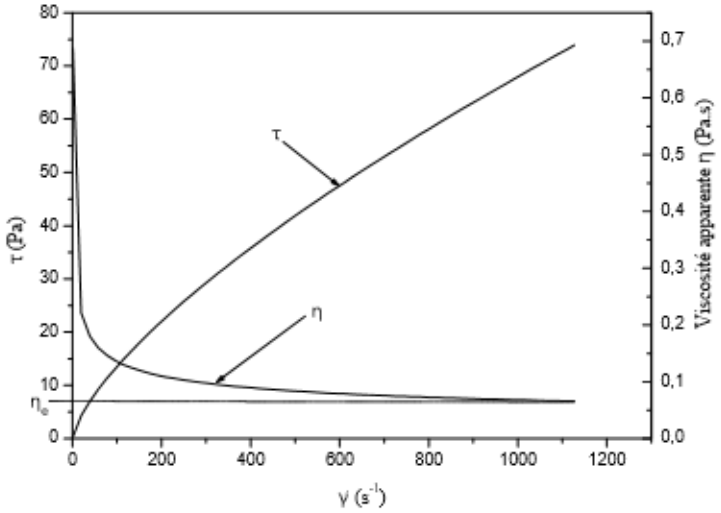


Figure (I-5) : *Variation de la contrainte de cisaillement et de la viscosité apparente en fonction de la vitesse de cisaillement pour un fluide rhéofluidifiant. [5]*

Equation d'Ostwald waele ou loi puissance :

$$\tau = K\dot{\gamma}^{n} \qquad (1.5)$$

Avec :

τ : Contrainte de cisaillement en Pa

$\dot{\gamma}$: Vitesse de cisaillement en s-1

K : Indice de consistance en Pa.sn

n : Indice d'écoulement sans dimension avec 0<n<1

L'indice d'écoulement dépend du fluide considéré et caractérise son comportement. On a ainsi:

$$\eta = K\,\dot{\gamma}^{(n-1)} \qquad (1.6)$$

Pour n=1 on a $\eta = K\dot{Y}^{(0)}$= K=constante le fluide est donc newtonien,

Pour n<1, n-1<0 donc η diminue avec le taux de cisaillement. Le fluide est donc rhéofluidifiant.

Pour n>1, n-1>0 donc η augmente avec le taux de cisaillement. Le fluide est donc rhéoépaississant.

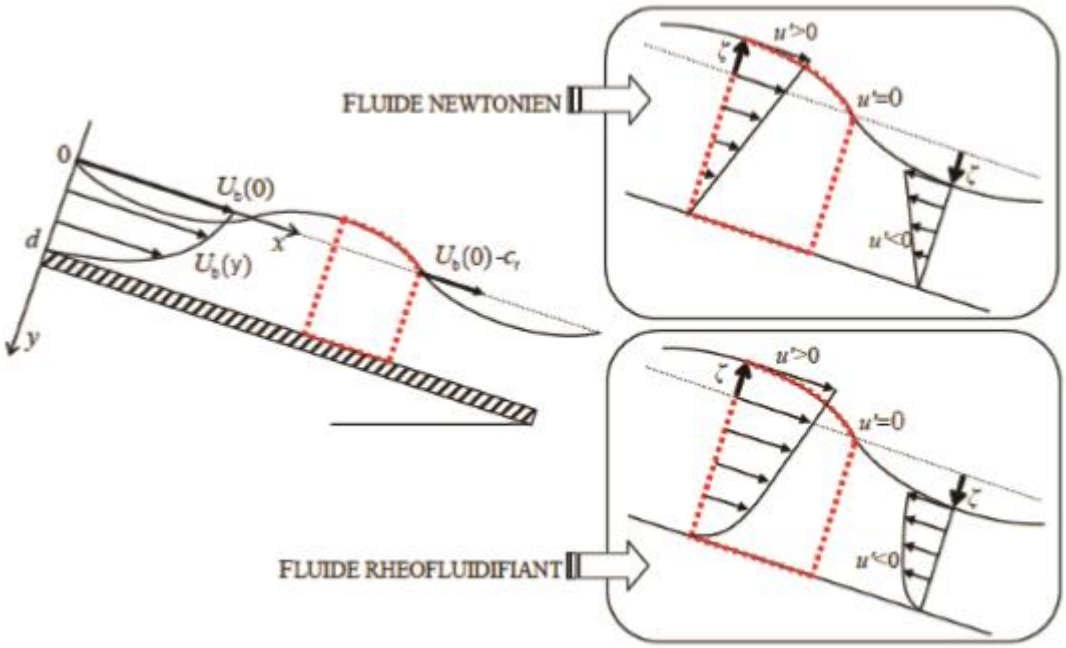


Figure (I-6) : *Volumes de contrôle (en pointillés rouges) mis en évidence au niveau de l'interface perturbée à l'ordre zéro dans le sens de l'approximation grandes longueurs d'ondes.*

V.1.2 Fluides de Bingham :

C'est un cas particulier où la fluidité survient uniquement après qu'un certain seuil de contrainte soit dépassé. Par exemple, la pâte dentifrice ne coule pas hors du tube sous son propre poids quand l'ouverture du tube est vers le bas : il faut presser (= appliquer une contrainte) pour qu'elle sorte du tube.

Pour les liquides binghamiens, autrement dit : liquides plastiques idéal, la tension de cisaillement varie linéairement avec la vitesse de cisaillement mais, à la différence des fluides newtoniens, il est nécessaire d'appliquer une force minimale pour mettre le fluide en mouvement. Cette force correspond à la tension limite (critique) de cisaillement. L'équation rhéologique d'état de ce modèle est caractérisée par deux constantes (τ_0, η_b) :

$$\tau = \tau_0 + \eta_b \dot{Y} \qquad (I.7)$$

Avec :

τ_0 : le seuil d'écoulement (Contrainte de seuil) en Pa,

η_b : Viscosité plastique (de Bingham) déduite à partir de la pente de la courbe représentant

$\tau = f(\dot{\gamma})$ en Pa.s

Remarque : Si $\tau < \tau_0 \Longrightarrow \dot{\gamma} = 0$

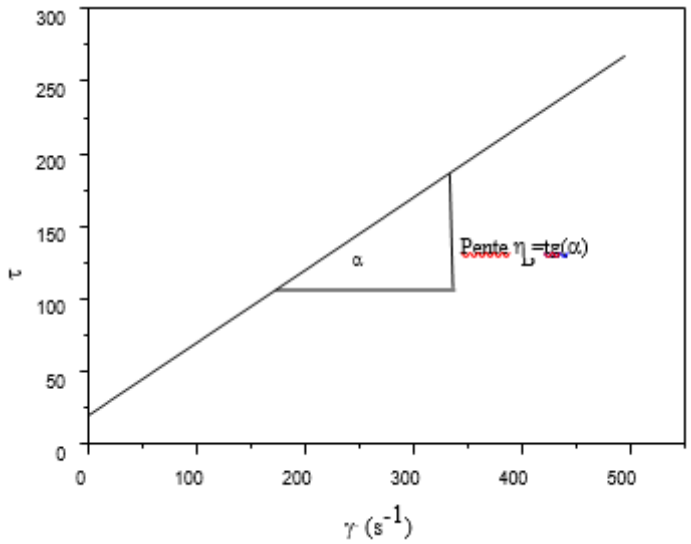


Figure (I-7) *: Rhéogramme d'un fluide de type Bingham. [5]*

V.1.3 Fluides rhéoépaississants :

Au contraire, quand on les agite, ils deviennent plus visqueux, plus difficiles à mélanger, ils se figent parfois. C'est le cas d'une solution d'alcool polyvinylique dans l'eau : au-delà d'une certaine concentration, quand on agite fortement la solution liquide, celle-ci devient plus visqueuse et peut même se gélifier.

Les fluides rhéoépaississant sont des fluides dont la viscosité apparente augmente en fonction de la vitesse de cisaillement (*Figure I-7*).

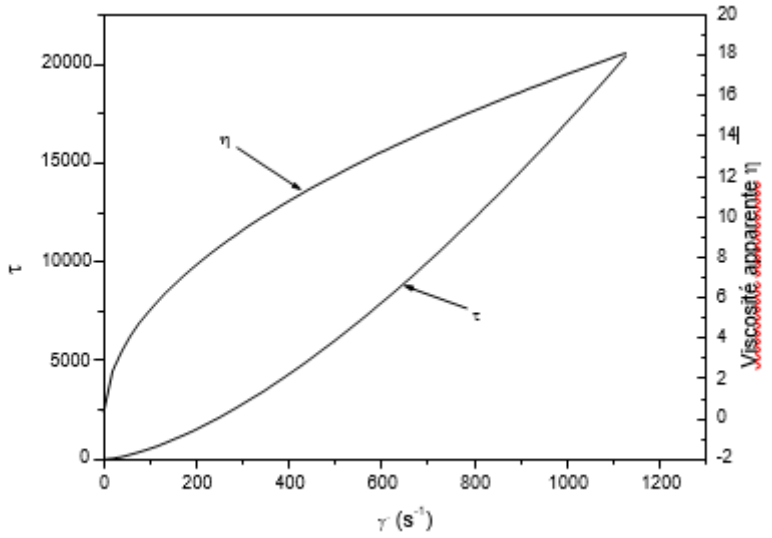


Figure (I-8) : *Variation de la contrainte de cisaillement et de la viscosité apparente en fonction de la vitesse de cisaillement pour un fluide rhéoépaississant. [5]*

De préférence et pour une bonne observation des paramètres de l'équation rhéologique d'état, on trace les rhéogrammes expérimentaux dans les coordonnées « Log-Log », c'est- à-dire la régression linéaire, afin de transformer la courbe en droite (*voir Figure I.8*). Lorsqu'on fait le logarithme de l'équation (1.1), on aura :

$$\mathrm{Log}(\tau) = \log(K) + n\log(\dot{\gamma}) \qquad (I.8)$$

L'indice rhéologique (n) représente donc la pente de la droite et l'indice de consistance (K) est donné par le point de rencontre de la courbe avec l'axe correspondant à $\dot{y} = 1$. [5]

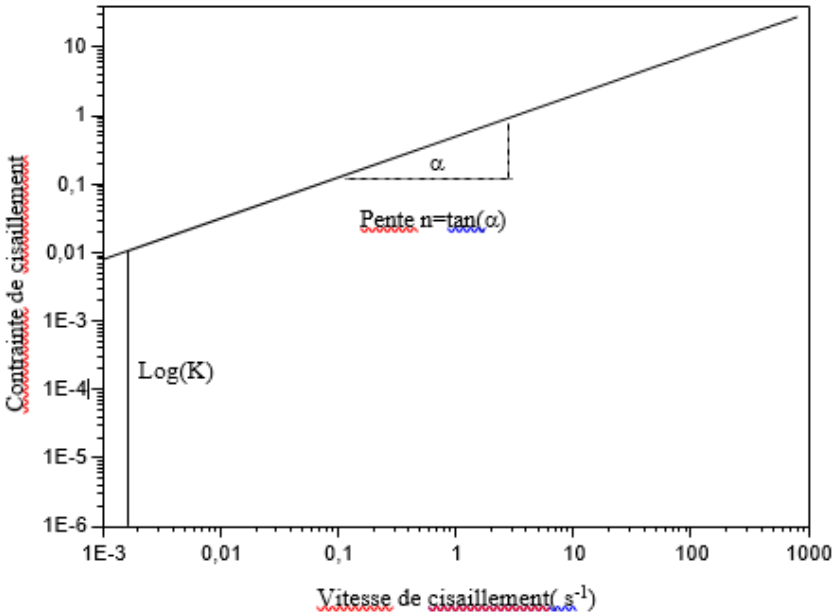


Figure (I-9) : *Rhéogramme « Log-Log » d'un fluide Rhéofluidifiant. [5]*

V.1.4 Fluides thixotropes :

Proche des fluides rhéofluidifiants, mais à ne pas confondre, car là il s'agit d'un passage de l'état solide, gélifié ou liquide très visqueux à un état liquide moins visqueux, lorsqu'une contrainte est appliquée pendant un certain temps. Il s'agit donc d'une variation de viscosité dans laquelle le temps de la contrainte intervient : une contrainte appliquée ne peut provoquer le passage à l'état liquide qu'après un certain temps. Exemples : les sables mouvants, ou certaines argiles, peuvent devenir liquides si on les soumet à des vibrations ou mouvements (c'est ainsi que, lors de tremblements de terre, on a pu voir des immeubles basculer sur le côté dans un sol devenu plus fluide !).

V.1.5 Fluides antithixotropes ou rhéopexes :

Au contraire, il s'agit du passage de l'état liquide à un état liquide plus visqueux, gélifié ou solide, lorsqu'une contrainte est appliquée pendant un certain temps. Extrêmement complexe, le phénomène de rhéopexie n'a été que très peu étudié. Il apparaît que, dans ce type de fluides, un faible cisaillement est susceptible de favoriser la restructuration du produit. On peut observer la rhéopexie dans les émulsions d'eau dans de l'huile ou la cristallisation du plâtre à faible cisaillement.

Pour les fluides thixotropes et rhéopexes, les phénomènes observés sont réversibles. Ainsi l'agitation d'un gel peut le fluidifier mais, au bout d'un certain temps, l'agitation ayant cessé, le gel se reforme. [6]

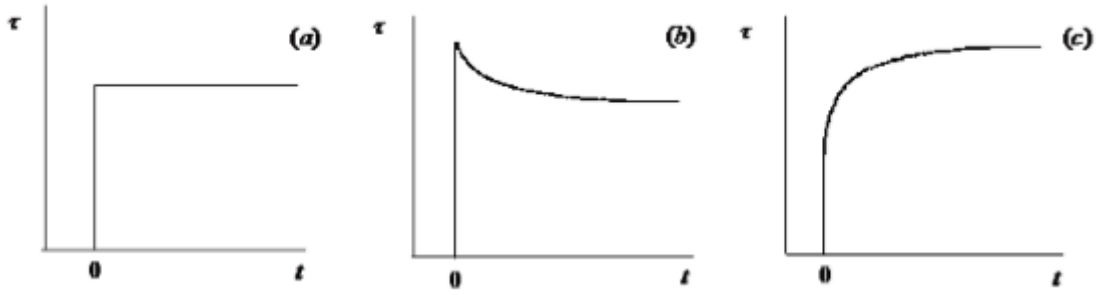


Figure (I-10) : Comportement des fluides non-Newtoniens dont la viscosité dépend du temps (a), thixotropique (b) et anti-thixotropique (c).

CHAPITRE II

Description du problème et modélisation numérique

I. INTRODUCTION

L'écoulement dans l'espace concentrique et excentrique est un problème d'une grande importance pratique. Une grande variété d'applications industrielles a eu une grande importance pour la recherche concernant l'écoulement dans l'annulaire avec des degrés de complexité variables. Escudier, Oliveira &Pinho (2002) ont présenté une liste bibliographique exhaustive des travaux sur les écoulements dans l'annulaire.

Dans les industries de transformation, on rencontre de plus en plus de fluides ne présentant pas un comportement d'écoulement newtonien, c'est-à-dire que le taux de cisaillement n'est pas directement proportionnel à la contrainte appliquée. Dans de nombreux problèmes de conception technique, il est important que ce comportement non idéal soit pris en compte. La situation habituelle dans le cas des puits de pétrole et de gaz est l'écoulement de boue de forage en régime turbulent et transitoire. Dans les travaux de Nouri&Whitelaw (1997), trois composantes de vitesse (axiale, radiale et tangentielle) d'un fluide newtonien et d'un fluide non newtonien ont été mesurées dans un anneau avec une excentricité de 0,5, un rapport de diamètre 0,5 et une vitesse de rotation du cylindre intérieur de 300 tr/mn. Les résultats montrent que la vitesse de rotation a eu des effets similaires sur les fluides newtoniens et non newtoniens, avec un écoulement axial plus uniforme dans l'annulaire et des vitesses tangentielles maximales dans les espaces les plus étroits dans les deux cas. Les intensités de turbulence dans la région du plus grand espace n'étaient pas influencées par la rotation, elles augmentaient dans le fluide newtonien et diminuaient dans le fluide non newtonien dans la région du plus petit espace.

Escudier et. Al. (2002) rapportent des données expérimentales concernant l'écoulement laminaire entièrement développé d'un fluide à travers un annulaire concentrique et excentrique à 80%, avec et sans rotation. Gavrilov et al (2011) ont proposé un algorithme numérique permettant de simuler les écoulements laminaires stables d'un fluide incompressible dans des canaux annulaires avec excentricité et rotation du cylindre intérieur. Han et al. (2008) ont étudié les caractéristiques de transport hydraulique d'un mélange solide-liquide circulant verticalement vers le haut, dans lequel des particules solides sont transportées par des fluides non newtoniens dans un anneau concentrique à trou mince avec un cylindre intérieur en rotation. La concentration volumétrique solide et les pertes de charge ont été mesurées pour divers paramètres tels que l'angle de l'anneau incliné, le débit et la vitesse de rotation du cylindre intérieur. Pour les solutions de CMC et de bentonite, plus la concentration des particules solides est élevée, plus les pertes de charge deviennent importantes. [7]

II. DESCRIPTION DE PROBLEME

Le but de ce travail est d'illustrer une solution numérique d'un écoulement turbulent tridimensionnel d'un fluide non newtonien dans un espace annulaire excentrique. Les écoulements turbulents non newtoniens souvent rencontrés dans l'industrie du pétrole et du gaz. Ces fluides sont utilisés dans le forage de puits de pétrole pour transporter les déblais à la surface et pour maintenir les solides en suspension pendant les périodes d'immobilisation. Dans les forages dirigés, où un espace annulaire excentrique est souvent rencontré, les déblais ont tendance à s'accumuler dans l'espace le plus étroit où la vitesse est la plus faible. Les turbulences tendant à supprimer cette accumulation, il est important de connaître les profils de vitesse dans cet espace annulaire pour une conception et un fonctionnement plus efficace. [8]

Une coupe périodique de l'espace annulaire excentrique est considérée voir figure (...). Les diamètres intérieur et extérieur des cylindres sont respectivement de 20 mm et 40,3 mm. Le cylindre intérieur tourne à une vitesse de 300 tr/mn, le cylindre extérieur étant immobile.

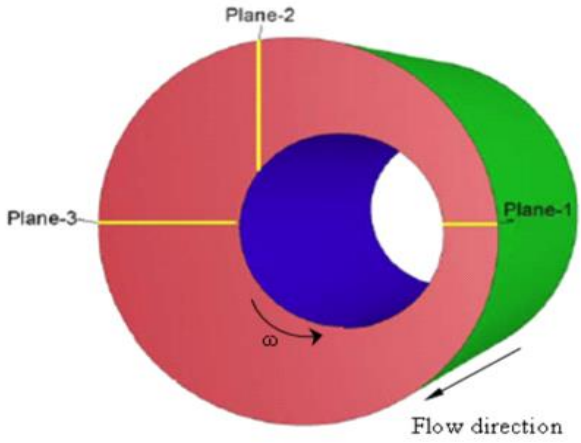


Figure (II.1) : *Problème Schématique [8]*

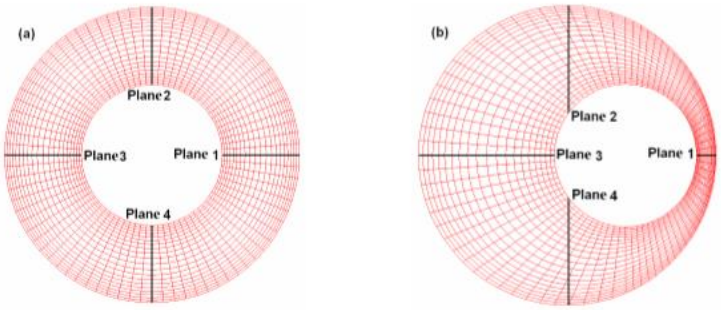


Figure (II.2) : *Distribution cellulaire dans les anneaux concentriques et excentriques. [7]*

III. MODELE RHEOLOGIQUE DU FLUIDE

Le modèle rhéologique choisi dans ce travail est le modèle régi par l'équation d'Ostwald waele ou loi puissance.

$$\eta = K\,\dot{Y}^{(n-1)} \qquad \text{(II.1)}$$

Avec : n = indice de loi de puissance = 0.75

K = indice de cohérence = 0.044

$\dot{Y}$ = taux de cisaillement local

IV. REGIME D'ECOULEMENT

Le régime d'écoulement est considéré transition (presque turbulent) avec Re=9000 et le problème doit être modélisé comme étant turbulent. Le modèle k − ω peut être utilisé pour d'écoulement à faible nombre de Reynolds, turbulents ou transitoires.

$$R_e = \frac{\rho U_g (R_{ext} - R_{int})}{\mu} \qquad (II.2)$$

Le débit massique est maintenu égal à 2.615 kg/s. Par conséquent, la vitesse globale peut être calculée comme suit :

$$\text{Vitesse globale} = \frac{\text{débit massique}}{\text{masse voulumique} \times \text{surface}} = \frac{2.615}{1000 \times 0.000961} \qquad \text{(II.3)}$$

D'où :

ρ = Masse volumique du fluide = 1000 kg/m^3

U_g = Vitesse globale = 2.72 m/s

d_h = Diamètre hydraulique (Do-Din) =20.3 × 10^{-3} m

μ = Viscosité au mur = 6 × 10^{-3} (mesuré expérimentalement [....]). [8]

V. MODELE MATHEMATIQUE

Afin de simuler l'écoulement dans l'espace annulaire, le modèle tridimensionnel de turbulence k-ω est appliqué [....]. Les équations gouvernantes appliquées sont exprimées comme suit :

- Équation de Continuité: $\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$ (II.4)
- Équation de mouvement: $\frac{\partial u_i u_j}{\partial x_i} = -\frac{\partial P}{\rho\, \partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left((\mu_t + \mu)\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)\right)$ (II.5)
- Équation de l'énergie cinétique turbulente k :

$$\frac{\partial \rho u_i k}{\partial x_i} = P - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\left(\mu + \sigma_k \frac{\rho k}{\omega}\right)\frac{\partial k}{\partial x_i}\right) \quad \text{(II.6)}$$

- Équation du taux d'énergie de dissipation ω:

$$\frac{\partial \rho u_i \omega}{\partial x_i} = \frac{\gamma \omega}{k} P - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\left(\mu + \sigma_\omega \frac{\rho k}{\omega}\right)\frac{\partial \omega}{\partial x_i}\right) + \frac{\rho \sigma_d}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_i}\frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad \text{(II.7)}$$

Où: $P = \tau_{ij}\frac{\partial u_i}{\partial x_j}$, $\tau_{ij} = \mu_t\left(2\, S_{ij} - \frac{2}{3}\frac{\partial uk}{\partial x_k}\delta_{ij}\right) - \frac{2}{3}\rho k\, \delta_{ij}$, $S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)$ (II.8)

Avec: $\mu_t = \frac{\rho k}{\bar{\omega}}$, $\bar{\omega} = \left[\omega, \frac{7}{8}\sqrt{\frac{S_{ij}S_{ij}}{\beta^*}}\right]$

Où S est le taux de déformation, μ_t est la viscosité turbulente, σ_k and σ_ω sont les nombres de Prandtl turbulents pour k and ω. [9]

VI. PARAMETRES SANS DIMENSION

Pour une meilleure compréhension des conditions d'écoulement étudiées, certaines informations basées sur des paramètres sans dimension seront rapportées, favorisant la comparaison avec certains résultats rapportés dans la littérature.

Excentricité (e) : indique le niveau de déplacement radial du rayon intérieur (R_{int}) par rapport au rayon extérieur (R_{ext}). [1]

$$e = \frac{\text{distance entre les centres}}{R_{ext} - R_{int}} \quad (II.9)$$

Vitesse sans dimension axiale (U_a) : rapport entre la vitesse axiale locale (V_z) et la vitesse globale (U_g)

$$U_a = \frac{V_z}{U_g} \qquad (II.10)$$

Vitesse sans dimension tangentielle (V_t) : rapport entre la vitesse tangentielle locale (V_θ) et la vitesse globale (U_g)

$$V_t = \frac{V_\theta}{U_g} \qquad (II.11)$$

VII. CONDITION AUX LIMITES

- Toutes les vitesses tangentielles et axiales sont nulle au niveau des parois du cylindre intérieur et extérieur, sauf les vitesses tangentielles au niveau de la paroi intérieure qui sont égale 300 tr/mn.
- Le débit massique à travers l'espace annulaire est de 2.615 kg/s
- Les surfaces d'entrée et de sortie du domaine de calcul sont considérées comme étant périodiques, c.à.d. que toutes les variables calculées sont parodiquement répétées dans la situation naturelle.

VIII. GENERATION DU MAILLAGE

Le maillage hexaédrique a été choisi pour la discrétisation du domaine de calcul comme le montre la figure (...). Le nombre de cellules du maillage est égal à 20000. En outre, un maillage de la couche limite a été généré au niveau de la paroi des cylindres.

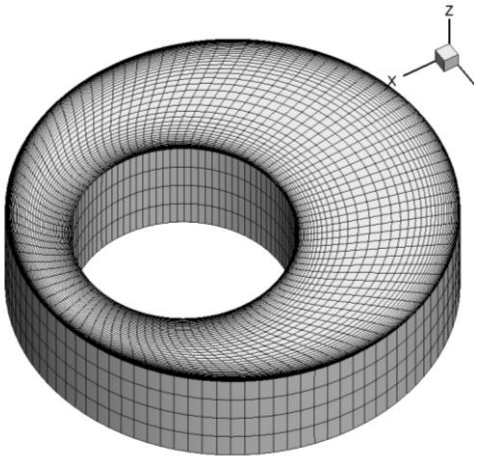


Figure (II.3) : *Maillage de l'espace annulaire excentrique*

CHAPITRE III

Présentation de la méthode des volumes finis

I. INTRODUCTION

Les équations régissant le phénomène étudié sont des équations aux dérivées partielles (EDP) non-linéaires, dont la résolution analytique ne peut être possible au moyen des outils d'analyse mathématique contemporain. Mais, une solution numérique peut être possible en transformant ces équations différentielles en systèmes d'équations algébriques linéaires par une méthode de discrétisation avant de résoudre ce système par des méthodes directes ou par itérations. Pour notre présente étude, nous avons choisi la méthode des volumes finis pour discrétiser les équations du modèle mathématique.

Pour obtenir une solution numérique, le problème étudié doit être discrétisé en transformant les équations différentielles en un système d'équations algébriques. Il existe plusieurs méthodes de discrétisation telles que: la méthode des volumes finis, des différences finies et des éléments finis, ….etc. Parmi ces méthodes, nous avons choisi la méthode des volumes finis.

II. PRESENTATION DE LA METHODE

Le principe de la méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations de transport sur un ensemble discret de volume finis jointifs couveront le domaine physique. Le résultat de la discrétisation en un point est une équation algébrique liant la valeur d'une variable aux valeurs des variables des points voisins et d'autres considérés constants. Sa simplicité, sa facilité de linéarité les termes sources et son garantit de conserver la quantité de masse, de mouvement et d'énergie dans tout le domaine étudié donne un choix judicieux d'adopter cette méthode.

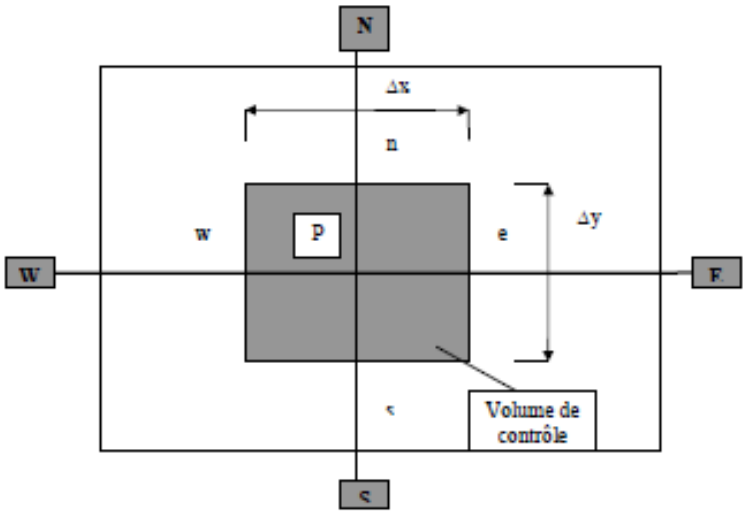


Figure (III-1) : *Schémas représentant un volume de contrôle*

III. MAILLAGE

Le domaine physique est discrétisé en domaine de calcul suivant un maillage uniforme ou non uniforme dans les deux directions, horizontales verticales. Une suite géométrique est utilisée afin de raffiner d'avantage le maillage au niveau où on a des variables dépendantes (u, v, p, θ, ρ). Dans ces régions les frontières du domaine coïncident avec les faces des volumes de contrôle, ce qui facilite l'incorporation des conditions aux limites. Chaque noeud du maillage est repéré par deux indices I et J, donnant sa position suivant les directions x et y. Le nombre total des noeuds est NI et NJ, tel que :

NI nombre total suivant x.

NJ nombre total suivant y.

III.1. Stockage des Variables

Les variables dépendantes scalaires (P, θ, ρ) sont stockées aux nœuds du maillage, tan disque les variables dépendantes vectorielles (u, v) sont stockées au milieu des segments reliant les nœuds. Si on note par P le centre du volume de contrôle de la variable Φ et E, W, Net S les nœuds voisins des volumes de contrôle adjacents comme illustre la figure (3-2). Ces nœuds seront les lieux de stockage des variables scalaires (P,T, ρ).Au milieu de chaque segment reliant deux nœuds adjacents on note par e, w, n et s où sont stockées les variables vectorielles.

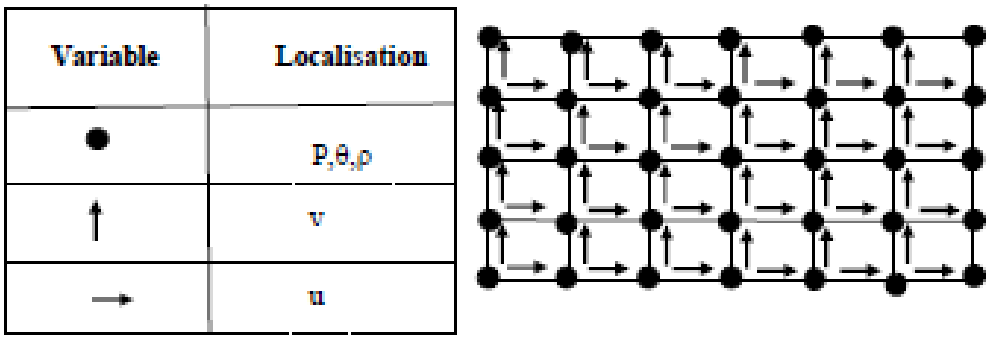


Figure (III-2) : *Localisation des variables*

III.2. Maillage Décalé (Staggered grid)

La discrétisation d'une équation de transport de diffusion sur un volume de contrôle par la méthode des volumes finis fait intervenir les valeurs des vitesses aux interfaces des volumes (u_e, u_w, v_n, v_w). Il est donc intéressant de les calculer directement sur les interfaces sans avoir à effectuer d'interpolation. D'autre part, la discrétisation de l'équation de continuité et du gradient de pression avec l'utilisation d'une interpolation linéaire peut induire des erreurs importantes du fait

qu'une répartition de pression ou de vitesse en "damier" est vue comme un champ uniforme. Pour contourner ces difficultés on préfère utiliser des grilles décalées "staggered grid". Une grille principale est construite sur laquelle on calcule la pression et la température. Deux grilles décalées vers la droite et vers le haut respectivement sont utilisées pour le calcul des vitesses horizontales et verticales (Figure (3-3)).

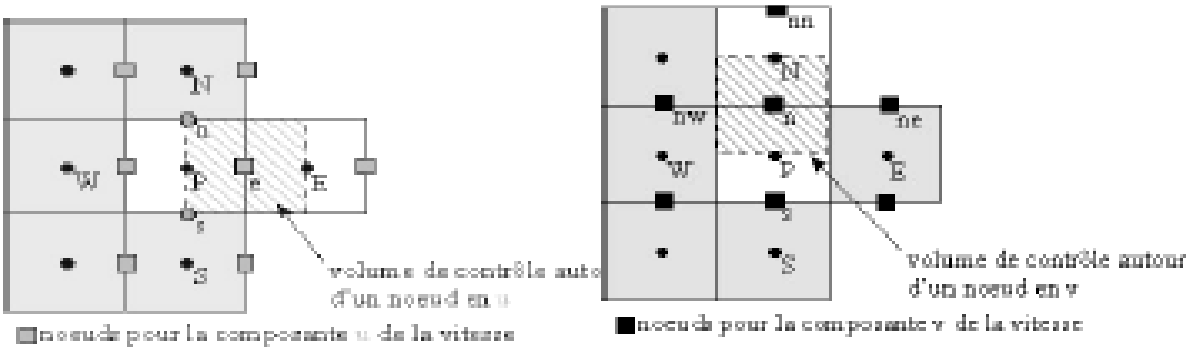


Figure (III-3) : *Maillage décalé*

III.3. Equation générale de transport

L'équation générale de transport d'une variable φ pour un écoulement axisymétrique et incompressible s'écrit comme suit :

$$\underbrace{\frac{\partial \phi}{\partial t}}_{1} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial X}(U\phi) + \frac{\partial}{\partial Y}(V\phi)}_{2} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial X}(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y}(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y})}_{3} + \underbrace{S_{\phi}}_{4} \qquad \text{(III.1)}$$

1 : Représente le terme transitoire.

2 : Représente le terme de transport par convection.

3 : Représente le terme de transport par diffusion.

4 : Représente le terme de source.

Avec : U : Composante radiale de la vitesse.

V : Composante axiale de la vitesse.

Γ : Coefficient de diffusion.

Dans le tableau suivant, nous donnons la définition de φ, Γ et φ S pour les équations qui gouvernent notre problème général.

Tableaux (III-1) *: Les variables et les coefficients des équations de transport adimensionnelles.*

Equation	ϕ	Γ	S_ϕ
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement suivant X	U	1	$-\frac{\partial P}{\partial X}+F_{EMX}$
Quantité de mouvement suivant Y	V	1	$-\frac{\partial P}{\partial Y}+\left(Gr_t\theta-Gr_c\Phi\right)+F_{EMY}$
Energie	θ	$\frac{1}{\Pr}$	0

IV. DISCRETISATION DES EQUETIONS MATHEMATIQUES

IV.1. Intégration l'équation générale de transport

Intégrons l'équation (3.1) à travers le volume de contrôle décrit par la figure (3.1).

$$\int_t^{t+\Delta t}\int_s^n\int_w^e \frac{\partial\phi}{\partial t}dXdYd\tau+\int_t^{t+\Delta t}\int_s^n\int_w^e \frac{\partial}{\partial X}(U\phi)RdXdYd\tau+\int_t^{t+\Delta t}\int_s^s\int_w^e \frac{\partial}{\partial Y}(V\phi)dXdYd\tau=$$

$$\int_t^{t+\Delta t}\int_s^n\int_w^e \frac{\partial}{\partial X}(R\frac{\partial\phi}{\partial X})dXdYd\tau+\int_t^{t+\Delta t}\int_s^n\int_w^e \frac{\partial}{\partial Y}(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial Y})dXdYd\tau+\int_t^{t+\Delta t}\int_s^n\int_w^e S_\phi dXdYd\tau \qquad \text{(III.2)}$$

La division par $\Delta\tau$, nous donne :

Le terme transitoire :

$$\int_\tau^{\tau+\Delta\tau}\int_s^n\int_w^e \frac{\partial\phi}{\partial t}dXdY=\frac{\phi^{n+1}-\phi^n}{\Delta t}\Delta X\Delta Y$$

Le terme convectif :

$$\int_s^n\int_w^e \frac{\partial}{\partial X}(U\phi)dXdY=\int_s^n\left[U_r\phi\right]_w^e dX=[(U\phi)_e-(U\phi)_w]\Delta Y$$

$$\int_s^n\int_w^e \frac{\partial}{\partial Y}(V\phi)dXdY=\int_w^e\left[V\phi\right]_s^n dX=[(V\phi)_n-(V\phi)_s]\Delta X$$

Le terme diffusif :

$$\int_s^n\int_w^e \frac{\partial}{\partial X}(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial X})dXdY=\int_s^n\left[\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial X}\right]_w^e dY=[(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial X})_e-(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial X})_w]\Delta Y$$

$$\int_s^n\int_w^e \frac{\partial}{\partial Y}(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial Y})dXdY = \int_w^e\left[\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial Y}\right]_s^n dX = [(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial Y})_n - (\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial Y})_s]\Delta X$$

Le terme source :

$$\int_s^n\int_w^e S_\phi dXdY = \overline{S_\phi}\Delta X\Delta Y$$

L'équation (III.3) s'écrira alors :

$$\frac{\phi^{n+1}-\phi^n}{\Delta t}\Delta X\Delta Y + [(U\phi)_e - (U\phi)_w]\Delta Y + [(V\phi)_n - (V\phi)_s]\Delta X = [(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial X})_e - (\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial X})_w]\Delta Y + [(\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial Y})_n - (\Gamma\frac{\partial\phi}{\partial Y})_s]\Delta X + \overline{S_\phi}\Delta X\Delta Y \qquad \text{(III.3)}$$

En arrivant à ce stade, il faudra exprimer les termes des flux convectifs et diffusifs aux interfaces des volumes de contrôle.

Afin de surmonter à ce problème, on fait appel aux schémas de discrétisation (différences centrées, exponentiel, Power-Law, hybride, …). Ces schémas différents par la façon avec laquelle on prend en compte les termes de convection et de diffusion.

La présentation de la forme générale de l'équation algébrique discrétisée s'écrit comme suit :

$$A_p\phi_p = A_E\phi_E + A_W\phi_W + A_N\phi_N + A_S\phi_S + b \qquad \text{(III.4)}$$

Avec :

$$\left.\begin{aligned} A_E &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e,0) \\ A_W &= D_w A(|P_w|) + \max(-F_w,0) \\ A_N &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n,0) \\ A_S &= D_s A(|P_s|) + \max(-F_s,0) \\ A_p &= A_E + A_W + A_N + A_S + A_p^0 \end{aligned}\right\}$$

$$b = (\overline{S_\phi} + \frac{\phi^n}{\Delta\tau})R_p\Delta R\Delta Z \qquad A_p^0 = \frac{\Delta X\Delta Y}{\Delta\tau}$$

Où :

$$\left.\begin{aligned} F_e &= U_e\Delta Y \\ F_w &= U_w\Delta Y \\ F_n &= U_n\Delta X \\ F_s &= U_s\Delta X \end{aligned}\right\}$$

Et :

$$D_e = \frac{\Gamma_e \Delta Y}{(\delta X)_e}$$

$$D_w = \frac{\Gamma_w \Delta Y}{(\delta X)_w}$$

$$D_n = \frac{\Gamma_n \Delta X}{(\delta X)_n}$$

$$D_s = \frac{\Gamma_s \Delta X}{(\delta X)_s}$$

$$P_e = \frac{F_e}{D_e}, P_w = \frac{F_w}{D_w}, P_s = \frac{F_s}{D_s}, P_n = \frac{F_n}{D_n}$$

A_E, A_W, A_N, A_S and A_P Sont les coefficients correspondants, respectivement, aux nœuds Est, Ouest, Nord, Sud et centre du volume.

b : est un terme de source supposé être constant dans le volume de contrôle.

$F_e, F_w, F_n, F_s, D_e, D_w, D_n, D_s$ Ont respectivement les termes convectifs et diffusifs aux faces Est, Ouest, Nord, Sud.

P_e, P_w, P_n, P_s Désignent le rapport du flux convectif au flux diffusif (nombres de Peclet) aux différents faces du volume de contrôle

IV.2. Différentes schéma de discrétisation

Les profils approximatifs décrivant la variation de ϕ entres les nœuds, sont exprimés par la fonction $A = (|P|)$ spécifique pour chaque schéma numérique. S. Patankar [38], a cité les cinq schémas suivants :

Tableau (III-2)

Schéma	**Formule pour** $A = (\|P\|)$
différents centrées	$1 - 0.5\|P\|$
amont (Upwind)	1
Hybride	$\max(0, 1 - 0.5\|P\|)$
Loi de puissance (Power Law)	$\max[0, (1 - 0.1\|P\|)^{0.5}]$
Exponentiel	$\frac{\|P\|}{e^{\|P\|} - 1}$

IV.3. Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant X

L'intégration de l'équation de quantité de mouvement suivant X sur un volume de contrôle décalé vers la droite donne l'équation algébrique :

$$A_P(i,j)U^{n+1}(i,j) = A_E(i,j)U^{n+1}(i+1,j) + A_W(i,j)U^{n+1}(i-1,j) + A_N(i,j)U^{n+1}(i,j+1) + A_S(i,j)U^{n+1}(i,j-1) + b(i,j) \quad \text{(III.5)}$$

Avec :

$$A_E(i,j) = D_e\ A(|P_e|) + \max(-F_e, 0)$$
$$A_W(i,j) = D_w\ A(|P_w|) + \max(F_w, 0)$$
$$A_N(i,j) = D_n\ A(|P_n|) + \max(-F_n, 0)$$
$$A_S(i,j) = D_s\ A(|P_s|) + \max(F_s, 0)$$
$$A_P(i,j) = A_E(i,j) + A_W(i,j) + A_N(i,j) + A_S(i,j) + A_P^0(i,j)$$
$$A_P^0 = \frac{\Delta X(i)\Delta Y(j)}{\Delta\tau}$$

Discrétisation du terme source :

$$b(i,j) = \frac{1}{\Delta\tau}\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau}\int_s^n\int_w^e\left(-\frac{\partial P}{\partial X}\right)dXdYd\tau + \frac{1}{\Delta\tau}\int_s^n\int_w^e U^n dXdY + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau}\int_s^n\int_w^e F_{EMX}\,dXdYd\tau$$

Après l'intégration, le terme source devient :

$$b(i,j) = [P(i,j) - p(i+1,j)]\Delta Y(j) + \left[F_{EMX}(i,j) + \frac{U^n(i,j)}{\Delta\tau}\right]\delta X(i)\Delta Y(j)$$

Les termes convectifs :

$$F_e = \frac{1}{2}[U(i+1,j) - U(i,j)]\Delta Y(j)$$
$$F_w = \frac{1}{2}[U(i-1,j) - U(i,j)]\Delta Y(j)$$
$$F_n = \frac{1}{2}[V(i,j) - V(i+1,j)]\delta X_e(i)$$
$$F_s = \frac{1}{2}[U_z(i,j-1) - U_z(i+1,j-1)]\delta X_e(i)$$

Les termes diffusifs :

$$D_e = \frac{\Delta Y(j)}{\Delta X(i+1)}$$
$$D_w = \frac{\Delta Y(j)}{\Delta X(i)}$$
$$D_n = \frac{\delta X_e(i)}{\delta Y_n(j)}$$

$$D_s = \frac{\delta X_e(i)}{\delta Y_s(j-1)}$$

IV.4. Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant Y

L'intégration de l'équation de quantité de mouvement suivant Y sur un volume de contrôle décalé vers le haut (voir Figure 3.3.b) donne l'équation algébrique :

$$\begin{aligned} A_P(i,j)V^{n+1}(i,j) = {} & A_E(i,j)V^{n+1}(i+1,j) + A_W(i,j)V^{n+1}(i-1,j) + A_N(i,j)V^{n+1}(i,j+1) \\ & + A_S(i,j)V^{n+1}(i,j-1) + b(i,j) \end{aligned} \qquad \text{(III.6)}$$

Avec :

$$A_E(i,j) = D_e\ A(|P_e|) + \max(-F_e, 0)$$
$$A_W(i,j) = D_w\ A(|P_w|) + \max(F_w, 0)$$
$$A_N(i,j) = D_n\ A(|P_n|) + \max(-F_n, 0)$$
$$A_S(i,j) = D_s\ A(|P_s|) + \max(F_s, 0)$$
$$A_P(i,j) = A_E(i,j) + A_W(i,j) + A_N(i,j) + A_S(i,j) + A_P^0(i,j)$$
$$A_P^0 = \frac{\Delta X(i)\Delta Y(j)}{\Delta\tau}$$

Discrétisation du terme source :

$$\begin{aligned} b(i,j) = {} & \frac{1}{\Delta\tau}\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau}\int_s^n\int_w^e\left(-\frac{\partial P}{\partial Y}\right)dXdYd\tau + \frac{1}{\Delta\tau}\int_s^n\int_w^e U^n dXdY + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau}\int_s^n\int_x^e F_{EMY}dXdYd\tau \\ & + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau}\int_s^n\int_w^e \frac{1}{\Delta\tau}\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau}\int_s^n\int_w^e (Gr_t\theta)dXdYd\tau + \frac{1}{\Delta\tau}\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau}\int_s^n\int_w^e (Gr_c\Phi)dXdYd\tau \end{aligned}$$

Après l'intégration, le terme source devient :

$$\begin{aligned} b(i,j) = {} & [P(i,j) - p(i,j+1)]\Delta X(j) + \left[Gr_t\frac{[\theta(i,j)+\theta(i,j+1)]}{2} + Gr_c\frac{[\Phi(i,j)+\Phi(i,j+1)]}{2}\right]\Delta X(i)\delta Y(j) \\ & + \left[\frac{V^n(i,j)}{\Delta\tau} + F_{EMY}(i,j)\right]\Delta X(i)\delta Y(j) \end{aligned}$$

Les termes convectifs :

$$F_e = \frac{1}{2}[U(i,j) - U(i,j+1)]\delta Y_n(j)$$
$$F_w = \frac{1}{2}[U(i-1,j) - U(i-1,j+1)]\delta Y_n(j)$$
$$F_n = \frac{1}{2}[V(i,j) - V(i,j+1)]\Delta X(i)$$
$$F_s = \frac{1}{2}[U_z(i,j-1) - U_z(i,j)]\Delta X(i)$$

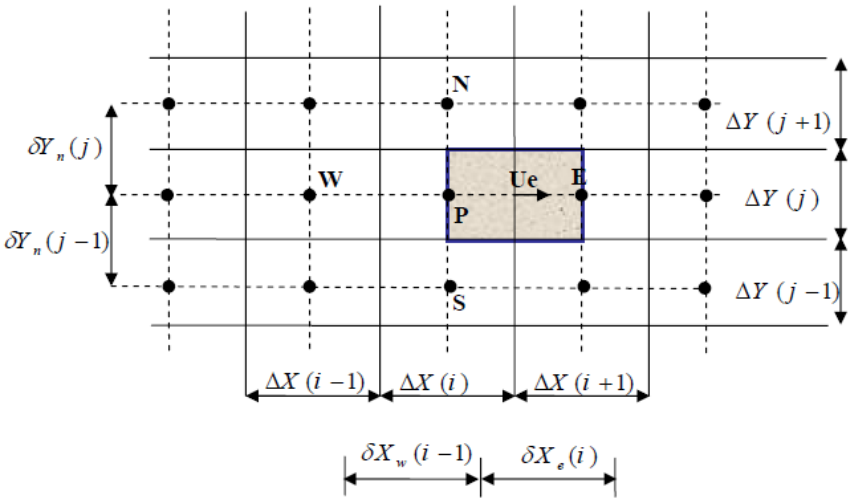
Les termes diffusifs :

$$D_e = \frac{\delta Y_n(j)}{\delta X_e(i)}$$

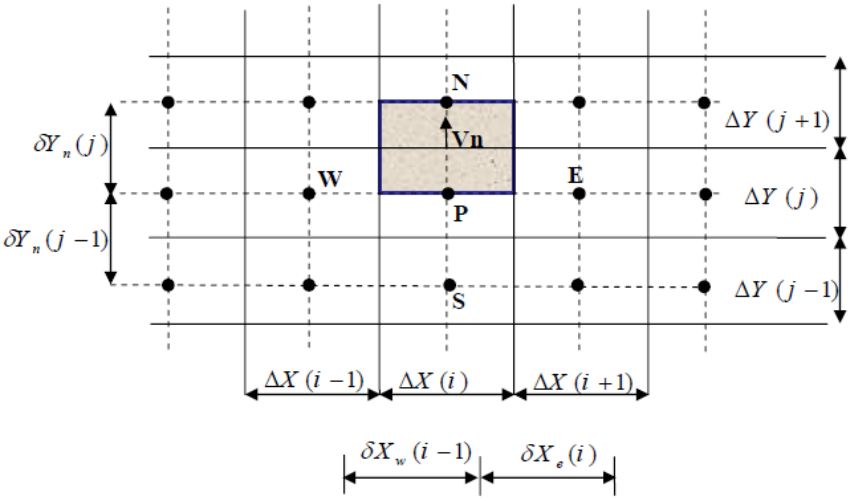
$$D_w = \frac{\delta Y_n(j)}{\delta X_w(i-1)}$$

$$D_n = \frac{\Delta X(i)}{\Delta Y(j+1)}$$

$$D_s = \frac{\Delta X(i)}{\Delta Y(j)}$$



(a)



(b)

Figure (III-4) : *(a) Volume de contrôle décalé vers la droite.*

(b)Volume de contrôle décalé vers le haut

IV.5. Discrétisation de l'équation de l'énergie

L'intégration de l'équation de l'énergie adimensionnelle sur un volume de contrôle typique (voir figure 3.1) donne l'équation algébrique :

$$A_P(i,j)\,\theta^{n+1}(i,j) = A_E(i,j)\,\theta^{n+1}(i+1,j) + A_W(i,j)\,\theta^{n+1}(i-1,j) + A_N(i,j)\,\theta^{n+1}(i,j+1) + A_S(i,j)\,\theta^{n+1}(i,j-1) + b(i,j) \quad \text{(III.7)}$$

Avec :

$$A_E(i,j) = D_e\ A(|P_e|) + \max(-F_e, 0)$$
$$A_W(i,j) = D_w\ A(|P_w|) + \max(F_w, 0)$$
$$A_N(i,j) = D_n\ A(|P_n|) + \max(-F_n, 0)$$
$$A_S(i,j) = D_s\ A(|P_s|) + \max(F_s, 0)$$
$$A_P(i,j) = A_E(i,j) + A_W(i,j) + A_N(i,j) + A_S(i,j) + A_P^0(i,j)$$
$$A_P^0 = \frac{\Delta X(i)\Delta Y(j)}{\Delta\tau}$$

Discrétisation du terme source :

$$b(i,j) = \frac{\theta^0(i,j)}{\Delta\tau}\Delta X\Delta Y$$

Les termes convectifs :

$$F_e = U(i,j)\Delta Y(j)$$
$$F_w = U(i-1,j)\Delta Y(j)$$
$$F_n = V(i,j)\Delta X(i)$$
$$F_s = V(i,j-1)\Delta X(i)$$

Les termes diffusifs :

$$D_e = \frac{\Gamma_e \Delta Y}{(\delta X)_e}$$
$$D_w = \frac{\Gamma_w \Delta Y}{(\delta X)_w}$$
$$D_n = \frac{\Gamma_n \Delta X}{(\delta Y)_n}$$
$$D_s = \frac{\Gamma_s \Delta X}{(\delta Y)_s}$$

IV.6. Discrétisation de l'équation de concentration

L'intégration de l'équation de l'énergie adimensionnelle sur un volume de contrôle typique (voir figure 3.1) donne l'équation algébrique :

$$A_P(i,j)\,\Phi^{n+1}(i,j) = A_E(i,j)\,\Phi^{n+1}(i+1,j) + A_W(i,j)\,\Phi^{n+1}(i-1,j) + A_N(i,j)\,\Phi^{n+1}(i,j+1) + A_S(i,j)\,\Phi^{n+1}(i,j-1) + b(i,j) \quad \text{(III.8)}$$

Avec:

$$A_E(i,j) = D_e\ A(|P_e|) + \max(-F_e, 0)$$
$$A_W(i,j) = D_w\ A(|P_w|) + \max(F_w, 0)$$
$$A_N(i,j) = D_n\ A(|P_n|) + \max(-F_n, 0)$$
$$A_S(i,j) = D_s\ A(|P_s|) + \max(F_s, 0)$$
$$A_P(i,j) = A_E(i,j) + A_W(i,j) + A_N(i,j) + A_S(i,j) + A_P^0(i,j)$$
$$A_P^0 = \frac{\Delta X(i)\Delta Y(j)}{\Delta\tau}$$

Discrétisation du terme source :

$$b(i,j) = \frac{\Phi^n(i,j)}{\Delta\tau}\Delta X\Delta Y$$

Les termes convectifs :

$$F_e = U(i,j)\Delta Y(j)$$
$$F_w = U(i-1,j)\Delta Y(j)$$
$$F_n = V(i,j)\Delta X(i)$$
$$F_s = V(i,j-1)\Delta X(i)$$

Les termes diffusifs :

$$D_e = \frac{\Gamma_e \Delta Y}{(\delta X)_e}$$
$$D_w = \frac{\Gamma_w \Delta Y}{(\delta X)_w}$$
$$D_n = \frac{\Gamma_n \Delta X}{(\delta Y)_n}$$
$$D_s = \frac{\Gamma_s \Delta X}{(\delta Y)_s}$$

V. ALGORITHME SIMPLER

On a vu que la discrétisation a remplacé les équations aux dérivées partielles par des systèmes d'équations algébriques. La résolution de ce système présente quelques difficultés, parce que:

• Les coefficients apparaissant dans l'équation de discrétisation dépendent des variables donc l'équation n'est pas linéaire.

• Les termes de sources des équations de quantités de mouvement, impliquent les gradients de pression or nous ne disposons pas d'équation pour cette variable.

Grâce à l'algorithme SIMPLER (Semi Implicit Method for Pressure-Linked Equation Revised) (Patankar [48] (1980), parce que c'est une méthode itérative qui permet justement le calcul des vitesses et la pression. Après convergence de la solution, les champs de vitesse et de pression doivent satisfaire simultanément l'équation de continuité et l'équation de quantité de mouvement.

Après intégration sur un volume fini et discrétisation des différents termes on aboutit à la forme algébrique des équations de quantité de mouvement

$$\left.\begin{aligned} a_e u_e &= \sum_{i=E,W,S,N} a_i u_i + b_u + (P_p - P_E)A_e \\ a_n v_n &= \sum_{i=E,W,S,N} a_i u_i + b_v + (P_p - P_N)A_n \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.9)}$$

Sur la base d'un champ de pression estimée P^* , ces équations donnent un champ de vitesses u^* et v^* qui ne satisfont pas l'équation de continuité. On a les relations :

$$\left.\begin{aligned} a_e u_e^* &= \sum_{i=E,W,S,N} a_i u_i^* + b_u + (P_p^* - P_E^*)A_e \\ a_n v_n^* &= \sum_{i=E,W,S,N} a_i v_i^* + b_v + (P_p^* - P_N^*)A_n \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.10)}$$

Pour aboutir à des champs corrects de vitesse et de pression $u\ v\ P$ il faut corriger $u\ \tilde{v}\ P$ Comme suit :

$$u = u^* + u \qquad \text{(III.11)}$$

$$v = v^* + \tilde{v}$$

$$P = P^* + P \qquad \text{(III.12)}$$

Comment déterminer les corrections de vitesse $u\ \tilde{v}$ et la pression P ?

Soustrayons (III-14) de (III-13) on obtient :

$$\left.\begin{aligned} a_e u_e &= \sum_{i=E,W,S,N} a_i u_i + b_u + (P_p - P_E)A_e \\ a_n \tilde{v}_n &= \sum_{i=E,W,S,N} a_i u_i + b_v + (P_p - P_N)A_n \end{aligned}\right\} \qquad \text{(III.13)}$$

A ce stade les termes $\sum_{i=E,W,S,N} a_i u_i$ et $\sum_{i=E,W,S,N} a_i \tilde{v}_i$ sont omis. A noté que la solution finale des champs de vitesse et de pression ne contiendra pas d'erreur due à cette omission puisque tous les thermes de ces équations tendent vers zéro. On obtient donc, pour les 4 faces e, w, n, s du volume central.

$$u_e = u_e^* + d_e(P_p - P_E) \qquad \text{ou} \qquad d_e = A_e / a_e$$

$$u_w = u_w^* + d_w(P_W - P_P) \qquad d_w = A_w / a_w$$
$$v_n = v_n^* + d_n(P_P - P_N) \qquad d_n = A_n / a_n \qquad \text{(III.14)}$$
$$v_s = v_s^* + d_s(P_S - P_P) \qquad d_s = A_s / a_s$$

$A_e = A_w$: Surface $(\Delta x \times 1)$
$A_n = A_s$: Surface $(\Delta y \times 1)$

En fait les vitesses peuvent être corrigées à condition que l'on ait une estimation du champ des corrections des pressions. C'est l'équation de continuité qui va être transformée pour donner une équation des corrections de pression.

L'intégration et la discrétisation de l'équation de continuité par rapport à un volume de contrôle central (pour un fluide compressible) donne.

$$\frac{(\rho_p - \rho_p^0)\Delta x \Delta y}{\Delta t} + \left[(\rho u)_e - (\rho u)_w\right]\Delta z + \left[(\rho v)_n - (\rho v)_s\right]\Delta r = 0 \qquad \text{(III.15)}$$

Substituons maintenant à la place des vitesses les expressions reliant les corrections de pression P_p P_E P_W P_N P_S

$$a_P P_P = a_E p_E + a_W p_W + a_S p_S + a_N p_N + b_m \qquad \text{(III.16)}$$

Ou

$$a_E = \rho d_e \Delta y \qquad a_W = \rho d_w \Delta y \qquad a_S = \rho d_s \Delta x \qquad a_N = \rho d_n \Delta x \qquad \text{(III.17)}$$

$$b_m = \frac{(\rho_p - \rho_p^0)\Delta x \Delta y}{\Delta t} + \left[(\rho u^*)_e - (\rho u^*)_w\right]\Delta y + \left[(\rho v^*)_n - (\rho v^*)_s\right]\Delta x \qquad \text{(III.18)}$$

La séquence des opérations essentielles constituant l'algorithme SIMPLER [62] est la suivante :

1- Estimer un champ de vitesse.

2-Calculer les coefficients de l'équation de quantité de mouvement et par conséquent calculer les pseudo-vitesses u $\tilde{v}$ donnée par l'équations : (III.13)

3-calculer les coefficients de l'équation de pression (III.12), et on la résoudre pour obtenir le champ de pression P^*

4-Considérer le champ de pression comme estimation P^*., et résoudre l'équation de mouvement pour obtenir u^* v^* .

5-Calculer le terme source b_m (III.18) et par conséquent résoudre l'équation de correction de pression P .

6-Corriger le champ de vitesse en utilisant l'équation (III.14), mais ne pas corriger la pression.

7-Résoudre : - l'équation de l'énergie, et obtenir θ.

- l'équation de concentration, pour obtenir Φ.
- l'équation de potentiel électrique Ψ

8- Retourner à l'étape 2, avec le nouveau champ de vitesse jusqu'à convergence.

VI. METHODE ITERATIVE DE RESOLUTION (Algorithme TDMA)

La résolution directe du système d'équations algébriques est compliquée, pour cela, on utilise la technique de balayage qui est une méthode de résolution semi-itérative. Elle consiste à déterminer les valeurs de la variable φ sur chaque ligne du domaine d'étude indépendamment des autres lignes, donc le système se transforme d'un système d'équations algébriques multidimensionnelles en un système unidimensionnel, en ajoutant à la source de la dimension choisie des termes des autres dimensions. Le système d'équations obtenu est représenté par une matrice tridiagonale et peut être résolu par l'algorithme de Thomas.

L'équation algébrique s'écrit pour le noeud *P* du maillage comme suit :

$$A_p\phi_p = A_E\phi_E + A_W\phi_W + A_N\phi_N + A_S\phi_S + b \qquad \text{(III.19)}$$

Le système d'équations obtenu peut se mettre sous la forme :

$$[A].[\phi] = [S_\phi] \qquad \text{(III.20)}$$

$[A]$: est une matrice de (NxN) élements.

$[\phi]$: Vecteur des inconnues $\phi(i,j)$ avec $i = 2, N-1$ and $j = 2, N-1$

Pour déterminer les valeurs de φ sur une colonne « *i* » on suppose que les valeurs de cette dernière sont connues sur les colonnes « *i* −1 » et « *i* + 1 ». L'équation algébrique (3.19) écrire pour chaque noeud de la colonne « *i* » est alors réduire à une équation qui contient seulement trois inconnues (φ_p φ_N φ_S).

Pour le nœud (*i*, *j*) du maillage, l'équation peut être écrite sous la forme d'une équation unidimensionnelle :

$$-A_S(i,j)\,\phi_S(i,j-1) - A_N(i,j)\,\phi_N(i,j+1) + A_P(i,j)\,\phi_P(i,j) = A_E(i,j)\,\phi_E(i+1,j) + A_W(i,j)\,\phi_W(i-1,j) + S_\phi(i,j) \qquad \text{(III.21)}$$

Et en posant :

$$a_j = A_P$$

$$b_j = A_N$$

$$c_j = A_S$$

$$d_j = A_E(i,j)\phi_E(i+1,j) + A_W(i,j)\phi_W(i-1,j) + S_\phi(i,j)$$

On obtient l'équation (III.22) sous la forme suivante :

$$-c_j\phi_{j-1} + a_j\phi_j - b_j\phi_{j+1} = d_j \qquad \text{(III.22)}$$

avec : $c_1 = 0$ $\qquad b_N = 0$

Pour tous les nœuds [j = 2, JL −1]de la colonne i , l'équation (III.22) donne un système de la forme :

$$-c_2\phi_1 + a_2\phi_2 - b_2\phi_3 = d_2$$

$$-c_j\phi_{j-1} + a_j\phi_j - b_j\phi_{j+1} = d_j$$

$$-c_N\phi_{N-1} + a_N\phi_N - b_N\phi_{N+1} = d_N$$

Les valeurs de 1 φ et JL φ sont connues (conditions aux limites).

La matrice associée au système est tridiagonale. On utilisera l'algorithme TDMA [48] (algorithme de THOMAS) pour la résolution en réarrangeant toutes les équations du système (III.23) sous la forme :

$$\phi_j = \frac{c_j}{a_j}\phi_{j-1} + \frac{b_j}{a_j}\phi_{j+1} + \frac{d_j}{a_j} \qquad \text{(III.23)}$$

On obtient ce qui suit :

$$\phi_J = P_j\phi_{j+1} + Q_j \qquad \text{(III.24)}$$

Détermination of $P_j ; Q_j$

Pour le nœud (i, j −1) , on a :

$$\phi_{J-1} = P_{j-1}\phi_j + Q_{j-1} \qquad \text{(III.25)}$$

En remplaçant (III.25) dans (III.23) on trouve :

$$-c_j(P_{j-1}\phi_j + Q_{j-1}) + a_j\phi_j - b_j\phi_{j+1} = d_j \qquad \text{(III.26)}$$

D'où on a :

$$P_j = \frac{b_j}{a_j - c_j P_{j-1}} \qquad \text{(III.27)}$$

$$Q_j = \frac{d_j + c_j Q_{j-1}}{a_j - c_j P_{j-1}} \qquad \text{(III.28)}$$

Remarquons que pour : j = 1 on a : = 0 $_j c$; l'équation (III.29) pour j = 1 se réduit à :

$$\phi_1 = \frac{b_1}{a_1}\phi_2 + \frac{d_1}{a_1} \qquad \text{(III.29)}$$

Ce qui correspond à la forme de l'équation (III.24).

Donc, on a :

$$P_1 = \frac{b_1}{a_1} \qquad \text{(III.30)}$$

$$Q_1 = \frac{d_1}{a_1} \qquad \text{(III.31)}$$

Aussi, pour $j = N$ on a $b_N = 0$ alors $P_N = 0$ et $\phi_N = Q_N$

L'algorithme de THOMAS se résume comme suit :

- Triangulation (la matrice tri diagonale devient bidiagonale) :

1-Calculer P_1 et Q_1 de (III.27) et (III.28).

2-Calculer à partir de (III.30) et (III.31) les coefficients *J P* et *J Q* avec : *j* = 2, *JL*.

- Résolution du système à matrice bidiagonale :

3. On pose $\phi_N = Q_N$

4. On utilise la relation (III.28) pour *j* = *JL* −1, *JL* − 2, ...1 afin d'obtenir les valeurs ϕ_{N-1}, ϕ_{N-2} ....., ϕ_1. [11]

CHAPITRE IV

Résultats et discussion

I. INTRODUCTION

Depuis quelques années, l'accroissement de la puissance des ordinateurs et le développement des méthodes numériques ont permis de conduire des calculs tridimensionnels de l'écoulement dans plusieurs configurations, tout en tenant compte de l'effet de la viscosité et de la turbulence. Ce progrès a fait de la modélisation numérique de l'écoulement ou CFD (Computational Fluid Dynamic) un outil de plus en plus important pour le développement et l'optimisation du dimensionnement de différents procédés industriels. Parmi une large gamme de codes de calcul de l'écoulement connus on peut citer : CFX, Fluent, Numeca, Star-CD, Openfoam etc...

II. RESULTATS ET DISCUSSION

Les calculs sont effectués à l'aide du code FLUENT CFD qui est basé essentiellement sur la méthode des volumes finis pour résoudre les équations du mouvement. L'algorithme employé est SIMPLE. Le schéma QUICK est utilisé pour la discrétisation des équations du mouvement et de turbulence. Les résultats obtenus sont présentés dans cette étude pour faire en premier lieu une validation de la méthode numérique appliquée via le code de calcul Fluent en considérant les résultats expérimentaux de J. M. Nouri et al. D'autre part, l'étude peut permettre de présenter un ensemble de profiles de vitesses axiales et tangentielles afin d'obtenir plus d'informations sur les champs de vitesse dans l'espace annulaire.

II.1. Contours des vitesses

Les contours de vitesses dans l'espace annulaire excentrique sont présentés dans la figure (IV-1) pour une vitesse angulaire de l'arbre de 300 tr/mn. Les résultats illustrés dans cette figure reflètent des situations d'écoulement similaires aux informations sur l'effet de la rotation de l'arbre trouvées dans la littérature. Par exemple, les mêmes régions de stagnation que celles rapportées par Martins et al. (1999) ont été observés. Ces résultats montrent non seulement l'effet de rotation sur la réduction des zones de stagnation, mais également la direction du déplacement de l'écoulement central dans la région inférieure du tube. Ces effets sont pertinents pour les opérations de nettoyage et le transport des déblais dans les systèmes de forage horizontaux.

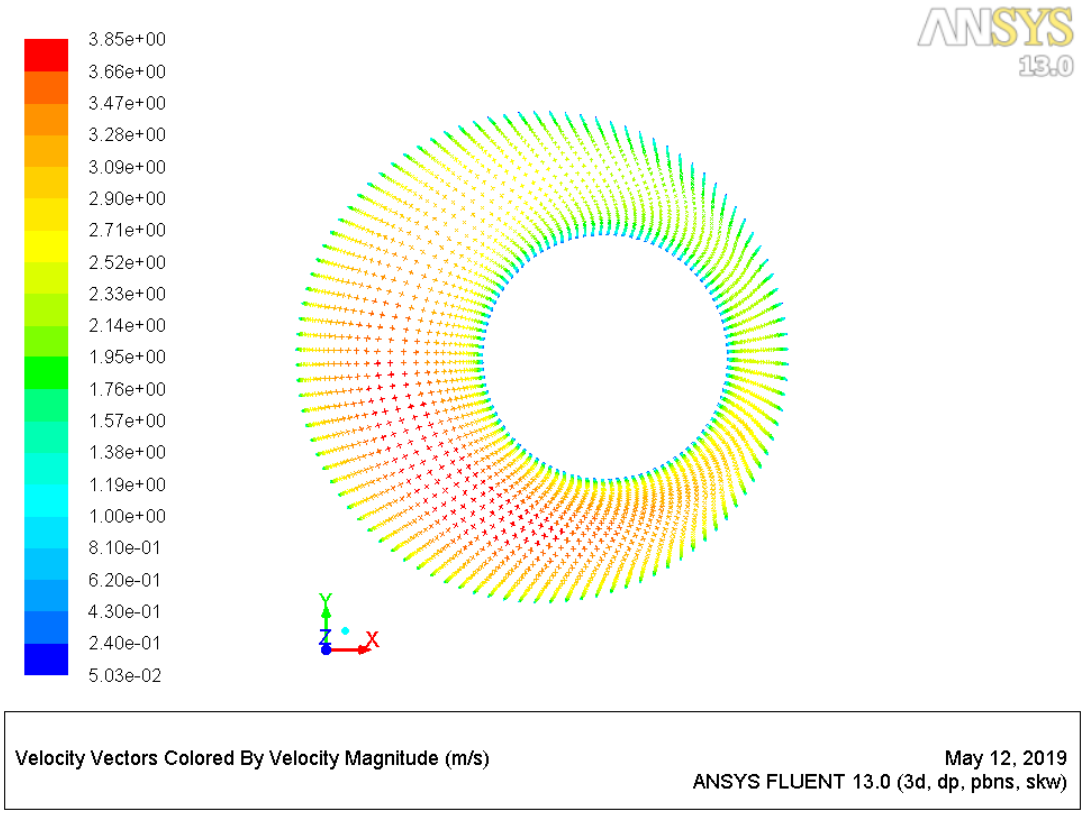


Figure (IV-1) : Distribution des vecteurs des vitesses entre le tubage et le tube excentrique sur z = 0.005.

II.2. Contours de viscosité dynamique

L'effet qualitatif de la rotation du tube de forage est illustré à la figure (IV-2), en termes de distribution des contours de la viscosité dynamique pour une vitesse angulaire de 300 tr/min. On observe que la viscosité est moins près des parois (régions à fort taux de cisaillement) et élevée dans la partie centrale (régions à faible taux de cisaillement). La diminution de la viscosité avec l'augmentation du taux de cisaillement est connue sous le nom d'amincissement au cisaillement (Shear thinning) qui est une propriété souhaitable, car la viscosité sera relativement faible lorsque le taux de cisaillement est élevé aux niveaux de la tige de forage, réduisant ainsi les pressions de pompage, et relativement élevée lorsque le taux de cisaillement est faible régnant dans l'espace annulaire, augmentant ainsi la capacité de dégager les déblais vers l'extérieur. La même diminution de la viscosité avec l'augmentation du taux de cisaillement d'un fluide non newtonien a été observée et rapportée par Martins et al. (1999).

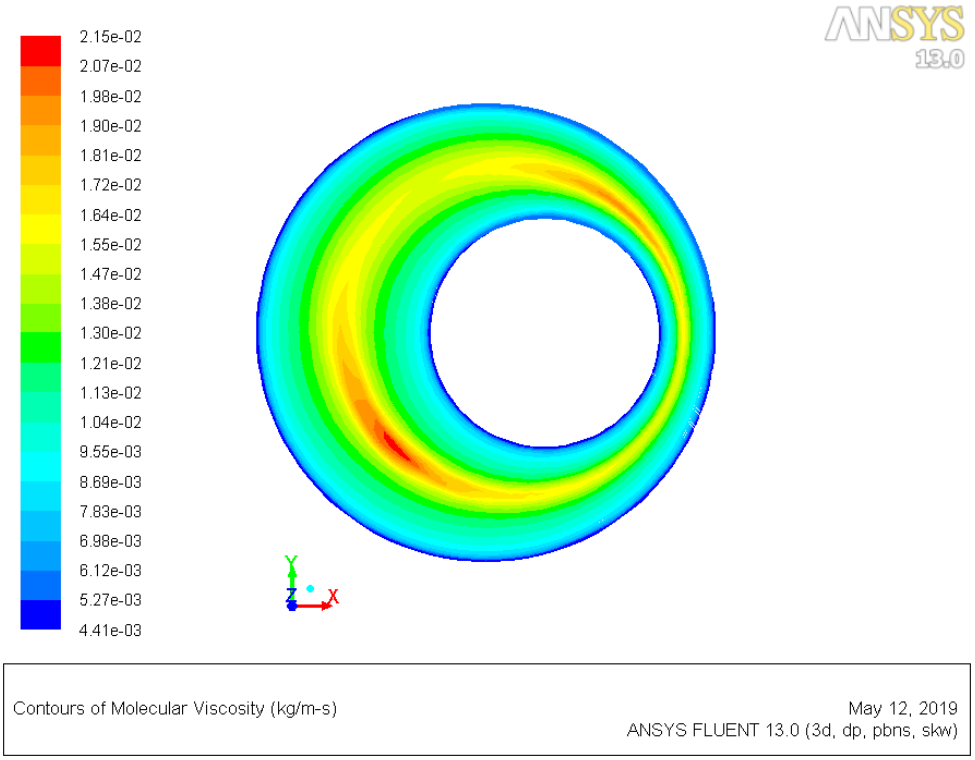


Figure (IV-2) : Distribution de la viscosité dynamique sur z = 0.005.

II.3. DETERMINATION DES PROFILS DE VITESSE

Les profils de vitesse normalisées axiales (Ua) et tangentielles (Vt) en fonction de l'espace annulaire normalisée Ga, dans les trois plan P_1, P_2 et P_3, voir figure (IV-3), sont présentés dans les figures (IV-4.9).

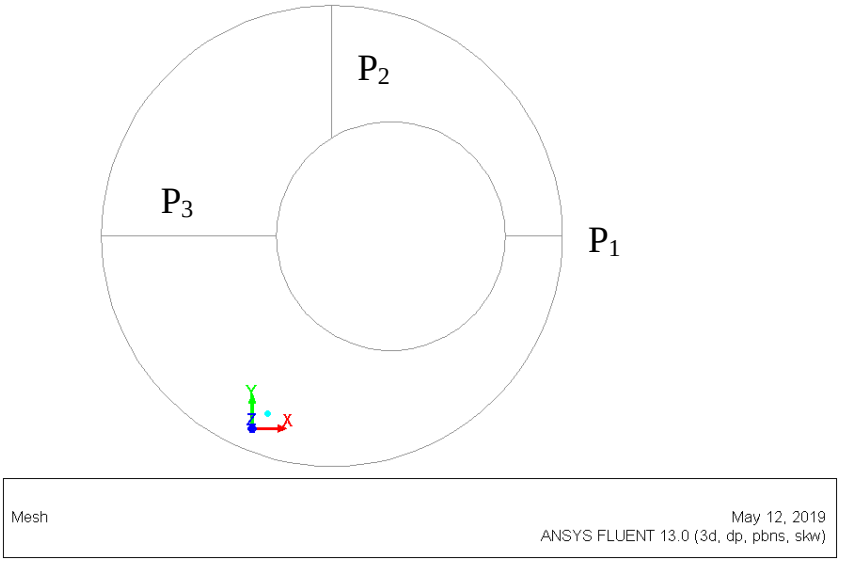


Figure (IV-3) : Plans P_1 P_2 et P_3, lieus de présentation des vitesses axiales et tangentielles

Les profils simulés de la distribution de la vitesse axiale et tangentielle dans ces figures sont normalisés par la vitesse apparente (Ug=2,72 m/s) dans l'anneau excentriques avec un débit massique de 2,615 kg/s.

Les vitesses sont présentées en fonction des l'espace normalisé G_a de chaque plan comme suit :

Plan P1 Ga= (0,015- x) / 0,005

Plan P2 Ga= (0,02015- y) / 0,012

Plan P3 Ga= (0,0253+ x) / 0,0153

On peut noter clairement d'après ces figures la concordance entre les résultats obtenus par simulation et les résultats expérimentaux de J. M. Nouri et al, pour le cas excentrique, ce qui permet de valider le modèle mathématique choisi et la méthode numérique appliquée dans la présente étude.

On remarque que les profiles des vitesses axiales ont presque l'allure d'un profile parabolique. On peut examiner aussi que la valeur maximale de la vitesse axiale dans le plan 3 est plus grande que celle dans le plan P1 et P2. D'autre part, dans la figure (IV-4) qui correspond à la région la plus étroite, la vitesse maximale tend à se déplacer vers la paroi interne.

Les figures (IV-7.8.9) présentent les profils de vitesse tangentielle normalisées dans les 3 régions. Une diminution progressive de la vitesse tangentielle a été observée lorsque le fluide s'écartait du cylindre intérieur. L'écoulement hélicoïdal dans les plans 2 à 3 à une tendance similaire à celle des écoulements d'espace annulaire excentriques avec une diminution rapide des vitesses tangentielles à partir de la paroi interne, voir figure (IV-8.9). D'autre part, d'après la figure (IV-7), l'écoulement hélicoïdal est plus accentué à partir de la paroi interne dans la zone la plus étroite (Plan 1).

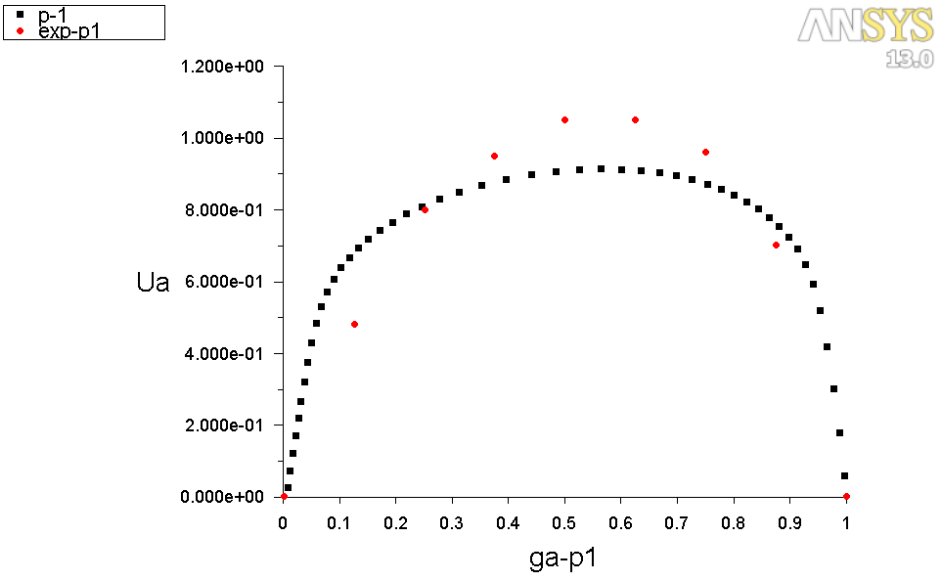


Figure (IV-4) : Comparaison entre vitesse axial simulée et expérimentale dans le plan (P1).

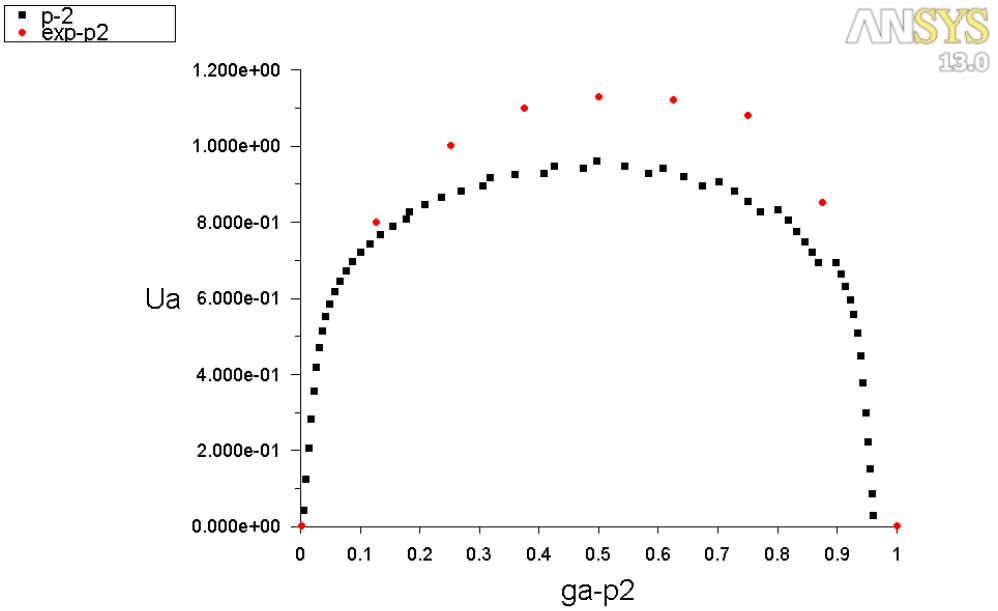


Figure (IV-5) Comparaison entre vitesse axial simulée et expérimentale dans le plan (P2).

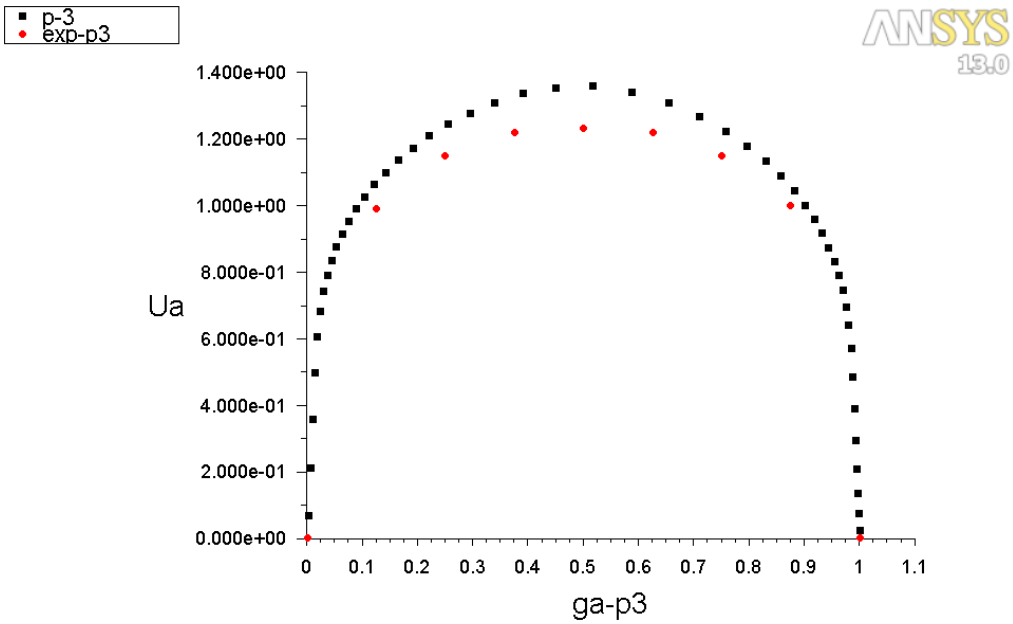


Figure (IV-6) : Comparaison entre vitesse axial simulée et expérimentale dans le plan (P3).

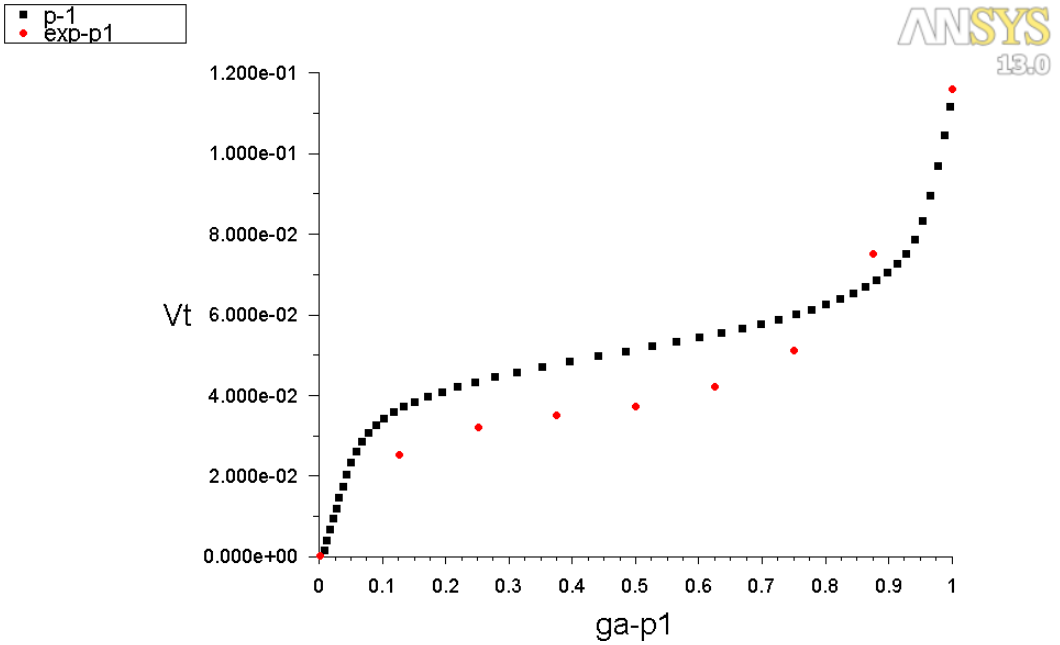


Figure (IV-7) : Comparaison entre la vitesse tangentielle simulée et expérimentale dans Plan (P1)

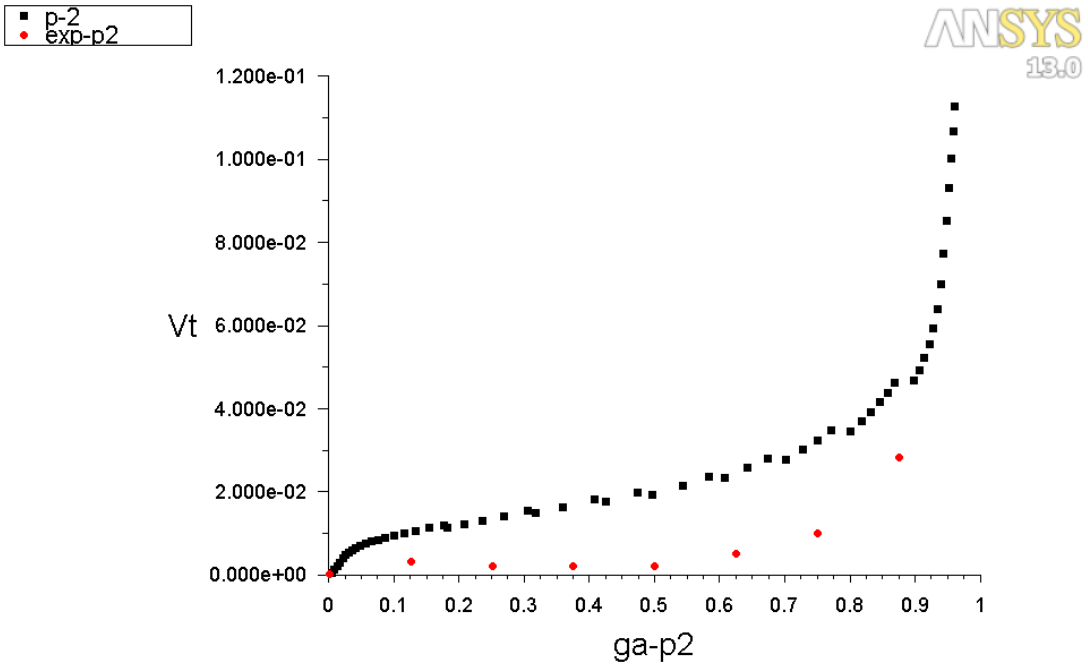


Figure (IV-8) : Comparaison entre la vitesse tangentielle simulée et expérimentale dans Plan (P2)

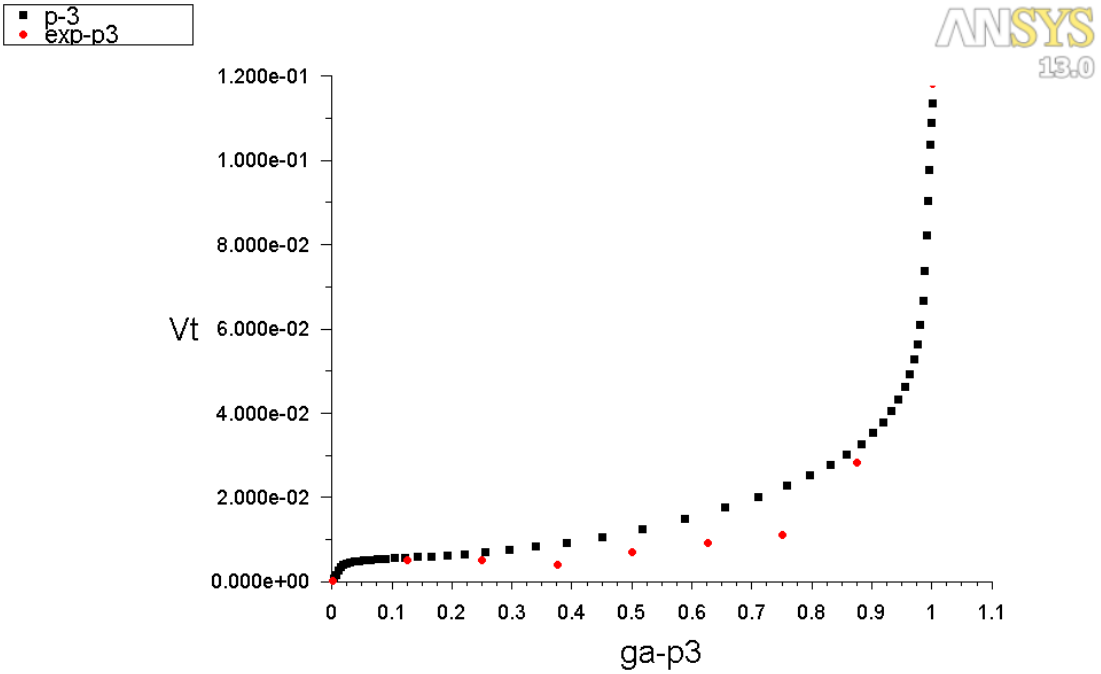


Figure (IV-9) : Comparaison entre la vitesse tangentielle simulée et expérimentale dans plan (P3)

CONCLUSION GENERALE

Dans ce présent travail, des simulations numériques ont été menées pour analyser le comportement hydraulique et pour illustrer une solution numérique d'un écoulement d'un fluide non newtonien dans un espace annulaire excentrique.

Les résultats simulés de l'écoulement ont montré une bonne concordance avec les données expérimentales existante dans la littérature, ce qui a permis de valider en premier lieu, la méthode numérique appliquée via le code Fluent et en second lieu, le modèle rhéologique choisi qui est régi par la loi puissance.

Ces résultats ont permis aussi de distinguer les régions de stagnation ou à faible vitesse régnant dans la zone la plus étroite, contrairement à ce qui se passe en cas des fluides newtoniens ou les vitesses sont les plus élevées dans cette zone. Les zones à faible vitesses ont un effet indésirable sur l'évacuation des déblais, par conséquent, un débit massique doit être élevé.

Les profils de vitesse axiales simulés ont un profile presque parabolique et les vitesses tangentielles ont tendance à diminuer progressivement lorsque le fluide s'écartait du cylindre intérieur. Cette diminution est moins rapide dans la région la plus étroite de l'espace annulaire.

Il serait pertinent de faire une étude ultérieure en modifiant plusieurs paramètres que se soient géométriques ou rhéologiques, par exemple, l'effet du degré de l'excentricité sur l'écoulement dans l'annulaire.etc. Finalement, les résultats rapportés dans ce travail montrent que la simulation numérique est l'un des outils les plus bénéfiques pour l'étude de tels écoulements turbulent des fluides non newtoniens.

Références Bibliographiques

[1] F. A. R. Pereira, M. A. S. Barrozo and C. H. Ataíde**,** CFD PREDICTIONS OF DRILLING FLUID VELOCITY AND PRESSURE PROFILES IN LAMINAR HELICAL FLOW, Brazilian Journal of Chemical Engineering : 587 – 595, 2007

[2] BABA HAMED Samira : TRANSPORT DES DEBLAIS DANS LES FORAGES PETROLIERS CAS DES FORAGES INCLINES ; Algérie.

[3] Khodja Mohamed; Etude des performances et considérations environnementales; Toulouse - France -2008.

[4] Sébastien Verkercke, Sébastien Dechamps et Renaud Gaban; Fluides non-Newtoniens; Universite libre de bruxelle-faculte des sciences-department de physique 2016

[5] Hammadi L: Rhéologie des fluides complexes Fluides Non-Newtoniens Chapitre 2 USTOMB; algérie.

[6] Elisabeth Guazzelli. Rhéologie des fluides complexes. École d'ingénieur. Rhéologie des fluides com-plexes, France. 2001. cel-01522165

[7] J. M. Nouri and J. H. Whitelaw, Flow of Newtonian and non-Newtonian fluids in an eccentric annulus with rotation of inner cylinder, International Journal of Heat and Fluid Flow 18 :236-246, 1997

[8] J. L. Vieira Neto1, A. L. Martins2, C. H. Ataíde1 and M. A. S. Barrozo1, THE EFFECT OF THE INNER CYLINDER ROTATION ON THE FLUID DYNAMICS OF NONNEWTONIAN FLUIDS IN CONCENTRIC AND ECCENTRIC ANNULI, Brazilian Journal of Chemical Engineering, Brazil ;2004

[9] Wilcox, D. C., Turbulence Modeling for CFD, 3rd edition, DCW Industries, Inc., La Canada CA, 2006

[10] J.-F. Scheid, Méthodes numériques avancées pour la résolution des EDP, Master 2 IMOI, Université de Lorraine, 2018