# Solution analytique et numérique de la vibration des plaques composites croisées

**[1]L. BOUYAYA, [2]F. MILI, [3]A. Lekrine**

[1, 3]D partement G nie M canique, Facult des Sciences de l Ing nieur, Universit 20 ao t **Skikda**

Email : Lbouyaya@yahoo.fr

[2]D partement G nie M canique, Facult des Sciences de l Ing nieur, Universit Mentouri **Constantine**

Email : mifa25000@yahoo.fr

***Résumé***

L utilisation des mat riaux composites dans les diff rentes industries automobile, navale, a ronautique, ainsi que dans l industrie du b timent, devient de plus en plus fr quente. Ceci est du aux avantages appr ciables qu ils pr sentent, notamment leur l g ret et leur r sistance. Cependant, leur emploi n cessite une ma trise de leur comportement m canique plus particuli rement dans le domaine des vibrations. Cette ma trise repose sur la connaissance de leurs caract ristiques dynamiques c'est- dire la d termination de leurs fr quences et modes propres.

Dans les ann es cinquante, des ing nieurs de l'industrie a ronautique ont d velopp d'ing nieuses m thodes d'analyse qui taient applicables pour le calcul de structures id alis es. Le calcul matriciel a jou d s le d part un grand r le dans ces m thodes et son importance n'a cess de cro tre avec le d veloppement toujours plus grand de l'informatique. Au milieu des ann es cinquante, le besoin d'am liorer ces m thodes donna naissance la m thode des l ments finis qui, bien qu'elle n' tait utilis e au d part qu'en a ronautique, s'est rapidement r pandue des applications en m canique des solides.

Le principe de cette m thode r side dans la division d'un mod le complexe en un nombre d termine de r gions plus simples qu'on appelle l ments. Ce processus de subdivision en l ments est appel discr tisation. Il existe pour chaque l ment des points de r f rence sur lesquels sont effectu s tous les calculs qu'on appelle des n uds. Dans le cas des propri t s

lastiques des mat riaux, c'est sur ces n uds que sont appliqu es les forces et calcul s les d placements (Dawe, 1984).

La g n ration des relations entre les forces et les d placements est la partie la plus importante de la m thode des l ments finis. Si des relations ad quates peuvent tre tablies, il est possible d'assembler les l ments pour satisfaire les conditions d' quilibre d'un objet. Ce processus nous am ne une s rie d' quations alg briques simultan es qui, une fois r solues, donnent le d placement des n uds de chaque l ment en fonction des forces qui ont t appliqu es.

Parmi les travaux r alis s dans ce sens nous pouvons citer titre d exemple, les articles de [Dessai et al. 03], [Srinivas et al. 70], [Zou et al. 03], [Noor et al. 90], [Chen et al. 91] et [Fan et al. 90]. [Lim and Liew 96],[Lee and Han 01] , [Carrera 91], [Reddy 79], [Sinha and Rath 75], [Noor and Burton 90], [Bert and Chen 78], [Reddy and Phan 85], [ Kant and Mallikarjuna 89].

Cet article pr sente la m thode des l ments finis et son utilisation dans la mod lisation des propri t s physiques lastiques. Les l ments finis d velopp s ici sont bas s sur la th orie lin aire du premier ordre (th orie de Reissner/Mindlin), de forme quadrilat rale 4 n uds et 6 ddl/n ud.

Pour notre part ce travail porte sur l tude des vibrations transversales des plaques composites, constitu es de couches orthotropes, r parties sym triquement par rapport l axe neutre, cas fr quemment rencontr en pratique. L objectif tant d aboutir des relations de comportement permettant ainsi d obtenir une solution simple et rapide au probl me de calcul des fr quences propres des plaques multicouches. Les quations du mouvement libre non amorti sont tablies et les fr quences propres de vibration sont alors d termin es en tenant compte des diff rentes conditions aux limites.

D autre part, des simulations ont t r alis es l aide d un logiciel de calcul (ANSYS 11) est mis en place. Pour chaque pli i on introduit les modules d Young, les modules de cisaillement, la masse volumique, le coefficient de Poisson, la hauteur du pli ainsi que la hauteur totale. Une fois ces param tres d termin s, les r sultats de ces deux approches sont compar s et discut s.

Les solutions obtenues sont celles d une plaque d empilement (0 ,90 )$_s$. Les diff rentes v rifications effectu es montrent une bonne corr lation entre les valeurs calcul es partir du mod le utilis et celles obtenues partir de Ansys et d autres mod les trouv s dans la litt rature.

*Mots clés* : fr quence propre ; l ment fini ; plaque crois e ; Ansys

## Nomenclature

u, v, w D placement respectivement dans les directions x, y et z

a, b Respectivement, longueur et largeur de la plaque

h Epaisseur de la plaque composite

hp Epaisseur d un pli

$\theta_k$ Orientation du k me pli

$z_k$

$E_1$, $E_2$ Module d Young des plis unidirectionnels qui constituent le mat riau respectivement dans la direction de x et de y

$G_{12}$ Module de cisaillement des plis unidirectionnels

$\nu_{12}$, $\nu_{21}$ Coefficients de poisson des plis unidirectionnels qui constituent le mat riau de support

$\rho_s$ Masse volumique du mat riau de support

Nx effort r sultant dans la direction de x par unit de longueur suivant la direction de y

Ny effort r sultant dans la direction de y par unit de longueur suivant la direction de x

Nxy cisaillement de membrane par unit de longueur suivant la direction de x

Mx Moment fl chissant d axe x d aux contraintes suivant y par unit de longueur dans la direction de x

My Moment fl chissant d axe y d aux contraintes suivant x par unit de longueur dans la direction de y

[A] Matrice de rigidit

[B] Matrice de couplage membrane-flexion-torsion

[D] Matrice de rigidit en flexion

εx, εy, εxy D formation respectivement selon x, y et xy

kx, ky, kxy Courbures respectivement dans les directions de x, de y et perpendiculaire au plan xy

σx, σy, τxy Contrainte respectivement selon x, y et xy