

# Etude numérique de l'effet des fissures sur les paramètres modaux, Application sur des barres en Acier

N.MELLEL<sup>1</sup>, M.OUALI<sup>2</sup>, M.DOUGDAG<sup>1</sup>, B.MOHAMMEDI<sup>1</sup>

(<sup>1</sup>)Centre de Recherche Nucléaire de BIRINE, BP 180 Ain Oussera, Djelfa.

(<sup>2</sup>) Laboratoire de Recherche Structures, Département de Mécanique, Faculté des sciences pour l'ingénieur. Université Saad Dahlab Blida

## RESUME

Dans ce travail, une investigation numérique par ANSYS de l'effet des fissures sur les paramètres modaux (fréquences propres et déformées modales) des barres en acier est menée. Le but de cette investigation est de chercher les paramètres modaux les plus influencés par l'étude de leur sensibilité à la présence des fissures, et cela en vue de les utiliser comme paramètres globaux de détection des dommages par les méthodes de détection basées sur l'analyse modale.

**Mots clés :** fréquence propres / essai modal numérique / fissure / sensibilité / déformée modale

## I. INTRODUCTION

La présence des dommages dans les structures mécaniques cause des changements de leurs rigidités qui impliquent des variations des paramètres modaux de ces structures. En conséquence, la détection des défauts structurels peut être obtenue par l'observation des changements des fréquences propres et des déformées modales résultants. La comparaison des paramètres mesurés de la structure saine avec ceux de la structure endommagée peut donner une estimation de la sévérité et de l'endroit des dommages [1]. L'objectif de ce travail est de laborer une étude numérique de l'effet de la profondeur et de la position de la fissure sur les paramètres modaux afin de statuer sur le choix d'un paramètre indicateur global des dommages dans les structures mécaniques.

## II. CONCEPT DE BASE DE L'ANALYSE MODALE THEORIQUE

L'équation différentielle du mouvement, d'une structure mécanique linéaire discrétisée par la méthode des éléments finis en plusieurs degrés de liberté, est donnée par [2]:

$$[M]\{\ddot{X}(t)\} + [C]\{\dot{X}(t)\} + [K]\{X(t)\} = \{f(t)\} \quad (1)$$

Où  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$ ,  $X(t)$  et  $f(t)$  sont respectivement la matrice des masses, des amortissements et des rigidités, le vecteur de déplacement et vecteur des forces.

A partir de l'équation (1) et en régime libre ( $F(t) = 0$ ), il est possible d'établir le problème aux valeurs propres suivant (solution de type  $x = X e^{\lambda t}$ )

$$(\lambda^2 [M] + \lambda [C] + [K]) \{X\} = 0 \quad (2)$$

Pour déterminer les paramètres modaux on fait résoudre le problème P-P associée par l'une des méthodes connues

(méthode de Ritz, méthode de Lanczos et méthode de Rayleigh, etc.) [2].

## III. ETUDE DE L'EFFET DE LA FISSURE SUR LES PARAMETRES MODAUX

### III.1 Modèles d'étude et paramètres de modélisation

La barre utilisée est en acier de section carrée (16x16mm) et de longueur 800 mm, elle respecte les conditions d'Euler-Bernoulli [3], elle a les propriétés  $E = 2 \times 10^{11}$  N/m,  $\rho = 7800$  et le coefficient de Poisson  $\nu = 0,33$ . Elle est sollicitée dans les conditions encastrement libre (fig.1).

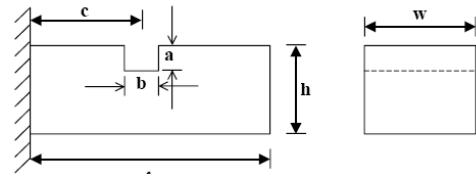


Figure 1 : Modèle de poutre fissurée [3]

L'analyse modale numérique par éléments finis de la poutre étudiée a été effectuée en assumant qu'une seule fissure existe et qu'elle reste ouverte pendant les vibrations, cette hypothèse a été faite pour éviter les complexités qui résultent de la présence des caractéristiques non linéaires en présence des fissures de respiration. Dans ce calcul, on a utilisé deux types de modèles, le premier modèle est de type tridimensionnel (élément SOLID186) et le deuxième est de type poutre (beam4).

Tous les deux modèles sont corrigés par les résultats expérimentaux établis dans un autre travail [4], la comparaison par exemple pour le deuxième modèle des fréquences propres numériques avec les fréquences mesurées montre une bonne concordance (Tableau 1) [4].

Tableau 1 : Comparaison des fréquences mesurées et des fréquences calculées [4]

Taille	$f_1$ [Hz]		$f_2$ [Hz]		$f_3$ [Hz]	
	numérique	expérimental	numérique	expérimental	numérique	expérimental
0	20.45	24.98	127.92	112.8	357.10	337.61
2	20.34	18.95	127.77	112.17	357.10	331.41
4	20.07	17.99	127.36	112.11	357.10	331.30
6	19.56	17.83	126.65	111.77	357.08	330.24
8	18.65	17.65	125.44	110.00	357.03	330.00
10	17.04	17.79	123.53	125.72	356.94	124.00
12	13.91	22.81	120.50	128.39	356.79	322.43
14	8.65	17.00	117.06	123.50	356.55	310.26

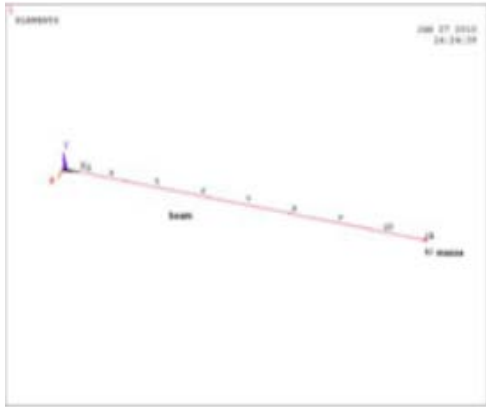


Figure 2 : Mod le poutre (beam4)

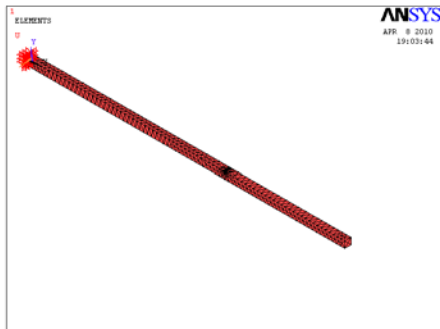


Figure 3 : Mod le solide de poutre fissur e discr tis (8840 l ment Solid 186, 16074 nuds)

### III.2 Etude de l'effet de la profondeur de la fissure sur les paramètres modaux

Dans cette tude, on ralise la discr tisation de la barre par lment poutre (beam4), la figure 2 illustre la mod lisation num rique d'une poutre (encastr e-libre) en pr sence d'une fissure localis e 50mm de l'encastrement, la poutre est subdivis e en 12 nuds et 12 lments beam4 et mass 21 plac e l'endroit du capteur. La fissure est mod lis e par un lment de maillage (beam4) avec une rigidit faible, cet lment a une longueur de 1mm et la diminution de la rigidit de flexion de l lment est introduite en agissant sur le module de YOUNG de l lment choisi (puisque la rigidit est proportionnelle au module E).

#### III.2.1 Etude du changement des fr quences modales

Les r sultats obtenus pour plusieurs tats de fissures sont repr sents sur la Figure 4. Cette derni re figure montre que la variation par exemple pour la fr quence du premier mode est presque invariable jusqu'  $0.5 \times 10^{11}$  pour  $E$  l'tat sain de  $2 \times 10^{11}$ . Une fois, ce seuil d'pass , la variation des fr quences devient rapide jusqu' la valeur de  $E = 1 \times 10^6$ . Apr s ce seuil la variation devient tr s lente.

D'autre part, la figure 5 montre que l'effet de pr sence de fissure est d'autant plus visible lorsqu'on avance dans l'ordre des modes.

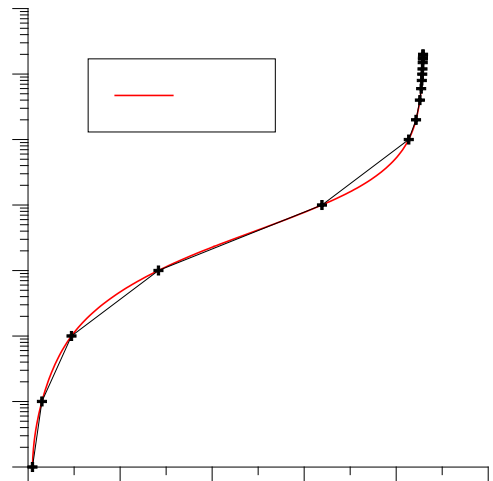


Figure 4 : ariation de la fr quence du mode 1

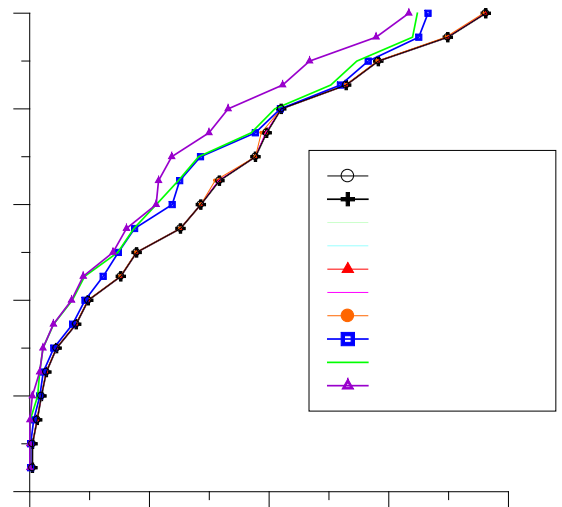


Figure 5 : D calage des fr quences

Un d calage visible des fr quences est observ , ce qui signifie que des modifications structurales ont eu lieu au cours du temps (d tecton) (figure 5 et Tableau 1). La variation des fr quences est faiblement sensible aux petites modifications du module de Young. Les fr quences sont affect es pour une variation importante de E. Les moyens et hauts modes sont les plus sensibles aux changements des propri t s m caniques locales de l lment qui simule la section fissur e.

#### III.2.2 Etude des variations des d form es modales

A partir des d placements x, y et z obtenus du mod le num rique poutre et ce pour diff rentes profondeurs de fissures, on a pu tablir les d form es modales de la poutre selon les deux plans zx et xy. Les Figures 6 et 7 montrent que les changements survenues sur les d form es ne sont devenu perceptibles qu' partir de  $E = 0.2 \times 10^{11}$  (contre  $E = 2 \times 10^{11}$ ) ; ce qui correspond une modification des d form es de 0.6%.

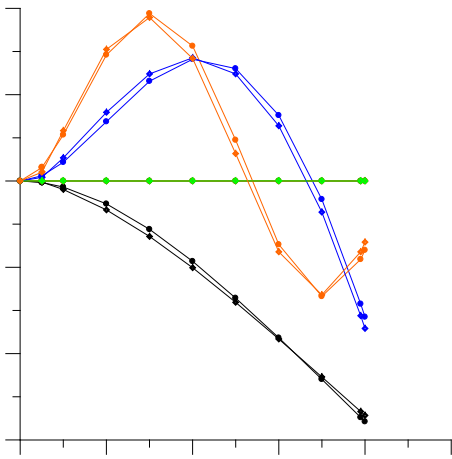


Figure 6 : variation des trois déformées (plan xz) (Modes 1,2 et 3)

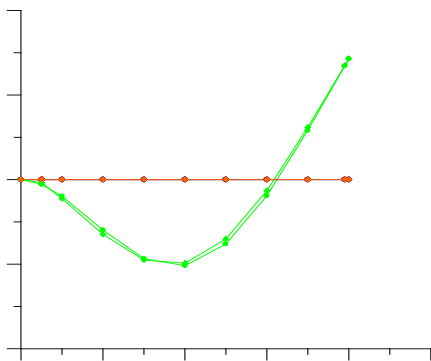


Figure 7 : variation de la déformée modale Mode 2 (plan yx)

### III.3 Effet de la position de la fissure sur les fréquences propres

Dans cette étude, l'effet de la présence de la fissure est réalisé sur le modèle tridimensionnel par soustraction d'un volume parallélépipédique de hauteur 1mm (Figure 3). Le calcul modal a été effectué pour chaque mode de la poutre saine et fissurée en considérant qu'elle est encastree libre. Dans ce calcul, on a considéré les profondeurs de la fissure variant de 1 à 4mm avec un pas de 1mm et de 6 à 8 mm avec un pas de 2mm. Les positions de la fissure sont choisies comme suit : 50mm, 200mm, 400mm, 600mm et 750mm à partir de l'extrémité encastree.

Les fréquences propres normalisées [5] des cas des barres fissurées sont obtenues pour des fissures situées à la distance normalisée  $c/l$  de l'encastrement avec une profondeur normalisée  $a/h$ . Les trois fréquences propres et normalisées  $f_{n1}$ ,  $f_{n2}$ ,  $f_{n3}$  sont définies respectivement comme étant le rapport de la fréquence de la poutre fissurée  $f_i$  sur la fréquence propre de la poutre saine  $f_{i0}$  du premier, du deuxième et du troisième mode.

Les variations des fréquences  $f_{n1}$ ,  $f_{n2}$  et  $f_{n3}$  en fonction des rapports  $(a/h)$  pour différents rapports  $(c/l)$

sont respectivement présentés dans les figures 8, 9 et 10 (a).

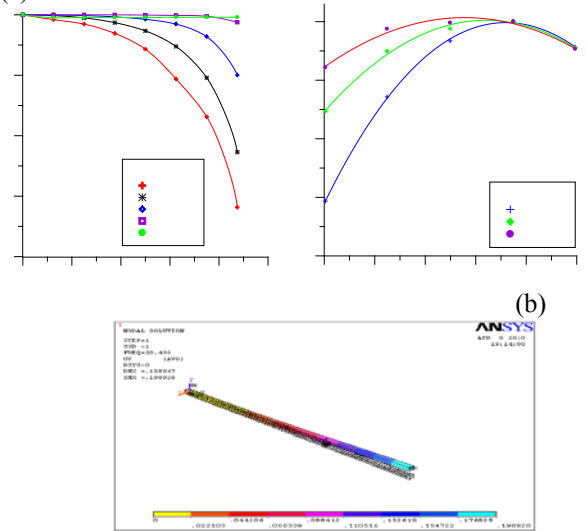


Figure 8 : variation du rapport des fréquences (1<sup>er</sup> mode) avec le rapport de profondeurs de la fissure (a) et avec le rapport de position de fissure (b)

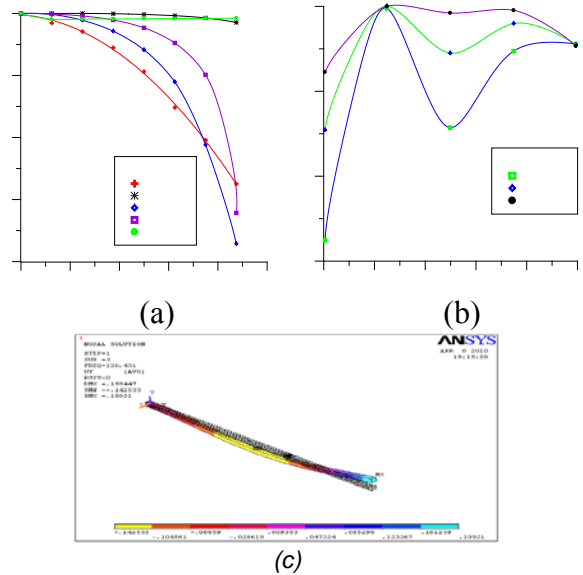


Figure 9 : variation du rapport des fréquences (2<sup>ème</sup> mode) avec le rapport de profondeurs de la fissure (a) et avec le rapport de position de fissure (b)

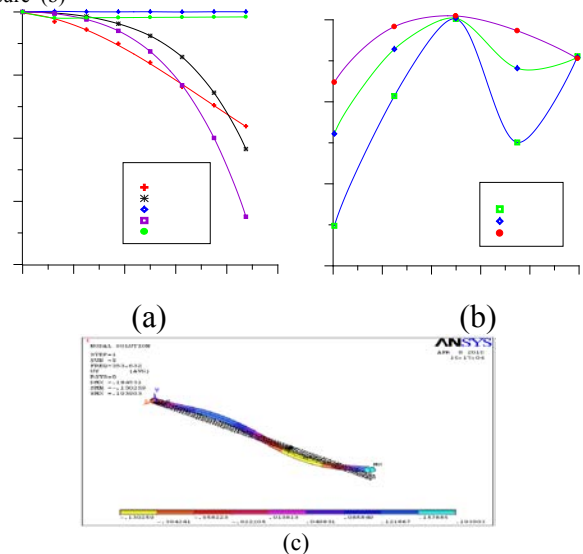


Figure 10 : Variation du rapport des fréquences (3<sup>ème</sup> mode) avec le rapport de profondeurs de la fissure (a) et avec le rapport de position de fissure (b)

### III.3.1 Discussion des résultats

En observant les figures 8(a) et 8(b), on remarque que le taux de croissance de la fréquence du premier mode est maximum pour  $c/l = 0,0625$  et  $c/l = 0,25$ . La fréquence normalisée diminue rapidement quand  $c/l$  augmente de  $c/l = 0,25$  à  $c/l = 0,75$ , et elle reste invariable pour les fissures situées aux alentours de l'extrémité libre ( $c/l = 0,9375$ ).

Dans la figure 9 (a et b), on observe que la diminution du taux de croissance de  $f_2$  est un peu significative quand l'entaille est localisée proche des points  $c = 800\text{mm}$  ( $c/l = 0,9375$ ). Quand l'entaille est localisée près de l'extrémité encastree ( $c/l = 0,0625$ ), la fréquence  $f_2$  devient plus sensible et la diminution est plus significative, ce qui est confirmé par la littérature [5]. L'effet de l'entaille sur le mode 2 est plus significatif  $c/l = 0,5$ ; cela est dû au fait que le nœud du deuxième mode est situé au point ( $c/l = 0,783$ ) et le ventre de la forme modale est situé au point  $c/l = 0,5$ .

L'effet de l'entaille est maximum au premier mode et dans la position  $c/l = 0,0625$ . Ainsi, on peut conclure que le 1<sup>er</sup> mode est le plus sensible.

La diminution de la fréquence fondamentale est importante quand la fissure est située près de l'encastrement (effet du moment de flexion).

A partir des résultats trouvés, on peut conclure que la diminution des fréquences est plus importante quand l'entaille est localisée dans les positions des ventres des formes modales (figures 8(c), 9(c) et 10(c)). L'ampleur de ces changements de fréquences propres dépend de la position de la fissure par rapport à l'endroit des nœuds modaux.

Le mode 3 est moins affecté, il est presque insensible à l'existence de l'entaille au milieu de la poutre et à l'extrémité libre, il change rapidement quand la fissure est située aux alentours de 250mm et beaucoup plus aux environs de 640mm comme il est montré dans les Figures 10 (a) et 10 (b).

A partir des observations précédentes, on peut conclure que l'emplacement et la profondeur de l'entaille ont une influence sur les fréquences de la poutre fissurée. Ainsi une certaine fréquence peut correspondre à différentes profondeurs et différents endroits de fissure.

### CONCLUSION

L'investigation numérique de la variation des paramètres des fréquences modales et des formes modales suite à la présence des fissures montre que la variation des fréquences propres suite à la présence des fissures est plus stable et plus révélatrice de l'effet de fissuration, le paramètre de la forme modale est plus difficile à acquies, sa variation suite à la fissuration a montré moins de performance.

### REFERENCES

- [1] J. Morlier, Méthodes d'analyse des déformations modales par traitement de signal pour le diagnostic in situ des structures, Thèse, Université de Bordeaux, 2005.
- [2] Genevaux, Dynamique des structures, méthodes approchées, cinématiques; analyse Modale; Recalage de Modèles, Ensir, 2008.  
A. K. Batabya, Crack detection in cantilever beam using vibration response, Haldia Institute of Technology, Vibration Problems ICO P, India, 2007.
- [4] N. Mellal, Identification des Dommages dans les Barres d'Acier en Employant des Indices Basés sur l'Analyse Modale Expérimentale et Numérique, Mémoire de Magistère, Université de Blida, 2010.
- [5] G.M. Owolabi, Crack detection in beams using changes in frequencies and amplitudes of frequency response functions, Journal of sound and vibration, 2002.