

UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA
Faculté Des Sciences Appliquées
Département : Génie Mécanique



Mémoire
MASTER ACADEMIQUE / PROFESSIONNEL

Domaine : Science et Technique
Filière : Génie Mécanique
Spécialité : Maintenance Industrielle

Présenté par :

LAGGOUN OUALID

BADRE MADANI

***COMPORTEMENT MECANIQUE DES
PANNEAUX SANDWICHS AVEC AME
EN NID D'ABEILLE***

Devant le jury :

Président : Mr. Mebarki Abd Aliamine

UKM Ouargla

Examineur : Mr. Boukhatem Mourad

UKM Ouargla

Encadreur : Mr. Bouakba Mustapha

UKM Ouargla

Année universitaire 2019/2020

Remerciements

*Ma gratitude et ma profonde reconnaissance s'adressent tout d'abord à **Bouakba Mustapha** d'avoir pris la charge de diriger ma thèse durant mon séjour. d'avoir pris la charge de diriger ma thèse durant mon séjour. et Je désire remercier également les membres de mon jury de mémoire, pour avoir examiné mon travail, ainsi que pour les commentaires et remarques qu'ils ont pu m'en faire. Je remercie également tous les professeurs du département de génie mécanique Sur notre enseignement .*

Résumé

Le but de cette mémoire est d'étudier le comportement mécanique de la composition des panneaux sandwich (nid d'abeille). Chapitre I : nous expliquons la structure des panneaux et propriétés mécaniques. Chapitre II : nous avons créé un modèle analytique (Gibson et Ashby) Nous prenons 60 cellules et appliquons une simulation numérique à un programme ANSYS pour extraction des propriétés mécaniques

Mots clé : Panneaux Sandwich/ Âme en nid d'abeille/Gibson et Ashby/ANSYS

ملخص

الهدف الرئيسي من هذه المذكرة هو دراسة السلوك الميكانيكي لألواح السندوتش. حيث قمنا في الجزء الأول بتعريف ألواح السندوتش (عش النحل) والبنية التركيبية و الخصائص الميكانيكية لها وفي الجزء الثاني أخذنا العنصر الحجمي ل 60 خلية وقمنا بعمل تحليلي نموذج (Gibson et Ashby) وتطبيق المحاكاة الرقمية لها (الجر والقص) باستعمال برنامج ANSYS من اجل استخراج الخصائص الميكانيكية.

كلمات مفتاحيه : ألواح السندوتش / عش النحل/ نموذج جيبسن/انسيس

Abstract

The aim of this thesis is to study the mechanical behavior of the composition of sandwich panels (honeycomb). Chapter I: we explain the structure of the panels and mechanical properties. Chapter II: we created an analytical model (Gibson and Ashby) We took 60 cells and applied a numerical simulation to an ANSYS program for extraction of mechanical properties

Keywords: Sandwich panels/ Honeycomb core/ Gibson and Ashby/ ANSYS

SOMMAIRE

Liste des tableaux.....	
Liste des figures.....	
Nomenclatures.....	
Introduction Générale.....	1

Chapitre I: Etude bibliographique

I.1 Généralités sur les composites sandwichs	4
I.2.Définition des structures sandwiches	5
I.2.1 Les peaux.....	6
I.2.2 L'âme	6
I.3 Caractéristique géométrique des sandwichs.....	8
I.4 Domaine d'application des sandwiches.....	9
I.5Sollicitations mécaniques des panneaux sandwichs.....	11
I.5.1 Flambement généralisé des peaux.....	12
I.5.2 Rupture des peaux en traction ou en compression :.....	12
I.5.3 Mode de rupture par indentation localisée	13
I.5.4 Rupture de l'âme en cisaillement.	13
I.5.5 Flambement généralisé de l'âme ou crimping	14
I.5.6 Flambement localisé « wrinkling » ou « dimpling »	15
I.5.7 . Dégradation de l'adhésive.....,	16
I.6 Mécaniques Des Sandwiches.....	17
I.6.1 Théorie adaptée aux poutres sandwiches.....	17
Déformation longitudinale du sandwich ϵx	19
Rigidité en flexion du sandwich (D)	19
I.7. Comportement des sandwichs en flexion trois points.....	20
I.8 Conclusion.....	25

Chapitre II Homogénéisation analytique et numérique des nids d'abeilles

II.1. Introduction.....	27
II.2. Propriétés mécaniques de l'âme en nid d'abeille.....	27
II.3. Géométrie et notations.....	28
II.4. Modélisations Analytiques.....	29
II.4.1. Modèle de Gibson et Ashby.....	29
II.4.1.1. Propriétés dans le plan (x, y).....	30
a) Modules E1 et E2.....	30
b) Module de cisaillement G12 dans le plan (x, y)	31
II.4.1.2. Propriétés hors du plan.....	33
a) Module d'élasticité E	33
b) Modules de cisaillement transverses.....	33
II.5. Approche numériques.....	34
II.5.1. Volume élémentaire représentatif (V.E.R).....	34
II.5.2 Organigramme d'homogénéisation numérique.....	35
II.5.3 Conditions aux limites et méthodes de calcul par éléments finis.....	35
II.5.4.Calcul des modules de cisaillements G_{ij}	38
II.6. Résultats et discussion.....	39
II.6.1. Module d'élasticité E1 et E2.....	39
II.6.2. Calcul du module d'élasticité E3.....	42
II.6.3 Modules de cisaillement G12.....	43
II.7. Conclusion.....	49
Conclusion Générale.....	50
Références Bibliographiques.....	51

LISTE DES FIGURES

N° de figure	Titre	N° de Page
I.1	Schéma représentatif d'une structure sandwich	5
I.2	Matériaux pour les peaux	6
I.3	Matériaux sandwichs à âmes pleines	7
I.4	Matériaux sandwichs à âmes pleines	8
I.5	Schéma représentatif d'un sandwich	9
I.6	Train à grande vitesse	10
I.7	Différentes sollicitations des panneaux sandwichs	11
I.8	Flambement généralisé des peaux du sandwich	12
I.9	Rupture des peaux en traction ou en compression	13
I.10	Mode de rupture par indentation localisée	13
I.11	Mode de rupture par cisaillement de l'âme	14
I.12	Flambement généralisé de l'âme ou crimping	14
I.13	Mode rupture par flambement localisé « wrinkling »	15
I.14	Mode rupture par flambement localisé « dimpling »	16

I.15	Type de dégradation de l'adhésif	17
I.16	Panneau sandwich chargé en flexion	18
I.17	Répartition des chargements dans une poutre sandwich dans le plan	18
I.18	Poutre sandwich chargée en flexion trois points	21
I.19	Déformée d'une poutre en flexion et en cisaillement	24
II.1	Géométrie d'une cellule en nid d'abeilles.	28
II.2	Vue en perspective d'un nid d'abeilles hexagonal.	29
II.3	Déformation des cellules sous une charge dirigée selon x et selon y d'après	30
II.4	Déformation en flexion et rotation des parois	31
II.5	V.E.R Pour les trois structures cellules régulières.(a) hexagonale, (b) carrée, (c) triangulaire.	36
II.6	Conditions aux limites pour une simulation de traction dans le plan (x, y). (a) selon l'axe x, (b) selon l'axe y.	37
II.7	Principe de test de cisaillement.	39
II.8	Module de Young pour les trois structures régulières pour un rapport fixe entre l'épaisseur et la longueur de la paroi ($t/l = 0,2$). (a) E_1/E_s , (b) E_2/E_s .	40
II.9	Distribution du champ de contrainte dans le V.E.R d'une structure à cellules hexagonales (chargement suivant l'axe x)	41
II.10	État de la contrainte σ_y dans le V.E.R d'une structure à cellules hexagonale (l'axe de chargement est y).	41
II.11	Conditions aux limites pour une traction suivant la direction Z	42

II.12	État de la contrainte dans le V.E.R d'une structure à cellules hexagonales (chargement suivant l'axe z).	43
II.13	Effet de cisaillement dans le plan XY	44
II.14	Évolution du module de Young E_1 en fonction de la densité relative	45
II.15	Évolution du module de Young adimensionnel E_2 en fonction de la densité relative.	45
II.16	Évolution du module de Young E_3 en fonction de la densité relative.	46
II.17	Évolution du module de cisaillement G_{12} en fonction de la densité relative	47
II.18	Évolution du module de Young adimensionnel en fonction de la densité relative pour une structure à cellules carrées. (a) E_1/E_s , (b) E_2/E_s	48
II.19	Évolution du module de Young adimensionnel en fonction de la densité relative pour une structure à cellules triangulaires. (a) E_1/E_s , (b) E_2/E_s .	49

LISTE DES TABLEAUX

N° de Tableaux	Titre	N° de Page
II.1	Paramètres géométriques d'une cellule en nid d'abeilles	29
II.2	Les principales formulations pour les trois structures à cellules régulières	48

Nomenclatures

f	indice correspond aux caractéristiques des peaux (faces)
c	indice correspond aux caractéristiques de l'âme (cœur)
d	distance entre l'axe neutre de deux peaux
t_c	épaisseur de l'âme
t_f	épaisseur de peau
L	distance entre les appuis (flexion 3 points)
P	charge appliquée
h	épaisseur du sandwich
b	largeur du sandwich
E_c	module d'élasticité de l'âme
E_f	module d'élasticité du matériau de peau
E_{f1}, t_{f1}	module d'élasticité et épaisseur de la peau supérieure
E_{f2}, t_{f2}	module d'élasticité et épaisseur de la peau inférieure
Σ	contrainte de traction dans les matériaux peaux

S	rigidité en cisaillement
D	rigidité en flexion
T	L'effort tranchant
M	moment fléchissant
G	modules de cisaillement
τ	contrainte de cisaillement dans le matériau d'âme
$\Delta\delta$	variation de la flèche, correspondante à la variation de la force
ΔF	variation de la force sur la partie rectiligne de la courbe charge –déplacement
w_f	déplacement due à la flexion des peaux
w_c	déplacement due au cisaillement du matériau d'âme
w_t	déplacement totale
E1	module d'élasticité de nid d'abeille suivant l'axe X
E2	module d'élasticité de nid d'abeille suivant l'axe Y
E3	module d'élasticité de nid d'abeille suivant l'axe Z
$\delta U1$	déplacement suivant l'axe X
$\delta U2$	déplacement suivant l'axe Y

δU_3	déplacement suivant l'axe Z
G_{ij}	module de cisaillement, avec $i \neq j$ et $i, j = x, y, z = 1, 2, 3$
τ_{ij}	contrainte de cisaillement, avec $i \neq j$ et $i, j = x, y, z = 1, 2, 3$
γ_{ij}	déformation de cisaillement, avec $i \neq j$ et $i, j = x, y, z = 1, 2, 3$
F_i	force de liaison suivant la direction i

INTRODUCTION GÉNÉRALE

L'utilisation de matériaux est nécessaire pour construire de nouvelles technologies. Présentant des propriétés mécaniques élevées propres à leur application, mais dont les masses sont Les montants sont faibles. En particulier, l'objectif est de réduire la masse des structures. Les matériaux qui satisfont aux spécifications précédentes sont des matériaux composites. En raison de sa faible densité, de sa haute résistance, de sa grande rigidité et de sa longévité exceptionnelle, dans plusieurs éléments structurels, des matériaux composites ont d'abord été utilisés, Surtout dans le secteur aéronautique. De nos jours, la baisse de leurs dépenses la production facilite l'utilisation de ces matériaux dans des applications très complexes.

Les peaux et les esprits sont physiquement séparables. Nous changerons alors le Propriétés de ces composants en ajustant les proportions ou les propriétés de leurs constituants l'électorat eux-mêmes. Par conséquent, ces modifications facilitent l'obtention des caractéristiques destiné à répondre à des demandes spécifiquement définies. Les structures sandwichs offrent donc de grandes potentialités aux concepteurs dans des secteurs très divers.

Au départ, pour les implémentations structurelles classiques, il faut penser à La légèreté et la rigidité doivent être mélangées ou plus comme l'industrie aérospatiale transport en général (TGV). Leur résistance à la corrosion, lorsque les nombreux Les éléments ne sont pas métalliques, ce qui en fait également un produit de choix pour Construction d'avions. Dans le bâtiment l'utilisation de sandwichs se répand également et Cette période leurs propriétés d'isolation thermique exceptionnelles sont prises en compte.

Ces matériaux sandwichs peuvent être réalisés en éléments très divers :

- aluminium, acier, plastique, bois, résines renforcées de fibres organiques ou inorganiques (matériaux composites), ...pour les peaux .

INTRODUCTION GÉNÉRALE

➤ le balsa, les nids d'abeilles (NIDA) [confectionnés en polypropylène, en aluminium, en Nomex (papier aramide enduit de résine phénolique)], les mousses alvéolaires,..... pour l'âme

Le mémoire est structuré de la manière suivante :

- Dans le chapitre I, l'histoire de l'idée sandwich est consacrée à la brève introduction du principe de la poutre sandwich et à l'explication des modes de dépréciation et de ruine du matériau sandwich. Un aperçu est offert des techniques expérimentales utilisées pour la caractérisation de ces structures en flexion. La majeure partie de ce chapitre est consacrée à l'analyse bibliographique des aspects liés aux dommages.

- Le chapitre II, il implique l'homogénéisation de l'analytique et la simulation numérique de l'âme du nid d'abeille.

CHAPITRE I

ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1. Généralités sur les composites sandwichs

Les matériaux composites à elle un grand rôle dans le développement industriel notamment en aérospace, en construction navales et automobiles.....ext , parce qu'il est solide et léger. dès la seconde guerre Mondiale, les structures sandwichs sont apparues dans les structures de l'avion «Mosquito » [1].

L'application la plus connue qui marqua le réel début de la construction sandwich fut le bombardier De Havilland Mosquito (1943, 7741 exemplaires). L'extrados de l'aile était constitué d'un sandwich peaux contreplaqué, cœur balsa alors que l'intrados était construit de simples panneaux de contreplaqué. Toutefois, avec le développement des qualités intrinsèques de la construction sandwich, la disponibilité des matériaux, la facilité de leur mise en œuvre, la tolérance aux impacts et la réparation, le choix de la conception a été largement amélioré pour les éléments de structure. L'apparition des fibres de verre tissées et de résines performantes au début des années 50, a permis la fabrication des premiers sandwichs à peaux composites et cœur nid d'abeille. Ils furent, en France, appliqués à des éléments de structures secondaires de l'avion Vautour (1953) : Carénage d'arête dorsale, contre- dérive, radôme [2].

Les matériaux composites sont constitués de deux ou plus matériaux différents collés entre eux de façon à utiliser les propriétés de chaque constituant pour améliorer l'assemblage globale. Les matériaux composites prévalant sur les matériaux monolithique, parce qu'ils offrent beaucoup d'avantages comme une grande résistance, grande rigidité , longue durée de vie en fatigue, faible densité, une résistance à la corrosion et une isolation acoustique. C'est pour ces raisons que les composites ont une grande performance structurelle, haute résistance spécifique (par rapport de densité) et une grande rigidité spécifique (par rapport de densité). Par conséquent, ils ont une large utilisation dans l'industrie de transporte raison de la consommation de carburant. En plus, ils sont utilisés dans les structures de marine et les infrastructures. Ils offrent une grande souplesse à la conception et un choix plus

grand dans la fabrication [3]. Depuis, les sandwiches ont envahi tous les secteurs d'activités.

Leurs propriétés mécaniques exceptionnelles de flexion viennent de leur géométrie particulière en « sandwich ». Ces structures sont composées de deux peaux (ou semelles) qui enserrant une âme (ou cœur) définie par une couche de matériau plus épaisse. Les peaux sont constituées par un matériau dense, résistant et rigide (métal, stratifiés, contreplaqués, thermoplastiques...) et l'âme, par un matériau de plus faible densité et de moins bonnes caractéristiques mécaniques (mousses, nids d'abeille, balsas...). Le rôle mécanique des peaux est de reprendre les efforts de tension et de compression, celui de l'âme de maintenir l'écartement des peaux et de transmettre les efforts de cisaillement d'une peau à l'autre Hamelin 1994 [2] et [4].

I.2. Définition des structures sandwiches:

Un matériau sandwich est constitué de trois couches, elle se compose de deux peaux fines, liées à un cœur léger et épais (Figure I.1). Les deux peaux sont rigides et le cœur est relativement faible et souple, mais lorsqu' ils sont combinés sous forme de structure sandwich, ils produisent une structure rigide, solide et très légère [5]. Les trois parties du sandwich sont liées par un film d'adhésif, la liaison entre deux couches successives est appelée l'interface. Ces couches peuvent être de nature différentes, d'où la complexité de ces structures à cause de grands nombres des matériaux susceptibles d'être employés [6], [7].

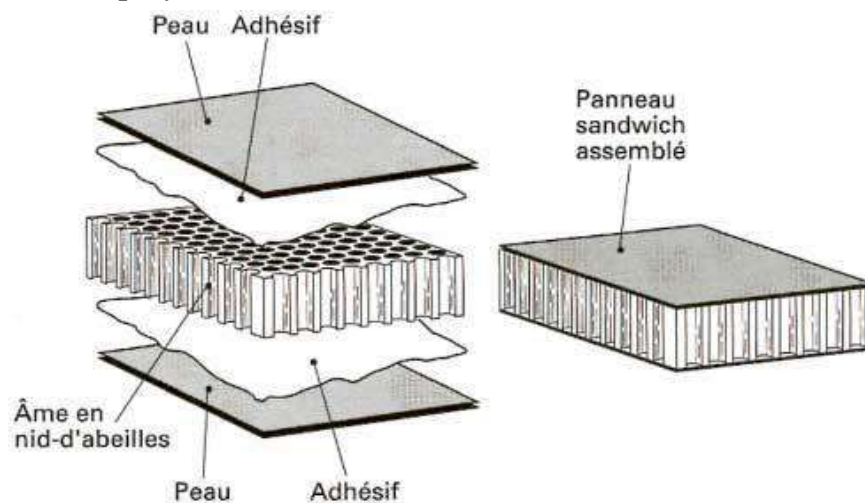


Figure I.1: Schéma représentatif d'une structure sandwich [5]

I.2.1. Les peaux :

Dans une structure sandwich les peaux peuvent être réalisés en plusieurs matériaux différents, un matériau isotrope, orthotrope ou un matériau composite. Le choix de la nature de la peau s'effectue principalement en fonction des performances mécaniques exigées. L'aluminium, fibre de verre, graphite et l'aramide sont les matériaux les plus utilisés dans les semelles. Cependant, pour minimiser le poids de la structure on préfère généralement des peaux en matériaux composites. [3,8]. Le schéma général d'un matériau pour peaux est donné par la (Figure I.2)

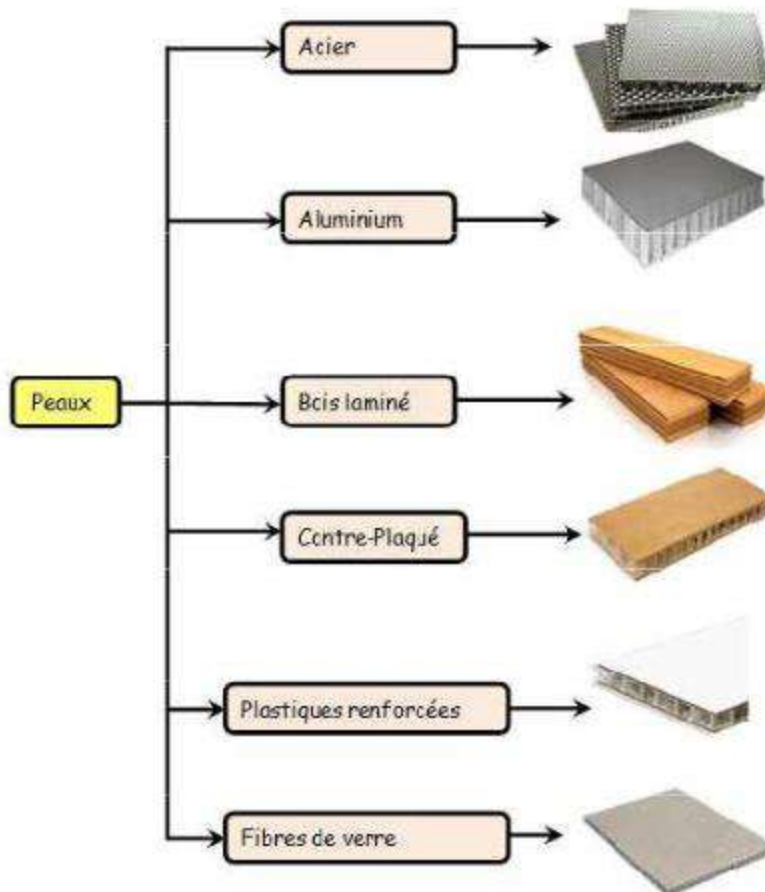


Figure I.2: Matériaux pour les peaux

I.2.2. L'âme :

Cette âme, qui sépare les peaux en gardant leur distance relative constante, permet d'augmenter notablement le moment d'inertie de la structure, et donc sa rigidité tout en conservant une masse spécifique minimale.

Le sandwich est destiné à résister au flambement et à d'éventuelles contraintes de poinçonnement. Dans ces conditions, l'âme doit posséder une bonne résistance à la compression et au cisaillement. Les matériaux de l'âme, les plus utilisés se présentent principalement sous deux formes (Figure I.3) [7] :

a. âme pleine : parmi lesquelles on retrouve :

- ▶ Le balsa ou bois cellulaire,
- ▶ Diverses mousses cellulaires,
- ▶ Des résines chargées de micro sphères de verres appelés mousses syntactiques,

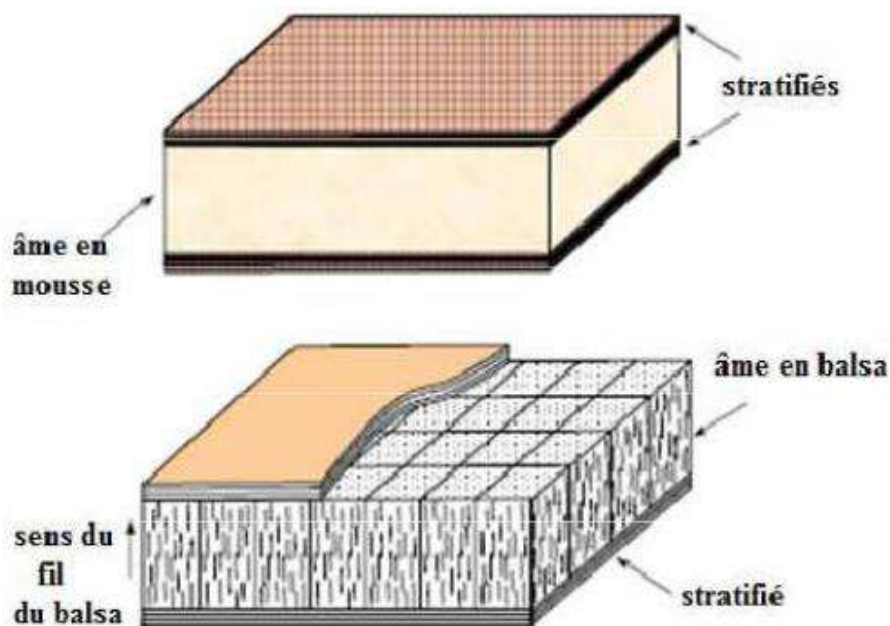


Figure I.3: Matériaux sandwichs à âmes pleines

b. âme creuses : essentiellement en nid d'abeilles et profilés :

- ▶ Des maillages métalliques légers,
- ▶ Du papier kraft (enduit ou non de résine phénolique),
- ▶ Du papier polyamide, type papier Nomex (fibres aramide).

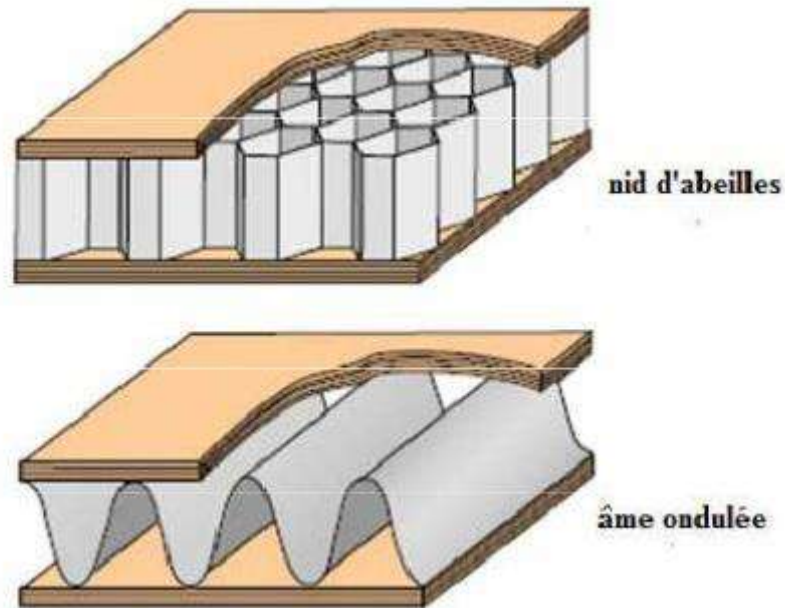


Figure I.4: Matériaux sandwichs à âmes pleines

c L'interface : (Adhésif)

Pour que les structures sandwich jouent pleinement leur rôle, il est nécessaire de veiller à avoir une solidarisation parfaite de l'ensemble âme-peaux.

L'assemblage de la structure sandwich peut être réalisé par collage, soudage ou brasage. Aussi est-il supposé que, quel que soit le mode d'assemblage des différentes couches, le lien est parfait. L'adhésif est un composant essentiel intervenant dans la fabrication d'un sandwich. Il permet un bon assemblage de la structure et une transmission de charges. Sa principale caractéristique mécanique est la résistance au cisaillement. Dans le cas de peaux en composites, l'insertion de cette troisième phase peut être évitée par l'utilisation d'une résine auto adhésive.[9]

I.3.Caractéristique géométrique des sandwichs

Du fait de la fabrication des sandwichs, les propriétés mécaniques sont adaptées en faisant varier la nature des peaux (identiques ou non), de l'âme et de l'épaisseur de

chacune des phases. En règle générale, les peaux ont la même épaisseur t_f et le rapport t_f/h_c (h_c étant l'épaisseur de l'âme) est compris entre 0,01 et 0,1. D'après Allen [10], les sandwichs sont classés en trois catégories selon la valeur du rapport d/t_f , d étant la distance entre les axes neutre des peaux du sandwich:

- Pour un rapport de d/t_f inférieur à 5.77, le sandwich est dit à peaux épaisses.
- Pour un rapport de d/t_f compris entre 5.77 et 100, le sandwich est dit à peaux fines.
- Pour un rapport de d/t_f supérieur à 100, le sandwich est dit à peaux très fines

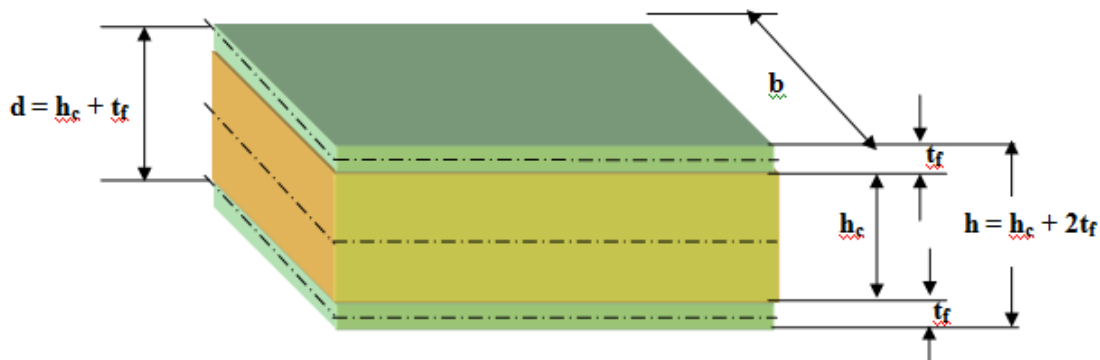


Figure I.5 : Schéma représentatif d'un sandwich

I.4. Domaine d'application des sandwichs

Les structures sandwichs ont été inventées au début du 19^{ème} siècle [11]. Ces structures accordent de grandes possibilités dans plusieurs domaines très différents. Le but principal est d'augmenter le rapport rigidité/poids, en utilisant des matériaux légers dans le cœur des structures sandwichs. Il existe plusieurs domaines d'application, ainsi on peut citer quelques secteurs d'utilisation des structures sandwichs.

Les structures sandwichs sont utilisées dans l'industrie du bâtiment, pour leurs excellentes caractéristiques d'isolation thermique qui sont prises en compte. Il existe aussi d'autres raisons tels que le coût, la stabilité, la résistance au choc, la durée de vie,

la résistance à la fatigue, maintenance réduite, facilité de réparation et capacité d'atténuation des vibrations.[9].

Dans le domaine ferroviaire, on utilise les structures sandwiches pour la fabrication des cabines de trains à grande vitesse (TGV) pour leurs caractéristiques intéressantes et leurs bonnes résistances au feu. Grâce à ces structures, la vitesse de ces trains peut atteindre 550 Km/h.[9,11]. On utilise les structures sandwiches en mousse et fibre de verre pour la fabrication du bouclier avant du train à grande vitesse (Figure I.6). Le besoin principal dans la conception du bouclier est le comportement à l'impact. Dans le cas d'un choc frontal, le bouclier avant doit absorber le maximum de quantité d'énergie possible.[12].



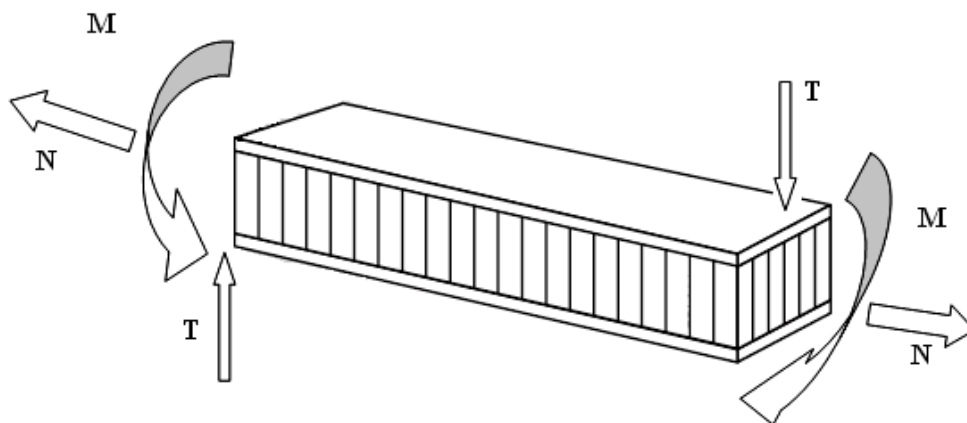
Figure I.6 : Train à grande vitesse [12]

Dans le domaine du transport par route, les bus sont parmi les premiers à remplacer les panneaux en métal par des panneaux sandwiches. Malgré que dans le cas des structures planes les panneaux en aluminium sont préférés, les structures tridimensionnelles sont réalisées en matériaux composites[9]. Dans le domaine aéronautique, les propriétés anti-feu des panneaux sandwichs sont primordiales pour leurs utilisations intérieures des cabines. La norme anti-feu est très stricte et parfois

difficile à atteindre, ce qui limite l'utilisation de ces matériaux. Ces dernières années, la plupart des avions civils ont également adopté cette construction pour de nombreux composants. Comme les planchers de l'avion Boeing 747 sont fabriqués à partir d'un panneau sandwich de balsa et de feuille d'aluminium[11]. En ce qui concerne la conception des hélicoptères, 25% de la masse de la structure est réalisée en matériaux composites. Toutefois, des éléments de structure primaire sont réalisés en sandwich. [13].

I.5. Sollicitations mécaniques des panneaux sandwichs:

Un sandwich peut être soumis aux sollicitations mécaniques données par la figure suivante:



- Un effort tranchant T.
- Un effort normal N.
- Un moment de flexion M.

Figure I.7 : Différentes sollicitations des panneaux sandwichs.[14]

Ces derniers provoquent différents modes de rupture:

I.5.1. Flambement généralisé des peaux

Le flambement généralisé survient quand les contraintes dans les peaux et dans l'âme sont inférieures aux résistances à la rupture. La charge qui cause le flambement du sandwich dépend de paramètres tels que les dimensions dans le plan de la poutre et les conditions aux limites, qui ne peuvent être modifiées que partiellement lors de la conception. D'autres grandeurs, également importantes dans la définition de la charge de flambement, dépendent, directement du type de sandwich, comme par exemple la rigidité de flexion du sandwich, l'épaisseur des peaux, les propriétés élastiques des peaux, l'épaisseur de l'âme, ou le module de cisaillement de l'âme. [14]

Si l'on craint un flambement généralisé, on peut utiliser des peaux ayant un module d'élasticité plus élevé, et pour l'âme un matériau avec un module de cisaillement plus élevé. [15]

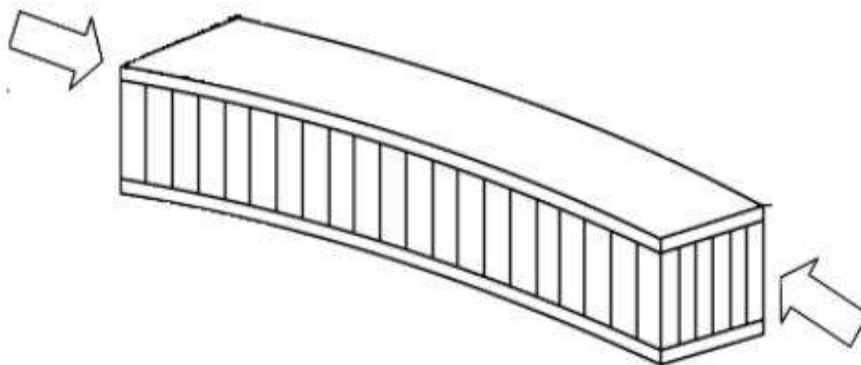


Figure I.8: Flambement généralisé des peaux du sandwich. [16]

I.5.2. Rupture des peaux en traction ou en compression :

Dans ce cas les contraintes dans les peaux sont supérieures aux contraintes admissibles du matériau constituant les peaux (Figure I.9). Pour éviter ce phénomène il faut utiliser des matériaux dont les contraintes à la rupture sont plus élevées, ou augmenter l'épaisseur des peaux (ce qui réduit les contraintes appliquées), si non on

augmente l'épaisseur du cœur, ce qui permet également de réduire les contraintes dans les peaux [9,16]

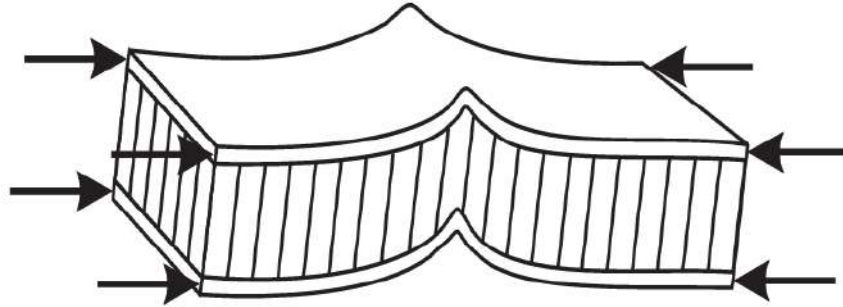


Figure I.9 : Rupture des peaux en traction ou en compression.

I.5.3. Mode de rupture par indentation localisée :

L'indentation local est un mode localisé de rupture due à une concentration de contraintes résultant, soit de l'application d'une charge localisée, soit de la position d'un appui de type ponctuel ou linéique (figure I.10) [17]

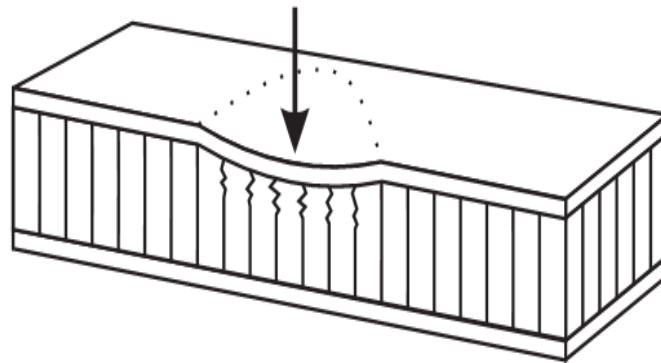


Figure I.10 : Mode de rupture par indentation localisée [17]

I.5.4. Rupture de l'âme en cisaillement :

Si la contrainte de cisaillement (prépondérante dans l'âme) dépasse la résistance au cisaillement du matériau de l'âme, il y a Rupture de l'âme. Si l'on se trouve dans ce cas, on peut soit utiliser un matériau pour l'âme qui possède une résistance au cisaillement plus élevée, soit augmenter l'épaisseur de l'âme.

Par contre, utiliser un matériau différent pour les peaux, ou changer leur épaisseur n'aura pas d'effet. [15]

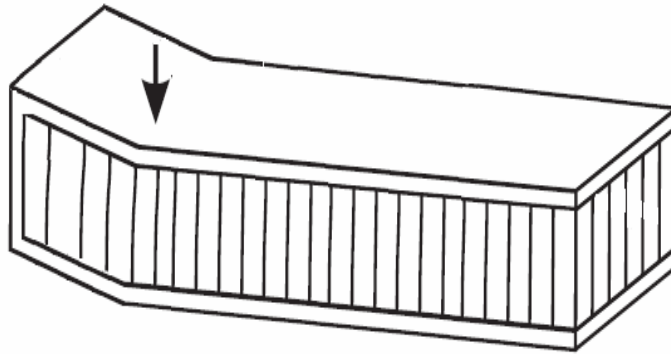


Figure I.11: Mode de rupture par cisaillement de l'âme.[15]

I.5.5. Flambement généralisé de l'âme ou crimping :

Si le rapport longueur sur épaisseur est relativement faible, et que la rigidité de cisaillement est négligeable devant la rigidité de flexion, le flambement généralisé prend la forme du flambement de l'âme (figure I.12). Le flambement de l'âme ne dépend pratiquement pas des propriétés des peaux, mais augmente de façon linéaire avec l'épaisseur de l'âme et le module de cisaillement dans l'âme. Pour augmenter la résistance à cette charge critique, il faut donc soit augmenter l'épaisseur de l'âme, soit utiliser une âme de module de cisaillement plus élevé.[9]

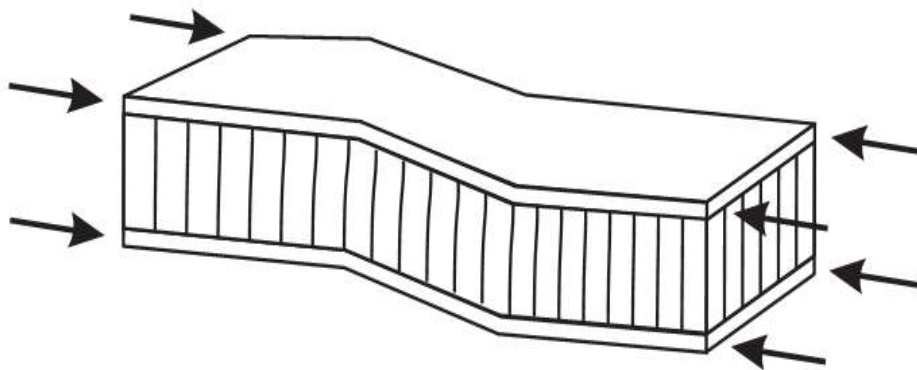


Figure I.12: Flambement généralisé de l'âme ou crimping.[15]

I.5.6. Flambement localisé « wrinkling » ou « dimpling » :

Les peaux, considérées par elles-mêmes, sans connexion avec l'âme, flambent très facilement à cause de leur faible épaisseur. C'est l'âme qui empêche leur flambement. Cependant, si on atteint la contrainte limite, il se peut que l'âme ne soit plus capable d'empêcher le flambement.

Dans ce cas, le flambement localisé des peaux, ou « wrinkling » (figure I.13), se produit. Contrairement au flambement généralisé, le flambement localisé peut prendre des configurations différentes qui ne dépendent pas de la géométrie de la structure. Par contre, il est influencé par les modules élastiques des peaux et de l'âme, et le module de cisaillement de l'âme. Si l'on craint un flambement localisé de la peau, on peut soit utiliser pour les peaux, un matériau avec un module élastique plus élevé, soit utiliser pour l'âme, un matériau présentant des propriétés élastiques plus élevées.[18]

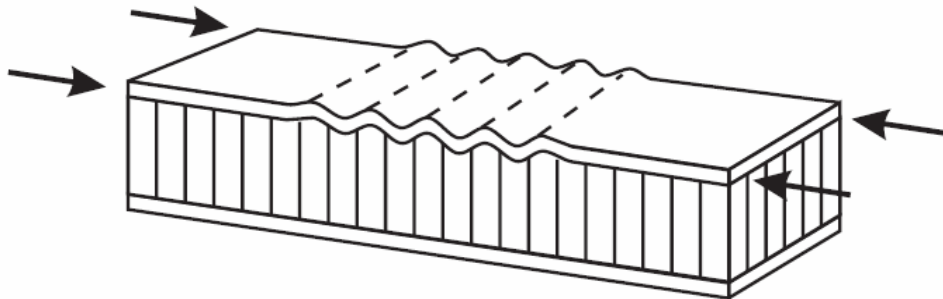


Figure I.13 : Mode rupture par flambement localisé « wrinkling »[9]

Dans le cas d'une âme en nids d'abeilles, mise à part les ruptures par « wrinkling », il peut survenir aussi un autre mode de rupture par flambement localisé de la peau en fossettes, appelé « dimpling » (figure I.14).

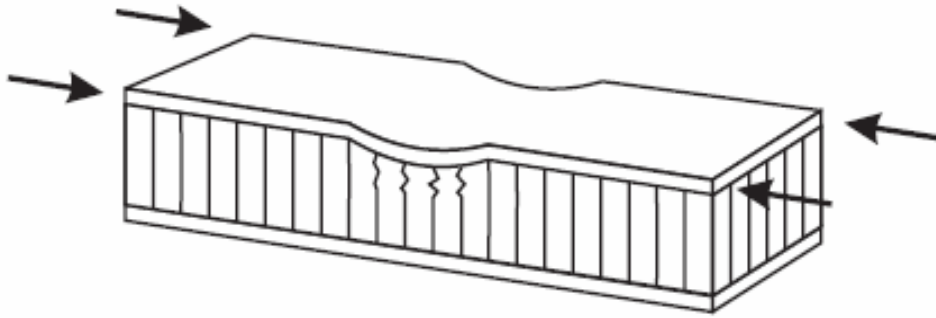


Figure I.14 : Mode rupture par flambement localisé « dimpling »[9]

I.5.7. Dégradation de l'adhésive :

La dégradation de l'adhésive, entre les peaux et l'âme en nids d'abeilles se fait généralement selon trois types :

- dégradation de l'adhésive entre les peaux et l'âme,
- dégradation de l'attachement des cellules de l'âme,
- dégradation de l'attachement du noeud des cellules de l'âme.

La Figure (I.15) illustre les modes de dégradation de l'adhésif. L'exposition à l'humidité provoque des dégradations remarquables de la résistance de l'adhésif ce qui peut changer le mode de dégradation et causer la ruine avancée du panneau sandwich[19]. Une mauvaise interface entre les fibres et la matrice peut, par exemple, augmenter l'amortissement général du matériau. Un ensimage viscoélastique des fibres permet de contrôler cet effet [20]. L'utilisation de fibres courtes au lieu de fibres continues permet aussi d'augmenter l'amortissement total du matériau [21].

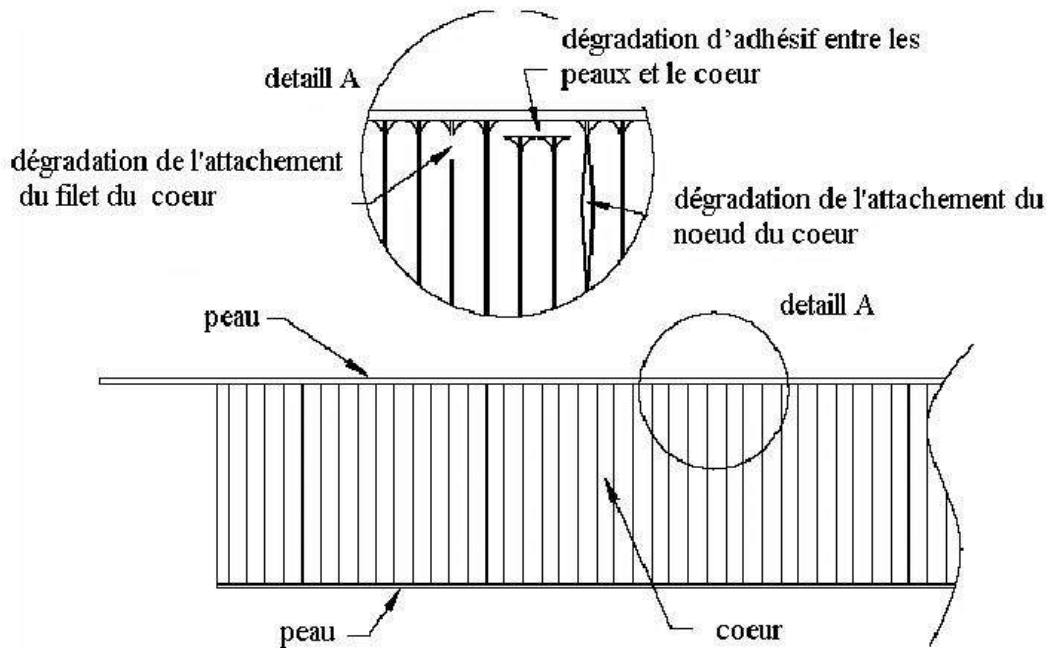


Figure I.15 : Type de dégradation de l'adhésif [9]

I.6.MECANIQUE DES SANDWICHES :

I.6.1.Théorie adaptée aux poutres sandwiches :

Les structures sandwichs sont généralement sollicitées en flexion (trois points ou quatre points). Afin d'optimiser les caractéristiques des matériaux de l'âme et de la peau pour une application donnée, il convient de connaître leur comportement pour ces deux types de sollicitation.

Considérons une poutre encastree avec une charge appliquée à la fin libre (Figure I.16). La charge appliquée crée un moment de flexion qui est au maximum à l'encastrement, et une force de cisaillement sur la longueur de la poutre. Dans un panneau sandwich, ces forces créent une tension dans la peau supérieure et une compression dans la peau inférieure. Le cœur espace entre les peaux est chargé par des contraintes de cisaillement. La théorie des poutres simples est adaptée au poutre sandwich avec quelques modification.[10.5]. La théorie des poutres simples est

adaptée aux poutres sandwichs, avec quelques modifications mineures. L'utilisation de cette théorie permet de trouver une méthode simple permettant de calculer la rigidité en flexion et en cisaillement, les contraintes dans les peaux et les contraintes de cisaillement dans l'âme [22].

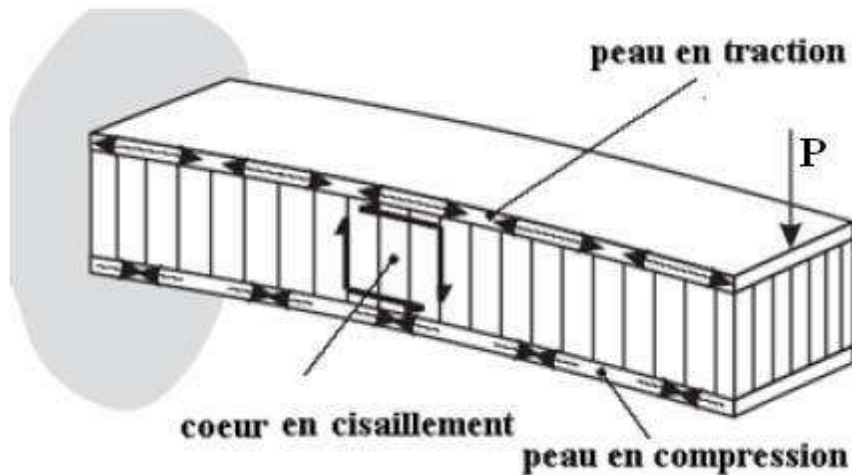


Figure I.16 : Panneau sandwich chargé en flexion

Dans le cas général, la répartition des chargements, dans une structure sandwich, est décrite sur la (figure I.17). Pour simplifier l'étude, la poutre sandwich sera soumise à un moment de flexion M_x , un effort normal N_x et une force transversale T_z [23].

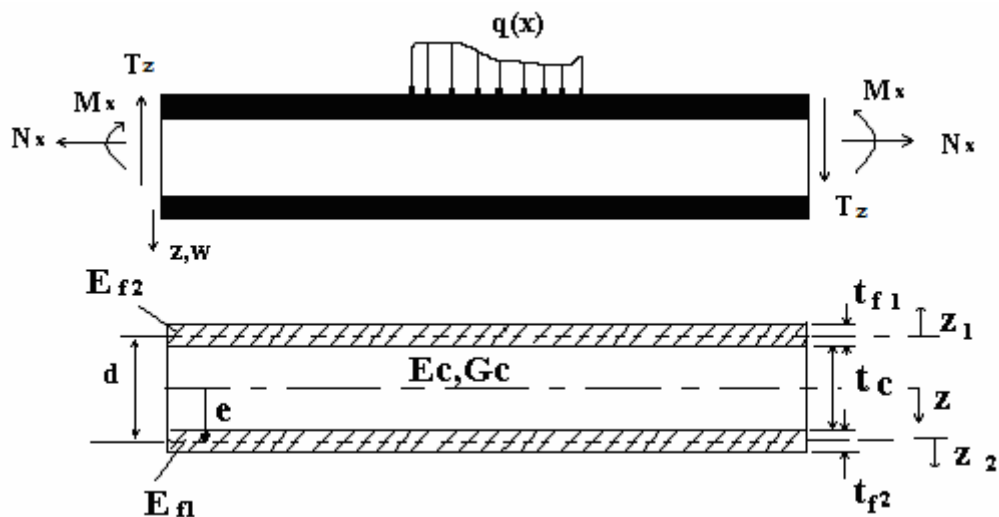


Figure I.17 : Répartition des chargements dans une poutre sandwich dans le plan

Les indices « c » et « f » correspondent respectivement aux caractéristiques de l'âme (cœur) et des peaux (faces)

1-Déformation longitudinale du sandwich ϵ_x :

Supposons d'abord que la poutre est seulement soumise à un moment de flexion Mx . La déformation longitudinale à une distance z par rapport à l'axe neutre du sandwich, est donnée par :

$$\epsilon_x = \frac{Mx z}{D} \quad (I.1)$$

D désigne la rigidité en flexion du sandwich

2 – Rigidité en flexion du sandwich (D) :

Les structures sandwichs sont généralement sollicitées en flexion ou en compression flambement. Afin d'optimiser les caractéristiques des matériaux de l'âme et de la peau pour une application donnée, il convient donc de connaître leur comportement pour ce type de sollicitation. La grandeur caractéristique d'un matériau sandwich est sa rigidité en flexion, D est donnée par la relation suivante [24] :

$$D = \int E z^2 dz + \frac{E f_1 b t^3 f_1}{12} + \frac{E f_2 b t^3 f_2}{12} + \frac{E c b t^3 c}{12} + E f_1 b t f_1 (d - e)^2 + E f_2 b t f_2 e^2 + E c b t c \left(\frac{t c + t f_2}{2} - e \right)^2 \quad (I.2)$$

Où $E f$, $E c$, $t c$ et $t f$, sont respectivement les modules d'Young en contrainte plane et les épaisseurs des peaux et du cœur. d est la distance séparant les plans moyens des peaux, et b largeur du panneau sandwich (Figure I.17).

Dans le cas d'un sandwich à peaux fines, les deux premiers termes du second membre peuvent être négligés, et même le troisième et le sixième terme, pour une âme

à module d'élasticité faible. Pour un sandwich symétrique (même épaisseur et matériau), dont les deux conditions citées sont satisfaites, l'équation (I.2) devient [1.6] :

$$D = \int E z^2 dz = \frac{E_f b t^3 f}{6} + \frac{E_f b d^2}{2} + \frac{E_c b t c^3}{12} \quad (I.3)$$

► Si $\left(\frac{d}{t f} - e\right)^2 \geq 100$, on néglige le premier terme (I.4)

► Si $\left(\frac{6 E_f t d^2}{G_c t f^3}\right) \geq 100$, on néglige le troisième terme (I.5)

Le calcul de la rigidité en flexion est ainsi limité à :

$$D = \left(\frac{E_f b d^2}{2}\right) \quad (I.6)$$

I.7.COMPORTEMENT DES SANDWICHES EN FLEXION TROIS POINTS :

L'essai de flexion trois points offre la possibilité d'étudier le comportement d'un matériau, soit en flexion (priviliégiant une rupture par contrainte normale σ_x due au moment de flexion M_x , avec T_{xz} presque négligeable) ou en cisaillement (priviliégiant une rupture par contrainte de cisaillement τ due à effort T_{xz}). Ceci est réalisé par l'adoption des conditions d'appuis fixées par la norme des rapports L/h . [25]. Ici nous aborderons le cas de la flexion 3 points car le dispositif expérimental utilisé et les essais effectués dans le cadre de notre étude reposent sur cette sollicitation (Figure 18).

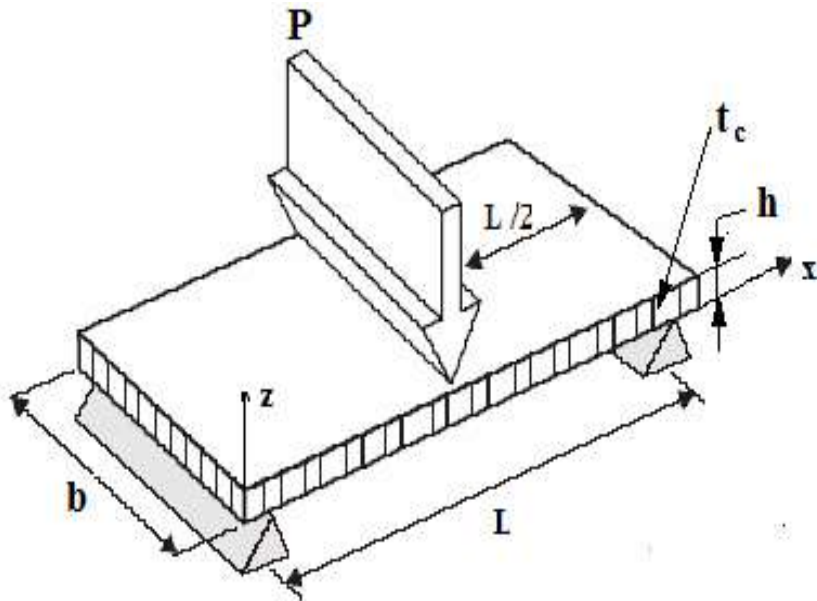


Figure I.18 : Poutre sandwichée chargée en flexion trois points [15]

Dans ce cas de chargement central, le moment fléchissant vaut

$$0 \leq x \leq \frac{L}{2} \quad \text{POUR} \quad M = \frac{P}{2} X \quad (\text{I.7})$$

$$\frac{L}{2} \leq x \leq L \quad \text{POUR} \quad M = \frac{P(L-X)}{2} \quad (\text{I.8})$$

(P) étant la charge appliquée.

(X) la distance par rapport à l'origine.

L'effort tranchant T :

$$T = \frac{-P}{2} \quad \text{POUR} \quad 0 \leq X \leq \frac{L}{2} \quad (\text{I.9})$$

$$T = \frac{P}{2} \quad \text{POUR} \quad \frac{L}{2} \leq X \leq L \quad (\text{I.10})$$

Les contraintes de traction ou de compression dans les peaux sont alors :

$$\sigma_f = \frac{Mz}{D} E_f \quad \text{POUR} \quad \left(\begin{array}{l} \frac{tc}{2} \leq Z \leq \frac{h}{2} \\ \text{et} \\ -\frac{h}{2} \leq Z \leq -\frac{tc}{2} \end{array} \right) \quad (\text{I.11})$$

Le maximum étant obtenu pour $Z = \pm \frac{h}{2}$ et $x = \frac{L}{2}$ on obtient :

$$\sigma_{f\max} = \pm \frac{p L h}{8D} E_f \quad (\text{I.12})$$

Pour l'âme nous obtenons :

$$\sigma_c = \frac{M \cdot z}{D} E_c \quad \text{SI} \quad -\frac{tc}{2} \leq Z \leq \frac{tc}{2} \quad (\text{I.13})$$

Les contraintes planes maximales supportées par l'âme s'expriment alors par

$$\sigma_{c\max} = \pm \frac{p L tc}{8D} E_c \quad (\text{I.14})$$

En ce qui concerne la contrainte de cisaillement τ_c dans l'âme, du fait de l'hétérogénéité de la structure, on tient compte du changement de module d'élasticité dans la section transversale, d'où :

$$\tau_c = \frac{T}{D b} \sum S \cdot E \quad (\text{I.15})$$

b largeur au niveau z_1 et S moment statique par rapport à l'axe Oy pour lequel $z > z_1$. Dans l'expression (I.3), D est la rigidité en flexion de la structure et $(\sum S \cdot E)$ représente la somme des produits de toutes parties de la section pour lesquelles $z < z_1$. Cette somme peut s'écrire sous la formule suivante:

$$\sum S E = E_f \frac{b t f d}{2} + \frac{E_c b}{2} \left(\frac{tc}{2} - Z \right) \left(\frac{tc}{2} + Z \right) \quad (\text{I.16})$$

D'où la contrainte de cisaillement dans l'âme au niveau Z :

$$\tau_C = \frac{T}{D} E_f \left[\frac{t f d}{2} + \frac{E_c}{2} \left(\frac{t c^2}{2} - Z^2 \right) \right] \quad (\text{I.17})$$

Cette contrainte est maximale au centre du sandwich et vaut:

$$\tau_{C_{\max}} = \frac{P}{4.D} \left(E_f . t f . d + E_c \frac{t c^2}{4} \right) \quad (\text{I.18})$$

De plus, sachant que $E_f > E_c$, on peut négliger le terme tenant compte du module d'Young de l'âme de sandwich. La contrainte de cisaillement maximale s'écrit alors:

$$\tau_{C_{\max}} = \frac{P}{4D} E_f . t d \quad (\text{I 19})$$

La rigidité en flexion D peut être réduite au second terme du second membre de son expression globale (équation I.1). La contrainte maximale de cisaillement dans l'âme se réduit à :

$$\tau_{C_{\max}} = \frac{P}{2P d} \quad (\text{I.20})$$

Nous pouvons constater que $\tau_{C_{\max}}$ est constante dans l'épaisseur de l'âme.

► Déformation en flexion et en cisaillement :

Si on observe une portion de la poutre soumise à la flexion (Figure I.19), nous constatons que les points a, b, c et d, qui étaient alignés avant le chargement ne le restent pas les sections droites des peaux, par rapport à leur propre, ce qui n'est pas le cas pour l'âme, qui subit une forte déformation en cisaillement.

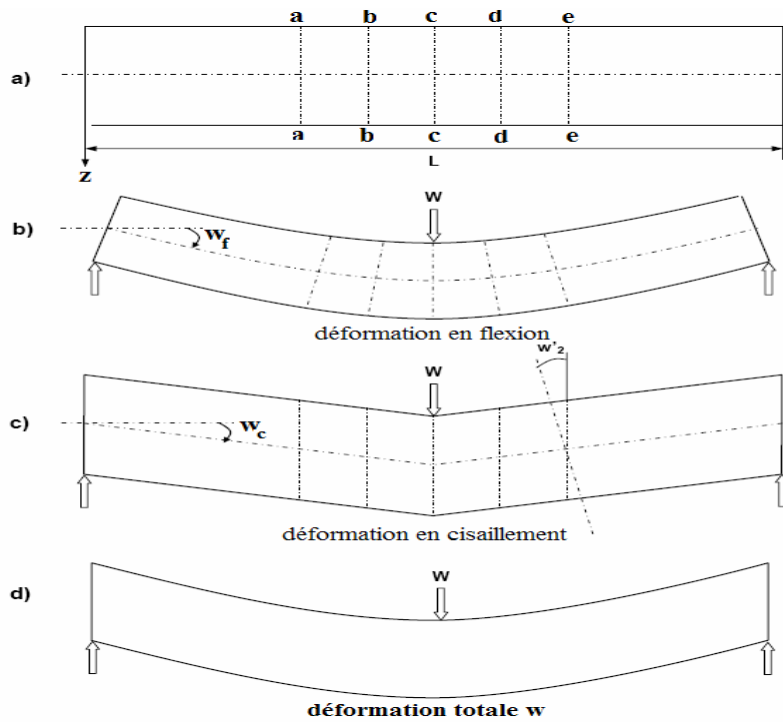


Figure I.19 : Déformée d'une poutre en flexion et en cisaillement.

Le déplacement mesuré, pour un matériau sandwich soumis à la flexion trois points, se compose de deux parties indépendantes [26] :

- Le déplacement dû à la flexion. w_f
- Le déplacement dû au cisaillement w_c

Avec $w_t = w_f + w_c$

La flèche due à la flexion peut être calculée par la théorie classique de la flexion:

$$w_f = \frac{PL^3}{48D} \quad (I.21)$$

Le déplacement dû au cisaillement w_c est obtenu par l'intégration de l'expression :

$$\frac{\partial w_2}{\partial x} = \gamma \frac{c}{d}$$

Ce qui donne :

$$W_c = \frac{PL}{4S} \quad (I.22)$$

Finalement la flèche totale s'exprime par :

$$W = W_f + W_c = \frac{PL^3}{48D} + \frac{PL}{4S} \quad (I.23)$$

I.8. Conclusion

Les sandwichs à âme nid d'abeilles sont de nouveaux matériaux particulièrement utilisés dans le domaine de l'aéronautique et de l'aérospatial. Leurs avantages résident principalement dans la strong point rigidité en flexion, l'excellente résistance à la weakness, la résistance au feu, l'isolation thermique et le faible poids. Le seul problème est leur mode de burst ou de ruines qui reste imprévisible :

- ▶ Indentation du cœur.
- ▶ Cisaillement du cœur.
- ▶ Rupture des peaux.
- ▶ Dégradation de l'adhésive

Chapitre II

Homogénéisation analytique et numérique des nids d'abeilles

II.1. Introduction

La connaissance du comportement mécanique des âmes, en particulier en cisaillement, est évidemment indispensable lors de la phase de conception des structures sandwichs en nids d'abeilles. La méthode d'homogénéisation consiste à remplacer un matériau réel non homogène par un matériau fictif homogène avec des propriétés macroscopiques Equivalentes [27.28.29]. Dans cette partie, le nida est homogénéise indépendamment des peaux, Pour que l'homogénéisation soit possible, il faut pouvoir définir un volume élémentaire représentatif Volume Elémentaire Représentatif du matériau. Le résultat de l'homogénéisation, sur ce volume, sera le comportement du matériau homogène équivalent [30].

Dans cette étude, nous proposons de décrire l'activité mécanique en fonction de densité relative des matériaux cellulaires normaux tels que les nids abeille de forme hexagonale, carrée et triangulaire. Le but de cette section est de déterminé les constantes élastiques des structures cellulaires normales par le processus.

II.2. Propriétés mécaniques de l'âme en nid d'abeille

Le comportement élastique d'un matériau orthotrope est décrit soit par les constantes de rigidité C_{ij} , soit par les constantes de souplesse S_{ij} [31]. La loi de Hooke généralisée s'écrit comme suit :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (\text{II.1})$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} \quad (\text{II.2})$$

où E_1 , E_2 et E_3 sont les trois modules d'Young ; G_{12} , G_{13} et G_{23} sont les trois modules de cisaillements ; ν_{12} , ν_{13} et ν_{23} sont trois coefficients de Poisson. de Poisson sont déterminés à l'aide des relations suivantes :

$$\frac{E_i}{\nu_{ij}} = \frac{E_j}{\nu_{ji}} \quad , \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (\text{II.3})$$

II.3. Géométrie et notations :

Un nida montré par la figure (II.1) peut être caractérisé par les paramètres du tableau (II.1).

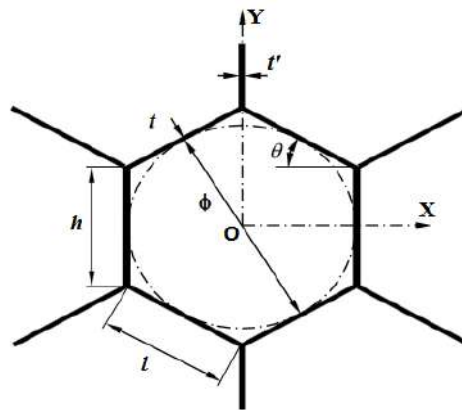


Figure II.1 Géométrie d'une cellule en nid d'abeilles.

Paramètres	Définition
θ	Angle d'inclinaison des parois inclinées
Φ	Diamètre de la cellule (si hexagone régulier)
l	Longueur de la paroi centrale
h	Longueur de la paroi verticale
t	Épaisseur de la paroi inclinée
t'	Épaisseur de la paroi verticale (souvent $t'=2t$)
b	Hauteur de l'écarteur en nid d'abeilles

Tableau II.1. Paramètres géométriques d'une cellule en nid d'abeilles

longueurs des parois verticale et inclinée (h et l), épaisseurs de ces parois (t' et t), angle d'inclinaison des parois inclinées (θ). Ces paramètres sont résumés dans le tableau II.1

II.4. Modélisations Analytiques

II.4.1. Modèle de Gibson et Ashby

Le modèle de Gibson et Ashby s'appuie sur les équations de l'élasticité pour déterminer les principaux modules et les coefficients du nid d'abeille hexagonal en fonction des paramètres géométriques.

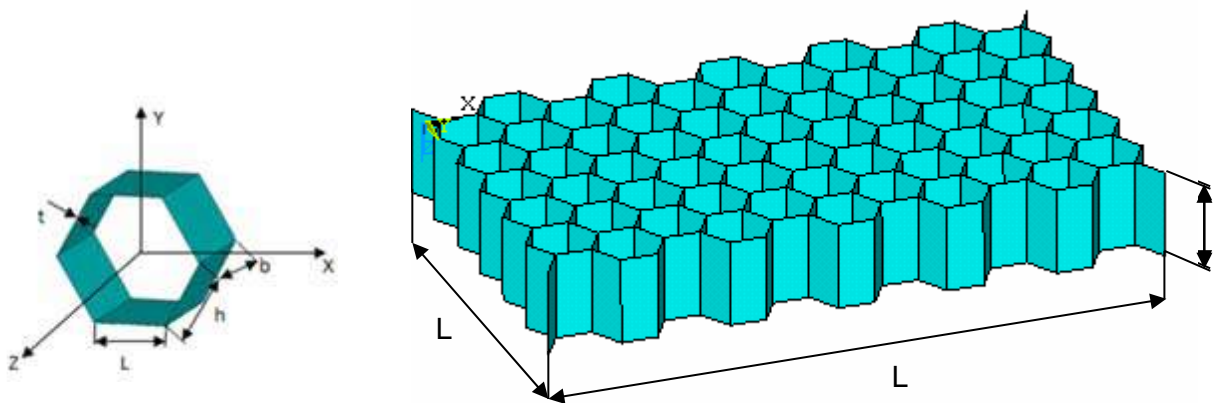


Figure II.2. Vue en perspective d'un nid d'abeilles hexagonal.

II.4.1.1. Propriétés dans le plan (x, y)

L'hypothèse introduite par Gibson et Ashby est le trajet sont uniquement dus à l'étirement élastique des parois cellulaires. Les conséquences de Il y a une compression et un élan insignifiants. Les caractéristiques qui rentrent en jeu dans le plan sont: les modules d'élasticités E_1 et E_2 , de cisaillement G_{12} et les coefficients de Poisson ν_{12} et ν_{21} .

a) Modules E_1 et E_2

Les modules d'élasticité E_1 et E_2 sont calculés en exerçant respectivement une pression suivant x et suivant y . On induit ainsi un effort P suivant les axes x et y , donc des moments de flexion M . On considère le ligament comme une poutre de longueur l , d'épaisseur t , de profondeur b . L'étude de la poutre (Figure. II.3) permet d'obtenir l'équation du moment de flexion M comme suite:

$$M = \frac{Pl \sin \theta}{2}$$

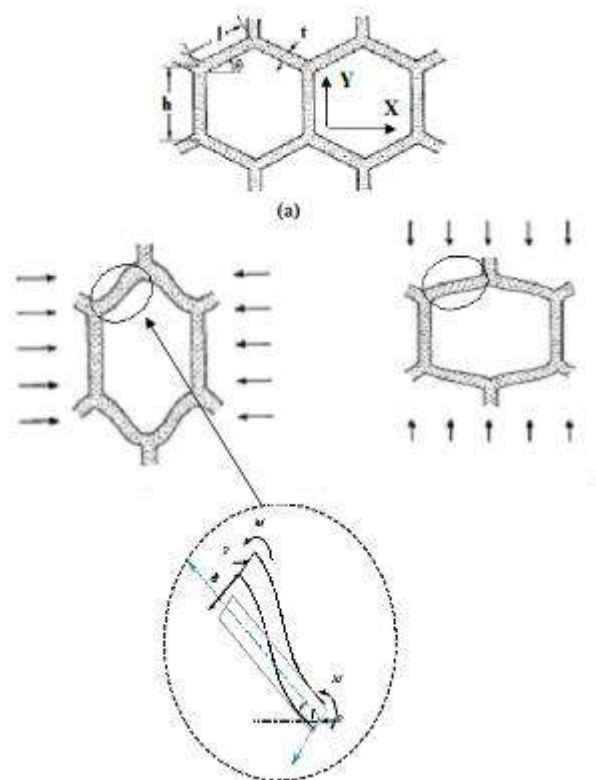


Figure II.3. Déformation des cellules sous une charge dirigée selon x et selon y d'après [31]

L'effort P peut être déterminé de l'équation (II.2) comme suit :

$$P = \sigma_1 (h + l \sin \theta) b \tag{II.4}$$

Le Module d'Young suivant X :

$$E_1 = E_s \left(\frac{t}{l} \right)^3 \frac{\cos \theta}{(h/l + \sin \theta) \sin^2 \theta} \tag{II.5}$$

Module d'Young suivant Y:

$$E_2 = E_s \left(\frac{t}{l} \right)^3 \frac{h/l + \sin \theta}{\cos^3 \theta} \tag{II.6}$$

Les coefficients de Poisson sont calculés comme suit:

$$\nu_{12} = \frac{\cos^2 \theta}{(h/l + \sin \theta) \sin \theta} \tag{II.7}$$

$$\nu_{21} = \frac{(h/l + \sin \theta) \sin \theta}{\cos^2 \theta} \tag{II.8}$$

b) Module de cisaillement G12 dans le plan (x, y)

Le module de cisaillement dans le plan est calculé à partir du schéma de la figure. II.4.

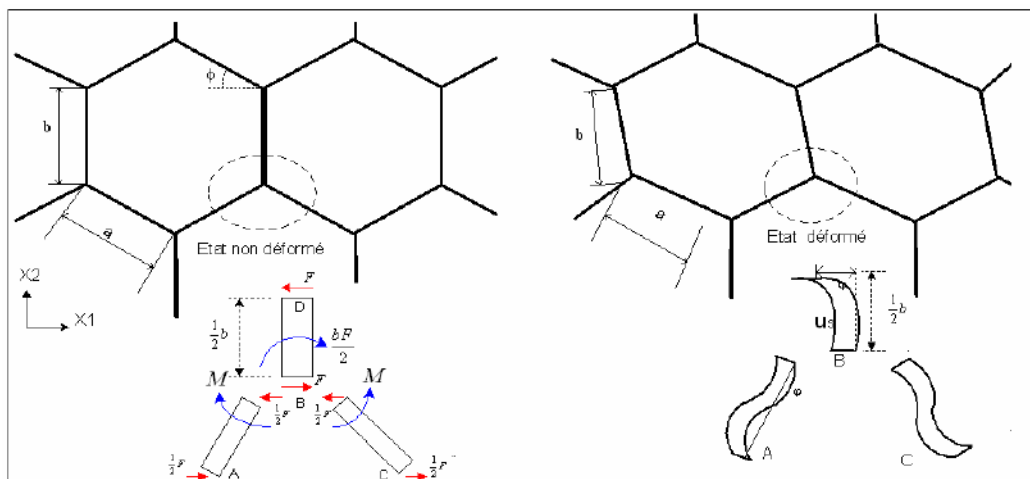


Figure II.4. Déformation en flexion et rotation des parois

Les points A , B et C n'ont aucun mouvement relatif quand on exerce un état de cisaillement sur le nid d'abeille. Vu la symétrie, la déviation us est uniquement due à la flexion et à la rotation de la paroi (rotation d'angle φ) autour du point B . La déviation globale U est de la forme:

$$U = \frac{1}{2} \varphi h + \frac{F(\frac{h}{2})^2}{3E_s I} \quad (\text{II.9})$$

On introduisant l'expression de l'angle φ dans l'expression de U , on obtient:

$$U = \frac{Fh^2}{48 E_s I} (1 + 2h) \quad (\text{II.10})$$

La relation du comportement en cisaillement s'écrit:

$$G_{12} = E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin \theta\right)}{\left(\frac{h}{l}\right)^2 \left(1 + \frac{2h}{l}\right) \cos \theta} \quad (\text{II.11})$$

Pour les faibles densités relatives les modules de Young adimensionnel dans le plan pour les structures à cellules hexagonal, carrées et triangulaires peut être écrite comme suite :

►hexagonale

$$E = E_s \frac{4}{\sqrt{3}} \left(\frac{t}{l}\right)^3 \quad (\text{II.12})$$

►carrée

$$E = E_s \left(\frac{t}{l}\right) \quad (\text{II.13})$$

►triangulaire

$$E = E_s \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{t}{l}\right) \quad (\text{II.14})$$

II.4.1.2. Propriétés hors du plan

Les propriétés concernées sont les suivantes: E_3 , G_{13} , G_{23} et les coefficients de Poisson ν_{13} et ν_{23} sont nécessaires pour décrire les déformations hors plan.

a) Module d'élasticité E_3

Le module E_3 est calculé en multipliant le module E_s du matériau de base de la cellule par le rapport de la section de la cellule sur la surface totale de l'hexagone.

$$E_3 = E_s \frac{\text{Section de la cellule}}{2 \text{ Surface de l'hexagone}}$$

$$E_3 = E_s \left(\frac{t}{l}\right) \frac{\left(\frac{h}{l}+2\right)}{2\left(\frac{h}{l}+\sin \theta\right) \cos \theta} \quad (\text{II.15})$$

Les deux coefficients de Poisson ν_{13}, ν_{23} sont supposés égaux au coefficient du matériau constituant le nida

$$\nu_{13} = \nu_{23} = \nu_s \quad (\text{II.16})$$

Les deux autres coefficients de Poisson se trouvant dans les relations réciproques:

$$\nu_{13} = \frac{E_1}{E_3} \nu_{31} \quad (\text{II.17})$$

$$\nu_{23} = \frac{E_2}{E_3} \nu_{32} \quad (\text{II.18})$$

b) Modules de cisaillement transverses

Les modules de cisaillement sont plus difficiles à trouver en raison de non-uniforme déformation dans les parois cellulaires grâce à la répartition des contraintes dans la structure du nid d'abeilles. En utilisant les théorèmes de l'énergie, Kelsey et al [26]. Le comportement du nid d'abeille en cisaillement transverse dépend des deux modules G_{13} et G_{23} . La structure répétitive des nids d'abeilles a été exploitée pour estimer ces modules en fonction de la géométrie de l'alvéole Il faut noter que lorsque les faces inférieure et supérieure du nid d'abeille sont soumises à un déplacement

relatif suivant une direction quelconque perpendiculaire de cisaillement est généralement hétérogène au sein de la paroi [32.33].

II.5. Approche numériques

Neuf simulations sont nécessaires pour déterminer les neuf constantes: Trois simulations en traction simple, chacune permettra de calculer un module d'élasticité et deux coefficients de Poisson. Six simulations de cisaillement : Une pour chaque module de cisaillement. Il est important de bien définir les propriétés mécaniques d'un nid d'abeille liées à ses caractéristiques géométriques [34].

II.5.1. Volume élémentaire représentatif (V.E.R)

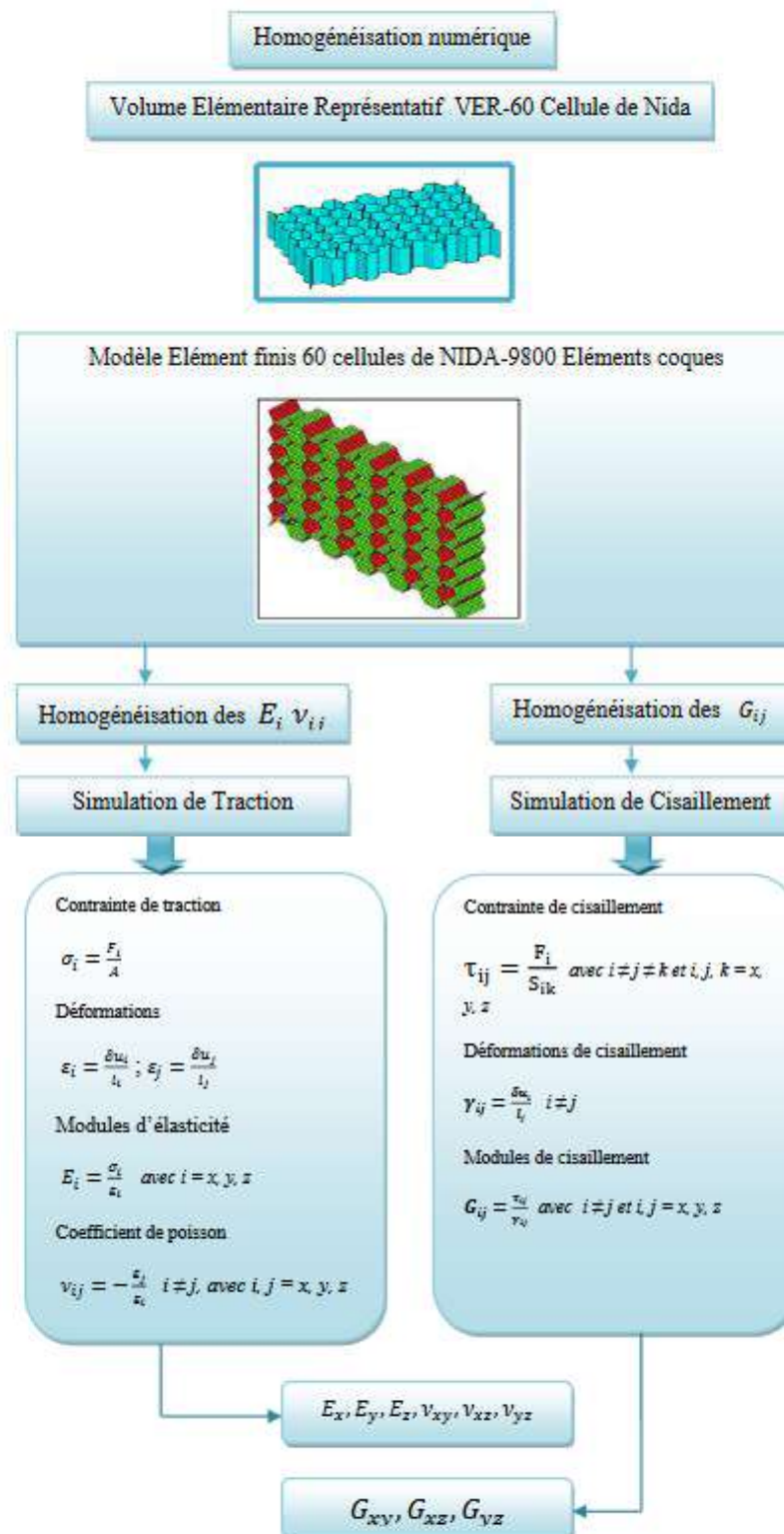
Le V.E.R est nécessaire à des fins de mesure du temps et de production d'énergie. Estimation utilisable, pour réduire les modèles et donc utiliser les symétries du modèle. Dans le cas des architectures de nid d'abeilles normales, le nombre de modèles pouvant être produit est très important (abondant). La collection des modèles retenus est guidée par les expériences et simulations réalisées sur le nid d'abeilles hexagonal par plusieurs équipes de recherche [35]. Les caractéristiques géométriques des structures à cellules hexagonale, carré et triangulaires sont les suivantes :

$l = h = 5 \text{ à } 7,5 \text{ mm}$ avec un pas de $0,5 \text{ mm}$, $t = 0,075 \text{ mm}$, $b = 8,8 \text{ mm}$

Le matériau considéré est de l'aluminium avec les caractéristiques mécaniques suivantes :

$$E_s = 70\text{GPa}, \quad G_s = 26,627\text{GPa}, \quad \nu_s = 0,34.$$

II.5.2 Organigramme d'homogénéisation numérique



II.5.3 Conditions aux limites et méthodes de calcul par éléments finis

Les simulations sont réalisées sur le code de calcul ANSYS, (composé de 60 cellules)

est effectué avec des éléments coques à 4 noeuds à 6 degrés de libertés par noeud (Shell 63). Il a l'avantage de ne pas alourdir le calcul en gardant une bonne précision des résultats. Le maillage utilisé en 3D est illustré sur la (figure II.5), précision sur les résultats. Chaque ligament contient 40 éléments, 10 suivant la hauteur[32,35,36].

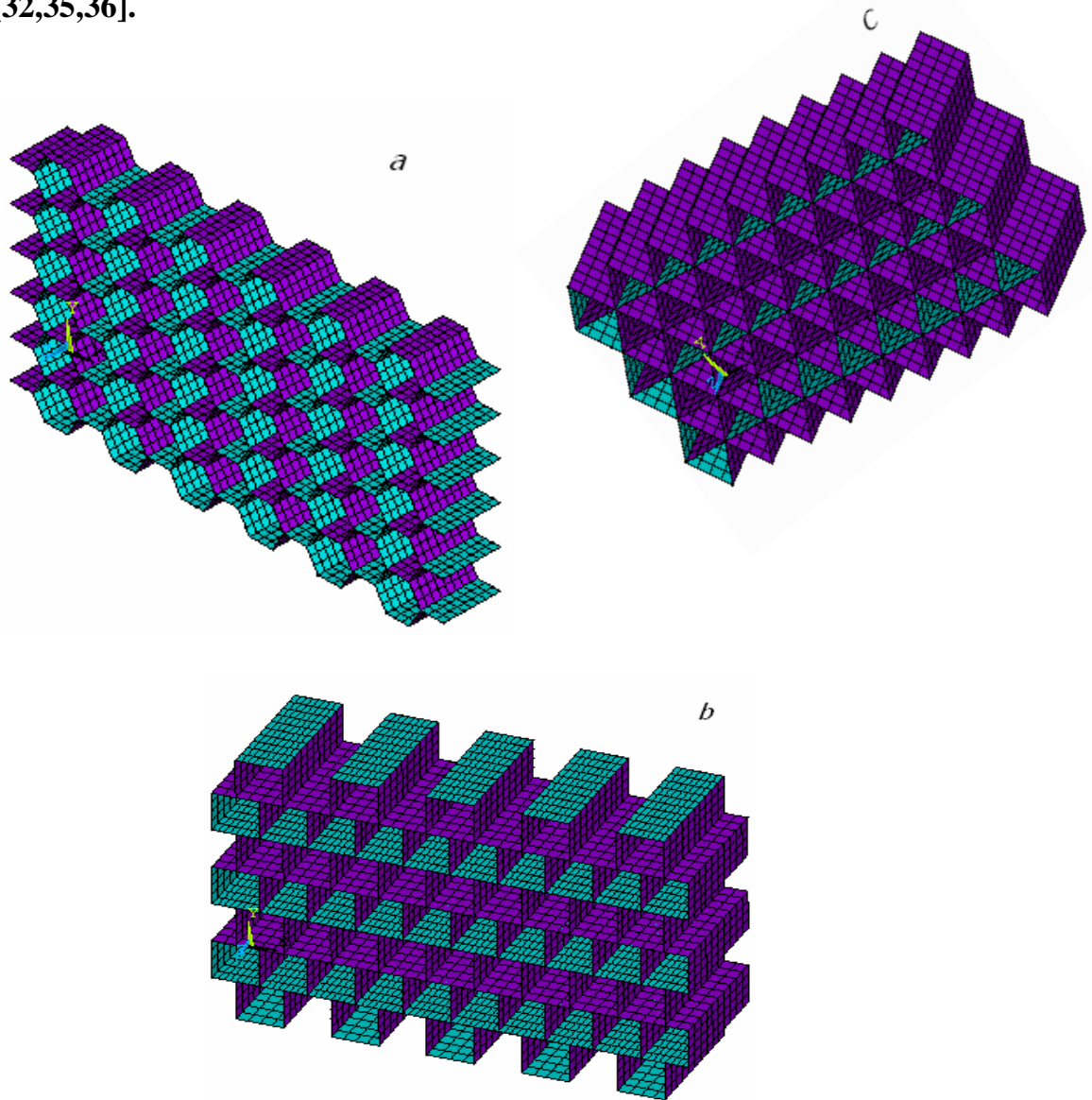
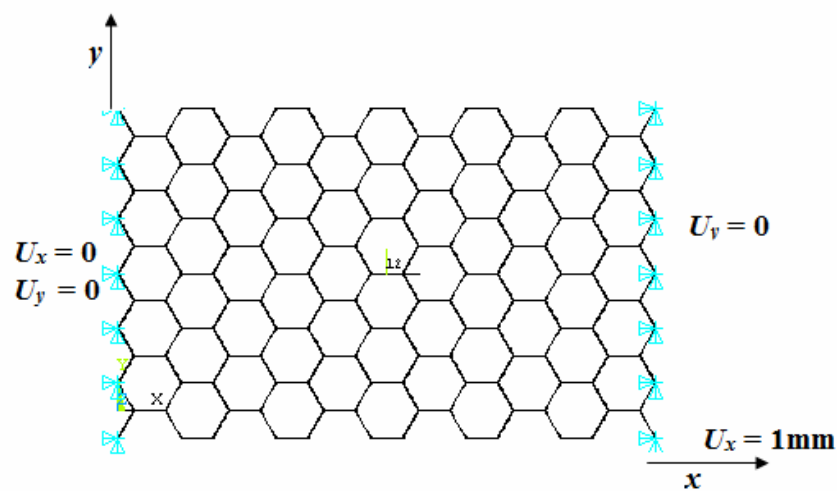


Figure II.5. V.E.R Pour les trois structures cellules régulières.
(a) hexagonale, (b) carrée, (c) triangulaire.

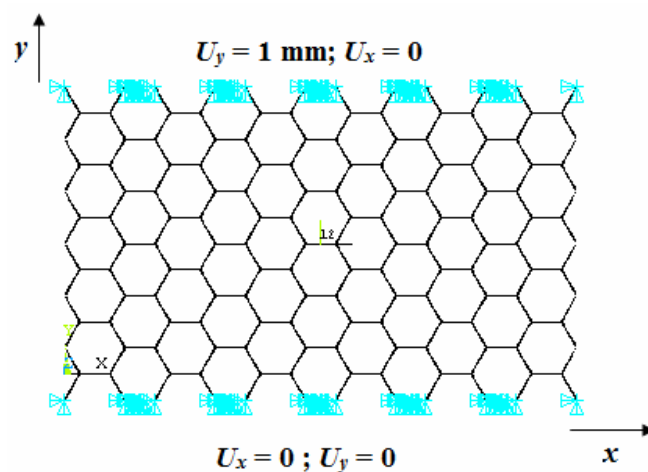
Pour calculer les différents modules, un déplacement est imposé sur une face du V.E.R dans une direction donnée. Les symétries sont prises en compte au niveau des conditions aux limites.

- La simulation d'une sollicitation de traction suivant une direction i ($i = x, y, z$) permet de déterminer les trois modules de d'élasticité E_1, E_2 et E_3 et les six coefficients de Poisson ($\nu_{12}, \nu_{21}, \nu_{13}, \nu_{31}, \nu_{23}$ et ν_{32}).
- La simulation des sollicitations en cisaillement suivant les plans $(x, y), (y, z)$ et (x, z) (deux simulations par plan) permet de déterminer les six modules de cisaillement $G_{12}, G_{21}, G_{23}, G_{32}, G_{13}, G_{31}$

Cette méthode basée sur les efforts aux liaisons à partir d'un déplacement imposé permet par l'utilisation des lois de comportement de déduire les constants élastiques.



(a)



(b)

Figure II.6. Conditions aux limites pour une simulation de traction dans le plan (x, y) .
(a) selon l'axe x , (b) selon l'axe y .

Trois simulations en traction permettent de déterminer les modules d'élasticité et les coefficients de Poisson.

Les relations de comportement en traction sont ceux de l'élasticité linéaire uniaxiale, avec des transformations simples :

$$\sigma_i = E_i \varepsilon_i, \quad \sigma_i = \frac{F_i}{S_i} \quad (\text{II.19})$$

Avec la force de liaison du VER suivant la direction i (déduite à partir du déplacement δU imposé) et S_i est la surface perpendiculaire au déplacement imposé. On appliquant un déplacement δU_i de 1 mm, le code de calcul par éléments finis ANSYS utilisé, nous permet de déterminer les efforts F_i , donc le calcul de E_i . Les déformations, sont

$$\varepsilon_i = \frac{\delta U_i}{l_i} \quad \text{et} \quad \varepsilon_j = \frac{\delta U_j}{l_j} \quad (\text{II.20})$$

Par la suite, les coefficients de Poisson sont déterminés à l'aide de la relation suivante :

$$\nu_{ij} = -\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_i}, \quad i \neq j, \quad \text{avec } i, j = x, y, z. \quad (\text{II.21})$$

II.5.4. Calcul des modules de cisaillements G_{ij} :

De même, la détermination des modules de cisaillements G_{ij} nécessite l'utilisation des lois de comportement élastique. Les simulations de cisaillement sont indispensables à la détermination de G_{ij} , en bloquant les déplacements d'une face et en appliquant un cisaillement sur la face opposée (Figure II.7). La loi de comportement dans le cas d'une sollicitation de cisaillement est :

$$G_{ij} = \frac{\tau_{ij}}{\gamma_{ij}} \quad i \neq j \text{ et } i, j = x, y, z \quad (\text{II.22})$$

Pour la contrainte de cisaillement:

$$\tau_{ij} = \frac{F_i}{S_{ik}} \quad i \neq j \neq k \text{ et } i, j, k = x, y, z \quad (\text{II.23})$$

Et la déformation de cisaillement :

$$\gamma_{ij} = \tan \gamma_{ij} = \frac{\delta u_i}{l_i} \quad i \neq j \quad (\text{II.24})$$

F_i est la réaction des forces aux noeuds.

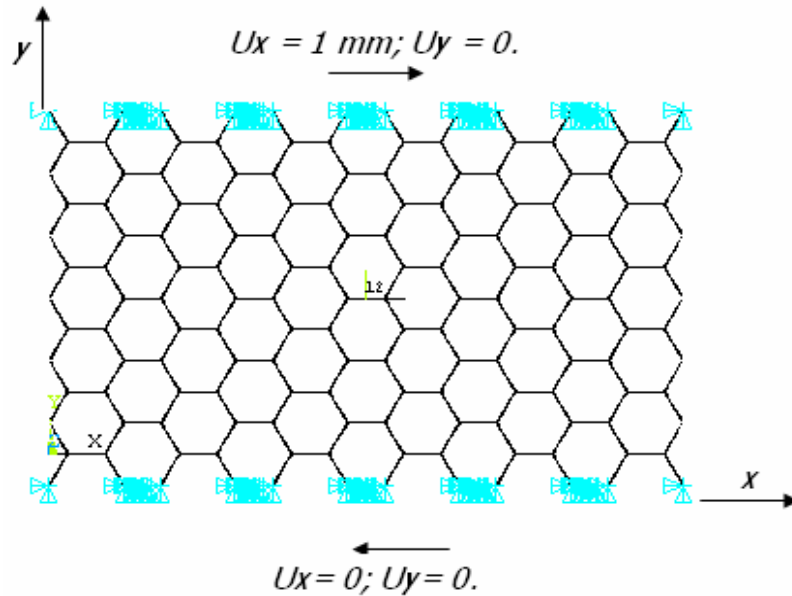


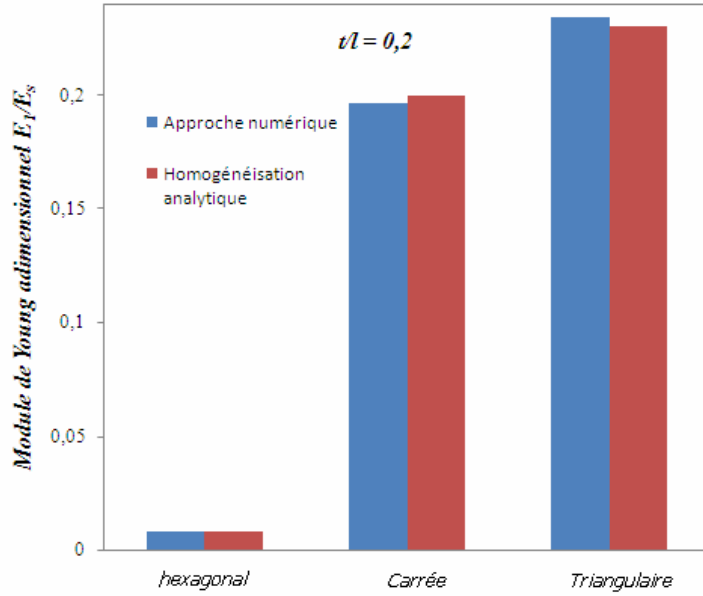
Figure II.7. Principe de test de cisaillement.

II.6. Résultats et discussion

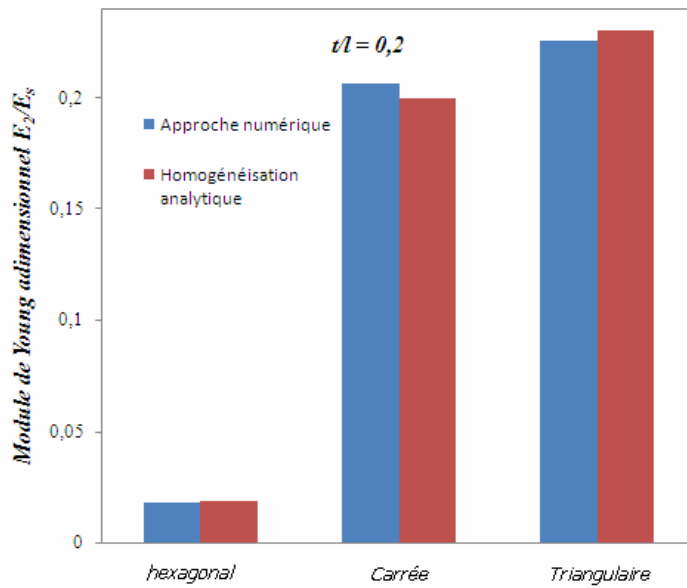
II.6.1. Module d'élasticité E1 et E2

La figure II.8 montre l'influence de l'arrangement géométrique sur les propriétés mécaniques, pour un rapport fixe entre l'épaisseur et longueur de la paroi ($t/l = 0,2$) pour les trois structures régulières carrées, triangulaire ou hexagonale. Sur la figure II.8 la structure à cellules triangulaires est plus raide par 12,5 fois comparons avec une structure à cellules hexagonale. Pour un rapport fixe entre l'épaisseur et la longueur de la paroi, la densité d'un nid d'abeilles triangulaires est trois fois plus grande que celle d'un nid d'abeilles hexagonal. Ce qui démontre bien l'influence de l'arrangement géométrique sur le comportement des matériaux cellulaires. Les résultats pour les deux modules sont calculés par la méthode d'homogénéisation numérique et analytique. L'écart type entre les deux méthodes est de l'ordre 0,00063, 0,0068 et de 0,0049 respectivement pour une structure à cellules hexagonale, triangulaire et carrée.

Ces faibles écarts types démontrent bien la bonne concordance entre les résultats obtenus par la simulation numérique et l'homogénéisation analytique.



(a)



(b)

Figure II.8. Module de Young pour les trois structures régulières pour un rapport fixe entre l'épaisseur et la longueur de la paroi ($t/l = 0,2$). (a) E_1/E_s , (b) E_2/E_s .

Sous l'effet de la traction uniaxial, nous obtenons pour le V.E.R du nid d'abeille la déformée représentée par la figure II.9.

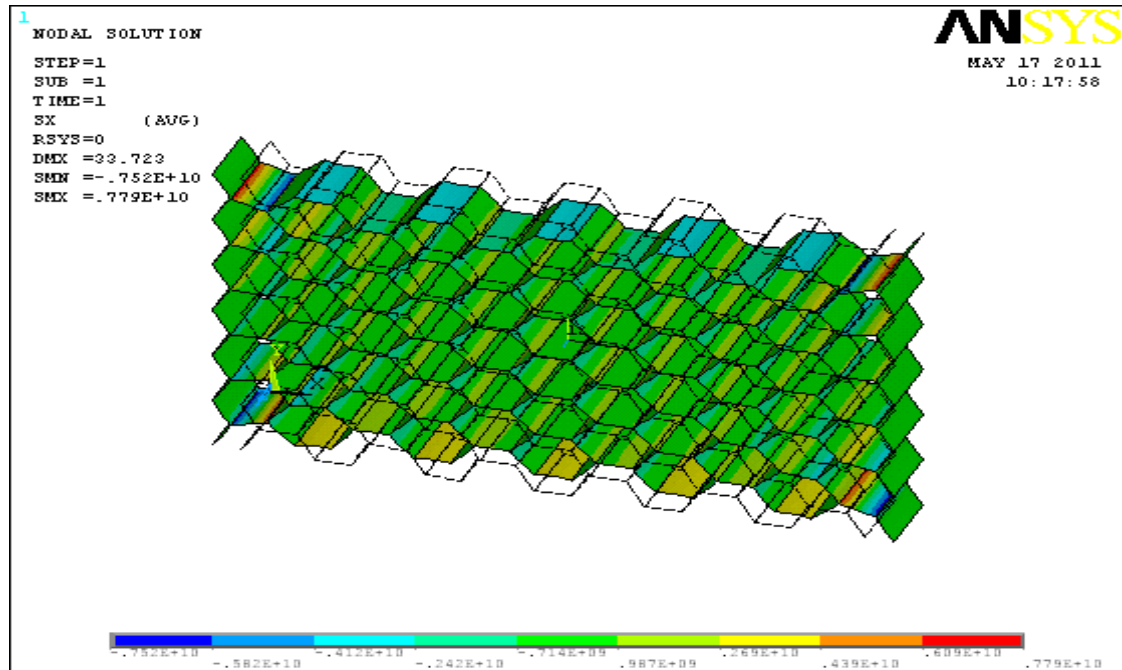


Figure II.9. Distribution du champ de contrainte dans le V.E.R d'une structure à cellules hexagonales (chargement suivant l'axe x)

Le champ de contrainte σ_y pour un nid d'abeille hexagonal sollicité en traction est représenté sur la figure II.10, où l'axe de chargement est y.

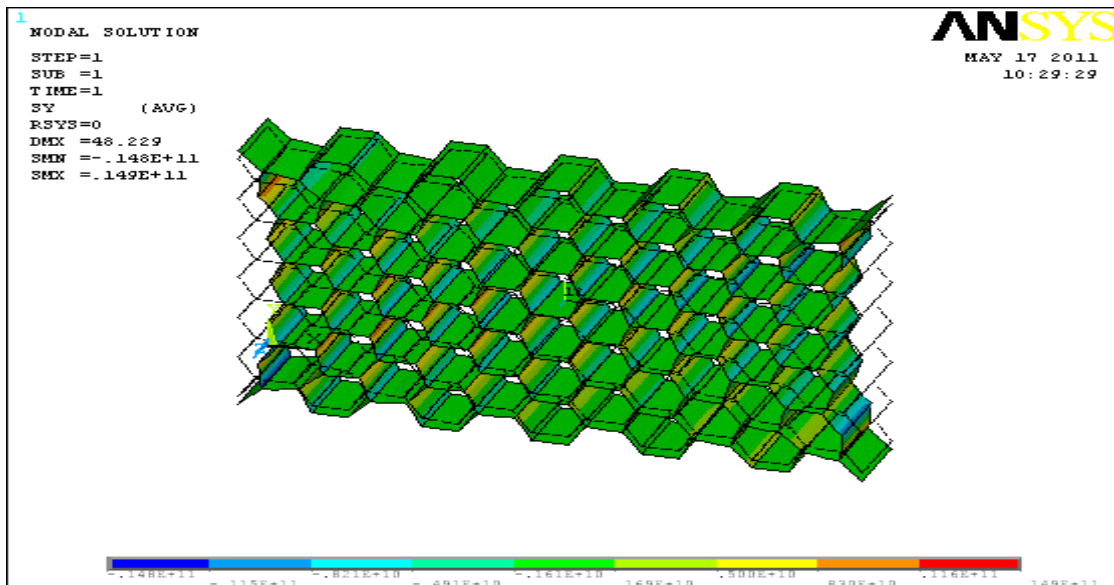


Figure II.10. État de la contrainte σ_y dans le V.E.R d'une structure à cellules hexagonale (l'axe de chargement est y).

II.6.2. Calcul du module d'élasticité E_3

Pour calculer le Module de Young hors plan on peut utiliser la même méthodologie de calcul (conditions aux limites et formulation). Un déplacement suivant l'axe z de 1 mm a été imposé sur la face supérieure, et aussi tous les déplacements sont piqués au niveau de la face inférieure Pour $Z = L_z$, on impose un déplacement suivant Z ($U_z = 1$ mm) pour tous les nœuds allant de $Y = 0$ à $Y = L_y$ et de $X = 0$ à $X = L_x$ (Figure II.11).

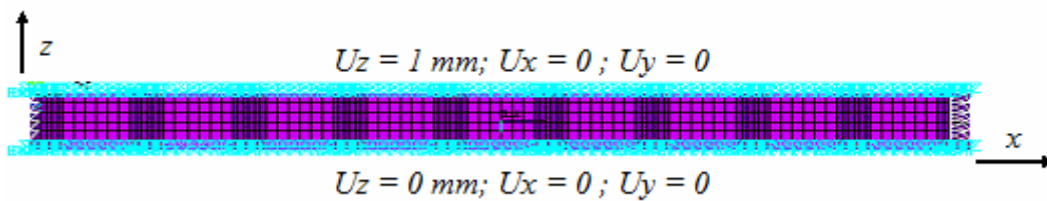


Figure II.11. Conditions aux limites pour une traction suivant la direction Z

Le calcul du module de Young hors plan se fait par l'intermédiaire de la relation suivante :

$$E_3 = \frac{\sigma_z}{\varepsilon_z} \quad (\text{II.24})$$

Sous l'effet de la traction uniaxiale, nous obtenons pour le V.E.R du nid d'abeille la déformée représentée par la figure II.12

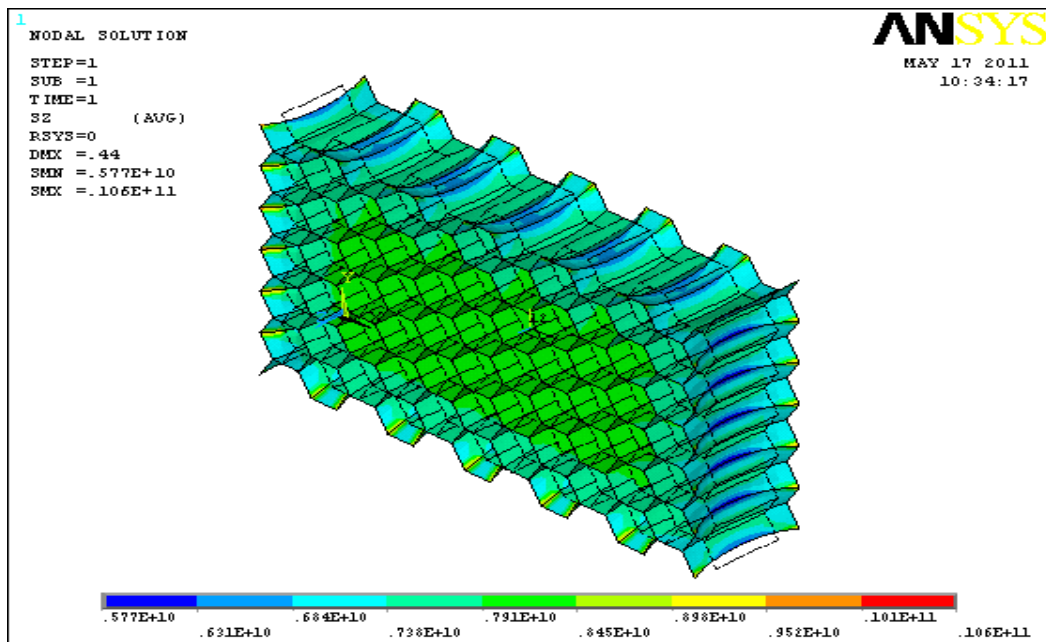


Figure II.12. État de la contrainte dans le V.E.R d'une structure à cellules hexagonales (chargement suivant l'axe z).

II .6.3 Modules de cisaillement G_{12}

La détermination des modules de cisaillement G_{12} est effectuée en imposant un déplacement dans un plan (x, y) . La méthode de détermination des modules consiste à bloquer en translation la face inférieure et on applique un déplacement à la face supérieure du V.E.R .Sous l'effet de la traction uniaxiale, nous obtenons pour le V.E.R du nid d'abeille la déformée représentée par la figure II.13.

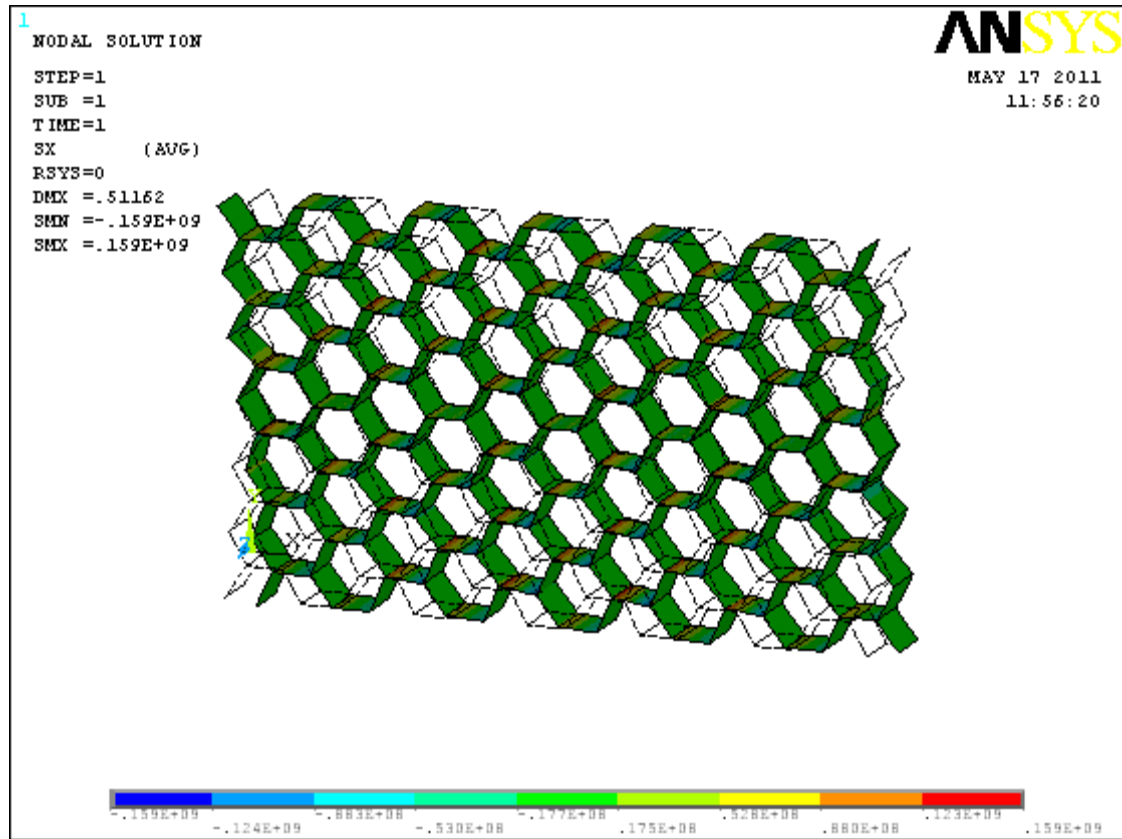


Figure II.13. Effet de cisaillement dans le plan XY

Les figures II.15, II.16 et II.17 représentent respectivement l'évolution des modules de Young sans dimension E_1 , E_2 et E_3 en fonction de la densité relative par la méthode analytique de Gibson et Ashby, comparé à ceux obtenus par l'approche numérique du présent travail. Les résultats obtenus par ANSYS montrent une bonne concordance avec les résultats analytique. L'évolution des modules de Young E_1 , E_2 , en fonction de la densité relative est du type puissance alors que celle de E_3 est de type linéaire. Les évolutions des modules E_1 , E_2 , et E_3 pour les cellules régulières peuvent être déterminé par les formules:

$$E_1 = E_2 = 1.5 E_s \rho^{*3} \quad (\text{II.25})$$

$$E_3 = E_s \rho^{*1} \quad (\text{II.26})$$

$$\rho^* = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{t}{l} \right) \quad (\text{II.27})$$

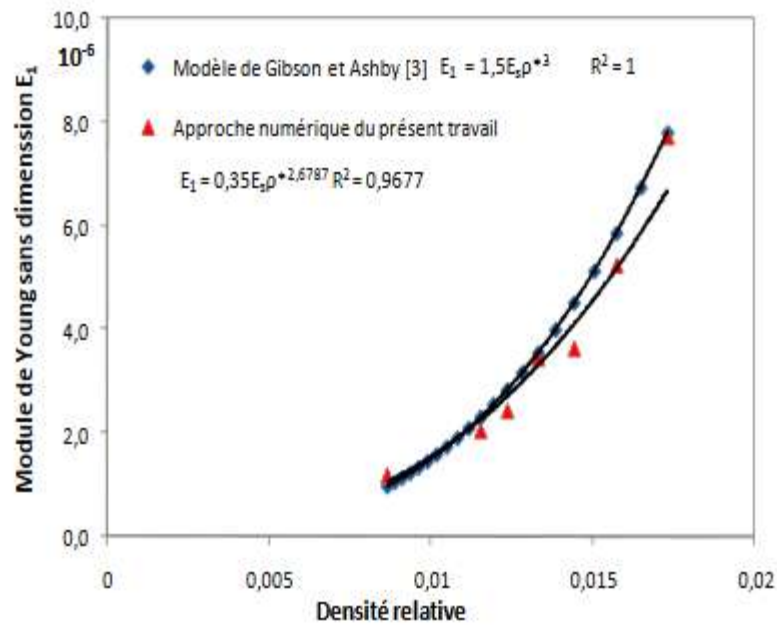


Figure II.14. Évolution du module de Young E_1 en fonction de la densité relative.

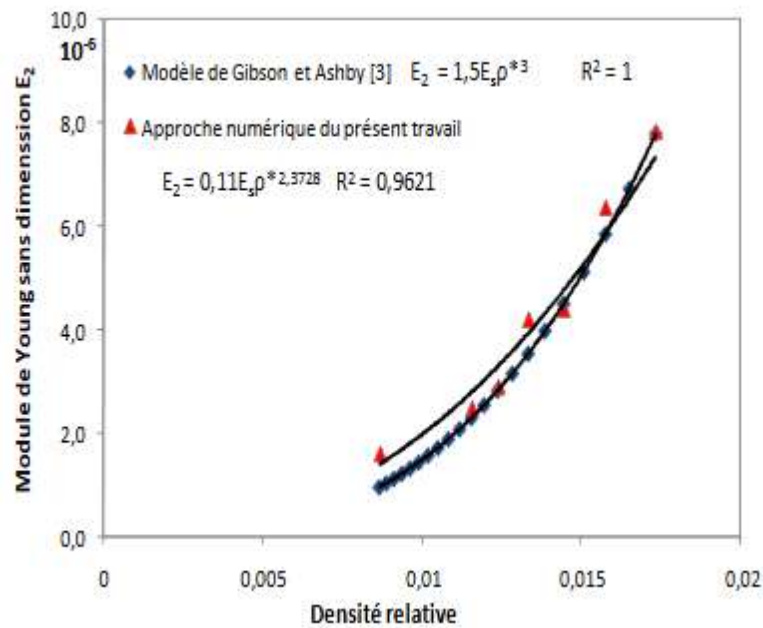


Figure II.15 Évolution du module de Young adimensionnel E_2 en fonction de la densité relative.

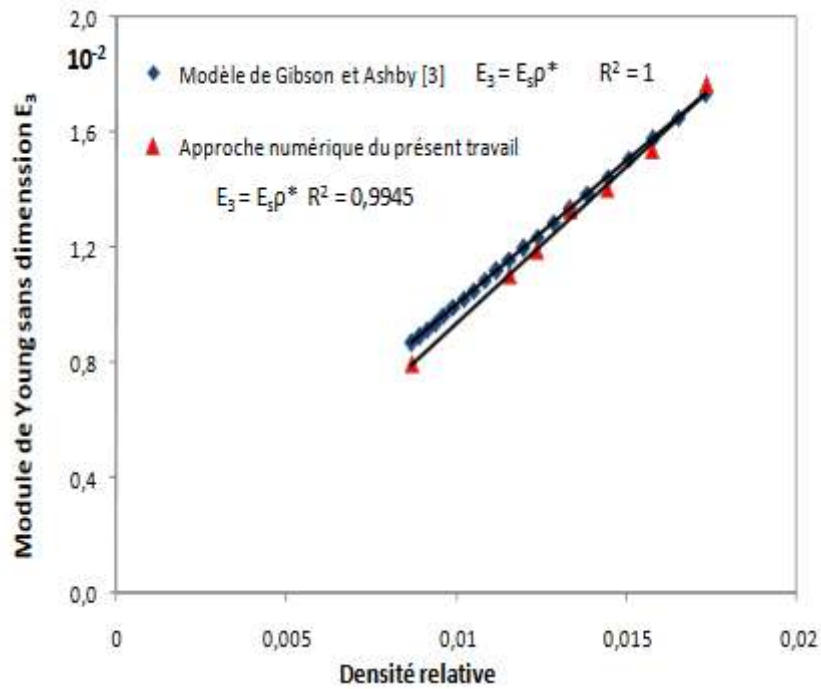


Figure II.16. Évolution du module de Young E_3 en fonction de la densité relative.

L'évolution du module de cisaillement G_{12} en fonction de la densité relative est représentée dans la (figure II.19). Les résultats de l'approche numérique obtenus par le code de calcul des structures ANSYS montrent une bonne concordance avec la modélisation analytique. L'évolution de module de cisaillement G_{12} pour les cellules régulières sans dimension s'effectue selon la formule:

$$G_{12} = 0.375 E_s \rho^{*3} \quad (\text{II.28})$$

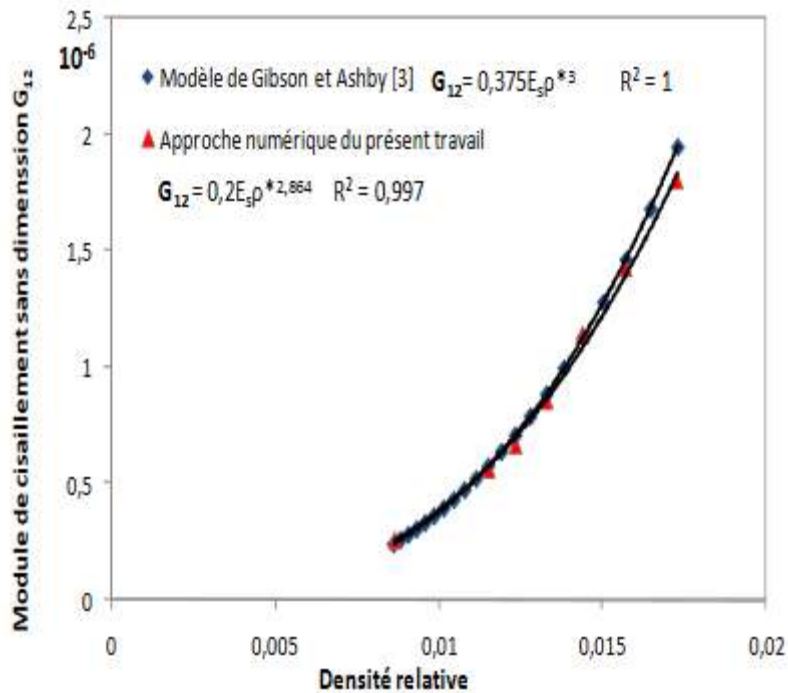
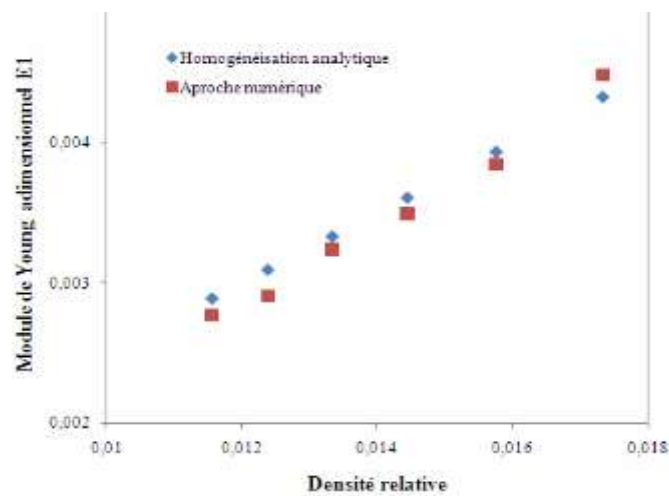


Figure II.17. Évolution du module de cisaillement G_{12} en fonction de la densité relative.

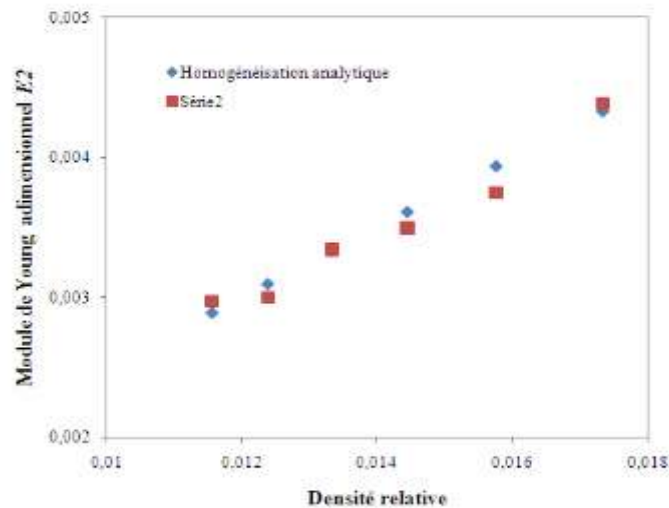
De même, les figures II.18 et II.19 reflètent le comportement des modules de Young adimensionnels pour les structures à cellules carrées et triangulaires en fonction de la densité relative dans le plan. Les résultats obtenus par les deux méthodes d'homogénéisation empirique et numérique avec les mêmes rapports de densité relative montrent que le système de cellules triangulaires a une taille de module plus élevée. Rappelons que par rapport à une structure cellulaire hexagonale, la densité d'une structure cellulaire triangulaire est trois fois plus grande, littéralement si nous utilisons la même densité relative, nous aurions une échelle ligamentaire séparée par trois pour la cellule triangulaire, ce qui contribue à des poutres plus rigides (ligament). Les formules pour les densités relatives de chaque catégorie de structure sont présentées dans le tableau II.2 ci-dessous.

Structure à cellules	Densité relative	Module de Young adimensionnel E/E_s
Hexagonale	$\rho_H = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{t}{l}\right)$	$E_1 = 1.5 E_s \rho_H^3$
Carrée	$\rho_C = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{t}{l}\right)$	$E_1 = E_s \rho_C/4$
Triangulaire	$\rho_T = \frac{6}{\sqrt{3}} \left(\frac{t}{l}\right)$	$E_1 = E_s \rho_T/3$

Tableau II.2. Les principales formulations pour les trois structures à cellules régulières.

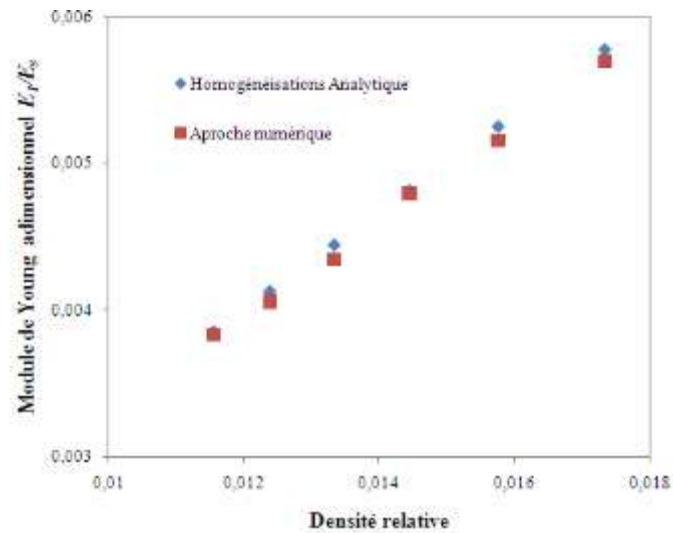


(a)

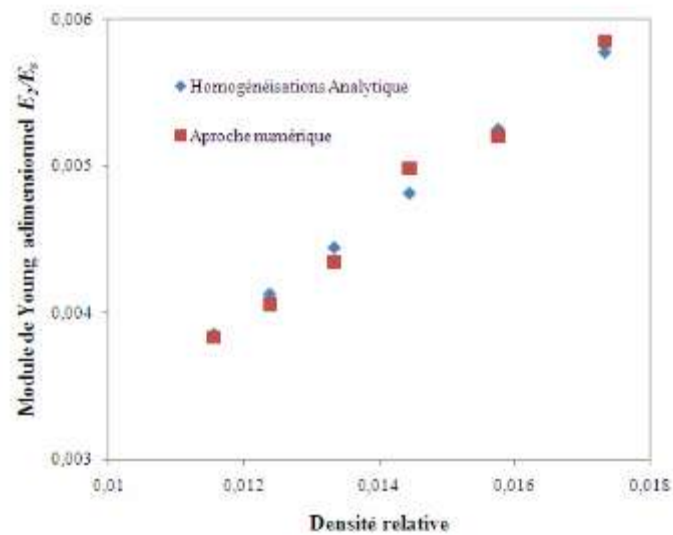


(b)

Figure II.18. Évolution du module de Young adimensionnel en fonction de la densité relative pour une structure à cellules carrées. (a) E_1/E_s , (b) E_2/E_s .



(a)



(b)

Figure II.19. Évolution du module de Young adimensionnel en fonction de la densité relative pour une structure à cellules triangulaires. (a) E_1/E_0 , (b) E_2/E_0 .

II.7. Conclusion

Les nombreuses méthodes de mesure de l'homogénéisation analytique et numérique des nids d'abeilles de formes hexagonales, carrées et triangulaires sont présentées dans ce chapitre. Les résultats obtenus par les deux méthodes analytique par ANSYS et interactive sont d'accord fort pour les différents modules d'élasticité et de cisaillement.

Conclusion Générale :

La thèse abordée dans cette Mémoire concerne l'analyse expérimentale du comportement de flexion statique d'un matériau composite et l'homogénéisation analytique numérique de panneaux sandwichs (nids d'abeilles).

Cette recherche a montré que nous pouvons déterminer son comportement à l'aide de modèles analytiques et numériques pour les modèles composites, analytiques et numériques pour le nid d'abeilles, compte tenu des défis présentés par le nid d'abeille et le composite et La comparaison des résultats de modèle analytique (Gibson et Ashby) avec ceux obtenus par simulation numérique a permis de mieux cerner les valeurs des modules élastiques.

Pour les modules d'élasticité E_1 , E_2 , E_3 , il faut noter que les résultats obtenus par ANSYS sont en fort alignement avec les résultats empiriques, reconnaissant que l'évolution des modules jeunes E_1 , E_2 , en fonction de la densité relative, est de le type de puissance, tandis que celui de E_3 est du type de puissance et du type de linéaire. Les résultats de la méthode de calcul obtenus par le code de mesure des structures ANSYS montrent un fort alignement avec la modélisation théorique en ce qui concerne le module de cisaillement G_{12} .

Références Bibliographiques

- [1] Zinkert D. (The Handbook of Sandwich Construction). Emas publishing. 1997.
- [2] AEROSPATIALE. (Matériaux composites : dans la grande mutation des structures, Plaquette interne). 1986.
- [3] Sezgin FE.(Mechanical behavior and molding of honeycomb laminated fiber/polymer sandwich structures), These de doctorat, Université Urla-Izmir, Turkey.2008
- [4] Bertelot J.-M.(Matériaux Composites, Comportement Mécanique et Analyse des Structures). 3e édition. Edition TEC & DOC, Paris 1999.
- [5] DongaA.(Application of sandwich beam in automobile front bumper from frontal crash analysis). These de doctorat à bachelors of Engineering, JNTU, India 2005
- [6] Zinkert D. (An introduction to sandwich construction), EMAS ltd. UK.1995
- [7] René PINZELLI.(Fibres aramides pour matériaux composites) ,Techniques de l'Ingénieur, traité Plastiques et Composites, A3895
- [8] Timoshenko SP., Coodier JN.(Theory of elasticity),International student edition 1989
- [9] Chemami Abdenacer,(Etude de la Performance des Matériaux Composites Sandwichs - Application en Fatigu), These de doctorat, UNIVERSITE BADJI MOKHTAR – ANNABA (Algeria).2012
- [10] Allen H. G.(Analysis And Design of Structural Sandwich Panels), Pergamon Press, Oxford. 1969.
- [11] Marouene A.(Comportement sous choc des composites sandwichs et influence des paramètres des matériaux et du test),Mémoire de Maîtrise ès sciences appliquées. Université de Montréal,Canada.2010
- [12] BelingardiG., Cavatorta MP.,Duella R. (Material characterization of a composite foam sandwich for the front structure of a high speed train),Composite Structures,61:13-25.2003
- [13] Castanié B.(Contribution à l'étude des structures sandwichs dissymétrique), Thèse de doctorat, Ecole national supérieure de l'aéronautique et de l'espace, Toulouse, France.2000
- [14] Mertani Boubekeur Med Bilel.(Modélisation numérique et expérimentale du comportement des panneaux sandwichs a âme en nids d'abeilles), These de MAGISTER, UNIVERSITE FERHAT ABBAS – SETif (ALGERIE).2011

Références Bibliographiques

- [15] B. Keskes. (Comportement en fatigue des composites sandwichs a âme en nids d'abeilles), Thèse de doctorat UNIVERSITE FERHAT ABBAS – SETIF (ALGERIE), (2007).
- [16] Saidani K.(Analyse des composites sandwiches et qualification de leur intégrité vis-à-vis de la ruine),Thèse de doctorat, Université Tizi-Ouzou.2014
- [17] Lee, S.M. and Tsotsis, T.K. (Indentation Failure Behavior of Honeycomb Sandwich Panels), *Composites Science and Technology*, 60(8): 1147–1159.2000
- [18] DJENANE Abdelmalek.(Élaboration et caractérisation du comportement mécanique de différents composites en nids d'abeilles. Étude expérimentale et numérique-), Thèse de MAGISTER, Université Houari Boumediene ,(ALGERIE).2014
- [19] T.C.Radette, A. Charon and R.Vodicka. (Environmental Degradation of Honeycomb sandwich Structure), Airframes and Engines Division Aeronautical and Maritime research Laboratory.
- [20] LAURIN Frédéric.(Introduction générale sur les matériaux composites. Retour sur innovation), Edition Onera, 2011, 82p.
- [21] Schmitt Y.(Approches rhéologiques et mécaniques des matériaux composites à fibres courtes) Thèse de l'université de Metz, 1999.
- [22] Timoshenko S.P.(Résistance des Matériaux). Dunod, Paris, Tome 1, 1968.
- [23] Magnus B.(Fatigue Crack Initiation and Propagation in Sandwich Structures) Ph.D thesis Department of Aeronautics Division of Lightweight Structures Stockholm Sweden, 1998.
- [24] Pierre LHUISSIER .Laurent LASZCZYK.(Caractérisation desstructures sandwich).m5815. Techniques de l'Ingénieur 2012
- [25] V.crupi,R.Montanini . (Aluminium foam sandwiches collapse modes under static and dynamic three point bending) *International Journal of Impact Engineering*, pp1-12.2005
- [26] Kelsey S, Gellatly RA, Clark BW., *Aircraft Engng*, 30 (3) : 249-308, 1958
- [27] Natacha Buannic, Patrice Cartraud, Tanguy Quesnel(Homogenization of corrugated core sandwich panels), *J Composite Structures* V: 59 ;(2003) pp: 299–312.
- [28] B. Lascoup, Z. Aboura, K. Khellil, M. Benzeggagh(Homogenization of the core layer in stitched sandwich structures)*JComposites Science and Technology* V:70 (2010); pp:350–355.

- [29] X. James Ren, Vadim V. Silberschmidt (Numerical modelling of lowdensity cellular materials) *J Computational Materials Science* V: 43 (2008) pp: 65–74.
- [29] Ahmed Abbadi, Y. Koutsawa, A. Carmasol, S. Belouettar, Z. Azari (Experimental and numerical characterization of honeycomb sandwich composite panels) *J Simulation Modelling Practice and Theory* (2009).
- [30] J. Berthelot, Matériaux composites (Comportement mécanique et analyse des Structures) 5e éd., Paris: Lavoisier, (2012).
- [31] L.J. Gibson, M.F. Ashby, G.S. Schajer, C.I. Roberston, (The mechanics of two dimensional cellular materials), *Proc. R. Soc. Lond.*, **A382**, 25. (1982)