

# **Solution analytique et numérique de la vibration des plaques composites croisées**

<sup>1</sup>L. BOUYAYA, <sup>2</sup>F. MILI, <sup>3</sup>A. Lekrine

<sup>1,3</sup>Département Génie Mécanique, Faculté des Sciences de l'Ingénieur, Université 20 août **Skikda**

Email : Lbouyaya@yahoo.fr

<sup>2</sup>Département Génie Mécanique, Faculté des Sciences de l'Ingénieur, Université Mentouri **Constantine**

Email : mifa25000@yahoo.fr

## ***Résumé***

L'utilisation des matériaux composites dans les différentes industries automobile, navale, aérospatiale, ainsi que dans l'industrie du bâtiment, devient de plus en plus fréquente. Ceci est dû aux avantages appréciables qu'ils présentent, notamment leur légèreté et leur résistance. Cependant, leur emploi nécessite une maîtrise de leur comportement mécanique plus particulièrement dans le domaine des vibrations. Cette maîtrise repose sur la connaissance de leurs caractéristiques dynamiques c'est-à-dire la détermination de leurs fréquences et modes propres.

Dans les années cinquante, des ingénieurs de l'industrie aéronautique ont développé d'ingénieuses méthodes d'analyse qui étaient applicables pour le calcul de structures idéalisées. Le calcul matriciel a joué un rôle important dans ces méthodes et son importance n'a cessé de croître avec le développement toujours plus grand de l'informatique. Au milieu des années cinquante, le besoin d'améliorer ces méthodes donna naissance à la méthode des éléments finis qui, bien qu'elle n'était utilisée au départ qu'en aéronautique, s'est rapidement répandue dans des applications en mécanique des solides.

Le principe de cette méthode réside dans la division d'un modèle complexe en un nombre déterminé de régions plus simples qu'on appelle éléments. Ce processus de subdivision en éléments est appelé discrétisation. Il existe pour chaque élément des points de référence sur lesquels sont effectués tous les calculs qu'on appelle des nœuds. Dans le cas des propriétés

lastiques des matériaux, c'est sur ces nœuds que sont appliquées les forces et calculés les déplacements (Dawe, 1984).

La généralisation des relations entre les forces et les déplacements est la partie la plus importante de la méthode des éléments finis. Si des relations adéquates peuvent être tabliées, il est possible d'assembler les éléments pour satisfaire les conditions d'équilibre d'un objet. Ce processus nous amène une série d'équations algébriques simultanées qui, une fois résolues, donnent le déplacement des nœuds de chaque élément en fonction des forces qui ont été appliquées.

Parmi les travaux réalisés dans ce sens nous pouvons citer titre d'exemple, les articles de [Dessai et al. 03], [Srinivas et al. 70], [Zou et al. 03], [Noor et al. 90], [Chen et al. 91] et [Fan et al. 90]. [Lim and Liew 96],[Lee and Han 01] , [Carrera 91], [Reddy 79], [Sinha and Rath 75], [Noor and Burton 90], [Bert and Chen 78], [Reddy and Phan 85], [Kant and Mallikarjuna 89].

Cet article présente la méthode des éléments finis et son utilisation dans la modélisation des propriétés physiques lastiques. Les éléments finis développés ici sont basés sur la théorie linéaire du premier ordre (théorie de Reissner/Mindlin), de forme quadrilatérale à 4 nœuds et 6 ddl/nœud.

Pour notre part ce travail porte sur l'étude des vibrations transversales des plaques composites, constituées de couches orthotropes, réparties symétriquement par rapport à l'axe neutre, cas fréquemment rencontré en pratique. L'objectif étant d'aboutir à des relations de comportement permettant ainsi d'obtenir une solution simple et rapide au problème de calcul des fréquences propres des plaques multicouches. Les équations du mouvement libre non amorti sont tabliées et les fréquences propres de vibration sont alors déterminées en tenant compte des différentes conditions aux limites.

D'autre part, des simulations ont été réalisées à l'aide d'un logiciel de calcul (ANSYS 11) est mis en place. Pour chaque pli on introduit les modules de Young, les modules de cisaillement, la masse volumique, le coefficient de Poisson, la hauteur du pli ainsi que la hauteur totale. Une fois ces paramètres déterminés, les résultats de ces deux approches sont comparés et discutés.

Les solutions obtenues sont celles d'une plaque d'empilement  $(0, 90)^\circ$ . Les différentes vérifications effectuées montrent une bonne corrélation entre les valeurs calculées à partir du modèle utilisé et celles obtenues à partir de Ansys et d'autres modèles trouvés dans la littérature.

*Mots clés* : fréquence propre ; élément fini ; plaque croisée ; Ansys

## Nomenclature

$u, v, w$  Déplacement respectivement dans les directions  $x, y$  et  $z$

$a, b$  Respectivement, longueur et largeur de la plaque

$h$  Epaisseur de la plaque composite

$h_p$  Epaisseur d'un pli

$\theta_k$  Orientation du  $k$ ème pli

$z_k$

$E_1, E_2$  Module d'Young des plis unidirectionnels qui constituent le matériau respectivement dans la direction de  $x$  et de  $y$

$G_{12}$  Module de cisaillement des plis unidirectionnels

$\nu_{12}, \nu_{21}$  Coefficients de Poisson des plis unidirectionnels qui constituent le matériau de support

$\rho_s$  Masse volumique du matériau de support

$N_x$  Effort tranchant dans la direction de  $x$  par unité de longueur suivant la direction de  $y$

$N_y$  Effort tranchant dans la direction de  $y$  par unité de longueur suivant la direction de  $x$

$N_{xy}$  Cisaillement de membrane par unité de longueur suivant la direction de  $x$

$M_x$  Moment fléchissant d'axe  $x$  dû aux contraintes suivant  $y$  par unité de longueur dans la direction de  $x$

$M_y$  Moment fléchissant d'axe  $y$  dû aux contraintes suivant  $x$  par unité de longueur dans la direction de  $y$

$[A]$  Matrice de rigidité

$[B]$  Matrice de couplage membrane-flexion-torsion

$[D]$  Matrice de rigidité en flexion

$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_{xy}$  Déformation respectivement selon  $x, y$  et  $xy$

$\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$  Courbures respectivement dans les directions de  $x, y$  et perpendiculaire au plan  $xy$

$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  Contrainte respectivement selon  $x, y$  et  $xy$