

Université Kasdi Merbah Ouargla

Faculté des Nouvelles Technologies de l'Information et de la
Communication

Département d'Electronique et Des Télécommunications



MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Science et Technologie

Filière : Electronique

Spécialité : Systèmes de Télécommunications

Présenté par : BASSOU Chahrazed et BEN SAADI Ilham

Thème

***ETUDE D'UNE ANTENNE RECTANGULAIRE
AVEC UN GAP D'AIR***

Devant le jury composé de:

M. Mekimah Boualem	MAA	Président	UKM Ouargla
M ^{me} .LOUAZENE Hassiba	M.A.A	Examinatrice	UKM Ouargla
M.CHEBBARA Fouad	M.C. A	Encadreur	UKM Ouargla

Année Universitaire : 2019-2020

Remerciements

Ce travail a été effectué au département d'électronique de Ouargla, dans le cadre du projet de fine d'étude intitulé "Etude d'une antenne rectangulaire avec gap d'air" dirigé par Professeur "CHEBBARA. F"

D'abord, nous remercions Dieu le tout puissant. C'est grâce à lui que nous avons eu la foi et la force pour accomplir ce travail.

Nous tenons à remercier tout particulièrement Professeur "CHEBBARA. F" pour m'avoir confié un sujet si intéressant, touchant le domaine des micro-ondes. Nous lui suis extrêmement reconnaissant pour l'aide, les encouragements et les conseils qu'il nous sans cesse prodigués. Qu'il trouve, ici, l'expression de notre profond respect et notre sincère gratitude.

Nous remercions tout particulièrement les membres de jury qui ont accepté de lire et de juger notre travail, ainsi que tous les enseignants qui ont contribué a notre formation.

On tient à remercier tous ceux qui nous ont aidés de prêt ou de loin même pour un simple conseil.



Résumé

Dans ce travail, nous étudions les effets de l'épaisseur, la permittivité du substrat et du gap d'air sur la fréquence de résonance complexe et la bande passante d'une antenne microbande rectangulaire. Le calcul de la fréquence de résonance complexe est basé sur une méthode intégrale utilisant la fonction tensorielle spectrale de Green et la méthode des moments / procédure de Galerkin comme outil de résolution. Les fonctions issues du modèle de la cavité sont choisies comme des fonctions de base. Des résultats numériques concernant l'effet de l'épaisseur et de la constante diélectrique du substrat et du gap d'air sur la fréquence de résonance complexe et la bande passante de l'antenne sont présentés.

Mots clés : antenne microbande rectangulaire, gap d'air, méthode des moments, procédure de Galerkin, tenseur de Green.

Abstract

In this work, we studied the effects of thickness, substrate permittivity and air gap on the complex resonant frequency and bandwidth of a rectangular microstrip antenna. The calculation of the complex resonant frequency is based on an integral method using Green's spectral tensor function and the method of moments / Galerkin procedure as a solving tool. Functions from the cavity model as a basic function. Numerical results regarding the effect of substrate thickness and dielectric constant and air gap on complex resonant frequency and antenna bandwidth are presented.

Keywords: rectangular microstrip antenna, air gap, method of moments, Galerkin's precede, Green tensor.

المخلص :

في هذا العمل ، درسنا تأثيرات السماكة وسماحية الركيزة وفجوة الهواء على تردد الرنين المعقد وعرض النطاق الترددي لهوائي microstrip المستطيل. يعتمد حساب تردد الرنين المعقد على طريقة متكاملة باستخدام وظيفة موتر الطيف لجريين وطريقة اللحظات / إجراء Galerkin كأداة حل. وظائف من نموذج التجويف كوظيفة أساسية. تم عرض النتائج العددية المتعلقة بتأثير سماكة الركيزة وثابت العزل الكهربائي وفجوة الهواء على تردد الرنين المعقد وعرض نطاق الهوائي .

الكلمات المفتاحية: هوائي ميكروستريب مستطيل ، فجوة هوائية ، طريقة اللحظات ، مسبقة جاليركين ، موتر أخضر.

Table des matières

Remerciements	I
Résumés	II
Tables des matières	III
Liste des Figures.....	V
Liste des tableaux	VI
Liste d'abréviations	VII
Introduction générale.....	2

Chapitre I : Généralités sur les antennes microbandes

I.1.Historique sur les antennes microbandes.....	5
I.2.Description d'une antenne microbande.....	6
I.3.Types d'antenne microbande.....	7
I.3.1.Les antennes microbandes à onde progressive.....	7
I.3.2.Les antennes microbandes à fente.....	7
I.3.3.Les antennes microbandes plaquées.....	8
I.4.Avantages et inconvénients majeurs.....	9
I.5.Domaine d'utilisation.....	10
I.6.Méthodes d'analyse des antennes planaires.....	11
I.6.1.Méthodes analytiques simples.....	11
I.6.2.Méthodes d'analyse rigoureuses.....	12
I.7.Conclusion.....	13

Chapitre II : Formulation du problème de l'antenne rectangulaire avec un gap d'air

II.1.Introduction.....	15
II.2.Formulation théorique du problème de la fonction de Green.	15
II.3.Détermination du tenseur de Green pour une antenne microbande rectangulaire avec un gap d'air.....	23
II.4.Equation intégrale du champ électrique.....	28
II.5.Résolution de l'équation intégrale par la méthode des moments.....	29
II.6.Calcul de la fréquence de résonance et la bande passante.....	31

II.7.Choix des fonctions de base dans la procédure de Galerkin.....	32
II.8.Conclusion.....	41

Chapitre III : Discussion des résultats numériques obtenus

III.1.Introduction.....	34
III.2.Résultats numériques et discussion.....	34
III.2.1. Effet de l'épaisseur et de la permittivité du substrat.....	39
III.2.2.Effet du gap d'air.....	40
III.3.Explication physique des résultats obtenus.....	43
III.4.Conclusion.....	45

Conclusion générale

Conclusion générale.....	45
--------------------------	----

Bibliographie

Bibliographie.....	51
--------------------	----

Annexes

Annex A.....	53
Annex B.....	54
Annex C.....	57

Liste des figures

Figure I.1: Structure d'une antenne micro-ruban.....	6
Figure I.2 : Antennes à ondes progressives.....	7
Figure I.3 : Antennes à fentes.....	8
Figure I.4 : Différentes formes d'antennes Micro rubans.....	8
Figure I.5 : Réseaux d'antennes patch.....	9
Figure II.1 : Géométrie d'une antenne microbande rectangulaire avec gap d'air.....	15
Figure II.2 : Représentation d'une couche j.....	20
Figure II.3 : Représentation simplifiée de la structure étudiée.....	23
Figure III.1 : Partie réelle de la fréquence de résonance complexe en fonction de l'épaisseur du substrat ; $a=5\text{cm}$, $b=4\text{cm}$, $\epsilon_r=2.35$, $d_1=0$	35
Figure III.2 : Partie imaginaire de la fréquence de résonance complexe en fonction de l'épaisseur du substrat ; pour le cas de la Figure (IV.1).....	36
Figure III.3 : Bande passante de l'antenne en fonction de l'épaisseur du substrat pour le cas de la Figure (4.1).....	36
Figure III.4 : Partie réelle de la fréquence de résonance complexe en fonction de l'épaisseur du substrat pour différentes constantes diélectriques $\epsilon_r=2.35,4$ et 6 , $a=1.\text{cm}$, $b=0.5\text{cm}$, $d_1=0$	37
Figure III.5 : Partie imaginaire de la fréquence de résonance complexe en fonction de l'épaisseur du substrat pour différentes constantes diélectriques pour le cas de la Figure(III.4).....	38
Figure III.6 : Bande passante de l'antenne en fonction de l'épaisseur du substrat pour différentes constantes diélectrique ; pour le cas de la Figure(III.4).....	38
Figure III.7 : Partie réelle de la fréquence de résonance complexe en fonction de la séparation d'air d_1 ; $a=1.\text{cm}$, $b=0.5\text{cm}$, $d_2=0.5\text{mm}$	41
Figure III.8 : Partie imaginaire de la fréquence de résonance en fonction de la séparation d'air d_1 pour différentes constantes diélectrique.....	42
Figure III.9 : Bande passante en fonction de la séparation d'air d_1 pour différentes constantes diélectrique; $a=1.\text{cm}$, $b=0.5\text{cm}$, $d_2=0.5\text{mm}$	42
Figure III.10 : permittivité relative équivalente en fonction de la séparation d'air d_1 pour différentes constantes diélectrique; $a=1.\text{cm}$, $b=0.5\text{cm}$, $d_2=0.5\text{mm}$	43

Liste des tables

Tableau I-1 : Quelques domaines d'applications des antennes imprimées et leurs largeurs de bandes.....	11
---	----

Liste d'abréviations

CPS: Coplanar Strip

CPW: Coplanar Waveguide.

DCS : Digital Cellular System.

FEM : Méthode des Eléments Finis.

GPS : Global Positioning Système.

GSM : Global Système for Mobile.

MLT : Modèle de la Ligne de Transmission.

TE : Transverse Electric.

TLM : Transmission Line Matrix Méthode.

TM : Transverse Magnétique.

UMTS : Universel Mobile Télécommunication Système.

WLAN: Wireless Local Area Network.

Introduction Générale

Introduction générale

De nos jours, les antennes microbandes ont été largement utilisées durant les dernières années à cause de leurs bonnes caractéristiques ; elles sont faciles à intégrer, minces, légères, à faible coût, conformes,etc. Mais leurs performances électriques souffrent de sérieux inconvénients y compris : la bande passante étroite, pertes dues à l'alimentation, une haute polarisation croisée et une faible capacité de supporter les puissances [1].

Plusieurs méthodes et modèles sont proposés pour analyser les antennes à microruban, ces derniers peuvent classés en deux groupes : Le première groupe rassemble les méthodes intuitives simples. Ces méthodes sont basées sur certaines suppositions physiques qui aboutissent généralement à des formules simples. Le deuxième groupe contient les méthodes d'analyses rigoureuses. Ces méthodes sont basées sur le problème aux frontières des grandeurs électroniques. Elles sont fondées sur la base de formalismes mathématiques complexes, et ne peuvent conduire à des résultats exploitables que par le biais d'une résolution numériques.[2]

Les effets des différents paramètres d'une antenne microbande rectangulaire avec et sans gap d'air sur la fréquence de résonance complexe et la bande passante sont étudiés. Dans ce travail la théorie s'appuie sur une méthode intégrale utilisant la fonction tensorielle spectrale de Green et la méthode des moments comme outils de résolution.

Ce mémoire stréperte en trois chapitres, un annexe et une bibliographie, et la simulation est fait sur MATLAB.

Chapitre I :

On donnera un aperçu historique sur les antennes microbandes. La description, les avantages et les inconvénients de ces antennes ainsi que leurs domaines d'utilisation seront rappelés. On présentera aussi les méthodes d'analyse des antennes planaires.

Introduction générale

Chapitre II :

Dans ce chapitre on va calculer le tenseur spectral de Green de l'antenne microbande rectangulaire avec un gap d'air avec technique très efficace qui utilise les transformées de Fourier bidimensionnelles dans le cas d'une antenne microbande rectangulaire avec un gap d'air. La fréquence de résonance complexe est calculée en termes d'une équation intégrale, en utilisant la méthode de Galerkin pour résoudre cette équation. Les fonctions sinusoïdales issues du modèle de la cavité seront choisies comme fonctions de base. La bande passante et le facteur de qualité seront aisément calculés.

Chapitre III :

Dans ce chapitre, les effets des différents paramètres d'une antenne microbande avec et sans gap d'air sur la fréquence de résonance complexe et la bande passante seront présentés. Finalement, une explication physique des résultats obtenus sera donnée.

Le mémoire sera clos par une conclusion générale qui résumera l'ensemble du travail effectué tout en donnant les perspectives susceptibles de compléter le présent travail.

- Pour plus de clarté du thème traité et améliorer le contenu du mémoire, une annexe ainsi qu'une liste de référence bibliographique seront ajoutées à la fin de ce manuscrit pour aider le lecteur à bien s'en servir.

Chapitre I

Généralités sur les antennes

microbandes

I.1. Introduction

Le développement des télécommunications spatiales, les contrôles et les commandes à distance, ont fait apparaître la nécessité croissante de réaliser des dispositifs micro-ondes peu coûteux et peu encombrants, faisant appel à une technologie simple et économique. Les systèmes micro-ondes à structure micro ruban ont été à l'origine du développement des antennes imprimées (antennes plaques ou antennes patch) qui sont le plus souvent utilisées en réseaux afin d'améliorer leurs performances et de permettre la réalisation de fonctions très particulières. [3]

Dans ce chapitre nous présentons en premier lieu la description de la structure simplifiée des antennes imprimées (antennes patches), leurs avantages et inconvénients, en suite on se penche sur les différents types d'alimentation et les méthodes d'analyse de ces antennes et on clôture le chapitre par bref aperçu de leurs domaines d'application.

I.2. Historique sur les antennes microbandes.

Le concept des antennes micro rubans fut initialement proposé en 1953 par Deschamps aux Etats Unis d'Amérique et en France par Guttan et Baissimot en 1955 [4]. Un peu plus tard le phénomène de rayonnement provenant des discontinuités dans les strip-lines fût observé et étudié par Lewin en 1960 [4].

Au début des années 70, Byron décrit une piste rayonnante conductrice gravée sur un substrat diélectrique ($\epsilon_r < 10$) et repose sur un plan de masse [5].

Par la suite, les caractéristiques des patches micro-ruban rectangulaires furent publiées par Howell. De son côté, Weinschel, développa plusieurs géométries de patches micro-ruban pour l'usage en réseau cylindrique [6]. Les travaux additionnels sur les éléments basiques du micro-ruban furent publiés en 1975. Le travail de Nunson dans le développement des antennes micro rubans a montré que celui-ci était un concept pratique s'étalant à d'autres problèmes relatifs à d'autres systèmes d'antennes.

Le modèle mathématique d'un micro-ruban basique fut initialement réalisé à travers l'application de l'analogie avec les lignes de transmission pour patches rectangulaires simples. Le diagramme de rayonnement d'un patch circulaire fut analysé et le résultat publié par Corver. La première analyse mathématique d'une grande variété de patches de micro-ruban fut publiée en 1977 par Lo et Al. A la fin des années 70, les antennes micro-ruban sont devenues plus connues et

utilisées dans divers systèmes de communications. De nos jours, elles sont très utilisées dans les appareils téléphoniques, les ordinateurs portables, les systèmes embarqués (missiles, fusées, satellites, etc.....).

I.3. Description d'une antenne microbande.

Comme montré, dans la figure figure I.1, la configuration de base d'une antenne microbande, communément appelée antenne patch, est une ligne microbande de forme particulière. Elle se compose d'un plan de masse et d'un substrat diélectrique dont la surface porte un ou plusieurs éléments métalliques : [7],[8]

- a. **Le plan de masse (ground plane) :** est une surface conductrice (cuivre) recouvrant la partie inférieure du substrat. Elle permet de faire rayonner ,la partie supérieure.
- b. **Un substrat diélectrique (dielectric substrat) :** composé d'un matériau isolant, d'épaisseur généralement faible devant la longueur d'onde et de permittivité relative ($2,2 < \epsilon_r < 12$). Il est utilisé pour augmenter la puissance rayonnée par l'antenne et réduire les pertes par effet de joule et amélioré la bande passante de l'antenne. Parfois, il est préférable d'utiliser des substrats diélectriques d'épaisseur importante et de faible permittivité pour avoir une grande efficacité et une large bande passante.
- c. **L'élément rayonnant (patch) :** est une partie métallique de forme et de taille à définir selon l'application, à géométrie variable (circulaire, rectangulaire, triangulaire ...etc.). Il doit être relié au reste du circuit par une ligne de transmission (micro-ruban) qui doit être adaptée d'impédance à l'antenne et au reste du circuit afin d'éviter le phénomène de réflexion. [8]

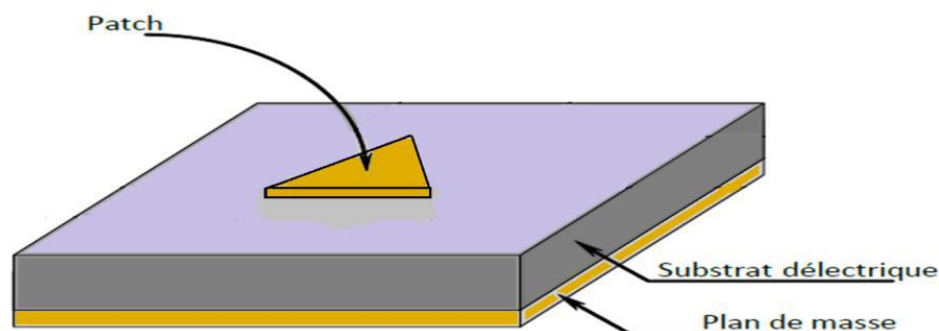


Figure. I. 1: Structure d'une antenne micro-ruban.

Dans la pratique, le rectangle et le disque représentent les formes de l'élément

rayonnant les plus utilisées. Il est constitué d'une partie conductrice qui va rayonner. La forme et les dimensions conditionnent la fréquence de fonctionnement de l'antenne.

I.4.Types d'antenne microbande.

Les antennes microbandes peuvent être classées en trois catégories principalement liées à leur mécanisme de fonctionnement [8],[9]:

I.4.1.Les antennes microbandes à onde progressive.

L'élément rayonnant est un ruban conducteur sur lequel la répartition du courant est due à la propagation d'une onde électromagnétique le long de la structure. De l'ordre de quelques longueurs d'onde, l'extrémité est fermée sur une charge adaptée «Figure I.2» évitant tout phénomène d'ondes stationnaires en supprimant quasiment les réflexions à l'extrémité de l'antenne. Ces antennes fonctionnent dans des bandes passantes plus larges que celles des antennes résonantes. Par contre, leur lobe de rayonnement varie en fonction de la fréquence.

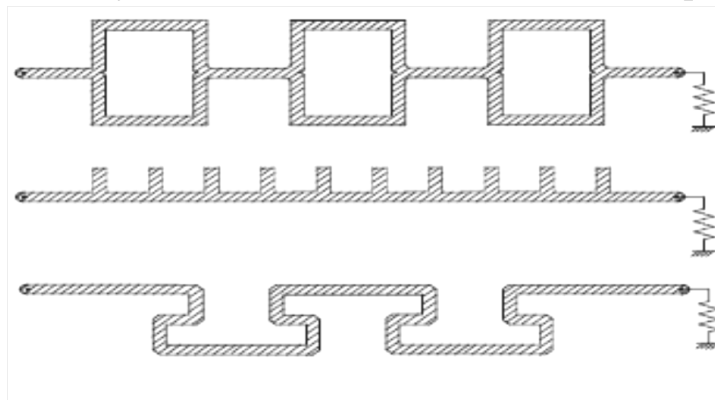


Figure. I.2 : Antennes à ondes progressives

I.4.2.Les antennes microbandes à fente.

Les fentes rayonnantes (antennes résonantes) dont l'ouverture généralement rectangulaire ou circulaire est pratiquée dans un plan conducteur et alimentée par une ligne micro ruban «Figure I.3».

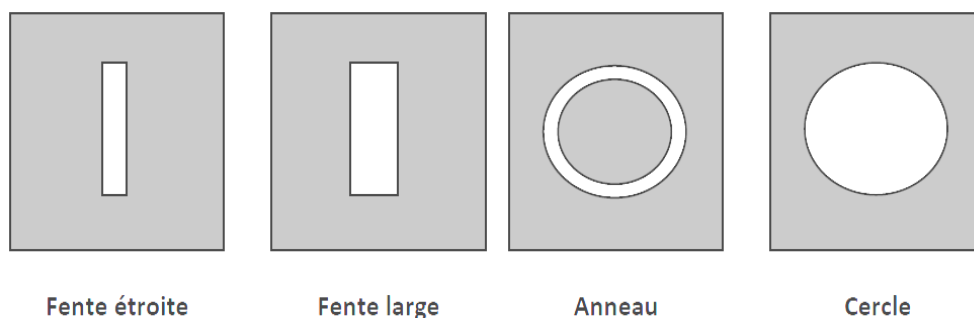


Figure. I.3 : Antennes à fentes

I.4.3. Les antennes microbandes plaquées.

L'élément rayonnant peut être rectangulaire, carré, circulaire ou simplement un dipôle «Figure I.4». Ces formes sont les plus courantes car elles présentent une grande facilité d'analyse et de fabrication, mais également un diagramme de rayonnement très intéressant, car présentant une faible composante croisée. Les dipôles micro ruban ont la particularité de présenter une large bande passante et d'occuper très peu d'espace, ce qui les rend particulièrement adaptés à la réalisation des réseaux d'antennes.

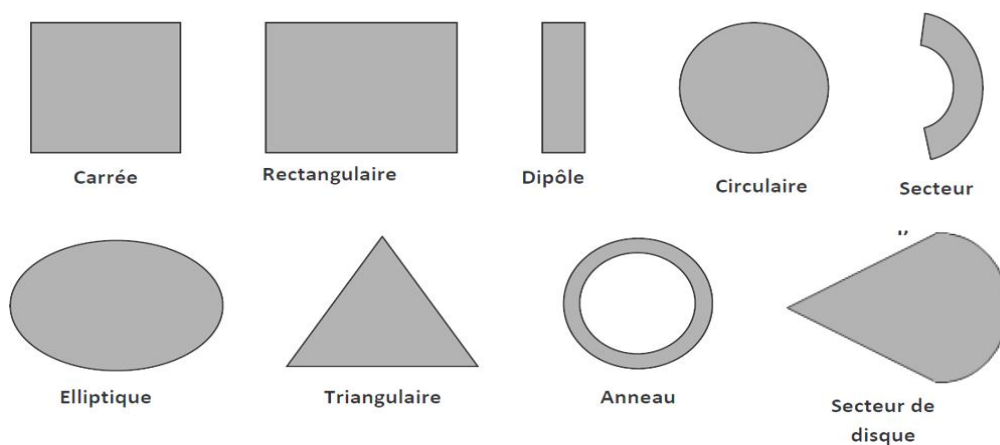


Figure. I.4 : Différentes formes d'antennes Micro rubans

Les polarisations linéaire et circulaire peuvent être obtenues avec un seul élément ou avec un réseau d'éléments. Les réseaux d'antennes Micro ruban avec une ou plusieurs alimentations peuvent être utilisés pour introduire des possibilités de sondage par l'obtention d'une plus grande directivité. Les antennes plaquées sont souvent utilisées en réseaux.

✓ *Les antennes réseaux*

Les performances des antennes plaquées, notamment le gain et la directivité, peuvent être améliorées en intégrant plusieurs patchs résonateurs sur un même substrat pour former une antenne réseau «Figure I.5» [8].

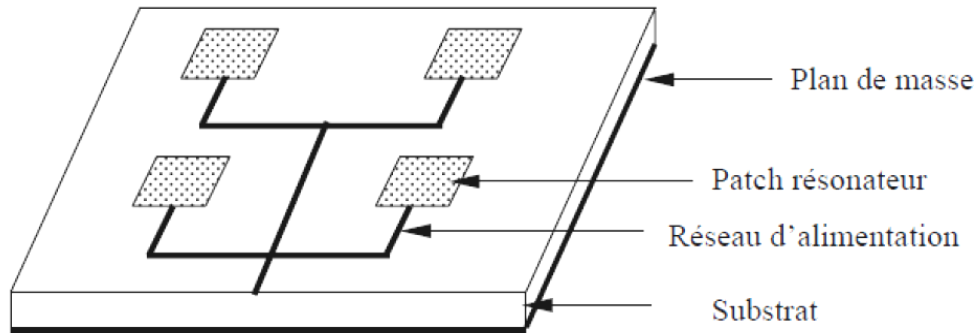


Figure. I.5 : Réseaux d'antennes patch

Les antennes réseaux ont suscités beaucoup d'intérêt depuis une vingtaine d'années pour diverses raisons :

- ✓ la possibilité d'obtenir des gains très importants (30 à 40 dB) et des polarisations rectilignes ou circulaires;
- ✓ les faibles dimensions des éléments rayonnants et leur simplicité de réalisation;
- ✓ la possibilité d'imprimer les éléments rayonnants sur des surfaces planes ou conformes, facilement intégrable, par exemple, au fuselage d'un avion ou d'une fusée.

Cependant, les antennes réseaux présentent quelques imperfections dues essentiellement aux raisons suivantes :

- ✓ les pertes de l'énergie électromagnétique dans les lignes de transmission reliant les différents résonateurs influents sur l'efficacité de l'antenne ;
- ✓ la bande passante de l'antenne, tout comme celle d'un résonateur isolé, est faible ;
- ✓ le couplage mutuel entre les résonateurs est atténué en maintenant une distance suffisamment grande entre les résonateurs ce qui entraîne une surface d'antenne importante.

I.5. Avantages et inconvénients majeurs

Actuellement, les antennes micro rubans sont largement utilisées, leurs applications couvrent un large domaine de fréquence 100 MHz à 100 GHz, leur configuration et dimensions favorisent leurs intégrations sur de nombreux mobiles (avion, voiture, missile,).

On peut donc exploiter tous les avantages de la technologie des circuits imprimés. Celles-ci présentent alors de nombreux avantages par rapport aux antennes conventionnelles [8],[9],[10]:

I.5.1 Avantage des antennes imprimées

- Un faible poids.
- Une faible épaisseur.
- Un coût réduit dans le cas d'une réalisation en grande série.
- Elles peuvent être polarisées linéairement ou circulairement (droite ou gauche) par simple changement de la position d'alimentation.
- Possibilité d'intégration des éléments actifs, directement sur le même substrat (oscillateurs, amplificateurs, modulateurs....)
- Un encombrement réduit (conditions d'utilisation sur les systèmes embarqués) et compatibilité aisée.
- En raison de leur faible coût et encombrement, on peut facilement les associer en réseau afin d'améliorer leur gain.
- la facilité de mise en réseau.
- le fonctionnement dans deux ou trois bandes de fréquences.

I.5.2 Inconvénients des antennes imprimées

Toutefois, comme rien n'est jamais parfait, nous pouvons citer quelques inconvénients. [7],[8],[9]

- Bande passante très étroite.
- Faible gain dû aux pertes et faible rendement dû à la concentration des champs sur les parois métalliques.
- Effet de couplage parasite entre les éléments (excitation d'ondes de surface guidées)
- Rayonnement parasite de l'alimentation.
- Puissance supportable plus faible vis à vis aux antennes classiques.
- Pureté de polarisation difficile à obtenir.
- un manque d'agilité de fréquences.

I.6. Domaines d'utilisation

Les demandes des antennes imprimées sont au loin très nombreuses, de l'électronique grand public aux systèmes technologiques de pointe. Les antennes imprimées sont utilisées dans :

1. La télémétrie des missiles.
2. Les contrôles et les commandes à distance.
3. Les radars.
4. Les Réseaux mobiles (GSM 900, DCS 1800, UMTS,...).

5. Réseaux sans fils : (WLAN, BLUETOOTH, WIFI, ...).

6 .Les communications spatiales (GPS).

Plusieurs systèmes complexes comme les radars de poursuite ont été miniaturisés à partir de la taille réduite des antennes planaires[9],[10],[11].

Quelques domaines d'applications des antennes imprimées et leurs largeurs de bandes :

Applications	Frequences
GPS	1575MHz et 1227MHz
Système de communication personnel	1.875-1.99 GHz et 2.18-2.20 GHz
GSM	980-915 MHz et 935-960 MHz
Réseaux locaux sans fils	2.40-2.48 GHz et 5.4 GHz
Satellite de radiodiffusion	11.7-12.5 GHz
Radar de poursuite	60 GHz et 77GHz

Tableau I.1 : Quelques domaines d'applications des antennes imprimées et leurs largeurs de bandes

I.7.Méthodes d'analyse des antennes planaires

Les antennes imprimées, habituellement constituées d'un élément rayonnant imprimé sur un substrat de faible permittivité, sont spécialement analysées par les méthodes dédiées aux circuits planaires. Ces méthodes peuvent être classées en deux grandes catégories :

- a. les méthodes analytiques simples, telles que le modèle de la ligne de transmission et le modèle de la cavité.
- b. les méthodes numériques rigoureuses, telles que la méthode des moments, la méthode des éléments finis et la méthode des différences finies.

I.7.1.Méthodes analytiques simples

Ces méthodes, dont les plus employées sont le modèle de la ligne de transmission et le modèle de la cavité, sont fondées sur la distribution du courant magnétique autour du patch.

I.7.1.1 Modèle de la ligne de transmission

Le modèle de la ligne de transmissions (MLT) est le plus employé pour l'analyse et la conception des antennes micro ruban. Initialement, dans sa forme originale, la méthode MLT ne s'appliquait que pour les antennes micro ruban

rectangulaires planaires.

Elle a ensuite été développée et allongée à d'autres structures. Le patch rectangulaire est considéré comme deux fentes rayonnantes parallèles, espacées par une distance égale à la longueur du patch et perpendiculaires au parcours dominant du courant sur le patch.

Ce modèle offre un bon aperçu physique, mais moins de certitude. Dans cette méthode, les principaux paramètres de la ligne sont l'impédance caractéristique et la constante de propagation effective.

I.7.1.2 Modèle de la cavité

Le modèle de la cavité offre la simplicité et la visibilité physique dans l'analyse des antennes micro rubans. Une antenne imprimée peut être assimilée à une cavité fermée par deux murs électriques (le plan de masse et l'élément rayonnant) et quatre murs magnétiques verticaux. Une longueur et une largeur effective sont introduites pour prendre en compte les débordements des lignes des champs sur les bords de l'élément rayonnant.

Les champs à l'intérieur de la cavité peuvent être exprimés en fonction de modes discrets satisfaisant individuellement des conditions aux limites appropriées. Une fois ces champs connus, le champ rayonné, la puissance totale et l'impédance d'entrée seront alors déduits. Ce modèle n'est valide que pour des substrats électriquement minces et modélise difficilement le couplage.

I.7.2 Méthodes numériques rigoureuses

Les techniques numériques sont basées sur la détermination de la distribution du courant sur la surface de l'élément conducteur et le plan de masse, dans le domaine fréquentiel ou temporel. Les plus utilisées en électromagnétisme sont:

- ✓ méthode variationnelle : les éléments finis.
- ✓ méthodes différentielles : différences finies et TLM.
- ✓ La méthode intégrale : méthode des moments est l'objet nécessaire de notre étude.

I.7.2.1 La méthode des éléments finis (FEM)

C'est une méthode numérique très utilisée. Dans cette méthode, la région de propagation est divisée en un nombre fini, généralement grand, de sous-domaines de formes triangulaires et le champ électromagnétique est représenté par un polynôme. On impose à toutes les interfaces entre les différents éléments, les relations de continuité, en employant une formulation variationnelle du champ électromagnétique par minimisation de celle-ci en différents points appelés points nodaux. On aboutit à la résolution d'un système d'équations aux

valeurs propres qui sont celles du champ électromagnétique. Le problème des valeurs propres est résolu par des techniques standard de l'analyse numérique.

I.7.2.2 La méthode des différences finies :

La méthode des différences finies dans le domaine temporel F.D.T.D (*Finite Difference Time Domain*) est une approche numérique permettant la résolution des équations différentielles dans le domaine temporel dans une structure uniformément maillée. La méthode consiste à approcher les dérivées ponctuelles spatiales et temporelles qui apparaissent dans les équations de Maxwell par des différences finies centrées. Les composantes des champs électrique et magnétique sont décalées d'une demi-cellule spatiale et calculées d'une manière alternative et itérative, à des multiples pairs et impairs du demi-pas temporel. Cette technique à l'avantage de permettre une caractérisation dans une large bande de fréquence d'une structure en une seule simulation, les paramètres de propagation et l'impédance caractéristique peuvent être déterminés en appliquant la transformée de Fourier.

I.7.2.3 La méthode des moments (MOM) :

Dans les antennes microbandes, la technique de résolution la plus efficace est l'application de la méthode des moments. Cette méthode opère dans le domaine spectral, et elle est qualifiée comme étant rigoureuse. Cette procédure de résolution consiste à trouver le zéro du déterminant de la matrice impédance. La caractéristique de cette méthode est son indépendance de la source d'excitation [3]. Mais malgré ses avantages cette méthode souffre de quelque inconvénient :

- Le temps de calcul qui est important.
- La précision exigée pour déterminer les éléments de la matrice impédance.
- L'existence des solutions parasites.

I.8. Conclusion

La technologie microbande en général, et les antennes microbandes en particulier connaissent un succès croissant auprès des industriels et des professionnels de télécommunication, qu'elle soit spatial ou terrestre. Il est nécessaires de bien définir l'intégralité des paramètres des antennes, afin de prévoir son comportement avant même la réalisation d'une part, et de s'assurer qu'elle se conformera aux exigences des systèmes d'autre part.

Ce chapitre est une révision rapide sur des généralités environ antennes imprimées, on a présenté une description générale des antennes microbandes, ainsi que les différentes méthodes d'analyse utilisées dans ce domaine, les avantages, les inconvénients et leurs applications.

Chapitre II

Formulation du problème de
l'antenne rectangulaire avec un
gap d'air

II.1.Introduction.

Dans ce chapitre on va calculer le tenseur spectral de Green de l'antenne microbande rectangulaire avec un gap d'air avec une technique très efficace qui utilise les transformées de Fourier bidimensionnelles. La fréquence de résonance complexe sera calculée en termes d'une équation intégrale, en utilisant la méthode de Galerkin pour résoudre cette équation. Les fonctions sinusoidales issues du modèle de la cavité seront choisies comme fonctions de base. La bande passante et le facteur de qualité seront aisément calculés.

La géométrie de la structure à étudier avec le système d'axes considéré est représentée par la «figure II.1» ci-dessous. La plaque rayonnante est localisée au dessus de deux substrats diélectriques : le premier, d'épaisseur d_1 et de permittivité relative ϵ_1 , le deuxième d'épaisseur d_2 et de permittivité ϵ_2 , le tout imprimé sur un plan de masse considéré infini et parfaitement conducteur.

Tous les milieux sont supposés non magnétiques, c'est-à-dire qu'ils ont une perméabilité égale à μ_0 .

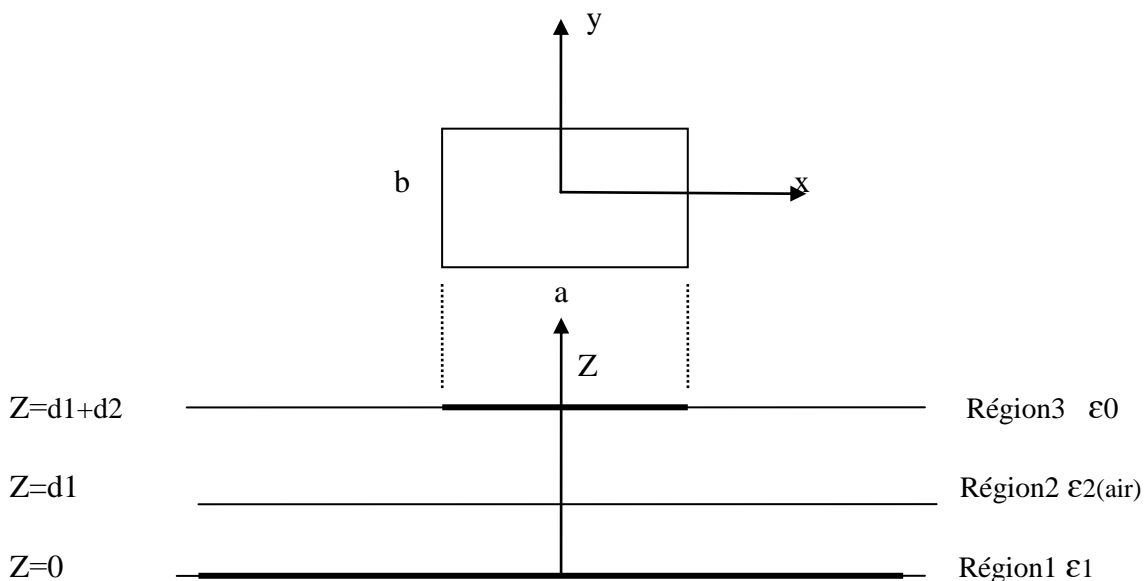


Figure. II.1 : Géométrie d'une antenne microbande rectangulaire avec gap d'air

II.2.Formulation théorique du problème de la fonction de Green.

Considérant une onde électromagnétique qui se propage dans une région loin des sources ($\rho=0, j=0$). La dépendance temporelle est en $e^{-j\omega t}$ (régime harmonique). Les équations de Maxwell s'écrivent:

$$\bar{\nabla} \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} = -i\omega\mu\bar{H} \quad (\text{II.1})$$

$$\bar{\nabla} \times \bar{H} = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = i\omega\varepsilon\bar{E} \quad (\text{II.2})$$

Avec:

\bar{E} : le champ électrique.

\bar{H} = le champ magnétique.

ω : la pulsation.

\bar{D} : le champ d'induction électrique.

\bar{B} : le champ d'induction magnétique.

ε : la permittivité.

μ : la perméabilité.

Maintenant nous allons écrire les équations de Maxwell dans le domaine spectral (domaine de Fourier).

Soit $\bar{A}(x,y,z)$ un vecteur quelconque, la transformée de Fourier bidimensionnelle est définie par:

$$\tilde{\bar{A}}(k_x, k_y, z) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \bar{A}(x, y, z) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy$$

$$\bar{A}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\bar{A}}(k_x, k_y, z) e^{+i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y$$

Avec:

\bar{A} : un vecteur dans le domaine spatial.

$\tilde{\bar{A}}$: la transformée de Fourier bidimensionnelle de \bar{A} .

$$\bar{\nabla} \times \bar{E} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \bar{i} \left(\frac{\partial}{\partial y} E_z - \frac{\partial}{\partial z} E_y \right) - \bar{j} \left(\frac{\partial}{\partial x} E_z - \frac{\partial}{\partial z} E_x \right) + \bar{k} \left(\frac{\partial}{\partial x} E_y - \frac{\partial}{\partial y} E_x \right)$$

$$\text{En utilisant les propriétés:} \begin{cases} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) = i k_x \cdot \tilde{f} \\ \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right) = i k_y \cdot \tilde{f} \end{cases}$$

$$(\bar{\nabla} \times \bar{E}) = \bar{i} \left(i k_y \cdot \tilde{E}_z - \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_y \right) - \bar{j} \left(i k_x \cdot \tilde{E}_z - \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_x \right) + \bar{k} (i k_x \tilde{E}_y - i k_y \cdot \tilde{E}_x)$$

$$= \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ ik_x & ik_y & \frac{\partial}{\partial z} \\ \widetilde{E}_x & \widetilde{E}_y & \widetilde{E}_z \end{vmatrix}$$

$$= \widetilde{\nabla} \times \widetilde{E}$$

Avec:

$$\widetilde{\nabla} = ik_x \bar{i} + ik_y \bar{j} + \frac{\partial}{\partial z} \bar{k} \quad (II.3)$$

Les équations (II.1) et (II.2) dans le domaine spectral s'écrivent:

$$\widetilde{\nabla} \times \widetilde{E} = -i\omega\mu\widetilde{H} \quad (II.4)$$

$$\widetilde{\nabla} \times \widetilde{H} = i\omega\varepsilon\widetilde{E} \quad (II.5)$$

A partir des équations (II.4) et (II.5) ; qui sont les équations de Maxwell dans le domaine spectral, nous allons écrire l'équation de propagation.

Soit $\bar{A}, \bar{B},$ et \bar{C} trois vecteurs quelconques:

$$\bar{A} \times (\bar{B} \times \bar{C}) = \bar{B}(\bar{A} \cdot \bar{C}) - (\bar{A} \cdot \bar{B}) \cdot \bar{C}$$

$$\widetilde{\nabla} \times (\widetilde{\nabla} \times \widetilde{E}) = \widetilde{\nabla} \cdot (\widetilde{\nabla} \cdot \widetilde{E}) - (\widetilde{\nabla} \cdot \widetilde{\nabla}) \cdot \widetilde{E}$$

$$\text{On soit que } \bar{\nabla} \cdot \bar{E} = 0 \Rightarrow \widetilde{\nabla} \cdot \widetilde{E} = 0$$

$$(II.4) \Rightarrow \widetilde{\nabla}^2 \cdot \widetilde{E} - i\omega\mu(\widetilde{\nabla} \times \widetilde{H}) = \bar{0}$$

$$(II.5) \Rightarrow \widetilde{\nabla}^2 \cdot \widetilde{E} + \omega^2\varepsilon\mu\widetilde{E} = \bar{0}$$

Avec : $\widetilde{\nabla}^2 = \widetilde{\Delta}$ est le laplacien.

$$\text{A partir de l'équation (II.3) nous avons: } \widetilde{\nabla}^2 = -(k_x^2 + k_y^2) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

L'équation de propagation s'écrit donc :

$$\frac{\partial^2 \widetilde{E}}{\partial z^2} + k_z^2 \widetilde{E} = \bar{0} \quad (II.6)$$

Avec:

$$k_z^2 = k^2 - (k_x^2 + k_y^2) \quad (II.7)$$

$$k^2 = \omega^2\varepsilon\mu$$

Nous allons a présent déterminer les composantes transversales en fonction des composant longitudinales (E_z, H_z).

$$(1) \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial}{\partial y} E_z - \frac{\partial}{\partial z} E_y = -i\omega\mu H_x & (II.8.a) \\ \frac{\partial}{\partial z} E_x - \frac{\partial}{\partial x} E_z = -i\omega\mu H_y & (II.8.b) \\ \frac{\partial}{\partial x} E_y - \frac{\partial}{\partial y} E_x = -i\omega\mu H_z & (II.8.c) \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial}{\partial y} H_z - \frac{\partial}{\partial z} H_y = i\omega\varepsilon E_x & (II.9.a) \\ \frac{\partial}{\partial z} H_x - \frac{\partial}{\partial x} H_z = i\omega\varepsilon E_y & (II.9.b) \\ \frac{\partial}{\partial x} H_y - \frac{\partial}{\partial y} H_x = i\omega\varepsilon E_z & (II.9.c) \end{cases}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \times (II.8.b) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_x - \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} E_z = -i\omega\mu \frac{\partial}{\partial z} H_y$$

$$(II.9.a) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_x - \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} E_z = -i\omega\mu \left(\frac{\partial}{\partial y} H_z - i\omega\varepsilon E_x \right)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) E_x = \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} E_z - i\omega\mu \frac{\partial}{\partial y} H_z \quad (II.10.a)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \times (II.8.a) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} E_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_y = -i\omega\mu \frac{\partial}{\partial z} H_x$$

$$(II.9.b) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} E_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_y = -i\omega\mu \left(\frac{\partial}{\partial x} H_z + i\omega\varepsilon E_y \right)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) E_y = \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} E_z + i\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (II.10.b)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \times (II.9.b) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_x - \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} H_z = i\omega\varepsilon \frac{\partial}{\partial z} E_y$$

$$(II.8.a) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_x - \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} H_z = i\omega\varepsilon \left(\frac{\partial}{\partial y} E_z + i\omega\mu H_x \right)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) H_x = \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} H_z + i\omega\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (II.11.a)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \times (II.9.a) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} H_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_y = i\omega\varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial z}$$

$$(II.8.b) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} H_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_y = i\omega\varepsilon \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - i\omega\mu H_y \right)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) H_y = \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} H_z - i\omega\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (II.11.b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) E_x = \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} E_z - i\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial y} \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) E_y = \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} E_z + i\omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) H_x = \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} H_z + i\omega\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial y} \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) H_y = \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} H_z - i\omega\varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial x} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (II.10.a) \\ (II.10.b) \\ (II.11.a) \\ (II.11.b) \end{array}$$

Tenant compte de l'équation de propagation (II.6) $\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} = -k_z^2 \right)$

Les équations (II.10.a),(II.10.b), (II.11.a)et (II.11.b) dans le domaine spectral s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \widetilde{E}_x = \frac{ik_x}{k_s^2} \frac{\partial}{\partial z} \widetilde{E}_z + \frac{\omega\mu k_y}{k_s^2} \widetilde{H}_z \\ \widetilde{E}_y = \frac{ik_y}{k_s^2} \frac{\partial}{\partial z} \widetilde{E}_z - \frac{\omega\mu k_x}{k_s^2} \widetilde{H}_z \\ \widetilde{H}_x = \frac{ik_x}{k_s^2} \frac{\partial}{\partial z} \widetilde{H}_z - \frac{\omega\varepsilon k_y}{k_s^2} \widetilde{E}_z \\ \widetilde{H}_y = \frac{ik_y}{k_s^2} \frac{\partial}{\partial z} \widetilde{H}_z + \frac{\omega\varepsilon k_x}{k_s^2} \widetilde{E}_z \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (II.12.a) \\ (II.12.b) \\ (II.13.a) \\ (II.13.b) \end{array}$$

Avec:

$$k_s^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad (II.14)$$

A partir de (III.12.a) et (III.12.b) on peut écrire :

$$\widetilde{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} \widetilde{E}_x \\ \widetilde{E}_y \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e^e \\ e^h \end{bmatrix} \quad (II.15)$$

A partir de (III.13.a) et (III.13.b) on peut écrire :

$$\widetilde{\mathbf{H}} = \begin{bmatrix} \widetilde{H}_y \\ -\widetilde{H}_x \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h^e \\ h^h \end{bmatrix} \quad (II.16)$$

Les composantes \mathbf{e} et \mathbf{h} dans (II.15) et (II.16) dénotent les ondes TM et TE respectivement

$$\bar{\mathbf{e}} = \begin{bmatrix} e^e \\ e^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{i}{k_s} \frac{\partial \widetilde{E}_z}{\partial z} \\ \frac{\omega\mu}{k_s} \widetilde{H}_z \end{bmatrix} \quad (II.17)$$

$$\bar{h} = \begin{bmatrix} h^e \\ h^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon}{k_s} \tilde{E}_z \\ i \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (II.18)$$

A partir de l'équation de propagation (II.6) la forme générale de \tilde{E}_z et \tilde{H}_z est :

$$\tilde{E}_z = A_1 e^{-i k_z \cdot z} + B_1 e^{+i k_z \cdot z} \quad (II.19.a)$$

$$\tilde{H}_z = A_2 e^{-i k_z \cdot z} + B_2 e^{+i k_z \cdot z} \quad (II.19.b)$$

En remplaçant par (II.19.a) et (II.19.b) dans (II.17) et (II.18). [Annexe A]

$$\bar{e}(k_s, z) = \bar{A} e^{-i k_z \cdot z} + \bar{B} e^{i k_z \cdot z} \quad (II.20)$$

$$\bar{h}(k_s, z) = \bar{g}(k_s) \cdot [\bar{A} e^{-i k_z \cdot z} - \bar{B} e^{i k_z \cdot z}] \quad (II.21)$$

Dans les équation (II.20) et (II.21) $\bar{A}(2 \times 1)$ et $\bar{B}(2 \times 1)$, sont deux vecteur inconnus, et:

$$\bar{g}(k_s) = \text{diag}[g^e(k_s), g^h(k_s)] = \text{diag} \left[\frac{\omega \varepsilon}{k_z}, \frac{k_z}{\omega \mu} \right] \quad (II.22)$$

Considérant maintenant que la région au l'onde ne propage est limitée entre les deux plans Z_{j-1} et Z_j «figure II.2».

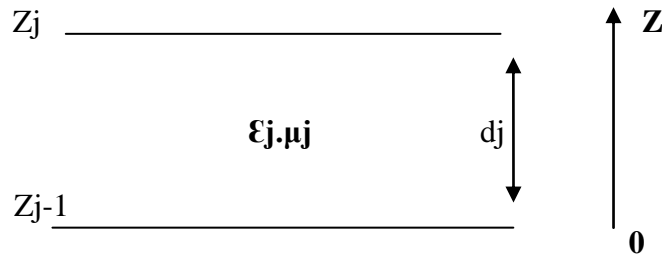


Figure II.2 : Représentation d'une couche j

En écrivant les équations (II.20) et (II.21) dans le plan $Z = Z_{j-1}$ puis dans le plan $Z = Z_j$ et par élimination des inconnus \bar{A} et \bar{B} , une relation liant les composantes \bar{e} et \bar{h} sur les deux interfaces de la couche est obtenue.

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_j^-) \\ \bar{h}_j(k_s, z_j^-) \end{bmatrix} = \bar{T}_j \begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_{j-1}^+) \\ \bar{h}_j(k_s, z_{j-1}^+) \end{bmatrix} \quad (II.23)$$

$$\bar{T}_j = \begin{bmatrix} \bar{T}_j^{11} & \bar{T}_j^{12} \\ \bar{T}_j^{21} & \bar{T}_j^{22} \end{bmatrix} \quad [\text{Annex B}]$$

$$\begin{aligned} \bar{T}_j^{11} &= \bar{T}_j^{22} \\ &= \begin{bmatrix} \cos(k_{zj} \cdot d_j) & 0 \\ 0 & \cos(k_{zj} \cdot d_j) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (II.24.a)$$

$$\begin{aligned} \bar{T}_j^{12} &= -i \sin(k_{zj} \cdot d_j) \bar{g}_g^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} -i \frac{k_{zj}}{\omega \epsilon_j} \sin(k_{zj} \cdot d_j) & 0 \\ 0 & -i \frac{\omega \mu_j}{k_{zj}} \sin(k_{zj} \cdot d_j) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (II.24.b)$$

$$\begin{aligned} \bar{T}_j^{21} &= -i \sin(k_{zj} \cdot d_j) \bar{g}_j \\ &= \begin{bmatrix} -i \frac{\omega \epsilon_j}{k_{zj}} \sin(k_{zj} \cdot d_j) & 0 \\ 0 & -i \frac{k_{zj}}{\omega \mu_j} \sin(k_{zj} \cdot d_j) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (II.24.c)$$

Si l'interface $Z = Z_j$ est dépourvue des courants électrique, alors (II.23) s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_{j+1}(k_s, Z_j^+) \\ \bar{h}_{j+1}(k_s, Z_j^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, Z_j^-) \\ \bar{h}_j(k_s, Z_j^-) \end{bmatrix} = \bar{T}_j \cdot \begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, Z_{j-1}^+) \\ \bar{h}_j(k_s, Z_{j-1}^+) \end{bmatrix} \quad (II.25)$$

Si par contre l'interface $Z = Z_j$ contient des courants électriques nous avons :

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{H}_y(Z_j^-) - \bar{H}_y(Z_j^+) &= \tilde{J}_x(Z_j) \end{aligned} \right. \quad (II.26.a)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{H}_x(Z_j^-) - \bar{H}_x(Z_j^+) &= -\tilde{J}_y(Z_j) \end{aligned} \right. \quad (II.26.b)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{H}_y(Z_j^-) \\ -\bar{H}_x(Z_j^-) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{H}_y(Z_j^+) \\ -\bar{H}_x(Z_j^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{J}_x(Z_j) \\ \tilde{J}_y(Z_j) \end{bmatrix} \quad (II.27)$$

En remplaçant par (II.16) dans (II.27) nous obtenons :

$$\begin{aligned} \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h^e(Z_j^-) \\ h^h(Z_j^-) \end{bmatrix} - \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h^e(Z_j^+) \\ h^h(Z_j^+) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \tilde{J}_x(Z_j) \\ \tilde{J}_y(Z_j) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} h^e(Z_j^-) \\ h^h(Z_j^-) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h^e(Z_j^+) \\ h^h(Z_j^+) \end{bmatrix} &= \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x(Z_j) \\ \tilde{J}_y(Z_j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J^e(Z_j) \\ J^h(Z_j) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (II.28)$$

Avec :

$$\bar{J} = \begin{bmatrix} J^e \\ J^h \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} \quad (II.29)$$

A partir de (II.29) on peut montrer que.

[Annex C]

$$\tilde{\bar{J}} = \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J^e \\ J^h \end{bmatrix} \quad (II.30)$$

Donc on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, Z_j^-) \\ \bar{h}_j(k_s, Z_j^-) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{e}_{j+1}(k_s, Z_j^+) \\ \bar{h}_{j+1}(k_s, Z_j^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{J}(Z_j) \end{bmatrix} \quad (II.31)$$

A partir de (II.31) et (II.23) on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_{j+1}(k_s, Z_j^+) \\ \bar{h}_{j+1}(k_s, Z_j^+) \end{bmatrix} = \bar{T}_j \cdot \begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, Z_{j-1}^+) \\ \bar{h}_j(k_s, Z_{j-1}^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{J}(Z_j) \end{bmatrix} \quad (II.32)$$

- Si le milieu $Z < Z_{j-1}$ est un conducteur parfait (plan de masse) alors :

$$\bar{e}_j(k_s, Z_{j-1}^+) = \bar{0} \quad (II.33)$$

- Si le milieu $Z > Z_j$ est l'air tenant compte de la condition de rayonnement on aura a partir de (II.20) et (II.21) :

$$\bar{h}_{j+1}(k_s, Z_j^+) = \bar{g}_{j+1}(k_s) \cdot \bar{e}_{j+1}(k_s, Z_j^{+1}) \quad (II.34)$$

Les équations (II.25), (II.32), (II.33) et (II.34) forment les équations de base pour la détermination du tenseur spectral de Green.

Le tenseur spectral de Green $\bar{\bar{G}}$ relie le champ électrique que tangentiel avec le courant dans le plan du patch :

$$\tilde{\bar{E}} = \bar{\bar{G}} \cdot \tilde{\bar{J}} \quad (II.35)$$

Avec:

$$\tilde{\bar{E}} = \begin{bmatrix} \tilde{\bar{E}}_x \\ \tilde{\bar{E}}_y \end{bmatrix}, \quad \tilde{\bar{J}} = \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix}, \quad \bar{\bar{G}} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{bmatrix}.$$

Dans les représentation [TM (e), TE (h)] le tenseur spectral de Green $\bar{\bar{Q}}$ relie le champ électrique tangentiel \bar{e} avec le courant dans le plan du patch :

$$\bar{e} = \bar{\bar{Q}} \cdot \bar{J} \quad (II.36)$$

Avec :

$$\bar{e} = \begin{bmatrix} e^e \\ e^h \end{bmatrix}, \quad \bar{J} = \begin{bmatrix} J^e \\ J^h \end{bmatrix}, \quad \bar{\bar{Q}} = \begin{bmatrix} Q^e & 0 \\ 0 & Q^h \end{bmatrix}$$

Il est facile de montre la relation qui existe entre le tenseur diagonal $\bar{\bar{Q}}$ et le tenseur $\bar{\bar{G}}$:

$$\bar{\bar{G}} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \bar{\bar{Q}} \cdot \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \quad (II.37)$$

III.3. Détermination du tenseur de Green pour une antenne avec couche supplémentaire:

Afin de calculer le tenseur de green \mathbf{G} , on calcul tout d'abord le tenseur \mathbf{Q} dans la représentation $[TM, TE]$. Pour simplifier les calculs nous avons déterminé une matrice $[T]$, permettant de relier le champ électrique e et le champ magnétique h à l'entrée et à la sortie de la couche.

L'analyse dans le domaine spectral est largement utilisée dans les structures microbande. Dans cette approche la fonction tensorielle spectrale de Green qui relie le champ électrique tangentiel avec les courants dans les différents plans conducteurs doit être déterminée. Plusieurs techniques ont été proposées pour calculer le tenseur ; la structure de la figure (II.3) est une antenne microbande rectangulaire avec gap d'air.

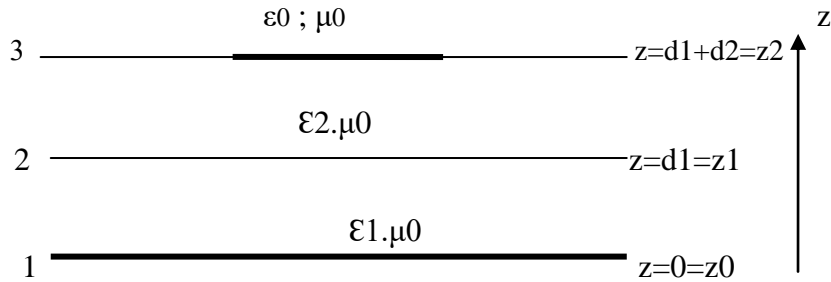


Figure II.3: Représentation simplifiée de la structure étudiée

Les équations de continuité de la structure de la figure (II.3) et l'équation déduite (II-32) nous permettent d'écrire :

$$\bar{e}_1(k_s, z_0^+) = \bar{0} \quad (II.38)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_2(k_s, z_1^+) \\ \bar{h}_2(k_s, z_1^+) \end{bmatrix} = \bar{\bar{T}}_1 \cdot \begin{bmatrix} \bar{e}_1(k_s, z_0^+) \\ \bar{h}_1(k_s, z_0^+) \end{bmatrix} \quad (II.39)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_3(k_s, z_2^+) \\ \bar{h}_3(k_s, z_2^+) \end{bmatrix} = \bar{\bar{T}}_2 \cdot \begin{bmatrix} \bar{e}_2(k_s, z_1^+) \\ \bar{h}_2(k_s, z_1^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{J}(z_2) \end{bmatrix} \quad (II.40)$$

$$\bar{h}_3(k_s, z_2^+) = \bar{g}_3(k_s) \cdot \bar{e}_3(k_s, z_2^+) \quad (II.41)$$

On peut récrire les équations (II.38),(II.39),(II.40) et (II.41) de la manière suivante:

$$\bar{e}_1 = 0 \quad (II.42)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_2 \\ \bar{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{T}_1^{11} & \bar{T}_1^{12} \\ \bar{T}_1^{21} & \bar{T}_1^{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{e}_1 \\ \bar{h}_1 \end{bmatrix} \quad (II.43)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_3 \\ \bar{h}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{T}_2^{11} & \bar{T}_2^{12} \\ \bar{T}_2^{21} & \bar{T}_2^{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{e}_2 \\ \bar{h}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{J} \end{bmatrix} \quad (II.44)$$

$$\bar{h}_3 = \bar{g}_0 \cdot \bar{e}_3 \quad (II.45)$$

Dans la représentation [TM(e),TE(h)] , le tenseur spectral de Green \bar{Q} relie le champ électrique tangentiel \bar{e}_3 avec le courant \bar{J} dans le plan du patch.

$$\bar{e}_3 = \bar{Q} \cdot \bar{J} \quad (II.46)$$

(II.42)et (II.43) dans (II.44) nous obtenons:

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_3 \\ \bar{h}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{T}_2^{11} & \bar{T}_2^{12} \\ \bar{T}_2^{21} & \bar{T}_2^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{T}_1^{11} & \bar{T}_1^{12} \\ \bar{T}_1^{21} & \bar{T}_1^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{h}_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{J} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_3 \\ \bar{h}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\tau}^{11} & \bar{\tau}^{12} \\ \bar{\tau}^{21} & \bar{\tau}^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{h}_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{J} \end{bmatrix} \quad (II.47)$$

Avec:

$$\bar{\tau}^{11} = \bar{T}_2^{11}\bar{T}_1^{11} + \bar{T}_2^{12}\bar{T}_1^{21} \quad (II.48 - a)$$

$$\bar{\tau}^{12} = \bar{T}_2^{11}\bar{T}_1^{12} + \bar{T}_2^{12}\bar{T}_1^{22} \quad (II.48 - b)$$

$$\bar{\tau}^{21} = \bar{T}_2^{21}\bar{T}_1^{11} + \bar{T}_2^{22}\bar{T}_1^{21} \quad (II.48 - c)$$

$$\bar{\tau}^{22} = \bar{T}_2^{21}\bar{T}_1^{12} + \bar{T}_2^{22}\bar{T}_1^{22} \quad (II.48 - d)$$

$$(II.47) \Rightarrow \begin{cases} \bar{e}_3 = \bar{\tau}^{12}\bar{h}_1 \\ \bar{h}_3 = \bar{\tau}^{22}\bar{h}_1 - \bar{J} \end{cases} \quad (II.49 - a)$$

$$(II.49 - b)$$

$$(II.49-a) \Rightarrow \bar{h}_1 (\bar{\tau}^{12})^{-1} \bar{e}_3 \quad (II.50)$$

En remplaçant par (II.45) et (II.50) dans (II.49-b) nous obtenons:

$$\bar{g}_0 \bar{e}_3 = \bar{\tau}^{22} (\bar{\tau}^{12})^{-1} \bar{e}_3 - \bar{J}$$

$$\Rightarrow (\bar{\tau}^{22} (\bar{\tau}^{12})^{-1} - \bar{g}_0) \bar{e}_3 = \bar{J}$$

$$\Rightarrow \bar{e}_3 = [\bar{\tau}^{22} (\bar{\tau}^{12})^{-1} - \bar{g}_0]^{-1} \bar{J} \quad (II.51)$$

$$\bar{\tau}^{22} = \bar{T}_2^{21}\bar{T}_1^{12} + \bar{T}_2^{22}\bar{T}_1^{22}$$

$$\bar{\tau}^{12} = \bar{T}_2^{11}\bar{T}_1^{12} + \bar{T}_2^{12}\bar{T}_1^{22}$$

$$\bar{\bar{T}}_2^{21} = \begin{bmatrix} -i \frac{\omega \varepsilon_2}{k_{z_2}} \sin(k_{z_2}, d_2) & 0 \\ 0 & -i \frac{k_{z_2}}{\omega \mu_0} \sin(k_{z_2}, d_2) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{T}}_1^{12} = \begin{bmatrix} -i \frac{k_{z_1}}{\omega \varepsilon_1} \sin(k_{z_1}, d_1) & 0 \\ 0 & -i \frac{\omega \mu_0}{k_{z_1}} \sin(k_{z_1}, d_1) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{T}}_2^{21} \cdot \bar{\bar{T}}_1^{12} = \begin{bmatrix} -\frac{k_{z_2} \varepsilon_2}{k_{z_1} \varepsilon_1} \sin(k_{z_1}, d_1) \sin(k_{z_2}, d_2) & 0 \\ 0 & -\frac{k_{z_2}}{k_{z_1}} \sin(k_{z_1}, d_1) \sin(k_{z_2}, d_2) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{T}}_2^{22} = \begin{bmatrix} \cos(k_{z_2}, d_2) & 0 \\ 0 & \cos(k_{z_2}, d_2) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{T}}_1^{22} = \begin{bmatrix} \cos(k_{z_1}, d_1) & 0 \\ 0 & \cos(k_{z_1}, d_1) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{T}}_1^{22} \cdot \bar{\bar{T}}_2^{22} = \begin{bmatrix} \cos(k_{z_1}, d_1) \cos(k_{z_2}, d_2) & 0 \\ 0 & \cos(k_{z_1}, d_1) \cos(k_{z_2}, d_2) \end{bmatrix}$$

$$\tau^{22} =$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{k_{z_2} \varepsilon_2}{k_{z_1} \varepsilon_1} \sin(k_{z_1}, d_1) \sin(k_{z_2}, d_2) + \cos(k_{z_1}, d_1) \cos(k_{z_2}, d_2) & 0 \\ 0 & -\frac{k_{z_2}}{k_{z_1}} \sin(k_{z_1}, d_1) \sin(k_{z_2}, d_2) + \cos(k_{z_1}, d_1) \cos(k_{z_2}, d_2) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{T}}_2^{11} = \begin{bmatrix} \cos(k_{z_2}, d_2) & 0 \\ 0 & \cos(k_{z_2}, d_2) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{T}}_1^{12} = \begin{bmatrix} -i \frac{k_{z_1}}{\omega \varepsilon_1} \sin(k_{z_1}, d_1) & 0 \\ 0 & -i \frac{\omega \mu_0}{k_{z_1}} \sin(k_{z_1}, d_1) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{T}}_2^{11} \cdot \bar{\bar{T}}_1^{12} = \begin{bmatrix} -i \frac{k_{z_1}}{\omega \varepsilon_1} \sin(k_{z_1}, d_1) \cos(k_{z_2}, d_2) & 0 \\ 0 & -i \frac{\omega \mu_0}{k_{z_1}} \sin(k_{z_1}, d_1) \cos(k_{z_2}, d_2) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{T}}_2^{12} = \begin{bmatrix} -i \frac{k_{z_2}}{\omega \varepsilon_2} \sin(k_{z_2}, d_2) & 0 \\ 0 & -i \frac{\omega \mu_0}{k_{z_2}} \sin(k_{z_2}, d_2) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{T}}_2^{12} \cdot \bar{\bar{T}}_1^{22} = \begin{bmatrix} -i \frac{k_{z_2}}{\omega \varepsilon_2} \sin(k_{z_2}, d_2) \cos(k_{z_1}, d_1) & 0 \\ 0 & -i \frac{\omega \mu_0}{k_{z_2}} \sin(k_{z_2}, d_2) \cos(k_{z_1}, d_1) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{t}}^{12} = \bar{\bar{T}}_2^{11} \bar{\bar{T}}_1^{12} + \bar{\bar{T}}_2^{12} \bar{\bar{T}}_1^{22}$$

$$\bar{\bar{t}}^{12} = \begin{bmatrix} -i \frac{k_{z_1}}{\omega \varepsilon_1} \sin(k_{z_1}, d_1) \cos(k_{z_2}, d_2) - i \frac{k_{z_2}}{\omega \varepsilon_2} \sin(k_{z_2}, d_2) \cos(k_{z_1}, d_1) & 0 \\ 0 & -i \frac{\omega \mu_0}{k_{z_1}} \sin(k_{z_1}, d_1) \cos(k_{z_2}, d_2) - i \frac{\omega \mu_0}{k_{z_2}} \sin(k_{z_2}, d_2) \cos(k_{z_1}, d_1) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{t}}^{12} =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{-ik_{z_1} \varepsilon_2 \sin(k_{z_1}, d_1) \cos(k_{z_2}, d_2) - ik_{z_2} \varepsilon_1 \sin(k_{z_2}, d_2) \cos(k_{z_1}, d_1)}{\omega \varepsilon_1 \varepsilon_2} & 0 \\ 0 & \frac{-i\omega \mu_0 k_{z_2} \sin(k_{z_1}, d_1) \cos(k_{z_2}, d_2) - i\omega \mu_0 k_{z_1} \sin(k_{z_2}, d_2) \cos(k_{z_1}, d_1)}{k_{z_1} k_{z_2}} \end{bmatrix}$$

$$(\bar{\bar{t}}^{12})^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{i\omega \varepsilon_1 \varepsilon_2}{k_{z_1} \varepsilon_2 \sin(k_{z_1}, d_1) \cos(k_{z_2}, d_2) + k_{z_2} \varepsilon_1 \sin(k_{z_2}, d_2) \cos(k_{z_1}, d_1)} & 0 \\ 0 & \frac{ik_{z_1} k_{z_2}}{\omega \mu_0 k_{z_2} \sin(k_{z_1}, d_1) \cos(k_{z_2}, d_2) + \omega \mu_0 k_{z_1} \sin(k_{z_2}, d_2) \cos(k_{z_1}, d_1)} \end{bmatrix}$$

$$\tau^{22} \cdot (\bar{\bar{t}}^{12})^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{-i\omega \frac{k_{z_1}}{k_{z_2}} \varepsilon_2^2 \sin(k_{z_1}, d_1) \sin(k_{z_2}, d_2) + i\omega \varepsilon_1 \varepsilon_2 \cos(k_{z_1}, d_1) \cos(k_{z_2}, d_2)}{k_{z_1} \varepsilon_2 \sin(k_{z_1}, d_1) \cos(k_{z_2}, d_2) + k_{z_2} \varepsilon_1 \sin(k_{z_2}, d_2) \cos(k_{z_1}, d_1)} & 0 \\ 0 & \frac{-ik_{z_2}^2 \sin(k_{z_1}, d_1) \sin(k_{z_2}, d_2) + ik_{z_1} k_{z_2} \cos(k_{z_1}, d_1) \cos(k_{z_2}, d_2)}{\omega \mu_0 k_{z_2} \sin(k_{z_1}, d_1) \cos(k_{z_2}, d_2) + \omega \mu_0 k_{z_1} \sin(k_{z_2}, d_2) \cos(k_{z_1}, d_1)} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{g}}_0 = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon_0}{k_{z_0}} & 0 \\ 0 & \frac{k_{z_0}}{\omega \varepsilon_0} \end{bmatrix}$$

Nous avons :

$$\bar{\bar{Q}} = [\bar{\bar{t}}^{22} (\bar{\bar{t}}^{12})^{-1} - \bar{\bar{g}}_0]^{-1}$$

$$(Q^e)^{-1} = \frac{-i\omega \frac{k_{z_1}}{k_{z_2}} \varepsilon_2^2 \sin(k_{z_1}, d_1) \sin(k_{z_2}, d_2) + i\omega \varepsilon_1 \varepsilon_2 \cos(k_{z_1}, d_1) \cos(k_{z_2}, d_2)}{k_{z_1} \varepsilon_2 \sin(k_{z_1}, d_1) \cos(k_{z_2}, d_2) + k_{z_2} \varepsilon_1 \sin(k_{z_2}, d_2) \cos(k_{z_1}, d_1)} - \frac{\omega \varepsilon_0}{k_{z_0}}$$

$$(Q^e)^{-1} = i\omega \varepsilon_0 \left\{ \frac{-\frac{k_{z_1}}{k_{z_2}} \varepsilon_{r2} \sin(k_{z_1}, d_1) \sin(k_{z_2}, d_2) + \varepsilon_{r1} \cos(k_{z_1}, d_1) \cos(k_{z_2}, d_2)}{k_{z_1} \sin(k_{z_1}, d_1) \cos(k_{z_2}, d_2) + k_{z_2} \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}} \sin(k_{z_2}, d_2) \cos(k_{z_1}, d_1)} + \frac{i}{k_{z_0}} \right\}$$

Avec:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r1}$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r2}$$

$$\begin{aligned}
 (Q^e)^{-1} &= \\
 & \quad i\omega\varepsilon_0 \times \\
 & \quad \left[\frac{-\varepsilon_{r2}k_{z0} \frac{k_{z1}}{k_{z2}} \sin(k_{z1}, d_1) \sin(k_{z2}, d_2) + \varepsilon_{r1}k_{z0} \cos(k_{z1}, d_1) \cos(k_{z2}, d_2) + ik_{z1} \sin(k_{z1}, d_1) \cos(k_{z2}, d_2) + ik_{z2} \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}} \sin(k_{z2}, d_2) \cos(k_{z1}, d_1)}{k_{z0}k_{z1} \sin(k_{z1}, d_1) \cos(k_{z2}, d_2) + \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}} k_{z0}k_{z2} \sin(k_{z2}, d_2) \cos(k_{z1}, d_1)} \right] \\
 (Q^e)^{-1} &= \\
 & \quad i\omega\varepsilon_0 \times \\
 & \quad \left[\frac{\cos(k_{z2}, d_2) [\varepsilon_{r1}k_{z0} \cos(k_{z1}, d_1) + ik_{z1} \sin(k_{z1}, d_1)] + i \sin(k_{z2}, d_2) \left[k_{z2} \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}} \cos(k_{z1}, d_1) + i\varepsilon_{r2}k_{z0} \frac{k_{z1}}{k_{z2}} \sin(k_{z1}, d_1) \right]}{k_{z0}k_{z1} \sin(k_{z1}, d_1) \cos(k_{z2}, d_2) + \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}} k_{z0}k_{z2} \sin(k_{z2}, d_2) \cos(k_{z1}, d_1)} \right] \\
 (Q^e)^{-1} &= i\omega\varepsilon_0 \times \frac{Tm}{Dm} \\
 \text{Avec:} & \\
 Tm &= \\
 \cos(k_{z2}, d_2) [\varepsilon_{r1}k_{z0} \cos(k_{z1}, d_1) + ik_{z1} \sin(k_{z1}, d_1)] i \sin(k_{z2}, d_2) & \left[\frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}} k_{z2} \cos(k_{z1}, d_1) + \right. \\
 i\varepsilon_{r2}k_{z0}k_{z1}k_{z2} \sin(k_{z1}, d_1) & \\
 Dm &= k_{z0}k_{z1} \sin(k_{z1}, d_1) \cos(k_{z2}, d_2) + \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}} k_{z0}k_{z2} \sin(k_{z2}, d_2) \cos(k_{z1}, d_1) \\
 \Rightarrow & \\
 Q^e &= -\frac{i}{\omega\varepsilon_0} \cdot \frac{Dm}{Tm} \tag{II.52} \\
 (Q^h)^{-1} &= \frac{-ik_{z2}^2 \sin(k_{z1}, d_1) \sin(k_{z2}, d_2) + ik_{z1}k_{z2} \cos(k_{z1}, d_1) \cos(k_{z2}, d_2)}{\omega\mu_0k_{z2} \sin(k_{z1}, d_1) \cos(k_{z2}, d_2) + \omega\mu_0k_{z1} \sin(k_{z2}, d_2) \cos(k_{z1}, d_1)} - \frac{k_{z0}}{\omega\mu_0} \\
 &= \frac{i}{\omega\mu_0} \left[\frac{-k_{z2}^2 \sin(k_{z1}, d_1) \sin(k_{z2}, d_2) + k_{z1}k_{z2} \cos(k_{z1}, d_1) \cos(k_{z2}, d_2)}{k_{z2} \sin(k_{z1}, d_1) \cos(k_{z2}, d_2) + k_{z1} \sin(k_{z2}, d_2) \cos(k_{z1}, d_1)} + ik_{z0} \right] \\
 (Q^h)^{-1} &= \\
 \frac{i}{\omega\mu_0} \times & \\
 \left[\frac{-ik_{z2} \sin(k_{z1}, d_1) \sin(k_{z2}, d_2) + k_{z1} \cos(k_{z1}, d_1) \cos(k_{z2}, d_2) + ik_{z0} \sin(k_{z1}, d_1) \cos(k_{z2}, d_2) + ik_{z0} \frac{k_{z1}}{k_{z2}} \cos(k_{z1}, d_1) \sin(k_{z2}, d_2)}{\sin(k_{z1}, d_1) \cos(k_{z2}, d_2) + \frac{k_{z1}}{k_{z2}} \sin(k_{z2}, d_2) \cos(k_{z1}, d_1)} \right] & \\
 (Q^h)^{-1} &= \\
 \frac{i}{\omega\mu_0} \times & \\
 \left[\frac{\cos(k_{z2}, d_2) [k_{z1} \cos(k_{z1}, d_1) + ik_{z0} \sin(k_{z1}, d_1)] + i \sin(k_{z2}, d_2) \left[\frac{k_{z0}k_{z1}}{k_{z2}} \cos(k_{z1}, d_1) + ik_{z2} \sin(k_{z1}, d_1) \right]}{\sin(k_{z1}, d_1) \cos(k_{z2}, d_2) + \frac{k_{z1}}{k_{z2}} \sin(k_{z2}, d_2) \cos(k_{z1}, d_1)} \right] & \\
 (Q^h)^{-1} &= \frac{i}{\omega\mu_0} \frac{Te}{De} \\
 \Rightarrow Q^h &= -i\omega\mu_0 \cdot \frac{De}{Te}
 \end{aligned}$$

$$Q^h = -i \frac{\omega \mu_0 \times \omega \varepsilon_0}{\omega \varepsilon_0} \cdot \frac{De}{Te}$$

$$\Rightarrow Q^h = -\frac{i}{\omega \varepsilon_0} k_0^2 \cdot \frac{De}{Te} \quad (II.53)$$

Avec: $k_0^2 = \omega^2 \cdot \mu_0 \cdot \varepsilon_0$

Les équations (II.52) et (II.53) donne le tenseur spectral de Green $\bar{\bar{Q}}$ dans la représentation [TM(e), TE(h)].

$$\bar{\bar{Q}} = \begin{vmatrix} Q^e & 0 \\ 0 & Q^h \end{vmatrix}$$

Nous avons:

$$\bar{\bar{G}} = \begin{vmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{vmatrix}$$

Avec:

$$\bar{\bar{G}} = \frac{1}{k_s} \begin{vmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{vmatrix} \cdot \bar{\bar{Q}} \cdot \frac{1}{k_s} \begin{vmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{vmatrix} \quad (II.54 - a)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} G_{xx} = (k_x^2 Q^e + k_y^2 Q^h) \times \frac{1}{k_s^2} \\ G_{xy} = G_{yx} = k_x k_y (Q^e - Q^h) \times \frac{1}{k_s^2} \end{cases} \quad (II.54 - b)$$

$$\begin{cases} G_{yy} = (k_y^2 Q^e + k_x^2 Q^h) \times \frac{1}{k_s^2} \end{cases} \quad (II.54 - c)$$

En remplaçant par (II.52) et (II.53) dans (II.54-a), (II.54-b) et (II.54-c) nous obtenons:

$$\begin{cases} G_{xx} = -\frac{1}{\omega \varepsilon_0} \left[\frac{k_x^2 Dm}{k_s^2 Tm} + \frac{k_y^2 k_0^2 De}{k_s^2 Te} \right] \end{cases} \quad (II.55 - a)$$

$$\begin{cases} G_{xy} = G_{yx} = -\frac{i}{\omega \varepsilon_0} \left[\frac{k_x k_y Dm}{k_s^2 Tm} - \frac{k_x k_y k_0^2 De}{k_s^2 Te} \right] \end{cases} \quad (II.55 - b)$$

$$\begin{cases} G_{yy} = -\frac{1}{\omega \varepsilon_0} \left[\frac{k_y^2 Dm}{k_s^2 Tm} + \frac{k_x^2 k_0^2 De}{k_s^2 Te} \right] \end{cases} \quad (II.55 - c)$$

II.4. Equation intégrale du champ électrique.

Nous avons trouvé que:

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} \quad (II.56)$$

$$(II.56) \Rightarrow \begin{cases} \tilde{E}_x = G_{xx} \tilde{J}_x + G_{xy} \tilde{J}_y \\ \tilde{E}_y = G_{yx} \tilde{J}_x + G_{yy} \tilde{J}_y \end{cases} \quad (II.57 - a)$$

$$(II.57 - b)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E_x(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} [G_{xx}\tilde{J}_x + G_{xy}\tilde{J}_y] e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y & (II.58 - a) \\ E_y(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} [G_{yx}\tilde{J}_x + G_{yy}\tilde{J}_y] e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y & (II.58 - b) \end{cases}$$

Nous avons que E_x et E_y sont nuls sur le patch métallique donc l'équation intégrale recherchée donne par:

(II.58 - a) \Rightarrow

$$\iint_{-\infty}^{+\infty} G_{xx}\tilde{J}_x e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \iint_{-\infty}^{+\infty} G_{xy}\tilde{J}_y e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (II.59 - a)$$

(II.58 - b) \Rightarrow

$$\iint_{-\infty}^{+\infty} G_{yx}\tilde{J}_x e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \iint_{-\infty}^{+\infty} G_{yy}\tilde{J}_y e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (II.59 - b)$$

II.5. Résolution de l'équation intégrale par la méthode des moments.

La méthode de Galerkin, qui est un cas particulier de la méthode des moments, est implémentée dans le domaine de Fourier pour réduire le système des équations intégrales (II.58-a) et (II.58-b) à une équation matricielle.

Le courant surfacique $J(x, y)$ sur la plaque conductrice est développé en une série finie de fonctions de base connues J_x, J_y .

$$J_x(x, y) = \sum_{n=1}^N a_n J_{xn}(x, y) \quad (II.60 - a)$$

$$J_y(x, y) = \sum_{m=1}^M a_m J_{ym}(x, y) \quad (II.60 - b)$$

En substituant la transformée de fourier de (II.60-a) et (II.60-b) dans (II.59-a) et (II.59-b)

\Rightarrow

$$\sum_{n=1}^N a_n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xx} \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \sum_{m=1}^M b_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xy} \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (II.61 - a)$$

$$\sum_{n=1}^N a_n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yx} \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \sum_{m=1}^M b_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yy} \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (II.61 - b)$$

En multipliant (II.61-a) par $J_{xk}(x,y)$ pour $k=1\dots N$ et en intégrant sur le domaine du patch[(x,y) patch] on trouve (II.62-a).

En multipliant (II.61-b) par $J_{yl}(x,y)$ pour $l=1\dots M$ et en intégrant sur le domaine du patch[(x,y) patch] on trouve (II.62-b).

$$\sum_{n=1}^N a_n \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) \cdot G_{xx} \cdot \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) dk_x dk_y + \sum_{m=1}^M b_m \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) \cdot G_{xy} \cdot \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) dk_x dk_y = 0 \quad (II.62 - a)$$

$$\sum_{n=1}^N a_n \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) \cdot G_{yx} \cdot \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) dk_x dk_y + \sum_{m=1}^M b_m \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) \cdot G_{yy} \cdot \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) dk_x dk_y = 0 \quad (II.62 - b)$$

Équations (II.62-a) et (II.62-b) peuvent être écrites sous une forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} (Z_{kn}^1)_{N \times N} & (Z_{km}^2)_{N \times M} \\ (Z_{ln}^3)_{M \times N} & (Z_{lm}^4)_{M \times M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (a_n)_{N \times 1} \\ (b_m)_{M \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{0} \end{bmatrix} \quad (II.63)$$

Avec:

$$Z_{kn}^1 = \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) \cdot G_{xx} \cdot \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (II.64 - a)$$

$$Z_{km}^2 = \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) \cdot G_{xy} \cdot \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (II.64 - b)$$

$$Z_{ln}^3 = \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) \cdot G_{yx} \cdot \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (II.64 - c)$$

$$Z_{lm}^4 = \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) \cdot G_{yy} \cdot \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (II.64 - d)$$

Avec:

$$k, n = 1, 2, 3, \dots \dots \dots N$$

$$l, m = 1, 2, 3, \dots \dots \dots M$$

II.6. Calcul de la fréquence de résonance et la bande passante

Les systèmes d'équation est homogène, donc une solution triviale est atteinte quand :

$$\det(Z) = 0 \quad (II.65)$$

L'équation (II.65) est satisfaite pour une fréquence complexe $f = \frac{\omega}{2\pi}$ qui est la fréquence de résonance de l'antenne.

On remarque bien que le déterminant est une fonction de la fréquence, et les solutions qui l'annulent sont des fréquences de résonance; puisque la fréquence de résonance est définie comme la fréquence à laquelle le champ électrique se soutiennent sans la présence d'une source extérieure. Mais il reste que seule une fréquence complexe vérifie l'équation (II.65).

Une fois le problème de la fréquence de résonance f et résolu, le vecteur propre de la matrice $[Z]$ donne les coefficients du courant, le courant est donc obtenue sous forme numérique la technique de la phase stationnaire intervient dans le calcul du champ lointain.

II.7. Choix des fonctions de base dans la procédure de Galerkin

Théoriquement il existe plusieurs fonctions de base, mais pratiquement on utilise un nombre limité. En général les fonctions sinusoïdales sont utilisées pour les formes rectangulaires et triangulaires, alors que les fonctions de Bessel sont réservées aux formes circulaires et annulaires. Pour minimiser le temps de calcul, on doit choisir des fonctions dont la variation est proche de celle de la solution prévue. Pour ceci les fonctions de base issues du modèle de la cavité sont les plus utilisées. [2],[12]

Ces dernières sont définies sur toutes les surfaces de l'élément et s'expriment de la manière suivante:

$$J_{xn} = \sin \left[\frac{n1\pi}{a} \left(x + \frac{a}{2} \right) \right] \cos \left[\frac{n2\pi}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) \right] \quad (II.66- a)$$

$$J_{ym} = \sin \left[\frac{m2\pi}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) \right] \cos \left[\frac{m1\pi}{a} \left(x + \frac{a}{2} \right) \right] \quad (II.66-b)$$

$$\frac{-a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2}$$

$$\frac{-b}{2} \leq y \leq \frac{b}{2}$$

- Les transformées de Fourier de J_{xn} , J_{ym} sont $F(J_{xn})$, $F(J_{ym})$ donner par :

$$F(J_{xn}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} J_{xn} e^{-i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (II.67 - a)$$

$$F(J_{ym}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} J_{ym} e^{-i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (II.67-b)$$

II.8.Conclusion:

Une formulation théorique du problème de la fréquence de résonance d'une antenne microruban rectangulaire avec gap d'air est donnée .Dans ce chapitre Nous avons fait appel à la transformée vectorielle de Fourier, Ceci a pour but de réduire le problème tridimensionnel en un autre bidimensionnel, pour montré que les ondes TM et TE du courant et des champs sont découplées, ce qui réduit la complexité des calculs. La résolution de l'équation intégrale est faite par la méthode des moments / procédure de Galerkin. Les pertes par rayonnements engendrent une fréquence de résonance complexe. À partir de la quelle on peut directement déduire La bande passante de l'antenne. Ce système est résolu numériquement dans le chapitre qui suit.

Chapitre III

**Discussion des résultats numériques
obtenus**

III.1.Introduction :

Une étude théorique bien détaillée concernant la formulation mathématique du problème de la fréquence de résonance complexe et la bande passante, par une méthode intégrale est faite dans le chapitre précédent. La solution de l'équation intégrale est faite par la méthode des moments pour obtenir la fréquence d'opération. Dans ce qui suit nous allons étudier l'effet de l'épaisseur et la permittivité du substrat et l'effet du gap d'air sur la fréquence de résonance et la bande passante.

III.2.Résultats numérique et discussion :

Pour expliquer physiquement l'effet du gap d'air, on adopte d'abord celle de l'effet de l'épaisseur et de la permittivité du substrat d'une antenne microbande rectangulaire sans gap d'air.

III.2.1.Effet de l'épaisseur et de la permittivité du substrat :

Nous exposons la dépendance de quelques caractéristiques des antennes microbandes en fonction de leurs paramètres physiques. Dans cette section l'influence de l'épaisseur du substrat et de la permittivité du diélectrique sur la fréquence de résonance complexe et la bande passante est discutée. Dans la «Figure III.1», la partie réelle de la fréquence de résonance complexe en fonction de l'épaisseur du substrat pour une plaque rayonnante rectangulaire de dimension $a=5\text{cm}$, $b=4\text{cm}$, réalisée sur un substrat de permittivité relative $\epsilon_r=2.35$ est montrée. La partie imaginaire de la fréquence de résonance et la bande passante en fonction de d_2 pour une antenne microbande ayant les mêmes caractéristiques que celles de la Figure III.1 sont montrées respectivement dans les Figures III.2 et III.3.

A partir des trois Figures on conclue que :

- l'augmentation de l'épaisseur du substrat diélectrique diminue la partie réelle de la fréquence de résonance.

- la partie imaginaire de la fréquence augmente avec l'augmentation de l'épaisseur.
- l'augmentation de l'épaisseur du substrat entraîne l'élargissement de la bande passante.

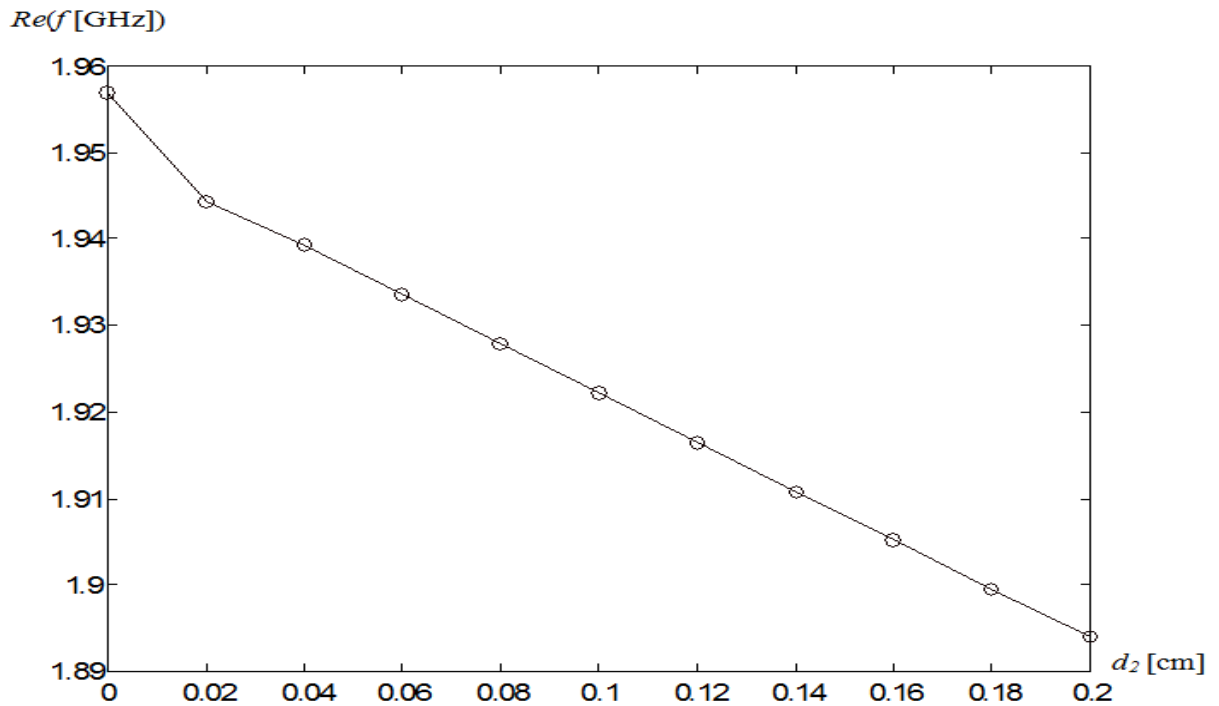


Figure. (III.1) Partie réelle de la fréquence de résonance complexe en fonction de l'épaisseur du substrat ; $a=5\text{cm}$, $b=4\text{cm}$, $\epsilon_r=2.35$, $d_1=0$

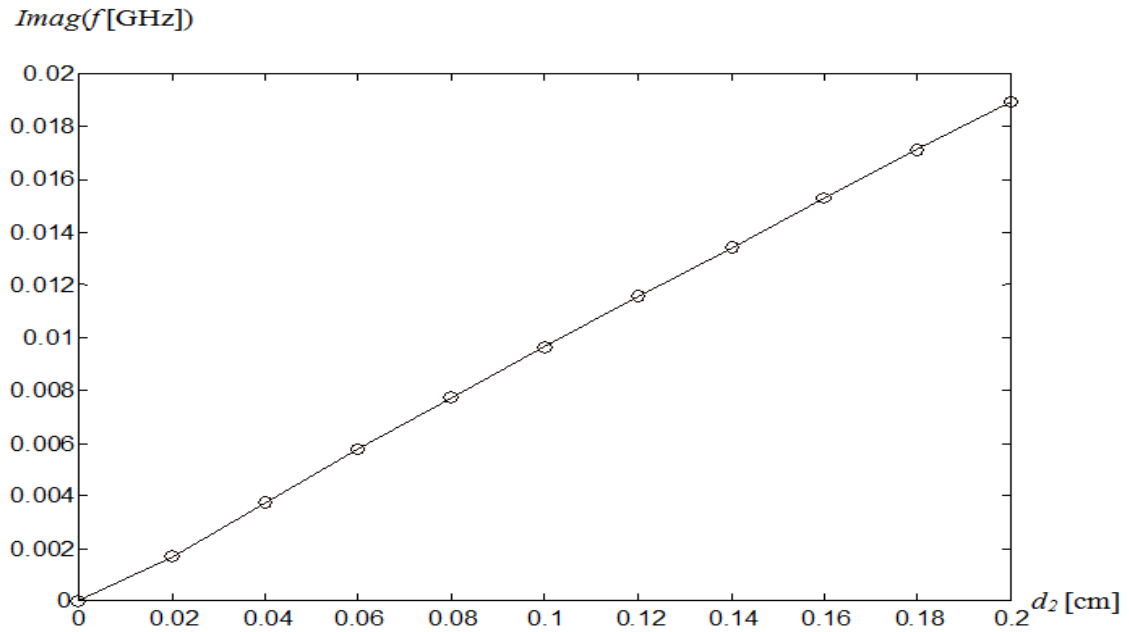


Figure.(III.2) Partie imaginaire de la fréquence de résonance complexe en fonction de l'épaisseur du substrat ; pour le cas de la Figure (III.1).

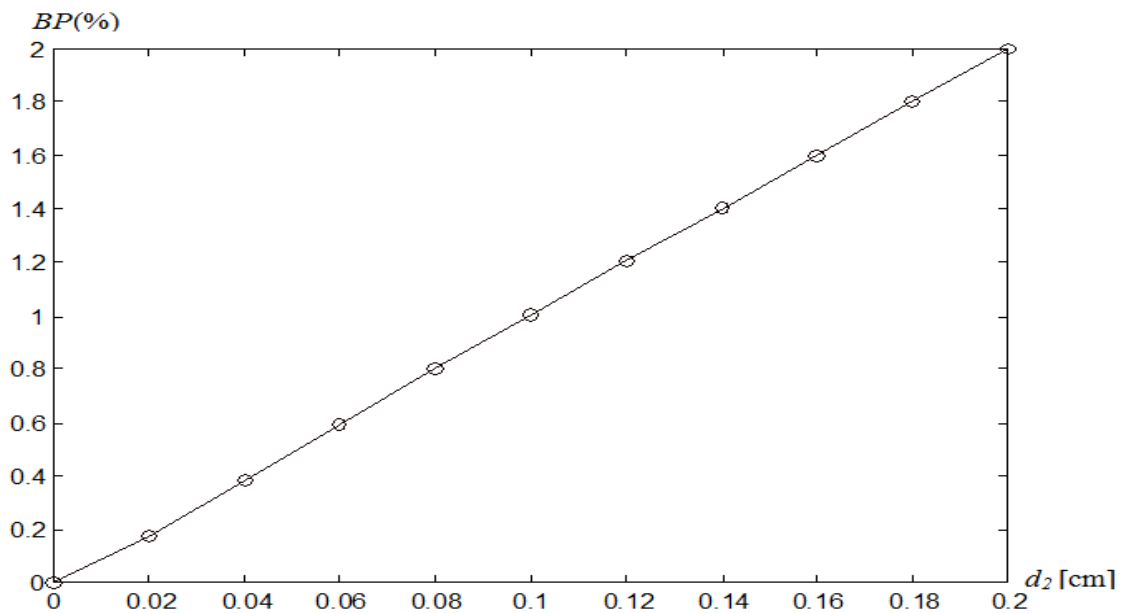


Figure.(III.3) Bande passante de l'antenne en fonction de l'épaisseur du substrat
Pour le cas de la Figure (III.1)

Dans la littérature il a été reporté que la permittivité du substrat diélectrique influe beaucoup sur les caractéristiques des antennes microbandes, la fréquence d'opération est l'une des caractéristiques qui dépend fortement de la constante diélectrique. Dans les Figures III.4, III.5 et III.6, nous représentons respectivement la partie réelle de la fréquence de résonance complexe, la partie imaginaire et la bande passante en fonction de l'épaisseur normalisé du substrat pour différentes constantes diélectriques $\epsilon_r = 2.35, 4$ et 6 . Les dimensions du patch sont $1 \text{ cm} \times 0.5 \text{ cm}$. On observe à partir des trois Figures que :

- la fréquence d'opération diminue avec l'augmentation de la permittivité du substrat.
- la partie imaginaire de la fréquence de résonance diminue avec l'augmentation de la constante diélectrique.
- l'augmentation de la permittivité du substrat diminue la bande passante de l'antenne, pour le substrat de permittivité relative $\epsilon_r = 7$ la bande passante est la plus élevée.

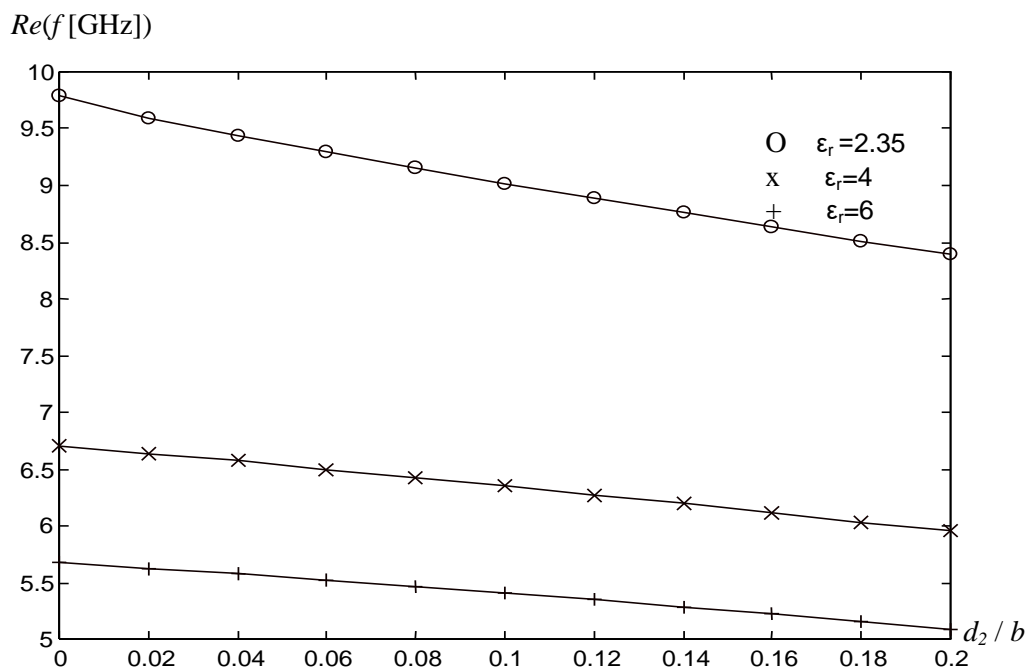


Figure.(III.4) Partie réelle de la fréquence de résonance complexe en fonction de l'épaisseur du substrat pour différentes constantes diélectriques ;

$$\epsilon_r = 2.35, 4 \text{ et } 6, a = 1 \text{ cm}, b = 0.5 \text{ cm}, d_1 = 0$$

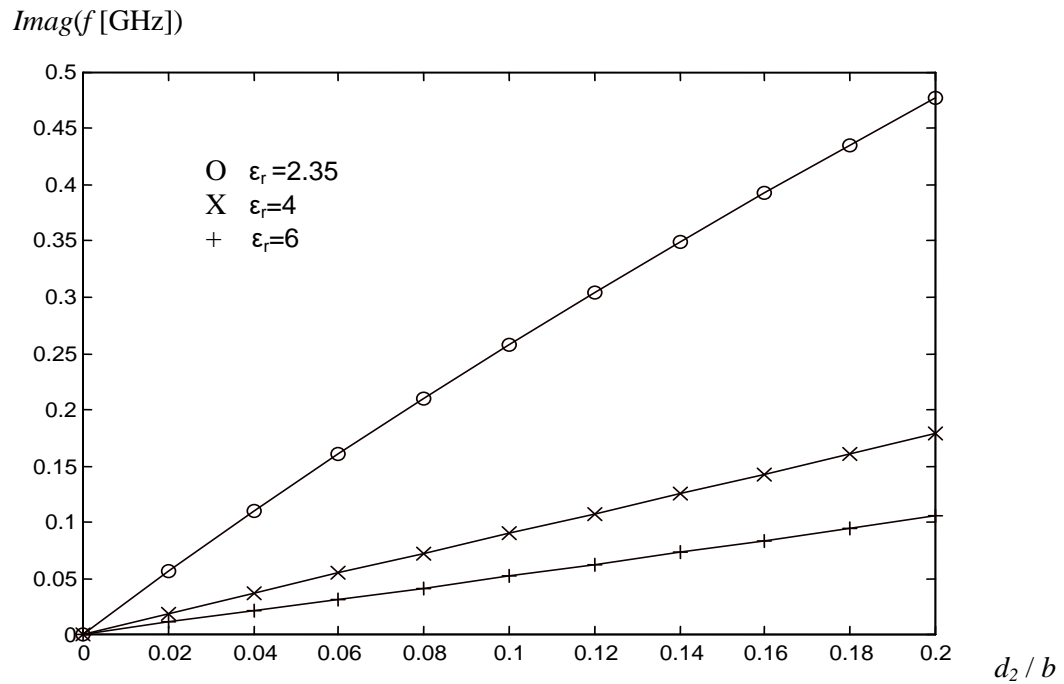


Figure.(III.5): Partie imaginaire de la fréquence de résonance complexe en fonction de l'épaisseur du substrat pour différentes constantes diélectriques ;pour le cas de la Figure(III.4).

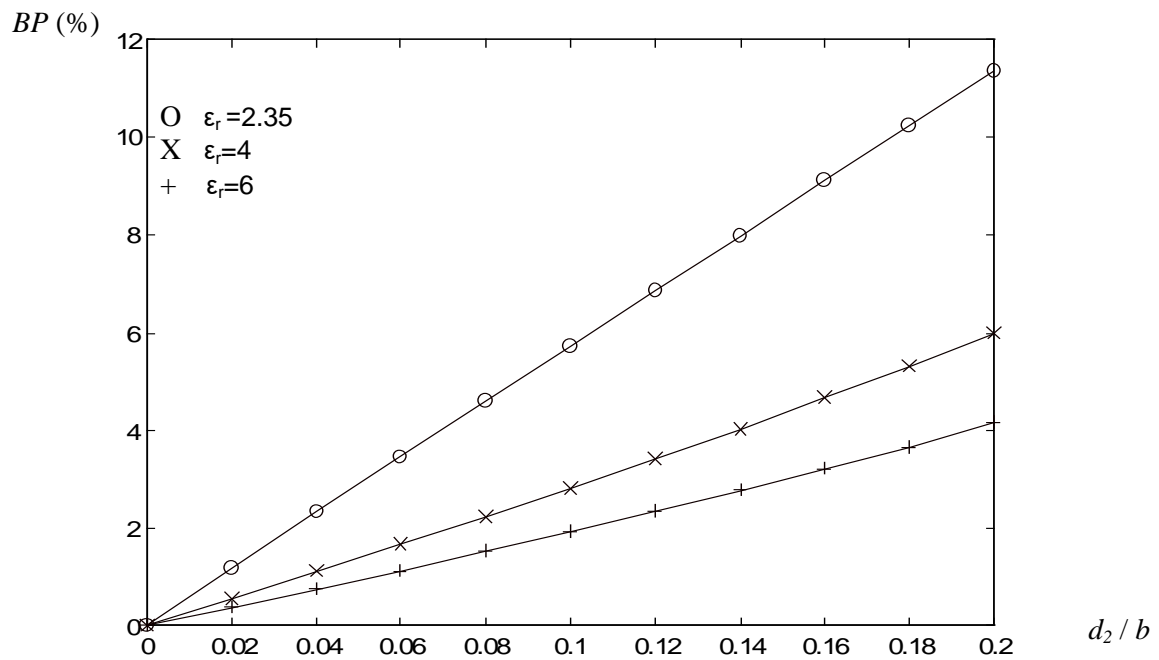


Figure.(III.6): Bande passante de l'antenne en fonction de l'épaisseur du substrat pour différentes constantes diélectrique ; pour le cas de la Figure(III.4)

III.2.2.Effet du gap d'air :

Passant maintenant à l'étude de l'effet de la séparation d'air sur la fréquence de résonance et la bande passante d'une antenne microbande rectangulaire avec un gap d'air est étudiée. Les dimensions du patch sont 1 cm x 0.5 cm et l'épaisseur du substrat est $d_2=0.5\text{mm}$.

Dans la figure III.7 la fréquence de résonance en fonction de la séparation d'air d_1 pour différentes constantes diélectriques est montrée. Nous observons que la diminution de la constante diélectrique du substrat de $\epsilon_r=3$ vers 2.32 résulte en une augmentation de la fréquence de résonance de l'antenne. Concernant l'effet de la séparation d'air sur les caractéristiques de l'antenne, nous observons que l'augmentation de la séparation d'air cause une augmentation rapide de la fréquence de résonance jusqu'à ce que cette dernière atteigne une fréquence d'opération maximale pour une séparation d'air définie $(d_1)_{F_{\max}}$ pour les cas considérés, $(d_1)_{F_{\max}}$ sont 0.68, 0.72 et 0.76mm correspondantes aux antennes avec $\epsilon_r=2.32$, 2.6 et 3 respectivement. Notons que l'effet du gap d'air est plus important pour les petites valeurs de d_1 . Si d_1 prend une valeur supérieure à $(d_1)_{F_{\max}}$, la variation de la fréquence de résonance est presque insignifiante. Une grande attention devra être prise lors de la conception d'une antenne avec un gap d'air faible, du fait que des petites incertitudes dans d_1 cause un changement important dans la fréquence. Comme exemple, pour une antenne sans gap d'air qui a comme substrat « Duroid($\epsilon_r=2.32$) », la fréquence d'opération est 9.42GHz. La séparation d'air qui correspond à la fréquence de 10.60GHz est 0.2mm. Lors de l'ajustement de d_1 , une incertitude $d_1 \pm 0.02\text{mm}$ ($d_1=0.2 \pm 0.02$) cause un décalage significatif dans la fréquence de résonance d'environ $\pm 0.07\text{GHz}$, une solution pratique à ce problème est d'utiliser un gap d'air de 1.74mm, qui donne la fréquence de résonance similaire, au lieu de 0.2mm. Maintenant la même incertitude produit uniquement un décalage d'environ $\pm 0.01\text{GHz}$, un autre avantage lorsque le gap d'air est ajusté pour avoir 1.74mm est que l'antenne peut avoir une large bande

passante de valeur 16.74% qui dépasse trois fois la largeur de bande correspondante à une épaisseur du gap d'air de 0.2mm.

La partie imaginaire de la fréquence de résonance en fonction de la séparation d'air est montrée dans la figure III.8. A partir de cette courbe on conclue que, la partie imaginaire de la fréquence de résonance complexe augmente de façon monotone avec l'augmentation de la séparation d'air.

Dans la figure III.9 la bande passante en fonction de la séparation d'air de l'antenne est montrée. Notons qu'elle augmente de façon monotone avec l'augmentation de la séparation d'air pour les faibles comme les grandes permittivités du substrat.

III.3.Explication physique des résultats obtenus :

On va étudier la variation de la permittivité relative équivalente de l'antenne à deux couches en fonction de la séparation d'air. Dans le but d'expliquer les résultats précédents ,notons que cette permittivité équivalente est donnée par l'équation suivante [13], [14] :

$$\varepsilon_{req} = \varepsilon_r (d_1 + d_2) / (\varepsilon_r d_1 + d_2)$$

La figure III.10 montre la permittivité relative équivalente en fonction de la séparation d'air pour les structures étudiées dans les figures III.7,III.8 et III.9. On observe que quand d_1 augmente, ε_{req} diminue rapidement. Comme exemple pour l'antenne rectangulaire avec un gap d'air ayant comme substrat le « Mylar », l'augmentation de d_1 de 0 à 0.8mm donne une diminution de ε_{req} de 3 à 1.34. Si d_1 prend des valeurs supérieures à 0.8mm, l'augmentation de d_1 cause une diminution élargie de ε_{req} . Cette observation peut être justifiée par l'augmentation rapide de la fréquence de résonance illustrée dans la figure III.7. Sa diminution est le résultat de l'effet connu de l'épaisseur du substrat sur la fréquence de résonance ; puisque la variation de la permittivité relative équivalente en devenant faible n'influe pas de façon significative sur la fréquence de résonance. La bande passante augmente monotonement avec l'augmentation de la séparation d'air.

A cause de l'augmentation de la hauteur du milieu diélectrique (d_1+d_2) d'une part et d' autre part à cause de la diminution de la permittivité relative équivalente.

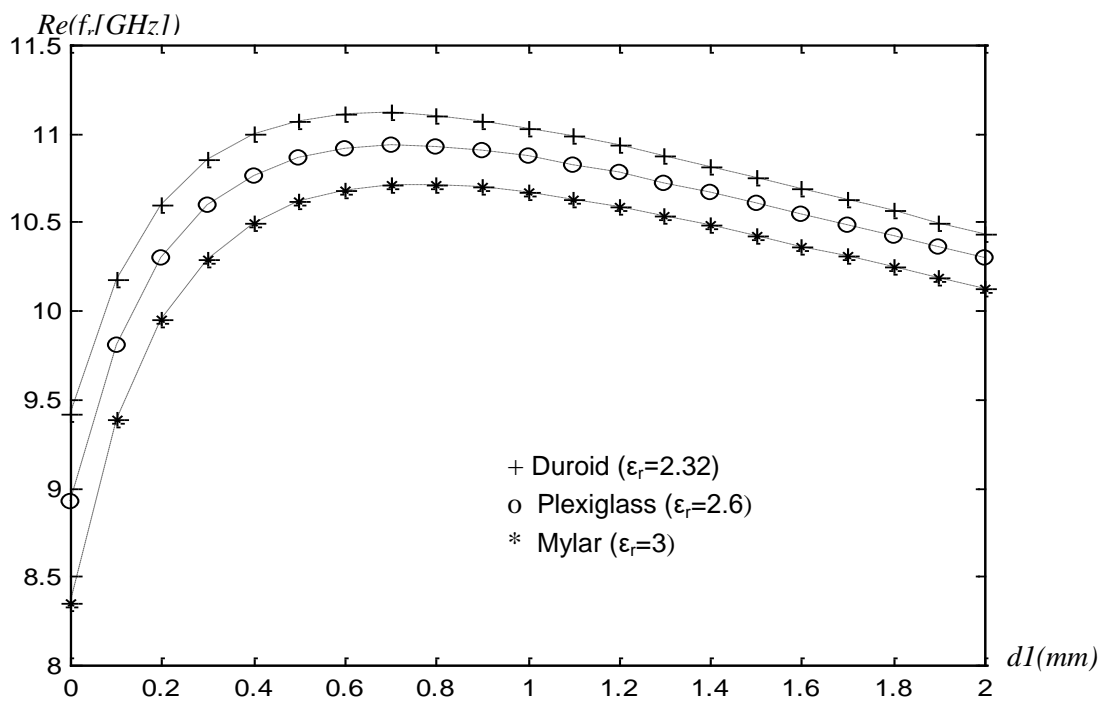


Figure.(III.7): Partie réelle de la fréquence de résonance complexe en fonction de la séparation d'air d_1 ; $a=1cm, b=0.5cm, d_2=0.5mm$

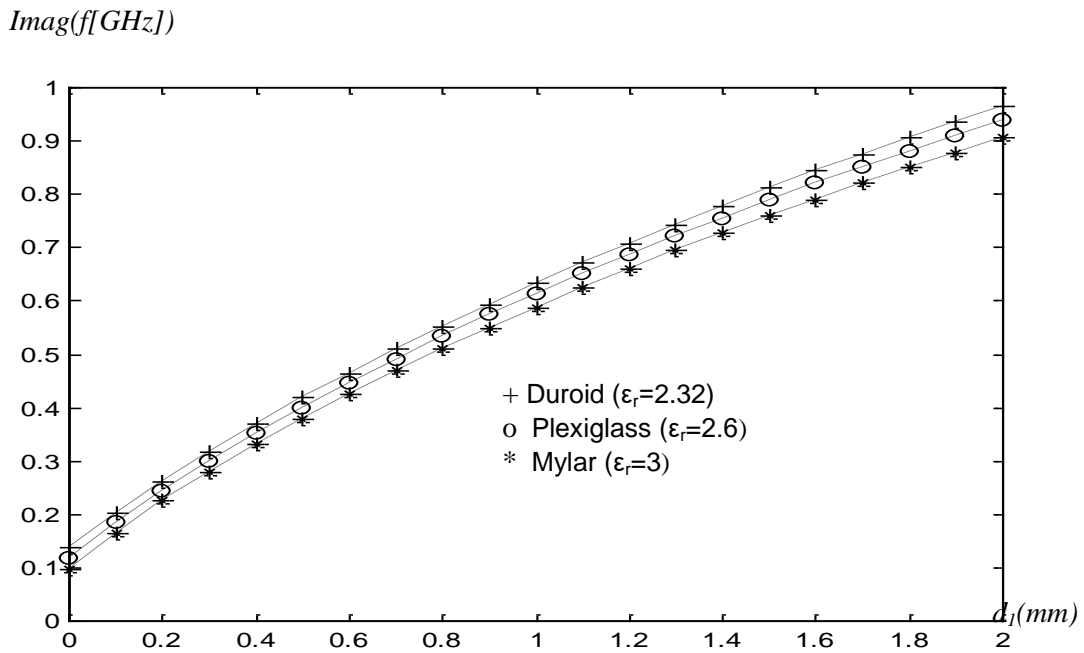


Figure.(III.8): Partie imaginaire de la fréquence de résonance en fonction de la séparation d'air d_1 pour différentes constantes diélectrique;

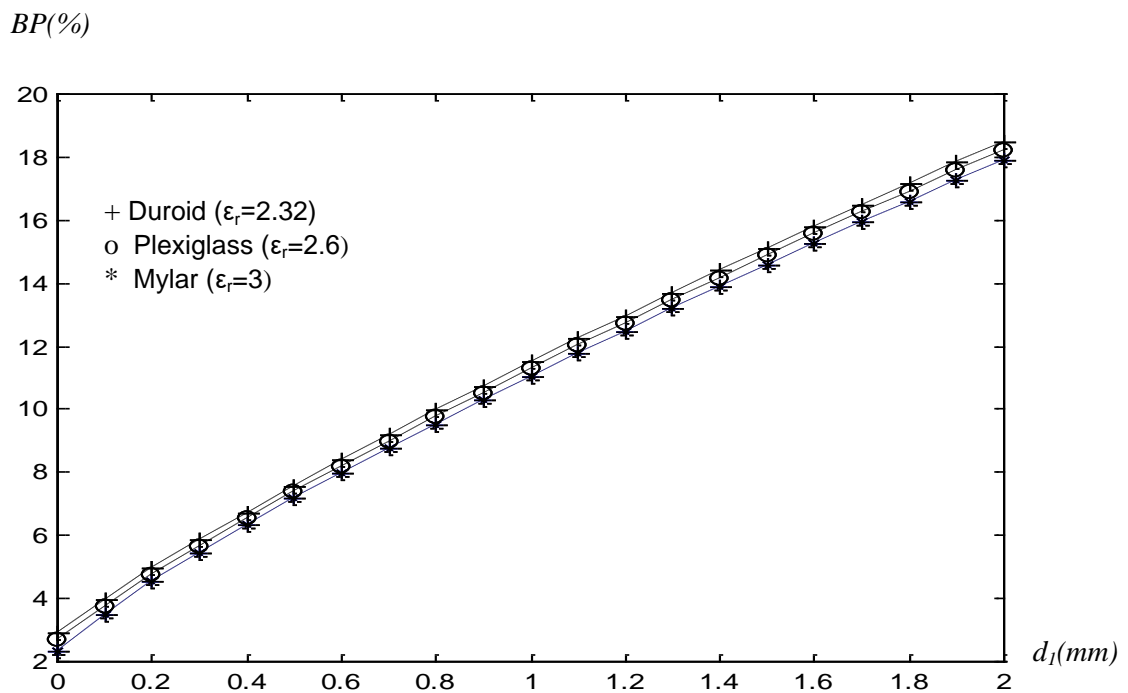


Figure.(III.9): Bande passante en fonction de la séparation d'air d_1 pour différentes constantes diélectrique; $a=1cm, b=0.5cm, d_2=0.5mm$

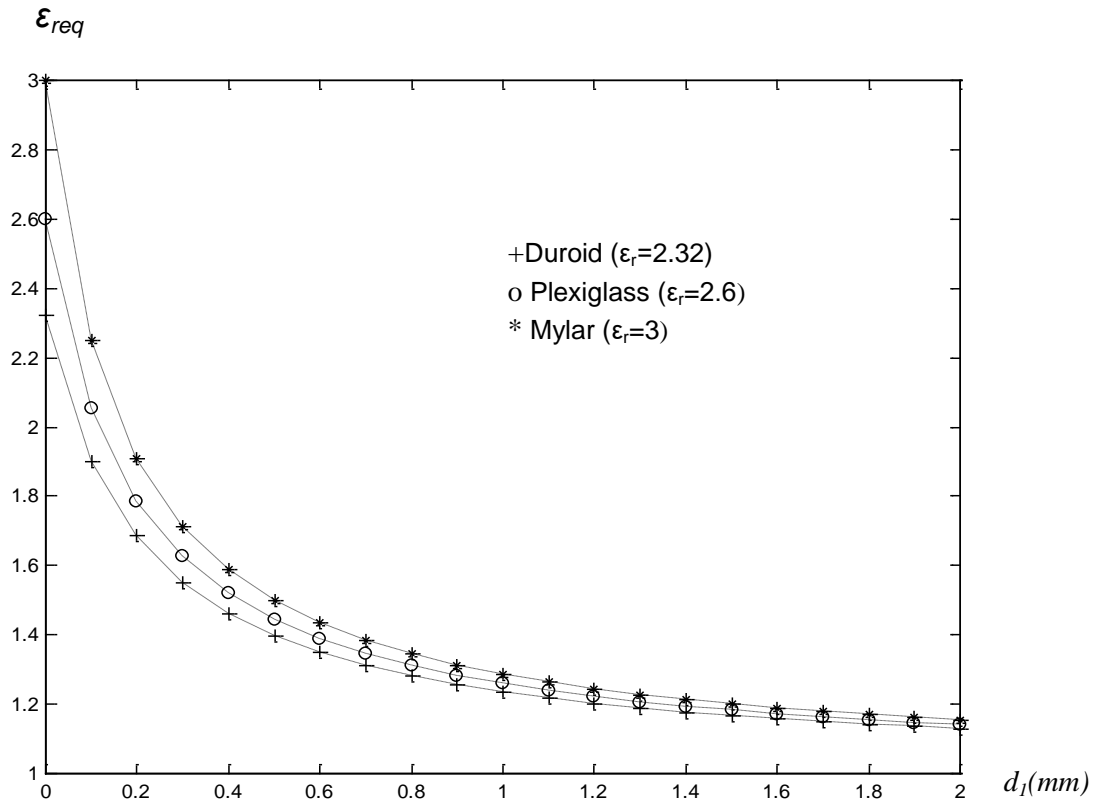


Figure.(III.10): permittivité relative équivalente en fonction de la séparation d'air d_1 pour différentes constantes diélectriques; $a=1\text{ cm}, b=0.5\text{ cm}, d_2=0.5\text{ mm}$

IV.4. Conclusion :

Nous avons étudié les caractéristiques d'une antenne microbande rectangulaire avec un gap d'air. Dans ce chapitre commençant tout d'abord par l'étude de l'influence de l'épaisseur et de la permittivité d'un substrat sur la fréquence de résonance et la bande passante de l'antenne sans gap d'air. Ces derniers résultats nous ont été d'un apport considérable durant l'explication des résultats obtenus concernant l'effet d'un gap d'air.

Conclusion générale

Conclusion générale

Les effets de l'épaisseur, la permittivité du substrat et du gap d'air sur la fréquence de résonance complexe et la bande passante d'une antenne microbande rectangulaire ont été étudiés dans ce manuscrit.

L'analyse est basée sur une méthode intégrale utilisant la fonction tensorielle spectrale de Green, pour déterminer le tenseur spectral de Green, on a étudié la discontinuité du champ magnétique H à l'interface du patch, en suite, le tenseur diagonal Q qui relie le courant électrique avec le champ dans une nouvelle représentation des champs $TM(h)$, $TE(e)$ a été calculé.

On a utilisé la méthode des moments / procédure de Galerkin. Pour résoudre l'équation intégrale comme outil de résolution, les fonctions de base choisies doivent assurer une convergence correcte et rapide des résultats, pour cela on a adopté les fonctions issues du modèle de la cavité comme fonction de base, sachant qu'une seule fonction de base est suffisante dans la procédure de Galerkin.

Le travail peut être scindé en deux parties, la première partie est consacrée à l'étude d'une antenne microbande à simple configuration (sans gap d'air). Nous avons vérifié quelques résultats déjà connus dans la littérature (effet de l'épaisseur et de la constante diélectrique du substrat sur la fréquence de résonance complexe et la bande passante). Alors, que dans la deuxième partie on s'est intéressé à l'étude d'une antenne microbande avec un gap d'air.

Les résultats principaux obtenus dans notre travail dans le cas d'une antenne microbande sans gap d'air sont :

- L'augmentation de l'épaisseur du substrat diminue la partie réelle et augmente la partie imaginaire de la fréquence de résonance complexe.
- L'augmentation de la permittivité du substrat diminue la fréquence de résonance, et augmente la partie imaginaire de la fréquence de résonance et la bande passante.

Conclusion générale

Dans le cas d'une antenne microbande avec un gap d'air les résultats sont :

- la séparation d'air peut être ajuster de manière à avoir une fréquence de résonance maximale .
- L'augmentation de la séparation d'air augmente la partie imaginaire de la fréquence de résonance complexe et la bande passante d'une façon monotone.
- Les résultats trouvés concernant l'effet du gap d'air sur les caractéristiques de l'antenne ont été expliqués par la détermination d'une permittivité relative équivalente de la structure à deux couches.

Bibliographie

Bibliographie

Bibliographies

- [1] **M.BELHEDRI ABDELLRIM** "influence de la supraconductivité a haut température de transition sur la résonance d'une plaque rectangulaire réalisée sur un substrat anisotropie de type électrique magnétique" magistene en électronique .
- [2] **Sami Beora** "Evaluation analytique et numérique des caractéristique ELM des structures microbandes ouvertes "Thèse Université de Batna.
- [3] **Belazzoug.F** "Etude d'une antenne microruban Traingulaire a bande interdite photonique (BIP) 2D " Juin 2016
benabdelaziz2003@yahoo.fr Université de M'Sila, 28000 M'Sila, Algérie
- [4] **K.R Carver and J.W Mink** "Microstrip antenna technology "IEEE Trans antennas propagate. Vol AP-29 N1-PP 2-24 1981.(24).
- [5] **I J Bahal and P.E Bhatia** "Microstrip antenna" Dedham MA Artech House 1980.(25).
IEEE Trans. Antennas propagat. (Coommun); Vol. AP-22, pp. 74-78, Jan. 1974.
- [6] **Soltane Samia** "Etude et caractérisation d'antennes imprimées pour système Ultra large bande "Magister Universite Baskra 2015.(26).
- [7] **CHOUTI LEILA** "contribution a l'étude d'antennes imprimées rectangulaires double bande et multi bandes tenant comte de l'effet de couplage " Mémoire présente pour obtenir le diplôme de Magister en Electronique 13/01/2009.
- [8] **ROUIBAH Ammar** " Etude d'une antenne micro ruban de forme arbitraire par la Méthode FDTD" mémoire *Pour obtenir le titre de* Magister en Electronique Option, Communication UNIVERSITE FERHAT ABBAS SETIF 28/10/2009.
- [9] **Mr. KEBBAB RADHWANE** " Conception d'antennes Ultra large Bande en Technologie Imprimée " Thèse Magister de Télécommunication 2010.
- [10] **Boussaha Somia** " contribution a l'étude et a la modélisation des antennes imprimées rectangulaires Applications aux systèmes de communication " Mémoire présente pour obtenir le diplôme de Magister en Télécommunication 2012.
bouttout.farid@mail.usa.com n_aouabdia@yahoo.fr
- [11] **A.Behloul** "Contribution a l'étude des antennes microstrip supraconducteur et forme traingulaire"Magister Universite de Constantine 2010.

Bibliographie

- [12] **Siham Benkouda**” Contribution a l’étude des problèmes de caractérisation des antennes microruban a plaques rayonnantes parfaitement conductrices et supraconductrices” These Université de Batna.
- [13] **Lee KF, Dahele JS** “circular-disc microstrip antenna with and without air gaps”.IEEE Transactions on Antennas and propagation 1984;AP-32(8):880-884.
- [14] **Abboud F ,Daminiano JP, Papiernik A** “A new model for calculating the input impedance of coax-fed circular microstrip antennas with and without air gaps “IEEE Transactions on Antennas and propagation 1990;38(11):1882-1885.
- [15] **Rouibah Ammar**” Etude d’une antenne micrubande forme arbitraire par la méthode FDTD” Magister université Setif 2009.
- [16] **A. G. Derneryd**, “Lineary polarized microstrip antennas,” Ibid; 1976, AP-24, pp. 846-851.
- [17] **A. K. Bhattacharyya and R. Gorg**, “A generalized transmission line model for microstrip patches,” Proc. Inst. Elec. Eng; Vol. 132, pt. H, no. 132, pp. 93-98, Apr. 1985.
- [18] **B.Nasser et Said**, “Caractérisation numérique des lignes micro- ruban”, projet de fin d’étude 1996.
- [19] **Chetouah Farouk** “Etude et modelisation des antennes miniatures bassees sur des materiaux dielectriques” Doctorat en sciences Université Setif 2018.
- [20] **D.M. Pozar, and D. H. Schuhert**, “analysis of an infinite array of rectangular microstrip patches with idealized prot feeds,” IEEE Trans. Antennas propagat., Vol. AP-23, pp. 11101-1107, Octo. 1984.
Department of Electronics, University of Batna, Batna 05000, Algeria
doi: 10.17706/ijcce.2017.6.1.75-82
- [21] **F. Boutout**, “étude des problèmes d’excitation et de caractérisation des antennes à structures planaires de forme régulières “.Thèse de magister, Université de Constantine, 1997.
- [22] **G. Split and M. Davidovitz**, “Guidelines for desing of electromagnetically coupled microstrip patch antenna on two-layer substates,” IEEE Trans. Antennas propagat., Vol. 38, pp. 1136-1140, July 1990.
hassadmourad@gmail.com
- [23] **J. Bears, L. Dubois, J. Pribetich, and M. Chive**, “Etudes théoriques et experimentale d’applicateurs en structure plaquée,” Journées international de Nice sur les antennes,

Bibliographie

- pp. 626-929, Novembre 1990.
- [24] **Linda Djouablia**'' Contribution a l'étude des structures microbandes rayonnantes par la méthode des moments application a la forme triangulaire ''Doctorat Université de Costantine 2012.
- Manuscript submitted January 28, 2016; accepted July 25, 2016.
- [25] **Mourad Hassad, Akram Soufiane Boughrara and Tarek Fortaki** " Full-wave Analysis of Rectangular Microstrip Antenna Printed on Electric-Magnetic Uniaxial Anisotropic Substrates " International Journal of Future Generation Communication and Networking Vol.7, No.4 (2014), pp.183-194
<http://dx.doi.org/10.14257/ijfgcn.2014.7.4.17>
- [26] **Mr, CHAABANE Abdelhalim** " Conception d'une antenne BIP Large Bande a fort gain " Thèse présentée pour l'obtention du diplôme de Doctorat en Sciences en Electronique 23/02/2017.
- [27] **Mr. Bader Faouzi**, "Caractérisation d'une antenne micro-ruban de forme rectangulaire. Etude de l'influence de ses paramètres sur son rayonnement". Thèse d'ingénieur Université de Constantune, 1996.
- [28] **N. AOUBDIA, F. BENABDELAZIZ ; F. BOUTTOUT** " EFFET DE L'EPAISSEUR DU GAP D'AIR SUR LA FREQUENCE DE RESONANCE D'UN
- [29] **R. A. Pucel, D. I. Massé, and C. P. Hart wing**,"Losses in microstrip, "IEEE Trans. microwave Theory Tech.Vl.Mt16,pp.342-350,June 1968.
- [30] **R. E. Munson**, "Conformal Microstrip antennas and microstrip phased "
- [27] **R. J. Mailloux**, "Phased array theory and technology," Proc. IEEE, Vol. 70, pp. 246-251, Mar. 1982.
- [31] **R. M. Nelson, D. A. Rogers, and A. G. D'assunção**, "resonant frequency of a rectangular microstrip patch on several uniaxial substrate," IEEE Trans. Antennas propagat. Vol. 38, pp. 973-981, July 1990.
- [32] **R. Q. Lee, and K. F. Lee**, Expérimental study of the two-layer electromagnetic ally rectangular patch antenna," IEEE Trans. Antennas propagat., Vol. 38, pp. 1298-1302, Aug. 1990. RESONATEUR MICROBANDE' *Université de Constantine, 25000 Constantine, Algérie*
- [33] **U. Ozkaya, L. Seyfi** " Optimal Rectangular Microstrip Antenna with and without Air Gaps Design by Means of Particle Swarm Optimization and Vortex Search Algorithm'' Selcuk University, Department of Electrical & Electronics Engineering,

Bibliographie

Konya, Turkey. * Corresponding author. Tel.:+905422870104; email: uozkaya@selcuk.edu.tr

- [34] **Z. Fan and K. F. Lee**, “Input impedance of annular-ring microstrip antennas with a dielectric cover,” IEEE Trans. Antennas propagat., Vol. pp. 992-995, Aug.

Annexes

Annexe A

Détermination de \bar{A} , \bar{B} et \bar{g} :

$$\bar{e}(k_s, z) = \bar{A}e^{-ik_z z} + \bar{B}e^{ik_z z} \quad (\text{A.1})$$

$$\bar{h}(k_s, z) = \bar{g}(k_s) \cdot [\bar{A}e^{-ik_z z} - \bar{B}e^{ik_z z}] \quad (\text{A.2})$$

$$\tilde{E}_z = A_1 e^{-ik_z z} + B_1 e^{+ik_z z} \quad (\text{A.3.a})$$

$$\tilde{H}_z = A_2 e^{-ik_z z} + B_2 e^{+ik_z z} \quad (\text{A.3.b})$$

$$\bar{e} = \begin{bmatrix} e^e \\ e^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{i}{k_s} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial z} \\ \frac{\omega \mu}{k_s} \tilde{H}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{i}{k_s} (-ik_z A_1 e^{-ik_z z} + ik_z B_1 e^{ik_z z}) \\ \frac{\omega \mu}{k_s} (A_2 e^{-ik_z z} + B_2 e^{ik_z z}) \end{bmatrix}$$

$$\bar{e} = \begin{bmatrix} \frac{A_1 k_z}{k_s} \\ \frac{\omega \mu A_2}{k_s} \end{bmatrix} e^{-ik_z z} + \begin{bmatrix} \frac{-B_1 k_z}{k_s} \\ \frac{\omega \mu B_2}{k_s} \end{bmatrix} e^{ik_z z} \quad (\text{A.4})$$

$$\bar{h} = \begin{bmatrix} h^e \\ h^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon}{k_s} \tilde{E}_z \\ \frac{i}{k_s} \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon}{k_s} (A_1 e^{-ik_z z} + B_1 e^{ik_z z}) \\ \frac{i}{k_s} (-ik_z A_1 e^{-ik_z z} + ik_z B_1 e^{ik_z z}) \end{bmatrix}$$

$$\bar{h} = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon A_1}{k_s} \\ \frac{k_z A_2}{k_s} \end{bmatrix} e^{-ik_z z} + \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon B_1}{k_s} \\ \frac{-k_z B_2}{k_s} \end{bmatrix} e^{ik_z z}$$

$$\bar{h} = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon}{k_z} \frac{A_1 k_z}{k_s} \\ \frac{k_z}{\mu \omega} \frac{\omega \mu A_2}{k_s} \end{bmatrix} e^{-ik_z z} - \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon}{k_z} \frac{(-k_z B_1)}{k_s} \\ \frac{k_z}{\mu \omega} \frac{\omega \mu B_2}{k_s} \end{bmatrix} e^{ik_z z}$$

$$\bar{h} = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon}{k_z} & 0 \\ 0 & \frac{k_z}{\omega \mu} \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} \frac{A_1 k_z}{k_s} \\ \frac{\omega \mu A_2}{k_s} \end{bmatrix} e^{-ik_z z} - \begin{bmatrix} \frac{-k_z B_1}{k_s} \\ \frac{\omega \mu B_2}{k_s} \end{bmatrix} e^{ik_z z} \right) \quad (\text{A.5})$$

D'après (A.1) et (A.2) on constate que:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \frac{A_1 k_z}{k_s} \\ \frac{\omega \mu A_2}{k_s} \end{bmatrix} ; \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} \frac{-k_z B_1}{k_s} \\ \frac{\omega \mu B_2}{k_s} \end{bmatrix} ; \quad \bar{g} = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon}{k_z} & 0 \\ 0 & \frac{k_z}{\omega \mu} \end{bmatrix}$$

Annexe B

Détermination de \bar{T}_j :

D'après les formules (A.1) et (A.2) on peut écrire :

$$\bar{e}_j(Ks, Z_j^-) = \bar{A} \cdot e^{-iK_z Z_j^-} + \bar{B} \cdot e^{+iK_z Z_j^-} \quad (\text{B.1})$$

$$\bar{h}_j(Ks, Z_j^-) = \bar{g}(Ks) \cdot (\bar{A} \cdot e^{-iK_z Z_j^-} - \bar{B} \cdot e^{+iK_z Z_j^-}) \quad (\text{B.2})$$

$$\bar{e}_j(Ks, Z_{j-1}^+) = \bar{A} \cdot e^{-iK_z Z_{j-1}^+} + \bar{B} \cdot e^{+iK_z Z_{j-1}^+} \quad (\text{B.3})$$

$$\bar{h}_j(Ks, Z_{j-1}^+) = \bar{g}(Ks) \cdot (\bar{A} \cdot e^{-iK_z Z_{j-1}^+} - \bar{B} \cdot e^{+iK_z Z_{j-1}^+}) \quad (\text{B.4})$$

$$(\text{B.4}) \Rightarrow \bar{h}_j(Ks, Z_{j-1}^+) (\bar{g}(Ks))^{-1} = (\bar{A} \cdot e^{-iK_z Z_{j-1}^+} - \bar{B} \cdot e^{+iK_z Z_{j-1}^+}) \quad (\text{B.5})$$

$$(\text{B.5}) + (\text{B.3}) \Rightarrow \bar{e}_j(Ks, Z_{j-1}^+) + \bar{h}_j(Ks, Z_{j-1}^+) (\bar{g}(Ks))^{-1} = 2\bar{A} e^{-iK_z Z_{j-1}^+}$$

$$\bar{A} e^{-iK_z Z_{j-1}^+} = \frac{1}{2} \bar{e}_j(Ks, Z_{j-1}^+) + \frac{1}{2} \bar{h}_j(Ks, Z_{j-1}^+) (\bar{g}(Ks))^{-1} \quad (\text{B.6})$$

$$(\text{B.1}) \text{ dans } (\text{B.6}) \Rightarrow \bar{e}_j(Ks, Z_{j-1}^+) = \frac{1}{2} \bar{e}_j(Ks, Z_{j-1}^+) + \frac{1}{2} \bar{h}_j(Ks, Z_{j-1}^+) (\bar{g}(Ks))^{-1} + \bar{B} e^{iK_z Z_{j-1}^+}$$

$$\Rightarrow \bar{B} e^{iK_z Z_{j-1}^+} = \frac{1}{2} \bar{e}_j(Ks, Z_{j-1}^+) - \frac{1}{2} \bar{h}_j(Ks, Z_{j-1}^+) (\bar{g}(Ks))^{-1} \quad (\text{B.7})$$

(B.6) et (B.7) dans (B.1) donne :

$$\begin{aligned} \bar{e}_j(Ks, Z_j^-) &= \left[\frac{1}{2} \bar{e}_j(Ks, Z_{j-1}^+) + \frac{1}{2} \bar{h}_j(Ks, Z_{j-1}^+) (\bar{g}(Ks))^{-1} \right] e^{iK_z Z_{j-1}^+ - iK_z Z_j^-} \\ &+ \left[\frac{1}{2} \bar{e}_j(Ks, Z_{j-1}^+) - \frac{1}{2} \bar{h}_j(Ks, Z_{j-1}^+) (\bar{g}(Ks))^{-1} \right] e^{iK_z Z_j^- - iK_z Z_{j-1}^+} \end{aligned}$$

Tenant compte que $Z_j - Z_{j-1} = d_j$:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \bar{e}(Ks, Z_j^-) &= \bar{e}_j(Ks, Z_{j-1}^+) \left[\frac{e^{iK_{zj} d_j} + e^{-iK_{zj} d_j}}{2} \right] - i \bar{h}_j(Ks, Z_{j-1}^+) (\bar{g}(Ks))^{-1} \left[\frac{e^{iK_{zj} d_j} - e^{-iK_{zj} d_j}}{2i} \right] \\ \Rightarrow \bar{e}(Ks, Z_j^-) &= \bar{e}_j(Ks, Z_{j-1}^+) \cos(K_{zj} d_j) - i \bar{h}_j(Ks, Z_{j-1}^+) (\bar{g}(Ks))^{-1} \sin(K_{zj} d_j) \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

(B.6) et (B.7) dans (B.2) :

$$\bar{h}(Ks, Z_j^-) = \bar{g}(Ks) \left[\begin{aligned} &\left(\frac{1}{2} \bar{e}_j(Ks, Z_{j-1}^+) + \frac{1}{2} \bar{h}_j(Ks, Z_{j-1}^+) (\bar{g}(Ks))^{-1} \right) e^{iK_{zj} Z_{j-1}^+ - iK_{zj} Z_j^-} \\ &- \left(\frac{1}{2} \bar{e}_j(Ks, Z_{j-1}^+) - \frac{1}{2} \bar{h}_j(Ks, Z_{j-1}^+) (\bar{g}(Ks))^{-1} \right) e^{iK_{zj} Z_{j-1}^+ + iK_{zj} Z_j^-} \end{aligned} \right]$$

$$\Rightarrow \bar{h}(Ks, Z_j^-) = -i\bar{g}(Ks)\bar{e}_j(Ks, Z_{j-1}^+) \left[\frac{e^{iK_{zj}d_j} - e^{-iK_{zj}d_j}}{2i} \right] + \bar{h}_j(Ks, Z_{j-1}^+) \left[\frac{e^{iK_{zj}d_j} + e^{-iK_{zj}d_j}}{2} \right]$$

$$\Rightarrow \bar{h}(Ks, Z_j^-) = -i\bar{g}(Ks)\bar{e}_j(Ks, Z_{j-1}^+) \sin(K_{zj}d_j) + \bar{h}_j(Ks, Z_{j-1}^+) \cos(K_{zj}d_j) \quad (\text{B.9})$$

et puisque $\bar{e} = \begin{bmatrix} e^e \\ e^h \end{bmatrix}$ et $\bar{h} = \begin{bmatrix} h^e \\ h^h \end{bmatrix}$

Pour l'homogénéité des équations (B.8) et (B.9) les cosinus et sinus doivent être des matrices (2×2) :

$$(B.9) \Rightarrow \bar{h}(Ks, Z_j^-) = -i\bar{g}(Ks) \begin{bmatrix} \sin(K_{zj}d_j) & 0 \\ 0 & \sin(K_{zj}d_j) \end{bmatrix} \bar{e}_j(Ks, Z_{j-1}^+) + \begin{bmatrix} \cos(K_{zj}d_j) & 0 \\ 0 & \cos(K_{zj}d_j) \end{bmatrix} \bar{h}_j(Ks, Z_{j-1}^+)$$

De (B.10) et (B.11) on a :

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \bar{e}(Ks, Z_j^-) \\ \bar{h}_j(Ks, Z_j^-) \end{bmatrix} = \bar{\bar{T}}_j \begin{bmatrix} \bar{e}(Ks, Z_{j-1}^+) \\ \bar{h}_j(Ks, Z_{j-1}^+) \end{bmatrix}$$

avec :

$$\bar{\bar{T}}_j = \begin{bmatrix} \bar{\bar{T}}_j^{11} & \bar{\bar{T}}_j^{12} \\ \bar{\bar{T}}_j^{21} & \bar{\bar{T}}_j^{22} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{T}}_j^{11} = \bar{\bar{T}}_j^{22} = \begin{bmatrix} \cos(K_{zj} \cdot d_j) & 0 \\ 0 & \cos(K_{zj} \cdot d_j) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{T}}_j^{12} = -i\bar{g}_j^{-1} \sin(K_{zj} \cdot d_j) = \begin{bmatrix} -i \frac{K_{zj}}{\omega \epsilon_j} \sin(K_{zj} \cdot d_j) & 0 \\ 0 & -i \frac{\omega \mu_j}{K_{zj}} \sin(K_{zj} \cdot d_j) \end{bmatrix}$$

$$\bar{T}_j^{21} = -i\bar{g}_j \sin(K_{zj}.d_j) = \begin{bmatrix} -i \frac{\omega \varepsilon_j}{K_{zj}} \sin(K_{zj}.d_j) & 0 \\ 0 & -i \frac{K_{zj}}{\omega \mu_j} \sin(K_{zj}.d_j) \end{bmatrix}$$

Annexe C

Détermination de $\tilde{\bar{j}}$ en fonction de \bar{j}

Dans le chapitre III on a montrer que :

$$\bar{j} = \begin{bmatrix} j^e \\ j^h \end{bmatrix} = \frac{1}{Ks} \begin{bmatrix} K_x & K_y \\ K_y & -K_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} \quad (C.1)$$

$$(C.1) \Rightarrow \begin{cases} j^e = \frac{1}{Ks} [K_x \tilde{J}_x + K_y \tilde{J}_y] \\ j^h = \frac{1}{Ks} [K_y \tilde{J}_x - K_x \tilde{J}_y] \end{cases} \quad (C.2)$$

$$(C.2) \Rightarrow j^e Ks = [K_x \tilde{J}_x + K_y \tilde{J}_y] \\ \Rightarrow \frac{j^e Ks - K_x \tilde{J}_x}{K_y} = \tilde{J}_y. \quad (C.4)$$

$$(C.4) \text{ dans } (C.3) \Rightarrow j^h = \frac{1}{Ks} \left[K_y \tilde{J}_x - \frac{K_x}{K_y} (j^e Ks - K_x \tilde{J}_x) \right] \\ \Rightarrow j^h Ks = K_y \tilde{J}_x - \frac{K_x}{K_y} j^e Ks + \frac{K_x^2}{K_y} \tilde{J}_x \\ \Rightarrow j^h Ks K_y = K_y^2 \tilde{J}_x - K_x j^e Ks + K_x^2 \tilde{J}_x \\ \Rightarrow j^h Ks K_y + K_x j^e Ks = \tilde{J}_x (K_x^2 + K_y^2)$$

$$\text{Avec } Ks^2 = K_y^2 + K_x^2 \\ \Rightarrow Ks(j^h K_y + K_x j^e) = \tilde{J}_x Ks^2 \\ \Rightarrow \tilde{J}_x = j^e \frac{K_x}{Ks} + j^h \frac{K_y}{Ks}$$

(C.5)

(C.5) dans (C.4) :

$$\Rightarrow j^e Ks = \frac{K_x}{Ks} (j^h K_y + j^e K_x) + K_y \tilde{J}_y \\ \Rightarrow j^e \left(Ks - \frac{K_x^2}{Ks} \right) - j^h \frac{K_y K_x}{Ks} = K_y \tilde{J}_y \\ \Rightarrow j^e \left(\frac{Ks^2 - K_x^2}{K_y Ks} \right) - j^h \frac{K_y K_x}{K_y Ks} = \tilde{J}_y \\ \Rightarrow \tilde{J}_y = j^e \frac{K_y}{Ks} - j^h \frac{K_x}{Ks} \quad (C.6)$$

$$\text{de (C.5) et (C.6) on aura : } \Rightarrow \tilde{\bar{j}} = \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} = \frac{1}{Ks} \begin{bmatrix} K_x & K_y \\ K_y & -K_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} j^e \\ j^h \end{bmatrix}$$