

UNIVERSITÉ KASDI MERBAH OUARGLA

**Faculté des Nouvelles Technologies de
l'Information et de Communication**

**Département d'électronique
et de télécommunication**

MÉMOIRE

MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies

Spécialité : Automatique et système

Présenté par :

Hadji abd elmelek et Amirat Boudjemaa

Thème :

**commande des systèmes non linéaires par
mode glissant**

Devant le jury composé de :

Mr Hamza Azzedine	MA (A) UKM-Ouargla	Président	UKM-Ouargla
Mr Kara Fouzia	MA (A) UKM-Ouargla	Examineur	UKM-Ouargla
Mr Lati Abdelhai	MC (B) UKM-Ouargla	Encadreur	UKM-Ouargla
Mr Amieur Toufik	MC (A) UKM-Ouargla	Co-Encadreur	UKM-Ouargla

Année Universitaire : 2019 / 2020

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

صَلَّى عَلَى مُحَمَّدٍ وَآلِهِ

صَلَّى اللَّهُ
عَلَيْهِمْ وَآلِهِمْ

Remerciements

Avant tout nous remercions Dieu Le tout puissant de nous avoir donné le courage, la volonté, la patience, et la santé durant toutes ces années et que grâce à lui ce travail a pu être réalisé.

*Nous tenons à remercier vivement **Mr. Lati Abdelhai** et **Mr. Amieur Toufik** notre Rapporteur qui a fourni des efforts énormes, par ses informations ses conseils et ses encouragements*

Nos remerciements vont aussi à tous les enseignants et les équipage de Département d'électronique et de télécommunication qui ont contribué à notre formation, et à tous les membres du jury qui ont accepté de juger notre travail.

Enfin nous tenons à exprimer notre reconnaissance à tous nos amis et collègues pour leurs soutien et leur encouragement afin de terminer ce travail

Dédicace

Je dédie ce travail à :

Mes chers parents.

Mon frères et mes soeurs.

Mes oncles et tantes.

Mes cousins et cousines.

Mes amis.

Mes enseignant(e)s.

A tous ceux qui nous a aidés de près ou de loin dans

notre parcours d'étude

Hadji abd elmelek

Dédicace

Je dédie ce travail à :

Mes chers parents.

Mon frères et mes soeurs.

Mes oncles et tantes.

Mes cousins et cousines.

Mes amis.

Mes enseignant(e)s.

A tous ceux qui nous a aidés de près ou de loin dans

notre parcours d'étude

Amirat Boudjemaa

Sommaire

Remerciements

Dédicace

Sommaire

Liste des figure

Notations et Abréviations

Introduction Générale 1

Chapitre I : Généralités sur la commande des systèmes non linéaires

1. Introduction.....	3
2. Les systèmes non linéaires.....	3
3. Représentation des systèmes non linéaire.....	3
3.1. Système autonome.....	4
3.2. Systèmes à structure variables.....	4
3.3. Points d'équilibre.....	5
4. Stabilité des systèmes non linéaires.....	5
4.1. Fonction candidate de Lyapunov.....	6
4.2. Théorèmes de stabilité.....	6
4.2.1. Stabilité locale.....	6
4.2.2. Stabilité globale.....	6
4.3. Stabilité d'une trajectoire.....	6
5. Linéarisation par bouclage entrée-état ou entrée-sortie.....	7
6. Types de la Commande Le système non linéaire	7
6.1. La commande Backstepping.....	7
6.2. La commande adaptative.....	8
6.3. La commande prédictive.....	8
6.4. La commande robuste.....	9
6.5. La commande par mode glissant.....	9
6.6. La commande floue.....	9
7. Conclusion.....	10

Chapitre II : La commande par mode glissant

1. Introduction.....	11
2. Système à structure variable.....	11
2.1. Principe de la commande à structure variable par régime glissant.....	11

2.1.1. Fonction de commutation.....	12
2.1.2. Hyperplan de commutation.....	12
2.1.3. Régime glissant.....	12
2.1.4. Surface de glissement.....	12
2.1.4.a. Le mode de convergence (MC):	13
2.1.4. b. Le mode de glissement (MG):	13
2.1.4. c. Le mode du régime permanent (MRP):.....	13
5. La commande par mode glissant	13
3.1. Choix de la surface de glissement.....	14
3.2. Conditions de convergence et d'existence.....	14
3.2.a. La fonction de commutation.....	15
3.2.b. La fonction de Lyapunov.....	15
3.3. Calcul de la commande.....	15
3.3.1. La commande équivalente.....	17
3.3.2. La commande commutante.....	18
3.3.2.1.a. La commande discontinue	18
3.3.2.1.b. Commande continue dans une bande de la surface	20
3.3.2.2. Calcul de la commande commutant	21
3.4. Le phénomène de reticence ou chattering	22
3.5. Robustesse par rapport aux perturbations	22
6. Exemple d'application (système non linéaire monovarié)	23
4. a). Commande discontinue	23
4.b). Commande continue	26
8. Conclusion.....	28

Ghaptre III commande des systèmes non linéaires multivariés par mode glissant

1. Introduction.....	29
2. Commande par mode glissant des systèmes non linéaires découplée	29
3. Exemples	31
3.1. Système pendule inversé	31
4. Conclusion :.....	39
Conclusions et Perspectives	40

Référence

Bibliographique

Résumé

LISTE DES FIGURES

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure II.1. Différents mode pour la trajectoire dans le plant de Phase	13
Figure II.2. Convergence du système glissant	15
Figure.II.3. Commande équivalente et commande réelle	18
Figure.II.4. Commande discontinue	19
Figure II.5. Surface de glissement et la commande discontinue	20
Figure II.6. Loi de commande par bande continue au voisinage de la surface de glissement selon Slotine	21
Figure II.7. Phénomène de reticence	22
Figure II.8. Variation de la sortie et sa reference	24
Figure II.9. Variation de la surface de glissement	25
Figure II.10. Variation de la commande discontinue	25
Figure II.11. Plan de phase et droite de glissement	25
Figure II.12. Variation de la sortie et sa reference	26
Figure II.13. Variation de la surface de glissement	26
Figure II.14. Variation de la commande continue.....	27
Figure II.15. Plant de phase et la droite de glissement	27
Figure III.1. Schéma de principe du simple pendule inverse	31
Figure III.2. Variation de variable d'état (angle, la vitesse angulaire)	33
Figure III.3. Variation de variable d'état (position, la vitesse)	33
Figure III.4. Variation de la surface de glissement $S1$ et $S2$	33
Figure III.5. Variation de la variable z et la commande u	34
Figure III.6. Plan de phase et la droite de $S1$ et $S2$	34
Figure III.7. la variation de angle et la variable z	34
Figure III.8. Variation de variable d'état (angle, la vitesse angulaire)	35
Figure III.9. Variation de variable d'état (position, la vitesse)	35
FigureIII.10. Variation de la surface de glissement $S1$ et $S2$	35
Figure III.11. Variation de la variable z et la commande u	36

LISTE DES FIGURES

Figure III.12. Plan de phase et la droite de $S1$ et $S2$	36
Figure III.13. la variation de angle et la variable z	36
Figure III.14. Variation des erreurs (angle, la vitesse angulaire).....	37
Figure III.15. Variation des erreurs (position, la vitesse)	37
Figure III.16. Variation de la surface de glissement $S1$ et $S2$	38
Figure III.17. Variation de la variable z et la commande u	38
Figure III.18. Plan de phase et la droite de $S1$ et $S2$	38
Figure III.19. La variation de erreur de angle et le variable Z ,et La variation de position du chariot et la position desire.....	39

Notations et Abréviations

Notations et Abréviations

Notations :

R	Corps des nombres réels.
$x(t)$	vecteur d'état de système
$f(x), g(x), h(x)$	fonctions non linéaire
$e(x)$	L'écart entre la variable d'état à régler x et la référence x_d .
λ	constante positif.
$X_d(t)$	Vecteur d'état désiré.
$u(t)$	Vecteur de commande.
\forall	Quelque soit.
x_e	Point d'équilibre du système.
$\ \cdot\ $	Norme euclidienne.
V	Fonction de Lyapunov.
\dot{V}	Dérivé de la fonction de Lyapunov.
S	Surface de glissement.
$\dot{S}(x)$	la dérivée de surface
u_i	vecteur de commande
u_{eq}	La commande équivalente.
K	Gain de glissement.
$p(x, t)$	perturbations extérieures,
∇S	Vecteur gradient de la fonction S .
$\langle f, b \rangle$	Le produit scalaire de f et de b .
p^1	borne connue dans une bande de la surface.
θ	l'angle du pendule.

Notations et Abréviations

m_p	la masse du pendule.
m_c	la masse du chariot.
$m_t = m_c + m_p$	la masse totale du chariot-pendule.
L	Demi longueur du pendule.
g	la pesanteur.
Ω	L'Intervale

Abréviations :

PID	Proportionnel Intégral Dérivé (correcteur).
CSV	Commande à Structure Variable.
MC	Mode de Convergence.
MG	Mode Glissant.
MRP	Mode du Régime Permanent.
MPC	Model Predictive Control
CMG	Contrôleur par Mode Glissant.
FTC	Commande tolérante aux defaults

Introduction Générale

Au cours des deux dernières décennies, un grand nombre de publications ont été dédiées au problème de commande des systèmes non linéaires. Un problème qui présente beaucoup de défis puisque les systèmes non linéaires, contrairement aux systèmes linéaires pour lesquels l'automatique fournit une panoplie de méthodes pour la synthèse de la commande, ne possèdent pas de loi de commande non linéaire. Ceci est dû au fait que les systèmes non linéaires possèdent des structures extrêmement variées, des dynamiques complexes et peuvent présenter toutes sortes de comportements étranges.

En général, les techniques de commande sont demandées dans le but de résoudre le problème des variations paramétriques, avec une erreur statique presque nulle et une réponse rapide, donc on obtient un système de contrôle stable et robuste. Parmi ces techniques, on trouve la commande par mode de glissement, par exemple, qui est connue pour sa simplicité et sa robustesse.

La commande à structure variable qui par sa nature est une commande non linéaire, possède cette robustesse. Elle est basée sur la commutation de fonctions de variables d'état, utilisées pour créer une variété ou hypersurface de glissement, dont le but est de forcer la dynamique du système à correspondre avec celle définie par l'équation de l'hypersurface. Quand l'état est maintenu sur cette hypersurface, le système se trouve en régime glissant. Sa dynamique est alors insensible aux perturbations extérieures et paramétriques tant que les conditions du régime glissant sont assurées.

Dans la pratique, l'utilisation de cette technique de commande a été longtemps limitée par les oscillations liées aux commutations de la commande et qui peuvent se manifester sur les grandeurs asservies. Parmi de nombreuses solutions permettant de réduire ces oscillations ont été proposées la commande continue dans une bande étroite autour de la variété de glissement où une décomposition de la commande en une composante continue de basse fréquence et une commande discontinue de haute fréquence.

Ce mémoire est organisé en une introduction, trois chapitres et une conclusion :

Le premier chapitre est consacré à quelques rappels sur les modèles d'état des systèmes non linéaires, la théorie de stabilité des systèmes non linéaires et les différentes méthodes de commande des systèmes non linéaires.

Dans le deuxième chapitre, on présente des notions fondamentales de la commande à structure variable et quelques concepts de base sur la théorie des modes glissants.

Dans le troisième chapitre, on présente la technique de commande par mode glissant des systèmes non linéaires multivariables

Chapitre I:

Généralités
sur la commande des
systèmes non linéaires

I.1. Introduction

La commande des systèmes non linéaires par les lois de commandes linéaire peut être insuffisante car elles sont non robuste surtout lorsque les exigences sur la précision la rapidité et autres caractéristiques dynamiques des systèmes sont strictes. L'utilisation des lois de commandes insensibles aux variations des paramètres, aux dynamiques négligées, aux perturbations et aux non linéarités intrinsèques du système s'avère nécessaire.

Dans cet objectif, plusieurs outils sont proposés dans la littérature dont on cite l'utilisation de la géométrie différentielle pour la linéarisation des systèmes, la commande basée sur l'approche de la stabilité des systèmes par la théorie de Lyapunov, la commande à structure variable, la commande adaptative... etc.

I.2. Les systèmes non linéaires

Ils se présentent comme un ensemble d'équations (différentielles par exemple) non linéaires, décrivant l'évolution temporelle des variables constitutives du système sous l'action d'un nombre fini de variables indépendantes appelées entrées ou variables de commandes, d'où simplement commandes, que l'on peut choisir librement pour réaliser certains objectifs. Les entrées peuvent être choisies en boucle ouverte c'est-à-dire ne dépendant que du temps, ou en boucle fermée, c'est-à-dire comme des fonctions des variables mesurées, appelées observations.

Les systèmes linéaires peuvent être le lieu de plusieurs phénomènes. Par exemple, ils peuvent converger, en régime permanent, à différents points d'équilibres, contrairement aux systèmes linéaires, qui n'en possèdent qu'un seul. En effet un système non linéaire peut être défini simplement par le fait que c'est là où le théorème de superposition cesse d'être appliqué.

Les non linéarités d'un système peuvent être naturels telle la saturation dans une machine électrique ou artificielle introduite par le concepteur des structures de commande [1].

I.3. Représentation des systèmes non linéaire

Un phénomène est dit non linéaire lorsque ses grandeurs caractéristiques reliées entre elles ne varient par proportionnellement l'une par rapport à l'autre. Son comportement peut alors

être décrit par une expression, un modèle ou des équations faisant intervenir les variables autrement qu'au premier degré.

La représentation générale d'un système non linéaire est de forme (I.1) :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u(t) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{I.1})$$

Où y est la sortie du système, x est le vecteur d'état et u est le vecteur de commande. $f(x)$, $g(x)$ et $h(x)$ sont des fonctions non linéaire du vecteur d'état décrivant le système [2].

I.3.1. Système autonome

Le système non linéaire (I.1) est dit autonome si L'évolution d'un système peut être définie par une équation différentielle de la former

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t), \quad \forall t \geq 0 \quad (\text{I.2})$$

$x(t)$: vecteur d'état ; $u(t)$: vecteur de commande.

Dans ce chapitre nous nous limiterons à considérer des systèmes non commandés (entrée nulle ; $u(t) = 0$) Donnés par : $\dot{x}(t) = f(x(t), t)$ (1.4)

Un système est dit **autonome** si $f(t)$ ne dépend pas explicitement du temps t :

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \quad (\text{1.5})$$

Sinon, le système est dit **non autonome**. [3].

I.3.2. Systèmes à structure variables

Lorsque la structure du système utilisé prend d'une façon discontinue deux ou plusieurs expressions, la notion de système à structures variables intervient. Il en découle les définitions suivantes :

a- Définition 1

Un système à structure variable est un système dont la structure change pendant son fonctionnement, il est caractérisé par le choix d'une structure et d'une logique de commutation. Ce choix permet au système de commuter d'une structure à l'autre à tout instant. De plus un tel système peut avoir de nouvelles propriétés qui n'existent pas dans chaque structure [4].

b- Définition 2

Un système est dit à structure variable s'il admet une représentation par des équations différentielles du type :

$$\dot{x} = \begin{cases} f_1(X) & \text{si la condition } l \text{ est vérifiée} \\ \vdots \\ f_n(X) & \text{si la condition } n \text{ est vérifiée} \end{cases} \quad (\text{I.6})$$

Où f_i les fonctions appartiennent à un ensemble de sous-systèmes de classe C^K . Par conséquent, les systèmes à structures variables sont caractérisés par le choix d'une fonction et d'une logique de commutation [4].

I.3.3. Points d'équilibre

A la différence des systèmes linéaires qui possèdent un point d'équilibre unique, les systèmes non linéaires peuvent posséder plusieurs points d'équilibre.

Soit donc un système, $\dot{x} = f(x)$ et un point d'équilibre x_e de telle sorte que,

$$\dot{x} = 0 = f(x_e) \quad (\text{I.7})$$

Avec le même exemple, bien que $x_e = 0$ soit un point d'équilibre, il n'est pas unique. En effet, Il existe d'autres points d'équilibre qui sont obtenus en résolvant :

$$\dot{x} = -x + x^2, \quad (\text{I.8})$$

$$-x + x^2 = 0 \quad (\text{I.9})$$

Un nouveau point d'équilibre $x_e = 1$ apparaît [1].

I.4. Stabilité des systèmes non linéaires

La stabilité est considérée comme étant le concept la plus recherché dans l'étude d'un système dynamique. Différentes façon d'exprimer la stabilité existent en automatique on distingue la stabilité d'un point d'équilibre, stabilité entrée sortie etc... En générale cette étude a connu un développement très important depuis l'utilisation des résultats de la théorie de stabilité déduite des travaux de Lyapunov qui prennent en charge la stabilité des modèles dynamiques des systèmes linéaires ou non [1].

I.4.1. Fonction candidate de Lyapunov

L'idée de Lyapunov est d'examiner une fonction scalaire V (Fonction d'énergie) pour analyser la stabilité du système, en se basant sur l'étude de ses variations (signe de \dot{V}) le long de la trajectoire du système.

I.4.2. Théorèmes de stabilité :

I.4.2.1. Stabilité locale :

S'il existe une fonction scalaire $V(x)$ de l'état dont les dérivées partielles premières sont continués et telle que:

- 1- V est une fonction candidate de Lyapunov.
- 2- \dot{V} est localement semi définie négative dans un voisinage de l'origine, Ω .

Alors le point d'équilibre origine est stable et un domaine de conditions initiales stables est délimité par n'importe quelle équipote ntielle de Lyapunov contenue dans Ω . Si V est localement définie négative dans Ω , alors la stabilité est dite localement asymptotique dans la partie de l'espace délimité par n'importe quelle équipotentielle de Lyapunov contenue dans Ω .

I.4.2.2. Stabilité globale :

S'il existe une fonction V telle que

- 1- V est une fonction candidate de Lyapunov.
- 2- \dot{V} est définie négative.
- 3- La condition $\|x\| \rightarrow +\infty$ implique $V(x) \rightarrow +\infty$

Alors le point d'équilibre (origine) est point globalement asymptotiquement stable [5].

I.4.3. Stabilité d'une trajectoire

Dans certains cas, les systèmes n'admettent pas de points d'équilibre, ou alors le point d'équilibre n'est pas stable. Pour autant, les trajectoires ne divergent pas. Divers cas peuvent se produire :

- Le système admet un domaine stable : il existe un domaine de conditions initiales (bassin d'attraction) tel que toutes les trajectoires restent comprises a l'intérieur du domaine stable

1. Le système admet un domaine attractif : il existe un domaine de conditions initiales tel que toutes les trajectoires sont comprises dans le domaine attractif au bout d'un certain temps
2. Le système admet une trajectoire stable [6].

I.5. Linéarisation par bouclage entrée-état ou entrée-sortie

Les méthodes dites de «linéarisation par bouclage» (linearizing feedback en anglais) sont des méthodes de synthèse classiques pour les systèmes non linéaires. Dans ces méthodes, pour satisfaire un cahier des charges généralement simple (stabilité, suivi de référence ou rejet de perturbation), la loi de commande est choisie pour «compenser les non linéarités»: nous parlerons donc de méthode de type des non linéarités. Cela conduit par un premier bouclage à un système linéaire stationnaire. Dans un deuxième temps, un correcteur est synthétisé pour ce système linéaire stationnaire pour assurer les propriétés du cahier des charges. Cette étape peut être traitée par toute méthode de synthèse pour les systèmes linéaires stationnaires [6].

I.6. Types de commande d'un système non linéaire

I.6.1. La commande Backstepping

La technique de Backstepping est relativement une nouvelle méthode de contrôle méthode. Il permet séquentiellement et systématiquement, par choisir une fonction de Lyapunov pour déterminer le système loi de contrôle [7]. Cette méthode de backstepping est donc une méthodologie de synthèse récursive conjointe d'une fonction de Lyapunov et de la loi de commande associée. Elle met à profit les relations causales successives pour les construire de manière itérative et systématique. Avec cette méthodologie, la construction de la loi de commande de type retour d'état et de la fonction de Lyapunov associée se fait de façon systématique et en même temps. Elle transforme un problème de conception de la commande d'un système complet en une séquence de problème de conception pour des systèmes d'ordre inférieur (la plupart du temps scalaire) [7].

le backstepping peut souvent résoudre les problèmes de stabilisation, de poursuite, et les problèmes de commande robuste dans des conditions moins restrictives que celles d'autres méthodes. Ainsi, que la méthode de linéarisation entrée-sortie exige des modèles définis et compense souvent des non-linéarités utiles, la méthode backstepping offre un choix d'outils

de synthèse permettant de s'accommoder d'incertitudes et peut éviter des éliminations des non linéarités utiles pour la performance et la robustesse de la commande [8].

I.6.2. La commande adaptative

C'est l'ensemble des techniques utilisés pour l'ajustement automatique en ligne et en temps réel des régulateurs des boucles de commande, afin de réaliser ou de maintenir un certain niveau de performances, quand les paramètres du procédé à commander sont soit inconnus soit/et variables dans le temps.

Les techniques de commande adaptative ont été utilisées avec succès pour un grand nombre d'applications : Asservissements à moteurs électriques ; robots manipulateurs ; cimenteries ; réacteurs chimiques ; colonnes à distiller ; machines à papier ; régulation de Ph ; échangeur de chaleur ; systèmes d'armes ; ... etc. L'utilisation des systèmes de commande adaptative connaît aujourd'hui un essor certain, d'une part, à cause de leur complexité raisonnable et, d'autre part, à cause du développement des cartes à microprocesseurs pouvant servir de support pour leur mise en œuvre. En ce qui concerne la rentabilité, les éléments suivants sont à prendre en compte Amélioration de la qualité des produits, augmentation de la production, économie d'énergie, espacement des arrêts d'entretien et détection précoce des anomalies Dans ce contexte deux approches principales existent pour la commande adaptative (des processus à paramètres inconnues ou variable dans le temps) [8]:

- 1- La commande adaptative directe : dont laquelle les paramètres du régulateur sont ajustés directement et en temps réel à partir d'une comparaison entre les performances réelles et les performances désirées.
- 2- La commande adaptative indirecte : qui suppose une estimation des paramètres du processus par une procédure d'identification (c'est le cas des régulateurs auto-ajustables).

I.6.3. La commande prédictive

La commande prédictive (MPC pour Model Predictive Control) est devenue de plus en plus populaire ces dernières années dans le milieu industriel pour sa tolérance envers différents types de systèmes et le respect des contraintes imposées, ainsi que la compatibilité avec le matériel peut être utilisée pour commander des systèmes complexes comportant plusieurs entrées et sorties où le simple régulateur PID est insuffisant. Cette technique est

particulièrement intéressante lorsque les systèmes possèdent des retards importants, des réponses inverses et de nombreuses perturbations. Les principaux utilisateurs de la commande prédictive sont les raffineries de pétroles, l'industrie chimique et agro-alimentaire, la métallurgie, l'aérospatiale... [9].

I.6.4. La commande Robuste

La commande robuste est une autre technique FTC (commande tolérante aux defaults) passive ayant pour objectif la conception d'un régulateur robuste garantissant les performances désirées dans des conditions normales mais aussi en présence de certains défauts. Ces techniques sont basées en générale sur la théorie de l'asservissement quantitative (quantitative feedback theory), ou bien elles sont basées sur la conception d'un régulateur robuste au sens H_∞ [10].

I.6.5. La commande par mode glissant

La commande par mode glissant remonte aux années 1970 avec les travaux d'Utkin actuellement, cette technique de commande connaît une large gamme d'applications dans des domaines très variés tels que la robotique, la mécanique et l'électrotechnique. L'algorithme de commande par mode de glissement est classifié dans les systèmes de contrôle à structure variable VSS (Variable Structure System dans la littérature anglo-saxonne).

Le principe de ce type de commande consiste à amener, quelles que soient les conditions initiales, le point représentatif de l'évolution du système sur une hyper surface de l'espace de phase représentant un ensemble de relations, statiques, entre les variables d'état. La surface considérée est alors désignée comme étant la surface de glissement ou de commutation. Le comportement dynamique résultant, appelé régime glissant idéal, est complètement déterminé par les paramètres et les équations définissant la surface [11].

I.6.6. La commande floue

L'utilisation de la logique floue dans la commande des systèmes nécessite d'avoir des connaissances approfondies sur cette théorie et son utilisation dans la commande, d'où la nécessité de présenter quelques bases générales de la logique floue : Théorie des ensembles flous, les relations floues, principe de réglage par logique floue ainsi que la structure de

commande par logique floue des systèmes multi-variables. La logique floue est à l'image de logique binaire, clairement et logiquement étayée à l'aide de théorie mathématique [12].

La commande floue est un domaine d'application de la théorie des ensembles flous qui a été proposé par L.A. Zadeh puis son principe a été appliqué par Mamdani et Assilian sur la commande des processus industriels.

Les applications industrielles basées sur cette technique ont commencé en Europe au Début des années 1980 avec le contrôle d'un four à ciment [13], pour déboucher sur le célèbre boom de la logique floue au Japon au début des années 1990 dans les secteurs industriels (L'énergie – les transports – l'aérospatial – la robotique.....etc.) [13].

La commande floue a pour but de traiter des problèmes de commande classique de processus à partir uniquement de connaissances de comportement que les spécialistes du Procédé doivent formuler sous forme linguistique (floue) [13].

I.7. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté quelques rappels sur les propriétés générales des systèmes non linéaires les éléments les plus importantes pour la stabilité des systèmes non linéaires et quelques méthodes qui sont utilisées pour la commande des systèmes non linéaires à partir de ces commandes. Nous concentrons sur la commande par mode glissant pour assurer la stabilité et la robustesse des systèmes non linéaires dans le chapitre suivant.

Chapitre II :

La commande par
mode glissant

II.1. Introduction

La commande à structure variable (CSV) est par nature une commande non linéaire. La caractéristique principale des systèmes à structure variable est que leur loi de commande se modifie d'une manière discontinue.

Les commutations de la commande s'effectuent en fonction des variables d'état, utilisées pour créer une "variété" ou "hypersurface" dite de glissement dont le but est de forcer la dynamique du système de correspondre avec celle définie par l'équation de l'hypersurface. Quand l'état est maintenu sur cette hypersurface, le système est dit en régime glissant. Ainsi, tant que les conditions de glissement sont assurées, la dynamique du système reste insensible aux variations des paramètres du processus, aux erreurs de modélisation (dans une gamme qui reste plus large par rapport à celle des approches classiques de l'automatique), et à certaines perturbations.

II.2. Système à structure variable

La commande à structure variable par régime glissant apparue depuis le début des années 60, grâce aux résultats théoriques du mathématicien A.F. PHILIPPOV est une commande non-linéaire qui est basée sur l'utilisation d'un terme discontinu. Après les travaux développés par l'équipe du professeur EMEL'YANOV en union Soviétique et à cause des problèmes de broutements et de réalisation, la structure variable a attendu la fin des années soixante-dix pour connaître sa réapparition et son épopée avec l'avancée de l'électronique et l'informatique [14]. En effet, sachant que cette commande est basée sur la commutation et de haute fréquence pour un meilleur régime glissant.

III.2.1. Principes de la commande à structure variable en mode glissant :

Le régime glissant intervient de manière prépondérante dans la définition et les propriétés d'une classe de systèmes de commandes très importante.

Un système à structure variable est un système dont la structure change son fonctionnement. Il est caractérisé par un choix de fonction et une logique de commutation. Ce choix permet de commuter d'une structure à une autre à tout instant de plus, un tel système peut avoir de nouvelles propriétés qui n'existent pas dans chaque structure.

Dans la commande des systèmes à structure variable par le mode de glissement, la trajectoire d'état est amenée vers une surface. Puis à l'aide de la loi de commutation, elle est obligé de rester au voisinage de cette surface, cette dernière est appelée surface de glissement

et le mouvement le long de laquelle se produit système de commande à structure variable est définie pour chacune des composantes du vecteur de commande, $u_i : (i = 1, \dots, m)$.

La forme d'une commande à structure variable :

$$\begin{cases} u_i = u_{\max} & \text{si } S_i(x) > 0 \\ u_i = u_{\min} & \text{si } S_i(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

Telle que la condition d'accès soit vérifiée, c'est à dire telle que la trajectoire d'état atteigne la surface de commutation $S(x) = 0$ en un temps fini [15].

II.2.1.1. Fonction de commutation :

La structure de commande est caractérisée par le signe d'une fonction vectorielle $S(x) = 0$ appelée fonction de commutation. Dans le cas des modèles linéaires, la fonction de commutation est choisie comme une fonction linéaire de l'état :

$$S(x) = [S_1(x), S_2(x), \dots, S_m(x)] = Cx \quad \text{Où } C = [c_1, c_2, \dots, c_m] .$$

Chaque fonction scalaire de commutation $s_j(x)$ décrit une surface linéaire $s_j(x)$ [15].

II.2.1.2. Hyperplan de commutation :

La surface de commutation associée au système de commande à structure variable défini précédemment: $S_j = \{x \in R^n : s_j(x) = 0\}, j = 1..m$ est appelée hypersurface de glissement.

II.2.1.3. Régime glissant :

Si pour tout vecteur d'état initial $x(t_0) \in S$ la trajectoire d'état reste dans l'hypersurface $x(t) \in S, \forall t > t_0$ alors $x(t)$ est un mode glissant pour le système.

II.2.1.4. Surface de glissement :

Si tout point de S est tel qu'il existe des trajectoires d'état hors de S le contenant alors la surface de commutation S est appelé surface de glissement.

Le but de système de commande à structure variable est d'amener asymptotiquement l'état du système à partir d'une condition initiale quelconque $x(0) = x_0$ vers l'origine de l'espace d'état.

Ce mode de glissement est souvent qualifié d'idéal du fait qu'il requiert pour exister, une fréquence de commutation infiniment grande. De fait, tout système de Commande comprendre l'hypersurface rend des imperfections telles que retards, hystérésis, qui imposent une fréquence de commutation finie [15]. La trajectoire d'état oscille alors dans un voisinage

de la surface de glissement, phénomène appelé chattering ou broutement. La trajectoire dans le plant de phase est composée de trois parties distinctes :

II.2.1.4.a. Le mode de convergence (MC):

C'est le mode durant lequel la variable à régler se déplace à partir de n'importe quel point initial dans le plant de phase, et tend vers la surface de commutation $S(x)=0$ [16]. Ce mode est caractérisé par la loi de commande et le critère de convergence.

II.2.1.4. b. Le mode de glissement (MG):

C'est le mode durant lequel la variable d'état a atteint la surface de glissement et tend vers l'origine du plant de phase. La dynamique de ce mode est caractérisée par la détermination de la surface de glissement $S(x) = 0$.

II.2.1.4. c. Le mode du régime permanent (MRP):

Ce mode est ajouté pour l'étude de la réponse de système autour de son point d'équilibre (origine de plant de phase) il est caractérisé par la qualité et les performances de la commande.

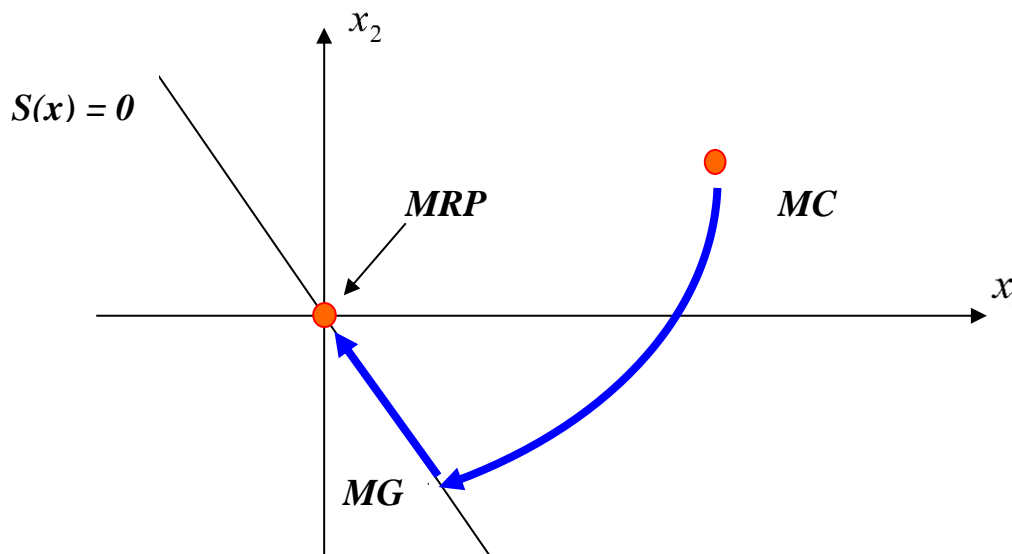


Figure II.1. Différents modes pour la trajectoire dans le plant de Phase.

II.3. La commande par mode glissant :

Les avantages de la commande par mode glissant sont importantes et multiples, la haute précision, la bonne stabilité, la simplicité, l'invariance, la robustesse,...etc. Ceci lui permet d'être particulièrement adapté pour les systèmes ayant un modèle imprécis [15]. Dans ce cas, la structure de contrôleur comporte deux parties: une partie continue représentant la

dynamique de système durant le mode glissant et une autre discontinue représentant la dynamique de système durant le mode de convergence, cette dernière est importante dans la commande non linéaire car elle a pour rôle d'éliminer l'effet d'imprécision et des perturbations sur le modèle [15].

La conception de la commande peut être effectuée en trois étapes principales très indépendantes l'une de l'autre :

- Choix de la surface.
- L'établissement des conditions d'existence.
- Détermination de la loi de commande

II.3.1. Choix de la surface de glissement :

Le choix de la surface de glissement concerne le nombre et la forme des fonctions nécessaires. Ces deux facteurs dépendent de l'application et de l'objectif visé.

Pour un système linéaire la surface de glissement est une fonction scalaire telle que la variable à régler glisse sur cette surface et tend vers l'origine du plan de phase [15].

La forme non linéaire est une fonction de l'erreur sur la variable à régler x elle est donnée par :

$$S(x) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{r-1} e(x) \quad (\text{II.2})$$

$e(x)$: est l'écart entre la variable à régler et la référence.

λ : est une constante positive.

r : est un degré relatif, il présente le nombre de fois qu'il faut dériver la surface pour faire apparaître la commande.

L'objectif de la commande est maintenir la surface à zéro. Cette dernière est une équation différentielle linéaire dont l'unique solution est $e(x) = 0$ pour un choix convenable du paramètre, ceci revient à un problème de poursuite de trajectoire qui est équivalent à une linéarisation exacte de l'écart tout en respectant la condition de convergence [14].

II.3.2. Conditions de convergence et d'existence :

On représente la convergence du système par le mode de glissement d'après la figure suivante :

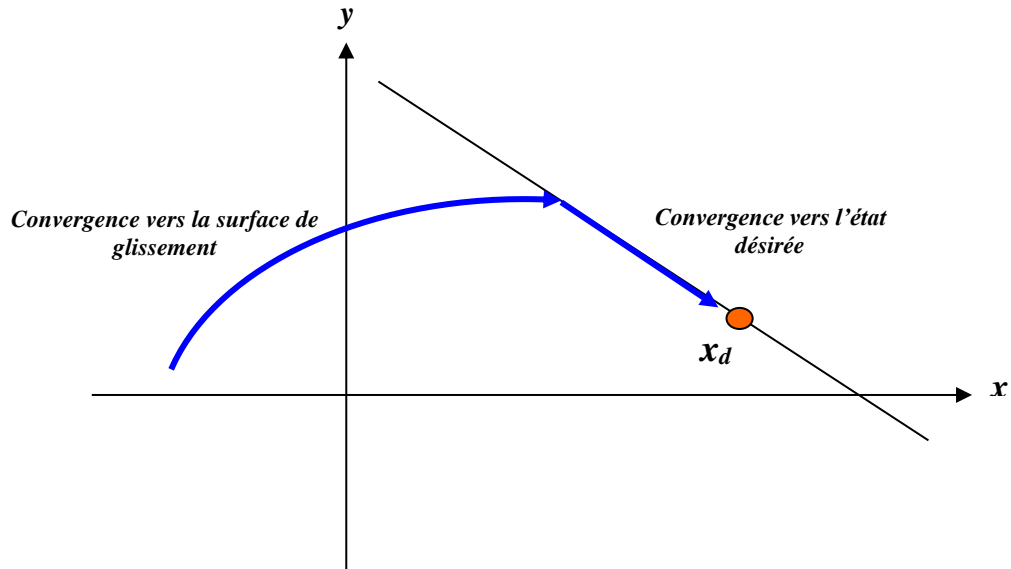


Figure. II.2. Convergence du système glissant.

Les conditions d'existence et de convergence sont les critères qui permettent aux différentes dynamiques de converger vers la surface de glissement et y rester indépendamment de la perturbation. Il existe deux considérations pour assurer le mode de convergence :

II.3.2.a. La fonction de commutation :

C'est la première condition de convergence, elle est proposée et étudiée par EMILIANOV et UTKIN. Il s'agit de donner à la surface une dynamique convergente vers zéro. Elle est donnée par [15] :

$$\begin{cases} \dot{S}(x) > 0 & \text{si } S(x) < 0 \\ \dot{S}(x) < 0 & \text{si } S(x) > 0 \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

Cette condition peut être formulée comme suit :

$$\dot{S}(x)S(x) < 0 \quad (\text{II.4})$$

II.3.2.b. La fonction de Lyapunov :

La fonction de LYAPUNOV est une fonction scalaire positive $V(x) > 0$ pour les variable d'état du système. La loi de commande doit être décroître cette fonction $\dot{V}(x) < 0$. L'idée est de choisir une fonction scalaire $S(x)$ pour garantir l'attraction de la variable à contrôler vers sa valeur de référence et de concevoir une commande u tel que le carré de la surface correspond a une fonction de LYAPUNOV.

Nous définissons la fonction de LYAPUNOV comme suit [15]:

$$V(x) = \frac{1}{2} S^2(x) \quad (\text{II.5})$$

La dérivée de cette fonction est :

$$\dot{V}(x) = S(x) \dot{S}(x) \quad (\text{II.6})$$

Pour que la fonction $V(x)$ puisse décroître, il suffit d'assurer que le dérivé soit négatif. Ceci n'est vérifié que si la condition (II.4) est vérifiée l'équation (II.5) explique que la carré de la distance entre un point donné du plan de phase et la surface de glissement exprime par $S^2(x)$ diminue tout le temps, contraignant la trajectoire du système à diriger vers la surface à partir des deux côtés de cette dernière. Cette condition suppose un régime glissant idéal ou la fréquence de commutation est infinie [15].

II.3.3. Calcule de la commande :

Lorsque le régime glissant est atteint, la dynamique de système est indépendante de la loi de commande qui n'a pour but de maintenir les conditions de glissement (l'attractivité de la surface), c'est pour cette raison que la surface est déterminée indépendamment de la commande. Maintenant, il reste à déterminer la commande nécessaire pour attirer la trajectoire d'état vers la surface et ensuite vers son point d'équilibre en maintenant les conditions d'existence du mode du glissement.

L'obtention d'un régime de glissement suppose une commande discontinue. La surface de glissement devrait être attractive des deux côtés. De ce fait, si cette commande discontinue est indispensable, il n'empêche nullement qu'une partie continue lui soit ajoutée. La partie continue en effet amener à réduire autant que nous voulons l'amplitude de la partie discontinue. En présence d'une perturbation, la partie discontinue a essentiellement pour but de vérifier les conditions d'attractivité. Dans ce cas la structure d'un contrôleur par mode de glissement est constituée de deux parties, une consent la linéarisation exacte (u_{eq}) et l'autre stabilisante (u_n).

$$u = u_{eq} + u_n \quad (\text{II.7})$$

u_{eq} : la commande proposer par FILIPOV, elle sert à maintenir la variable à contrôler sur la surface de glissement $S(x) = 0$. La commande équivalente est déduire en considérant que la dérivée de surface est nulle $\dot{S}(x) = 0$ elle peut être interprétée comme étant un retour d'état particulier jouant le rôle d'un signal de commande appliqué sur le système à commander

[15], elle peut être aussi interprétée autrement comme étant une valeur moyenne que prend la commande lors de la commutation rapide entre les valeurs u_{\max} et u_{\min} .

u_n : est déterminé pour vérifier la condition de convergence.

II.3.3.1. La commande équivalente :

La dynamique glissante résulte de l'action du champ équivalent, donné par la commande, appelée commande équivalente, qui rend la surface de glissement invariante [15]. Cette condition d'invariance a été reprise en utilisant les concepts de la géométrie différentielle.

On considère des systèmes du type :

$$\dot{x} = f(x) + b(x)u \quad (\text{II.8})$$

Avec $b = [b_1, b_2, \dots, b_n]^T$ un champ de vecteurs définissant les gains de commande et $u \in \mathcal{R}$, une loi de commande vérifiant [17]:

$$u = \begin{cases} u^+ & \text{Si } S(x) > 0 \\ u^- & \text{Si } S(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

Selon cette loi, le système présente un régime glissant caractérisé par la dynamique équivalente :

$$f_{eq}(x) = f(x) + b(x)u_{eq} \quad (\text{II.10})$$

Dans laquelle, u_{eq} est la commande équivalente qui rend la surface de glissement S invariante et vérifie, pour $x \in S$, l'inégalité :

$$\min(u^-(x), u^+(x)) < u_{eq} < \max(u^-(x), u^+(x)) \quad (\text{II.11})$$

En notant :

$$u_{\min} = \min(u^-(x), u^+(x)), \text{ et } u_{\max} = \max(u^-(x), u^+(x)) \quad (\text{II.12})$$

On peut interpréter u_{eq} comme étant la valeur moyenne de $u(t)$ lors de la commutation rapide entre u_{\max} et u_{\min} .

La commande équivalente correspond au régime glissant idéal (ni seuil, ni retard, ni hystérésis), c'est-à-dire pour lequel le glissement est décrit en utilisant la condition d'invariance [4] :

$$S(x) = 0 \quad \text{et} \quad \dot{S}(x) = 0 \quad (\text{II.13})$$

Il vient en développant les calculs :

$$\dot{S} = \langle \nabla S, f \rangle = 0 \quad (\text{II.14})$$

D'où :

$$u_{eq} = - \frac{\langle \nabla S, f \rangle}{\langle \nabla S, b \rangle} \quad (\text{II.15})$$

Avec la condition d'existence :

$$\langle \nabla S, b \rangle \neq 0 \quad (\text{II.16})$$

En portant l'expression de u_{eq} dans (II.15), on obtient l'équation du régime glissant idéal (solution de ((II.15), (II.16)) sur la surface $S = 0$) :

$$\dot{x} = f(x) + b(x)u_{eq} = [I - b(x)(\langle \nabla S, b(x) \rangle)^{-1} \cdot (\nabla S)] f(x) \quad (\text{II.17})$$

La commande équivalente est interprétée physiquement comme étant une fonction continue représentant la moyenne des commutations successives de "u" entre " u_{max} " et " u_{min} " d'où la condition :

$$u_{min} \leq u_{eq} \leq u_{max} \quad (\text{II.18})$$

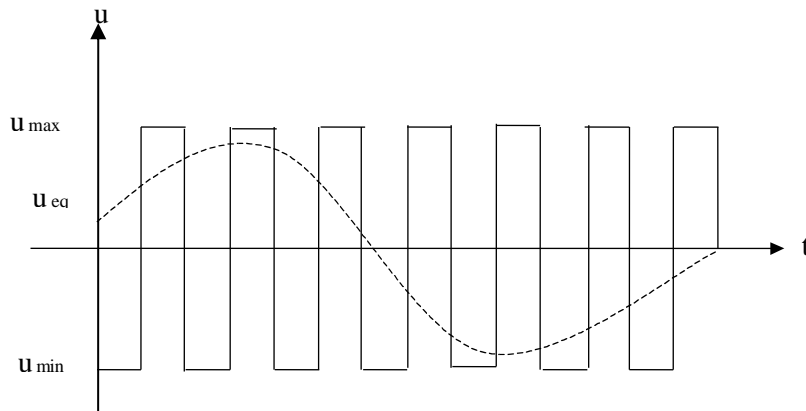


Figure.II.3. *Commande équivalente et commande réelle.*

II.3.3.2. La commande commutante :

Il y a plusieurs formes de la commande commutante :

II.3.3.2.1.A. La commande discontinue :

Plusieurs choix pour la commande discontinue u_n peuvent être faits. Le plus simple consiste à exprimer la commande discontinue $u_n = [u_1, u_2, \dots, u_m]$ avec la fonction signe par rapport à $S = [S_1, S_2, \dots, S_m]$ est :

$$\text{sign}(S(x, t)) = \begin{cases} +1 & \text{si } S > 0 \\ 0 & \text{si } S = 0 \\ -1 & \text{si } S < 0 \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

u_n : S'exprime donc comme :

$$u_n = -K \cdot \text{sign}(S) \quad (\text{II.20})$$

Où K est un gain positif.

Ce premier choix de la fonction discontinue est représenté sur la figure (II.4)

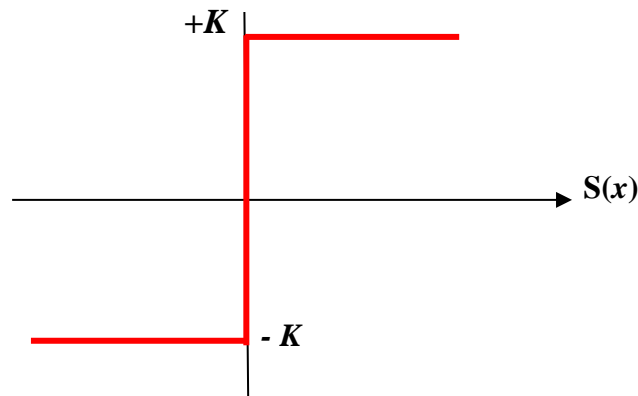


Figure.II.4. *Commande discontinue.*

Si le gain K est très petit, le temps de réponse sera long, si K est très grand, le temps de réponse sera rapide mais des oscillations indésirables risquent d'apparaître (Couramment appelées chattering) sur les réponses en régime permanent. La figure (II.5) représente un cas "typiques" de chattering.

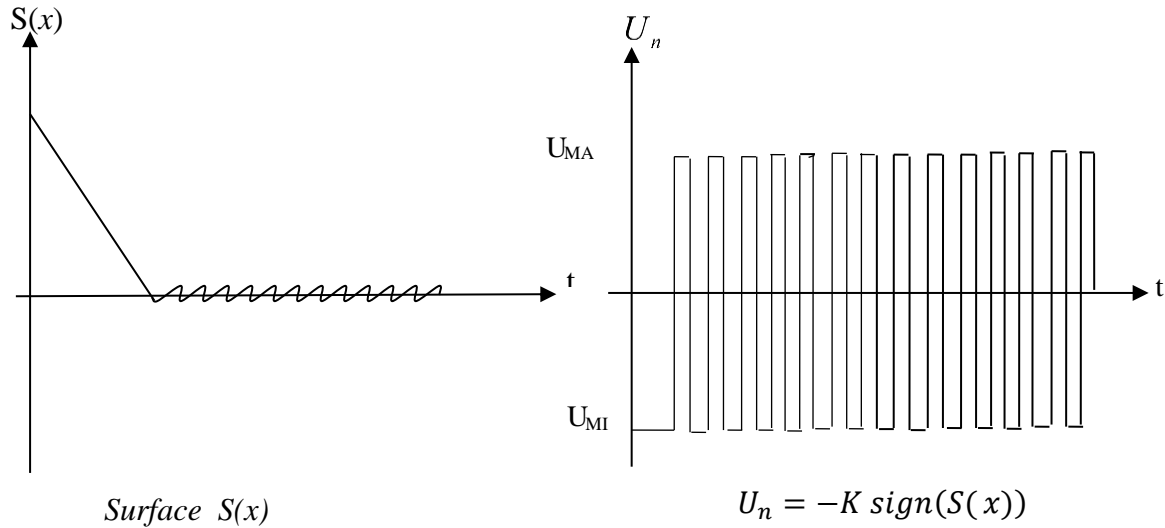


Figure II.5. Surface de glissement et la commande discontinue.

Dans le but de réduire les oscillations haute fréquence (indésirables sur les réponses), nous allons présenter quelques solutions classiques qui consiste à imposer une variation de la valeur de la commande u_{eq} en fonction de la distance entre la variable d'état et la surface de glissement. Certaines de ces méthodes introduisent commande continue dans une bande de la surface [18-19].

II.3.3.2.1.B. Commande continue dans une bande de la surface :

La solution proposée par Slotine consiste à remplacer la loi de commande discontinue par une loi continue en x à l'extérieur d'une fine bande située au voisinage de la surface de glissement, la discontinuité étant conservée à l'extérieur de cette bande.

On choisit pour la composante haute fréquence [19] :

$$\Delta u_i = -K_i \text{sat} \left(\frac{S_i}{\Phi_i} \right) \quad (\text{II.21})$$

$$\text{Si } \left| \frac{S_i}{\Phi_i} \right| \leq 1 \text{ alors } \text{sat} \left(\frac{S_i}{\Phi_i} \right) = \left(\frac{S_i}{\Phi_i} \right) \text{ et } u_i = u_{ieq} - K_i \frac{S_i}{\Phi_i} \quad (\text{II.22})$$

$$\text{Si } \left| \frac{S_i}{\Phi_i} \right| > 1 \text{ alors } \text{sat} \left(\frac{S_i}{\Phi_i} \right) = \text{sign}(S_i) \text{ et } u_i = u_{ieq} - K_i \text{sign}(S_i) \quad (\text{II.23})$$

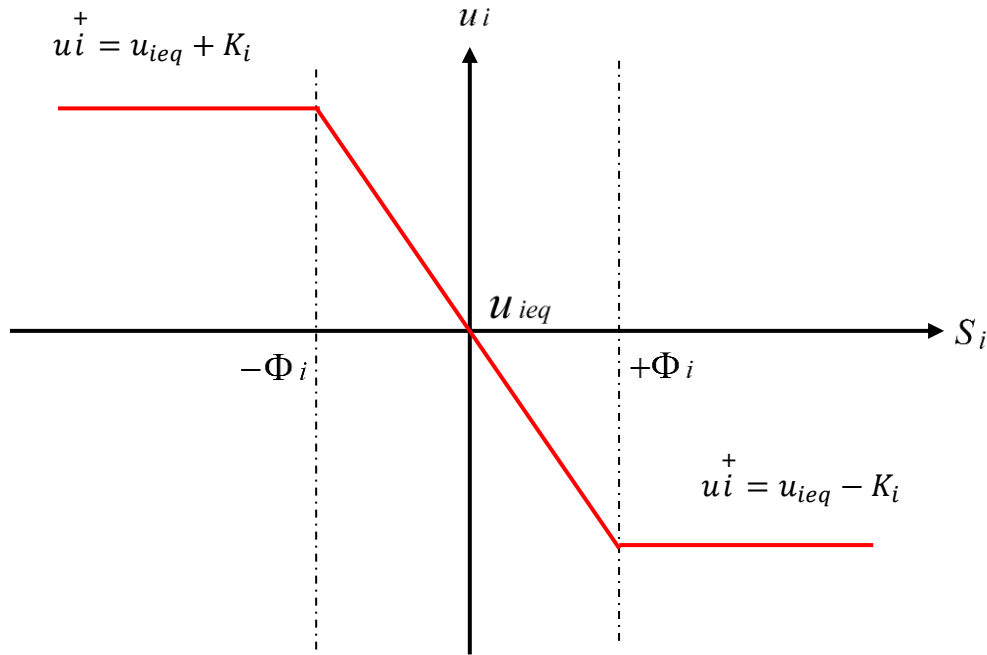


Figure II.6. Loi de commande par bande continue au voisinage de la surface de glissement selon Slotine.

II.3.3.2.2. Calcul de la commande commutante :

Donc la technique par régime glissant est une loi à structure variable, qui est formée par deux composantes la partie discontinue ou glissante u_n et la partie continue appelée commande équivalente u_{eq} :

$$u_n = -K \cdot \text{sign}(S) \quad (\text{II.24})$$

$$u = u_{eq} - K \cdot \text{sign}(S) \quad (\text{II.25})$$

Tant que le régime glissant est assuré [condition (II.4) vérifiée], le système décrit par l'équation (II.8) est robuste, indépendant des variations des paramètres de la partie commandée et des perturbations qui agissent sur elle. Il admet en outre des erreurs de modélisation, tant que ces variations et erreurs maintiennent les conditions de régime glissant qui s'effectue alors au voisinage de l'hypersurface de glissement $S(x) = 0$.

En présence des imperfections mentionnées et pour se prémunir des oscillations résiduelles [dans le cas d'une commande u_n exprimée par l'équation (II.20)], la commande effective u_n peut être constituée par une composante u_{eq} de basse fréquence (moyenne de u), et une composante u_n de haute fréquence.

Les amplitudes des oscillations sur les réponses du système en régime glissant peuvent être fortement réduites en utilisant la commande décrite par l'équation (II.21) au lieu de celle représentée par l'équation (II.20) et qui n'introduit pas la commande équivalente.

II.3.4. Le phénomène de réticence ou chattering :

L'oscillation au voisinage de la surface est appelée réticence (Chattering dans la littérature anglo-saxonne) ou broutement. La figure (II.7) montre l'effet de la réticence dans la convergence du système [17]. La réticence n'est pas désirable, car elle induit des dynamiques de haute fréquence du système, augmentant la consommation énergétique.

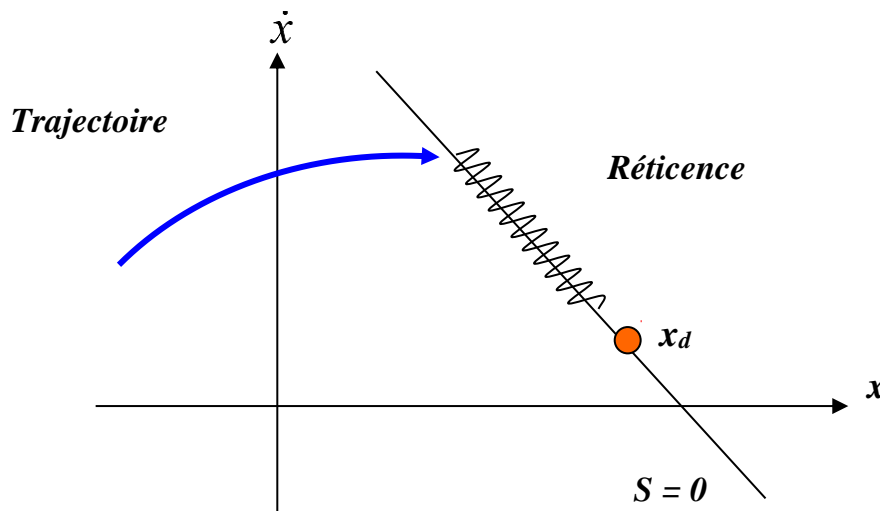


Figure II.7. Phénomène de réticence.

La réticence est le principal désavantage des modes glissants de nombreuses études ont été effectuées dans le but de réduire ou d'éliminer ce problème, par exemple les solutions par limitation de la condition de glissement, le terme $\text{sign}(S)$ dans la partie du glissement de la commande est souvent remplacé par un terme à variation plus douce, par exemple la fonction de saturation $\text{sat}(S)$.

II.3.5. Robustesse par rapport aux perturbations :

Considérons le système dynamique défini par :

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1}, i = 1, \dots, (n-1) \\ \dot{x}_n = f(x, t) + b(x, t)u + p(x, t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{II.26})$$

Où $p(x, t)$ représentent les perturbations extérieures, les variations paramétriques et l'effet de certaines non linéarités. On se place dans le cas où l'hypothèse :

$$|p(x, t)| \leq p^1 \quad (\text{II.27})$$

est satisfaite.

L'expression de S est donnée par:

$$S = \sum_{i=1}^n a_i x_i \quad , a_n = 1 \quad (\text{II.28})$$

On désire assurer la condition d'attractivité ($S\dot{S} < 0$) de la surface $S(x) = 0$. En utilisant (II.26), le calcul de $S\dot{S}$ donne :

$$S\dot{S} = S \left(\sum_{i=1}^{n-1} a_i x_{i+1} + f(x, t) + b(x, t) + p(x, t) \right) \quad (\text{II.29})$$

Alors le bouclage linéarisation à structure variable défini par :

$$u = \frac{1}{b(x, t)} \left(- \sum_{i=1}^{n-1} a_i x_{i+1} - p(x, t) - f(x, t) \right) \quad (\text{II.30})$$

Assure l'attractivité de la surface $S(x) = 0$ et maintient l'évolution sur celle-ci une fois atteinte si le gain de glissement K est supérieur à la borne maximum de la perturbation $p(x, t)$ [19].

Soit, en considérant (II.45) :

$$K > p^1 \quad (\text{II.31})$$

Où p^1 est une borne connue dans une bande de la surface.

II.4. Exemple d'application (système non linéaire monovariables) :

a). Commande discontinue

Considérons le système non linéaire du deuxième ordre représenté par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_1 x_2 + u + p(x, t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{II.32})$$

On souhaite pour la sortie y , une réponse à une entrée nulle du type deuxième ordre de constante de temps équivalente égale à $1/3$ de seconde. Comme ce n'est pas possible ici, on choisit un comportement du type premier ordre avec la même constante de temps.

Il en résulte pour l'expression :

$$S = 3x_1 + x_2 \quad (\text{II.33})$$

En utilisant l'équation (II.3), la condition de glissement devient :

$$S\dot{S} = S(3x_2 - x_1x_2 + u + p(x, t)) < 0 \quad (\text{II.34})$$

La résolution de cette inéquation, par rapport à u , fournit des solutions assurant l'évolution du système en régime glissant. Le bouclage

$$u = -3x_2 + x_1x_2 - K \text{sign}(S) \quad (\text{II.35})$$

assure l'attractivité de la surface S .

La simulation a été réalisée dans le cas où :

$$p(x, t) = 3 * \sin(t) \quad (\text{II.36})$$

Par suite, pour satisfaire la condition d'attractivité de la surface et de robustesse de la commande impose un gain de glissement $K > 3$.

Les figures suivantes présentent les résultats de simulation qui a été faite en 5 secondes pour un gain de glissement $K = 5$.

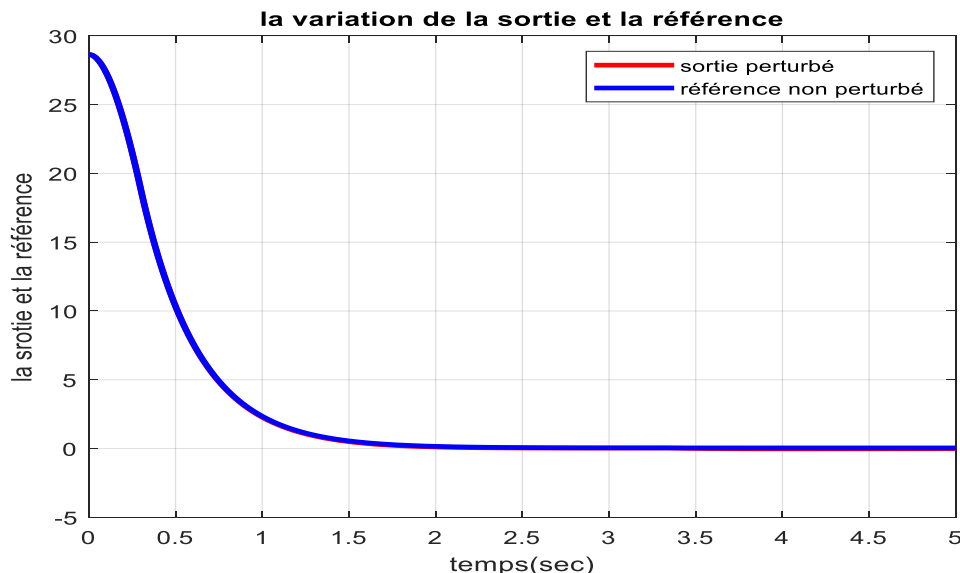


Figure II.8. Variation de la sortie et sa référence.

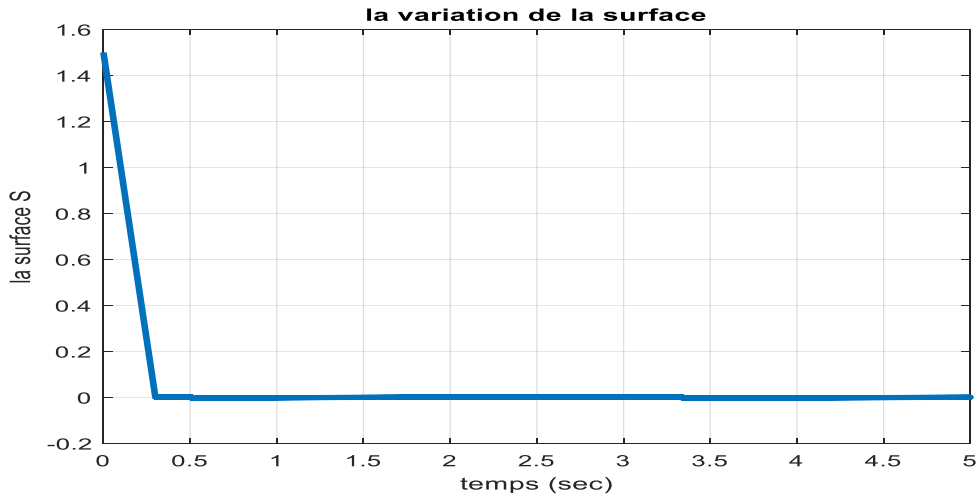


Figure II.9. Variation de la surface de glissement.

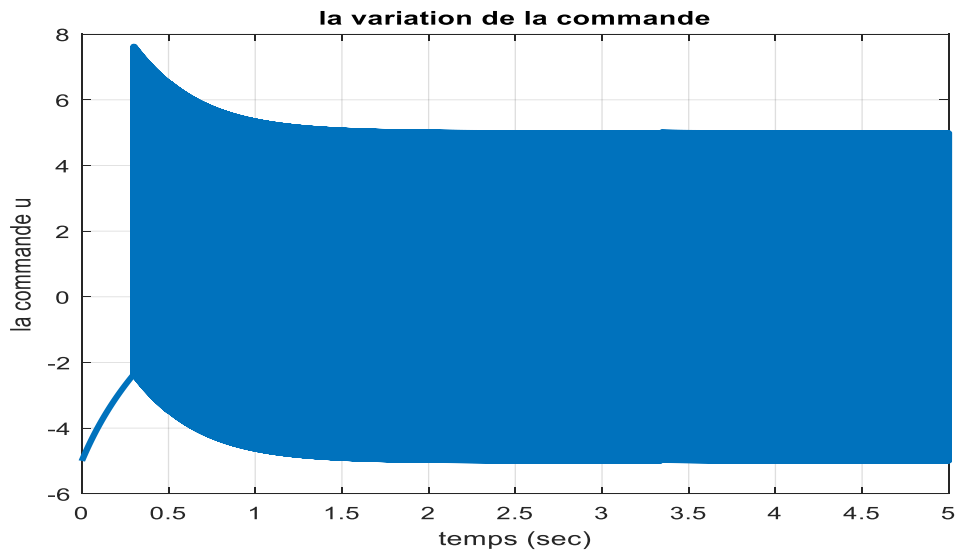


Figure II.10. Variation de la commande discontinue.



Figure II.11. Plan de phase et droite de glissement.

On constate que la sortie réelle y du processus coïncide avec la sortie désirée y_d (sortie du système non perturbé)

Ce type de loi de commande permet donc d'atteindre l'objectif souhaité, mais engendre des oscillations donnant lieu sur certaines grandeurs à un phénomène de broutement indésirable en pratique.

b). Commande continue :

Reprenons l'exemple du paragraphe (II.21) en remplaçant la fonction $sign(S)$ dans (II.35) par la fonction $sat(\frac{S}{\Phi})$, il en résulte pour la loi de commande l'expression :

$$u = -3x_1 x_2 + x_1 x_2 - K \cdot sat\left(\frac{S}{\Phi}\right) \quad (\text{II.37})$$

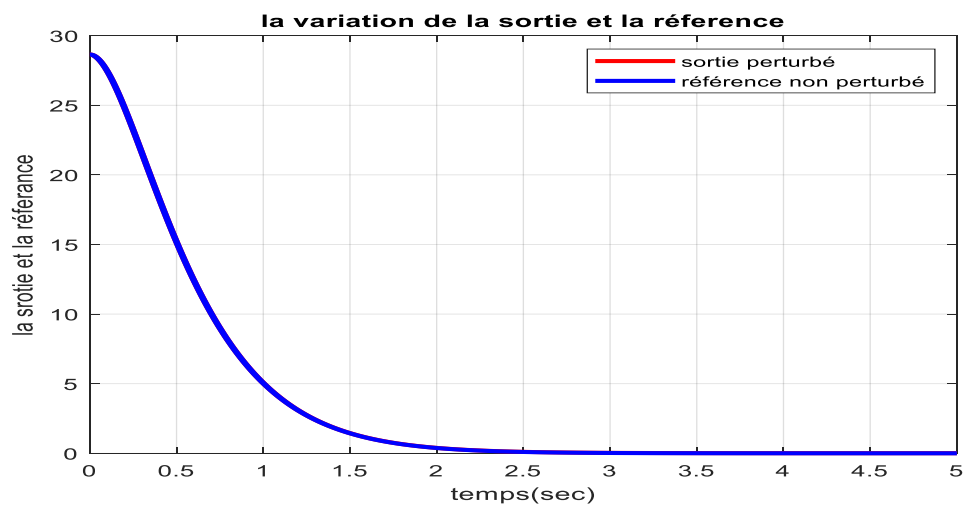


Figure II.12. Variation de la sortie et sa référence.

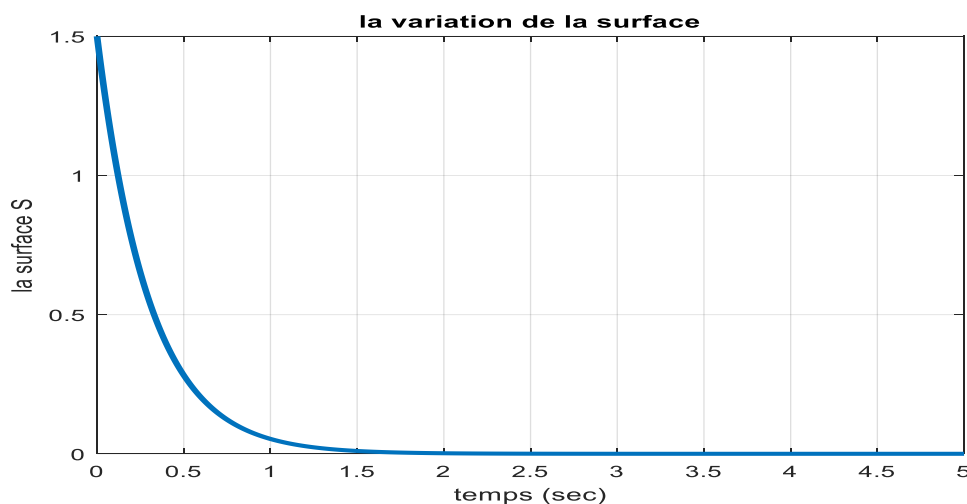


Figure II.13. Variation de la surface de glissement.

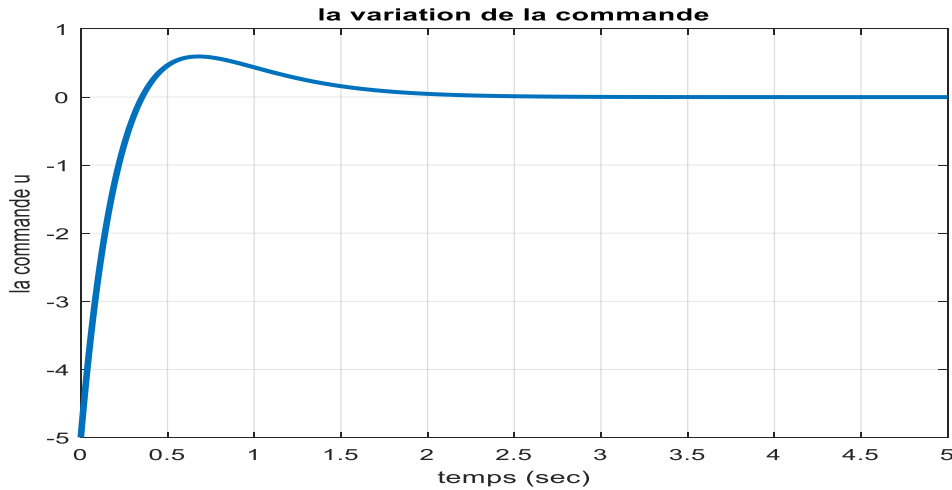


Figure II.14. Variation de la commande continue.

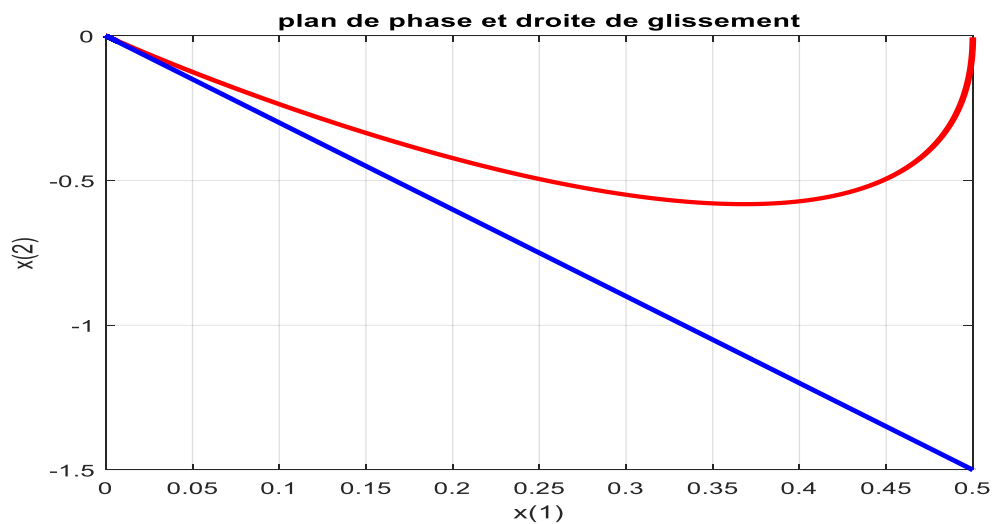


Figure II.15. Plan de phase et la droite de glissement.

La figure II.12 montre que la sortie système perturbé $y(t)$ suit la sortie d'un système non perturbé. La surface de glissement tend vers zéro comme présenté sur la figure III.13. La figure III.14 montre que la commande c'est une commande continue et réelle. La figure III.15 montre que le plan de phase à l'origine dans le régime permanent.

Les résultats de simulations obtenus montrent que la commande continue permet l'atténuation des effets de perturbations externes et des incertitudes, ainsi que d'éliminer le phénomène de "broutement" introduit par la commande discontinue.

II.5. Conclusion :

Une fiabilité des systèmes, exigée souvent exprimé en terme de robustesse de la commande, parmi les techniques robustes de commande celle de la commande à structure variable en particulier la commande par mode glissant, car ses propriétés d'invariance lors du glissement, est appropriée lors de fonctionnement en présence des perturbations extérieur. La robustesse de cette technique est utilisée ici pour l'élaboration d'une commande robuste et simple pour permettre d'imposer un comportement dynamique désiré en mode glissant.

D'après les études précédentes en peut dire que la commande en mode glissant constitué d'une composante de basse fréquence et une autre en haute fréquence.

Malgré que la commande en mode glissant sont apparus dans les années 60 et ont longtemps souffert de la difficulté de leur mise en œuvre pratique due principalement au phénomène de broutement due à la discontinuité de la commande, pour résoudre ce phénomène indésirable en introduire une composante continue dans une bande fine de la surface.

Chapitre III

commande des
systèmes non linéaires
multivariables par
mode glissant

III.1. Introduction

La commande par mode de glissement (CMG) est une méthodologie de conception robuste développée en utilisant un schéma systématique basé sur une surface de glissement et le théorème de stabilité de Lyapunov. Le principal avantage de la commande par mode de glissement SMC est que les incertitudes du système peuvent être traitées sous les caractéristiques d'invariance de l'état de glissement du système avec une stabilité du système garantie. Cependant, la discontinuité du signal de commande est son inconvénient. Une approche pour éviter le signal de commande discontinue dans CMG consiste à remplacer la fonction de signe par une fonction de saturation.

Dans ce chapitre, une commande par mode glissant pour une classe des systèmes non linéaires multivariables. Le système de couplage peut être divisé en deux sous-systèmes, et deux surfaces de glissement sont construites à travers les variables d'état du système découplé. Une variable intermédiaire est introduite pour incorporer ces deux surfaces de glissement.

Nous allons étudier un contrôleur par mode glissant pour commander un système multivariable pour assurer la stabilité et la robustesse.

III.2. Commande par mode glissant des systèmes non linéaires découplée

Considérons une classe de systèmes non linéaires de couplage qui peut être divisée en deux sous-systèmes comme [20-22] :

$$\begin{cases} A: \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_1(X) + b_1(X)u + p_1(t) \end{cases} \\ B: \begin{cases} \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = f_2(X) + b_2(X)u + p_2(t) \end{cases} \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

avec :

$X = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ est le vecteur d'état, $f_1(X), f_2(X), b_1(X)$ et $b_2(X)$ sont des fonctions non linéaires avec $b_1(X) \geq \underline{b}_1 \geq 0$ et $b_2(X) \geq \underline{b}_2 \geq 0, \forall X$, $u(t)$ est la commande, $p_1(t)$ et $p_2(t)$ sont des perturbations supposées comme étant bornées : $|p_i(t)| \leq p_i^1, i = 1, 2$.

Selon la définition de la commande par mode glissant, On définit deux surface de glissement S_1 et S_2 [21]:

$$S_1 = c_1 x_1 + x_2 \quad (\text{III.2})$$

$$S_2 = c_2 x_3 + x_4 \quad (\text{III.3})$$

A partir de la théorie de mode glissant présentée dans la partie précédente, on peut choisir une loi de commande de la forme :

$$u_1 = u_{1eq} - K_1 \text{Sat}(S_1 b_1(X)/\Phi_1), \text{ avec } K_1 > \frac{p_i^1}{b_1(X)} \quad (\text{III.4})$$

avec
$$u_{1eq} = \frac{-c_1 x_2 - f_1(X)}{b_1(X)} \quad (\text{III.5})$$

et
$$u_2 = u_{2eq} - K_2 \text{Sat}(S_2 b_2(X)/\Phi_2), \text{ avec } K_2 > \frac{p_i^1}{b_2(X)} \quad (\text{III.6})$$

avec
$$u_{2eq} = \frac{-c_2 x_4 - f_2(X)}{b_2(X)}$$

Il est évident que si on pose $u = u_1$, cette commande permet de ramener le plus rapidement possible les états x_1 et x_2 sur la surface S_1 , puis de les y faire glisser jusqu'au point d'équilibre. La même chose sera pour les états x_3 et x_4 avec S_2 si on prend $u = u_2$, autrement dit ce régulateur ne peut commander que l'un des deux sous-systèmes.

Pour le système donné par l'équation (III.1) on cherche à déterminer une loi de commande $u = u(x)$ de sorte que le système en boucle fermée soit globalement stable, dans le sens où toutes les variables d'état soient uniformément bornées et convergent asymptotiquement vers leurs point d'équilibre.

L'idée principale de ce régulateur découplé consiste à décomposer le système en deux sous-systèmes A et B, le sous-système A est constitué de x_1 et x_2 et sa surface de glissement correspondante est S_1 , le sous-système B est constitué de x_3 et x_4 et sa surface de glissement correspondante est S_2 . En supposant que l'objectif essentiel est de stabiliser le sous-système A, il est raisonnable de considérer l'information venant du sous-système B comme étant secondaire, et cette information secondaire doit être prise en compte par le sous-système A.

Définir une variable intermédiaire z , qui représente l'information du sous-système A, et elle est incorporée dans S_1 . Par conséquent, la surface de glissement S_1 est modifiée en tant que [22].

La surface S_1 prend la forme $c_1(x_1 - z) + x_2$, ce qui signifie que l'objectif principal est changé à $x_1 = z$, $x_2 = 0$, ou z est une fonction de S_2 .

On peut choisir l'expression S_1 et S_2 comme étant [23]:

$$S_1 = c_1(x_1 - z) + x_2 \quad (\text{III.7})$$

$$S_2 = c_2 x_3 + x_4 \quad (\text{III.8})$$

donc la loi de commande devient :

$$u = u_1 = u_{1eq} - K_1 \text{Sat}(S_1 b_1(X) / \Phi_1) \quad (\text{III.9})$$

avec

$$u_{1eq} = \frac{-c_1 x_2 - f_1(X)}{b_1(X)} \quad (\text{III.10})$$

la valeur de l'état z peut être limitée en posant

$$|z| \leq z_U, 0 < z_U < 1 \quad (\text{III.11})$$

où z_U est la valeur maximale de $|z|$.

La variable z peut être définie par :

$$z = \text{Sat}\left(\frac{S_2}{\Phi_z}\right) z_U \quad \text{avec} \quad 0 < z_U < 1 \quad (\text{III.12})$$

Avec Φ_z est la bande limite de la surface de glissement S_2 qui assure le lissage de la commande et le maintien de l'état du système dans cette bande [22]. À partir de l'équation (III.12) si $S_2 \neq 0$ alors $Z \neq 0$, si $S_2 \rightarrow 0$ alors $z \rightarrow 0$, et $x_1 \rightarrow 0$ et $S_1 \rightarrow 0$ et l'objectif de la commande peut être achevé.

III.3. Exemples

III.3.1. Système pendule inversé

Le système se compose d'un chariot mobile en translation supportant un pendule libre en rotation comme le montre la figure III-1.

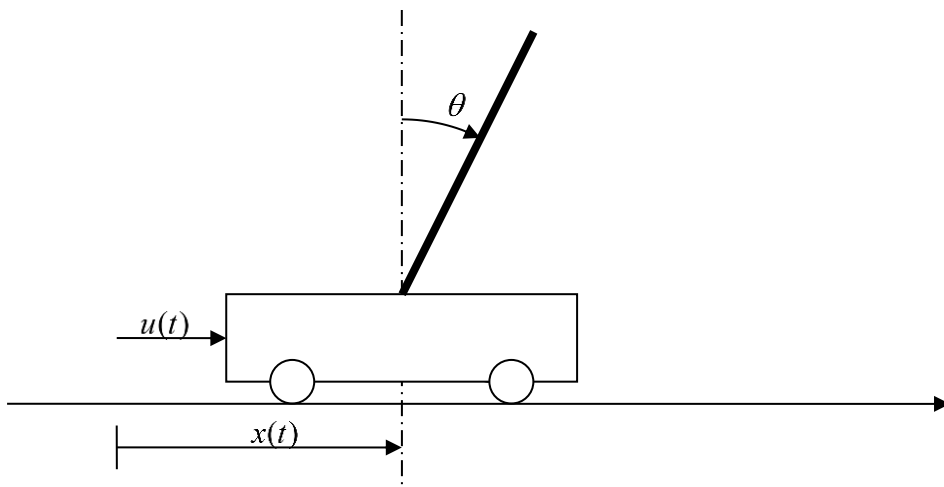


Figure III-1. Schéma de principe du simple pendule inversé

En exerçant une force horizontale $u(t)$ sur le chariot, le chariot se déplace à la position x provoquant la rotation du pendule d'un angle θ . Le pendule inversé est un système instable en boucle ouverte, non linéaire et multivariable.

La commande de ce système doit réaliser :

- La stabilisation du pendule autour de sa position d'équilibre, en partant d'une condition initiale $\theta(0)$ comprise dans l'intervalle $[-\pi/2, +\pi/2]$;
- La stabilisation du chariot dans la position $x = 0$, en partant d'une condition initiale $x(0)$ comprise dans l'intervalle $[-1m, +1m]$.

Le mouvement peut être décrit par les équations différentielles suivantes [43] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{m_t g \sin x_1 - m_p L \sin x_1 \cos x_1 x_2^2 + \cos x_1 u}{L(\frac{4}{3}m_t - m_p \cos^2 x_1)} + p(t) \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{\frac{4}{3}m_p L x_2^2 \sin x_1 + m_p g \sin x_1 \cos x_1 + \cos x_1 u}{\frac{4}{3}m_t - m_p \cos^2 x_1} + \frac{4}{3(\frac{4}{3}m_t - m_p \cos^2 x_1)} + p(t) \end{cases} \quad (\text{III. 13})$$

avec

$$x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}, x_3 = x, x_4 = \dot{x}$$

$u(t)$: la commande appliquée sur le chariot.

x : la position du chariot.

θ : l'angle du pendule.

$m_p = 0.1kg$: est la masse du pendule.

$m_c = 1kg$: la masse du chariot.

$m_t = m_c + m_p$: la masse totale du chariot-pendule.

$L = 0.5m$: demi longueur du pendule.

$g = 9.80m/s^2$: la pesanteur.

Les résultats de simulation sont donnés sur les figures suivantes pour une condition initiale $x(0) = [0.5, 0, -0.5; 0]^T$, pour un régulateur par mode glissant flou dont les paramètres sont :

$$c_1 = 5, c_2 = 0.5, k = 15, \Phi_1 = 5, \Phi_z = 8.5812, z_U = 0.9425$$

✓ Les résultats de simulation on absence les perturbations externe :

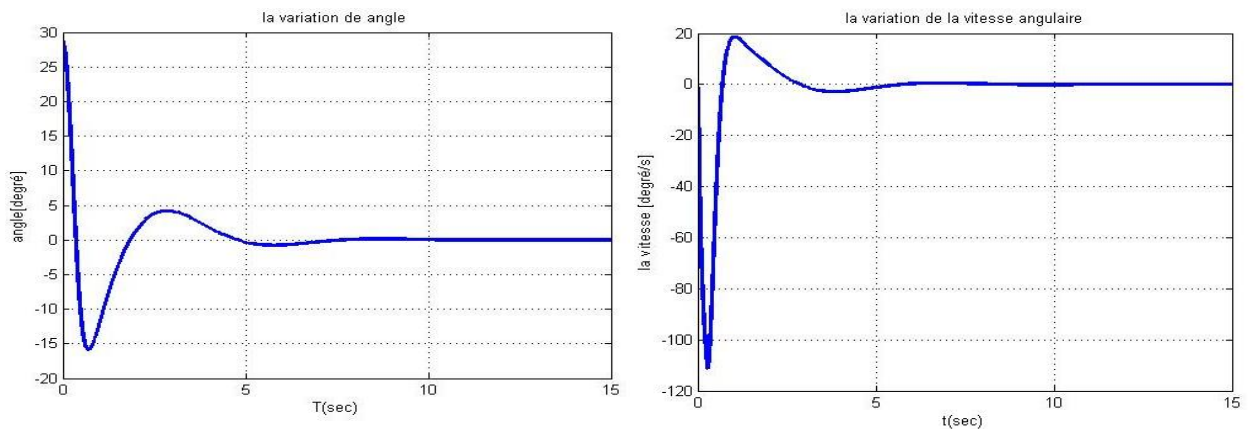


Figure III.2. Variation de variable d'état (angle, la vitesse angulaire)

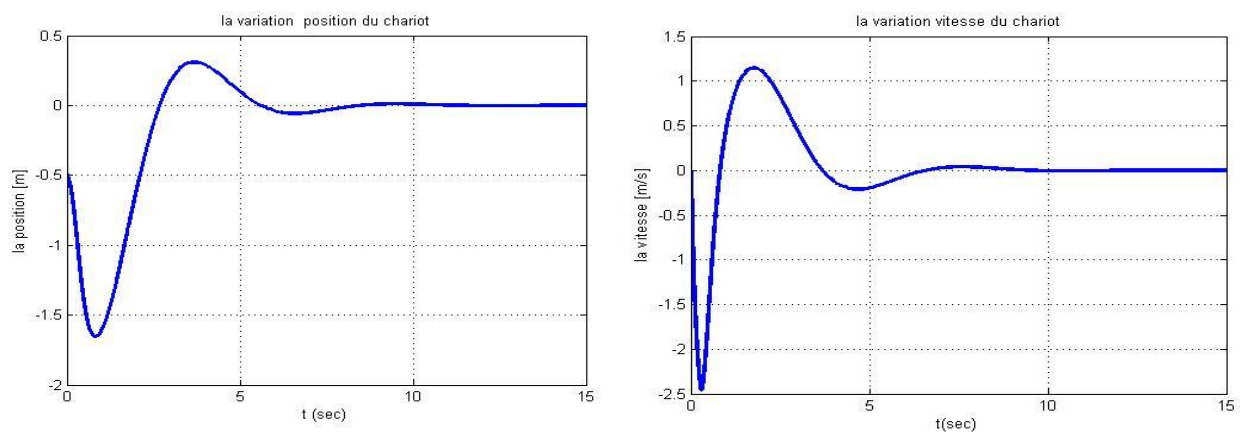


Figure III.3. Variation de variable d'état (position, la vitesse)

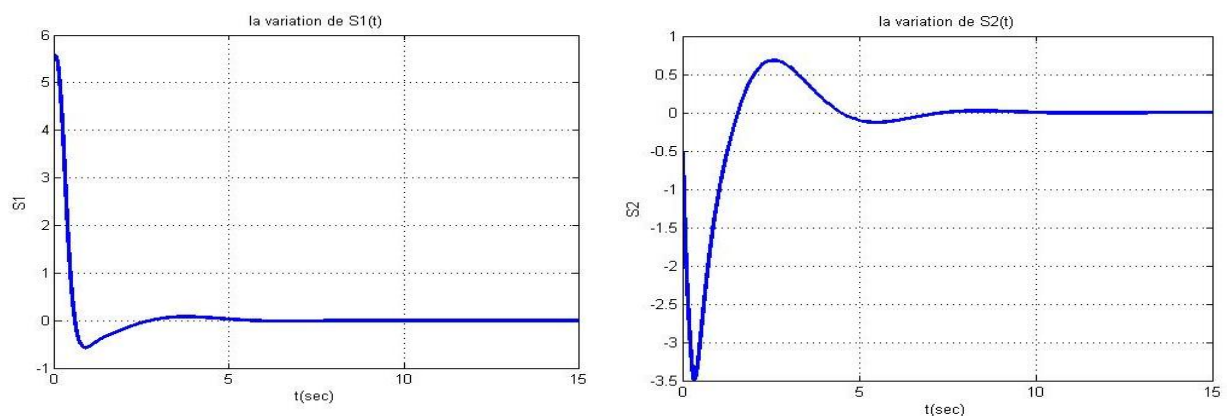


Figure III.4. Variation de la surface de glissement S_1 et S_2

- On remarque que les états du système sont convergences vers les points d'équilibres (les figures III.2 , Figure III.3), et les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendre vers zéro (figure III.4).

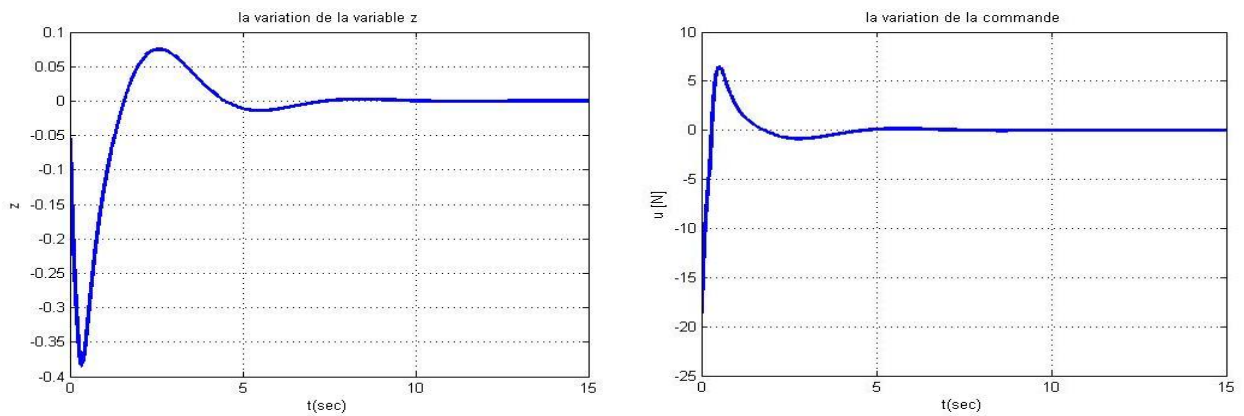


Figure III.5. Variation de la variable z et la commande u

- On remarque que la variable z et la commande u convergent vers zéro (figure III.5).

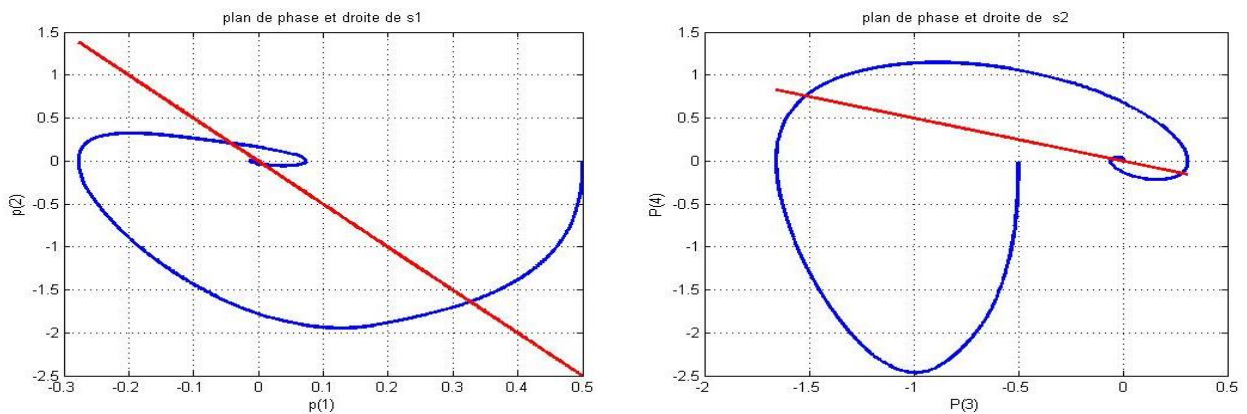


Figure III.6. Plan de phase et la droite de $S1$ et $S2$

- La représentation des plans de phase est dans le régime permanent (figure III.6).

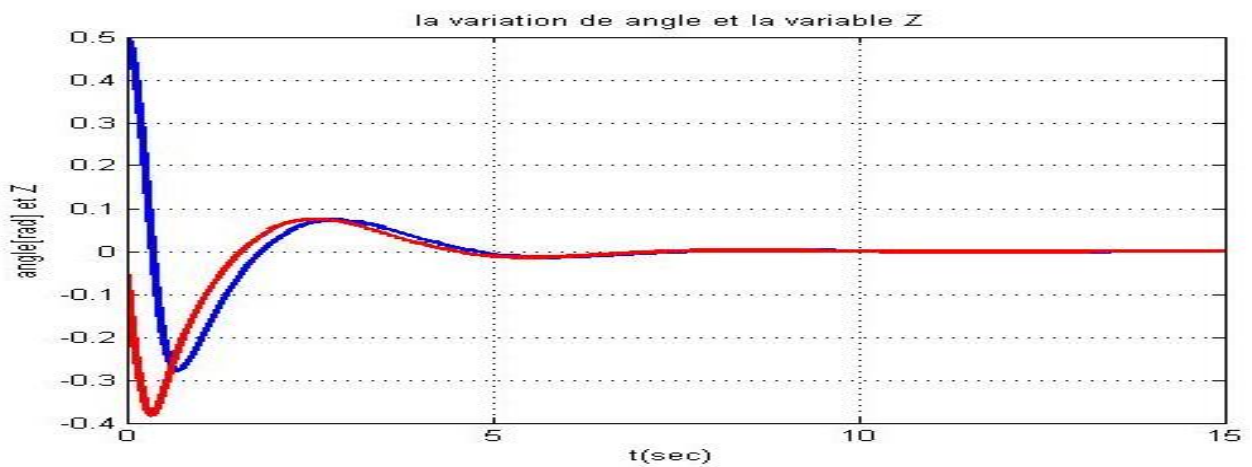


Figure III.7. la variation d'angle et la variable z

- On remarque que l'angle suit la variable z (Figure III.7)

✓ Les résultats de simulation avec une perturbation externe :

$$p(t) = 2.0 * \sin(t)$$

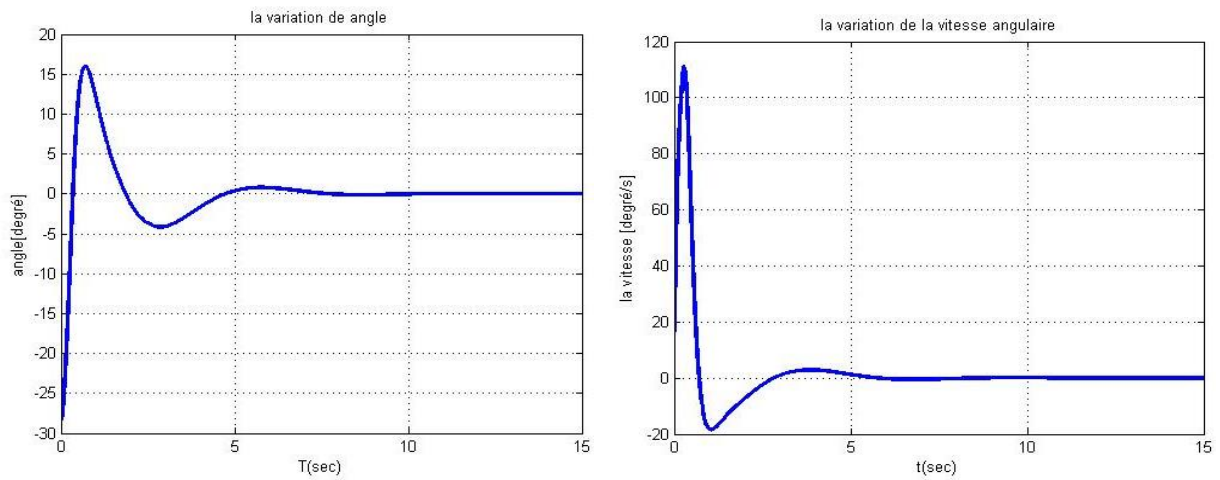


Figure III.8. Variation de variable d'état (angle, la vitesse angulaire)

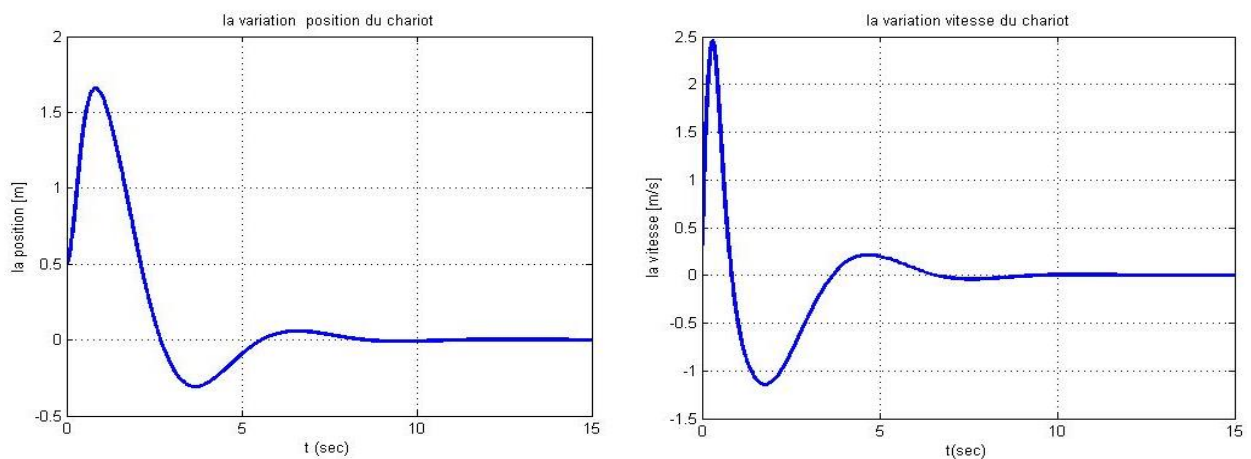


Figure III.9. Variation de variable d'état (position, la vitesse)

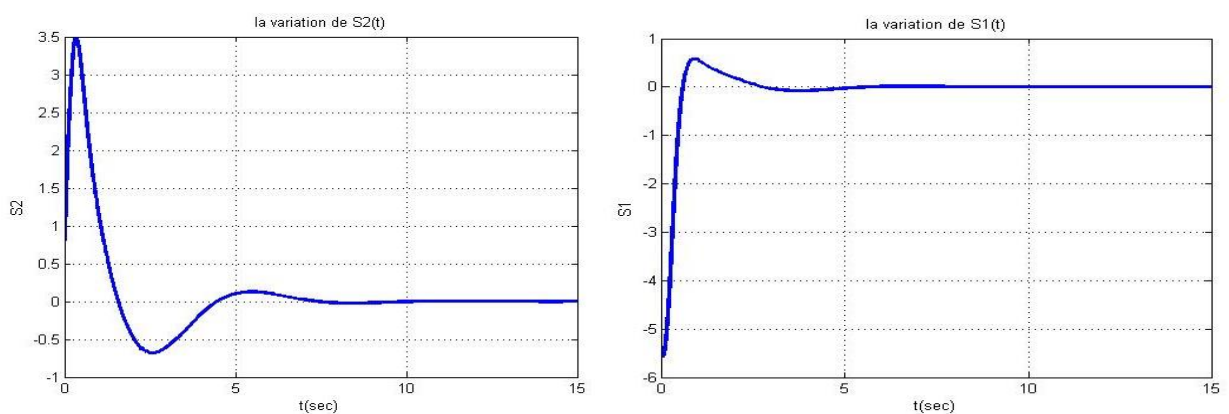


Figure III.10. Variation de la surface de glissement S1 et S2

- malgré la présence des perturbations On remarque que les états du système sont convergences vers les points d'équilibre (**figures III.8 et figure III.9**), et les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 tendre vers zéro (**figure III.10**).

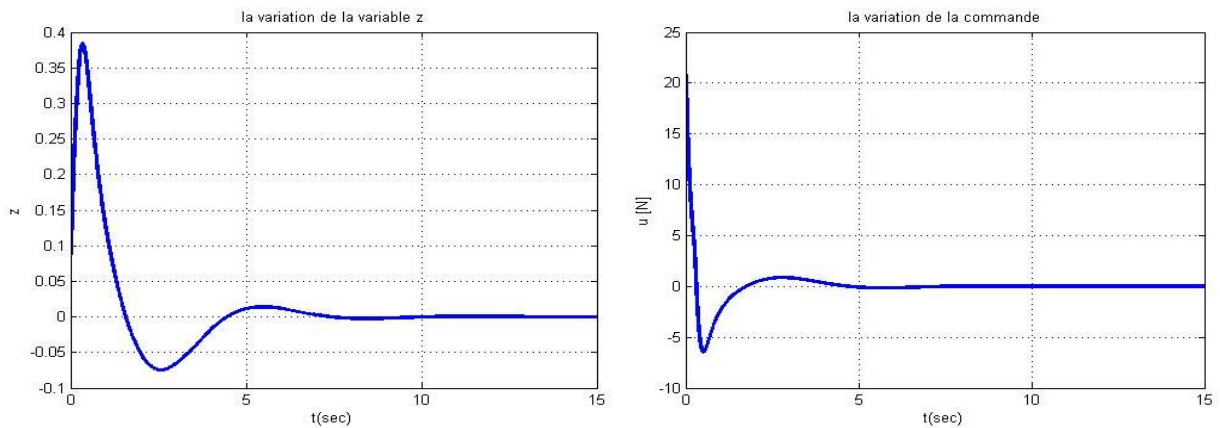


Figure III.11. Variation de la variable z et la commande u

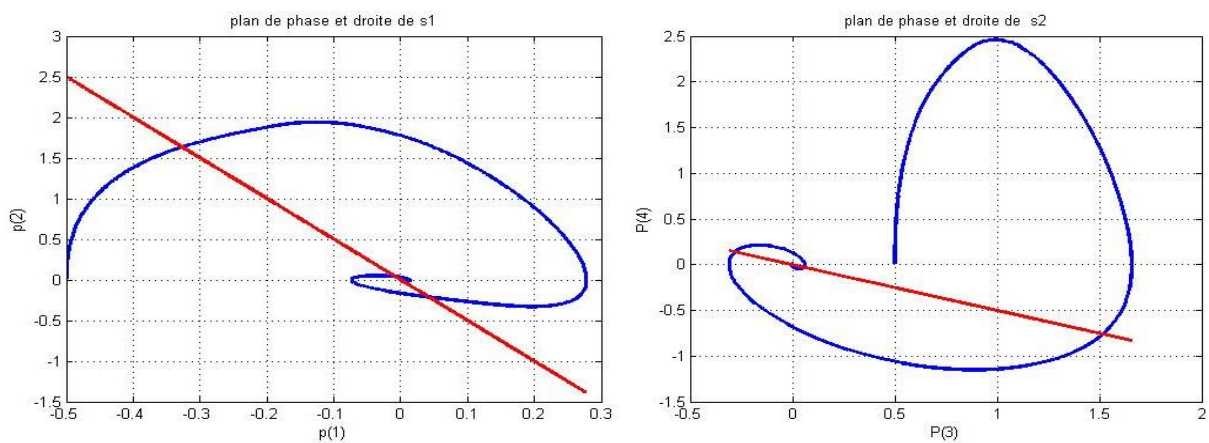


Figure III.12. Plan de phase et la droite de S_1 et S_2

- La représentation des plans de phase est dans le régime permanent (**figure III.12**).

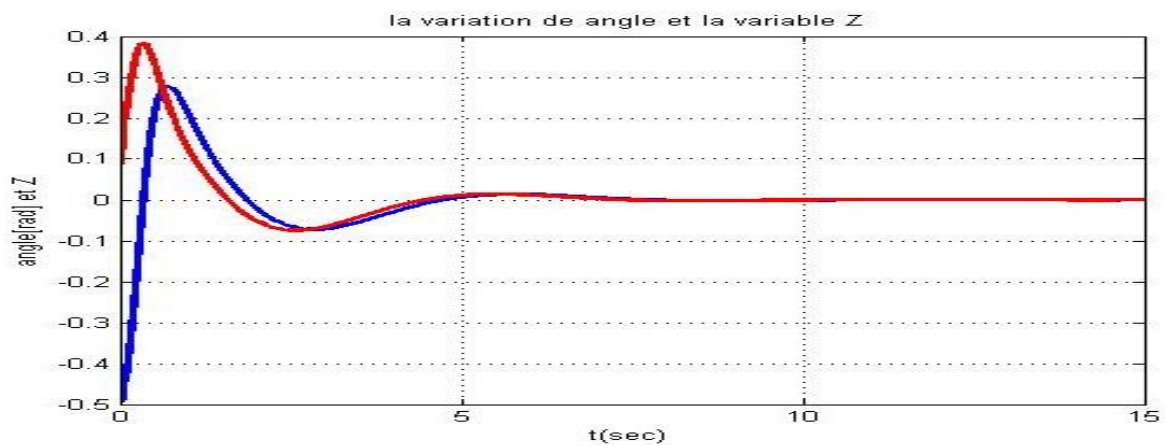


Figure III.13. La variation d'angle et la variable z

➤ On remarque que malgré la présence des perturbations, l'angle suit la variable z (**Figure III.13**)

➤ **Interprétation des résultats de simulation :**

D'après les figures on s'aperçoit que l'effet des perturbations, n'a pas empêché le système de réglage de réaliser sa tâche de contrôle .On conclue que la commande est fiable et robuste malgré les perturbations.

✓ **Les résultats de simulation pour la poursuite de trajectoire**

Les figures III.15- III.18 représentent les résultats obtenus pour la poursuite du vecteur d'état désiré suivant :

$$\theta_d(t) = 0, \dot{\theta}_d(t) = 0, x_d(t) = \begin{cases} -1 & \text{Si } 15s \leq t \leq 30s \\ 1 & \text{Si ailleurs} \end{cases} \text{ et } \dot{x}_d(t) = 0$$

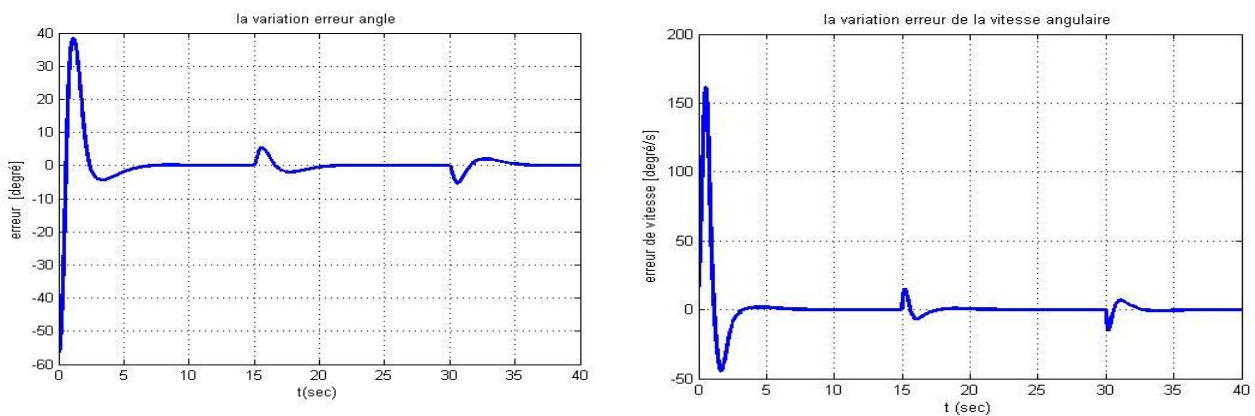


Figure III.14. Variation des erreurs (angle, la vitesse angulaire)

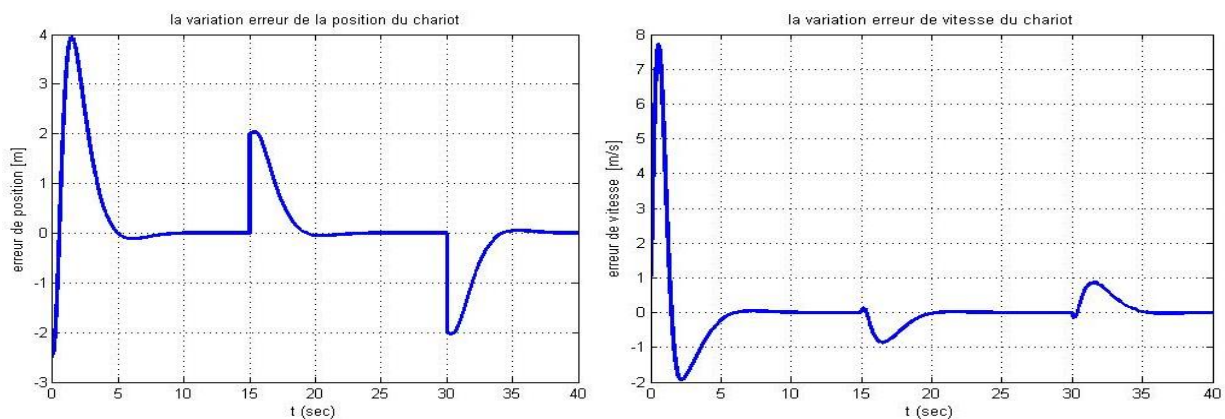


Figure III.15. Variation des erreurs (position, la vitesse)

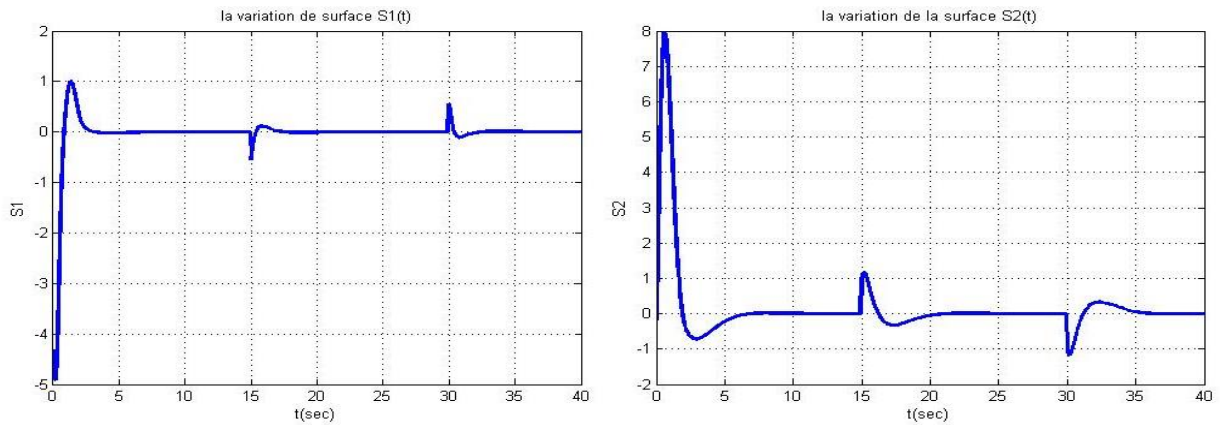


Figure III.16. Variation de la surface de glissement S_1 et S_2

On remarque que l'erreur de poursuite (les figures III.14 - III.15) et les deux surfaces de glissement S_1 et S_2 vers zéro (figure III.16).

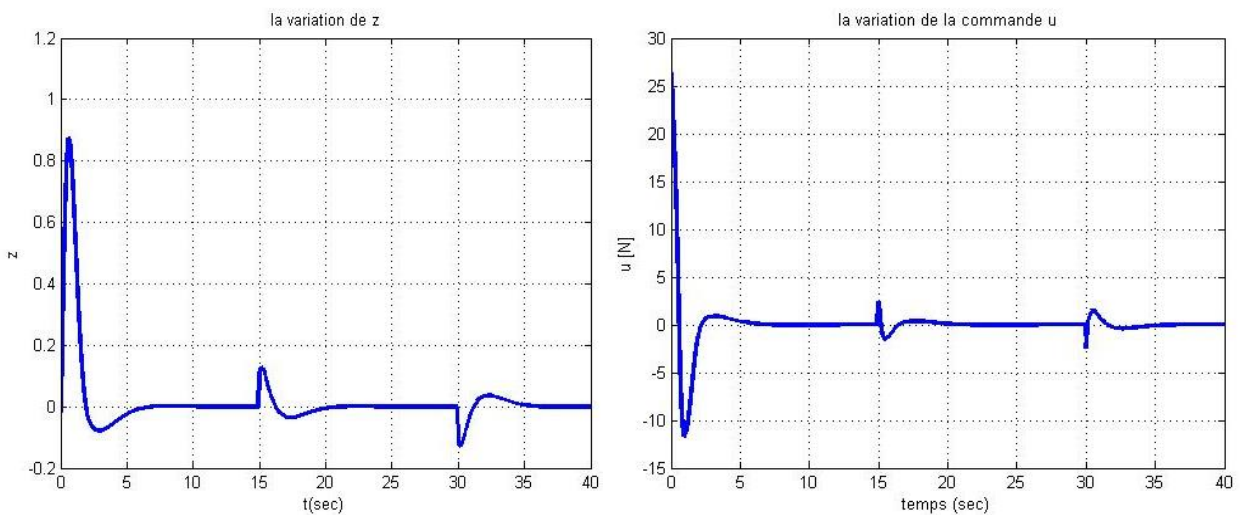


Figure III.17. Variation de la variable z et la commande u

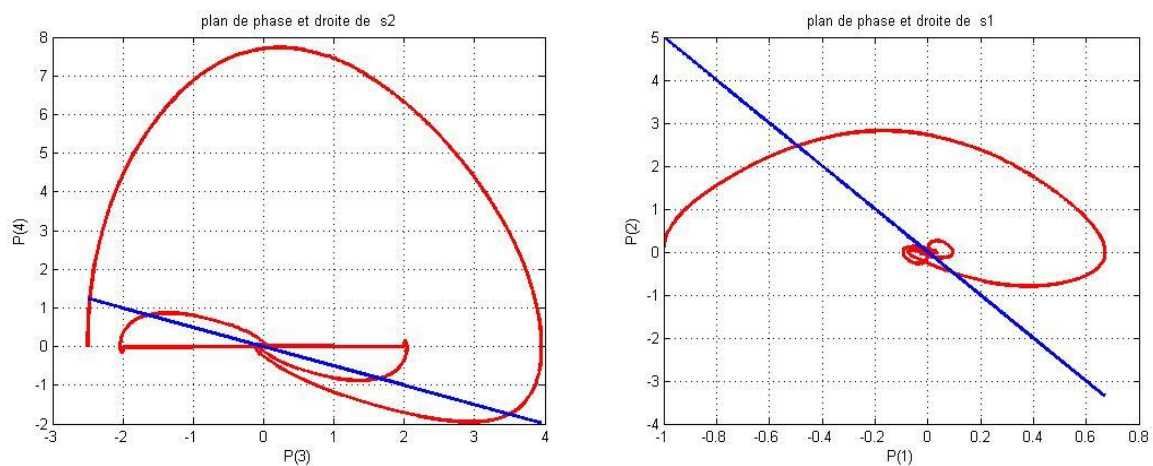


Figure III.18. Plan de phase et la droite de S_1 et S_2

On remarque que la variable z et la commande appliquée convergent vers zéro (figure III.16). La représentation des plans de phase est à l'origine dans le régime permanent (figure III.17).

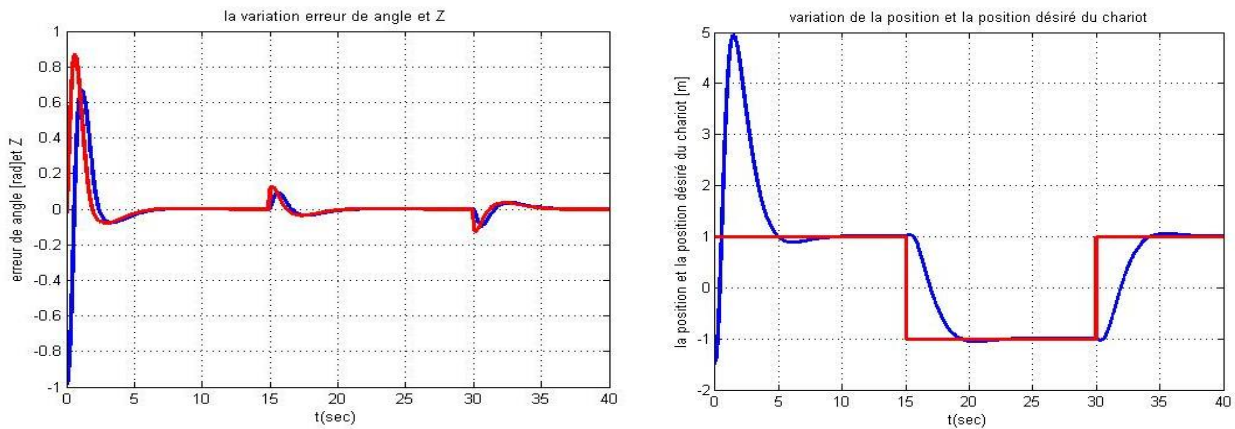


Figure III.19. La variation de erreur de angle et le variable Z , et La variation de position du chariot et la position désiré

On remarque que l'erreur de l'angle suite le variable Z la même chose que la position réelle du chariot et la position désirée (figure III.19). Cette poursuite s'effectue en minimisant l'erreur de poursuite et assurant la stabilité du système.

III.4. Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons étudié un contrôleur qui peut être appliqué pour une large classe de systèmes non linéaire multivariables. L'application de cette commande sur un exemple de simulation a donné des résultats très satisfaisants pour la stabilisation et la poursuite de trajectoire et la robustesse par rapport aux perturbations externes, tout en s'affranchissant des problèmes de broutement de la commande par mode glissant.

Conclusions et Perspectives

Dans ce travail, on a présenté une propriété très importante dans l'étude des systèmes c'est la robustesse vis-à-vis les perturbations extérieures et paramétriques. La commande en mode glissant, présente des avantages considérables comme l'étude des systèmes linéaires et non linéaires. La nature de la commande en mode glissant est non linéaire et leur loi de commande se modifiée d'une manière discontinue.

Les travaux présentés dans ce mémoire concernent la mise en œuvre de la technique du mode glissant pour la commande des systèmes non linéaires monovariables et multivariables.

Dans le première chapitre, nous avons présenté quelques rappels sur les propriétés générales des systèmes non linéaires, et des différentes méthodes les plus utilisées pour la commande des systèmes non linéaires.

Dans le deuxième chapitre, nous avons présenté le principe de la commande par mode glissant, l'application de celle-ci sur un exemple académique proposée par Stolone [13]. Cette commande conduite à des bonnes performances, et obtient une meilleure qualité de réglage par rapport à la commande non linéaire, il faudra bien choisir la surface de glissement ainsi que les paramètres de la commande à utiliser.

Dans le troisième chapitre, on applique la commande mode glissant sur le pendule inversé qui est un système multi variable, en utilisant la simulation sous MATLAB qui donne des résultats satisfaisants à la stabilité, des performances et la robustesse de notre système.

Dans ce travail on a étudié une technique qui combine les avantages de deux techniques. La méthode étudiée permet l'atténuation des effets des perturbations externes et éliminer le phénomène de "broutement" introduit par le mode glissant classique. La poursuite de la trajectoire désirée se fait en deux phases : l'approche et le glissement. Ainsi, la commande utilisée dans ce cas se compose de deux parties : la première permettant l'approche jusqu'à l'arrivée à la surface, et la deuxième maintient le glissement au long de cette surface.

Au terme de ce travail, nous pouvons dire que la commande par mode glissant offre certains avantages :

Conclusions et Perspectives

1. Une robustesse par rapport aux variations des paramètres du système.
2. Un dynamique très performant "temps de réponse acceptable et erreur stationnaire pratiquement nulle".

Enfin, comme suite à ce travail, on propose l'implémentation de la technique présentée dans ce mémoire dans le but de vérifier expérimentalement les résultats trouvés, en pratique. Puisque la mesure de tous les états est généralement impossible à cause des contraintes physiques et/ou du coût élevé des capteurs. Il serait alors intéressant de développer la commande par mode glissant en utilisant des observateurs par retour d'état ou par retour de sortie.

Références

- [1] Boudjemai Houa . Ayadi Loucif , Etude comparative d'une commande équivalente par les modes glissants et d'une commande non linéaire par la théorie de Lyapunov d'une MSAP, Master en Electrotechnique, Abderrahmane Mira de Bejai, 2013.
- [2] Daikh fatima zohra , contribution des approches de l'intelligence artificielle pour la stabilisation robuste des systèmes non linéaire , doctorat en sciences , Université Ahmed bin Bella d'Oran, 2015.
- [3] Bouguerne Otman, Bounib.Khayreddine , Commande adaptative via le backstepping filtré d'une classe des systèmes non- linéaires incertains avec zone-morte à l'entrée . Thèse de MASTER: Université de Mohamed Seddik Benyahia – Jijel 2019.
- [4] TARAFT, Saci, RÉKIOUA, Djamila, et AOUZELLAG, Djamel. Commande en mode glissant de la MADA dans une éolienne à vitesse variable connectée au réseau. Revue des Energies Renouvelables SMEE, 2010, vol. 10.
- [5] Ilyes boukhaibet , Une étude en simulation de stratégies de Commande Non Linéaires , l'obtention du diplôme de magistère électronique , Université Mentuti Constantine , 2007.
- [6] Safta de Hillerin , Commande robuste de systèmes non linéaires incertains , thèse de doctorat sciences physique , Universiy Hal Normandy, 2013.
- [7] J.M. Enrique , E. Durán, M. Sidrach-de-Cardona, J.M. Andújar , Theoretical assessment of the maximum power point tracking efficiency of photovoltaic facilities with different converter topologies , Solar Energy, Vol. 81, Issue 1, 2007, pp. 31-38.
- [8] B. Jean-Luc, Réseau de Neurones Artificiels pour la classification des fontes Arabes et la distinction entre la langue Arabe et les langues Latines , Thèse de Doctorat, Université de Fribourg, Suisse, Juin 2003.
- [9] E.F. Camacho, C. Bordons, Model predictive control , Ed. Springer-Verlag, London, 2004.
- [10] Dr. KHODJA Djalal Eddine , Commande tolérante de la machine asynchrone en tenant compte des défauts , Ingénierie des Systèmes Electromécaniques, UNIVERSITE DE M'SILA, 2012.

- [11] ABDERREZEK Hadjer , Contribution à la commande robuste des systèmes non linéaires , MAGISTER en Automatique, UNIVERSITÉ FERHAT ABBAS -SETIF-1 UFAS1 (ALGERIE), 2014.
- [12] Mlika fodil , commande adaptative par logique floue de la MAS , mémoire de magister, (univ.M'sila)
- [13] H.Buhler, , Réglage par logique floue , Presses polytechniques romandes, 1994.
- [14] Bennour, Cherif. Simulation de la commande vectorielle par régulateurs à mode glissant d'une chaîne éolienne à base d'une machine asynchrone à double alimentation. Université Mohamed Khider–Biskra, 2012.
- [15] Fenni, Athmane. Commande Non Linéaire Par Des Régulateurs En Mode Glissant D'une Machine Asynchrone à Double Alimentation (MADA). Université Mohamed Khider Biskra, 2013.
- [16] Ardjoun, S. A. E. M., ABID, M., AISSAOUI, A., & NACERI, A. (2012). Commande par Mode Glissant d'un Système Eolien à Base d'une Génératrice Asynchrone à Double Alimentation. In ICRE (Vol. 15, p. 16).
- [17] BOUYEKNI, A., TALEB, R., BOUDJEMA, Z., et al. Commande par mode glissant d'ordre 2 pour une capture maximale d'énergie d'une turbine éolienne. Revue des Energies Renouvelables, 2018, vol. 21, no 1, p. 19-26.
- [18] LAAMAYAD, Tahar. Contribution à la commande d'une machine asynchrone double étoile par mode glissant-Apport de la logique floue. Thèse de doctorat. Université de Batna 2-Mustafa Ben Boulaid. 2014.
- [19] TALHAOUI, Hicham. Contrôle par mode glissant: Observation et estimation paramétrique d'une machine à induction avec défauts. Thèse de doctorat. Université Mohamed Khider-Biskra. 2016.
- [20] AMIEUR, Toufik. Commande des Systèmes Non Linéaires par Mode Glissant Flou. Thèse de Magister. Université Mohamed Khider-Biskra. 2009.
- [21] D. Liu, J. Yi, D. Zhao , Adaptive sliding mode fuzzy control for a two-dimensional overhead crane , Mechatronics, Vol. 15, N° 5, pp: 505–522, 2005.

- [22] C.-M. Lin and W. -L. Chin , Adaptive Hierarchical Fuzzy Sliding-Mode Control for a Class of Coupling Nonlinear Systems , Int. J. Contemp. Math. Sci., Vol. 1, N° 4, pp: 177 – 204, 2006.
- [23] Amieur Toufik, M. Boumehraz , Commande des systèmes non linéaires par mode glissant avec gain adaptatif , First International Conférence on Electric Engineering (CIGET'09), October, 25-26,2009, Tébessa, Algeria.

الملخص

نقدم في هذه المذكرة دراسة حول التحكم في الأنظمة اللاخطية بإستعمال النمط المنزلق , الهدف الأساسي من هذه العمل هو دراسة هذا التحكم من خلال إستقرار النظام وجعل المخارج تتبع مسارات مسارات محددة مسبقا . بحيث في الجزء الأول قمنا بدراسة الأنظمة اللاخطية من خلال إستقرارها و التحكم فيها . و الجزء الثاني خصص لدراسة التحكم بإستعمال المنزلق مرفوق بمثال توضيحي ثم قمنا بتطبيق هذا التحكم على النواس العكسي لإثبات مدى قوة وإستقرار النظام

الكلمات المفتاحية : الأنظمة اللاخطية ، إستقرار النظام ، وضع انزلاق ، تحكم

Résumé

On présente dans ce mémoire, une étude sur la commande des systèmes non linéaires par mode glissant, L'objectif principal de ce travail est d'étudier ce commande à travers la stabilisation où la poursuite d'une trajectoire désirée. Dans le première partie, nous avons étudié les systèmes non linéaires grâce à la stabilité et la commande, La deuxième partie traite l'étude de la commande mode glissant, avec un exemple illustratif. L'application de la commande par mode glissant sur le pendule inversé est l'objet de la dernière partie, les résultats de simulation ont bien montré la robustesse et la stabilisation de la commande.

Mots clés : commande , mode glissant, système non linéaire, Stabilité du système.

Summary

In this disertation, we provide a study on non-linear systems by using the sliding mode . the vital purpose of this work is to study this control throughout the stability of the system and make the exits follow the predefined paths . Thus in the first part we have studied the non-linear systems through its stability and controlling , and the second part specialised to study the control by using the sliding mode with illustrative example and then we implied this control on the inverted pendulum in order to assure the power and the stability of the system .

Key words : Controller, Sliding mode, System stability , non-linear system