

# Université Kasdi Merbah Ouargla

Faculté des Hydrocarbure et Energies Renouvelable et Science de la  
Terre et l'Univers  
Département des Energies Renouvelables



## MEMOIRE MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Science et technologies

Filière : Génie mécanique

**Spécialité : Energies Renouvelable En Génie Mécanique**

Présenté par : **Sara BEKIRAT**  
**Sounia MOKDAD**  
**Aymen ALILI**

### Thème

**Etude numérique de la convection naturelle dans  
Une cavité.**

Soutenu

publiquement Le :

08/06/2022

Devant le jury :

Hicham NECIB	MCB	Président	UKM, Ouargla
Hadji Tota	MCB	Encadreur	UKM, Ouargla
Chahinaz ZOUBAIDI	MAA	Examineur	UKM, Ouargla

**Année Universitaire : 2021/2022**

## **Dédicace**

**À mon cher père Omar Alili à ma chère mère Houria Henaoui et, merci pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse, leur soutien et leurs prières tout au long de mes études.**

**A mes chères sœurs Alaa et Malek ..... pour leurs encouragements constants et leur soutien moral,**

**A mon cher frère Badreddine..... pour son soutien et ses encouragements,**

**A toute ma famille pour leur soutien tout au long de mon parcours universitaire,**

**Que ce travail soit l'accomplissement de vos soi-disant désirs, et grâce à votre soutien constant,**

**Merci d'être toujours à mes côtés.**

**AYMEN**

## إهداء

الحمد لله الذي بفضلته تتم الصالحات والصلاة والسلام على اكرم خلق الله اجمعين سيدنا محمد صلى الله

عليه وسلام

اهدي ثمرة جهدي هذا الي والدي مقدار ميلود الذي كرس حياته وماله ونفسه من اجل ان اتعلم وكان

سندا لي فيما وصلت اليه اليوم

الى برجوح نصيرة امي وحببتي وقرّة عيني التي كان دعائها سر نجاحي اطال الله في عمرها وجعلها

لنا تاج على رؤوسنا

الي إخواني صلاح و فوضيل سندي في هذه الحياة وفقهم الله لما يحب ويرضى و أخواتي

ندى, مروى, صفاء و فطيمة حفظهم الله و وفقهم في حياتهم

الي صديقتي واختي صارة بيكرات حفظها الله

الى كل افراد عائلة مقدار وبرجوح كل واحد باسمه اخص جدي وجدتي اطال الله في عمرهم

الى كل اهلي واحبتي واصدقائي جميعا دون استثناء

والى كل اساتذتي من الطور الابتدائي الى الجامعة

## إهداء

الحمد لله الذي بفضلہ تتم الصالحات والصلاة والسلام على اكرم خلق الله اجمعين سيدنا محمد صلى الله عليه وسلم  
اهدي ثمرة جهدي هذا الي والدي بكيرات سالم الذي كرس حياته وماله ونفسه من اجل ان اتعلم وكان سنداً لي فيما وصلت اليه اليوم  
الى عمرانى حوريه أمى وحببتي وقره عيني التي كان دعائها سر نجاحي اطل الله في عمرها وجعلها لنا تاج على رؤوسنا  
الي اخواتى مليكة و يمينه و شيماء و أماني أبرار سندي في هذه الحياة وفقهم الله لما يحب ويرضى واخوتى أحمد و بوبكر و وليد و ابراهيم حفصهم الله ووقفهم في حياتهم  
الي صديقتي واختي مقدار صونيا حفظها الله  
الى كل افراد عائلة بكيرات و عمرانى كل واحد باسمه اخص و جدتي اطل الله في عمرهم  
الى كل اهلي واحبتي واصدقائي جميعاً دون استثناء  
والى كل اساتذتي من الطور الابتدائى الى الجامعة

## **REMERCIEMENT**

Je remercie Dieu Tout-Puissant de m'avoir donné la volonté et le courage de mettre en œuvre ce projet.

Ensuite, je tiens à remercier mon encadrants Mme Hadji Tota, professeure adjointe à l'Université Kasdi Merbah, Ouargla, qui a fait d'énormes efforts, par ses informations, ses bons conseils, ses bons conseils et ses encouragements lors de la préparation du sujet.

Je remercie les membres du jury d'avoir accepté d'évaluer ce travail. Je tiens également à remercier tous mes collègues qui m'ont soutenu et encouragé dans la réalisation de ce travail. J'adresse mes sincères remerciements et ma profonde gratitude à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail, et je tiens à les en remercier.

## ملخص

درسنا في هذا العمل ظاهرة الحمل الحراري الطبيعي في تجويف مسخن عمودياً باستخدام الكود العددي فلونت. تم الحصول على حقول وانسيابات السرعة ودرجة الحرارة لأرقام رايلي المختلفة  $10^3$  و  $10^4$  و  $10^5$ . وأظهرت النتائج أنه مع زيادة عدد رايلي، يصبح نظام الحمل الحراري أكثر سيطرة على نظام التوصيل.

كلمات مفتاحية: عدد رايلي، الحمل الحراري، محاكاة فلونت،

## Résumé

Dans ce travail on a étudié le phénomène de la convection naturelle dans une cavité chauffé verticalement en utilisant le code numérique Fluent CFD. On a obtenu les champs des vitesses et des températures et les lignes de courant pour différent nombre de Rayleigh  $10^3$ ,  $10^4$ , et  $10^5$ . Les résultats montrent qu'au fur et à mesure que le nombre de Rayleigh augmente, le régime convectif devient plus dominant par rapport au régime conductif.

**Mots clés :** nombre de Rayleigh, convection naturelle, Fluent, simulation, cavité.

## Abstract

In this work we studied the phenomenon of natural convection in a vertically heated cavity using the numerical code Fluent CFD. Velocity and temperature fields and streamlines were obtained for different Rayleigh numbers 103, 104 and 105. The results show that as the Rayleigh number increases, the convective regime becomes more dominant over the conductive regime.

Keys words: natural convection, convection, simulation. Fluent, Rayleigh number

## TABLE DE FIGURE

<i>N° de figure</i>	<i>Dénominations</i>	<i>Page</i>
Figure I.1	Convection thermique cas d'une ampoule	5
Figure I.2	Schéma de la convection dans une cavité avec gradient horizontale de température	13
Figure I.3	Schéma de la convection dans une cavité avec gradient verticale de température	14
Figure II.1	Transferts thermiques dans une mur	20
Figure III.1	Volume de contrôle bidimensionnel.	29
Figure III.2	Schéma du problème	30
Figure III.3	Vecteurs de vitesse	31
Figure III.4	Contours des vitesses	32
Figure III.5	Contours de température	32
Figure III.6	Tracé XY de la ligne centrale et de la vitesse V	33
Figure III.7	Rapports de flux	34
Figure III.8	Les isothermes pour différent valeurs de Rayleigh (a) $Ra=10^3$ (b) $Ra=10^4$ (c) $Ra=10^5$ (d) $Ra=10^6$	35
Figure III.9	Les lignes de courants pour différentes valeurs de Rayleigh (a) $Ra=10^3$ (b) $Ra=10^4$ (c) $Ra=10^5$ (d) $Ra=10^6$	36
Figure III.10	Les profils de vitesses horizontales pour différentes valeurs de Rayleigh (a) $Ra=10^3$ (b) $Ra=10^4$ (c) $Ra=10^5$ (d) $Ra=10^6$	37
Figure III.11	Les profils des vitesses verticales pour différents valeurs de Rayleigh (a) $Ra=10^3$ (b) $Ra=10^4$ (c) $Ra=10^5$ (d) $Ra=10^6$	38
Figure III.12	L'évaluation de la température au milieu de la cavité pour différentes valeurs de Rayleigh.	39
Figure III.13	L'évaluation de la vitesse V au milieu de la cavité pour différentes valeurs de Rayleigh.	40
Fig.III.14	L'évaluation de la vitesse U au milieu de la cavité pour différentes valeurs de Rayleigh.	41

## Nomenclature :

$C_p$	Chaleur spécifique à pression constante	$[J.kg^{-1}.K^{-1}]$	
$G$	Accélération de la pesanteur	$[m.s^{-2}]$	
$H$	Hauteur dimensionnelle de l'enceinte	$[m]$	
$L$	Longueur dimensionnelle de l'enceinte	$[m]$	
$T$	Température dimensionnelle	$[K]$	
$T_0$	Température de référence	$[K]$	$Nu$
$T_\infty$	Température de la paroi chaude	$[K]$	$Pr$
$T_{sup}$	Température de la paroi froide	$[K]$	$Nu_m$
$K$	Conductivité thermique	$[W.m^{-1}.K^{-1}]$	$i,j$
$u, v$	Composantes des vitesses	$[m.s^{-1}]$	$\phi$
$U, V$	Composantes adimensionnelles des vitesses		$\lambda$
$x, y$	Coordonnées cartésiennes du système	$[m]$	$t$
$X, Y$	Coordonnées cartésiennes adimensionnelles du système		$F$
$\Delta T$	Différence de température	$[K]$	$\rho_0$
$B_T$	Coefficient d'expansion thermique,	$[K^{-1}]$	$\beta$
$\Gamma$	Coefficient de diffusion		$dE/dt$
$M$	Viscosité dynamique	$[kg.m^{-1}.s^{-1}]$	$q_s$
$\nu$	Viscosité cinématique	$[m^2.s^{-1}]$	$\delta_{ij}$
$\rho$	Masse volumique	$[kg.m^{-3}]$	
$\Theta$	Température adimensionnelle = $T - T_0 / \Delta T$		
$A$	Diffusivité thermique $k / \rho C_p$		
$Gr$	Nombre de Grashof		
$Ra$	Nombre de Rayleigh		
$\tau_{ij}$	Tenseur des contraintes visqueuses dont les éléments		



# SOMMAIRE

<b>SOMMAIRE</b> .....	<b>XIV</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE</b> .....	<b>XVI</b>
<b>CHAPITRE I : GENERALITE ET ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE</b> .....	<b>2</b>
<b>I.1 Introduction</b> :.....	<b>4</b>
<b>I.2 Modes de transfert de chaleur</b> : .....	<b>4</b>
<b>I.2.1 Transfert de chaleur par conduction dans solides</b> :.....	<b>4</b>
<b>I.2.2 Transfert de chaleur par rayonnement</b> :.....	<b>4</b>
<b>I.2.3 Transfert de chaleur par convection</b> : .....	<b>5</b>
<b>I.3 Facteurs Importants dans le transfert thermique par convection</b> :.....	<b>5</b>
<b>I.4 Types de convection</b> : .....	<b>6</b>
<b>I.4.1 Convection forcée</b> : .....	<b>6</b>
<b>I.4.2 Convection mixte</b> : .....	<b>6</b>
<b>I.4.3 Convection naturelle</b> : .....	<b>6</b>
<b>I.4.4 Convection laminaire ou turbulente</b> : .....	<b>7</b>
<b>I.5 Domaines d'application de la convection naturelle</b> : .....	<b>7</b>
<b>I.6 Convection naturelle dans les cylindres</b> : .....	<b>7</b>
<b>I.7 Régimes d'écoulements</b> : .....	<b>8</b>
<b>I.7.1 Régime laminaire</b> :.....	<b>8</b>
<b>I.7.2 Régime Turbulent</b> :.....	<b>8</b>
<b>I.8 Concept de la continuité et l'équilibre thermodynamique</b> :.....	<b>9</b>
<b>I.9 Les nombres sans dimension</b> :.....	<b>9</b>
<b>I.9.1 Nombre de Reynolds</b> : .....	<b>10</b>
<b>I.9.2 Nombre de Prandtl</b> :.....	<b>10</b>
<b>I.9.3 Nombre de Nusselt</b> : .....	<b>10</b>
<b>I.9.4 Nombre de Grashof</b> :.....	<b>11</b>
<b>I.9.5 Nombre de Rayleigh</b> .....	<b>11</b>
<b>I.10 La convection dans les cavités</b> :.....	<b>11</b>
<b>I.11 Cavités avec gradient verticale de température</b> :.....	<b>13</b>
<b>I.12 Synthèse bibliographique</b> :.....	<b>14</b>
<b>I.13 Motivation et objectif d'étude</b> :.....	<b>16</b>
<b>CHAPITRE II : MODELE MATHEMATIQUE</b> .....	<b>18</b>

II.1 Introduction :	19
II.2 Transfert thermique par convection :	19
II.3 Loi de Fourier :	19
II.4 Loi de newton :	21
II.5 Calculassions du nombre de Nusselt moyen :	22
II.6 Formulation générale des équations de la convection naturelle :	23
II.7 Les équations gouvernantes l'écoulement :	23
II.7.1 Equation de conservation de masse :	23
II.7.2 Equation de quantités de mouvement :	23
II.7.3 Equation de conservation d'énergie :	23
II.8 Les équations du problème :	24
II.8.1Hypothèses :	24
II.9 Conclusion :	25
<b>CHAPITRE III : DISCRETISATION ET METHODE NUMERIQUE</b>	<b>26</b>
III.1 Introduction :	29
III.2 Principe de la méthode des volumes finis	29
III.3 Description du problème :	30
III.3.1 Les conditions aux limites	30
III.4 RÉSULTATS :	31
III.4.1 Vecteurs de vitesse :	31
III.4.2 Contours des vitesses :	31
III.4.4 Vitesse V suivant l'axe Y :	33
III.4.5 Flux de chaleur de paroi :	33
III.4.6 Influence du nombre de rayleigh :	34
<b>CONCLUSION GENERALE</b>	<b>42</b>
<b>ANNEXE</b>	<b>44</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	<b>46</b>

# **Introduction Générale**

## **Introduction générale :**

Le transfert de chaleur est l'un des modes, les plus connus d'échange d'énergie. Lorsqu'il existe une différence de température entre deux points d'un système à des températures différentes sont mises en contact, on constate une tendance à l'égalisation des températures. On dit qu'il y'a transfert de chaleur

Le transfert de chaleur obéit aux principes fondamentaux de la thermodynamique, mais les lois de la thermodynamique ne suffisent pas pour expliquer de quelle manière s'effectue le transfert de chaleur ou pour prévoir la vitesse de ce transfert.

Le transfert de chaleur est donc régi par d'autres lois, très importantes dans différentes branches de l'industrie. Citons par exemple pour le génie chimique. La conception et le fonctionnement des évaporateurs, des condenseurs, des échangeurs entre fluide chaud et froid, des colonnes à distillation, des réacteurs, etc... Pour l'ingénieur de génie chimique les problèmes des transferts thermiques se ramènent généralement à l'une ou l'autre de ces deux formes :

1. Rechercher la manière la plus efficace de transmettre une quantité de donnée de chaleur entre deux systèmes par unités de temps.
2. Rechercher comment limiter les déperditions (ou les gains) calorifiques à travers une surface.

La résolution de ces problèmes est souvent complexe car le transfert de chaleur peut résulter de trois mécanismes de propagation obéissant à des lois bien différentes et mis en jeu parfois simultanément.

- La conduction.
- La convection.
- Le rayonnement.

Cependant, le développement de l'un de ces mécanismes nécessite une différence de température qui agit comme une différence de potentiel pour l'échange de chaleur. Dans le premier chapitre, nous avons traité des généralités et d'une étude bibliographique avec trois

mécanismes de diffusion thermique, dans le deuxième chapitre, nous avons parlé d'un modèle mathématique et des équations qui ont été élaborées dans le mémoire, et dans le dernier chapitre, l'estimation et la méthode numérique, nous avons pu observer les résultats et les commenter.

Le problème à considérer. Une cavité carrée de longueur  $L$  avec une paroi gauche chaude  $T_c$ , une paroi droite froide  $T_f$  et des parois supérieure et inférieure adiabatiques. La gravité travaille vers le bas. L'hypothèse de Boussinesq est utilisée pour modéliser la flottabilité.

**Chapitre I :**  
**Généralité et étude bibliographique**

## **I.1 Introduction :**

Un transfert thermique ou un transfert de chaleur entre de corps est une interaction énergétique qui résulte d'une différence de température entre ces deux corps.

## **I.2 Modes de transfert de chaleur :**

Deux corps à températures différentes échangent de l'énergie sous forme de chaleur jusqu'à disparition complète de leur différence de température. Cet échange peut se faire suivant trois modes de transmission fondamentaux [1]:

- La conduction
- Le rayonnement
- La convection

### **I.2.1 Transfert de chaleur par conduction dans solides :**

Le processus de transfert de chaleur par conduction s'appuie sur un milieu matériel sans mouvement de matière et est dû à des phénomènes physiques microscopiques (agitation des atomes ou des molécules, flux d'électrons libres...). Il peut être vu comme un transfert d'énergie des particules les plus énergétiques (les particules chaudes qui ont une énergie de vibration élevée) vers les particules les moins énergétiques (les particules froides d'énergie de vibration moins élevée), dû aux collisions entre particules.

Dans les solides, le transfert d'énergie peut également se produire sous l'effet du déplacement d'électrons libres dans le réseau cristallin (par exemple pour les métaux). Ainsi les bons conducteurs d'électricité sont en général également de bons conducteurs de la chaleur [1].

### **I.2.2 Transfert de chaleur par rayonnement :**

Tout corps matériel émet et absorbe de l'énergie sous forme de rayonnement électromagnétique. Le transfert de chaleur par rayonnement entre deux corps séparés par du vide ou un milieu semi transparent se produit par l'intermédiaire d'ondes électromagnétiques, donc sans support matériel.

Le phénomène d'émission d'un corps correspond à la conversion d'énergie matérielle (agitation des électrons constituant la matière dont l'intensité dépend de la température) en énergie radiative. Le phénomène d'absorption est la conversion inverse [1].

### I.2.3 Transfert de chaleur par convection :

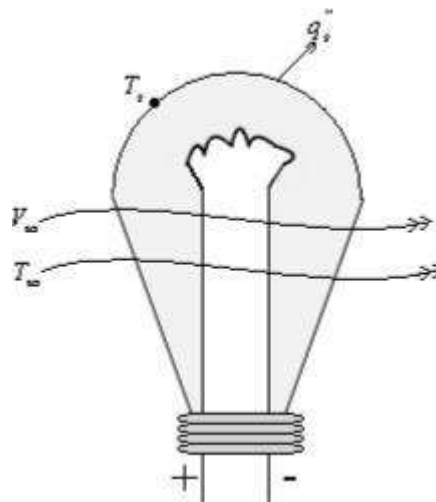
La convection est le mode de transmission qui implique le déplacement d'un fluide gazeux ou liquide (écoulement) et échange avec une surface qui est à une température différente exemple : C'est ce qui se passe le long d'un radiateur. L'air froid s'échauffe au contact avec le radiateur, se dilate et monte sous l'effet de la poussée d'Archimède. Il est alors remplacé par de l'air froid et ainsi de suite ; il Ya existence de courants de fluide dans l'air ambiant.

On distinguera la convection forcée (due à l'action d'une pompe, ventilateur...) de la convection naturelle dans laquelle le mouvement du fluide est créé par des différences de densité, elles-mêmes provoquées par des différences de température.

### I.3 Facteurs Importants dans le transfert thermique par convection :

Considérant le cas de l'ampoule électrique montrée dans la figure (01). La température de surface et le flux thermique sont  $T_s$  et  $q_s$  respectivement. La température du fluide ambiante est  $T_\infty$ .

L'énergie électrique est transformée en chaleur à un taux fixe déterminé par la capacité de l'ampoule. Négligeant le rayonnement, l'énergie dissipée est transférée par convection à partir de la surface vers le fluide ambiant. Supposant que la température de surface résultante est trop importante et que nous souhaitons l'abaisser [1].



**Figure I.1: convection thermique cas d'une ampoule [1]**



Pour cela nous pouvons : nos options ?

- Placez un ventilateur devant l'ampoule et forcez le fluide ambiant à s'écouler autour de l'ampoule pour la refroidir.
- Changez le fluide, prendre un fluide bon conducteur de la chaleur.
- Augmentez la surface de contact en reconcevant la géométrie de l'ampoule.

Nous concluons que trois facteurs jouent des rôles majeurs dans le transfert thermique par convection : Le mouvement du fluide, La nature du fluide et la géométrie de la surface de contact.

## **I.4 Types de convection :**

### **I.4.1 Convection forcée :**

Ce type de convection se produit quand le mouvement du fluide est imposé par une intervention extérieure indépendante de la différence de température. Par exemple : une pompe ou un ventilateur ou un agitateur ou même le vent.

En convection forcée, la poussée d'Archimède est négligeable devant les forces servant à mettre le fluide en mouvement. C'est le cas par exemple du refroidissement des moteurs à combustion interne : la pompe à eau pousse le liquide de refroidissement à travers le moteur puis dans l'échangeur.

### **I.4.2 Convection mixte :**

Même en convection forcée, les différences de densité créent un écoulement parasite, en général insignifiant par rapport à l'écoulement principal. On parle de convection mixte quand les 2 phénomènes coexistent [1].

### **I.4.3 Convection naturelle :**

En convection naturelle, les mouvements du fluide sont provoqués par des gradients de densité due au non uniformité du champ de température. Les couches chaudes, donc de poids spécifique plus faible, sont soumises à des forces dirigées vers le haut, suivant un mécanisme analogue à celui de la poussée d'Archimède.

Dans les régions à température élevée, le fluide prend donc un mouvement ascendant. Le phénomène inverse de courants descendants se produit pour les parties du fluide dont la température est inférieure à celle du fluide chaud [1].

Les courants de convection naturelle sont alors dus à des différences de poids spécifique et par conséquent le phénomène se produit en raison de l'existence du champ de pesanteur terrestre. L'intervention du poids a pour effet de donner à la verticale un rôle privilégié.

La définition de la géométrie d'un système convectif doit donc faire intervenir la forme et les dimensions ainsi que la disposition par rapport à la verticale.

Les effets de convection naturelle sont familiers. On peut les observer quotidiennement dans l'eau que l'on chauffe dans un récipient, dans les panaches de certaines cheminées d'usines, la circulation atmosphérique, les vents, les tempêtes sont aussi des effets de la convection naturelle.

#### **I.4.4 Convection laminaire ou turbulente :**

En régime de convection laminaire la vitesse du fluide et la température ne dépendent pas du temps par opposition, en régime de convection turbulente l'écoulement est composé d'un ensemble de tourbillons de différentes tailles et intensités. La conséquence est que la vitesse et la température son fonction du temps.

#### **I.5 Domaines d'application de la convection naturelle :**

Les applications de transfert thermique sont variées, dans lesquelles la convection naturelle est le phénomène le plus dominant. La meilleure compréhension de phénomène augment le nombre d'application et mène à un certain nombre de conception industrielles et environnement sophistiquées.

Toutefois, les couts de fonctionnement sont importants, les petites améliorations d'efficacité sont essentielles et peuvent jouer un grand rôle dans la consommation d'énergie. En outre, les problèmes océanographiques et atmosphériques tels que les effets de serre, les changements extrêmes de climat, ainsi que les problèmes technologiques, à savoirs les équipements électriques et les réactions nucléaires, les appareils ménagers, les réfrigérations et les échangeurs de chaleur sont tous des problèmes, qui ont donné un intérêt particulier à cette science.

#### **I.6 Convection naturelle dans les cylindres :**

La détermination du transfert de chaleur et des caractéristiques des écoulements générés par les forces d'Archimède dans des cavités est un problème dont l'intérêt tant sur le plan fondamental qu'au niveau des applications pratiques est important pour le but du refroidissement ou du chauffage dans l'industrie.

Parmi ces applications nous pouvons citer : le stockage des fluides, les échangeurs de chaleur, l'écoulement d'air dans les pièces d'habitation et dans les capteurs solaires, etc..

Il ressort des travaux disponibles dans la littérature, très peu d'informations sont disponibles actuellement tant sur le plan numérique qu'expérimental, sur la structure d'écoulement de convection naturelle se produisant dans une cavité demi-elliptique, comme l'écoulement naturel de l'air dans les serres agricoles, dans les hangars de forme elliptique ou dans les habitacles des avions de ligne [1].

### **I.7 Régimes d'écoulements :**

On distingue deux régimes d'écoulement, le régime laminaire et le régime turbulent.

#### **I.7.1 Régime laminaire :**

Pour la convection naturelle verticale, le régime laminaire existe dès qu'il y a un écart de température. En revanche, pour la convection naturelle horizontale, le régime laminaire est déclenché par un écart de température ou une hauteur de fluide suffisant, correspondant à un nombre de Rayleigh critique égal à 1708. En dessous de cette valeur critique, le fluide n'est pas en mouvement, le transfert de chaleur est conductif et le nombre de Nusselt est égal à 1.

Les lignes de courant restent côte à côte. Le transfert de quantité de mouvement et de chaleur entre deux lignes de courant adjacentes est uniquement contrôlé par l'effet de viscosité et de diffusivité du fluide [1].

#### **I.7.2 Régime Turbulent :**

Les lignes de courant s'entrelacent de manière irrégulière. Les particules de fluide adoptent des mouvements fluctuants autour d'un mouvement moyen dans une direction irrégulière. Il coexiste des structures turbulentes de tailles variables et constamment évolutives.

Pour un écoulement donné, les dimensions de ces tourbillons sont comprises entre deux bornes : au-delà d'une certaine taille, un tourbillon perd son individualité et se trouve noyé dans l'écoulement général en deçà d'une taille minimale, sa quantité de mouvement devient insuffisante pour assurer sa survie, face aux effets de la viscosité, qui tendent à homogénéiser l'écoulement.

Chaque tourbillon franchit successivement divers échelons de la plus grande à la plus petite taille, en se scindant à chaque étape en plusieurs tourbillons plus petits et en leur partageant son énergie cinétique. La diffusion moléculaire est ainsi supplantée par la diffusion turbulente [1].

---

**I.8 Concept de la continuité et l'équilibre thermodynamique :**

L'étude de transfert thermique par convection dépend de propriétés substantielles comme la masse volumique, la pression, la conductivité thermique et la chaleur spécifique. Ces propriétés familières que nous pouvons évaluer quantitativement et les mesurer sont en fait la manifestation de la nature moléculaire et de l'activité du matériau.

Toutes les matières se composent de molécules qui sont dans un état de mouvement continu et de collisions aléatoires. Dans le modèle de continuité nous ignorons les caractéristiques de molécules individuelles et au lieu de cela on traite leur effet moyen ou macroscopique. Ainsi, la continuité est assumée pour des matières continues.

Cependant, il y a des conditions dans lesquelles la supposition de continuité s'écroule ; Elle est valable tant qu'il y a suffisamment un nombre de molécules dans un volume donné pour faire la moyenne statistique de leurs activités significatives.

L'équilibre thermodynamique dépend de la fréquence de collisions de molécules avec une surface adjacente. À l'équilibre thermodynamique, le fluide et la surface adjacente ont la même vitesse et la même température [2].

**I.9 Les nombres sans dimension :**

L'étude des problèmes de transfert de chaleur par convection implique la résolution d'équations différentielles qui décrivent la mécanique des fluides, les échanges d'énergie, les transferts de masse.

Ces équations sont généralement liées et difficiles à résoudre théoriquement, ce qui conduit à associer à la théorie l'expérimentation permettant de trouver les valeurs des grandeurs recherches.

L'expérimentation est souvent menée à une échelle différente de la réalité industrielle. La nécessité de définir des corrélations qui soient applicables à des appareils de tailles différentes opérant dans des situations différentes conduit à l'utilisation de paramètres adimensionnels qui permettent de définir des similitudes [1].

On peut déterminer les nombres sans dimensions en considérant toutes les forces qui peuvent s'appliquer sur un fluide. Ainsi, on a défini les forces et leurs unités de mesure dans le système international [SI] par rapport aux variables fondamentales :

- Les forces d'inertie :  $F_a = ma$
- Les forces de viscosité :  $F_\mu = \tau S$
- Les forces de gravité :  $F_g = mg$

### I.9.1 Nombre de Reynolds :

Le nombre de Reynolds est proportionnel au rapport entre les forces d'inertie et les forces de viscosité. Il peut être exprimé comme :

$$\frac{F_a}{F_\mu} = \frac{\text{forces d'inertie}}{\text{force de viscosité}} \quad I.1$$

Où  $V$  : La vitesse moyenne [m/s].

$L$  : La longueur caractéristique [m].

Le nombre de Reynolds permet de quantifier les écoulements laminaires et turbulents. Les écoulements à nombre de Reynolds élevé sont généraux turbulents, alors que les écoulements où les forces d'inertie sont faibles par rapport aux forces visqueuses sont plus souvent laminaires.

### I.9.2 Nombre de Prandtl :

Le nombre de Prandtl est proportionnel au rapport entre la diffusivité de quantité de mouvement et la diffusivité thermique. Il caractérise l'importance relative des effets thermiques et visqueux.

Il peut être exprimé comme :

$$P_r = \frac{\mu C_p}{K} \quad I.2$$

### I.9.3 Nombre de Nusselt :

Le nombre de Nusselt est proportionnel au rapport entre le transfert thermique convectif et le transfert par conduction [6].

Il peut être exprimé comme

$$N_u = \frac{hL}{K} \quad I.3$$

**I.9.4 Nombre de Grashof :**

Le nombre de Grashof est proportionnel au rapport entre les forces de gravité par les forces visqueuses [6].

Il peut être exprimé comme :

$$\frac{F_g}{F_\mu} = \frac{\text{force de gravité}}{\text{forces de viscosité}}$$

I.4

$$Gr = (g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot L^3 \cdot \rho^2) / \mu^2$$

I.5

Où:

L'accélération de la pesanteur [m.s<sup>-2</sup>]. La différence de température [°C].

**I.9.5 Nombre de Rayleigh**

Le nombre de Rayleigh est proportionnel entre l'importance relative de la poussée d'Archimède et le produit de la trainée visqueuse par le taux de diffusion thermique [6].

Il peut être exprimé comme :

$$Ra = Gr \cdot Pr \qquad Ra = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_c - T_\infty) \cdot l_c^3}{\nu \cdot \alpha} \qquad I.6$$

Où

T<sub>s</sub> : La température de la paroi [°C].

T<sub>∞</sub>: La température du fluide loin de la paroi [°C].

g : accélération de la pesanteur (m/s<sup>2</sup>)

L<sub>c</sub> : longueur caractéristique (m)

ν : La viscosité cinématique

β : coefficient de dilatation thermique volumétrique (K<sup>-1</sup>)

—

**I.10 La convection dans les cavités :**

La convection est le mécanisme le plus important de transfert de chaleur entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Le transfert par convection d'une surface dont

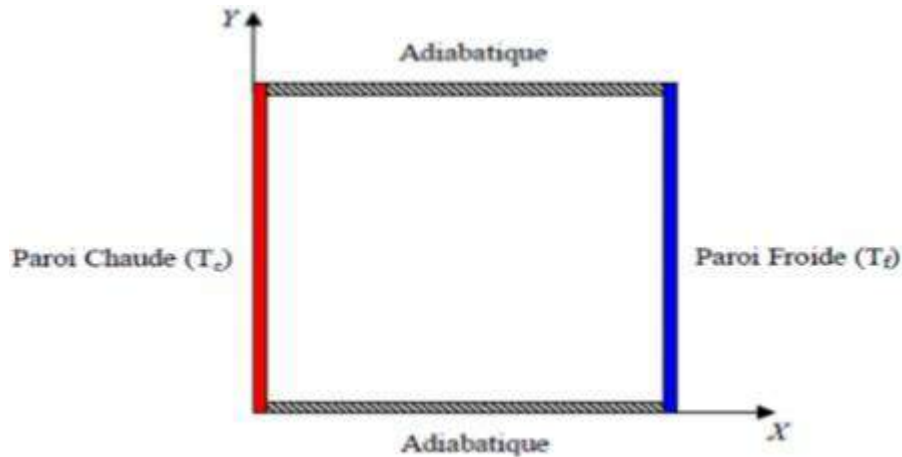
la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure (Figure.02) s'effectue en plusieurs étapes [8].

D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux molécules adjacentes du fluide ou gaz. La chaleur ainsi transmise sert à faire augmenter la température et l'énergie interne de ces molécules. Ensuite les molécules vont se mélanger avec d'autres molécules situées dans une région à une température inférieure et transférer une partie de leur énergie.

Dans ce cas l'écoulement transporte le fluide et l'énergie. L'énergie est, à présent, emmagasinée dans les molécules du fluide et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement. La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide par convection libre ou convection forcée.

Lorsqu'il se produit au sein du fluide des courants dus simplement aux différences de température, on dit que la convection est naturelle ou libre.

Par contre si le mouvement du fluide est provoqué par une action externe, telle une pompe ou un ventilateur, le processus est alors appelé convection forcée. L'étude de la convection naturelle des fluides dans les cavités a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de son étude réside dans son implication dans de nombreux phénomènes naturels et industriels, tels que le refroidissement des circuits électroniques et des réacteurs nucléaires, l'isolation des bâtiments (cas du double vitrage), industrie métallurgique, la croissance des cristaux pour l'industrie des semi-conducteurs.



**Figure I.2: schéma de la convection dans une cavité avec gradient horizontale de température.[1]**

L'étude du transfert de chaleur par convection est un domaine de recherche depuis Plusieurs décennies.

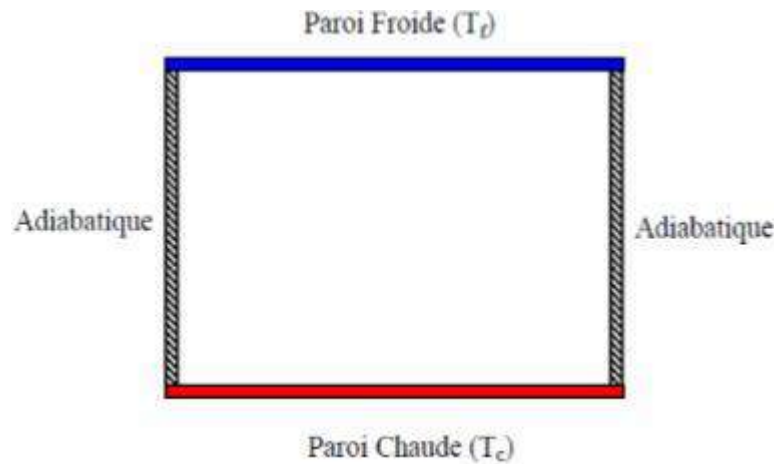
Il existe une grande quantité de publications scientifiques consacrées à l'étude de convection naturelle dans les cavités. La plupart des études ayant été généralement menés avec l'eau, l'huile ou l'air comme fluide de base.

On sait que les transferts de chaleur par convection peuvent augmenter considérablement en changeant la configuration de l'écoulement ou en augmente les surfaces [1].

### **I.11 Cavités avec gradient verticale de température :**

L'enceinte qui est chauffée par le bas et refroidie par le haut correspond à la configuration de la convection de Rayleigh-Bénard qui traite de la stabilité et le mouvement d'un fluide confiné entre deux plaques qui sont maintenues à des températures uniformes et distinctes (figure 3). La convection de Rayleigh-Bénard a une longue et riche histoire, elle été étudiée durant des enceintes aussi bien pour ses différentes applications industrielles que du point de vue de recherche fondamentale [1].





**Figure I.3 : schéma de la convection dans une cavité avec gradient verticale de température. [1]**

### I.12 Synthèse bibliographique :

Un très grand nombre de travaux sur la convection naturelle dans des cavités et les résume ci-dessus.

Une étude numérique sur l'écoulement laminaire conduit par flottabilité dans une clôture carrée inclinée de chauffage d'un côté et froide du côté adjacent est entreprise en suivant des méthodes de différence finie [2].

Sur la base des données numériques, ils déterminent les valeurs critiques de l'angle d'inclinaison auquel le taux de transfert de chaleur dans la clôture est maximum ou minimum. Rahman et al. Leur investigation numérique conduite, d'une part, la force de convection augmente pendant que la forme de clôture change de la place traversante mince un peu profond à n'importe quelle inclinaison particulière, mais varie modérément avec l'inclinaison à un allongement particulier [3].

Une recherche numérique sur le transfert de chaleur de convection naturelle dans une cavité rectangulaire fermée avec des distributions sinusoïdales de la température sur les murs latéraux et les murs supérieurs a été étudiée par beaucoup d'auteurs [4].

Feng Wu et al. Fait une étude à l'investigation numérique de l'écoulement convectif naturel et du transfert de chaleur dans une cavité rectangulaire remplie d'un milieu poreux générateur de chaleur en adoptant le modèle de déséquilibre thermique local.

Les parois supérieure et inférieure du conteneur sont adiabatiques et les parois gauche et droite sont partiellement chauffées et partiellement refroidies par un serpentin à température

sinusoïdale. Les résultats ont montré que les différences périodiques avec des valeurs positives et négatives apparaissent dans les isothermes de la phase fluide et de la phase solide, et la périodicité augmente avec l'augmentation de l'azote et la déviation de phase a un effet significatif sur l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur dans le poreux cavité.

Lorsque  $N$  est suffisamment grand ( $N = 32$ ), les schémas rhéologiques, les isothermes de la phase fluide et la largeur de la phase solide dans le cas de la condition aux limites thermique uniforme, et le taux de transfert de chaleur global à travers toute la cavité sont proches à celle de la condition aux limites de chaleur uniforme [5].

Oztopa et al. Faites des études numériques et expérimentales de la convection naturelle laminaire dans des cavités triangulaires ont été réalisées par Numériquement ils ont employé l'approche de méthode de différence finie pour résoudre les équations gouvernantes

Les résultats expérimentaux et numériques montrent la bonne concordance, et ils ont observé que l'angle d'inclinaison peut être utilisé comme paramètre de commande pour le transfert de chaleur [6].

Ram et al. Fait une étude numérique sur la distribution de la chaleur pour un écoulement laminaire de convection naturelle dans un milieu poreux constitue d'une cavité triangulaire les conditions aux limites des parois sont imposés suivant l'approche des lignes de la chaleur [7].

Jawad et al. Fait une représentation d'une résolution analytique, et numérique utilisant le code de FLUENT/UNS et des études expérimentales de transfert de chaleur laminaire dans une cavité hémisphérique isotherme dans un espace illimité [8].

Baïri et al. Fait une comparaison des résolutions théoriques et numériques avec des résultats expérimentaux a présenté la bonne concordance en cavités hémisphériques inclinées Ils ont études numériquement et expérimentalement la convection naturelle dans des cavités hémisphériques inclinées avec un flux thermique constant imposé aux parois.

L'étude numérique se fait pour un large nombre de  $Rat$ , entre  $10^4$  et  $5 \times 10^7$ , les champs thermiques et dynamiques sont présentés et traités pour tous les angles. Ils ont proposé des corrélations entre les nombres moyens de Nusselt et Rayleigh pour mesurer les échanges de convection à des applications technologiques [9].

Sabre et al. Fait un modèle numérique basé sur la méthode d'élément fini, Ont étudié le transfert de chaleur dans des cavités hémisphériques horizontal. Ces résultats montrent que pour chaque condition de température, le flux d'air dans les cavités est monocellulaire. Les résultats

sont employés pour développer des corrélations pour le nombre de Nusselt[1].

Retiel et al. ont étudié l'influence du nombre de Rayleigh thermique ( $10^3 \leq Ra_t \leq 5 \times 10^7$ ) et du nombre de Lewis ( $0,5 \leq Le \leq 5$ ) sur la convection naturelle double-diffusive dans une cavité demi-cylindrique horizontale fermée, pour des rapports des Rayleigh thermique et soluté[10].

La convection naturelle dans des cavités fermée fait l'objet de nombreux chercheurs. Carré simple, rectangulaires, triangulaires, cylindrique ou annulaires ont été étudiées numériquement ou expérimentalement, mais la clôture demi-ellipse,

Il ressort des travaux très peu d'informations sont disponibles actuellement tant sur le plan numérique qu'expérimental, sur la structure d'écoulement de convection naturelle se produisant dans une cavité demi-elliptique.

Une étude numérique détaillée des phénomènes d'écoulement et de transfert de chaleur dans des clôtures demi-ellipse est utile en comprenant les processus qui se produisent dans des écoulements de convection naturelle en les serres agricoles, les hangars de forme elliptique, les habitacles des avions de ligne, la conception du système de chauffage à air solaire.

Le travail de Bouras et al. Représente des résultats récents où ils ont étudié la convection naturelle laminaire dans une enceinte horizontale demi-elliptique pour des valeurs de Rayleigh thermique variant de  $10^3$  à  $5.10^5$ [1].

### **I.13 Motivation et objectif d'étude :**

La convection naturelle trouve son application dans les domaines de refroidissement d'équipement électronique, du chauffage solaire, de la technologie solaire et de la sûreté des réacteurs nucléaires ...etc. La présente étude est faite dans ce dernier cas, les centrales nucléaires ont beaucoup de bâtiments reliés ensemble et logeant l'équipement et les instruments qui sont essentiels pour l'exploitation sûre de ces centrales.

Ils contiennent invariablement des quantités significatives de matériaux combustibles comme le sodium liquide, les câbles électriques, le carburant et les pétroles. Dans l'événement peu probable d'un feu en un tel bâtiment ou compartiment, il est impératif que le feu soit détecté à temps et les mesures nécessaires de sûreté soient prises pour sauvegarder les bâtiments adjacents. Les caractéristiques de conception proportionnées doivent être appliquées de sorte que la propagation du feu aux compartiments adjacents soit réduite au minimum.

D'ailleurs, la connaissance de la sévérité d'un tel feu et l'évaluation de barrière du feu nécessaire pour les murs communs des compartiments, est essentiel. De tels incendies peuvent

être causées par le liquide provenant des fuites de sodium ou de pétrole des canalisations, qui se rassemble sur le plancher du bâtiment à certains endroits et brûle à un certain taux spécifique selon la nature des combustibles.

La chaleur de combustion est transférée aux murs adjacents du compartiment, par la convection naturelle, et finalement transférée aux compartiments adjacents par conduction. La taille des compartiments industriels est généralement grande ayant pour résultat la naissance du régime laminaire de convection naturelle.

Donc le but de ce travail est de mener une étude numérique de la convection naturelle laminaire dans une enceinte carrée avec chauffage partiel de la paroi inférieure être froidissaient des parois latérales. Cette étude simule le cas d'une génération de chaleur accidentelle due à un incendie dans un bâtiment pour réacteur nucléaire.

La source de feu est considérée comme étant située au mur inférieur avec différentes longueurs chauffées variées de 20 à 80% de la longueur totale du mur inférieur. Ce chauffage a été introduit soit sous forme d'une isotherme ou d'un flux uniforme.

Le mur supérieur et la partie non chauffée de la paroi inférieure ont été considérés comme adiabatiques, tandis que les parois latérales ont été supposées isothermes.

Les formes permanentes des équations de Navier-Stokes en deux dimensions et les équations de conservation de la masse et de l'énergie, ont été résolues par la méthode des volumes finis. L'algorithme SIMPLE a été utilisé pour le couplage pression vitesse.

Le nombre de Rayleigh a été varié entre 103 et 106. Les fonctions de courant et les isothermes ont été présentées pour diverses combinaisons de Ra et de la longueur chauffée.

Les résultats ont été aussi présentés sous forme de Nombre de Nusela local et moyen sur la paroi chauffée. Des corrélations ont été mises au point pour prévoir les taux de transfert de chaleur à partir de l'enceinte en fonction de la longueur chauffée adimensionnelle et Ra.

**Chapitre II :**  
**Modèle mathématique**

## II.1 Introduction :

Le phénomène de convection est généré par le développement d'instabilités dans un milieu initialement stable, auquel on superpose à un instant donné une petite perturbation. La nature de la perturbation n'est pas unique, mais conduit à différents types de convection : vitesse angulaire de rotation (instabilité de Taylor-Couette), densité, température. Dans ces deux derniers cas, le moteur de la convection est la poussée d'Archimède.

Dans les écoulements causés par la force de flottabilité, le comportement de fluide est complètement décrit par le champ d'écoulement, le champ thermique, la distribution de pression et les propriétés locales de fluide.

Ces variables sont gouvernées par les lois fondamentales de conservation de la masse, la quantité de mouvement et la conservation d'énergie. La solution de cet ensemble des équations gouvernantes dépend des valeurs de plusieurs nombres adimensionnels.

Dans le cas de convection naturelle dans des cavités confinées, nous distinguons les nombres : Rayleigh, Prandtl, et d'autres nombres sans dimensions représentés par plusieurs propriétés physiques dépendantes de la température. L'importance mutuelle des valeurs des nombres adimensionnels dépend des conditions thermiques et des facteurs géométriques.

Dans ce chapitre, nous allons décrire le problème considéré et établir les différentes équations mathématiques, les hypothèses simplificatrices ainsi que les conditions initiales et aux limites appropriées à notre configuration permettant la résolution du problème.

## II.2 Transfert thermique par convection :

Les problèmes de la convection thermique s'intéressent à la détermination du taux de transfert thermique et/ou la température de surface. Ces facteurs importants d'ingénierie sont établis une fois la distribution de température dans le fluide en mouvement est déterminée.

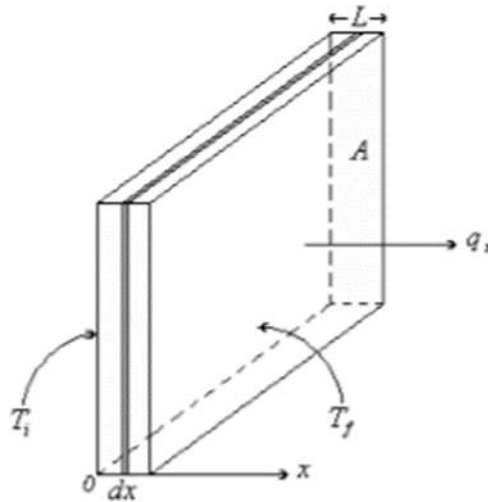
Le point focal dans le transfert thermique par convection est la détermination de la distribution de la température dans un fluide mobile.

## II.3 Loi de Fourier :

L'expérience montre que si une extrémité d'une barre en métal est chauffée, sa température à l'autre extrémité commencera à s'élever, par la suite. Ce transfert d'énergie est dû à l'activité moléculaire.

Les molécules à l'extrémité chaude échangent leurs énergies cinétiques et vibratoires avec des couches voisines par le mouvement et les collisions aléatoires. Un gradient de température est établi avec de l'énergie transportée continuellement dans la direction de la température décroissante.

Ce mode de transfert d'énergie s'appelle la conduction. Le même mécanisme a lieu dans les fluides, qu'ils soient stationnaires ou mobiles.



**Figure II.1 : transferts thermiques dans une mur [4]**

Le mécanisme de l'échange d'énergie à l'interface entre un fluide et une surface se fait par conduction. Cependant, le transport d'énergie dans un fluide en mouvement se fait par conduction et convection.

Considérant l'état d'équilibre et soit  $q_x$  taux transfert de chaleur dans la direction  $x$ . Les expériences ont montré que pour une plaque d'épaisseur  $L$  et une surface  $A$  avec un écart de température  $(T_i - T_f)$

Entre les deux extrémités de cette plaque,  $q_x$  est directement proportionnel à  $A$  et inversement proportionnel à  $L$  :

$$q_x = k \frac{A(T_i - T_f)}{L} \quad \text{II.7}$$

Où  $k$  est une propriété de matériau appelée la « conductivité thermique ».

L'équation (II.6) est valide pour : (i) un état d'équilibre, (ii)  $k$  est une constante, (iii) conduction unidimensionnelle.

Appliquant (II.6) à l'élément  $dx$  montré sur l'équation (II.7) et notant que  $T_i \rightarrow T(x)$

$$T_f \rightarrow T(x+dx), T(x+dx) - T(x) = Dt \quad \text{II.8}$$

L est remplacée par dx, nous obtenons :

$$q_x = -kA \frac{dT}{dx} \quad \text{II.9}$$

Il est utile d'introduire le terme flux thermique "  $q_x$  qui est défini comme suit :

$$\varphi = \frac{q_x}{A} = -kA \frac{dT}{dx} \quad \text{II.10}$$

Bien que (II.9) soit basée sur la conduction unidimensionnelle, elle peut être généralisée aux bidimensionnelle et au régime transitoire, en notant que le flux thermique est un vecteur :

$$q_x = -k \frac{dT}{dx} \quad \text{II.11}$$

L'équation (I.1.4) est connue comme la loi de Fourier.

Cette loi nous permet donc de déterminer le flux de la chaleur dans n'importe quelle direction connaissant la distribution  $T(x, y, t)$  de la température.

## II.4 Loi de newton :

Une autre approche de la détermination du taux de transfert thermique entre une surface et un fluide adjacent et mobile est basée sur la loi du Newton. Isaac Newton a postulé que le flux superficiel dans la convection est directement proportionnel à la différence de la température entre la surface et le fluide :

$$q_s = \alpha (T_s - T_\infty) \quad \text{II.12}$$

Où "  $q_s$  est le flux de surface,  $T_s$  la température de la surface et  $T_\infty$  la température de fluide loin de la surface. Introduisant une constante de proportionnalité pour exprimer cette dernière relation sous la forme de :

$$q_s = h(T_s - T_\infty) \quad \text{II.13}$$

Ce résultat traduit la loi du Newton. La constante  $h$  est appelée « coefficient de transfert thermique ». Ce coefficient dépend de la géométrie, des propriétés du fluide, de l'écoulement



et de la différence de température ( $T_s - T_\infty$ ),

$h$ :  $f$  ( Géométrie écoulement du fluide propriétés du fluide  $\Delta T$ ).

La combinaison des lois de Fourier et Newton respectivement donne :

$$h = -k \left( \frac{dT(x,y=0)}{dy} \right) / (T_s - T_\infty) \quad II.14$$

La détermination de la distribution de la température nous permet celle du coefficient du transfert thermique  $h$ .

## II.5 Calculations du nombre de Nusselt moyen :

Le taux de transfert thermique par convection dans une enceinte est obtenu à partir du calcul du nombre de Nusselt. On s'intéresse au transfert de chaleur au niveau de la partie chauffée. Le nombre de Nusselt moyen est défini par [30] :

Pour la première condition aux limite ( $T_c$ ), la valeur moyenne du nombre de Nusselt est donnée par :

D'après l'équation (I.1.7) nous avons :

$$h = -k \left( \frac{dT(x,y=0)}{dy} \right) / (T_s - T_\infty) \quad II.15$$

$$\frac{h}{-k} x = x dT(x, y = 0) / dy / (T_s - T_\infty) \quad II.16$$

Le coefficient est connu sous le nom du nombre de Nusselt et puisque ce dernier dépend

de  $L$ 'abscisse  $x$  il est désigné sous le nom du nombre de Nusselt local

$$Nu = \frac{hx}{k} \quad II.17$$

Le nombre de Nusselt moyen  $Nu_L$  pour une surface de longueur  $L$  est basé sur le coefficient  $h$

Moyen :

$$Nu = \frac{hL}{k} \quad II.18$$

## II.6 Formulation générale des équations de la convection naturelle :

L'analyse de la convection thermique se fonde sur l'application des trois lois fondamentales de la physique générale : conservation de la masse, de la quantité de mouvement, et de l'énergie. En outre, les lois de Fourier et de Newton déjà présentées précédemment sont également considérées.

L'objectif visé étant la détermination de la distribution de la température, de la pression et des vitesses.

Dans le but d'établir la formulation du phénomène de la convection nous considérons les équations classiques de Navier-Stokes écrites sous forme vectorielle :

## II.7 Les équations gouvernantes l'écoulement :

### II.7.1 Equation de conservation de masse :

C'est l'équation qui exprime la loi de conservation de la masse pour un volume de contrôle matériel. Elle s'exprime mathématiquement sous la forme suivante

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho V) = 0 \quad \text{II.19}$$

Où  $\rho$  est la masse volumique et  $V$  est le vecteur de vitesse.

### II.7.2 Equation de quantités de mouvement :

Le principe de conservation de la quantité de mouvement permet d'établir les relations entre les caractéristiques du fluide lors de son mouvement et les causes qui le produisent. Il indique que le taux de variation de quantité de mouvement contenu dans le volume de contrôle est égal à la somme de toutes les forces extérieures qui lui sont appliquées. Il s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{D(\rho V)}{Dt} = \rho F - \text{grad}P + \mu(\Delta V) + \frac{1}{3}\mu \text{grad}(\text{div}(V)) \quad \text{II.20}$$

Où  $F$  est une force par unité de volume,  $p$  est la pression et  $\mu$  la viscosité dynamique.

### II.7.3 Equation de conservation d'énergie :

L'équation de conservation d'énergie est obtenue à partir du premier principe de la thermodynamique. Ce principe met en relation les différentes formes d'énergie, soit :

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} = \text{div}(\lambda \text{grad } T) + T \beta t \frac{dP}{dt} + q + \varphi$$

$(\rho C_p \frac{dT}{dt})$  : La variation totale d'énergie (par accumulation et convection).

$\lambda \text{grad } T$  : La variation d'énergie par conduction.

$q$  : Puissance volumique dissipée.

$T \beta t \frac{dP}{dt}$  : La variation d'énergie due à la compressibilité.

$\varphi$  : La dissipation irréversible due au frottement visqueux

## II.8 Les équations du problème :

### II.8.1 Hypothèses :

- Le fluide est Newtonien visqueux ;
- Le milieu est continu ;
- Le régime d'écoulement est laminaire ;
- L'écoulement est bidimensionnel (suivant x, y) ;
- Le régime d'écoulement est stationnaire ;
- La dissipation visqueuse  $\Theta$  est négligeable,
- Pas de source de chaleur interne  $q' = 0$  ;
- Les propriétés physiques sont considérées constantes ;
- La masse volumique  $\rho = \rho_0$ , dans tous les termes des équations du modèle mathématique,

En tenant compte de ces hypothèses avec ( $v_1 = u ; v_2 = v$ ) les équation (II.19) ,(II.20), (II.21) devient :

#### II.8.1.1 Equation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{II. 22}$$

#### II.8.1.2 Equation de quantité de mouvement suivant x :

$$u \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) + v \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right) = - \left( \frac{1}{\rho_0} \right) \left( \frac{\partial (P - P_{\infty})}{\partial x} \right) + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g \beta (T - T_{\infty}) \tag{II.23}$$

### II.8.1.3 Equation de quantité de mouvement suivant y:

$$u \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right) + v \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \left( \frac{1}{\rho_0} \right) \left( \frac{\partial (P - P_{\infty})}{\partial x} \right) + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad \text{II.24}$$

### II.8.1.4 Equation d'énergie :

$$u \left( \frac{\partial t}{\partial x} \right) + v \left( \frac{\partial t}{\partial y} \right) = \left( \frac{\gamma}{\rho c} \right) \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) \quad \text{II. 25}$$

## II.9 Conclusion :

Dans le présent chapitre, nous avons établi pour le problème traité le modèle mathématique. Ce dernier est constitué d'un système d'équations, complétées par des conditions aux limites. Il s'agit d'un système complexe formé par des équations qui sont issues de la thermodynamique et de la mécanique des fluides. Les équations de bilan sont donc connues mais :

- La résolution analytique de ces équations de bilan n'est pratiquement jamais réalisable ;
- Les non-linéarités visibles dans les équations sont principalement à l'origine des difficultés pour obtenir une solution analytique.

Donc, l'utilisation des méthodes numériques s'avère indispensable pour la résolution des équations du modèle mathématique. Dans notre étude, on a utilisé le logiciel FLUENT (version 6.3.26) basé sur la méthode numérique des volumes finis. Cette méthode est bien exposée dans le chapitre suivant.

**Chapitre III :**  
**Discrétisation et méthode numérique**

### III.1 Introduction :

Depuis des années le développement des ordinateurs a encouragé les scientifiques à résoudre des problèmes de plus en plus complexes pour lesquelles les solutions analytiques ne peuvent-êtré trouvées. Ces types de problèmes sont généralement modélisés par des équations aux dérivées partielles (E.D.P) non-linéaires.

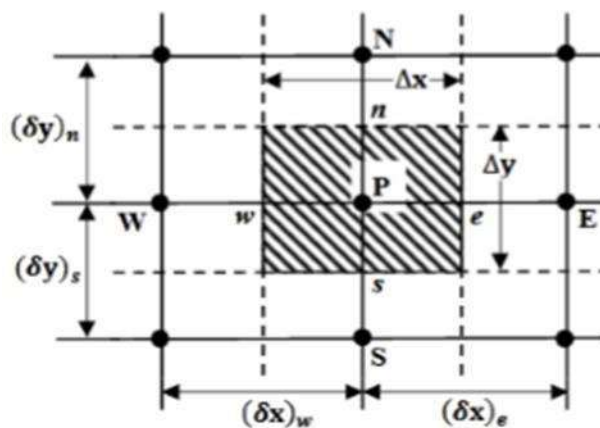
Pour obtenir une solution numérique, le modèle mathématique constitué par une équation différentielle aux dérivées partielles (EDP) ou par un système d'EDP est transformé, à l'aide d'une méthode de discrétisation en système d'équations algébriques.

Il existe plusieurs schémas de discrétisations des équations aux dérivées partielles (E.D.P): les différences finies, les volumes finis, les éléments finis et les méthodes spectrales.

Le logiciel de simulation utilisé dans cette étude « FLUENT », fonctionne selon la méthode des volumes finis qui développée par Patankar

### III.2 Principe de la méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis est une technique de discrétisation qui converti les équations de conservation aux dérivées partielles en équations algébriques dont la résolution numérique est possible. Elle est basée sur l'intégration des équations aux dérivés partielles sur chaque volume de contrôle pour obtenir les équations discrétisées qui assurent la conservation de toutes les grandeurs physiques sur un volume de contrôle.



**Figure III.1: volume de contrôle bidimensionnel.**

### III.3 Description du problème :

Le problème à considérer est schématiquement représenté sur la figure III.2. Une cavité carrée de longueur  $L$  avec une paroi gauche chaude  $T_c$ , une paroi droite froide  $T_f$  et des parois supérieure et inférieure adiabatiques. La gravité travaille vers le bas. L'hypothèse de Boussinesq est utilisée pour modéliser la flottabilité.

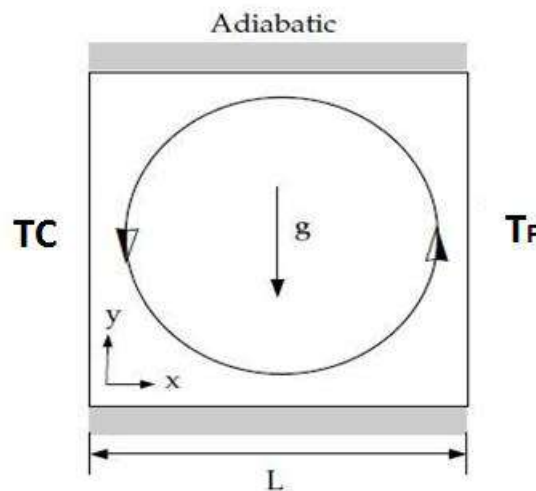


Figure III.2: Schéma du problème

#### III.3.1 Les conditions aux limites

- $dT/dy=0$  pour les parois adiabatiques
- $u=v=0$  dans toutes les parois
- Paroi gauche chaude  $T= T_c$
- Paroi droite froide  $T= T_f$

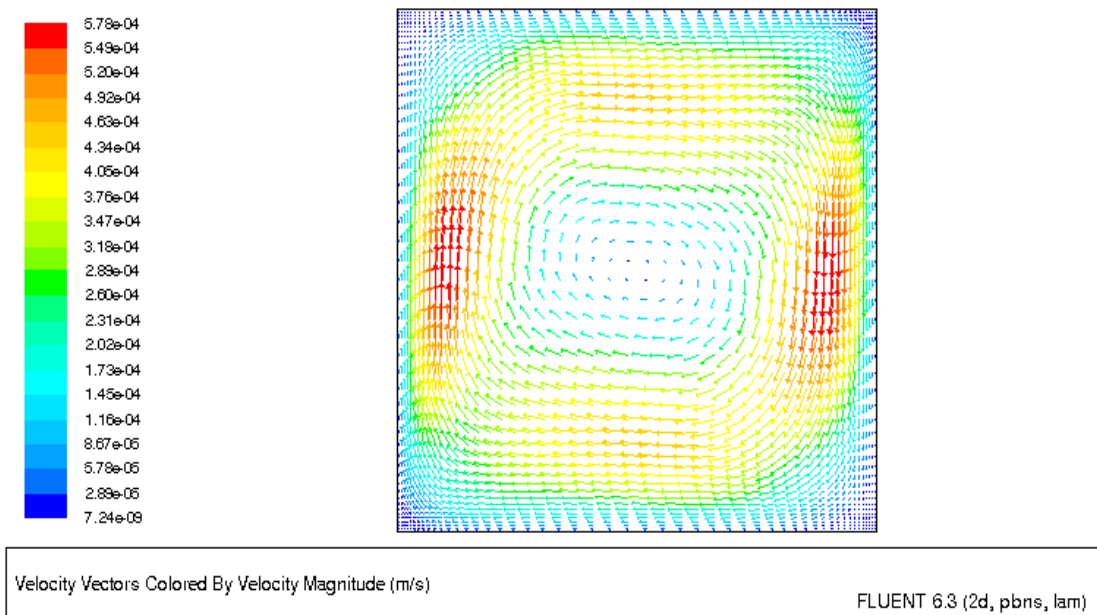
### III.4 RÉSULTATS :

Dans un premier cas on présente les résultats suivants pour les températures :

$T_c=40^\circ\text{c}$  et  $T_f=14^\circ\text{c}$

#### III.4.1 Vecteurs de vitesse :

Le diagramme vectoriel de vitesse, coloré par taille Figure III,3 montre des vitesses élevées dans les parois gauche et droite par rapport au reste de l'alésage. Cela est dû à la différence de température entre les deux murs. Pour les murs supérieurs et inférieurs, nous remarquons des vitesses faibles. Pour les murs gauche et droit, la raison est que les deux murs sont fixes. Comme pour le reste de la cavité, les vitesses sont très faibles, du fait de l'effet des basses températures.



**Figure III.3 : Vecteurs de vitesse**

#### III.4.2 Contours des vitesses :

Nous notons sur la figure que la quantité de flux massique est élevée au niveau des parois et la raison est due à la présence d'un effet thermique fixe ou variable car il commence à diminuer jusqu'à ce qu'il soit absent au milieu de la cavité en raison de l'absence de rayonnement



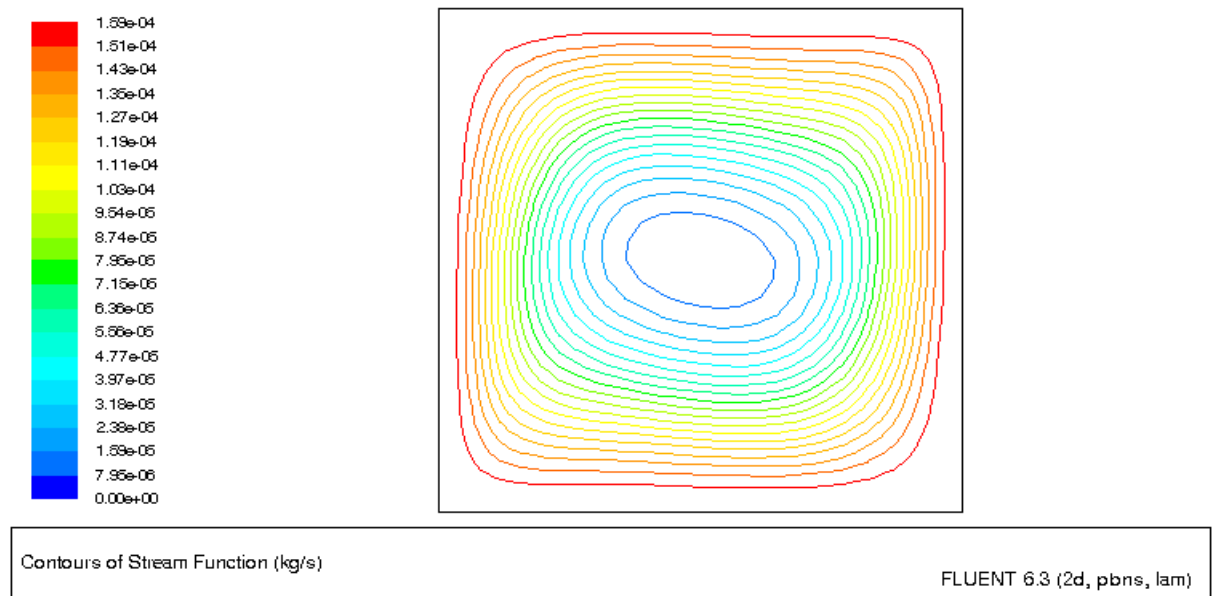


Figure III.4 : Contours des vitesses

III.4.3 Contours de température

Le diagramme montre les caractéristiques de la température sans rayonnement d'échange de chaleur physique, où l'on remarque que le rayonnement thermique de la paroi droite est plus réparti dans le type inférieur, et la raison est due au fait que la paroi est soumise à un froid température, comme pour le mur gauche, le rayonnement thermique est distribué vers le haut, et la raison en est que le mur est soumis à une température chaude.

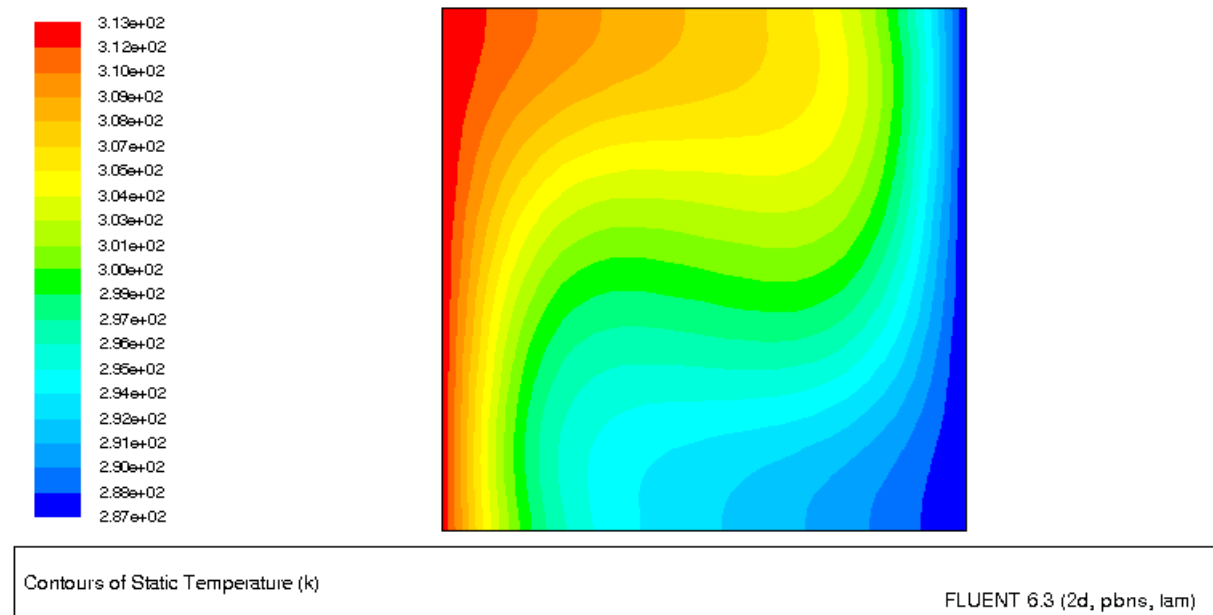


Figure III.5 Contours de température

### III.4.4 Vitesse V suivant l'axe Y :

Le profil de vitesse reflète le panache montant sur la paroi gauche chaude et le panache descendant sur la paroi droite froide.

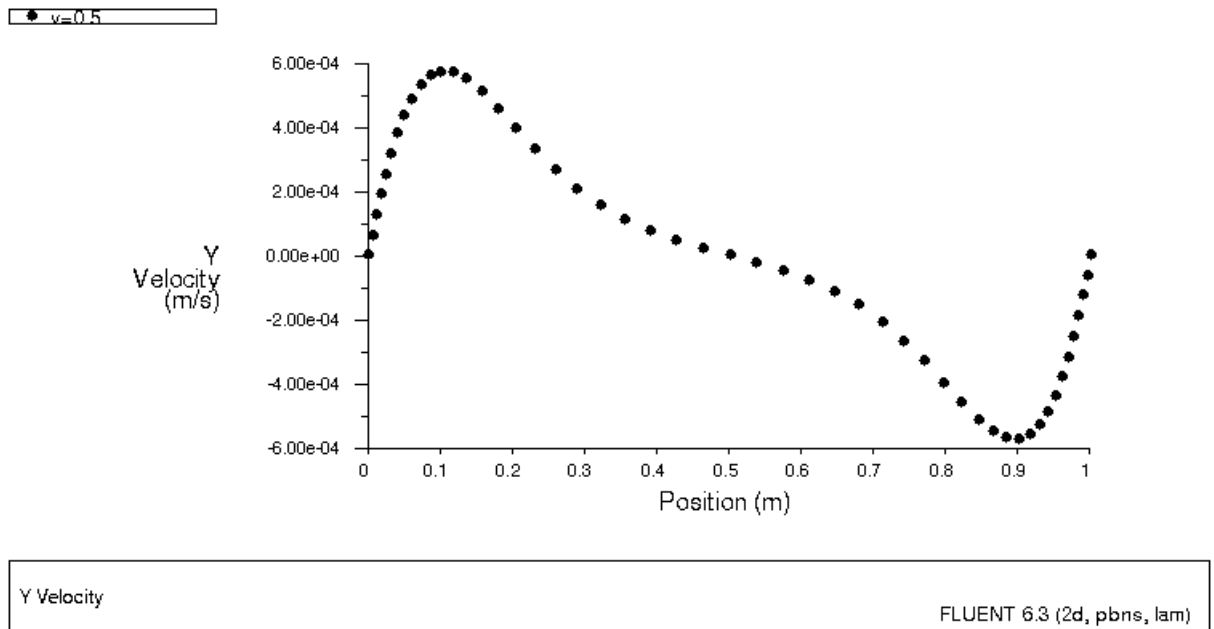


Figure III.6: Tracé XY de la ligne centrale et de la vitesse V

### III.4.5 Flux de chaleur de paroi :

Le taux de transfert de chaleur total des parois est rapporté pour les parois chaudes et froides comme étant d'environ 1,77 W. Le flux de chaleur net des parois latérales est négligeable. Ceci est affiché dans la console de FLUENT, figure III.7.

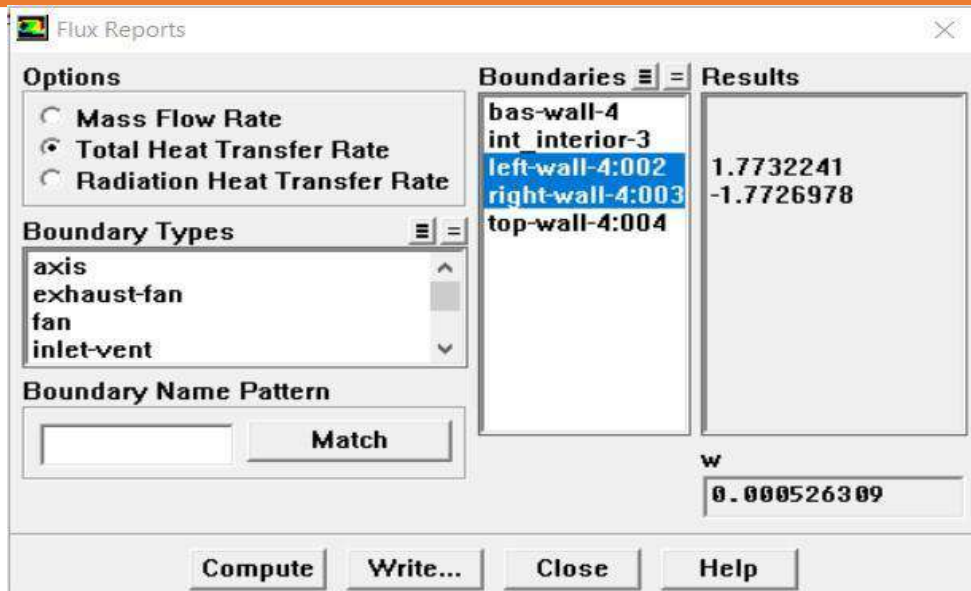
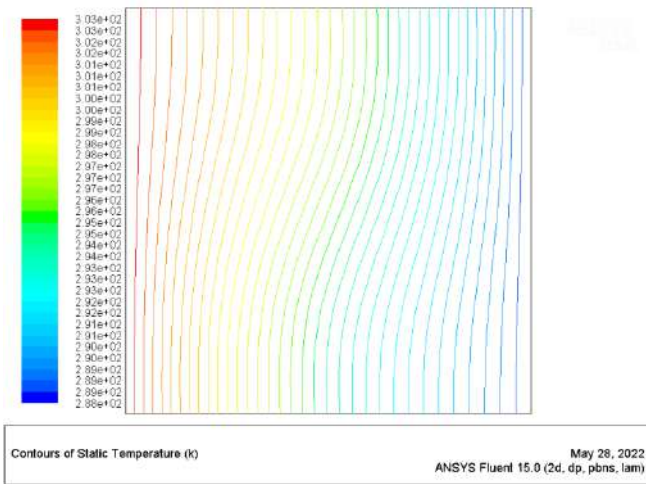


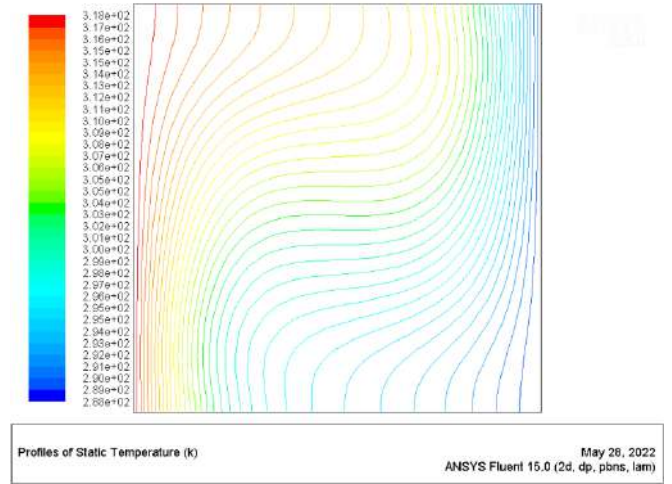
Figure III.7 : Rapports de flux

#### III.4.6 Influence du nombre de rayleigh :

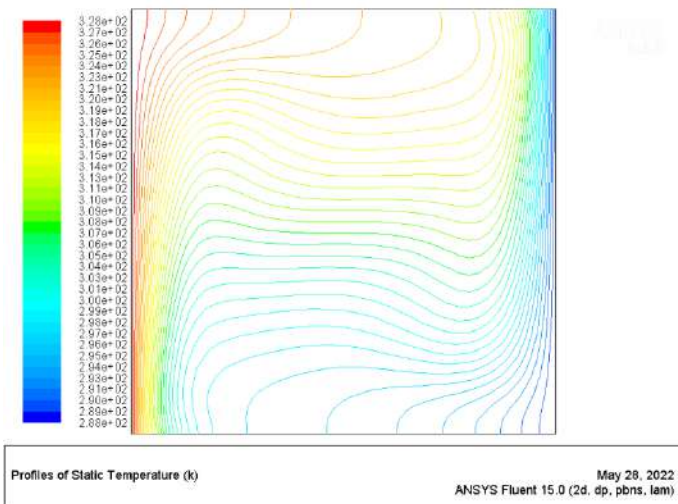
L'effet du nombre de lignes de Rayleigh commence à partir de la valeur  $10^3$  où l'on remarque le début de l'effet de la convection sur la conduction jusqu'à ce qu'il disparaisse à la valeur  $10^6$



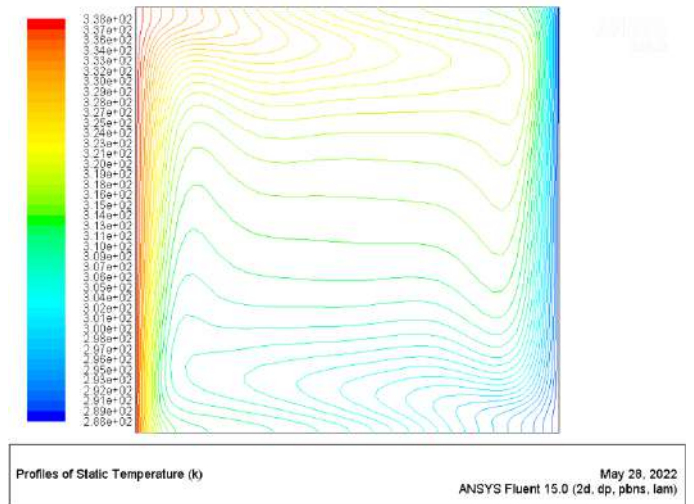
(a)



(b)

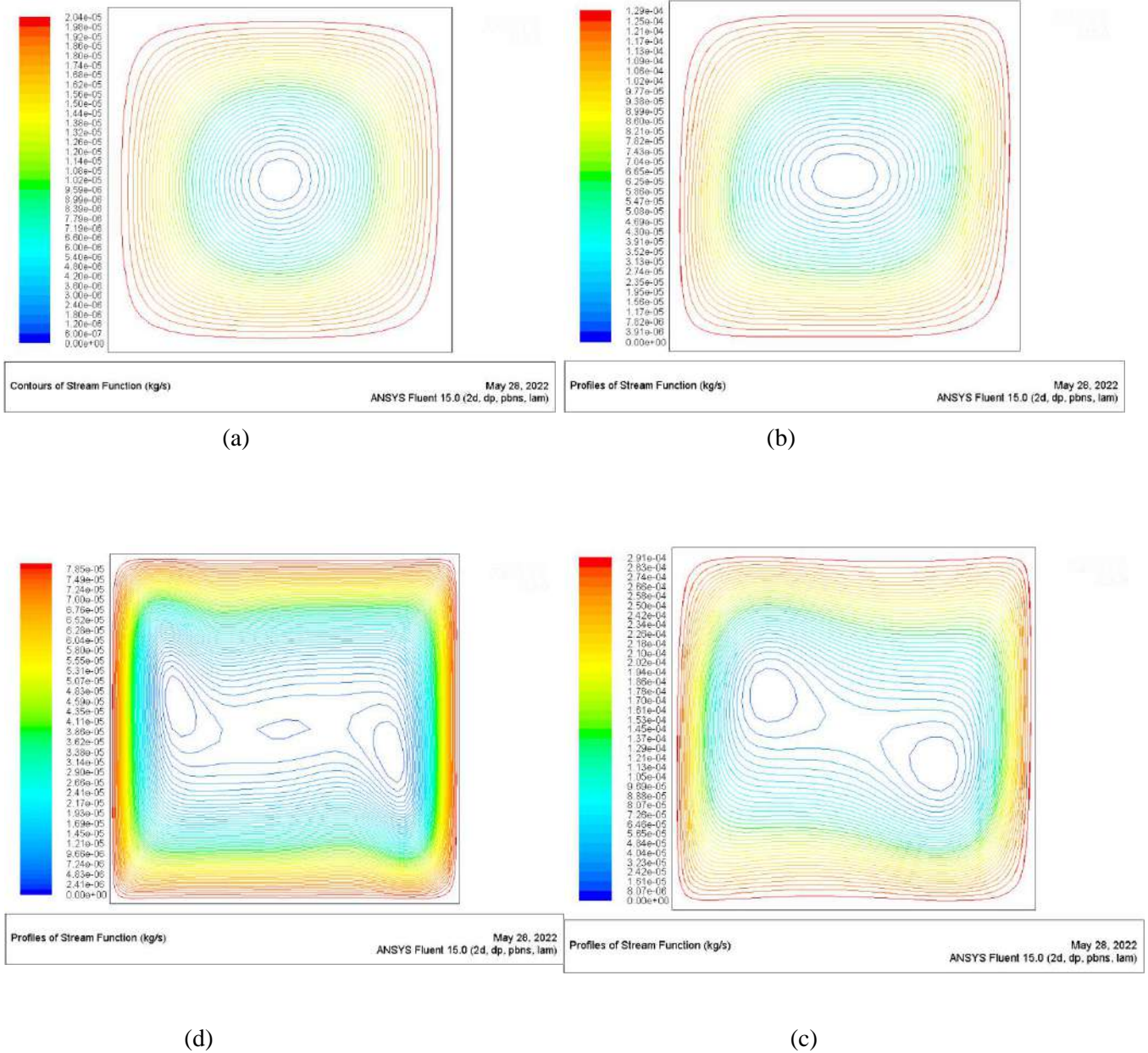


(c)

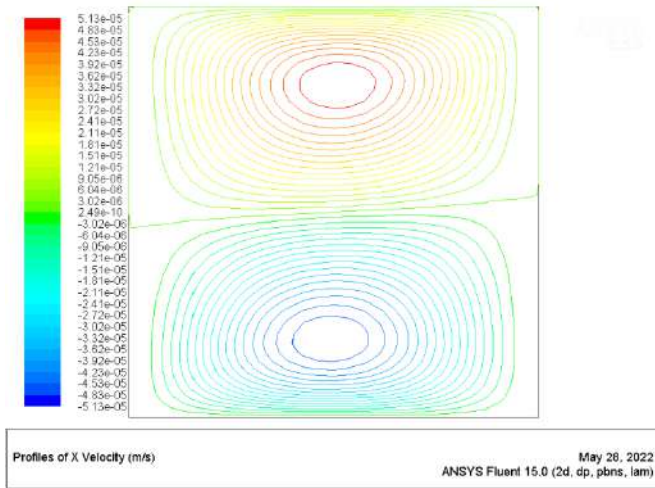


(d)

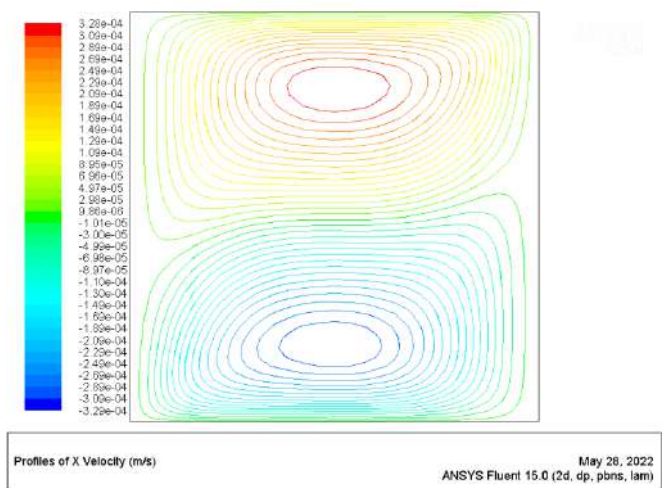
Figure III.8. : Les isothermes pour différent valeurs de Rayleigh  
 (b)  $Ra=10^3$  (b)  $Ra=10^4$  (c)  $Ra=10^5$  (d)  $Ra=10^6$



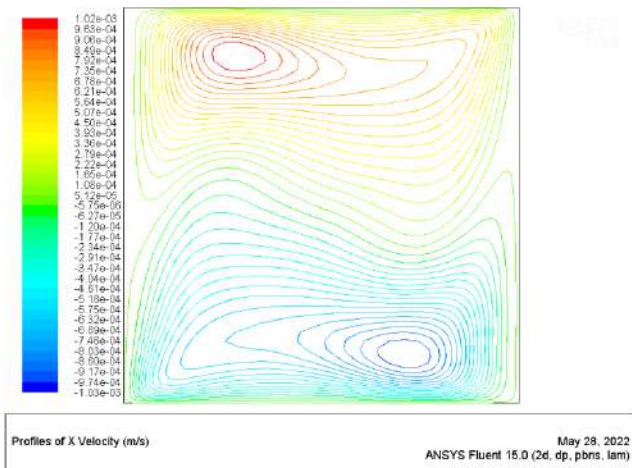
**Figure III.9 : Les lignes de courants pour différentes valeurs de Rayleigh  
 (a)  $Ra=10^3$  (b)  $Ra=10^4$  (c)  $Ra=10^5$  (d)  $Ra=10^6$**



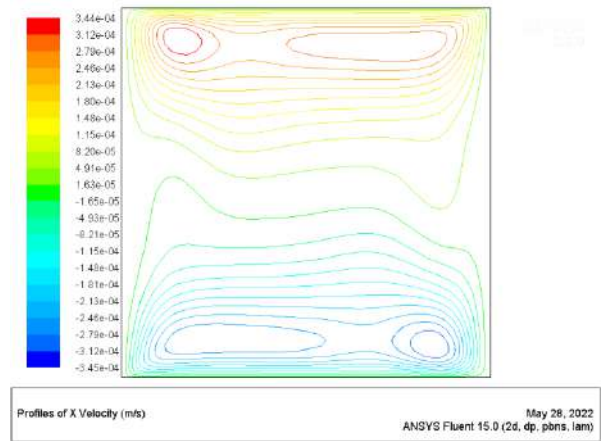
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure III.10 : Les profils de vitesses horizontales pour différentes valeurs de Rayleigh  
 (a)  $Ra=10^3$  (b)  $Ra=10^4$  (c)  $Ra=10^5$  (d)  $Ra=10^6$

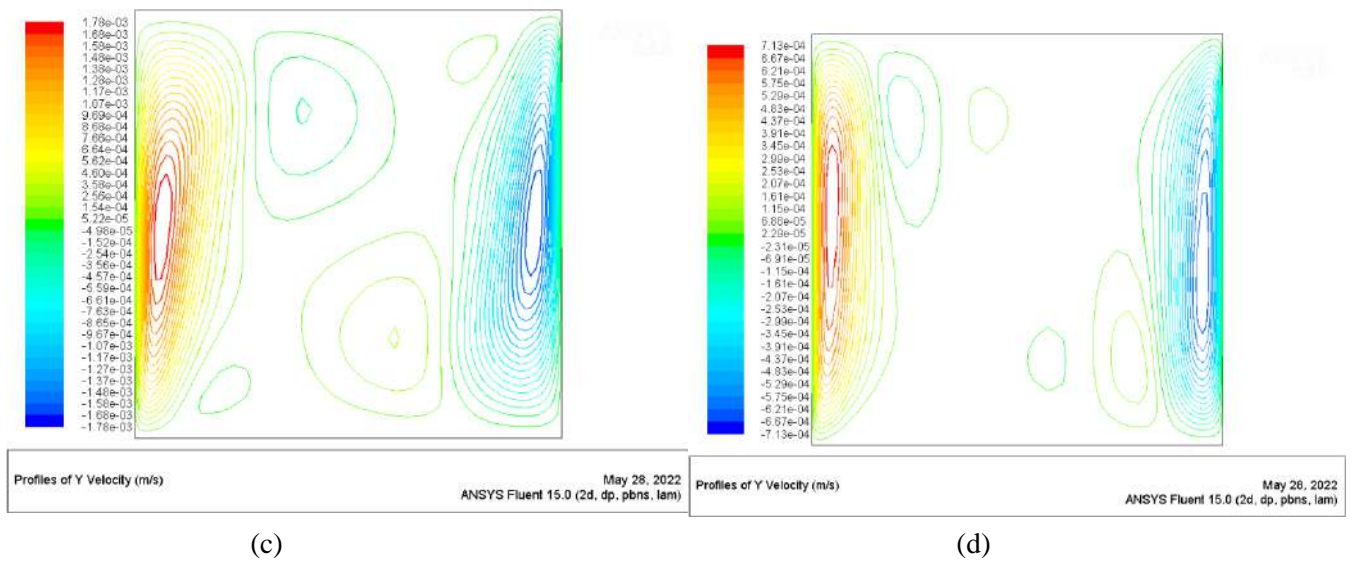
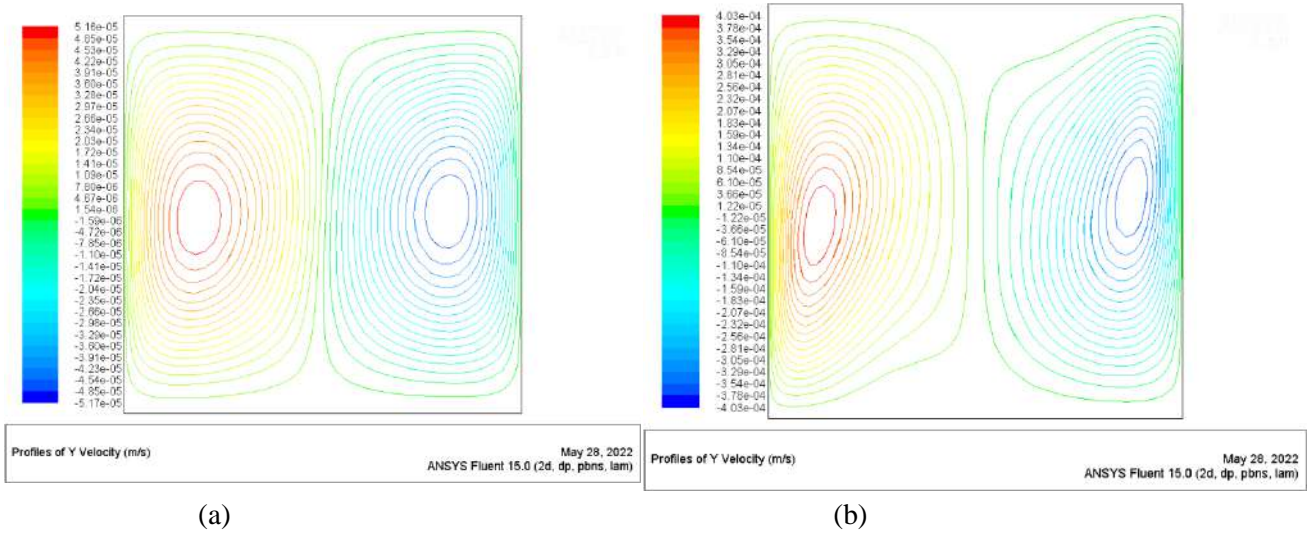
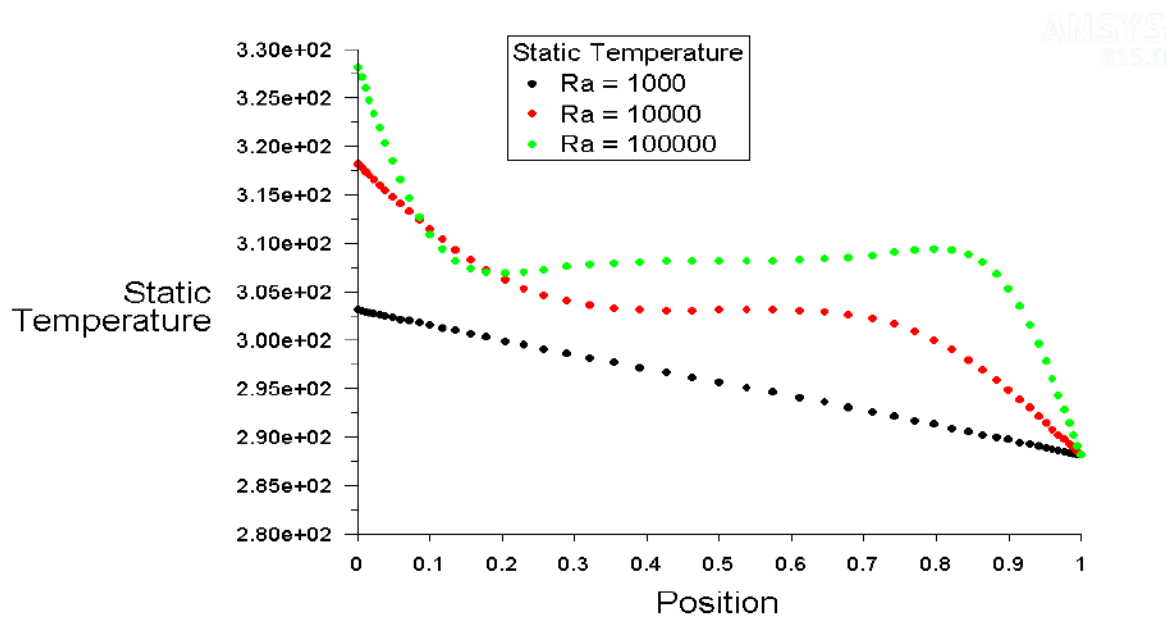


Figure III.11 : Les profils des vitesses verticales pour différents valeurs de Rayleigh  
 (a)  $Ra=10^3$  (b)  $Ra=10^4$  (c)  $Ra=10^5$  (d)  $Ra=10^6$



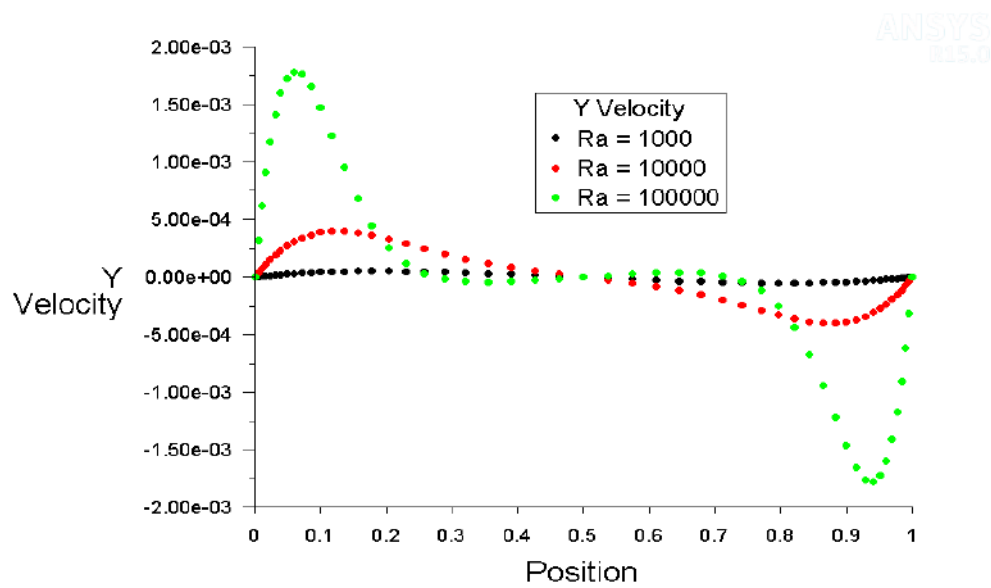
Static Temperature

May 29, 2022  
ANSYS Fluent 15.0 (2d, dp, pbns, lam)

**Figure III.12 : L'évaluation de la température au milieu de la cavité pour différentes valeurs de Rayleigh.**

La figure III.12, les pentes de la température dans la zone étudiée indiquent un accroissement du champ thermique en fonction de l'augmentation du nombre de Rayleigh. L'augmentation du nombre de Rayleigh traduit donc une intensification de la convection naturelle. Tandis que les faibles valeurs du nombre de Rayleigh montrent une stratification thermique verticale due à un transfert de chaleur uniquement par conduction qui ne génère aucun écoulement convectif.



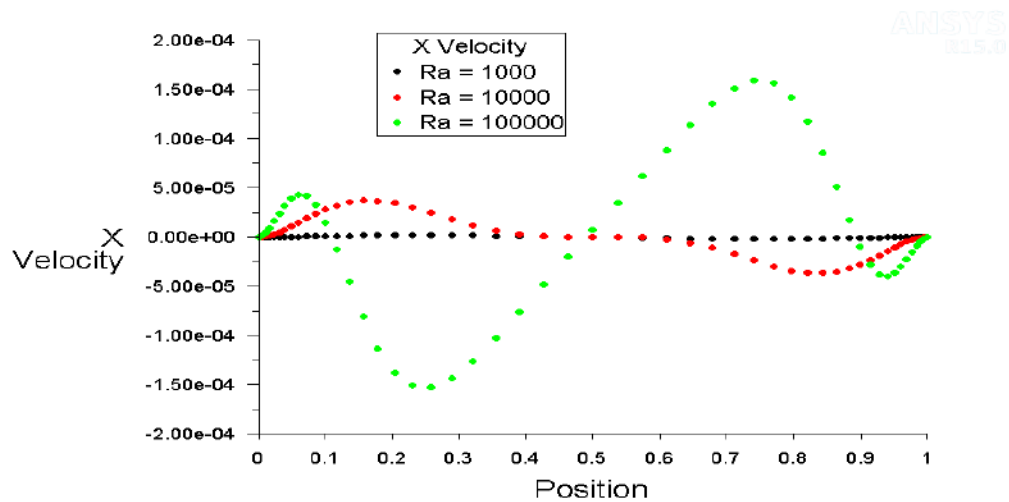


Y Velocity

May 29, 2022  
ANSYS Fluent 15.0 (2d, dp, pbns, lam)

Figure III.13 : L'évaluation de la vitesse  $V$  au milieu de la cavité pour différentes valeurs de Rayleigh.

La figure III.13 montre aussi un profil symétrique par rapport au centre de la cavité et on remarque une augmentation du gradient de la vitesse près des parois verticales avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Par contre au milieu de l'enceinte, la vitesse est nulle pour les petites valeurs du nombre de Rayleigh.



**Figure III.14 : L'évaluation de la vitesse  $U$  au milieu de la cavité pour différentes valeurs de Rayleigh**

La figure III.14 montre aussi un profil symétrique par rapport au centre de la cavité et on remarque une augmentation du gradient de la vitesse près des parois verticales avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Par contre au milieu de l'enceinte, la vitesse est nulle. Pour les petites valeurs du nombre de Rayleigh.

Nous pouvons conclure que l'augmentation du nombre de Rayleigh engendre une augmentation progressive des vitesses.

# **Conclusion Générale**

## Conclusion Générale :

Dans ce travail nous avons présenté une étude de transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité fermée. Nos calculs mettent en évidence l'influence de nombre de Rayleigh qui varie de  $10^3$  à  $10^6$ , sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur. En générale, on distingue trois régimes d'écoulements selon le nombre de Rayleigh. Pour les nombres de Rayleigh  $Ra > 10^5$ , le régime convectif correspondant à la convection (dite de couche limite). Le second régime d'écoulement est conductif. C'est le caractère dominant pour les faibles nombres de Rayleigh  $Ra < 10^4$ . Alors que pour  $10^4 < Ra < 10^5$ , le troisième régime est dit transitoire. Les deux régimes convectif et conductif sont responsables du transfert de la chaleur dans la cavité.

Le modèle mathématique utilisé peut-être appliquer dans le domaine des capteurs solaire en faisant varier l'angle d'inclinaison de la cavité et aussi dans le domaine des locaux chauffés. Enfin, pour achever ce travail, on propose de prendre en compte le cas réel ou les parois ne sont pas isothermes. Ensuite, une étude en régime turbulent et tridimensionnelle serait souhaitable et cela afin d'apporter des solutions plus rigoureuses et plus fiables.

Dans ce travail on a étudié le phénomène de la convection naturelle dans une cavité chauffé verticalement en utilisant le code numérique Fluent CFD. On a obtenu les champs des vitesses et des températures et les lignes de courant pour différent nombre de Rayleigh  $10^3$ ,  $10^4$ ,  $10^5$  et  $10^6$ . Les résultats montrent qu'au fur et à mesure que le nombre de Rayleigh augmente, le régime convectif devient plus dominant par rapport au régime conductif.

## Annexe

# Propriétés thermophysiques de l'air

D'après les tables publiées par Frank M. White, *Heat and Mass transfer*, Addison-Wesley, 1988.

avec :

- $T$ , température en kelvins ;
- $\rho$ , masse volumique ;
- $\mu$ , viscosité dynamique ;
- $\nu$ , viscosité cinématique ;
- $C_p$ , chaleur massique à pression constante ;
- $\lambda$ , conductivité thermique ;
- $a$ , diffusivité thermique ;
- $Pr$ , nombre de Prandtl.

**Air à pression atmosphérique<sup>12</sup>**

T	$\rho$	$\mu$	$\nu$	$C_p$	$\lambda$	$a$	Pr
K	kg m <sup>-3</sup>	kg m <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup>	m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup>	J kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup>	-
250	1,413	1,60 × 10 <sup>-5</sup>	0,949 × 10 <sup>-5</sup>	1 005	0,0223	1,32 × 10 <sup>-5</sup>	0,722
300	1,177	1,85 × 10 <sup>-5</sup>	1,57 × 10 <sup>-5</sup>	1 006	0,0262	2,22 × 10 <sup>-5</sup>	0,708
350	0,998	2,08 × 10 <sup>-5</sup>	2,08 × 10 <sup>-5</sup>	1 009	0,0300	2,98 × 10 <sup>-5</sup>	0,697
400	0,883	2,29 × 10 <sup>-5</sup>	2,59 × 10 <sup>-5</sup>	1 014	0,0337	3,76 × 10 <sup>-5</sup>	0,689
450	0,783	2,48 × 10 <sup>-5</sup>	2,89 × 10 <sup>-5</sup>	1 021	0,0371	4,22 × 10 <sup>-5</sup>	0,683
500	0,705	2,67 × 10 <sup>-5</sup>	3,69 × 10 <sup>-5</sup>	1 030	0,0404	5,57 × 10 <sup>-5</sup>	0,680
550	0,642	2,85 × 10 <sup>-5</sup>	4,43 × 10 <sup>-5</sup>	1 039	0,0436	6,53 × 10 <sup>-5</sup>	0,680
600	0,588	3,02 × 10 <sup>-5</sup>	5,13 × 10 <sup>-5</sup>	1 055	0,0466	7,51 × 10 <sup>-5</sup>	0,680
650	0,543	3,18 × 10 <sup>-5</sup>	5,85 × 10 <sup>-5</sup>	1 063	0,0495	8,58 × 10 <sup>-5</sup>	0,682
700	0,503	3,33 × 10 <sup>-5</sup>	6,63 × 10 <sup>-5</sup>	1 075	0,0523	9,67 × 10 <sup>-5</sup>	0,684

750	0,471	$3,48 \times 10^{-5}$	$7,39 \times 10^{-5}$	1 086	0,0551	$10,8 \times 10^{-5}$	0,686
800	0,441	$3,63 \times 10^{-5}$	$8,23 \times 10^{-5}$	1 098	0,0578	$12,0 \times 10^{-5}$	0,689
850	0,415	$3,77 \times 10^{-5}$	$9,07 \times 10^{-5}$	1 110	0,0603	$13,1 \times 10^{-5}$	0,692
900	0,392	$3,90 \times 10^{-5}$	$9,93 \times 10^{-5}$	1 121	0,0628	$14,3 \times 10^{-5}$	0,696
950	0,372	$4,02 \times 10^{-5}$	$10,8 \times 10^{-5}$	1 132	0,0653	$15,5 \times 10^{-5}$	0,699
1 000	0,352	$4,15 \times 10^{-5}$	$11,8 \times 10^{-5}$	1 142	0,0675	$16,8 \times 10^{-5}$	0,702
1 100	0,320	$4,40 \times 10^{-5}$	$13,7 \times 10^{-5}$	1 161	0,0723	$19,5 \times 10^{-5}$	0,706
1 200	0,295	$4,63 \times 10^{-5}$	$15,7 \times 10^{-5}$	1 179	0,0763	$22,0 \times 10^{-5}$	0,714
1 300	0,271	$4,85 \times 10^{-5}$	$17,9 \times 10^{-5}$	1 197	0,0803	$24,8 \times 10^{-5}$	0,722

## BIBLIOGRAPHIE

---

1. Akram, G., *EFFET DE L'INCLINAISON SUR LA CONVECTION NATURELLE DANS UNE CAVITE DEMI-ELLIPTIQUE*. 2019, UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF-M'SILA.
2. Aydin, O., A. Unal, and T. Ayhan, *A numerical study on buoyancy-driven flow in an inclined square enclosure heated and cooled on adjacent walls*. Numerical Heat Transfer: Part A: Applications, 1999. **36**(6): p. 585-599.
3. Rahman, M. and M. Sharif, *Numerical study of laminar natural convection in inclined rectangular enclosures of various aspect ratios*. Numerical Heat Transfer: Part A: Applications, 2003. **44**(4): p. 355-373.
4. Deng, Q.-H. and J.-J. Chang, *Natural convection in a rectangular enclosure with sinusoidal temperature distributions on both side walls*. Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, 2008. **54**(5): p. 507-524.
5. Wu, F., W. Zhou, and X. Ma, *Natural convection in a porous rectangular enclosure with sinusoidal temperature distributions on both side walls using a thermal non-equilibrium model*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2015. **85**: p. 756-771.
6. Oztop, H.F., et al., *Experimental and numerical analysis of buoyancy-induced flow in inclined triangular enclosures*. International communications in heat and mass transfer, 2012. **39**(8): p. 1237-1244.
7. Anandalakshmi, R., R.S. Kaluri, and T. Basak, *Heatline based thermal management for natural convection within right-angled porous triangular enclosures with various thermal conditions of walls*. Energy, 2011. **36**(8): p. 4879-4896.
8. Khubeiz, J.M., E. Radziemska, and W.M. Lewandowski, *Natural convective heat-transfers from an isothermal horizontal hemispherical cavity*. Applied Energy, 2002. **73**(3-4): p. 261-275.
9. Bairei, A. and J.G. de María, *Numerical and experimental study of steady state free convection generated by constant heat flux in tilted hemispherical cavities*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2013. **66**: p. 355-365.
10. Taloub, D., A. Bouras, and Z. Driss. *Effect of the soil inclination on natural convection in half-elliptical greenhouses*. in *International Journal of Engineering Research in Africa*. 2020. Trans Tech Publ.