



UNIVERSITÉ KASDI MERBAH OUARGLA
FACULTÉ DES MATHÉMATIQUES ET SCIENCES DE LA MATIÈRE
DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE

THÈSE DE DOCTORAT
SPÉCIALITÉ : RAYONNEMENT ET MATIÈRE
PAR :
ZENKHRI DJAMEL EDDINE

**Application des sections efficaces au calcul de
l'élargissement des raies spectrales par les
collisions dans les plasmas**

Thèse soutenue le 08 /12 /2022 devant le jury composé de :

Pr :	S. CHIHI	Université Kasdi Merbah Ouargla	Président
Pr :	S. DOUIS	Université Kasdi Merbah Ouargla	Examineur
Pr :	K. CHENINI	Université de Ghardaia	Examineur
Pr :	M. DIFALLAH	Université Hamma Lakhdar El-Oued	Examineur
Pr :	M. T. MEFTAH	Université Kasdi Merbah Ouargla	Rapporteur
Pr :	F. KHELFAOUI	Université Kasdi Merbah Ouargla	Co-encadreur

Dédicaces

Je dédie ce travail :

A ma mère et à mon père ;

A mes frères et mes sœurs ;

A tous les membres des deux familles ZENKHRI et HADJI

Remerciements

Je remercie Allah le tout-puissant de nous avoir donné la force et le courage pour arriver à ce jour. C'est un grand honneur de valoriser des années d'études par un diplôme de doctorat. Ceci, bien sûr, n'aurait pas été possible sans l'aide que nous avons trouvée de ceux qui nous entourent dans le milieu professionnel ou familial, et choisir quelques mots pour les remercier ne suffit pas pour leur rendre la pareille.

Je tiens en premier lieu à saluer et à remercier le Professeur MEFTAH Mohammed Tayeb, mon encadreur et directeur de thèse. Je le remercie de m'avoir proposé ce sujet de thèse et de m'avoir accompagné dans cette aventure. J'ai beaucoup appris à votre contact, tout en prenant un très grand plaisir à être votre étudiant en thèse. Je vous témoigne donc ici ma profonde gratitude pour tout ce que vous avez fait pour moi.

Je voudrais remercier mon co-encadreur le Professeur KHELFAOUI Fethi de m'avoir accompagné et encouragé et surtout dirigé le long de la période de doctorat, j'ai tellement appris de lui.

Je tiens à remercier le Pr. CHIHI Smaïl professeur à l'université Kasdi Merbah Ouargla, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de cette thèse.

Il m'est agréable de remercier le Pr. CHENINI Keltoum professeur à l'université de Ghardaïa, et le Pr. DIFALLAH Mosbah professeur à l'université de Hamma Lakhdar El-Oued et Pr. DOUIS Saïd professeur à l'université Kasdi Merbah Ouargla, d'avoir accepté de se joindre à ce jury de thèse et d'examiner ce travail.

Ces travaux ont été réalisés au sein du laboratoire LRPPS (Laboratoire de Rayonnement et Plasma et Physique des Surfaces), je remercie tous les membres de ce laboratoire, notamment le directeur du laboratoire le Pr. KHELFAOUI Fethi.

J'adresse mes sincères remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'avancement de ce travail.

Résumé

Dans ce travail, nous avons calculé la partie réelle de l'opérateur de collision électronique responsable de l'élargissement des raies spectrales par les collisions faibles (la partie imaginaire est responsable au déplacement), pour des différents potentiels d'interactions ; à savoir : Coulomb, Debye, potentiel de Deutsch dans le cadre de l'approximation d'impact d'un ion hydrogénoïde sans structure fine, et pour une interaction dipolaire. Pour procéder nous avons appliqué une moyenne sur la position des électrons perturbateurs pour les angles de diffusion au lieu d'une moyenne sur le paramètre d'impact, cela a été possible suite à la relation classique entre le paramètre d'impact et la section efficace de diffusion. Pour introduire les potentiels cités auparavant dans la formule de l'opérateur de collision électronique, nous avons calculé les sections efficaces dans le premier ordre de l'approximation de Born. En premier lieu, nous avons appliqué le potentiel de Coulomb (qui donne la formule de Griem) ; ensuite le potentiel de Deutsch dans des conditions de densité $N_e [10^{22} - 10^{24} \text{cm}^{-3}]$, et enfin le potentiel de Debye qui prend en considération les effets d'écrans.

En deuxième lieu nous avons appliqué des modifications dans les formules précédentes pour des températures extrêmes ($T > 10^9 \text{K}$) valable pour l'apparition des effets relativistes des électrons perturbateurs. Nous avons appliqué une moyenne sur les vitesses par la distribution de Jüttner et une masse relativiste des électrons perturbateurs. Les calculs ont été effectués pour différentes valeurs de température et de densité avec une comparaison avec les travaux théoriques de Griem. Les résultats obtenus ont montré que les profils de raie sont très sensibles à la variation de la température et de la densité.

Dans la deuxième partie de la thèse nous avons appliqué les résultats de la paramétrisation de la trajectoire relativiste de l'électron perturbateur pour calculer les sections efficaces inélastiques. Ces sections efficaces sont exprimées en termes de la trajectoire de l'électron perturbateur ; pour le terme dipolaire de potentiel d'interaction et un développement au premier ordre de la série de la matrice de transition. Les résultats obtenus sont utiles pour le calcul de l'élargissement Stark électronique.

Mot clé : Opérateur de collision, Élargissements des raies, Théorie d'impact des électrons, Section efficace, Effets relativistes, Potentiel de Deutsch, Potentiel de Debye.

Abstract

In this work, we calculated the real part of the electronic collision operator responsible for the broadening of the spectral lines by weak collisions (the imaginary part is responsible for the shift), for different potentials of interactions namely : Coulomb, Debye , Deutsch potential within the framework of the impact approximation of a hydrogen-like ions without fine structure, of dipole interaction. As a process, we applied an average on the position of the disturbing electrons for the scattering angles instead of an average on the impact parameter. This was possible due to the classical relation between the impact parameter and the scattering cross section. To introduce the potentials mentioned before in the formula of the electronic collision operator, we calculated the cross sections in the first order of the Born approximation. First, we applied the Coulomb potential (which gives Griem's formula) ; then the Deutsch potential under conditions of density $N_e [10^{22} - 10^{24} \text{cm}^{-3}]$, and finally the Debye potential which takes into account the screening effects.

Secondly we applied modifications in the previous formulas for extreme temperatures ($T > 10^9 \text{K}$) valid for the appearance of the relativistic effects of the disturbing electrons. We have applied an average on the velocities by the Jüttner distribution and a relativistic mass of the disturbing electrons. The calculations were carried out for different values of temperature and density with a comparison with the theoretical work of Griem. The results obtained showed that the line profiles are very sensitive to temperature and density variation.

In the second part of the thesis we applied the results of the parametrization of the relativistic trajectory of the perturbing electron to calculate the inelastic cross sections. These cross sections are expressed in terms of the trajectory of the disturbing electron; for the interaction potential dipole term and a first-order expansion of the transition matrix series. The results obtained are useful for the calculation of the electronic Stark broadening

Key words : Collision operator, line broadening, Electron impact theory, Cross section, Relativistic effect, Deutsch potential, Debye potential.

الملخص

في هذا العمل ، قمنا بحساب الجزء الحقيقي لمؤثر التصادم الإلكتروني المسؤول عن تعريض خطوط الطيف بفعل التصادمات الضعيفة (مع العلم أن الجزء التخيلي مسؤول عن انزياح الخطوط) ، لكتونات تفاعل مختلفة وهي : كولوم ، كيون Debye و كيون Deutsch ، في إطار تقريب الصدمة للأيونات شبيهة الهيدروجين بدون بنية دقيقة لتفاعل ثنائي القطب. قمنا بتطبيق التكامل على موضع الإلكترونات باستعمال زوايا الانتشار بدلاً من التكامل على معامل التأثير، كان ذلك ممكناً انطلاقاً من العبارة الكلاسيكية التي تربط بين معامل التأثير والمقطع الفعال للتشتت. لادخال ما سبق ذكره في صيغة مؤثر التصادم الإلكتروني ، قمنا بحساب مجموعة من المقاطع الفعالة باستعمال تقريب Born ، أولاً ، طبقنا الحساب على كيون كولوم (الذي يعطي صيغة Griem) ، ثم على كيون Deutsch ; تحت ظروف الكثافة $[10^{22} - 10^{24} \text{cm}^{-3}]$ وأخيراً كيون Debye الذي يأخذ بالإعتبار تأثيرات الحجب. قمنا بعدها بتطبيق تعديلات في الصيغ المحسوبة سابقاً من أجل درجات حرارة عالية ($T > 10^9 \text{K}$) مناسبة لظهور التأثيرات النسبية على الإلكترونات الحرة، هذا ما دفعنا لتطبيق متوسط على السرعات من خلال توزيع Jüttner إضافة الى كلفة نسبية للإلكترونات الحرة. تم إجراء الحسابات لقيم مختلفة لدرجة الحرارة و الكثافة و تم مقارنتها مع العمل النظري ل Griem . أظهرت النتائج التي تم الحصول عليها أن خطوط الطيف حساسة للغاية لتغير درجة الحرارة والكثافة.

في الجزء الثاني من الأطروحة طبقنا نتائج التصحيحات النسبية لمسار الإلكترونات الحرة لحساب المقاطع الفعالة للتصادم الغير المرنة التي يتم التعبير عنها بدلالة مسارات الإلكترونات الحرة من أجل تفاعل ثنائي القطب ونشر من الدرجة الأولى لسلسلة مصفوفة الانتقال. النتائج التي تم الحصول عليها مفيدة لحساب تعريض ستارك.

الكلمات المفتاحية : معامل التصادم، تعريض الخطوط، نظرية تأثير الإلكترون، المقطع الفعال، التأثير النسبي، كيون داتش، كيون ديبياي.

Table des matières

Introduction Générale	1
1 Généralité sur les plasmas et profils de raies	7
1.1 Introduction	7
1.2 Classification des plasmas	7
1.3 Loi statistique de l'équilibre thermodynamique	9
1.4 La distribution des vitesses	9
1.4.1 Fonction de distribution des vitesses et d'énergie Maxwell-Boltzmann	10
1.4.2 La distribution des vitesses relativistes (Maxwell-Jüttner)	10
1.4.3 Distribution de Fermi Dirac	11
1.5 Potentiel d'interaction dans les plasmas	12
1.5.1 Potentiel de Debye	12
1.5.2 Potentiel de Deutsch	13
1.5.3 Potentiel de Deutsch écranté	14
1.6 Profils des raies spectrales	14
1.6.1 Élargissement des raies spectrales	15
L'élargissement naturel	15
L'élargissement Doppler	16
Élargissement instrumental	17
Élargissement par collision	17
L'élargissement global	17
1.6.2 L'utilisation des élargissements comme outil de diagnostic	17
1.7 Le profil dans un système quantique	18
2 Théorie des collisions et sections efficaces	22
2.1 Introduction	22
2.2 La théorie de la diffusion	22
2.2.1 Mouvement d'une particule dans un champs centrale (collision élastique)	23
2.2.2 Mouvement relativiste d'une particule dans un champs centrale (collision élastique)	25
2.2.3 Diffusion de Rutherford	25

2.2.4	Approche quantique de section efficace	27
2.2.5	Section efficace dans l'approche de la mécanique quantique relativiste	32
2.3	Conclusion	35
3	Aspects fondamentaux de la théorie de l'élargissement Stark	38
3.1	Introduction	38
3.2	L'approximation de chemin classique	39
3.3	L'approximation d'impact	39
3.4	L'élargissement électronique pour un ion émetteur hydroginoïde	43
3.5	Conclusion	46
4	Étude des effets relativistes, quantiques et les effets d'écran sur l'OCE	49
4.1	Introduction	49
4.2	L'amplitude de l'opérateur de collision électronique	50
4.2.1	L'AOCE avec corrections relativistes	51
4.2.2	Effet de la température et de la densité	53
4.2.3	Effet de correction du Spin	55
4.2.4	Effets des corrections relativistes sur le profil de raie	55
4.3	L'AOCE avec le potentiel de Deutsch	56
4.3.1	Sans les effets relativistes	56
4.3.2	Avec les effets relativistes	61
4.3.3	Effet sur le profil de raie	63
4.4	Les effets d'écran et les effets relativistes sur l'AOCE	65
4.4.1	L'AOCE pour le potentiel de Debye	65
4.4.2	L'amplitude pour le potentiel de Debye relativiste	67
4.5	Discussion	68
4.6	Conclusion	70
5	Paramétrisation de trajectoire relativiste dans le calcul des SE inélastiques	73
5.1	Expression de la largeur en fonction des sections efficaces de collision	73
5.2	SE inélastique avec une paramétrisation relativiste de la trajectoire	79
5.3	Conclusion	84
6	Conclusion générale et perspectives	87
A	Établissement de l'intégrale de la section efficace	90

Table des figures

1.1	La classification du plasma industriel et naturel en fonction de la densité $N_e(m^{-3})$ et de la température $T(eV)$ [7, 10, 11].	8
1.2	Comparaison entre le potentiel de Coulomb et de Debye pour une interaction de deux particules de même charge en fonction de $R = r/\lambda_D$	13
1.3	La comparaison entre le potentiel d'interaction de Coulomb et de Deutsch.	14
2.1	La trajectoire hyperbolique d'un électron perturbateur dans un potentiel central d'un ion émetteur de charge Ze	24
2.2	Schéma de la trajectoire hyperbolique répulsive de la diffusion d'une particule chargée par un ion de charge Z_ie ; α et b sont les demi-axes, ε : la distance entre le centre et le foyer. θ : l'angle de diffusion.	25
4.1	Variation de ϕ_{Griem} et ϕ_{Mott} en fonction de la température pour $N_e = 10^{22}cm^{-3}$ de l'ion de V^{+22}	54
4.2	La variation de l'amplitude de l'opérateur de collision électronique en fonction de la densité pour $T = 10^9K$ de l'ion V^{+22}	54
4.3	Contribution de la correction de Spin de l'électron à l'AOCE en fonction de la température pour $N_e = 10^{22}cm^{-3}$ et pour V^{+22}	55
4.4	Profil de raie spectrale de la transition $1S \rightarrow 2P$ de Vanadium (V^{+22}) avec ϕ_{Griem} (- - -) et ϕ_{Mott} (—) pour $N_e = 10^{22}cm^{-3}$ et $T = 10^9K$	56
4.5	Comparaison entre le paramètre d'impact minimal ρ_{min}^C de Coulomb et $\rho_{min}^{Deu.}$ en fonction de la température T	59
4.6	Comparaison de l'amplitude de l'opérateur de collision électronique pour le potentiel de Deutsch $\phi_{Deutsch}$ (-*-**) et pour le potentiel de Coulomb ϕ_{Griem} (—) en fonction de la température T et pour $N_e = 10^{24}cm^{-3}$ pour l'ion de Vanadium V^{+22}	60
4.7	Comparaison de l'AOCE pour le potentiel de Deutsch en utilisant la distribution de F-D $\phi_{F-D}^{Deutsch}$ (-*-**) et la distribution de M-B $\phi_{M-B}^{Deutsch}$ (—) en fonction de la température T et pour $N_e = 10^{24}cm^{-3}$ pour l'ion de F_e^{+25}	61
4.8	Comparaison entre $\phi_{Deutsch}^R$ et $\phi_{Deutsch}$ en fonction de la température T (A) et comme une fonction de densité N_e (B).	63

4.9	Profil de raie de la transition 3S-3P de l'ion Fe^{+25} .	64
4.10	Comparaison de l'AOCE pour le potentiel de Debye ϕ_{Debye} et de Griem ϕ_{Griem} en fonction de la température (A) et en fonction de la densité (B)	66
4.11	Comparaison entre l'AOCE de ϕ_{Debye} et ϕ_{Debye}^R (A) et comparaison entre ϕ_{Mott} et ϕ_{Debye}^R en fonction de la température (T) (B).	68
4.12	Variation des AOCE de $\phi_{Griem}(-o-)$, $\phi_{Debye}(-)$, $\phi_{Mott}(- - -)$ et $\phi_{Debye}^R(-*- *-)$ en fonction de la température (T) dans (A) et de la densité N_e dans (B).	69
5.1	La variation de Y_1 en fonction de ζ pour différente valeur de ε	77
5.2	La variation de Y_2 en fonction de ζ pour différente valeur de ε	78
5.3	Section efficace d'excitation inélastique de l'ion Ca II comme une fonction de température T(K)	79
5.4	Le rapport entre les sections efficaces σ_{ij}^* et σ_{ij} en fonction de $\beta = v/c$.	82
5.5	Les valeurs de I_1, I_2, J_1 et J_2 pour des différentes valeur de $\beta, \zeta, \varepsilon$	83
5.6	Les valeurs de I_1, I_2, J_1 et J_2 pour différentes valeurs de $\beta, \zeta, \varepsilon$	83
5.7	Le rapport entre la section efficace avec la paramétrisation relativiste σ_{ij}^* et σ_{ij} avec paramétrisation non-relativiste comme une fonction de β pour des différentes valeurs de ζ et ε	85

Liste des tableaux

1.1	Classification des plasmas selon la densité électronique [4].	8
4.1	Les valeurs de $\phi(Hz)$ de l'ion de Vanadium hydrogénoïde V^{+22}	53
4.2	Les valeur numérique de l'amplitude de l'opérateur de collision électronique $\phi_{Deutsch}$ et ϕ_{Griem} pour l'ion de Fer Hydrogénoïde Fe^{+25}	60
4.3	Les valeurs numériques de l'AOCE $\phi_{Deutsch}^{F-D}$ et $\phi_{Deutsch}^{M-B}$ pour l'ion de Vanadium hydrogénoïde V^{+22} pour des différents températures.	61
4.4	L'AOCE pour l'ion de Vanadium hydrogénoïde V^{+22} et de Fer Fe^{+25} en fonction de T et N_e	64
4.5	La valeur de l'AOCE de la transition $1S \rightarrow 2P$ de l'ion de Fer Hydrogénoïde Fe^{+25}	67

Liste des abréviations

AOCE	Amplitude de l'Opérateur de Collision Electronique
OCE	Opérateur de Collision Electronique
SE	Section Efficace
M-B	Distributon des vitesses de Maxwell Boltzmann
M-J	Distributon des vitesses de Maxwell Jüttner
F-D	Distributon des vitesses de Fermi Dirac

Liste des symboles

ρ	paramètre d'impact
θ	l'angle de diffusion
r	position de l'électron perturbateur
r_α	opérateur de position de l'électron atomique
Φ	opérateur de collision
ϕ	l'amplitude de l'opérateur de collision
V	potentiel d'interaction
v	la vitesse
ε	l'excentricité
ε^*	l'excentricité relativiste
α_0	rayon de Bohr
γ	constante de Lorentz
$\beta = \frac{v}{c}$	le constant relativiste
\hat{H}	l'hamiltonien de système
S	la matrice de diffusion
U	l'opérateur d'évolution
T	la matrice de transition
ϕ_{Mott}	l'amplitude de l'opérateur de collision relativiste
$\phi_{Deutsch}$	l'amplitude de l'opérateur de collision avec potentiel de Deutsch
ϕ_{Debye}	l'amplitude de l'opérateur de collision avec potentiel de Debye
P_i	la probabilité de transition
P_i^*	la probabilité de transition relativiste
f_{ij}	la fore d'oscillateur
σ_{ij}	la section efficace inélastique
σ_{ij}^*	la section efficace inélastique relativiste
ζ_{ij}	coefficient d'inélasticité
ζ_{ij}^*	coefficient d'inélasticité relativiste

Introduction Générale

Le plasma est un gaz ionisé où les atomes sont dissociés en ions et électrons. Cet état de la matière, qui présente le quatrième état est produit lorsqu'on apportant suffisamment d'énergie à un système, ce qui conduit à la dissociation des molécules en leurs atomes constitutifs, puis l'ionisation des atomes, faisant partie de la séquence (solide-liquide-gaz-plasma). Bien que le plasma constitue une grande partie de l'univers, il y a très peu de plasma naturel sur terre représenté par : la foudre, les aurores boréales..., il passe presque inaperçu dans notre environnement proche, tant donné de leur condition d'approximations très éloignées des conditions de températures et de pression de l'atmosphère terrestre [1, 2].

Une fois qu'un plasma a été créé (ou même lors de sa création) en laboratoire ou dans la nature, il est généralement souhaitable de pouvoir mesurer diverses propriétés de ce plasma. Le plasma est un milieu complexe, et la mesure de ses propriétés d'une manière claire est difficile, étant donné le grand nombre de degrés de liberté qu'il contient [3]. La spectroscopie dans ces cas joue un rôle très important, car elle permet de déterminer la composition chimique, la vitesse, la température et la nature des éléments qui composent le milieu plasma, c'est ainsi par exemple que la découverte de l'élément de l'Hélium a été effectuée dans le soleil, avant même qu'il ne soit détecté sur Terre [4].

Parler de la spectroscopie de plasma, en effet, nous amène à nous référer aux profils de raies, qui présentent un ingrédient très important dans le diagnostic des plasmas de laboratoire et plasmas d'astrophysiques, En effet, beaucoup des travaux utilisent le profil de raie pour avoir des informations sur les champs électriques locaux produits par les perturbateurs (électrons et ions) [5, 6], ainsi que sur la température [7–14] et la densité [8, 12, 13, 15] des éléments du plasma.

Le milieu plasma contient un grand nombre de particules qui interagissent avec les atomes émetteurs, ce qui affecte généralement la forme des profils des raies. Le sujet des formes de raies spectrales, qui englobe à la fois les formes, les élargissements et les déplacements des raies spectrales, est d'une importance à la fois fondamentale et pratique. Sur le plan fondamental, l'étude des profils de raies spectrales révèle les interactions atomiques et moléculaires sous-jacentes. Sur le plan pratique, les profils de raies spectrales sont utilisés comme de puissants outils de diagnostic pour divers milieux tels que : les plasmas de fusion magnétique , les plasmas produits par laser, plasmas d'astrophysique [16, 17]. Les raies spectrales ne sont pas infiniment minces mais présentent une certaine largeur. Il existe de nombreuses raisons qui peuvent provoquer ces élargissements, comme : l'élargissement Doppler, Naturel, l'élargissement par collision des particules neutres et chargées.

Dans les conditions du plasma dense les électrons à haute mobilité perturbent l'émetteur par des collisions, provoquant éventuellement l'interruption de l'émission spontanée et modifiant les niveaux d'énergie de l'émetteur ce qui provoque un élargissement des raies spectrales [18], cet élargissement domine de plus lors de l'augmentation de la densité ce qui conduit à une forme lorentzienne du profil.

La théorie de l'élargissement des raies spectrales par collision a été largement étudiée. Cela a commencé très tôt avec les travaux de Baranger [19–21], Kolb et Griem [22]. La théorie a été en perpétuel développement, ce qui a permis d'approfondir notre compréhension de la physique des plasmas. A ce jour, il existe des équipes de recherche intéressées par ce sujet, on peut citer par exemple : l'équipe de Nabil Ben Nessib de l'université Umm Al-Qura Arabie Saudi [23]. L'équipe de recherche de M.S. Dimitrijević (Astronomical Observatory) de Serbie [24], L'équipe de Sylvie Sahal-Brechot avec Haykel Elabidi et Rihab Aloui [25–27].

L'objectif de notre thèse est l'étude des effets relativistes, les effets quantiques, et les effets d'écran sur la variation de l'élargissement des raies spectrales par collision, pour des différentes valeurs de températures et de densités, pour un ion émetteur sans structure fine dans l'approximation d'impact et un chemin classique. Il est à noter que le sujet des élargissements des raies spectrales par collision c'est l'un des intérêts de notre laboratoire LRPPS et de nombreux travaux ont été réalisés dans ce sujet dans le but d'introduire des modifications dans la formule de l'opérateur de collision électronique. On peut citer par exemple : le travail de Ben nanah et al. [28] dans lesquels ils ont introduit une nouvelle investigation de l'élargissement des raies spectrales pour les atomes neutres, et dans l'article [29] ils ont étudié les effets des ions sur la trajectoire de l'électron perturbateur. Bedida et al. [30] ont utilisé les formalismes de l'intégrale de chemin pour calculer l'opérateur de collision électronique, Naam et al. [31] ont étudié les corrections de la trajectoire relativiste des électrons perturbateurs sur l'élargissement des raies. Il existe aussi les travaux de Ghazal et al. [33] et Arif et al. [32].

Dans ce travail nous nous sommes placés dans des conditions du plasma chaud d'une température de $[10^6 K - 10^9 K]$ et dense pour une densité de $[10^{22} cm^{-3} - 10^{24} cm^{-3}]$. Ces conditions permettent d'étudier les effets quantiques (Deutsch) et les effets relativistes. Une question peut être posée : est ce que la température de $10^9 K$ existe réellement, la réponse est "oui" dans l'expérience de Z machine qui s'est déroulée au laboratoire Sandia à Albuquerque plus précisément au Nouveau-Mexique (États-Unis) par l'équipe de Malcolm Haines [34]. Il existe aussi des travaux et des expériences qui ont enregistré des températures supérieures à $10^{12} K$ dans le grand collisionneur des Hadron (LHC) du Cern sur les spectromètres Alice, Atlas, et CMS [16]. Mais jusqu'à présent il n'y a pas d'élargissements des raies spectrales par collision dans ces conditions pour la comparaison, c'est pourquoi, nous nous sommes contentés de comparer notre travail avec les travaux théoriques de Griem [35] et Griem et Shen [36]. Ce travail n'a pas l'ambition de calculer précisément l'élargissement des raies spectrales mais beaucoup plus une étude théorique de la variation de la partie réelle de l'opérateur de collision électronique dans des hautes températures (corrections relativistes), et pour d'autre potentiels d'interaction entre perturbateurs-émetteur.

Le contenu de la thèse a été conçu selon le plan suivant : le chapitre (I) présente une synthèse sur les plasmas et le profil de raie. Nous exposerons, dans la première partie, les différents types et les différentes classifications du plasma selon les conditions de chaque milieu. Ces conditions contrôlent le comportement

individuel et collectif du plasma, nous exposerons donc les différents types de distributions des vitesses et les potentiels d'interactions entre les particules. La seconde partie est consacrée au profil de raie spectrale dont la forme finale de chaque profil dépend de l'élargissement le plus dominant.

Le chapitre (II) traite la théorie des collisions et le calcul des sections efficaces. Nous exposerons le mouvement des particules chargées dans un potentiel central dans le cas classique et relativiste. Les trajectoires obtenues sont utiles pour le calcul de l'opérateur de collision et les sections efficaces inélastiques. Nous traiterons ensuite le calcul des sections efficaces dans l'approche classique, quantique et relativiste. Nous calculerons les sections efficaces des potentiels d'interaction (Coulomb, Debye, Deutsch, Deutsch écranté) dans la première approximation de Born.

Le chapitre (III) est consacré aux aspects fondamentaux de calcul de l'élargissement Stark dans l'approximation d'impact semi-classique et les étapes utilisées pour obtenir la formule de l'opérateur de collision électronique d'un ion Hydrogénoïde.

Nous présenterons dans le chapitre(IV) les formules résultant de l'utilisation des sections efficaces calculées dans le chapitre (II) dans les formules de l'opérateur de collision électronique et la comparaison avec les résultats de Griem et Griem et Shen.

Le chapitre(V) traite le calcul des sections efficaces d'excitation inélastique par choc électronique pour une paramétrisation des trajectoires non-relativiste et relativiste, les résultats obtenus sont utiles pour calculer l'élargissement des raies spectrales par collision. Le chapitre(VI) est une conclusion générale avec des perspectives.

Bibliographie

- [1] Inan, Umran S., and Marek Gokowski. Principles of plasma physics for engineers and scientists. Cambridge university press, (2010).
- [2] Sturrock, Peter Andrew. Plasma physics : an introduction to the theory of astrophysical, geophysical and laboratory plasmas. Cambridge University Press, (1994).
- [3] Krall, N. A., Trivelpiece, A. W. "Principles of plasma physics." American Journal of Physics **41**, 12, 1380-1381 (1973).
- [4] Kunze, Hans-Joachim. Introduction to plasma spectroscopy. Vol. 56. Springer Science Business Media, (2009).
- [5] Mozer, F. S., Kletzing, C. A., "Direct observation of large, quasi-static, parallel electric fields in the auroral acceleration region", Geophysical Research Letters, **25**, 10, 1629 (1998).
- [6] Fennel, T., Ramunno, L., Brabec, T. "Highly Charged Ions from Laser-Cluster Interactions : Local-FieldEnhanced Impact Ionization and Frustrated Electron-Ion Recombination", Phys. Rev. Let. **99**, 23, 23340121 (2007).
- [7] Sadeghzadeh Lari, E., Ranjbar Askari, H., Meftah, M. T., Shariat, M. "Calculation of electron density and temperature of plasmas by using new Stark broadening formula of helium lines" Physics of Plasmas **26**, 2, 023519 (2019).
- [8] Hao, X., Song, G. "Spectral Analysis of the Plasma in LowPower Laser/Arc Hybrid Welding of Magnesium Alloy", IEEE Transactions on Plasma Science, **37**, 1, 76 (2009).
- [9] Zhang, Z., Zhang, F., "Spectral Analysis of Welding Plasma of Magnesium Alloy Using Flux Coated Wire", Materials Transactions, **50**, 8, 1909 (2009).
- [10] Wiese, W. L., Kelleher, D. E., Paquette, D. R., "Detailed Study of the Stark Broadening of Balmer Lines in a High-Density Plasma", Phys.Rev.A **6**,3, 1132 (1972).
- [11] M Ivković, R Zikic, S Jovićević and N Konjević, On simultaneous determination of electron impact width, ion-broadening and ion-dynamic parameter from the shape of plasma broadened non-hydrogenic atom line, J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys. **39**, 7, 1773 (2006).
- [12] Liu, L., Chen, M., "Interactions between laser and arc plasma during laser-arc hybrid welding of magnesium alloy", Optics and Lasers in Engineering, **49**, 9-10, 1224-1231 (2011).

- [13] Harilal, S. S., Bindhu, C. V., Issac, R. C., Nampoori, V. P. N., Vallabhan, C. P. G., "Electron density and temperature measurements in a laser produced carbon plasma", *Journal of Applied Physics*, **82**, 5, 2140-2146 (1997).
- [14] Zmerli, B., Ben Nessib, N., Dimitrijević, M. S., Experimental and Theoretical Determination of Temperature in Plasmas, *AIP Conference Proceedings*, **938**, 1, 245-251 (2007).
- [15] Koubiti, M., Capes, H., GodbertMouret, L., Marandet, Y., Meigs, A., Rosato, J., F.B. Rosmej, R. Stamm, "Density Diagnostic Using Stark Broadening of He I Spectral Line Emission from Rydberg Levels", *Contrib. Plasma Phys.*, **46**, 7-9, 661-666 (2006).
- [16] Ebeling, Werner, Vladimir E. Fortov, and Vladimir Filinov. *Quantum Statistics of Dense Gases and Nonideal Plasmas*. Cham, Switzerland : Springer International Publishing, (2017).
- [17] Oks, E., Dalimier, E., Stamm, R., Stehlé, C., Gonzalez, M. A. "Spectral Line Shapes in Plasmas and Gases." *International Journal of Spectroscopy*, **2010**, (2010).
- [18] Omar, B. "Spectral line broadening in dense plasmas." *Journal of Atomic and Molecular Physics* **2011** (2011).
- [19] Baranger, M., Simplified quantum-mechanical theory of pressure broadening. *Phys. Rev.* **111**,2, 481493 (1958a).
- [20] Baranger, M., Problem of overlapping lines in the theory of pressure broadening. *Phys. Rev.* **111**, 2, 494504 (1958b).
- [21] Baranger, M., General impact theory of pressure broadening. *Phys. Rev.* **112**, 855865 (1958c).
- [22] Griem, H. R., Baranger, M., Kolb, A. C., et Oertel, G. "Stark broadening of neutral helium lines in a plasma." *Physical Review* **125**, 1, 177 (1962).
- [23] Hamdi, R., Nessib, N. B., Sahal-Bréchet, S., Dimitrijević, M. S. "On the semiclassical perturbation Stark shifts of Ar II spectral lines." *Contrib. Astron. Obs. Skalnaté Pleso* **50**, 128-138 (2020).
- [24] Dimitrijević, M. S., Christova, M. D., Sahal-Bréchet, S. "Stark broadening of BI spectral lines." *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **509**, 3, 3203-3208 (2022).
- [25] Sahal-Bréchet, S., H. Elabidi. "Stark broadening for Br VI and Kr V-VII lines in hot star atmospheres." *Astronomy Astrophysics* **652**, A47 (2021).
- [26] Aloui, R., Elabidi, H., Sahal-Bréchet, S., "Sr vvi line widths in hot white dwarf atmospheres." *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **512**, 2, 1598-1607 (2022).
- [27] Aloui, R., Elabidi, H., Sahal-Bréchet, S., "Electron impact excitation and broadening of Ar X and Ar XIII lines." *The European Physical Journal D* **75**, 8, 1-14 (2021).
- [28] Nana, Y. B., Khelfaoui, F., Meftah, M. T., Lari, E. S. "A novel investigation in the electronic broadening of spectral line profiles : Application to neutral magnesium in plasmas." *Optik* **202**, 163485 (2020).
- [29] Ben Nana, Y., Khelfaoui, F., Douis, S., Sadeghzadeh Lari, E., Meftah, M. T., "Effect of the Ions on the Electron Collision Operator through Electronic Trajectory Modification." *Atoms* **7**, 3, 77 (2019).

- [30] Bedida, N., Difallah, M., Meftah, M. T., Reinholz, H., Röpke, G., "Path integral approach for Stark broadening of Lyman lines in hydrogen plasma." *Contributions to Plasma Physics* **59**, 1, 63-71 (2019).
- [31] Naam, A., Meftah, M. T., Douis, S., Alexiou, S. "Spectral line broadening by relativistic electrons in plasmas : Collision operator." *Advances in Space Research* **54**, 7, 1242-1247 (2014).
- [32] Meftah, M. T., Arif, K., Chenini, K., Touati, K. A., Douis, S. "Contribution of Lienard-Wiechert Potential to the Electron Broadening of Spectral Lines in Plasmas". *Atoms*, , **6**, 1, 6 (2018).
- [33] Ghazel, A., Meftah, M. T., Douis, S., Chenini, K. "Spectral line broadening by electron collisions in plasmas". *Revista mexicana de física*, **63**, 5,481-485 (2017).
- [34] Haines, M. G., LePell, P. D., Coverdale, C. A., Jones, B., Deeney, C., Apruzese, J. P. "Ion viscous heating in a magnetohydrodynamically unstable Z pinch at over 2×10^9 Kelvin." *Physical review letters* **96**, 7, 075003 (2006).
- [35] H.R. Griem, *Plasma Spectroscopy*, Mc Graw Hill, New York (1964).
- [36] Griem, Hans R., and K. Y. Shen. "Stark broadening of hydrogenic ion lines in a plasma." *Physical Review* **122**, 5, 1490 (1961).

Chapitre 1

Généralité sur les plasmas et profils de raies

1.1 Introduction

La physique des plasmas a joué un rôle important dans l'étude des problèmes dans des domaines tels que l'astrophysique, la physique atomique, la chimie, etc.. et a connu depuis quelques décennies, des applications dans de nombreux domaines de recherche tels que : découpage de métaux, traitements de surface, interaction laser-matière, stérilisation des dispositifs médicaux et d'autres domaines. Les applications de la physique des plasmas couvrent alors une très large gamme de valeurs de la densité et de la température. En effet, N_e peut varier de 10 (espace interstellaire) à $10^{34}m^{-3}$ (plasma dans les métaux), tandis que $k_B T$ peut aller de 0.1 (néons) à $10^6 eV$ (plasmas de fusion) [1,2].

1.2 Classification des plasmas

Il existe une grande diversité de plasmas, et la classification de ces plasmas est faite à partir de leurs propriétés. Les plasmas parfois sont classés en : plasma naturel ou plasma artificiel. Les plasmas naturels présentent 99% de l'univers, et les plasmas artificiels sont produits dans les conditions de laboratoire et de l'expérience. Si le degré d'ionisation est considéré les plasmas sont classés en (plasma chaud) fortement ionisé et (plasma froid) faiblement ionisé [3].

Les plasmas se produisent sur une si large gamme de pressions, il est donc habituel de les classer aussi en termes de températures et de densités d'électrons.

Le tableau (1.1) présente une classification suivant la densité qui commence de $10cm^{-3}$ pour les Gaz interstellaire jusqu'à $10^{32}cm^{-3}$ pour les plasmas des intérieurs des naines blanches.

Les plasmas rencontrés dans la nature ou les plasmas étudiés en laboratoire peuvent être classés aussi comme classiques ou quantiques. La figure(1.1) montre la diversité des types de plasma dans un seul graphique en fonction de la température du plasma T et en fonction de la densité N_e .

	$\log_{10} N_e$
Plasmas gazeux	
Gaz interstellaire	0
Vent solaire	0,5
Ionosphère, couche F (250 km d'altitude)	5,7
Couronne solaire	7
Tokamak (expériences de fusion)	14
Plasma produit par un laser dans une cible solide	19-23
Explosion nucléaire	20
Gaz faiblement ionisé	
Ionosphère, couche D (70 km d'altitude)	3
Décharge de laboratoire, basse pression	10-12
Débit de laboratoire, pression atmosphérique	14-15
Plasmas de matière dense	
Électrons dans les métaux	23
Intérieur des étoiles	27
Intérieur des naines blanches	32

TABLE 1.1 – Classification des plasmas selon la densité électronique [4].

Pour un plasma chaud avec une énergie cinétique $k_B T$ dépassant l'énergie d'ionisation E_i le plasma est classé comme un plasma classique idéal fourni $k_B T \gg e^2 / N_e^{-1/3}$, à condition que l'énergie cinétique thermique soit grande par rapport à l'énergie moyenne d'interaction de Coulomb. On note que $e^2 / N_e^{-1/3}$: est l'énergie moyenne d'interaction de Coulomb entre particules voisines, avec e est la charge électronique.

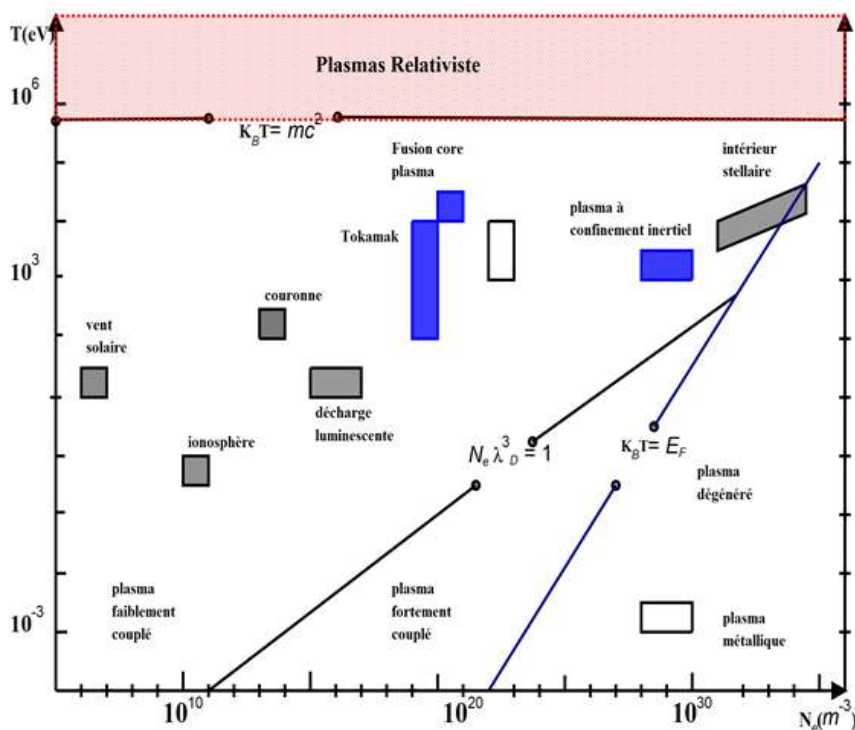


FIGURE 1.1 – La classification du plasma industriel et naturel en fonction de la densité $N_e (\text{m}^{-3})$ et de la température $T (\text{eV})$ [7, 10, 11].

Lorsque la densité du plasma augmente, la distance moyenne entre les particules voisines devient très

petite et les effets quantiques deviennent importants lorsque $N_e^{-1/3}$ est comparable à la longueur d'onde thermique de De-Broglie $\hbar/(2\pi K_B T_e m)^{1/2}$ d'un électron. L'échelle caractéristique de l'énergie cinétique des électrons dans un tel plasma quantique est l'énergie de Fermi E_F . En se référant à la figure(1.1), les effets quantiques deviennent importants lorsque $E_F > k_B T$, c'est-à-dire lorsque l'énergie de Fermi dépasse l'énergie thermique classique $k_B T$.

Pour de température de l'ordre de ($T \gg 10^5 eV$) le plasma peut être considéré comme un plasma relativiste, ce qui sont les conditions de notre sujet de recherche [5–8].

1.3 Loi statistique de l'équilibre thermodynamique

Le terme équilibre est souvent utilisé de manière vague en physique des plasmas pour décrire un état quasi stationnaire qui ne persiste que jusqu'à ce que les particules de plasma entrent en collision les unes avec les autres. L'équilibre thermodynamique signifie que [2, 7, 9] :

1. Le champ de rayonnement est donné par la loi de Planck.
2. La distribution d'énergie (vitesse) de chaque espèce de particules correspond à une distribution classique de Maxwell-Boltzmann (généralement simplement appelée distribution de Maxwell) caractérisée par un même paramètre unique, la température.
3. Le rapport des densités de population dans deux états (i) et (f) d'un ion (atome, molécule) avec les énergies $E(i)$ et $E(f)$ est donné par la distribution de Boltzmann.
4. -La loi de Saha donne la répartition des degrés d'ionisation des atomes.

C'est difficile d'atteindre l'équilibre thermodynamique total dans le plasma, c'est pour cela qu'on parle des fois de l'équilibre thermodynamique Locale (ETL), puisque les collisions d'électrons sont beaucoup plus rapides que les collisions d'ions, elles établissent l'équilibre ; une distribution d'énergie Maxwellienne des électrons est naturellement la condition préalable. C'est donc la température électronique qui est pertinente et qui doit être utilisée dans les calculs.

1.4 La distribution des vitesses

La description la plus détaillée d'un plasma donne l'emplacement et la vitesse de chaque particule de plasma en fonction du temps. Il est impossible d'obtenir une telle description d'un plasma réel, sauf dans certaines "expériences" récentes qui impliquent l'utilisation d'ordinateurs numériques pour suivre la position et la vitesse d'un grand nombre d'ions et d'électrons. Il est donc d'usage d'utiliser la fonction de distribution pour décrire un plasma. La fonction de distribution de vitesse la plus adéquat pour décrire un plasma dépend des conditions de milieu :

1.4.1 Fonction de distribution des vitesses et d'énergie Maxwell-Boltzmann

La fonction de distribution est le nombre de particules par unité de volume dans l'espace des phases à configuration de vitesse à six dimensions. La distribution des vitesses de Maxwell s'exprime en fonction d'énergie par :

$$f(E)dE = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{E^{1/2}}{(k_B T)^{3/2}} e^{-E/k_B T} dE, \quad (1.1)$$

et en fonction des vitesses par :

$$f(v)dv = 4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right) dv. \quad (1.2)$$

$f(v)dv$ est la fonction de distribution dont la vitesse est comprise entre v et $v + dv$, $f(E)dE$ est la fonction de distribution dont l'énergie cinétique est comprise entre E et $E + dE$, et T est la température.

1.4.2 La distribution des vitesses relativistes (Maxwell-Jüttner)

D. Bernoulli, Clausius, Maxwell et Boltzmann ont développé les formalismes de base de la théorie cinétique, les derniers ont inventé la distribution des vitesses connue aujourd'hui de leurs nom, le domaine de la relativité a été prise par Jüttner (1928) [12]. Il a réussi à dériver la généralisation relativiste de la fonction de distribution d'équilibre de Maxwell [13].

Dans les plasmas avec des températures élevées les faisceaux d'électrons produits par de tels milieux peuvent afficher des effets relativistes. La distribution relativiste de Maxwell-Boltzmann (ou Jüttner) est proportionnelle à l'exponentielle de l'opposé de l'énergie relativiste divisée par $k_B T$, où k_B est la constante de Boltzmann et T la température absolue. Il peut donc être exprimé en termes de facteur de Lorentz γ comme [14–17] :

$$f(v) = A \exp\left(-\frac{mc^2}{k_B T} \gamma\right), \quad (1.3)$$

où A est la constante de normalisation. et en terme d'impulsion p par :

$$f(p) = A \exp\left(-\frac{\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}}{k_B T}\right). \quad (1.4)$$

La normalisation donne :

$$\int_0^{+\infty} f(p) dp = 1 \quad (1.5)$$

$$A^{-1} = \int_0^{+\infty} \exp\left(-\frac{\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}}{k_B T}\right) p^2 dp, \quad (1.6)$$

on introduit une variable ζ avec $p = mc \sinh(\zeta)$, ce qui donne :

$$A^{-1} = (mc)^3 \int_0^{+\infty} e^{-\eta \cosh(\zeta)} \sinh^2(\zeta) \cosh(\zeta) d\zeta \quad (1.7)$$

$$= (mc)^3 \int_0^{+\infty} \sinh(\zeta) e^{-\eta \cosh(\zeta)} \frac{1}{2} \sinh(2\zeta) d\zeta, \quad (1.8)$$

avec $\eta = \frac{mc^2}{k_B T}$, l'intégration par partie donne :

$$A^{-1} = \frac{(mc)^3}{\eta} \int_0^{\infty} e^{-\eta \cosh(\zeta)} \cosh(2\zeta) d\zeta \quad (1.9)$$

L'intégrale de la formule est bien connue sous le nom de formule de Bessel du second ordre $K_2(\eta)$ et la constante de normalisation s'exprime par :

$$A = \frac{1}{(mc)^3} \frac{\eta}{K_2(\eta)}. \quad (1.10)$$

La fonction de distribution de vitesse relativiste de Maxwell-Boltzmann (Jüttner) est donnée par :

$$f(p) = \frac{\eta}{(mc)^3 K_2(\eta)} \exp\left(-\frac{\sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}}{k_B T}\right), \quad (1.11)$$

où p : est l'impulsion, $\gamma = [1 - (v/c)]^{-1/2}$: est le facteur de Lorentz, m : est la masse au repos, c : est la vitesse de la lumière, T : est la température, et $K_2(\eta)$: est la fonction de Bessel modifiée du second ordre [15–17].

La fonction de distribution de Maxwell-Jüttner en fonction de β est :

$$f(\beta) = \frac{\eta \gamma^5 \beta^2}{K_2(\eta)} \exp(-\gamma \eta). \quad (1.12)$$

1.4.3 Distribution de Fermi Dirac

Pour des conditions de plasma dense de densités électroniques très élevées N_e , la longueur de De-Broglie des électrons devient supérieure à la distance moyenne entre les particules $N_e^{-1/3}$. Dans ces conditions les effets quantiques entrent en jeu et les électrons obéissent à une distribution de Fermi-Dirac exprimée par :

$$f(v) = A \frac{v^2}{\exp\left(\frac{mv^2}{2k_B T}\right) + 1}, \quad (1.13)$$

A : est la constante de normalisation, qui peut être trouvée à partir de la solution d'intégration suivante :

$$\int f(v) dv = \int A \frac{v^2}{\exp\left(\frac{mv^2}{2k_B T}\right) + 1} dv = 1, \quad (1.14)$$

ce qui donne :

$$A = \frac{1}{f_{3/2}(1)} \left(\frac{m}{2\pi K_B T} \right)^{3/2}.$$

La fonction $f_{3/2}(z)$ est appelée la fonction de Fermi, elle est définie par la série qui converge pour $|z| < 1$:

$$f_{3/2}(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} z^n}{n^{3/2}}.$$

1.5 Potentiel d'interaction dans les plasmas

L'interaction entre les particules chargées du plasma prend généralement la forme du potentiel de Coulomb :

$$V_C(r) = \frac{e_a e_b}{r}, \quad (1.15)$$

avec e_a et e_b sont les charges des particules en interaction. Certains problèmes peuvent être rencontrés lors de l'utilisation de ce potentiel, en particulier à des petites distances d'interaction entre les particules en interaction (singularité). Cette difficulté peut être contournée en prenant en compte les effets collectifs liés au grand nombre de particules en interaction, c'est-à-dire les effets d'écran et les effets quantiques [18].

1.5.1 Potentiel de Debye

Dans le plasma, un champ créé par une charge ponctuelle Ze perturbe la distribution spatiale des particules chargées. Le champ induit autour de la charge ponctuelle produit à son tour un champ de potentiel supplémentaire, qui doit être ajouté au potentiel d'origine, un nouveau potentiel effectif est ainsi obtenu. Un calcul dans ce sens a été effectué à l'origine par Debye et Hückel (1923) [19], L'équation de Poisson pour un champ total est donc la suivante :

$$\nabla^2 V(\vec{r}) = -4\pi(n_i Ze - n_e e). \quad (1.16)$$

La variation de la densité n_e et n_i est calculée à l'aide de la distribution de Boltzmann :

$$\begin{aligned} n_e &= n_{0e} e^{\frac{V(r)}{K_B T}} \\ n_i &= n_{0i} e^{-Ze \frac{V(r)}{K_B T}}, \end{aligned} \quad (1.17)$$

n_{0i} et n_{0e} sont les concentrations des ions et des électrons en absence de perturbation. les densités peuvent être développées au premier ordre :

$$\begin{aligned} n_e &= n_{0e} \left(1 + e \frac{V(r)}{K_B T} \right) \\ n_i &= n_{0i} \left(1 - Ze \frac{V(r)}{K_B T} \right). \end{aligned} \quad (1.18)$$

Après avoir remplacé (1.18) dans (1.16), et appliqué le principe de neutralité ($Zen_{0i} - n_{0e}e = 0$), l'équation peut s'exprimer comme suit :

$$\nabla^2 V(\vec{r}) = 4\pi n_{0e} (Z + 1) \frac{e^2 V(r)}{K_B T}. \quad (1.19)$$

La solution de cette équation avec la condition aux limites $V(r) \rightarrow 0$, lorsque $r \rightarrow \infty$ est :

$$V(r) = -\frac{Ze^2}{r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right) \quad (1.20)$$

Le paramètre λ_D est appelé la longueur de Debye. Si on ne considère que les électrons sur un fond uniforme positif, alors la longueur de Debye peut être exprimée par :

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{K_B T}{4\pi n_e e^2}}. \quad (1.21)$$

Pour une distance inférieure à λ_D , le potentiel de Debye est pratiquement identique au potentiel de Coulomb, alors que pour les distances $r \gg \lambda_D$, $V(r) \approx 0$ [18].

La figure (1.2) présente une comparaison entre le potentiel de Coulomb et le potentiel de Debye-Hückel écranté en fonction de $R = r/\lambda_D$. Comme on peut facilement le voir à grande distance les potentiels commencent à s'écarter les uns des autres décrivant ainsi l'effet d'écrantage.

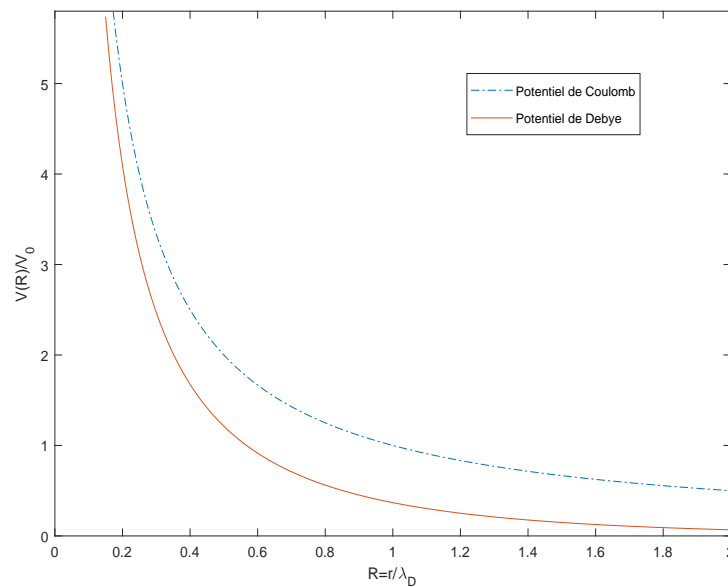


FIGURE 1.2 – Comparaison entre le potentiel de Coulomb et de Debye pour une interaction de deux particules de même charge en fonction de $R = r/\lambda_D$.

1.5.2 Potentiel de Deutsch

Lorsque la densité du plasma augmente les effets quantiques commencent à jouer un rôle important. Dans ces conditions des potentiels efficaces (pseudo-potentiels) simulant les effets quantiques. En particulier, C.

Deutsch a obtenu la pseudo-potentielle suivante en tenant compte de la diffraction Deutsch (1977) [20] :

$$V(r) = \frac{Ze^2}{r} \left[1 - \exp\left(-\frac{r}{\lambda_T}\right) \right]. \quad (1.22)$$

Avec $\lambda_T = \hbar / \sqrt{2\pi m k_B T}$ est la longueur de de-Broglie

La comparaison entre le potentiel de Deutsch et le potentiel de Coulomb est présentée dans la figure(1.3) en fonction de $R = r/\lambda_D$. On peut voir que les effets quantiques s'apparaissent dans les petites distances d'approche perturbateur-émetteur.

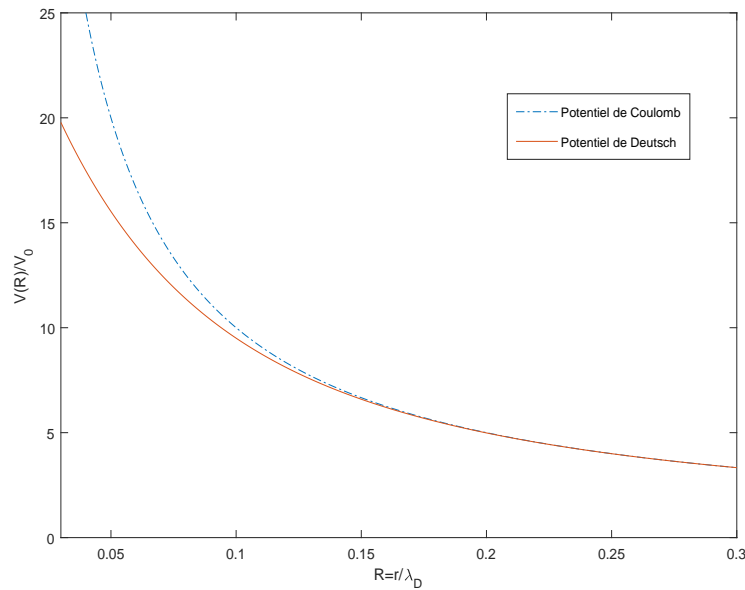


FIGURE 1.3 – La comparaison entre le potentiel d'interaction de Coulomb et de Deutsch.

1.5.3 Potentiel de Deutsch écranté

Il est d'intérêt élevé de construire un modèle de potentiel d'interaction de particules dans le plasma dense à haute température, en tenant compte des effets mécaniques quantiques à de courtes distances et les effets d'écran sur le terrain à de grandes distances. Le modèle de potentiel de Deutsch écranté prend en considération les effets quantiques et les effets d'écran à la fois exprimé par :

$$V(r) = \frac{Ze^2}{r} \left[1 - \exp\left(-\frac{r}{\lambda_T}\right) \right] \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right). \quad (1.23)$$

Avec λ_D : la longueur de Debye

1.6 Profils des raies spectrales

On observe des raies spectrales en émission ou en absorption lors d'une transition entre un état initial i et un autre final f dans un atome ou une molécule. Ces raies spectrales observées, soit en émission, soit en

absorption, ont une certaine largeur indépendante du système optique utilisé, alors le profil d'une raie n'est pas une fonction de Dirac (raie infiniment mince) mais une fonction qui donne la répartition de l'intensité autour de la longueur d'onde centrale. La forme d'une raie spectrale est commodément décrite au moyen de la fonction de profil de raie, $\mathcal{L}(\omega)$, qui est définie de telle sorte que [22, 23] :

$$I(\omega)d\omega = I_0\mathcal{L}(\omega)d\omega. \quad (1.24)$$

$I(\omega)$: est le nombre de photons émis dans la gamme de fréquence $[\omega, \omega + d\omega]$, et I_0 est le nombre total de photons émis dans la raie. Les unités de $\mathcal{L}(\omega)$ sont des secondes et il est normalisé à l'unité.

$$\int \mathcal{L}(\omega)d\omega = 1. \quad (1.25)$$

Les formes de $\mathcal{L}(\omega)$ sont, dans la plupart des cas, soit une distribution lorentzienne,

$$\mathcal{L}(\omega) = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + (\Gamma/2)^2}, \quad (1.26)$$

Il se manifeste lorsque l'élargissement Stark électronique et l'élargissement naturelle sont les plus dominants. ou une distribution gaussienne (lorsque l'élargissement Doppler est le plus dominant),

$$\mathcal{L}(\omega) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega - \omega_0}{\sigma}\right)^2\right), \quad (1.27)$$

pour une comparaison entre ces deux distributions. Les deux distributions sont centrées sur ω_0 et atteignent leur maximum à $\omega = \omega_0$, σ et Γ sont les élargissements des distributions.

1.6.1 Élargissement des raies spectrales

La largeur des raies spectrales émises par les plasmas d'astrophysiques et de laboratoire est un outil de diagnostic extrêmement précieux pour l'étude des conditions du plasma entourant l'ion émetteur. La largeur de la raie spectrale est un paramètre très sensible au micro-champ local autour des ions émetteurs, et peut donc être utilisée pour fournir des informations sur les conditions locales de température et de densité qui ne peuvent pas être obtenues par d'autres moyens de diagnostic [21–23].

Une raie spectrale est élargie par plusieurs mécanismes, qui s'additionnent et la largeur totale de la raie est une combinaison de tous. Généralement un seul de ces effets domine, en fonction de la température et de la densité locale du plasma, tandis que les autres sont considérés comme des corrections plus petites. Parmi ces élargissements, on peut citer :

L'élargissement naturel

L'élargissement naturel est dû au fait que les états quantiques d'un atome n'ont pas une seule énergie, mais une petite dispersion d'énergie. En tenant compte du principe d'incertitude de Heisenberg, les niveaux

énergétiques ne sont pas infiniment minces (sauf le fondamental), mais ont une largeur δE avec une distribution des probabilités pour chaque niveau : $\Delta E \cdot \tau = \hbar$ ou τ est le temps de vie moyenne et \hbar est la constante de Planck.

La largeur naturelle de la raie est inversement proportionnelle à la durée de vie d'un état excité. Elle est donc en général négligeable (vis à vis des autres causes d'élargissement) et ne dépend que des constantes de l'émetteur et non des caractéristiques du milieu.

L'élargissement Doppler

En raison du mouvement des ions émetteurs, la fréquence du photon détecté ω , diffère de la fréquence émise ω_0 , d'une quantité égale à

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0 = \omega_0 \frac{v_x}{c}, \quad (1.28)$$

où v_x est la composante de la vitesse de l'émetteur. La distribution des vitesses des ion émetteurs a une forme de la distribution de Maxwell-Boltzmann.

$$f(v_x)dv_x = \left(\frac{M}{2\pi k_B T}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{Mv_x^2}{2k_B T}\right) dv_x. \quad (1.29)$$

Ici, M est la masse de l'ion émetteur. En combinant l'équation (1.28) avec (1.29), on trouve la probabilité que la raie d'émission soit détectée à la fréquence ω , décalée d'une quantité $\Delta\omega$ par rapport à la fréquence émise ω_0 ,

$$f\left(\frac{c\Delta\omega}{\omega_0}\right) dv_x = \left(\frac{M}{2\pi k_B T}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{Mc^2}{2k_B T} \left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2\right) \frac{c}{\omega_0} d(\Delta\omega). \quad (1.30)$$

On prend la notation :

$$\zeta^2 = \frac{T\omega_0^2}{Mc^2}. \quad (1.31)$$

Le profil de raie résultant est :

$$\mathcal{L}(\Delta\omega) = \frac{1}{\zeta\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta\omega}{\zeta}\right)^2\right], \quad (1.32)$$

ce qui signifie que l'effet du mouvement des ions dans le plasma résultant un élargissement de la raie d'émission avec une forme gaussienne dont la largeur $\Delta\omega_D$ est :

$$\Delta\omega_D = \zeta\sqrt{2\log 2} = \omega_0\sqrt{\frac{2T\log 2}{Mc^2}} = 7.16 \times 10^{-7}\omega\sqrt{\frac{T(K)}{M(Uma)}}. \quad (1.33)$$

L'élargissement Doppler ne dépend que de la température du plasma, plus que la température est élevée, plus que la largeur de la raie est grande. C'est pourquoi cet élargissement est prépondérant dans les plasmas peu denses [23].

Dans notre travail [25] qui a été une extension du travail précédemment publié par Meftah et al. [24] nous avons pris en compte le cas d'un plasma relativiste $T \gg 10^5 eV$, remplaçant la fonction de distribution de

M-B (Maxwell-Boltzmann) par la distribution de M-J (Maxwell-Jüttner). Les résultats trouvés ont montré une asymétrie dans les profils de raies et l'élargissement Doppler relativiste affiche une certaine déférence pour des hautes températures $T > 10^9 K$.

Élargissement instrumental

L'élargissement instrumental est généralement dû à un effet de diffraction qui élargit les raies. Au fur et à mesure que la largeur de la fente augmente, la résolution diminue. De plus, les lentilles utilisées dans l'instrumentation introduisent également une erreur de mesure, qui résulte du fait que ces lentilles présentent normalement une certaine aberration [26].

Élargissement par collision

Cet effet est également appelé élargissement Stark électronique, provoqué par l'interaction d'un émetteur (atom, ion) avec son environnement (particule voisine), ces interactions sont liées à la théorie de collision atomique. Ces collisions peuvent être très rapides, avec une durée beaucoup plus courte que la durée de vie naturelle du niveau. Le processus de diffusion rapide est principalement dû aux électrons libres se déplacent rapidement dans le plasma. Dans ce cas, on parle de l'élargissement dans l'approximation d'impacte électronique (Là où la durée de vie d'une collision est très courte par rapport au temps qui s'écoule entre deux collisions). Cette approximation est souvent utilisée dans une série d'articles et son utilisation a donné des résultats globalement cohérents et satisfaisants avec les résultats expérimentaux. A l'autre extrême se trouvent les perturbations par les ions voisins à déplacement lent. Dans ce cas on parle de l'élargissement quasi-statique développé par Holtsmark [27], dans lequel l'atome rayonnant est supposé dans un environnement qui est effectivement statique pendant la période de l'émission [22, 23].

L'élargissement global

L'élargissement global d'une raie spectrale est simplement la convolution ou la somme de tous les élargissements produits par les différents phénomènes [26].

1.6.2 L'utilisation des élargissements comme outil de diagnostic

Les largeurs des raies s'avèrent d'une importance et d'une utilité considérables pour le diagnostic des espèces de particules qui composent le milieu plasma. Parmi les élargissements efficaces dans le diagnostic il y a :

L'élargissement Doppler

Dans les situations où les densités des milieux sont faibles, l'élargissement Doppler domine les autres mécanismes d'élargissement. La largeur de la raie due à l'élargissement Doppler mesure assez directement la température des espèces atomiques. Lorsque cette espèce est chargée, elle acquiert, par collisions avec les ions majoritaires, une température égale à la température des ions. Si tel est le cas, une mesure directe de la

largeur de la raie est suffisante pour donner la température approximative des ions.

Élargissement Stark

Dans les plasmas à haute densité, il est possible que l'élargissement Stark devienne significatif ou même domine la largeur de la raie. Si tel est le cas, la densité électronique peut être déduite d'une mesure de la largeur de la raie. La raie H_β est la transition la mieux analysée du point de vue des diagnostics de la largeur Stark, mais toute raie bien isolée fera l'affaire des exemples sont bien claire dans [22, 28].

1.7 Le profil dans un système quantique

L'atome rayonnant dans un plasma est entouré des particules perturbatrices (ions et électrons). Dans l'équilibre thermodynamique la puissance totale émise par la transition entre l'état initial i d'énergie E_i et l'état final f d'énergie E_f de l'atome rayonnant est donnée par la formule [29, 30] :

$$P_{if} = \frac{4}{3c^3} \omega_{if}^4 \sum_{if} \delta(\omega - \omega_{if}) |\langle f | d | i \rangle|^2 \rho_i. \quad (1.34)$$

La fonction δ s'occupe de la conservation de l'énergie selon la condition de fréquence de Bohr ω_{if}

$$\hbar\omega_{if} = E_i - E_f, \quad (1.35)$$

d : est le moment dipolaire de l'atome rayonnant. $|i\rangle$ et $|f\rangle$ sont les fonctions d'onde du système total. ρ_i probabilité pour que l'atome soit dans l'état i . La puissance totale est proportionnelle aussi au profil $I(\omega)$ de la raie par :

$$P(\omega) = \frac{4}{3c^3} \omega^4 I(\omega). \quad (1.36)$$

La somme de l'équation (1.34) présente la formule de profil de raie spectrale exprimée par :

$$I(\omega) = \sum_{i,f} \delta(\omega - \omega_{if}) |\langle f | d | i \rangle|^2 \rho_i. \quad (1.37)$$

La fonction de profil est exprimée habituellement sous la forme de la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation $C(t)$ de l'amplitude de lumière

$$I(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\omega t) C(t) dt. \quad (1.38)$$

Dans l'absence des perturbateurs la formule de ρ_i peut être exprimée comme le facteur la distribution de Boltzmann de niveau i

$$\rho_i = \frac{1}{Z(T)} g_i \exp\left(-\frac{E_i}{K_B T}\right), \quad (1.39)$$

g_i est le poids statistique de niveau i et $Z(T)$ est la fonction de partition.

Dans ce cas $C(t)$ a pour expression :

$$C(t) = \sum_{if} \rho_i e^{-i\omega_{if}t} |\langle f | d | i \rangle|^2, \quad (1.40)$$

La fonction d'autocorrélation est exprimé comme trace d'un produit d'opérateur, après l'application de la valeur moyenne de $C(t)$ par une statistique sur toutes les collisions qui se sont produites dans un intervalle du temps bien déterminé. La formule de la fonction d'auto-corrélation s'exprime en terme de l'opérateur de collision électronique Φ par :

$$C(t) = \frac{1}{2} e^{E_i/kT} |\langle f | d | i \rangle|^2 e^{-i(\omega_{if}t - \Phi t)}. \quad (1.41)$$

La transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation (1.41) donne un profil Lorentzien avec un demi-largeur ω (partie réelle de l'opérateur de collision électronique) et un déplacement d (partie imaginaire de l'opérateur de collision électronique).

Bibliographie

- [1] Nicolas Crouseilles ; Modèles cinétiques et hybrides fluide-cinétique pour les gaz et les plasmas hors équilibre Thèse de doctorat ; Institut National Des Sciences Appliquées, France (2004).
- [2] Krall, N. A., Trivelpiece, A. W. "Principles of plasma physics." *American Journal of Physics* **41**,12, 1380-1381 (1973).
- [3] Boulos, M. I., Fauchais, P., Pfender, E. "Thermal plasmas". **1**. Springer Science Business Media, (1994).
- [4] Moisan, Michel, and Jacques Pelletier. *Physics of collisional plasmas : introduction to high-frequency discharges*. Springer Science Business Media, (2012).
- [5] Miyamoto, Kenro. *Fundamentals of plasma physics and controlled fusion*. Tokyo : Iwanami Book Service Center, (1997).
- [6] Rax, Jean-Marcel. *Physique des plasmas : Cours et applications*. Dunod, (2005).
- [7] Panel on the Physics of Plasmas and Fluids, Physics Survey Committee, Board on Physics and Astronomy, Commission on Physical Sciences, Mathematics, and Applications, Division on Engineering and Physical Sciences, National Research Council "Plasmas and Fluids Physics Through the 1990s : A Series" National Academies Press, (1986).
- [8] Inan, Umran S., and Marek Golkowski. *Principles of plasma physics for engineers and scientists*. Cambridge University Press, (2010).
- [9] Goldston, Robert J., Rutherford Paul H. *Introduction to plasma physics*. Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia, (1995).
- [10] W. Ebeling, W-D. Kräft, and D. Kremp. *Theory of Bound State and Ionization Equilibrium in Plasmas and Solids*. Akademie-Verlag, Berlin, (1976).
- [11] Setsuo Ichimaru. *Statistical Plasma Physics, Vol. I : Basic Principles*. Addison-Wesley, Redwood City, Calif., (1992).
- [12] Jüttner, Ferencz. "Die relativistische Quantentheorie des idealen Gases." *Zeitschrift für Physik* 47.7 (1928) : 542-566.
- [13] d Groot, S. R., WA V. Leeuwen, and CG V. Weert. "Relativistic Kinetic Theory : Principles and Applications." (1980).
- [14] Debbasch, F., Mallick, K., Rivet, J. P. "Relativistic ornsteinuhlenbeck process." *Journal of statistical physics* **88**, 3, 945-966 (1997).

- [15] Zenitani, S. "Loading relativistic Maxwell distributions in particle simulations." *Physics of Plasmas* **22**, 4, 042116 (2015).
- [16] Wright, T. P., Hadley, G. R. "Relativistic distribution functions and applications to electron beams." *Physical Review A*, **12**, 2, 686 (1975).
- [17] Tam, Kwok-Kee, "Relativistic theory of plasmas." (1966). *Electronic Theses and Dissertations*. 6045. <https://scholar.uwindsor.ca/etd/6045>
- [18] M. Sc. Saltanat Polatovna Sadykova. "Electric Microfield Distributions and Structure Factors in Dense Plasmas", Thèse Doctorat, (2011)
- [19] Debye, P., Hückel, E. "The interionic attraction theory of deviations from ideal behavior in solution." *Z. Phys* **24**, 185, (1923).
- [20] Deutsch, C. "Nodal expansion in a real matter plasma." *Physics letters A* **60**, 4, 317-318 (1977).
- [21] R. D. Cowan. *The theory of Atomic Structure and Spectra*. University of California Press, Berkeley, CA, Berkeley, CA, (1981).
- [22] I. H. Hutchinson "Principles of Plasma Diagnostics", Cambridge University Press (2002).
- [23] Salzmann, David. *Atomic physics in hot plasmas*. No. 97. Oxford University Press on Demand, (1998).
- [24] Meftah, M. T., Gossa, H., Touati, K. A., Chenini, K., Naam, A. "Doppler Broadening of Spectral Line Shapes in Relativistic Plasmas." *Atoms* **6**, 2, 16 (2018).
- [25] Gossa, H., Meftah, M. T., Chenini, K., Zenkhri, D. E., Amieur, B., Guerrida, H. "The spectral line asymmetry of the Doppler effect in relativistic plasmas." *EPL (Europhysics Letters)* **139**, 2, 20001 (2021).
- [26] Devia, D. M., Rodriguez-Restrepo, L. V., Restrepo-Parra, E. "Methods employed in optical emission spectroscopy analysis : a review." *Ingeniería y ciencia* **11**, 21, 239-267 (2015).
- [27] Holtsmark, J. "Über die verbreiterung von spectrallinien". *Ann. Phys.*, **363**, 7, 577-630, (1919).
- [28] Griem, H. R. *Spectral Line Broadening By Plasmas*; Academic Press, New York,(1974).
- [29] H.R. Griem, *Plasma Spectroscopy*, Mc Graw Hill, New York (1964).
- [30] D. R. Bates. *Atomic and Molecular Processes*; Academic Press, New York and London,(1962).

Chapitre 2

Théorie des collisions et sections efficaces

2.1 Introduction

Le plasma est constitué d'un grand nombre de particules (ions électrons, molécules..) qui interagissent constamment les unes avec les autres et qui sont gouvernées par les conditions de plasmas de densité et de température (pression), alors le potentiel d'interaction appliqué à un atome rayonnant est due au perturbateur le plus proche et le bain du plasma. La théorie des collisions a joué un rôle important dans la compréhension du comportement individuel et collectif des plasmas et les lois qui le contrôlent. On dit qu'il y a une collision lorsque deux ou plusieurs particules se rapprochent accidentellement à des distances assez faibles pour que les énergies d'interaction deviennent comparables aux énergies cinétiques. Ces collisions sont de deux types : les collisions avec d'autres particules chargées et des collisions avec les atomes et molécules neutres. Pour la plupart des physiciens, les collisions avec d'autres particules chargées sont les plus intéressantes, car elles sont dominantes dans les plasmas à haute température où le degré d'ionisation est élevé [1-5].

Outre la classification susmentionnée, les collisions peuvent également être classées en :

Collisions élastiques : Dans les collisions élastiques les particules en interaction ne changent pas d'état interne. Il y a seulement déviation des particules, avec échange de quantité de mouvement et d'énergie cinétique.

Collisions inélastiques : sont les collisions qui entraînent un changement d'état interne d'au moins une des particules et même éventuellement création ou destruction de particules. Dans les collisions inélastiques il y a non seulement échange de quantité de mouvement et d'énergie cinétique, mais aussi transformation d'énergie cinétique en énergie chimique. [1-5].

2.2 La théorie de la diffusion

L'étude théorique de la collision a pour but de modéliser le plus précisément possible la dynamique du système dans la région de l'interaction, permettant de bien aboutir aux observations expérimentales. Dans

divers processus étudiés, des paramètres clés sont utilisés, tels que les directions initiales, l'angle de diffusion, la vitesse, la température, etc... Le but principal de tout ceci est d'établir une relation entre les états initial et final du système, cela est exprimé en termes de ce qu'on appelle la section efficace [6].

2.2.1 Mouvement d'une particule dans un champs centrale (collision élastique)

Dans l'approximation semi-classique utilisée dans l'étude des élargissements des raies spectrales par collision des particules chargées, les perturbateurs sont traités classiquement et les émetteurs sont traités dans l'approche quantique. Le mouvement de perturbateur dans un champ central créé par un ion est une hyperbole attractive pour des charges opposées et répulsive pour des charges identiques.

Les descriptions du comportement du plasma sont généralement basées sur les mouvements des particules qui le composent. Pour le cas d'un plasma non magnétisé, les particules se déplacent essentiellement en ligne droite entre les collisions [7].

Supposant deux particules de masse m_1 et m_2 et de position \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 interagit entre eux même avec une force F et un potentiel d'interaction $U = U(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})$ ou \mathbf{r} est le vecteur de position relative donné par $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$, le mouvement des deux particules autour du centre de masse peut être exprimé comme un mouvement d'une particule de masse réduite $m = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ autour de centre de masse, présenté par le vecteur de position $\mathbf{R} = (m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2) / (m_1 + m_2)$. L'énergie totale du système est exprimée par :

$$E = T(v) + U(r) = \frac{1}{2} m v^2 + U(r). \quad (2.1)$$

Dans les cordonnés polaire l'expression de l'énergie est :

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} m \left(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2 \right) + U(r). \\ &= \frac{1}{2} m \left(\dot{r}^2 + \frac{L^2}{m^2 r^2} \right) + U(r). \end{aligned} \quad (2.2)$$

L'application de certaines opérations mathématiques [8,9], donne :

$$dt = \frac{dr}{\sqrt{(E - U(r)) \frac{2}{m} - \frac{L^2}{m^2 r^2}}}. \quad (2.3)$$

$$d\theta = \frac{L}{r^2} \frac{dr}{\sqrt{2mE - 2mU(r) - \frac{L^2}{r^2}}}. \quad (2.4)$$

Avec L est le moment cinétique $L = m r^2 \dot{\theta}$. La solution des deux équations donne l'équation de la trajectoire [8,9] :

$$r = \frac{P}{1 - \varepsilon \cos \theta'} \quad (2.5)$$

qui est une hyperbole attractive, avec ε est l'excentricité $\varepsilon > 1$ exprimée par :

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^2}, \quad (2.6)$$

ρ est le paramètre d'impact et $\rho_0 = \frac{Z_i e^2}{\hbar v}$ est le demi-axe de l'hyperbole [10].

$$P = \rho \sqrt{\varepsilon^2 - 1}. \quad (2.7)$$

La paramétrisation de la trajectoire hyperbolique attractive est exprimée par [11] :

$$\begin{cases} x &= \rho_0(\varepsilon - \cosh(u)) \\ y &= \rho_0 \sqrt{\varepsilon^2 - 1} \sinh(u) \\ r &= \rho_0(\varepsilon \cosh(u) - 1) \\ t &= \frac{\rho_0}{v}(\varepsilon \sinh(u) - u) \\ \rho_c &= \rho_0(\varepsilon - 1) \end{cases} \quad (2.8)$$

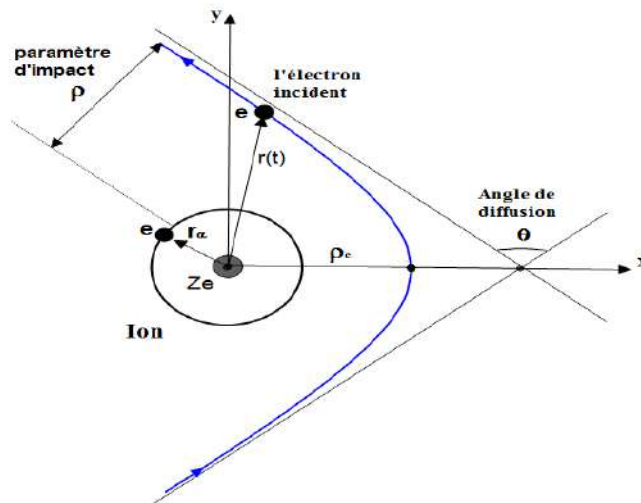


FIGURE 2.1 – La trajectoire hyperbolique d'un électron perturbateur dans un potentiel central d'un ion émetteur de charge Ze .

La figure (2.1) présente une trajectoire hyperbolique d'un électron perturbateur autour d'un ion de charge Ze , ρ : le paramètre d'impact, r_a l'opérateur de position de l'électron atomique, $r(t)$: la position de l'électron perturbateur, $\rho_c = \rho_0(\varepsilon - 1)$ la distance d'approche minimal électron-émetteur, θ : l'angle de diffusion.

2.2.2 Mouvement relativiste d'une particule dans un champs centrale (collision élastique)

Pour un mouvement d'une particule relativiste avec une masse $m = m_0\gamma$ et une énergie cinétique relativiste $T = mc^2(\gamma - 1)$, La paramétrisation de la trajectoire est représentée dans [12–14] par :

$$\begin{cases} x^* &= \frac{\rho_0}{\gamma}(\varepsilon - \cosh(u)) \\ y^* &= \frac{\rho_0}{\gamma}\sqrt{\varepsilon^2 - 1} \sinh(u) \\ r^* &= \frac{\rho_0}{\gamma}(\varepsilon^* \cosh(u) - 1), \\ t^* &= \frac{\rho_0}{v\gamma^3}(\gamma^2 \varepsilon^* \sinh(u) - u). \end{cases} \quad (2.9)$$

ε^* : est l'excentricité relativiste exprimée par :

$$\varepsilon^* = \sqrt{\frac{\rho^2}{\rho_0^2} \gamma^2 + 1 - \beta^2}. \quad (2.10)$$

Cette expression tend vers l'expression classique de la trajectoire lorsque $\beta \rightarrow 0$.

2.2.3 Diffusion de Rutherford

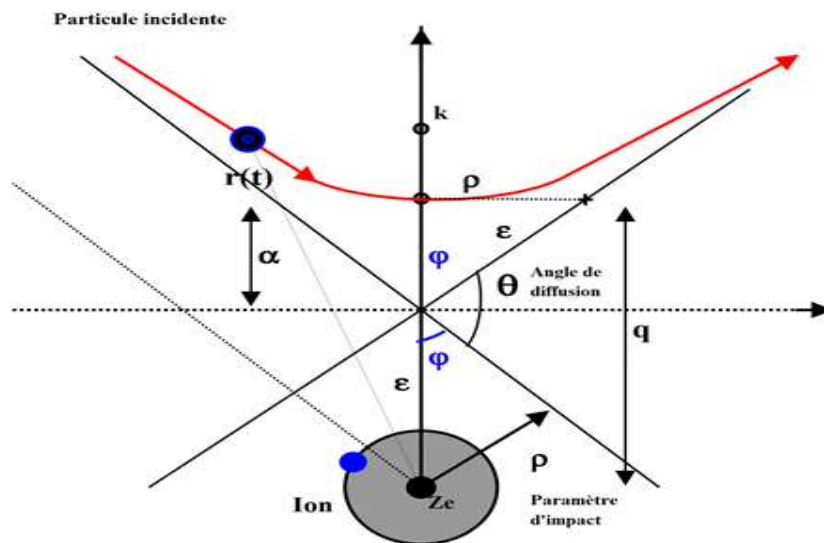


FIGURE 2.2 – Schéma de la trajectoire hyperbolique répulsive de la diffusion d'une particule chargée par un ion de charge $Z_i e$; α et b sont les demi-axes, ε : la distance entre le centre et le foyer. θ : l'angle de diffusion.

Les théories classiques de la diffusion atomique Thomson (1912) et Rutherford (1911) ont été proposées avant que la mécanique quantique ne soit connue. Malgré la découverte de la mécanique quantique et sa large application à la diffusion atomique, les méthodes classiques continuent d'être utilisées pour leur relative simplicité. Les résultats de calcul des sections efficaces différentielles classiques et quantiques sont les mêmes pour la diffusion de deux particules non identiques qui interagissent selon une force Coulombienne.

Dans la diffusion d'une particule chargée avec un ion de charge Ze , la particule incidente se repousse (Rutherford) d'une force Coulombienne Ze/r^2 et forme des trajectoires hyperboliques (cas attractif pour des charge opposée et répulsif pour charge identique), la position de l'ion cible forme l'un de ces foyers la figure(2.2). Soit ρ la distance du noyau à l'asymptote de l'hyperbole s'il n'y avait pas de force répulsive, q désigne la distance de l'ion au sommet de l'hyperbole donnée par :

$$q = a + \varepsilon = \varepsilon (1 + \cos \varphi), \quad (2.11)$$

avec ε désigne l'excentricité linéaire (c'est-à-dire la distance entre le centre O et le foyer de l'ion) et φ l'angle entre l'asymptote et l'axe.

A partir de la figure (2.2), on voit que :

$$\varepsilon = \frac{\rho}{\sin(\varphi)}, \quad (2.12)$$

et

$$q = \frac{\rho(1 + \cos(\varphi))}{\sin(\varphi)} = \rho \cot\left(\frac{\varphi}{2}\right). \quad (2.13)$$

Afin de trouver la relation entre le paramètre d'impact ρ et l'angle de diffusion θ , et à partir de la théorème de conservation de l'énergie : la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle est constante. A très grande distance du noyau, la particule incidente n'a qu'une énergie cinétique avec une vitesse v :

$$\frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}Mv_0^2 + \frac{ZeE}{q}, \quad (2.14)$$

M et E sont la masse et la charge de particule incidente. Après avoir divisé par $\frac{1}{2}Mv^2$, et remplacé $k = \frac{ZeE}{Mv^2}$, on obtient :

$$\frac{v_0^2}{v^2} = 1 - \frac{2k}{\rho} \frac{\sin(\varphi)}{1 + \cos(\varphi)}. \quad (2.15)$$

A partir de la théorème de conservation de moment cinétique, on a :

$$Mv\rho = Mv_0q, \quad (2.16)$$

A partir de (2.13) et (2.16), on obtient :

$$\frac{v_0}{v} = \frac{\rho}{q} = \frac{\sin(\varphi)}{1 + \cos(\varphi)}, \quad (2.17)$$

et

$$\left(\frac{v_0}{v}\right)^2 = \frac{\sin^2(\varphi)}{(1 + \cos(\varphi))^2}, \quad (2.18)$$

L'utilisation de (2.18) dans (2.15) donne :

$$\frac{\rho}{k} = \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)} = \tan(\varphi), \quad (2.19)$$

puisque $\theta = \pi - 2\varphi$

$$\rho = k \cot\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (2.20)$$

cela donne l'angle de déviation en fonction de paramètres d'impact ρ .

Supposant un faisceau parallèle de particules incidentes déviées d'une quantité spécifiée traversent un anneau de A formé de deux cercles de rayons ρ et $\rho + d\rho$ subiront un écart entre θ et $\theta + d\theta$. Si une particule traverse un centimètre carré de A en une seconde, le nombre traversant l'anneau en question sera [15] :

$$dn = 2\pi\rho d\rho, \quad (2.21)$$

ou

$$d\rho = kd\left(\cot\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) = -\frac{kd\theta}{2\sin^2(\theta/2)}, \quad (2.22)$$

par conséquent :

$$dn = \pi k^2 \frac{\cos(\theta/2)}{\sin^3(\theta/2)} d\theta, \quad (2.23)$$

c'est le nombre des particules déviées d'un angle compris entre θ et $\theta + d\theta$.

$\sigma(\theta)$: est le nombre de particules déviées dans une unité de surface de déviation par unité d'angle solide ($d\Omega = 2\pi \sin(\theta)d\theta$) :

$$\sigma(\theta) = \frac{dn}{d\Omega} = \frac{1}{4}k^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} = \left(\frac{ZeE}{2Mv^2}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}, \quad (2.24)$$

qui est la section efficace de Rutherford qu'on va l'utiliser dans les prochaines sections.

2.2.4 Approche quantique de section efficace

Considérons une collision entre une particule chargée et un centre diffuseur de masse supposé très grande devant celle du projectile, de sorte que le centre de masse du système sera pris comme étant le centre de la cible. Le phénomène sera étudié dans le centre de masse, avec μ : la masse réduite du système et \mathbf{r} le vecteur de position du projectile [19].

L'Hamiltonien \hat{H} du système est donné par :

$$(\Delta + k^2) \psi(r) = \frac{2\mu}{\hbar^2} V(r) \psi(r), \quad (2.25)$$

avec :

$$k^2 = \frac{2\mu E}{\hbar^2}. \quad (2.26)$$

La diffusion des particules lorsqu'elles entrent en collision peut être considérée comme une transition quantique impliquant des états du spectre continu d'un état initial correspondant au mouvement libre avec

impulsion $\mathbf{p}_a = \hbar\mathbf{k}_a$ vers un état final d'impulsion $\hbar\mathbf{k}_b$ sous l'influence d'un opérateur de perturbation $\hat{V}(\mathbf{r})$ qui détermine l'énergie de l'interaction entre les particules en collision [6, 19].

Les particules loin de la région de diffusion $r \ll d$ peuvent être considérées comme des particules libres avec une fonction d'onde :

$$\varphi_a(r) = \exp(i\mathbf{k}_a \cdot \mathbf{r}). \quad (2.27)$$

Cette formule satisfait la formule (2.25) sans le potentiel d'interaction $\hat{V}(\mathbf{r})$. Le vecteur d'onde \mathbf{k}_a est relié au moment \mathbf{p} par : $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}_a$.

La solution de l'équation (2.25) peut être écrite comme une superposition de l'onde plane (2.27) et des ondes diffusées provenant de la région du domaine de la force. La solution peut être exprimée par l'utilisation de la fonction de Green, qui vérifient la relation :

$$(\nabla^2 + k^2)G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (2.28)$$

Dans le cas générale, l'équation :

$$(\nabla^2 + k^2)\psi(r) = A(\mathbf{r}), \quad (2.29)$$

a une solution de la forme :

$$\psi(r) = \varphi_a(r) + \int G(\mathbf{r} - \mathbf{r}')A(\mathbf{r}')d^3r', \quad (2.30)$$

où $\varphi_a(r)$ est la solution de l'équation (2.25), sans la partie droite. et G la fonction de Green définie comme suit :

$$G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = -\frac{\exp(ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (2.31)$$

En remplaçant (2.31) dans (2.30), on obtient :

$$\psi(r) = \varphi_a - \frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \int \frac{\exp(ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} V(\mathbf{r}')\psi(\mathbf{r}')d^3r'. \quad (2.32)$$

Il s'agit d'une équation intégrale qui détermine la fonction d'onde complète $\psi(r)$ du problème de diffusion.

Aux grandes distances $r \rightarrow \infty$, on peut écrire $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \approx r - \vec{e}_r \cdot \vec{r}'$, ce qui donne $k|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \approx kr - \vec{k}_b \cdot \vec{r}'$. La forme asymptotique de $\psi(r)$ est donc :

$$\begin{aligned} \psi(r) &= \varphi_a(r) - \frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \frac{\exp(ikr)}{r} \int \exp(-i\mathbf{k}_b \cdot \mathbf{r}') V(\mathbf{r}')\psi(\mathbf{r}')d^3r'. \\ &= \varphi_a(r) + f(\theta) \frac{\exp(ikr)}{r}. \end{aligned} \quad (2.33)$$

avec :

$$f(\theta) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \int \exp(-i\mathbf{k}_b \cdot \mathbf{r}') V(\mathbf{r}')\psi(\mathbf{r}')d^3r'. \quad (2.34)$$

On peut noter que $\varphi_b(\mathbf{r}) = \exp(\mathbf{k}_b \cdot \mathbf{r})$ est l'onde plane déterminant le mouvement d'une particule libre de quantité de mouvement $\mathbf{p}_b = \hbar \mathbf{k}_b$. On peut réécrire (2.34) en utilisant la notation de Dirac comme suit :

$$f(\theta) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \langle \varphi_b | \hat{V} | \psi \rangle. \quad (2.35)$$

La fonction $f(\theta)$ est appelée amplitude de diffusion. On voit d'après (2.34) que l'amplitude de diffusion est proportionnelle à : la masse réduite, l'énergie du mouvement relatif, l'angle entre les vecteurs \mathbf{k}_a et \mathbf{k}_b , et au potentiel de diffusion $V(\mathbf{r})$. Il résulte de (2.33) qu'à de grandes distances du centre de diffusion l'onde $\psi_{sc} = f(\theta)e^{ikr}/r$ détermine complètement l'amplitude de diffusion $f(\theta)$ [19].

Le flux des particules incidentes dont l'état correspond à l'onde plane $\varphi_a(\mathbf{r})$ est exprimé par :

$$j_a = \frac{\hbar}{2\mu i} (\varphi_a^* \Delta \varphi_a - \varphi_a \Delta \varphi_a^*) = \frac{\hbar \mathbf{k}_a}{\mu}. \quad (2.36)$$

La diffusion est généralement caractérisée par la section efficace de diffusion différentielle $d\sigma(\theta, \varphi)$ qui détermine le rapport du nombre de particules diffusées par unité du temps dans un élément d'angle solide $d\Omega = \sin(\theta)d\theta d\varphi$ à la densité de flux des particules incidentes.

$\frac{dn}{dt} = j_r r^2 d\Omega$ est le nombre de particules par unité du temps traverseront un élément de surface $r^2 d\Omega$, où la densité de flux radial j_r est donnée par :

$$j_r = \frac{\hbar}{2\mu i} \left[\psi_{sc}^* \frac{\partial \psi_{sc}}{\partial r} - \psi_{sc} \frac{\partial \psi_{sc}^*}{\partial r} \right] = \frac{\hbar k}{\mu r^2} |f(\theta)|^2. \quad (2.37)$$

Après avoir utilisé (2.36) et (2.37), la section efficace peut être exprimée comme une fonction de l'amplitude de diffusion par :

$$d\sigma = \frac{j_r r^2 d\Omega}{|j_a|} = \frac{k}{k_a} |f(\theta)|^2 d\Omega. \quad (2.38)$$

Pour le cas de collision élastique, $k = k_a$, la section efficace de diffusion différentielle est ainsi uniquement déterminée par l'amplitude de diffusion, pour évaluer cette dernière à partir de l'équation (2.34), il faut connaître la solution de l'équation intégrale (2.32). Par la considération de l'énergie d'interaction $V(\mathbf{r})$ comme une petite perturbation. La résolution de l'équation (2.32) peut être déterminée par la méthode des approximations successives. Le résultat est :

$$\psi(\mathbf{r}) = \varphi_a(\mathbf{r}) - \frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \int \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} V(\mathbf{r}') \varphi_a(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}' + \dots \quad (2.39)$$

L'amplitude de diffusion (2.35) est exprimée comme une série par :

$$f(\theta) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \langle \varphi_b | \hat{V} | \varphi_a \rangle + \left(\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \right)^2 \int \varphi_b(\mathbf{r}) \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} V(\mathbf{r}) V(\mathbf{r}') \varphi_a(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r} d^3\mathbf{r}' + \dots \quad (2.40)$$

qui est appelée la N-ième approximation de Born. En particulier, le premier terme de (2.40) est appelé la première approximation de Born exprimé par :

$$f^B(\theta) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \langle \varphi_b | \hat{V} | \varphi_a \rangle, \quad (2.41)$$

$$\langle \varphi_b | \hat{V} | \varphi_a \rangle = \int V(\mathbf{r}) e^{i(\mathbf{k}_b - \mathbf{k}_a) \cdot \mathbf{r}} d^3\mathbf{r}, \quad (2.42)$$

où $\Delta p = \hbar(\mathbf{k}_b - \mathbf{k}_a)$ est la quantité du mouvement transférée lors de la diffusion. L'élément de matrice qui détermine la section efficace de diffusion est donc la transformée de Fourier du potentiel correspondant à la quantité du mouvement transférée lors de la diffusion. Dans le cas de la diffusion élastique :

$$|\mathbf{k}_b| = |\mathbf{k}_a| = k \quad \text{et} \quad q = |\mathbf{k}_b - \mathbf{k}_a| = 2k \sin(\theta/2), \quad (2.43)$$

où θ est l'angle de diffusion.

En remplaçant (2.41) dans (2.38), nous pouvons évaluer la section efficace différentielle pour la diffusion élastique dans la première approximation de Born :

$$d\sigma^{(B)} = \left(\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \right)^2 |\langle \varphi_b | \hat{V} | \varphi_a \rangle|^2 d\Omega. \quad (2.44)$$

La section efficace présente le module au carré de l'amplitude de diffusion. Cette dernière est reliée au potentiel d'interaction par la transformation de Fourier. L'approximation de Born traite le potentiel comme une perturbation des ondes des particules libres. Cette onde doit donc avoir des énergies cinétiques supérieures au potentiel. Donc le plus naturellement, c'est une bonne approximation à haute énergie [19].

L'amplitude de diffusion dans la première approximation de Born peut être exprimée par :

$$\begin{aligned} f_k^{Born}(\theta) &= -\frac{\mu}{2\hbar^2\pi} \int \exp(-iqr) V(r) d^3r, \\ &= -\frac{2\mu}{q \cdot \hbar^2} \int r V(r) \sin(qr) dr. \end{aligned} \quad (2.45)$$

En appliquant la formule (2.45) pour calculer les sections efficaces de diffusion (dans la première approximation de Born), on utilise les potentiels exprimés dans le premier chapitre.

Section efficace de potentiel de Debye

Comme nous l'avons exprimé dans le premier chapitre (1.20), le potentiel de Debye écranté est exprimé par :

$$V(r) = \frac{e_a e_b}{r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right). \quad (2.46)$$

L'amplitude de diffusion pour le potentiel de Debye est :

$$f_{Debye}(\theta) = -\frac{m}{2\hbar^2\pi} \int \exp(-iqr) V(r) d^3r \quad (2.47)$$

$$= -\frac{2me_ae_b}{\hbar^2} \frac{1}{q^2 + \lambda_D'^2} \quad (2.48)$$

avec $\lambda_D' = \frac{1}{\lambda_D}$. La section efficace de potentiel de Debye est :

$$\sigma(\theta) = |F(q)|^2 = \left(\frac{2me_ae_b}{\hbar^2} \right)^2 \frac{1}{(q^2 + \lambda_D'^2)^2} \quad (2.49)$$

Section efficace de potentiel de Deutsch

Le potentiel d'interaction de Deutsch mentionné dans le chapitre (I) (1.22) est exprimé par :

$$V_{Deutsch}(r) = \frac{e_ae_b}{r} \left[1 - \exp\left(-\frac{r}{\lambda_T}\right) \right]. \quad (2.50)$$

L'amplitude de diffusion pour le potentiel de Deutsch peut être exprimée comme suit :

$$f_{Deutsch}(\theta) = -\frac{m}{2\hbar^2\pi} \int \exp(-iqr) V(r) d^3r \quad (2.51)$$

$$= -\frac{2me_ae_b}{\hbar^2} \left[\frac{1}{q^2} - \frac{1}{q^2 + \lambda_T'^2} \right]. \quad (2.52)$$

La section efficace pour le potentiel de Deutsch est exprimée par :

$$\sigma(\theta) = |F(\theta)|^2 = \left(\frac{2me_ae_b}{\hbar^2} \right)^2 \left[\frac{1}{q^2} - \frac{1}{q^2 + \lambda_T'^2} \right]^2. \quad (2.53)$$

Avec $\lambda_T' = \frac{1}{\lambda_T}$

Section efficace de potentiel de Deutsch écranté

De la même manière, on applique le calcul pour le potentiel de Deutsch écranté exprimé dans le premier chapitre (I) (1.23) par :

$$V_{Deutcr.}(r) = -\frac{e_ae_b}{r} \left[1 - \exp\left(-\frac{r}{\lambda_T}\right) \right] \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right) \quad (2.54)$$

La transformation de Fourier donne l'amplitude :

$$f_{Deutcr.}(q) = -\frac{2me_ae_b}{\hbar^2} \left[\frac{1}{q^2 + \lambda_D'^2} - \frac{1}{q^2 + (\lambda_D' + \lambda_T')^2} \right]. \quad (2.55)$$

La section efficace pour le potentiel de Deutsch écranté est :

$$\sigma(\theta) = |F(\theta)|^2 = \frac{(2me_ae_b)^2}{\hbar^4} \left(\frac{1}{q^2 + \lambda_D'^2} - \frac{1}{(\lambda_D' + \lambda_T')^2 + q^2} \right)^2. \quad (2.56)$$

2.2.5 Section efficace dans l'approche de la mécanique quantique relativiste

Dans le cas des mouvements relativistes des particules incidentes, l'interaction est étudiée par la fonction de Dirac en QED (quantum electrodynamics) qu'elle prend en considération les effets relativistes et les effets de spin. Le potentiel d'interaction entre les particules en interaction est de la forme de Coulomb exprimée par :

$$A^0 = \frac{V(x)}{c} = \frac{Ze}{|x|} \frac{1}{c} \quad \text{et} \quad A(x) = A^i(x) = 0. \quad (2.57)$$

Et le Lagrangien du système est exprimé par :

$$L = ceA_\nu \bar{\psi}_f(x) \gamma^\nu(x) \psi_i(x) = \frac{Ze^2}{|x|} \bar{\psi}_f(x) \gamma^0(x). \quad (2.58)$$

Avec ψ_i décrivant l'onde plane incidente d'un électron de quantité de mouvement p , et de spin s_i :

$$\psi_i(x) = \sqrt{\frac{mc^2}{E_i V}} u(p_i, s_i) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} p_i \cdot x\right). \quad (2.59)$$

Les fonctions d'onde sont normalisées à la probabilité unitaire dans une boîte de volume V [21].

$$\psi_f(x) = \sqrt{\frac{mc^2}{E_f V}} u(p_f, s_f) \exp\left(\frac{i}{\hbar} p_f \cdot x\right). \quad (2.60)$$

Dans le cas d'une diffusion d'un électron à partir d'un potentiel de Coulomb fixe. L'élément de la matrice de diffusion pour ce processus est exprimé dans [21] par :

$$S = e^{-i\omega t} = e^{\frac{-iHx^0}{\hbar c}} = 1 - \frac{iHx^0}{\hbar c} + \dots \quad \text{avec} \quad (x^0 = ct, \hbar\omega = H). \quad (2.61)$$

La section efficace est définie comme le taux de transition R divisé par le flux des particules incidentes. Dans le cas des mouvements relativistes des particules perturbateurs le flux est exprimé selon l'équation de Dirac par : $J_{inc}^\alpha = \bar{\psi}_i \gamma^\alpha \psi_i$. Avec la normalisation adoptée dans (2.59) le flux est $|J_{inc}| = |v_i|/V$ et la vitesse incidente v_i est $v_i = c^2 p_i / E_i$. La section efficace différentielle $d\sigma$ par unité d'angle solide $d\Omega$ est :

$$d\sigma = \frac{R}{J_{inc}} = |S_{fi}|^2 \frac{V d^3 p_f}{(2\pi)^3 T J_{inc}}, \quad (2.62)$$

S est la matrice de diffusion dans le premier ordre d'interaction qui est exprimé par :

$$S = -i \frac{H}{\hbar c} x^0 = \frac{i}{\hbar c} \int d^4 x L. \quad (2.63)$$

On utilise la formule (2.58) dans (2.64). On obtient :

$$\begin{aligned} S_{if} &= -i \frac{e}{\hbar c} \int d^4x A_\nu \bar{\psi}_f(x) \gamma^\nu(x) \psi_i(x) \quad (f \neq i), \\ &= -i \frac{Ze^2}{\hbar c} \int d^4x \frac{1}{|x|} \bar{\psi}_f(x) \gamma^0 \psi_i(x). \end{aligned} \quad (2.64)$$

En remplaçant les formules de (2.59), (2.63) dans (2.64), la matrice de diffusion devient alors :

$$S_{if} = \frac{iZe^2}{4\pi} \frac{1}{V} \sqrt{\frac{m^2}{E_f E_i}} \bar{u}(p_f, s_f) \gamma^0 u(p_i, s_i) \int \frac{d^4x}{x} \exp\left(\frac{i}{\hbar} (p_f - p_i) x\right). \quad (2.65)$$

L'intégration sur la coordonnée temporelle donne $2\pi\delta(E_f - E_i)$ qui exprime la conservation de l'énergie entre les états initial et final.

L'intégrale spatiale est la transformée de Fourier de potentiel de Coulomb, bien connu pour être :

$$\int \frac{d^3x}{x} \exp(i.q.x) = \frac{4\pi}{|q|^2}, \quad (2.66)$$

où $q = p_f - p_i$, la matrice S devient :

$$S_{if} = iZe^2 \frac{1}{V} \sqrt{\frac{m^2}{E_f E_i}} \bar{u}(p_f, s_f) \gamma^0 u(p_i, s_i) \left(\frac{1}{q^2}\right) 2\pi\delta(E_f - E_i). \quad (2.67)$$

Le nombre d'états finaux dans l'intervalle de moment d^3p_f est $Vd^3p_f / (2\pi)^3$, et donc la probabilité de transition par particule en ces états est :

$$|S_{if}|^2 \frac{Vd^3p_f}{(2\pi)^3} = \frac{Z^2 (4\pi e)^2 m^2}{E_i V} \frac{|\bar{u}(p_f, s_f) \gamma^0 u(p_i, s_i)|^2}{q^4} \frac{d^3p_f}{(2\pi)^3 E_f} [2\pi\delta(E_f - E_i)]^2 \quad (2.68)$$

δ est la fonction de Dirac exprimée par :

$$[2\pi\delta(E_f - E_i)]^2 = [2\pi\delta(0)] 2\pi\delta(E_f - E_i) = 2\pi T \delta(E_f - E_i) \quad (2.69)$$

$$2\pi\delta(0) = T$$

sachant que :

$$2\pi\delta(E_f - E_i)_{T \rightarrow \infty} = \int_{\frac{T}{2}}^{-\frac{T}{2}} dt e^{i(E_f - E_i)t} \quad ; \quad 2\delta(0)_{T \rightarrow \infty} = \int_{\frac{T}{2}}^{-\frac{T}{2}} dt = T \quad (2.70)$$

En revenant à l'équation (2.68) et en divisant par rapport au temps, nous trouvons le nombre R de transition par unité du temps dans l'intervalle de moment d^3p :

$$R = \frac{4Z^2 e^2 m^2}{E_i V} \left(\frac{|\bar{u}(p_f, s_f) \gamma^0 u(p_i, s_i)|}{q^2} \right)^2 \frac{d^3 p_f}{E_f} \delta(E_f - E_i), \quad (2.71)$$

L'utilisation de (2.71) dans (2.62), donne :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \int \frac{4Z^2 e^2 m^2}{|v_i| E_i} \frac{|\bar{u}(p_f, s_f) \gamma^0 u(p_i, s_i)|^2}{q^4} \frac{p^2 dp}{E_f} \delta(E_f - E_i), \quad (2.72)$$

En utilisant l'identité :

$$|\vec{p}_f|^2 + m^2 = E_f^2 \quad \rightarrow \quad p_f dp_f = E_f dE_f \quad (2.73)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4Z^2 e^2 m^2}{q^4} |\bar{u}(p_f, s_f) \gamma^0 u(p_i, s_i)|^2 \int \delta(E_f - E_i) dE_f, \quad (2.74)$$

on obtient à la fin :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4Z^2 e^2 m^2}{q^4} |\bar{u}(p_f, s_f) \gamma^0 u(p_i, s_i)|^2. \quad (2.75)$$

Qui est d'accord avec la diffusion de Rutherford dans la limite non-relativiste.

En absence d'informations suffisantes concernant la polarisation de particule finale et la polarisation de la particule initiale, on attribue des probabilités à priori égale aux différents états de polarisation initiaux. Cela signifie que la section efficace observée sera une somme de (2.75) sur les états de spin finaux et une moyenne sur les états initiaux, c'est à dire

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4Z^2 e^2 m^2}{2q^4} \sum_{\pm S_f, S_i} |\bar{u}(p_f, s_f) \gamma^0 u(p_i, s_i)|^2. \quad (2.76)$$

Cette somme de spin peut être réécrite comme suit [21, 22] :

$$\begin{aligned} \sum_{\pm S_f, S_i} |\bar{u}(p_f, s_f) \gamma^0 u(p_i, s_i)|^2 &= \frac{1}{2} \sum_{\pm S_f, S_i} [u(p_i, s_i) \bar{u}(p_f, s_f) \gamma^0 u(p_i, s_i) \bar{u}(p_f, s_f) \gamma^0] \\ &= \frac{1}{2} \text{Tr} \left[\frac{mc - \gamma^\mu p_\mu}{2mc} \gamma^0 \frac{mc - \gamma^\nu p_\nu}{2mc} \gamma^0 \right]. \end{aligned} \quad (2.77)$$

où :

$$\bar{u} = u^+ \gamma^0 ; \quad (u^+ = (u^*)^T) ; \quad \gamma^{0+} = \gamma^0. \quad (2.78)$$

Par l'utilisation des propriétés de la matrice γ :

$$\frac{1}{8m^2 c^2} (\text{Tr} [p_\mu p_\nu \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^0 + m^2 c^2 \gamma^0 \gamma^0]) = \frac{1}{8m^2 c^2} 4(p_f^0 p_i^0 + \vec{p}_i \cdot \vec{p}_f + m^2 c^2), \quad (2.79)$$

l'angle entre p_i et p_f est θ :

$$|\vec{p}_i \vec{p}_f| = |\vec{p}|^2 \cos(\theta) = |\vec{p}|^2 \left[1 - 2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right]. \quad (2.80)$$

L'expression de la section transversale prend la forme :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Ze^4m^2}{|\vec{p}_f - \vec{p}_i|^4} \cdot \frac{1}{2m^2c^2} \left[p_f^0 p_i^0 + m^2c^2 + |\vec{p}|^2 (1 - 2 \sin^2(\frac{\theta}{2})) \right]. \quad (2.81)$$

A partir de l'équation d'Einstein d'énergie :

$$|\vec{p}|^2 + m^2c^2 = \frac{E^2}{c^2} = (p^0)^2 = p_f^0 p_i^0, \quad (2.82)$$

et

$$|\vec{p}_f - \vec{p}_i| = 2|\vec{p}| \sin(\frac{\theta}{2}) = \hbar|\vec{k}_f - \vec{k}_i|, \quad (2.83)$$

et après avoir utilisé (2.83) et (2.82) dans (2.81), on obtient :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Ze^4m^2}{8|\vec{p}|^4 \sin^4(\frac{\theta}{2})} \frac{1}{m^2c^2} \left[2(p^0)^2 - 2|\vec{p}|^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]. \quad (2.84)$$

L'utilisation de la relation suivante :

$$v = \frac{c^2|\vec{p}|}{E} \rightarrow p^0 = \frac{E}{c} = \frac{c|\vec{p}|}{v}, \quad (2.85)$$

donne la forme final de la section efficace de Mott [22] :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z^2e^4}{4|\vec{p}|^2c^2\beta^2 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} \left[1 - \beta^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]. \quad (2.86)$$

$\beta^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$ est dû au moment magnétique de l'électron interagissant avec le champ magnétique qu'il voit dans son propre cadre de repos [21, 23] (lorsque la charge cible se déplace).

2.3 Conclusion

Après avoir présenté le formalisme de base nécessaire et les notions générales sur les profils et les élargissements des raies spectrales, nous avons exposé dans ce chapitre les étapes de calcul de sections efficaces dans la théorie : classique, quantique et relativiste. Le traitement de la diffusion pour un potentiel de Coulomb par la théorie classique et quantique donne la même section efficace de Rutherford, mais dans le cas relativiste (l'équation de Dirac) donne la formule de Mott.

Nous avons traité la diffusion d'un électron avec un atome dans l'approche quantique dans la première approximation de Born et calculé les sections efficaces pour les potentiels de Debye, Deutsch, Deutsch écranté. Les formules des SE calculées nous serviront au prochain chapitre, pour calculer l'élargissement des raies par collision.

Bibliographie

- [1] Goldston, Robert J., Rutherford Paul H. Introduction to plasma physics. Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia, (1995).
- [2] Delcroix, Jean-Loup, et Abraham Bers. Physique des plasmas. Vol. 1. Paris : Dunod, (1963).
- [3] Moisan, Michel, and Jacques Pelletier. Physics of collisional plasmas : introduction to high-frequency discharges. Springer Science Business Media, (2012).
- [4] Miyamoto, Kenro. Fundamentals of plasma physics and controlled fusion. Tokyo : Iwanami Book Service Center, (1997).
- [5] Krall, N. A., Trivelpiece, A. W. "Principles of plasma physics." American Journal of Physics **41**, 12, 1380-1381 (1973).
- [6] Zahira Rezkallah, Ionisation De Petites Molécules Par Impact Délectrons : Études Dynamique et de Structure. Thèse doctorat, Université Ferhat Abbas Setif (2011).
- [7] Fitzpatrick, Richard. Plasma physics : an introduction. Crc Press, (2014).
- [8] Landau, L., and E. Lifchitz. "Mecanique, Mir, Moscow." (1966).
- [9] Hand, Louis N., and Janet D. Finch. Analytical mechanics. Cambridge University Press, (1998).
- [10] Shkarofsky, Issie Peter, and Morrel Paul Bachynski. The particle kinetics of the plasmas. Addison-Wesley Publishing Company, (1966).
- [11] Sahal-Bréchet, S. Impact Theory of the Broadening and Shift of Spectral Lines due to Electrons and Ions in a Plasma. Astron. Astrophys. **1**, 91 (1969).
- [12] Ougarov, Vladimir. "Théorie de la relativité restreinte." (1974).
- [13] J. L. Synge, The Relativistic Gas (Interscience, New York, 1957).
- [14] Naam, A., Meftah, M. T., Douis, S., Alexiou, S. "Spectral line broadening by relativistic electrons in plasmas : Collision operator. Advanced space research. **54**, 7, 1242 (2014).
- [15] Born, Max, Roger John Blin-Stoyle, and John Michael Radcliffe. Atomic physics. Courier Corporation, (1989).
- [16] David j. griffiths "introduction to quantum mechanics" Pearson Education, Inc. (1995).
- [17] Pelletier, Jacques. "Physics of collisional plasmas : introduction to high-frequency discharges/Michel Moisan, Jacques Pelletier." (2012).

-
- [18] Hand, Louis N., and Janet D. Finch. *Analytical mechanics*. Cambridge University Press, (1998).
- [19] Davydov, A. S. "Kvantovaya mekhanika, Moscow, 1963." *Quantum Mechanics*, Pergamon Press, New York (1965) : 149.
- [20] Landau, Lev Davidovich, and Evgeni Mikhailovich Lifshits. *Non-Relativistic Theory*. Pergamon, (1965).
- [21] Bjorken, James D., and Sidney David Drell. *Relativistic quantum mechanics*. Mcgraw-Hill College, (1964).
- [22] N.F. Mott, *Proc. Roy. Soc. (London)*, 124 (1979) 425 .
- [23] Everhart, E., Stone, G., Carbone, R. J. "Classical calculation of differential cross section for scattering from a Coulomb potential with exponential screening." *Physical Review* **99**, 4, 1287 (1955).

Chapitre 3

Aspects fondamentaux de la théorie de l'élargissement Stark

3.1 Introduction

L'étude des formes de raies en spectroscopie des plasmas est un outil important qui donne la possibilité d'utiliser des profils de raies mesurés en liaison avec une théorie fiable pour déterminer les propriétés physiques du milieu plasma étudié. L'élargissement Stark est l'un des mécanismes d'élargissement qui se manifeste à haute densité et qui apparaît lorsqu'un émetteur entre en collision avec les particules chargées qui l'entourent. Le problème de l'élargissement des raies spectrales dû aux interactions émetteur-perturbateurs a été largement étudié. Cela a commencé depuis les années cinquante et il a connu un grand développement, surtout après les travaux de Baranger [1–3], qui a utilisé l'article d'Anderson [4]. Baranger a montré que la largeur s'exprime sous forme d'une somme des sections efficaces de collision avec un terme additif s'appelle le terme d'interférence. Dans l'approximation d'impact et semi-classique Griem, Baranger, Kolb et Oertel (G.B.K.O.) [5] et Sahal-Bréchet [6–8] ont utilisé les résultats de Baranger pour développer l'opérateur de collision électronique. Les premiers auteurs ont précisé leurs études pour les atomes rayonnants neutres et les seconds pour les ions émetteurs (trajectoire hyperbolique de l'électron).

Dans une série d'articles, l'élargissement par collision a été calculé pour les raies de l'hydrogène [9] et l'hélium neutre [5] et pour les membres de la série élevée de spectres du type hydrogénoïde en utilisant une théorie d'impact généralisée [10] pour décrire l'effet des électrons. De nombreux travaux ont été réalisés dans ce contexte et ont donné des résultats acceptables comparés à l'expérience, ce qui a stimulé la construction d'une base des données d'élargissement pour des températures et de densités bien déterminées Stark-B [11], et a ouvert la porte à des programmes de modélisation pour faciliter les calculs [12, 13].

Dans ce chapitre nous allons présenter les formalismes de base de calcul de l'élargissement Stark électronique d'un ion émetteur [7, 8, 14, 15].

3.2 L'approximation de chemin classique

Presque tous les calculs d'élargissement ont été effectués en traitant les perturbateurs comme des particules classiques se déplaçant le long de trajectoires indépendantes de l'état particulier du système émetteur ou de tout changement dans celui-ci. Ceci n'est pas tout à fait cohérent car les perturbateurs provoquent des changements dans les systèmes d'émission, et il y a naturellement une certaine réaction inverse sur les perturbateurs, qui est négligée dans l'approximation du chemin classique [14].

Le développement de la théorie de l'élargissement Stark commence par un système quantique isolé en équilibre thermodynamique, composé d'un seul émetteur au repos interagissant avec des particules chargées. L'Hamiltonien du système peut s'écrire sous la forme [16] :

$$\hat{H} = \hat{H}_A + \hat{H}_p + \hat{V}. \quad (3.1)$$

Où \hat{H}_A est l'Hamiltonien non perturbé de l'atome rayonnant, \hat{H}_p est l'Hamiltonien des perturbateurs, \hat{V} est l'interaction entre l'atome rayonnant et les perturbateurs. [7, 8]

La méthode du chemin classique divise le système en deux sous-systèmes, l'émetteur et les perturbateurs, et les traite séparément. La fonction d'onde du système total s'écrit :

$$\psi = \chi(t) \varphi(t), \quad (3.2)$$

$\chi(t)$: ne dépend que des coordonnées atomiques, $\varphi(t)$ est la solution de l'équation de Schrödinger (\hat{H}_p) et ne dépend que des coordonnées des perturbateurs :

$$i\hbar \frac{d\varphi}{dt} = \hat{H}_p \varphi \quad (3.3)$$

$$i\hbar \frac{d\chi}{dt} = (H_A + V_{cl}(t)) \chi. \quad (3.4)$$

La relation (3.4) présente l'équation de Schrödinger avec un potentiel dépend du temps étant obtenu par une moyenne sur les fonctions d'ondes des perturbateurs présentée par :

$$V_{cl}(t) = \int \varphi^*(t) V \varphi(t) d\tau. \quad (3.5)$$

L'équation (3.4) nous montre que $\chi(t)$ est la solution d'une équation de Schrödinger dépendant du temps [16].

3.3 L'approximation d'impact

L'approximation d'impact repose sur la réalisation que le champ électrique produit par les électrons varie rapidement lorsque les électrons passent à un atome neutre sur des trajectoires en ligne droite ou des ions sur des trajectoires hyperboliques. Les collisions raccourcissent simplement la durée de vie des niveaux conduisant ainsi à un élargissement respectif [17, 19].

L'approximation d'impact est valide lorsque [7, 8, 18] :

- La durée d'une collision est faible par rapport au temps moyen entre les collisions.
- La durée d'une collision est bien inférieure à l'inverse HWHM (demi largeur à mi-hauteur) l'élargissement du profil $\Delta\omega$.

La formule de l'opérateur d'évolution est donnée par :

$$T(t) = \exp[-i(H_A + V_{cl}(t))/\hbar]. \quad (3.6)$$

posons de plus :

$$T(t, 0) = T_A(t) U(t, 0). \quad (3.7)$$

Où T_A est l'opérateur d'évolution du système atomique non perturbé $T_A(t) = \exp\left[-i\frac{H_A}{\hbar}t\right]$ et $U(t, 0)$ est l'opérateur d'évolution du système en représentation d'interaction.

Cette formule obéit à l'équation de Schrödinger par :

$$\begin{aligned} i\hbar\frac{dU}{dt} &= \exp\left(i\frac{H_A}{\hbar}t\right) V_{cl}(t) \exp\left(-i\frac{H_A}{\hbar}t\right) U \\ &= \tilde{V}(t) U. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Cette équation peut être résolue par itération et la formule de $U(t, 0)$ peut être exprimée comme une série (série de Dyson) par :

$$U(t, 0) = 1 - \frac{i}{\hbar} \int_0^t \tilde{V}(t_1) dt_1 + \frac{i^2}{\hbar^2} \int_0^t \tilde{V}(t_1) dt_1 \int_0^{t_1} \tilde{V}(t_2) dt_2 + \dots \quad (3.9)$$

Dans le cas générale :

$$U(t, t') = \sum_{n=0}^{\infty} U_n(t, t'). \quad (3.10)$$

Avec $U_0(t, t') = 1$ tandis que $n \geq 1$.

$$U_n(t, t') = (-i)^n \int_{t'}^t dt_1 \int_{t'}^{t_1} dt_2 \dots \int_{t'}^{t_{n-1}} dt_n V(t_1) V(t_2) \dots V(t_n). \quad (3.11)$$

Avec : $t > t_1 > t_2$. Cet ordre est important car en général les opérateurs $V(t_i)$ et $V(t_j)$ ne commutent pas [20].

Afin d'éviter formellement ces difficultés, Dyson a proposé la procédure d'un opérateur d'ordre chronologique \mathbf{T} et l'opérateur d'évolution devient :

$$U(t, 0) = \mathbf{T} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_0^t V(t) dt\right). \quad (3.12)$$

Avec :

$$U(t, 0) = U(t' + t, t'). \quad (3.13)$$

$\tilde{V}(t)$ est l'Hamiltonien d'interaction en représentation d'interaction

$$\tilde{V}(t) = T_A^*(t) V(t) T_A(t). \quad (3.14)$$

L'intervalle du temps $(0, t)$ est confiné dans $\tau < t < \Delta T$ sachant que τ est la durée du collision (temps pendant lequel l'interaction n'est pas nulle) et ΔT est le temps qui sépare deux collisions [7].

La fonction de corrélation peut être exprimée en terme de $U(t, 0)$ par :

$$C(t) = \exp \left[i \frac{(E_\alpha - E_\beta)}{\hbar} t \right] d_{\alpha\beta} \langle \langle i f | \{ U_b(t, 0) U_a^*(t, 0) \} | i' f' \rangle \rangle d_{\alpha\beta}^*. \quad (3.15)$$

Pour calculer la moyenne on considère son changement dans l'intervalle du temps Δt :

$$\begin{aligned} \Delta \{ U_b(t, 0) U_a^*(t, 0) \} &= \{ U_b(t + \Delta t, 0) U_a^*(t + \Delta t, 0) - U_b(t, 0) U_a^*(t, 0) \} \\ &= \{ [U_b(t + \Delta t, t) U_a^*(t + \Delta t, t) - 1] [U_b(t, 0) U_a^*(t, 0)] \} \end{aligned} \quad (3.16)$$

$U(t + \Delta t, t)$ est l'opérateur d'évolution en représentation d'interaction entre les instants stable t et $t + \Delta t$. Il a le développement de perturbation bien connu :

$$U(t + \Delta t, t) = 1 - \frac{i}{\hbar} \int_t^{t+\Delta t} \tilde{V}(t_1) dt_1 + \left(\frac{i}{\hbar} \right)^2 \int_t^{t+\Delta t} \tilde{V}(t_1) dt_1 \int_t^{t_1} \tilde{V}(t_2) dt_2 + \dots \quad (3.17)$$

Si maintenant Δt peut être choisi suffisamment grand pour que les deux facteurs sur la dernière ligne de l'équation (3.16) soient statistiquement indépendants mais toujours suffisamment petits pour que l'équation de différence puisse être remplacée par une équation différentielle alors $\{ U_b(t, 0) U_a^*(t, 0) \}$ peut être calculée à partir de :

$$\frac{d}{dt} \{ U_b(t, 0) U_a^*(t, 0) \} = \exp \left[i \frac{(H_b - H_a)}{\hbar} t \right] \Phi_{ab} \exp \left[-i \frac{(H_b - H_a)}{\hbar} t \right] \{ U_b(t, 0) U_a^*(t, 0) \}, \quad (3.18)$$

où H_a et H_b sont les projections de H_A sur les sous espaces supérieur et inférieur de la transition. La solution appropriée de l'équation (3.18) est :

$$\{ U_b(t, 0) U_a^*(t, 0) \} = \exp \left[i \frac{(H_b - H_a)}{\hbar} t \right] \exp \left[-i \frac{(H_b - H_a)}{\hbar} t + \Phi_{abt} \right]. \quad (3.19)$$

Φ_{ab} est l'opérateur de collision électronique indépendant du temps et de micro-champ ionique

Par la comparaison des expressions (3.16) et (3.19), on peut écrire :

$$\Phi = 2\pi N_e \int v f(v) dv \int \rho d\rho \{ U_b(\infty, -\infty) U_a^*(\infty, -\infty) - 1 \}. \quad (3.20)$$

Sachant que $1/\Delta t = 2\pi N_e \int v f(v) dv \int \rho d\rho$ présente le nombre de collisions par second.

L'opérateur d'évolution en représentation d'interaction peut être exprimé en fonction de la matrice de diffusion par :

$$S = U(-\infty, \infty) = 1 - \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{V}(t) dt + \left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{V}(t) dt \int_{-\infty}^t \tilde{V}(t_1) dt_1 + \dots \quad (3.21)$$

et l'opérateur de collision en représentation de matrice de diffusion peut être exprimé comme suit :

$$\Phi = \omega + id = 2\pi N_e \int v f(v) dv \int \rho d\rho \left[1 - S_{ff'}^{-1} S_{ii'} \right]_{av}, \quad (3.22)$$

où $[\]_{av}$ désigne la moyenne sur les angles relatifs à l'électron optique (dipôle) ainsi que sur le paramètre d'impact ρ et la vitesse v relative à l'électron perturbateur [21].

Après avoir remplacé (3.21) dans (3.22), l'élément de matrice de l'opérateur de collision électronique s'exprime par :

$$\begin{aligned} \langle \alpha\beta | \Phi | \alpha'\beta' \rangle = & -\frac{N_e}{\hbar^2} \int v f(v) dv \int \rho d\rho \left[\int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \left(\langle \alpha\beta | \tilde{V}(t_1) \tilde{V}(t_2) | \alpha'\beta' \rangle \right. \right. \\ & \left. \left. + \langle \alpha\beta | \tilde{V}(t_1) \tilde{V}(t_2) | \alpha'\beta' \rangle \right) - \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_2 \langle \alpha\beta | \tilde{V}(t_1) \tilde{V}(t_2) | \alpha'\beta' \rangle \right]_{ang}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Les indices répétés signifient qu'on doit sommer sur les états correspondants. Notons que l'on a la propriété :

$$\langle \alpha\beta | \tilde{V}(t_1) \tilde{V}(t_2) | \alpha'\beta' \rangle = \langle \alpha' | \tilde{V}(t_1) | \alpha'' \rangle \langle \alpha'' | \tilde{V}(t_2) | \alpha \rangle \delta_{\beta\beta'}, \quad (3.24)$$

ce qui permet d'écrire les éléments de matrice de l'opérateur de collision prend sous la forme :

$$\begin{aligned} \langle \alpha\beta | \Phi | \alpha'\beta' \rangle = & -\frac{N_e}{\hbar^2} \int v f(v) dv \int \rho d\rho \left[\sum_{\alpha''} \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \langle \alpha | \tilde{V}(t_1) | \alpha'' \rangle \langle \alpha'' | \tilde{V}(t_2) | \alpha' \rangle \delta_{\beta\beta'} \right. \\ & \left. + \sum_{\beta''} \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \langle \beta | \tilde{V}(t_1) | \beta'' \rangle \langle \beta'' | \tilde{V}(t_2) | \beta' \rangle \delta_{\alpha\alpha'} - \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_2 \langle \beta | \tilde{V}(t_1) | \beta' \rangle \langle \alpha | \tilde{V}(t_2) | \alpha' \rangle \right] \end{aligned} \quad (3.25)$$

La formule (3.25) exprime la représentation générale de l'opérateur de collision électronique composé de deux parties : une partie réel ω indique l'élargissement des raies spectrales et une partie imaginaire présente le déplacement (d) des raies spectrales.

La fonction d'auto-corrélation à la fin peut être exprimée en fonction de l'opérateur de collision électronique dans l'approximation d'impact par :

$$C(t) = d_{if} \left\langle \langle if | \exp \left[-i \frac{(H_b - H_a)}{\hbar} t + \Phi_{ab} t \right] i' f' \right\rangle d_{i'f}^* \right. \quad (3.26)$$

Le programme de calcul de profil de raie d'une transition entre les états $i \rightarrow f$, pour un élargissement de raie spectrale par collision, basé sur un traitement classique des trajectoires, commence par un calcul de l'opérateur de collision électronique pour un potentiel d'interaction V produit par les perturbateurs; cette solution est substituée dans l'équation de corrélation qui prend une moyenne sur la trajectoire des perturbateurs. L'étape finale consiste à effectuer une transformée de Fourier de la fonction de corrélation pour obtenir le profil de raie.

Il en résulte que le profil de raie obtenu par la transformée de Fourier de la fonction de corrélation (3.26), s'écrit par la forme :

$$I(\omega) = \frac{1}{\pi} \Re \left[d_{if} \left\langle \langle if | \left[i\omega - i \frac{(H_b - H_a)}{\hbar} - \Phi_{ab} \right]^{-1} | i' f' \rangle \right\rangle d_{i'f}^* \right]. \quad (3.27)$$

3.4 L'élargissement électronique pour un ion émetteur hydroginoïde

Le potentiel d'interaction atome-perturbateur est en effet causé par l'interaction entre les électrons atomiques, le noyau et l'électron perturbateur de charge ($Z_p = 1$) :

$$V(t) = -\frac{e^2}{r_i(t)} + \frac{e^2}{|r - r_i(t)|}. \quad (3.28)$$

$|r - r_i|$: est la distance électron atomique perturbateur, r_i les coordonnées de vecteur de l'électron perturbateur i , r : est l'opérateur de vecteur de position des électrons de l'émetteur.

$|r - r_i|$: est étendu en composants multipolaires par :

$$\frac{1}{|r - r_i|} = \frac{1}{\sqrt{r_i^2 + r^2 - 2rr_i \cos \theta}} = \frac{1}{r_i \left(1 + \frac{r}{r_i} \left(\frac{r}{r_i} - 2 \cos \theta \right) \right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{r_i (1 + \varepsilon)^{\frac{1}{2}}}. \quad (3.29)$$

Cette formule peut être exprimé comme une série de Taylor par :

$$\frac{1}{|r - r_i|} = \frac{1}{r_i} \left(1 - \frac{r}{2r_i} \left(\frac{r}{r_i} - 2 \cos \theta \right) + \frac{3}{8} \left(\frac{r}{r_i} \right)^2 \left(\frac{r}{r_i} - 2 \cos \theta \right)^2 - \frac{5}{16} \left(\frac{r}{r_i} \right)^3 \left(\frac{r}{r_i} - 2 \cos \theta \right)^3 + \dots \right),$$

qui permet d'exprimer l'expression du potentiel d'interaction en composantes multipolaires par :

$$V = -\underbrace{e^2 \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_i}{r_i^3}}_{\text{dipôle}} + e^2 \underbrace{\left(3 \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_i)^2}{2r_i^5} - \frac{r^2}{2r_i^3} \right)}_{\text{quadrupole}} + \dots \quad (3.30)$$

Pour évaluer l'opérateur de collision électronique, on prend le premier terme de la série multipolaire de potentiel :

$$V_{a,b}(t) = -e^2 \mathbf{r}_{a,b} \frac{\mathbf{r}_i(t)}{|\mathbf{r}_i(t)|^3}, \quad (3.31)$$

$\mathbf{r}_{a,b}$: présente le vecteur des coordonnées de l'électron atomique.

Le potentiel d'interaction est exprimé aussi comme $V(t) = \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}$ avec $\mathbf{d} = e\mathbf{r}$. L'approximation semi-classique se manifeste dans cette équation particulière de sorte que \mathbf{d} est traité dans l'approximation quantique (entre les états quantiques de l'émetteur) et le champ \mathbf{E} dans l'approximation classique (position des perturbateurs).

Si tous les perturbateurs peuvent être traités par l'approximation d'impact, les exponentielles dans (3.25) sont égales à 1, car dans les systèmes Hydrogénoïde les niveaux a et b sont complètement dégénérés [10].

En remplaçant (3.31) dans (3.25), on obtient :

$$\begin{aligned} \Phi_{ab} = & -2\pi \left(\frac{\hbar}{m}\right)^2 N_e \int v f(v) dv \int \rho d\rho \left[\int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \frac{\mathbf{R}_b \cdot \mathbf{r}(t_1)}{|\mathbf{r}(t_1)|^3} \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \frac{\mathbf{R}_b \cdot \mathbf{r}(t_2)}{|\mathbf{r}(t_2)|^3} \right. \\ & \left. + \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \frac{\mathbf{R}_a \cdot \mathbf{r}(t_1)}{|\mathbf{r}(t_1)|^3} \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \frac{\mathbf{R}_a \cdot \mathbf{r}(t_2)}{|\mathbf{r}(t_2)|^3} - \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \frac{\mathbf{R}_a \cdot \mathbf{r}(t_1)}{|\mathbf{r}(t_1)|^3} \int_{-\infty}^{+\infty} dt_2 \frac{\mathbf{R}_b \cdot \mathbf{r}(t_2)}{|\mathbf{r}(t_2)|^3} \right]. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Avec $\mathbf{R}_{ab} = \mathbf{r}_{ab}/a_0$ est exprimé à l'unité atomique.

Si on néglige les réactions connectées au changement de l'état de l'ion émetteur, la trajectoire de perturbateur est déterminée par l'équation du mouvement d'un électron dans le champ de Coulomb d'un émetteur de charge singulier déterminée par la deuxième loi de Newton :

$$m\ddot{\mathbf{r}}(t) = -Z_i e^2 \frac{\mathbf{r}(t)}{|\mathbf{r}(t)|^3}. \quad (3.33)$$

Après l'intégration par rapport à t_1 et t_2 [10]

$$\begin{aligned} \Phi = & - \left(\frac{\hbar}{e^2}\right)^2 \frac{N_e}{Z_i^2} \int 2\pi v f(v) dv \int \rho d\rho \left[\frac{1}{2} \{ \mathbf{R}_a [\dot{\mathbf{r}}(+\infty) - \dot{\mathbf{r}}(-\infty)] \}^2 + \right. \\ & \left. - \mathbf{R}_a [\dot{\mathbf{r}}(+\infty) - \dot{\mathbf{r}}(-\infty)] \mathbf{R}_b [\dot{\mathbf{r}}(+\infty) - \dot{\mathbf{r}}(-\infty)] + \frac{1}{2} \{ \mathbf{R}_b [\dot{\mathbf{r}}(+\infty) - \dot{\mathbf{r}}(-\infty)] \}^2 + \dots \right] \end{aligned} \quad (3.34)$$

La vitesse après la collision s'exprime en fonction de l'angle de diffusion par :

$$\dot{\mathbf{r}}(+\infty) = \dot{\mathbf{r}}(-\infty) \cos(\theta) + \boldsymbol{\rho} \left(\frac{v}{\rho}\right) \sin(\theta). \quad (3.35)$$

Pour en revenir au chapitre deux, l'équation (2.43) décrivant la collision élastique, peut être exprimée en terme de $(\dot{\mathbf{r}}(+\infty) - \dot{\mathbf{r}}(-\infty))^2 = 4v^2 \sin^2(\theta/2)$ pour $|\dot{\mathbf{r}}(+\infty)| = \dot{\mathbf{r}}(-\infty) = v$, et la moyenne sur les angles peut être effectuée avec :

$$\{v_x v_x\} = \frac{1}{3} v^2 ; \{v_x v_y\} = 0 \dots\dots \quad (3.36)$$

Enfin, l'équation de l'opérateur de collision électronique pour un ion Hydrogénoïde peut être écrite sous la forme [10, 14, 19] :

$$\Phi_{ab} = -\frac{4\pi}{3} \left(\frac{\hbar}{e^2}\right)^2 \frac{N_e}{Z_i^2} \int v^3 f(v) dv \int \rho d\rho \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) [\mathbf{R}_a \cdot \mathbf{R}_a + \mathbf{R}_b \cdot \mathbf{R}_b - 2\mathbf{R}_a \mathbf{R}_b]. \quad (3.37)$$

A partir de la théorie classique : le paramètre d'impact est relié à la section efficace (l'angle de diffusion) par :

$$\rho d\rho = \sigma(\theta) \sin(\theta) d\theta, \quad (3.38)$$

La section efficace dans l'approche classique (diffusion de Rutherford) est :

$$\sigma(\theta) = \frac{Z_i e^2}{4m^2 v^4} \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}, \quad (3.39)$$

A partir de (3.38) et (3.39), le paramètre d'impact peut être exprimé par :

$$\rho = \frac{Z_i e^2}{4m v^2} \left[\frac{1 - \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right]^{\frac{1}{2}} ; \quad \rho = \frac{Z_i e^2 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{m^2 v^4 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}. \quad (3.40)$$

En remplaçant (3.39) dans la formule (3.37), on obtient :

$$\Phi_{ab} = -\frac{\pi}{3} \left(\frac{\hbar}{m}\right)^2 N_e \int \frac{f(v)}{v} dv \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \frac{\sin(\theta)}{\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} d\theta [\mathbf{R}_a \cdot \mathbf{R}_a + \mathbf{R}_b \cdot \mathbf{R}_b - 2\mathbf{R}_a \mathbf{R}_b]. \quad (3.41)$$

Après l'application de l'intégrale par rapport à l'angle de diffusion :

$$\Phi_{ab} = -\frac{4\pi}{3} \left(\frac{\hbar}{m}\right)^2 N_e \int \frac{f(v)}{v} dv \ln \left[\frac{\sin\left(\frac{\theta_{\max}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\theta_{\min}}{2}\right)} \right] [\mathbf{R}_a \cdot \mathbf{R}_a + \mathbf{R}_b \cdot \mathbf{R}_b - 2\mathbf{R}_a \mathbf{R}_b]. \quad (3.42)$$

L'angle de diffusion minimal correspond à la valeur maximale de paramètre d'impact qui est généralement de l'ordre de longueur de Debye $\rho = \lambda_D$, ce qui donne :

$$\sin\left(\frac{\theta_{\min}}{2}\right) = \left(\frac{Z_i e^2}{\rho_{\max} m v^2}\right) \left[\left(\frac{Z_i e^2}{\rho_{\max} m v^2}\right)^2 + 1 \right]^{-1/2}. \quad (3.43)$$

L'angle de diffusion maximal correspond à la valeur minimale de paramètre d'impact, est exprimé à partir de l'unitarité de la matrice de diffusion. La comparaison entre (3.20) et (3.37) donne :

$$\sin\left(\frac{\theta_{\max}}{2}\right) \approx Z \frac{e^2}{\hbar v n^2}, \quad (3.44)$$

avec $n^2 = n_b^2 - n_a^2$ est le nombre quantique principal des transitions en question. Dans ce cas, la valeur minimale de paramètre d'impact correspond à la valeur maximale de l'angle de diffusion prend la forme :

$$\rho_{\min} = \frac{Ze^2}{4mv^2} \left[\left(\frac{\hbar v n^2}{Ze^2} \right)^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (3.45)$$

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les aspects fondamentaux de calcul de l'opérateur de collision électronique pour un ion Hydrogénoïde dans l'approximation d'impact semi-classique. Dans le prochain chapitre, nous apporterons des modifications dans la formule (3.37), et introduirons les effets relativistes, l'effets d'écran, et les effets quantiques, en utilisant les sections efficaces calculées dans le chapitre (II).

Bibliographie

- [1] Baranger, M., Simplified quantum-mechanical theory of pressure broadening. Phys. Rev. **111**, 2, 481493 (1958a).
- [2] Baranger, M., Problem of overlapping lines in the theory of pressure broadening. Phys. Rev. **111**, 2, 494504 (1958b).
- [3] Baranger, M., General impact theory of pressure broadening. Phys. Rev. **112**, 3, 855865 (1958c).
- [4] Anderson, P.W., . Pressure broadening in the microwave and infrared regions. Phys. Rev. **76**, 5, 647661 (1949).
- [5] Griem, H. R., Baranger, M., Kolb, A. C., et Oertel, G. "Stark broadening of neutral helium lines in a plasma." Physical Review **125**, 1, 177 (1962).
- [6] S. Sahal-Bréchet, H. Van Regemorter, C.R.A.S. **256** 609 (1963).
- [7] Sahal-Bréchet, S. Impact Theory of the Broadening and Shift of Spectral Lines due to Electrons and Ions in a Plasma. Astron. Astrophys. **1**, 91 (1969).
- [8] Sahal-Bréchet, S. Impact Theory of the Broadening and Shift of Spectral Lines due to Electrons and Ions in a Plasma (Continued). Astron. Astrophys, **2**, 322 (1969).
- [9] Griem, Hans R., Alan C. Kolb, and K. Y. Shen. "Stark broadening of hydrogen lines in a plasma." Physical Review **116**, 1, 4 (1959).
- [10] Griem, Hans R., and K. Y. Shen. "Stark broadening of hydrogenic ion lines in a plasma." Physical Review **122**, 5, 1490 (1961).
- [11] STARKB database, [online]. <http://stark-b.obspm.fr>
- [12] Sahal-Bréchet, S., Stambulchik, E., Dimitrijevi, M. S., Alexiou, S., Duan, B., Bommier, V. "The Third and Fourth Workshops on Spectral Line Shapes in Plasma Code Comparison : Isolated Lines." Atoms **6**, 2, 30 (2018).
- [13] Gigosos, M. A., and M. Á. González. "Computer Simulated He I Stark Broadened Line Profiles for Plasma Diagnostics." Light Sources 2004 Proceedings of the 10th International Symposium on the Science and Technology of Light Sources. CRC Press, (2004).
- [14] H.R. Griem, Plasma Spectroscopy, Mc Graw Hill, New York (1964).
- [15] Alexiou S.. Collision operator for isolated ion lines in the standard Stark-broadening theory with applications to the Z scaling in the Li isoelectronic series 3P-3S transition, Phys. Rev. A **49**, 106 (1994).

- [16] Tremblay, P., Beauchamp, A., Bergeron, P. "New Calculations of Stark-broadened Profiles for Neutral Helium Lines Using Computer Simulations". *The Astrophysical Journal*, **901**, 2, 104 (2020) .
- [17] Goldston, Robert J. *Introduction to plasma physics*. CRC Press, (2020).
- [18] Pain, J. C., Gilleron, F. "Electron broadening operator including penetrating collisions for hydrogen". *Atoms*, , **8**, 1, 2 (2020).
- [19] Griem, H. R. *Spectral Line Broadening By Plasmas*; Academic Press, New York,(1974).
- [20] Joachain, Charles J. *Quantum Collision Theory : 22 Tables*. North-Holland Publ., (1975).
- [21] Hoe, Nguyen, et al. "Elargissement des raies X hydrogénoïdes émises par un plasma produit par laser." *Annales de Physique*. Vol. 5. EDP Sciences, (1980).
- [22] Hey, John D., and Hans R. Griem. "Central structure of low-n Balmer lines in dense plasmas." *Physical Review A* **12**, 1, 169 (1975).
- [23] Griem, Hans R., and John D. Hey. "Reply to" Upper-lower state interference term in Stark broadening". *Physical Review A* **14**, 5, 1906 (1976).
- [24] Galtier, E., Rosmej, F. B., Calisti, A., Talin, B., Mossé, C., Ferri, S., Lisitsa, V. S. "Interference effects and Stark broadening in XUV intrashell transitions in aluminum under conditions of intense XUV free-electron-laser irradiation." *Physical Review A* **87**, 3, 033424 (2013).
- [25] Nana, Y. B., Khelifaoui, F., Meftah, M. T., Lari, E. S. Lari. "A novel investigation in the electronic broadening of spectral line profiles : Application to neutral Magnesium in Plasmas", *optik* **202**, 163485 (2019).
- [26] Poquérousse, A., Alexiou, S. "Fast analytic formulas for the modified Bessel functions of imaginary order for spectral line broadening calculations." *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* **62**, 4, 389-395 (1999) : .
- [27] Messiah, A. *Quantum Mechanics*, Vol. 1, North-Holland, Amsterdam, (1961).
- [28] Nguyen, H., L. Herman, and H. W. Drawin. "The effect of an homogeneous magnetic field on the line profiles of hydrogen ; Effet d'un champ magnetique uniforme sur les profils des raies de l'hydrogene." (1966).
- [29] Douis, S., Meftah, M. T. "Relativistic dynamics of electrons around impurities in high-density plasmas." *Journal of Theoretical and Applied Physics* **7**, 1, 1-10 (2013).
- [30] Douis, S., Meftah, M. T. "Correlation function and electronic spectral line broadening in relativistic plasmas." *Serbian Astronomical Journal* **186**, 15-23 (2013).
- [31] Douis, S., "Propriétés Statistiques Des Électrons Dans Un Plasma Haute Température" thèse Doctorat, Université Kasdi Merbah Ouargla (2013).

Chapitre 4

Étude des effets relativistes, quantiques et les effets d'écran sur l'OCE

4.1 Introduction

La spectroscopie de plasma est utilisée dans une large gamme de densités électroniques, de 10 particules par cm^{-3} (espace interstellaire) à 10^{25} particules par cm^{-3} (intérieurs d'étoiles, fusion par confinement inertiel ..). Pour des densités extrêmes rencontrées dans certains objets d'astrophysiques les effets quantiques et les effets d'écran peuvent apparaître, ce qui a été traité par plusieurs articles. Ces milieux de plasma peuvent également avoir des températures extrêmes correspondant au milieu du plasma relativiste $T > 10^6 eV$. Dans ces cas, il est logique de vérifier les modifications de l'élargissement de pression qui peuvent être dominants pour des densités élevées suite aux effets relativistes, quantiques, et aux effets d'écran.

Au cours des dernières années, l'intérêt aux plasmas cinétiques relativistes a pris une importance croissante, spécialement dans l'étude des plasmas d'astrophysiques, des plasmas de fusion nucléaire et les accélérateurs d'électrons relativistes à courant élevé. Les électrons peuvent être suffisamment énergétiques pour que leur énergie thermique $K_B T$ soit comparable à la masse au repos, et les vitesses dans ces milieux peuvent atteindre des valeurs proches de la vitesse de la lumière, ce qui a fourni une motivation supplémentaire pour les travaux impliquant des fonctions de distribution relativistes.

Dans ce chapitre, nous allons étudier la variation de l'amplitude de l'opérateur de collision électronique (AOCE), en appliquant des corrections relativistes remplaçant la distribution des vitesses de Maxwell par la distribution de Maxwell-Jüttner et la section efficace (SE) de Rutherford par la SE de Mott dans le travail de Griem [1, 2]. Ensuite, on va étudier les effets quantiques, en utilisant la section efficace de Deutsch calculer dans l'approche quantique et relativiste pour évaluer l'AOCE. A la fin on introduit les effets d'écran par l'utilisation du potentiel de Debye.

La comparaison des calculs dans chaque cas est représentée dans des figures comme des fonctions de température et de densité. Nous rappelons que le terme de correction relativiste mentionné le long de ce chapitre signifie une correction de masse $m_e = m_0 \gamma$ et la distribution des vitesses (M-J à la place de M-B).

Nous avons appliqué nos résultats pour des ions hydrogénéoïdes (Vanadium, Fer.). L'intérêt pour les spectres du Vanadium s'est accru, surtout après la réalisation de la première mesure de la transition Lyman- α aux rayons X du Vanadium hydrogénéoïde V^{+22} [3]. Une partie des raies spectrales infrarouges d'atomes de Vanadium ont été détectées dans le spectre solaire [4]. Ce qui a motivé l'étude de cet élément et a motivé certains chercheurs à étudier les élargissements Stark pour cet élément [5]. Cet élément qui a été découvert en 1813 par le minéralogiste espagnol Del Rio, trouve diverses applications dans l'industrie et même dans la déposition des couches minces, sachant que le Vanadium améliore la dureté, la malléabilité et la résistance à la fatigue de l'acier [6].

4.2 L'amplitude de l'opérateur de collision électronique

L'opérateur de collision électronique (sans structure fine) pour la collision élastique d'un électron perturbateur avec un ion émetteur est présenté dans le chapitre (III) (3.37) par :

$$\Phi(N_e, T) = -\frac{4\pi}{3} \left(\frac{\hbar}{e^2}\right)^2 \frac{N_e}{Z_i^2} \int v^3 f(v) dv \int \rho d\rho \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(\sum_{\alpha'} R_{\alpha\alpha'}^2 + \sum_{\beta'} R_{\beta\beta'}^2 - 2R_\alpha R_\beta\right). \quad (4.1)$$

Cette expression est exprimée pour le cas d'un ion hydrogénéoïde sans structure fine et une trajectoire de l'électron perturbateur déterminée par la deuxième loi de Newton.

A partir de la théorie classique de diffusion le paramètre d'impact est relié à l'angle de diffusion par :

$$\rho d\rho = \sigma(\theta) \sin(\theta) d\theta; \quad (4.2)$$

ρ : est le paramètre d'impact ,

$\sigma(\theta)$: est la section efficace de diffusion,

θ : est l'angle de diffusion

En remplaçant (4.2) dans (4.1), on obtient :

$$\Phi_{Griem} = -\frac{4\pi}{3} \left(\frac{\hbar}{e^2}\right)^2 \frac{N_e}{Z_i^2} \int v^3 f(v) dv \int \sigma(\theta) \sin(\theta) d\theta \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(\sum_{\alpha'} R_{\alpha\alpha'}^2 + \sum_{\beta'} R_{\beta\beta'}^2 - 2R_\alpha R_\beta\right). \quad (4.3)$$

Le terme amplitude de l'opérateur de collision électronique a été proposé par l'équipe de recherche du laboratoire LRPPS pour indiquer :

$$\phi = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{\hbar}{e^2}\right)^2 \frac{N_e}{Z_i^2} \int v^3 f(v) dv \int \sigma(\theta) \sin(\theta) d\theta \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right). \quad (4.4)$$

L'utilisation de la section efficace de diffusion de (Rutherford) donne la formule de Griem [1, 2] qui est exprimée dans le chapitre (III) (3.42) par :

$$\begin{aligned} \Phi &= -\frac{4\pi}{3} \left(\frac{\hbar}{m}\right)^2 N_e \int \frac{f(v)}{v} dv \ln \left[\frac{\sin\left(\frac{\theta_{\max}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\theta_{\min}}{2}\right)} \right] \left(\sum_{\alpha'} R_{\alpha\alpha'}^2 + \sum_{\beta'} R_{\beta\beta'}^2 - 2R_{\alpha}R_{\beta} \right) \\ &= \phi(N_e, T) \left(\sum_{\alpha'} R_{\alpha\alpha'}^2 + \sum_{\beta'} R_{\beta\beta'}^2 - 2R_{\alpha}R_{\beta} \right). \end{aligned} \quad (4.5)$$

Où α et β sont les niveaux supérieurs et inférieurs de la transition en question, α' et β' sont les niveaux connectés aux perturbations, et la valeur de R entre les états α et β est proportionnelle à la force d'oscillateur f_{α} [7, 8] exprimée par :

$$R_{\alpha\alpha'}^2 = \frac{3\hbar(2J_l + 1)}{2ma_0^2\omega_{\alpha\alpha'}} f_{\alpha\alpha'} \quad (4.6)$$

J_l : fait référence à la valeur du moment cinétique de l'état inférieur des sous-niveaux α et α' .

Le troisième terme de l'équation (4.5) est ce que l'on appelle le "terme d'interférence" pour les collisions avec des électrons, il est souvent petit (environ 10% de la largeur totale) [11], mais parfois il peut devenir appréciable.

La modification dans les prochaines sections sera appliquée dans la section efficace $\sigma(\theta)$ de (4.4) en appliquant les formules calculées dans (2.86) pour étudier les effets relativistes, (2.53) pour étudier les effets quantiques, (2.49) et pour étudier les effets d'écrans.

4.2.1 L'AOCE avec corrections relativistes

Pour des températures élevées de l'ordre de $T = 10^9 K$, les effets relativistes peuvent apparaître dans la trajectoire et les sections efficaces d'interaction, c'est pourquoi nous avons utilisé la section efficace de Mott calculée dans l'approche relativiste [9, 10] :

$$\sigma_{Mott}(\theta) = \frac{Z_i^2 e^4}{4p^2 c^2 \beta^2 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} \left[1 - \beta^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]. \quad (4.7)$$

Dans les conditions de notre plasma (température $T > 10^7 K$ et de densité $N_e \gg 10^{17} cm^{-3}$) la distribution des vitesses de Maxwell-Jüttner est la plus adéquate.

$$f_{J-M}(\beta) d\beta = \frac{\gamma^5 \beta^2}{\eta K_2\left(\frac{1}{\eta}\right)} \exp\left(-\frac{\gamma}{\eta}\right) d\beta, \quad (4.8)$$

avec $\eta = \frac{K_B T}{m_e c^2}$ et $K_2\left(\frac{1}{\eta}\right)$: est la fonction de Bessel modifiée de deuxième ordre, $\beta = \frac{v}{c}$. Cette formule tend vers la distribution des vitesses de Maxwell lorsque $\beta \rightarrow 0$ ($v \ll c$).

Dans la limite non-relativiste et lorsque $\beta \rightarrow 0$, la fonction de Bessel peut être exprimée par :

$$K_2\left(\frac{1}{\eta}\right) \rightarrow \sqrt{\frac{\pi}{2}} \eta \exp\left(-\frac{1}{\eta}\right). \quad (4.9)$$

L'application de cette limite dans la fonction de distribution donne :

$$\begin{aligned} f_{J-M}(\beta) d\beta &\rightarrow \frac{1}{\eta} \sqrt{\frac{2}{\pi\eta}} \frac{v^2}{c^3} dv \exp\left(\frac{1-\gamma}{\eta}\right) \\ &= 4\pi \frac{m}{k_B T} \sqrt{\frac{m}{8\pi^3 k_B T}} v^2 dv \exp\left(-\frac{1}{\eta} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right)\right). \end{aligned} \quad (4.10)$$

Lorsque $\beta \rightarrow 0$, on peut écrire $\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \approx 1 + \frac{\beta^2}{2}$, l'utilisation de cette formule dans (4.10) donne :

$$\begin{aligned} &= 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} v^2 dv \exp\left(-\frac{mc^2}{k_B T} \left(\frac{v^2}{2c^2}\right)\right) \\ &= 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} v^2 dv \exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right). \end{aligned} \quad (4.11)$$

Cette fonction est alors la distribution de Maxwell des vitesses à trois dimensions.

Nous rappelons que la formule de \mathbf{R}_a (opérateur de position de l'électron atomique) est représentée à l'unité atomique $\mathbf{R}_a = \frac{r_a}{\alpha_0}$, avec $\alpha_0 = \frac{\hbar^2}{me^2}$ le rayon de Bohr.

La formule de l'AOCCE en fonction de $F(\beta)$ est :

$$\phi^* = -\frac{4}{3} \pi N_e \left(\frac{\hbar}{e^2}\right)^2 c^3 \int \int \gamma^2 \beta^3 F(\beta) d\beta \sigma(\theta) \sin(\theta) \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right). \quad (4.12)$$

En remplaçant (4.7) dans (4.12), on obtient :

$$\begin{aligned} \phi_{Mott} = -\frac{4}{3} \pi N_e \left(\frac{\hbar}{e^2}\right)^2 c^3 \int \int \gamma^2 \beta^3 \frac{\gamma^5 \beta^2}{\eta K_2\left(\frac{1}{\eta}\right)} \exp\left(-\frac{\gamma}{\eta}\right) \frac{e^4}{4p^2 c^2 \beta^2 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} \times \\ \left(1 - \beta^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \sin(\theta) \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) d\beta d\theta. \end{aligned} \quad (4.13)$$

La simplification de la formule (4.13) donne :

$$\phi_{Mott} = -\frac{2}{3} \pi \left(\frac{\hbar}{m^2}\right)^2 \frac{N_e}{c\eta K_2\left(\frac{1}{\eta}\right)} \int \int \beta \gamma^5 \exp\left(-\frac{\gamma}{\eta}\right) \left(1 - \beta^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \frac{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} d\beta d\theta. \quad (4.14)$$

L'intégrale par rapport à l'angle de diffusion donne la formule suivante :

$$\phi_{Mott} = -\frac{4}{3} \pi \left(\frac{\hbar}{m}\right)^2 \frac{N_e}{4\eta K_2\left(\frac{1}{\eta}\right) c} \int_0^1 \beta \gamma^5 \exp\left(-\frac{\gamma}{\eta}\right) \left[4 \ln\left(\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) + \beta^2 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} d\beta. \quad (4.15)$$

L'angle maximal de diffusion est :

$$\sin\left(\frac{\theta_{\max}}{2}\right) = \frac{Ze^2}{\hbar c \beta n^2}. \quad (4.16)$$

L'angle minimal de diffusion correspond à la valeur maximale du paramètre d'impact est :

$$\sin\left(\frac{\theta_{\min}}{2}\right) = \left(1 + \left(\frac{\rho_{\max}}{\rho_0^*}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (4.17)$$

avec $\rho_0^* = Ze^2/m_0\gamma c^2\beta^2$. L'expression (4.15) de ϕ_{Mott} peut être exprimée comme :

$$\phi_{Mott} = -\frac{4}{3}\pi \left(\frac{\hbar}{m}\right)^2 \frac{N_e}{4\eta K_2\left(\frac{1}{\eta}\right) c} \int_0^1 \beta \gamma^5 \exp\left(-\frac{\gamma}{\eta}\right) \times \quad (4.18)$$

$$\left[4 \ln\left(\frac{\sin\left(\frac{\theta_{\max}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\theta_{\min}}{2}\right)}\right) + \beta^2 \left(\cos\left(\frac{\theta_{\max}}{2}\right) - \cos\left(\frac{\theta_{\min}}{2}\right)\right) \right] d\beta.$$

L'expression de ϕ_{Mott} tend vers l'expression de ϕ_{Griem} lorsque $\gamma \rightarrow 1$ et $\beta \rightarrow 0$.

Après avoir remplacé (4.16) et (4.17) dans (4.18) et appliqué l'intégrale par rapport à β , nous avons présenté le résultat de la comparaison avec la formule de Griem (3.42) dans des figures en fonction de la température et de la densité.

4.2.2 Effet de la température et de la densité

La vitesse des électrons libres (perturbateurs) dans le plasma dépend directement de la température du milieu de sorte que : plus la température est élevée, plus les électrons sont rapides, ce qui conduit à l'apparition de corrections relatives. D'après la figure (4.1), les corrections relativistes appliquées par l'utilisation de la section efficace de Mott et la distribution de Maxwell-Jüttner ont fait augmenter l' AOCE et l'écart entre les deux cas augmente avec l'augmentation de la température. On constate aussi que ϕ_{Mott} diminue plus lentement quand la température augmente.

	T (10 ⁸)K	$\phi_{Griem}(10^{13}Hz)$	$\phi_{Mott}(10^{13}Hz)$	$\frac{\phi_{Griem}}{\phi_{Mott}}$	$\frac{\phi_{Mott}-\phi_{Griem}}{\phi_{Mott}}.100$
	1	7.40	7.430	0.99	0.41%
V ⁺²²	10.8	3.089	3.307	0.93	6.80%
1S → 2P	20.6	2.401	2.775	0.864	13.7%
N _e = 10 ²² cm ⁻³	30.4	2.057	2.570	0.800	19.9%
	40.2	1.840	2.473	0.74	25.5 %
	50	1.685	2.426	0.70	30.0 %

TABLE 4.1 – Les valeurs de $\phi(Hz)$ de l'ion de Vanadium hydrogénoïde V⁺²²

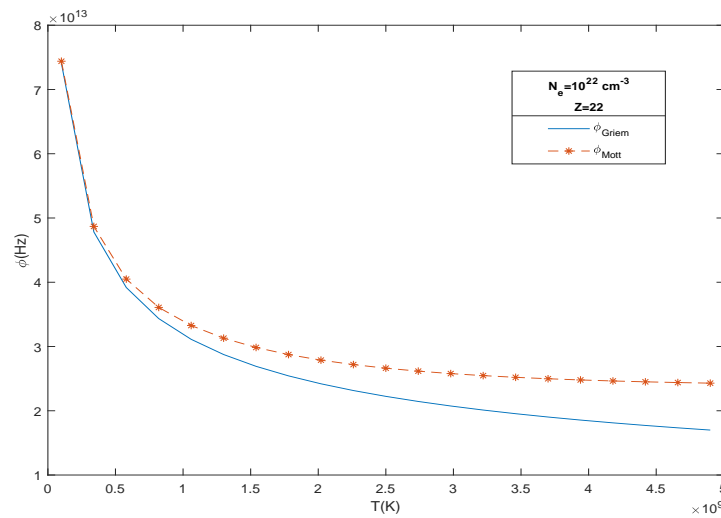


FIGURE 4.1 – Variation de ϕ_{Griem} et ϕ_{Mott} en fonction de la température pour $N_e = 10^{22} \text{cm}^{-3}$ de l'ion de V^{+22}

Le tableau (4.1) présente les valeurs numériques de l'AOCE en (Hz) pour des différentes valeurs de températures et de densités N_e pour l'ion de Vanadium.

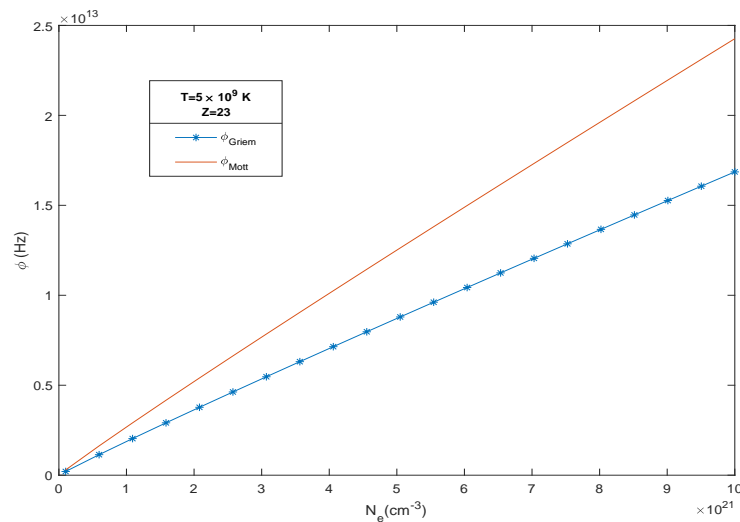


FIGURE 4.2 – La variation de l'amplitude de l'opérateur de collision électronique en fonction de la densité pour $T = 10^9 \text{K}$ de l'ion V^{+22}

La figure(4.2) montre la variation de ϕ_{Mott} et ϕ_{Griem} en fonction de la densité. Les deux valeurs varient proportionnellement avec la densité et l'écart entre les deux cas augmente avec l'augmentation de la densité.

Le seul nombre quantique qui apparaît dans la formule de L'AOCE est le nombre quantique principal $n^2 = n_b^2 - n_a^2$ qui apparaît dans l'expression de l'angle maximal (4.16). Le changement dans celui-ci n'affecte pas trop le rapport entre le cas avec et sans les corrections relativistes, ou en d'autres termes, les corrections apportées à L'AOCE ne dépendent pas de la transition en question, mais plutôt sur les conditions du plasma étudié (T, N_e).

4.2.3 Effet de correction du Spin

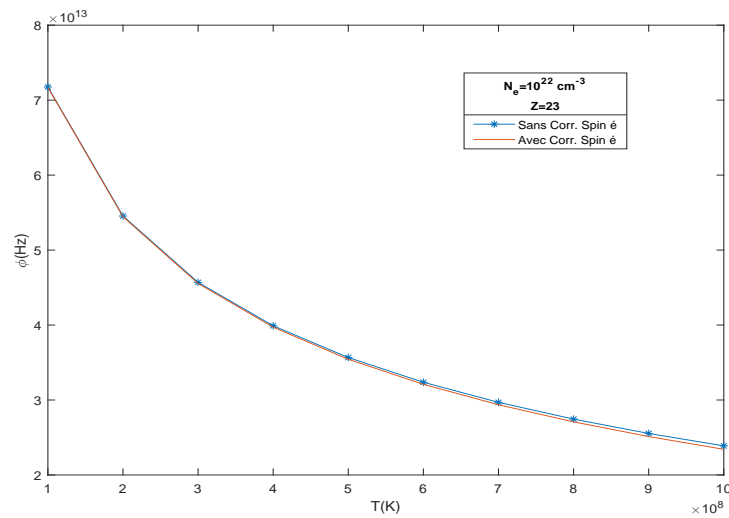


FIGURE 4.3 – Contribution de la correction de Spin de l'électron à l'AOCE en fonction de la température pour $N_e = 10^{22} \text{cm}^{-3}$ et pour V^{+22}

La figure(4.3) montre la contribution de terme de correction de Spin de l'électron incident ($-\beta^2 \sin^2(\frac{\theta}{2})$) (dans la SE de Mott) à la largeur de raie. Elle est tout à fait négligeable ce qui confirme les résultats de Sahal Bréchet [11], ceci est dû au fait que le spin électronique, S (ou spin nucléaire I), n'a pas le temps de tourner pendant le temps de collision (de l'ordre du ρ/v , la durée moyenne de la collision).

4.2.4 Effets des corrections relativistes sur le profil de raie

La figure(4.4) présente une comparaison entre le profil de raie de la transition $1S - 2P$ de l'ion de Vanadium V^{+22} avec et sans les corrections relativistes sur l'élargissement Stark électronique. Dans cette figure on néglige les autres types des élargissements, alors la forme de la raie est une fonction Lorentzienne.

On constate que les corrections relativistes appliquées à l'élargissement ϕ_{Mott} ont réduit l'intensité de la raie spectrale d'un taux de $\frac{I_{max1} - I_{max2}}{I_{max1}} = 20\%$ pour $T = 5 \times 10^9 \text{K}$. Ces corrections ont également élargi le profil d'un taux qui atteint une valeur de $\frac{\phi_{Mott} - \phi_{Griem}}{\phi_{Mott}} = 30\%$ pour la même température.

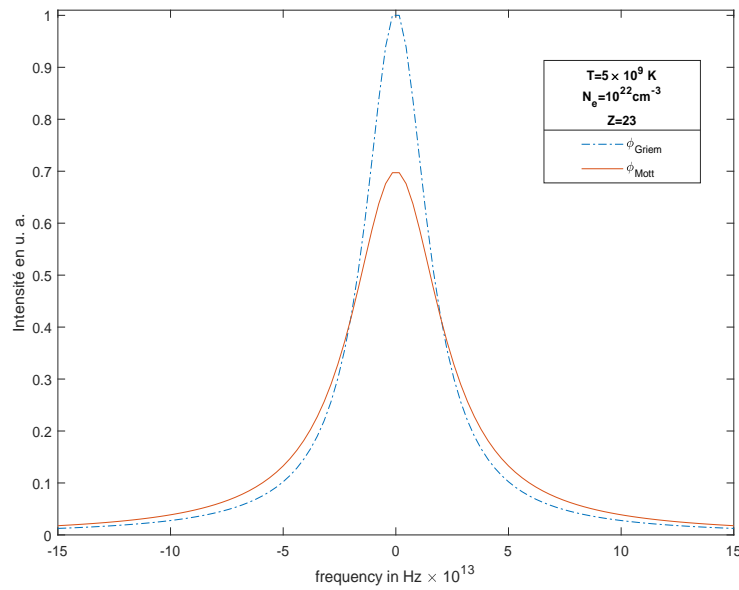


FIGURE 4.4 – Profil de raie spectrale de la transition $1S \rightarrow 2P$ de Vanadium (V^{+22}) avec ϕ_{Griem} (---) et ϕ_{Mott} (—) pour $N_e = 10^{22} \text{cm}^{-3}$ et $T = 10^9 \text{K}$.

4.3 L'AOCE avec le potentiel de Deutsch

4.3.1 Sans les effets relativistes

Les conditions de plasma mentionnées précédemment $N_e [10^{22} - 10^{24} \text{cm}^{-3}]$ nous ont amenés à nous demander dans quelle mesure l'atome émetteur et les profils de raie sont affectés par ces conditions. Afin d'étudier les effets quantiques sur l'élargissement des raies spectrales par collisions, nous avons utilisé le potentiel de Deutsch présenté dans le chapitre (I), (qui prend en considération l'effet d'approche minimale perturbateur-émetteur) exprimé pour une interaction entre un ion de charge $Z_i e$ et un électron e par :

$$V(r) = -\frac{Z_i e^2}{r} \left[1 - \exp\left(-\frac{r}{\lambda_T}\right) \right]. \quad (4.19)$$

Comme nous l'avons mentionné au début du chapitre, nous allons introduire nos corrections par l'utilisation de la section efficace (SE) calculée pour le potentiel de Deutsch dans le chapitre (II) (2.53) exprimée par :

$$\sigma_{Deut.}(\theta) = \frac{(2mZ_i e^2)^2}{\hbar^4} \left(\frac{1}{q^2} - \frac{1}{\lambda_T^2 + q^2} \right)^2. \quad (4.20)$$

Après la substitution de (4.20) dans (4.4), on obtient :

$$\phi_{Deutsch} = -\frac{4}{3}\pi^2 N_e \left(\frac{\hbar}{m}\right)^2 \left(\frac{m}{2\pi K_B T}\right)^{\frac{3}{2}} \int_0^\infty v \exp\left(-\frac{mv^2}{2K_B T}\right) dv \times \quad (4.21)$$

$$\left[-2 \ln \left(\sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) + \frac{\lambda'^2}{4k^2} \right) + \frac{2\lambda'^2}{4k^2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) + \lambda'^2} + 4 \ln \left(\sin \left(\frac{\theta}{2} \right) \right) \right]_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}}.$$

Le problème auquel nous sommes confrontés lors du traitement de l'interaction avec le potentiel de Deutsch au lieu de Coulomb est la détermination de l'angle de diffusion minimal et maximal. Ce problème a été résolu en utilisant la relation entre le paramètre d'impact et la section efficace de diffusion (angle de diffusion).

$$\rho d\rho = \sigma(\theta) \sin(\theta) d\theta. \quad (4.22)$$

Après avoir remplacé (4.20) dans (4.22) et effectué le calcul, on trouve ce qui suit :

$$\rho^2 = \frac{(2mZ_i e^2)^2}{k^2 \hbar^4} \left[\frac{1}{q^2} + \frac{1}{(q^2 + \lambda'^2)} + \frac{2}{\lambda'^2} \ln \left(1 - \frac{\lambda'^2}{q^2 + \lambda'^2} \right) \right. \quad (4.23)$$

$$\left. - \frac{1}{(2k)^2} - \frac{1}{((2k)^2 + \lambda'^2)} - \frac{2}{\lambda'^2} \ln \left(\frac{(2k)^2}{(2k)^2 + \lambda'^2} \right) \right].$$

Où :

$$q = 2k \sin \left(\frac{\theta}{2} \right) \quad ; \quad k = \frac{mv}{\hbar}$$

Nous simplifions l'équation en :

$$\rho^2 = Q \left(\frac{1}{(2k \sin(\frac{\theta}{2}))^2} + \frac{1}{((2k \sin(\frac{\theta}{2}))^2 + \lambda'^2)} + \frac{2}{\lambda'^2} \ln \left(\frac{(2k \sin(\frac{\theta}{2}))^2}{(2k \sin(\frac{\theta}{2}))^2 + \lambda'^2} \right) - A \right), \quad (4.24)$$

où

$$Q = \frac{(2mZ_i e^2)^2}{k^2 \hbar^4} \quad \text{et} \quad A = \frac{1}{(2k)^2} + \frac{1}{((2k)^2 + \lambda'^2)} + \frac{2}{\lambda'^2} \ln \left(\frac{(2k)^2}{(2k)^2 + \lambda'^2} \right).$$

Pour résoudre l'équation (4.24) analytiquement, on applique une approximation sur le logarithme $\ln\left(\frac{q^2}{q^2 + \lambda'^2}\right) = \ln\left(1 - \frac{\lambda'^2}{q^2 + \lambda'^2}\right) \approx -\frac{\lambda'^2}{q^2 + \lambda'^2}$

Cette approximation est valable lorsque $\frac{\lambda'^2}{q^2 + \lambda'^2} \ll 1$, correspond à $q \gg \lambda'$.

L'application de l'approximation donne :

$$\rho^2 = Q \left(\frac{1}{(2k \sin(\frac{\theta}{2}))^2} - \frac{1}{(2k \sin(\frac{\theta}{2}))^2 + \lambda'^2} - A \right). \quad (4.25)$$

La résolution de l'équation (4.25) pour la variable $q = 2k \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ donne :

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1}{2k} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\lambda^{2'} (\lambda^{2'} \left(\frac{\rho^2}{Q} + A\right) + 4)}{(\frac{\rho^2}{Q} + A)}} - \frac{\lambda^{2'}}{2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4.26)$$

Alors la représentation du paramètre d'impact pour le potentiel de Deutsch est :

$$\rho_{Deut.} = \frac{2mZ_i e^2}{k\hbar^2} \sqrt{\left(\frac{1}{q^2} - \frac{1}{q^2 + \lambda^{2'}} - \frac{1}{(2k)^2} - \frac{1}{((2k)^2 + \lambda^{2'})} - \frac{2}{\lambda^{2'}} \ln \left(\frac{(2k)^{2'}}{(2k)^2 + \lambda^{2'}} \right) \right)} \quad (4.27)$$

D'autre part le paramètre d'impact pour le potentiel d'interaction de Coulomb est :

$$\rho_c = \frac{Z_i e^2}{mv^2} \sqrt{\frac{1}{\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} - 1} \quad (4.28)$$

Pour faire une comparaison (4.28) et (4.27), nous supposant l'équilibre thermodynamique, ce qui permet d'écrire la vitesse (la vitesse la plus probable) comme suit :

$$v = \sqrt{\frac{2K_B T}{m}}, \quad (4.29)$$

On utilise l'angle maximal présenté par Griem calculé à partir de l'unitarité de la matrice de diffusion exprimée par :

$$\sin\left(\frac{\theta_{\max}}{2}\right) = \frac{Ze^2}{\hbar v n^2}. \quad (4.30)$$

En utilisant (4.30) et (4.29) dans (4.27) et (4.28), on obtient :

$$\rho_{\min}^c(T) = \frac{Z_i e^2}{m \left(\frac{2K_B T}{m}\right)} \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{m}{2K_B T} \left(\frac{Ze^2}{\hbar n^2}\right)^2\right)^2} - 1}. \quad (4.31)$$

Pour le cas de potentiel de Deutsch la valeur minimale de paramètre d'impact est exprimée par :

$$\rho_{\min}^{Deut.}(T) = \frac{2Z_i e^2}{\hbar \sqrt{\frac{2K_B T}{m}}} \left[\frac{1}{\left(2\frac{Zme^2}{\hbar^2 n^2}\right)^2} - \frac{1}{\left(2\frac{Zme^2}{\hbar^2 n^2}\right)^2 + \lambda^{2'}} - \frac{\hbar^2}{8mK_B T} - \frac{1}{\left(8\frac{mK_B T}{\hbar^2} + \lambda^{2'}\right)} - \frac{2}{\lambda^{2'}} \ln \left(1 - \frac{\lambda^{2'}}{8\frac{mK_B T}{\hbar^2} + \lambda^{2'}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (4.32)$$

La figure(4.5) présente les résultats de la comparaison entre les deux valeurs minimales de paramètre d'impact ($\rho_{Deut.}$ et ρ_C).

Revenant aux valeurs des angles limites de diffusion pour le potentiel de Deutsch.

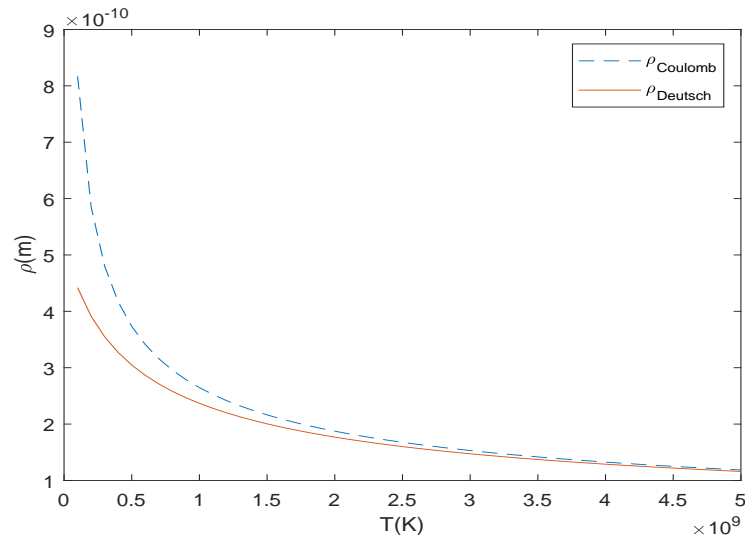


FIGURE 4.5 – Comparaison entre le paramètre d'impact minimal ρ_{min}^C de Coulomb et $\rho_{min}^{Deu.}$ en fonction de la température T .

$$\sin\left(\frac{\theta_{min}}{2}\right) = \frac{1}{2k} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\lambda^{2'} \left(\lambda^{2'} \left(\frac{\lambda_D^2}{Q} + A \right) + 4 \right)}{\left(\frac{\lambda_D^2}{Q} + A \right)} - \frac{\lambda^{2'}}{2}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4.33)$$

$$\sin\left(\frac{\theta_{max}}{2}\right) = \frac{Ze^2}{\hbar v n^{2'}}, \quad (4.34)$$

et après avoir remplacé (4.33) et (4.34), dans (4.21), on obtient :

$$\begin{aligned} \phi_{Deutsch} = & -\frac{4}{3} \pi^2 N_e \left(\frac{\hbar}{m} \right)^2 \left(\frac{m}{2\pi K_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \int_0^\infty v \exp\left(-\frac{mv^2}{2K_B T}\right) dv \left[\frac{2\lambda'^2}{4k^2 \left(\frac{Ze^2}{\hbar v n^2} \right)^2 + \lambda'^2} \right. \\ & - 2 \ln \left(\left(\frac{Ze^2}{\hbar v n^2} \right)^2 + \frac{\lambda'^2}{4k^2} \right) + 4 \ln \left(\frac{Ze^2}{\hbar v n^2} \right) + 2 \ln \left(\frac{1}{4k^2} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\lambda^{4'} + \frac{4\lambda^{2'}}{\left(\frac{\lambda_D^2}{Q} + A \right)} - \frac{\lambda^{2'}}{2}} \right) + \frac{\lambda'^2}{4k^2} \right) \\ & \left. - \frac{2\lambda'^2}{\left(\frac{1}{2} \sqrt{\lambda^{4'} + \frac{4\lambda^{2'}}{\left(\frac{\lambda_D^2}{Q} + A \right)} - \frac{\lambda^{2'}}{2}} \right) + \lambda'^2} - 4 \ln \left(\frac{1}{2k} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\lambda^{4'} + \frac{4\lambda^{2'}}{\left(\frac{\lambda_D^2}{Q} + A \right)} - \frac{\lambda^{2'}}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \right]. \quad (4.35) \end{aligned}$$

La comparaison entre $\phi_{Deutsch}$ et ϕ_{Griem} est représentée en fonction de la température, dans la figure(4.6). D'après la figure (4.6), il est évident que ($\phi_{Deutsch} < \phi_{Griem}$) les modifications apportées à l'AOCE pour le potentiel de Deutsch font diminuer l'élargissement des raies spectrales. Ces corrections apparaîtront et seront remarquables pour les températures de $T < 10^8 K$, ce qui peut également être observé en comparant les deux potentiels.

Lorsque la température augmente ($T > 10^8 K$) le calcul avec le potentiel de Deutsch tend vers le calcul utilisant la formule de Griem (potentiel de Coulomb) $\phi_{Deutsch} \approx \phi_{Griem}$.

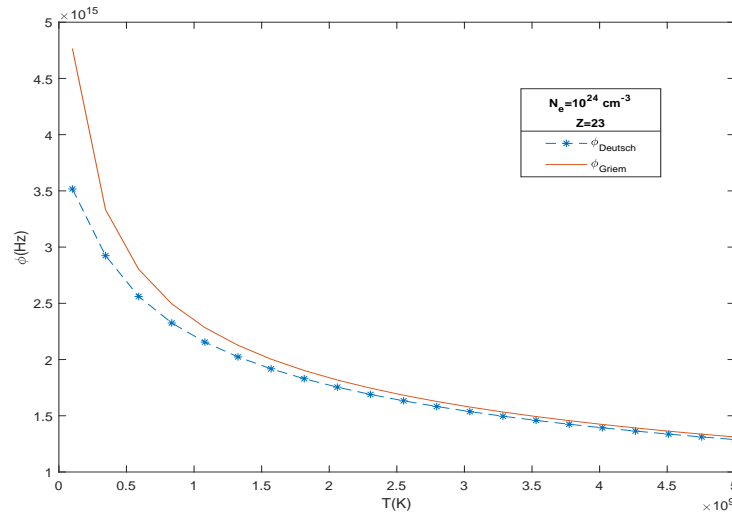


FIGURE 4.6 – Comparaison de l'amplitude de l'opérateur de collision électronique pour le potentiel de Deutsch $\phi_{Deutsch}$ (-*-*) et pour le potentiel de Coulomb ϕ_{Griem} (—) en fonction de la température T et pour $N_e = 10^{24} cm^{-3}$ pour l'ion de Vanadium V^{+22} .

	$T \times 10^8 K$	$\phi_{Deutsch}(10^{15})(Hz)$	$\phi_{Griem}(10^{15})Hz$	$\frac{\phi_{Deutsch}}{\phi_{Griem}}$	$\frac{\phi_{Griem} - \phi_{Deutsch}}{\phi_{Griem}} \times 100$
	1	3.39	4.79	0.70	29.0%
Fe^{+25}	10.8	2.13	2.28	0.93	15.0%
$1S \rightarrow 2P$	20.6	1.74	1.81	0.96	3.86%
$N_e = 10^{24}(cm^{-3})$	30.4	1.52	1.57	0.96	3.18%
	40.2	1.38	1.42	0.971	2.80%
	50	1.28	1.31	0.978	2.29%

TABLE 4.2 – Les valeur numérique de l'amplitude de l'opérateur de collision électronique $\phi_{Deutsch}$ et ϕ_{Griem} pour l'ion de Fer Hydrogénoïde Fe^{+25}

Le tableau(4.2) présente les valeurs de calcul numérique de $\phi_{Deutsch}(Hz)$ et $\phi_{Griem}(Hz)$ pour l'ion de Fer Hydrogénoïde Fe^{+25} .

Dans l'équation (4.35), nous avons utilisé la fonction de distribution de vitesse de Maxwell-Boltzmann (M-B). Dans les conditions du plasma dense ou les effets quantiques peuvent apparaître, la fonction de distribution de Fermi-Dirac (F-D) est la plus adéquate, elle est exprimé dans le chapitre (I) par :

$$f(v)dv = A \frac{v^2}{\exp\left(\frac{mv^2}{2K_B T}\right) + 1} dv, \quad (4.36)$$

A : est la constante de normalisation $\int f(v)dv = 1$

$$A = \frac{1}{f_{3/2}(1)} \left(\frac{m}{2\pi K_B T} \right)^{3/2}.$$

$$\phi_{\text{Deutsch}} = -\frac{1}{3}A\pi N_e \left(\frac{\hbar}{m}\right)^2 \int_0^\infty \frac{v dv}{\exp\left(-\frac{mv^2}{2k_B T}\right) + 1} \left[-2 \ln \left(\sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) + \frac{\lambda'^2}{4k^2} \right) + \frac{2\lambda'^2}{4k^2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) + \lambda'^2} + 4 \ln \left(\sin \left(\frac{\theta}{2} \right) \right) \right]_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}}. \quad (4.37)$$

On utilise les mêmes angles limites θ_{\min} (4.33) et θ_{\max} (4.34). La figure (4.7) montre l'effet qui résulte de la substitution de la fonction de distribution des vitesses de (M-B) par (F-D) dans l'amplitude de l'opérateur de collision électronique calculée pour le potentiel d'interaction de Deutsch.

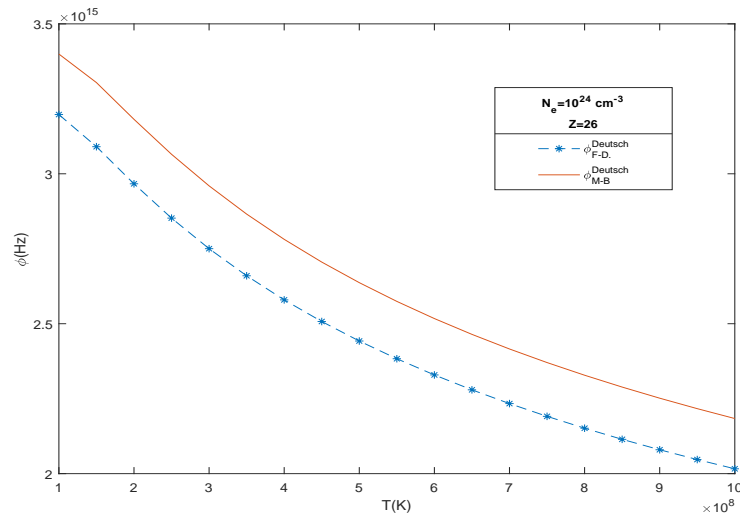


FIGURE 4.7 – Comparaison de l'AOCE pour le potentiel de Deutsch en utilisant la distribution de F-D $\phi_{F-D}^{\text{Deutsch}}$ (-*-*) et la distribution de M-B $\phi_{M-B}^{\text{Deutsch}}$ (—) en fonction de la température T et pour $N_e = 10^{24} \text{ cm}^{-3}$ pour l'ion de F_e^{+25} .

	$T \times 10^8 \text{ K}$	$\phi_{\text{Deutsch}}^{M-B} (10^{15} \text{ Hz})$	$\phi_{\text{Deutsch}}^{F-D} (10^{15} \text{ Hz})$	$\phi_{\text{Deutsch}}^{M-B} / \phi_{\text{Deutsch}}^{F-D}$
V^{+22}	1.0	3.39	3.13	1.08
$1S \rightarrow 2P$	2.8	3.00	2.78	1.08
$N_e = 10^{24} (\text{cm}^{-3})$	4.6	2.69	2.49	1.08
	6.4	2.47	2.28	1.08
	8.2	2.31	2.13	1.08
	10	2.18	2.01	1.08

TABLE 4.3 – Les valeurs numériques de l'AOCE $\phi_{\text{Deutsch}}^{F-D}$ et $\phi_{\text{Deutsch}}^{M-B}$ pour l'ion de Vanadium hydrogénoïde V^{+22} pour des différents températures.

Le rapport entre $\phi_{\text{Deutsch}}^{F-D}$ et $\phi_{\text{Deutsch}}^{M-B}$ reste constant lors de la variation de la température. Le changement de la distribution des vitesses de (F-D) à (M-B) a entraîné une diminution de 7% dans L'AOCE.

4.3.2 Avec les effets relativistes

En plus les corrections quantiques utilisées dans la section précédente, on applique dans cette section les corrections relativistes dans la masse et la distribution des vitesses (J-M) à la place de (M-B). L'AOCE avec

la distribution Maxwellienne relativiste est exprimé par :

$$\phi_R = -\frac{4}{3}\pi \frac{N_e}{Z_i^2} \left(\frac{\hbar}{e^2}\right)^2 \frac{c^3}{\eta K_2(1/\eta)} \int \int \gamma^7 \beta^5 d\beta \exp\left[-\frac{\gamma}{\eta}\right] \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta) \sigma(\theta) d\theta. \quad (4.38)$$

La section efficace pour le potentiel de Deutsch dans ce cas est :

$$\sigma(\theta) = \frac{4m^2\gamma^2 Z_i^2 e^2}{\hbar^4} \left(\frac{1}{q^{*2}} - \frac{1}{\lambda'^2 + q^{*2}}\right)^2. \quad (4.39)$$

Avec :

$$q^* = 2k^* \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad \text{et} \quad k^* = \frac{m\gamma c\beta}{\hbar} \quad (4.40)$$

En remplaçant (4.39) dans (4.38), on obtient :

$$\phi_{Deut}^R = -\frac{\pi N_e}{3} \frac{N_e}{c} \left(\frac{\hbar}{m}\right)^2 \frac{1}{\eta K_2(1/\eta)} \int_0^1 \gamma^5 \beta d\beta \exp\left[-\frac{\gamma}{\eta}\right] \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta) \left[\frac{1}{\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} - \frac{1}{\frac{\lambda'^2}{4k^{*2}} + \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}\right]^2 d\theta. \quad (4.41)$$

L'intégrale par rapport à l'angle de diffusion donne :

$$\phi_{Deut}^R = -\frac{1}{3}\pi \frac{N_e}{c} \left(\frac{\hbar}{m}\right)^2 \frac{1}{\eta K_2(1/\eta)} \int_0^1 \gamma^5 \beta d\beta \exp\left[-\frac{\gamma}{\eta}\right] \left[-2 \ln\left(\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + \frac{\lambda'^2}{4k^{*2}}\right) + \frac{2\lambda'^2}{4k^{*2} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + \lambda'^2} + 4 \ln\left(\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)\right]_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}}. \quad (4.42)$$

L'angle minimal de diffusion est :

$$\sin\left(\frac{\theta_{\min}}{2}\right) = \frac{1}{2k^*} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\lambda^{4'} + \frac{4\lambda^{2'}}{\left(\frac{\rho^2}{Q^*} + A^*\right)}} - \frac{\lambda^{2'}}{2}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (4.43)$$

Où :

$$Q^* = \frac{(2Ze^2k^*)^2}{k^{*2}\hbar^2 c^2 \beta^2}$$

$$A^* = \left[\left(\frac{\beta^2}{(2k^*)^2} + \frac{2}{\lambda'^2}\right) \ln\left(\frac{\lambda'^2 + (2k^*)^2}{(2k^*)^2}\right) - \frac{1}{((2k^*)^2 + \lambda'^2)} \left(1 + \frac{\beta^2}{(2k^*)^2} \lambda'^2\right) - \frac{1}{(2k^*)^2} \right].$$

L'amplitude de l'opérateur de collision électronique pour le potentiel de Deutsch avec la distribution relativiste de M-J et avec la SE calculée dans l'approche relativiste est :

$$\begin{aligned} \phi_{Deut}^R = & -\frac{1}{3}\pi \frac{N_e}{c} \left(\frac{\hbar}{m}\right)^2 \frac{1}{\eta K_2(1/\eta)} \int_0^1 \gamma^5 \beta d\beta \times \exp\left[-\frac{\gamma}{\eta}\right] \left[4 \ln\left(\frac{Ze^2}{\hbar c \beta n^2}\right) + \frac{2\lambda'^2}{\left(\lambda'^2 + 4k^2 \left(\frac{Ze^2}{\hbar c \beta n^2}\right)^2\right)} \right. \\ & - 2 \ln\left(\frac{\lambda'^2}{4 \left(\frac{m_0 c \beta \gamma}{\hbar}\right)^2} + \left(\frac{Ze^2}{\hbar c \beta n^2}\right)^2\right) + 2 \ln\left(\frac{1}{2} \sqrt{\lambda'^4 + \frac{4\lambda'^2}{\left(\frac{\lambda_D^2}{Q^*} + A^*\right)}} + \frac{\lambda'^2}{2}\right) \\ & \left. - \frac{2\lambda'^2}{\left(\frac{1}{2} \sqrt{\lambda'^4 + \frac{4\lambda'^2}{\frac{\lambda_D^2}{Q^*} + A^*}} + \frac{\lambda'^2}{2}\right)} - 4 \ln\left(\left(\frac{1}{2} \sqrt{\lambda'^4 + \frac{4\lambda'^2}{\frac{\lambda_D^2}{Q^*} + A^*}} - \frac{\lambda'^2}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\right) \right]. \end{aligned} \quad (4.44)$$

La comparaison entre les cas avec et sans corrections relativistes (ϕ^{Deut} , ϕ_R^{Deut}) est présentée dans la figure(4.8a) en fonction de la température T et dans la figure(4.8b) en fonction de la densité N_e .

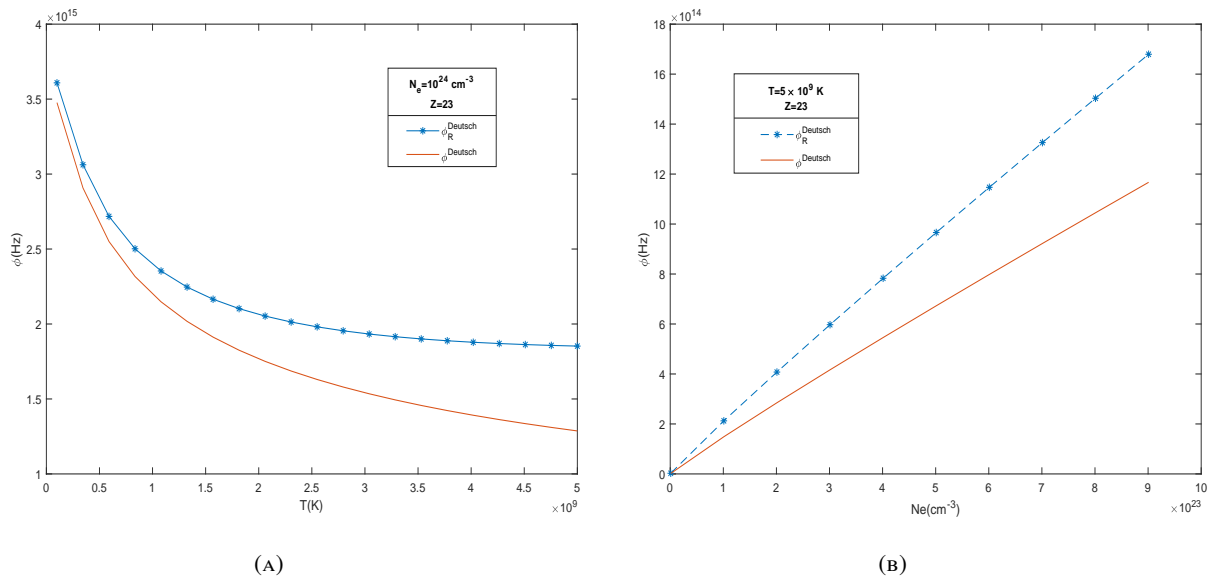


FIGURE 4.8 – Comparaison entre $\phi_{Deutsch}^R$ et $\phi_{Deutsch}$ en fonction de la température T (A) et comme une fonction de densité N_e (B).

Les mêmes remarques peuvent être notées comme le cas du potentiel de Coulomb (les effets relativistes font augmenter l'AOCE) et l'écart entre $\phi_{Deutsch}^R$ et $\phi_{Deutsch}$ apparaît de plus en plus avec l'augmentation de T et N_e .

Le tableau (4.4) présente les valeurs numériques de calcul de l' AOCE $\phi_{Deutsch}$ (Hz) et $\phi_{Deutsch}^R$ (Hz)

4.3.3 Effet sur le profil de raie

La figure(4.9) présente une comparaison entre le profil de raie de la transition $3S - 3P$ de l'ion de F^{+25} de Griem et le calcul par le potentiel de Deutsch. Dans cette figure on néglige les autres types d'élargissements,

V^{+22}	$T \times 10^8 K$	$\phi_R^{Deutsch} (10^{15} Hz)$	$\phi^{Deutsch} (10^{15} Hz)$	$\frac{\phi^{Deutsch}}{\phi_R^{Deutsch}}$
	1	3.402	3.04	0.91
V^{+22}	10.8	2.13	1.893	0.88
$3S \rightarrow 3P$	20.6	1.87	1.556	0.83
$N_e = 10^{+24} cm^{-3}$	30.4	1.781	1.371	0.77
	40.2	1.74	1.24	0.71
	50	1.725	1.157	0.67
	1	3.34	3.001	0.89
Fe^{+25}	10.8	2.134	1.884	0.88
$3S \rightarrow 3P$	20.6	1.875	1.551	0.82
$N_e = 10^{+24} cm^{-3}$	30.4	1.778	1.368	0.769
	40.2	1.738	1.245	0.71
	50	1.722	1.15	0.667

TABLE 4.4 – L'AOCE pour l'ion de Vanadium hydrogénoïde V^{+22} et de Fer Fe^{+25} en fonction de T et N_e

alors la forme de la raie est une fonction Lorentzienne.

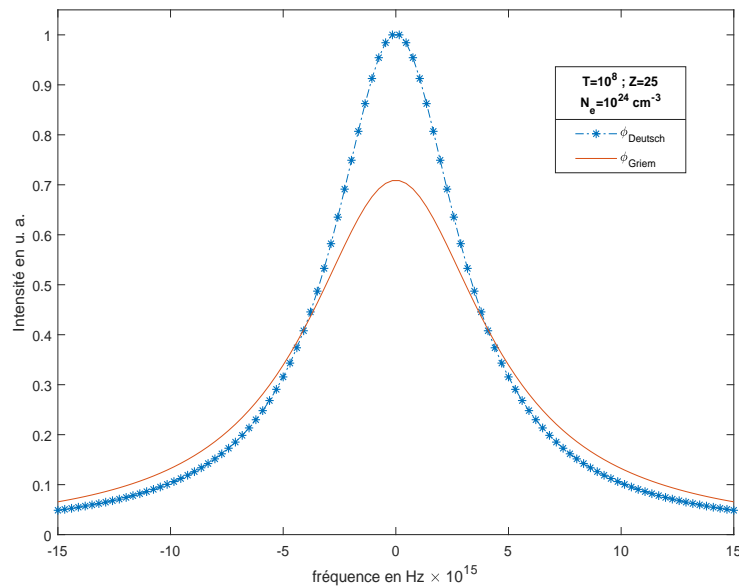


FIGURE 4.9 – Profil de raie de la transition 3S-3P de l'ion Fe^{+25} .

On constate que les corrections appliquées à l'élargissement par le potentiel de Deutsch $\phi^{Deutsch}$ ont augmenté l'intensité de la raie spectrale d'un taux de $\frac{I_{max1} - I_{max2}}{I_{max1}} = 25\%$ pour une température $T = 10^8 K$ et ils ont également réduit l'élargissement de profil de raie.

4.4 Les effets d'écran et les effets relativistes sur l'AOCE

4.4.1 L'AOCE pour le potentiel de Debye

Dans la plupart des théories d'élargissement Stark, on supposait que les ions du plasma pouvaient être traités comme stationnaires pendant la durée de vie radiative d'un atome ou d'un ion excité dans le plasma. Cependant, ces dernières années, il a été démontré à la fois expérimentalement et théoriquement que le mouvement de ces ions peut produire des altérations significatives près du centre de la ligne. Pour prendre les effets des ions qui entourent un ion émetteur, il suffit de remplacer le potentiel coulombien par un potentiel de Debye. Cet effet n'est sensible que pour des densités supérieures à 10^{18}cm^{-3} [11].

Dans cette section nous suivons les mêmes étapes utilisées dans la section précédente mais on utilise la section efficace calculée avec le potentiel de Debye, (qui est induit par la distribution des particules chargées autour des ions émetteurs dans les plasmas) exprimée dans le chapitre (I) par :

$$\sigma(\theta) = \left(\frac{2Z_i e^2 m}{\hbar^2} \right)^2 \frac{1}{(q^2 + \lambda_D'^2)^2}. \quad (4.45)$$

L'AOCE est exprimée dans la section précédente par :

$$\phi = -\frac{4\pi}{3} \left(\frac{\hbar}{e^2} \right)^2 \frac{N_e}{Z_i^2} \int v^3 f(v) dv \int \sigma(\theta) \sin(\theta) d\theta \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right). \quad (4.46)$$

L'utilisation de (4.45) dans (4.46), donne :

$$\phi_{Debye} = -\frac{16\pi}{3} \left(\frac{m}{\hbar} \right)^2 N_e \int v^3 f(v) dv \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \frac{1}{(q^2 + \lambda_D'^2)^2} \sin(\theta) \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) d\theta.$$

Avec :

$$q = 2k \sin \left(\frac{\theta}{2} \right) \quad ; \quad \lambda_D' = \frac{1}{\lambda_D}. \quad (4.47)$$

Après l'intégration par rapport à l'angle de diffusion, on obtient :

$$\phi_{Debye} = -\frac{4}{3} \pi^2 N_e \left(\frac{\hbar}{m} \right)^2 \left(\frac{m}{2\pi K_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \int_0^{+\infty} v \exp \left(-\frac{mv^2}{2K_B T} \right) \times \left[\frac{\lambda_D'^2}{\lambda_D'^2 + 4k^2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} + \ln \left(\frac{\lambda_D'^2}{4k^2} + \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right) \right]_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}}. \quad (4.48)$$

Les angles limites de diffusion θ_{\max} et θ_{\min} sont déterminés par la résolution de l'équation (4.22) pour la section efficace de Debye (4.45), ce qui donne :

$$\sin \left(\frac{\theta}{2} \right) = \frac{1}{2k} \sqrt{\frac{1}{\frac{\rho^2}{O} + \frac{1}{\lambda_D'^2 + (2k)^2}} - \lambda_D'^2}. \quad (4.49)$$

$$\text{Avec : } O = \frac{(2mZe^2)^2}{\hbar^4}$$

L'angle de diffusion minimal correspond à la valeur maximale de paramètre d'impact qui est de l'ordre de la longueur de Debye λ_D .

$$\sin\left(\frac{\theta_{\min}}{2}\right) = \frac{1}{2k} \sqrt{\frac{1}{\frac{\lambda_D^2}{O} + \frac{1}{\lambda^2 + (2k)^2}} - \lambda_D^2}, \quad (4.50)$$

et l'angle maximal de diffusion est :

$$\sin\left(\frac{\theta_{\max}}{2}\right) = \frac{Ze^2}{\hbar v n^2}. \quad (4.51)$$

L'utilisation de (4.50) et (4.51) dans (4.48) donne :

$$\begin{aligned} \phi_{Debye} = & -\frac{8}{3}\pi^2 N_e \left(\frac{\hbar}{m}\right)^2 \left(\frac{m}{2\pi K_B T}\right)^{\frac{3}{2}} \int_0^{+\infty} v \exp\left(-\frac{mv^2}{2K_B T}\right) \left[\frac{\lambda_D^2}{\lambda_D^2 + 4k^2 \left(\frac{Ze^2}{\hbar v n^2}\right)^2} + \right. \\ & \left. \ln\left(\frac{\lambda_D^2}{4k^2} + \left(\frac{Ze^2}{\hbar v n^2}\right)^2\right) - \frac{\lambda_D^2}{\lambda_D^2 + \left(\sqrt{\frac{1}{\frac{\theta_{\max}^2}{O} + \frac{1}{\lambda_D^2 + (2k)^2}} - \lambda_D^2}}\right)^2} - \ln\left(\frac{\lambda_D^2}{4k^2} + \frac{1}{4k^2} \left(\frac{1}{\frac{\theta_{\max}^2}{O} + \frac{1}{\lambda_D^2 + (2k)^2}} - \lambda_D^2\right)^2\right) \right]. \end{aligned} \quad (4.52)$$

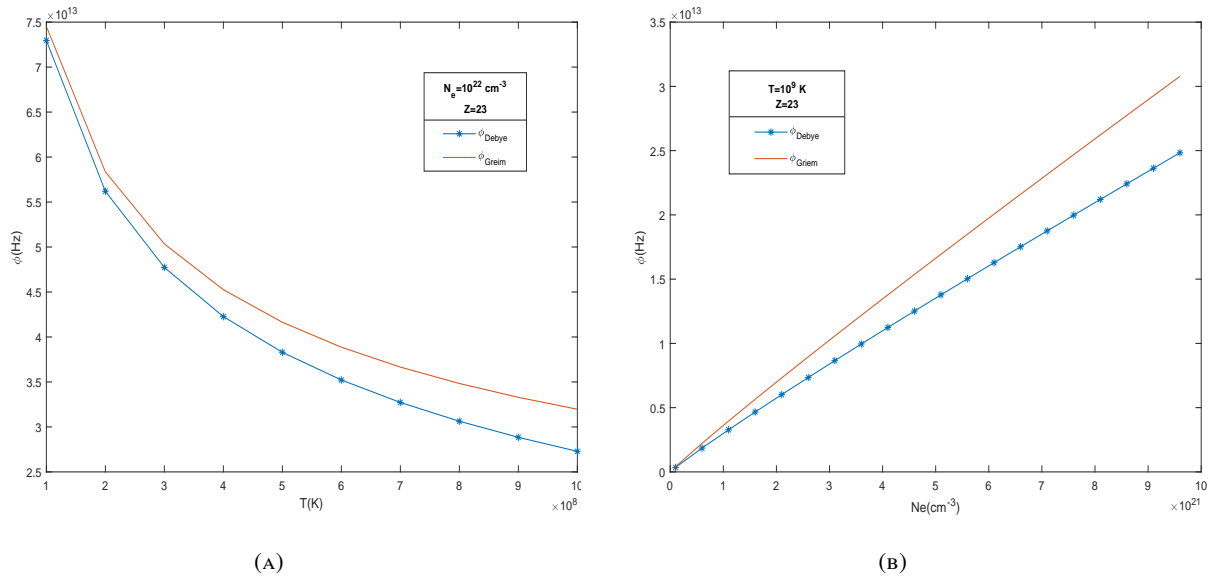


FIGURE 4.10 – Comparaison de l'AOCE pour le potentiel de Debye ϕ_{Debye} et de Griem ϕ_{Griem} en fonction de la température (A) et en fonction de la densité (B)

La comparaison entre ϕ_{Debye} et ϕ_{Griem} est présentée dans la figure(4.10a) en fonction de la température et dans la figure (4.10b) comme une fonction de densité. D'après les deux figures l'écart entre ϕ_{Debye} et ϕ_{Griem} augmente avec l'augmentation de la température et la densité. Les deux valeurs ϕ_{Debye} et ϕ_{Griem} sont égales lorsque la température diminue.

	$T \times 10^8 K$	$\phi_{Debye}(10^{13}) Hz$	$\phi_{Griem}(10^{13}) Hz$	$\frac{\phi_{Debye}}{\phi_{Griem}}$
	1	7.29	7.45	0.97
Fe^{+25}	2.8	4.91	5.16	0.95
$1S \rightarrow 2P$	4.6	3.97	4.29	0.92
$N_e 10^{22}(cm^{-3})$	6.4	3.41	3.79	0.89
	8.1	3.02	3.45	0.87
	10	2.72	3.196	0.85

TABLE 4.5 – La valeur de l'AOCE de la transition $1S \rightarrow 2P$ de l'ion de Fer Hydrogénoïde Fe^{+25}

4.4.2 L'amplitude pour le potentiel de Debye relativiste

La section efficace de potentiel de Debye dans ce cas est :

$$\sigma(\theta) = \frac{(2m\gamma Z_i e^2)^2}{\hbar^4} \left(\frac{1}{\lambda_D'^2 + (2k^* \sin(\frac{\theta}{2}))^2} \right)^2. \quad (4.53)$$

On utilise (4.53) dans (4.38), on obtient :

$$\phi_{Debye}^R = -\frac{1}{3}\pi N_e \left(\frac{\hbar}{m_e} \right)^2 \frac{1}{c\eta K_2\left(\frac{1}{\eta}\right)} \int_0^1 \gamma^5 \beta \exp\left(-\frac{\gamma}{\eta}\right) \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \frac{\sin(\theta) \sin^2(\theta/2)}{\left(\frac{\lambda_D'^2}{2k^{*2}} + \sin^2(\theta/2)\right)^2} d\theta d\beta. \quad (4.54)$$

Après l'application de l'intégrale par rapport à l'angle de diffusion θ , on obtient :

$$\phi_{Debye}^R = -\frac{1}{3}\pi N_e \left(\frac{\hbar}{m_e} \right)^2 \frac{1}{c\eta K_2\left(\frac{1}{\eta}\right)} \int_0^1 \gamma^5 \beta \exp\left(-\frac{\gamma}{\eta}\right) \left[2 \ln \left(\frac{\lambda_D'^2}{4k^{*2}} + \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right) + \frac{2\lambda_D'^2}{\lambda_D'^2 + 4k^{*2} \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \right]_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} d\beta. \quad (4.55)$$

La simplification de (4.55) donne :

$$\phi_{Debye}^R = -\frac{1}{3}\pi N_e \left(\frac{m_e}{\hbar} \right)^2 \frac{1}{c\eta K_2\left(\frac{1}{\eta}\right)} \int_0^1 \gamma^5 \beta \exp\left(-\frac{\gamma}{\eta}\right) \left[2 \ln \left(\frac{\lambda_D'^2 + 4k^{*2} \sin^2 \left(\frac{\theta_{\max}}{2} \right)}{\lambda_D'^2 + 4k^{*2} \sin^2 \left(\frac{\theta_{\min}}{2} \right)} \right) + \frac{2\lambda_D'^2}{\lambda_D'^2 + 4k^{*2} \sin^2 \left(\frac{\theta_{\max}}{2} \right)} - \frac{2\lambda_D'^2}{\lambda_D'^2 + 4k^{*2} \sin^2 \left(\frac{\theta_{\min}}{2} \right)} \right] d\beta. \quad (4.56)$$

Avec θ_{max} est l'angle maximal de diffusion exprimé par :

$$\sin \left(\frac{\theta_{\max}}{2} \right) = \frac{1}{2k^*} \left(\frac{1}{\frac{\rho_{\min}^2}{Q^*} + \frac{1}{\lambda_D'^2 + (2k^*)^2}} - \lambda_D'^2 \right); \quad Q^* = \frac{(2m\gamma Z_i e^2)^2}{k^2 \hbar^4}. \quad (4.57)$$

$$\begin{aligned}
 \phi_{Debye}^R = & -\frac{1}{3} \frac{\pi N_e}{c \cdot \eta K_2(1/\eta)} \left(\frac{\hbar}{m}\right)^2 \int_0^1 \gamma^5 \beta d\beta \times \exp\left[-\frac{\gamma}{\eta}\right] \\
 & \left[2 \ln \left(\frac{\lambda_D'^2}{4k^{*2}} + \left(\frac{Ze^2}{\hbar c \beta n^2} \right)^2 \right) + \frac{2\lambda_D'^2}{\lambda_D'^2 + 4k^{*2} \left(\frac{Ze^2}{\hbar c \beta n^2} \right)^2} \right. \\
 & \left. - 2 \ln \left(\frac{\lambda_D'^2}{4k^{*2}} + \left(\frac{1}{2k^*} \sqrt{\frac{1}{\frac{\lambda_D'^2}{Q^*} + \frac{1}{\lambda_D'^2 + (2k^*)^2}} - \lambda_D'^2} \right)^2 \right) - \frac{2\lambda_D'^2}{\lambda_D'^2 + 4k^{*2} \left(\frac{1}{2k^*} \sqrt{\frac{1}{\frac{\lambda_D'^2}{Q^*} + \frac{1}{\lambda_D'^2 + (2k^*)^2}} - \lambda_D'^2} \right)^2} \right].
 \end{aligned} \quad (4.58)$$

La comparaison entre ϕ_{Debye}^R et ϕ_{Debye} est présentée dans la figure (4.11a) en fonction de la température et la figure (4.11b) présente une comparaison entre ϕ_{Debye}^R et ϕ_{Mott} en fonction de la température.

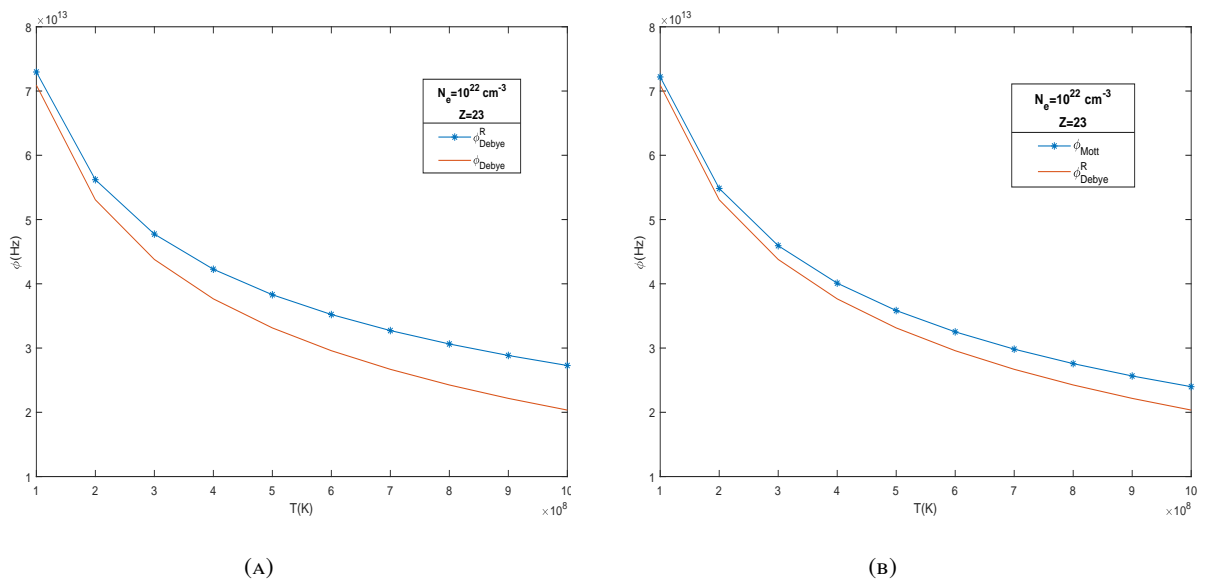


FIGURE 4.11 – Comparaison entre l'AOCE de ϕ_{Debye} et ϕ_{Debye}^R (A) et comparaison entre ϕ_{Mott} et ϕ_{Debye}^R en fonction de la température (T) (B).

4.5 Discussion

Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction, nous avons effectué les calculs en utilisant la théorie semi-classique pour un ion hydrogénoïde sans structure fine. On utilise une théorie de perturbation qui dépend du temps en ne gardant que le terme dipolaire du potentiel d'interaction électrostatique.

L'idée principale de ce chapitre est d'utiliser la même démarche de Griem et Shen [1] et de remplacer l'intégrale sur le paramètre d'impact par une intégrale par rapport à l'angle de diffusion, (qui fait intervenir par la section efficace) dans la formule de l'opérateur de collision électronique. Ainsi, l'OCE peut être écrit en

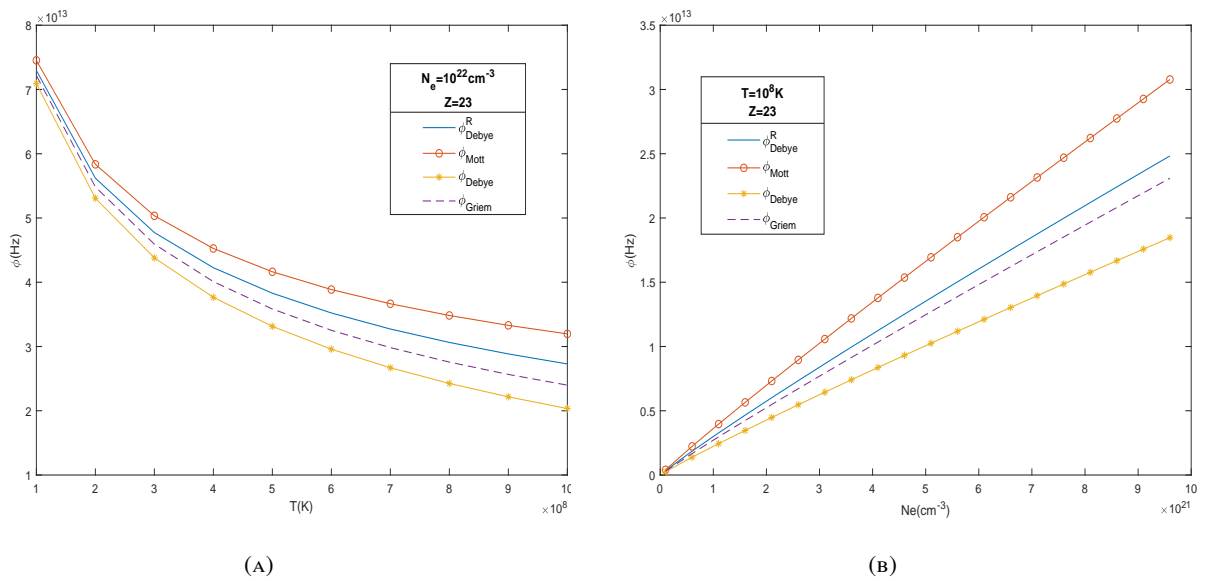


FIGURE 4.12 – Variation des AOCE de ϕ_{Griem} (-o-), ϕ_{Debye} (--) , ϕ_{Mott} (- - -) et ϕ_{Debye}^R (-*- *-) en fonction de la température (T) dans (A) et de la densité N_e dans (B).

termes des sections efficaces. L'utilisation de l'approximation de Born dans le premier ordre, nous a permis de faire un calcul rapide des sections efficaces pour les différents potentiels (Deutsch, Debye..). L'approximation de Born traite le potentiel comme une perturbation des particules libres. Ces particules doivent donc avoir des énergies cinétiques supérieures au potentiel. Donc le plus naturellement, c'est une bonne approximation à haute énergie.

Dans le but d'introduire les effets relativistes, nous avons utilisé la SE de Mott et nous avons appliqué une moyenne sur les vitesses par la distribution de (M-J), ce qui donne ϕ_{Mott} . La comparaison de ϕ_{Griem} avec ϕ_{Mott} a montré que les effets relativistes font augmenter l'élargissement des raies spectrales par collision (comme le montrent les figures (4.1) et figure (4.2), les mêmes remarques ont été obtenues dans les travaux de Douis et al. [14], et les effets relativistes vont apparaître pour des températures $T \gg 10^8$, sachant que les électrons libres peuvent atteindre des vitesses égale à la vitesse de la lumière lorsque $T_e = mc^2 / K_B \approx 5.94 * 10^9 K$. Ce changement a affecté aussi la forme et l'intensité des raies spectrales, de sorte que l'intensité de la raie a diminué et elle est plus élargie, comme le montre la figure(4.4).

Nous savons clairement que le premier concurrent de l'élargissement Stark est l'élargissement Doppler, qui est dominant à haute température. car cela dépend explicitement à $T(K)$. D'autre part, nous savons que l'élargissement par collision des électrons (Stark) peut être dominant lors de l'augmentation de la densité. C'est pourquoi nous avons étudié un milieu dense approprié pour que l'élargissement Stark soit dominant correspond à $N_e > 10^{22} cm^{-3}$.

Ces conditions du plasma que nous traitons, nous ont incités à étudier les effets quantiques et les effets d'écran, c'est pour cela nous avons considéré que l'interaction atome rayonnant-perturbateur est de l'ordre du potentiel de Deutsch ce qui a donné $\phi_{Deutsch}$ et le potentiel de Debye ce qui a donné ϕ_{Debye} .

La comparaison de $\phi_{Deutsch}$ avec ϕ_{Griem} présentée dans la figure (4.6) comme une fonction de température a

montré que de plus que la température est basse plus que l'écart entre les deux cas soit important, ceci est dû au terme additif dans la formule de potentiel (4.19) et la section efficace (4.20). Ce terme tend vers le zéro pour des grandes valeurs de la température. Ceci justifie pourquoi les valeurs $\phi_{Deutsch}$ et ϕ_{Griem} sont égales en cas de températures élevées.

La comparaison entre ϕ_{Debye} et ϕ_{Griem} est présentée dans la figure(4.10a) en terme de la température et comme une fonction de la densité dans la figure (4.10b), l'écart devient important plus que la température et la densité augmente, ce qui peut être notable et remarquable pour $N_e \gg 10^{18} cm^{-3}$.

Dans cette section, nous étions intéressés à étudier L'AOCE, qui contient toutes les informations concernant les électrons perturbateurs. La deuxième partie de l'OCE (\mathbf{R}) présente des valeurs tabulées dans les bases de données comme NIST [15], qui sont écrites en fonction de la force d'oscillateur $R_\alpha^2 = \frac{3\hbar(2J_l+1)}{2m^2a_0^2\omega_{\alpha\alpha'}}f_\alpha$ ou peut-être extraite directement à partir de la force de raie $R^2 = |S|^2$. Ces valeurs sont peu nombreuses pour les ions Hydrogénéoïde à grand nombre de charge Z .

En raison des conditions auxquelles nous sommes confrontés de plasma relativiste et dense, nous n'avons pas pu faire des comparaisons avec les résultats d'expériences, et nous sommes contents de comparer nos résultats avec les travaux théoriques de Griem. Nos calculs peuvent être utiles pour les astrophysiciens.

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons calculé l'AOCE en considérant les effets relativistes, les effets d'écran et les effets quantiques. Les résultats obtenus montrent que :

- La température est un paramètre important qui détermine la forme et l'intensité des raies spectrales.
- Les effets relativistes sont importants dans la gamme de températures $[10^8 K - 5 \times 10^9 K]$;
- Les effets quantiques sont importants pour des températures $T < 10^8$;
- Les effets d'écran sont importants dans l'élargissement des raies pour des hautes températures et des densités $N_e > 10^{18} cm^{-3}$.

Bibliographie

- [1] Griem, Hans R., K. Y. Shen. "Stark broadening of hydrogenic ion lines in a plasma." *Physical Review* **122**, 5, 1490 (1961).
- [2] H.R. Griem, *Plasma Spectroscopy*, Mc Graw Hill, New York (1964).
- [3] Gillaspay, J. D., Chantler, C. T., Paterson, D., Hudson, L. T., Serpa, F. G., Takacs, E. "First measurement of Lyman alpha x-ray lines in hydrogen-like Vanadium : results and implications for precision wavelength metrology and tests of QED." *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics* **43**, 7, 074021 (2010).
- [4] Colón, C., de Andrés-García, M. I., Isidoro-García, L., Moya, A. "Theoretical Stark Broadening Parameters for UVBlue Spectral Lines of Neutral Vanadium in the Solar and Metal-Poor Star HD 84937 Spectra." *Atoms* **8**, 4, 64 (2020).
- [5] Isidoro-García, L., de Andrés-García, I., Moreno-Conde, D., Colón, C. "Theoretical lifetimes and stark broadening parameters for visible-IR spectral lines of VI in arcturus." *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **509**, 3, 4538-4554.(2021).
- [6] Barceloux, D. G., Barceloux, D. "Vanadium." *Journal of Toxicology : Clinical Toxicology*, **37**, 2, 265-278 (1999).
- [7] Alexiou, S. "Collision operator for isolated ion lines in the standard Stark-broadening theory with applications to the Z scaling in the Li isoelectronic series 3P-3S transition." *Physical Review A*, **49**, 1, 106 (1994).
- [8] Alexiou, S., and Yitzhak M. "Theoretically based closed form formulas for the collision operator for isolated ion lines in the standard Stark-broadening theory." *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* **53**, 1, 109-124 (1995).
- [9] Mott, N.F. "The scattering of fast electrons by atomic nuclei." *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, **124**, 794, 425442 (1929).
- [10] James D. Bjorken, S.D.D. "Relativistic quantum mechanics." In Pergamon Press (1964).
- [11] Sahal-Bréchet, S., Dimitrijevi, M. S., Ben Nessib, N. "Widths and shifts of isolated lines of neutral and ionized atoms perturbed by collisions with electrons and ions : An outline of the semiclassical

- perturbation (SCP) method and of the approximations used for the calculations." *Atoms* **2**, 2, 225-252 (2014).
- [12] Griem, H. R., Kolb, A. C., Shen, K. Y. "Stark broadening of hydrogen lines in a plasma." *Physical Review*, **116**, 1, 4 (1959).
- [13] H. R. Griem, M. Baranger, A. C. Kolb, et G. Oertel, *Phys. Rev.* **125** 177 (1962).
- [14] Douis, S., Meftah, M. T. "Relativistic dynamics of electrons around impurities in high-density plasmas." *Journal of Theoretical and Applied Physics* **7**, 1, 1-10 (2013).
- [15] NIST database <http://physics.nist.gov/PhysRefData/>.

Chapitre 5

Paramétrisation de trajectoire relativiste dans le calcul des SE inélastiques

Dans le cadre de l'approximation de chemin classique, Baranger en 1958 [1–3] a montré que cette approximation en revanche des collisions inélastiques peut jouer un rôle important dans le cas des collisions électroniques. De plus sa théorie permet d'obtenir des expressions simples de la demi-largeur en fonction des sections efficaces inélastiques et élastiques des divers niveaux de l'atome rayonnant [4,5]. Dans ce chapitre, nous exposons la formule de la largeur par collision en terme des sections efficaces inélastiques, on apporte des modifications dans la paramétrisation de la trajectoire de l'électron perturbateur pour le cas relativiste de Naam et al. [6].

5.1 Expression de la largeur en fonction des sections efficaces de collision

Dans la théorie semi-classique (les perturbateurs et l'interaction sont traités classiquement et l'atome rayonnant quantiquement). L'opérateur de collision électronique est exprimé en fonction de la matrice de diffusion par :

$$\Phi = \omega + id = 2\pi N_e \int v f(v) dv \int \rho d\rho \left[1 - S_{ff'}^{-1} S_{ii'} \right]. \quad (5.1)$$

La matrice de diffusion est exprimée en terme de potentiel d'interaction par :

$$S = 1 - \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{V}(t) dt + \left(\frac{i}{\hbar} \right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{V}(t) dt \int_{-\infty}^t \tilde{V}(t_1) dt_1 + \dots \quad (5.2)$$

L'élément de la matrice de diffusion en terme de la matrice T est :

$$\langle J_i m'_i | S | J_f m_f \rangle = \delta_{m_i m'_i} + \langle J_i m'_i | T | J_i m_i \rangle \quad (5.3)$$

$$\langle J_f m_f | S^{-1} | J_f m'_f \rangle = \delta_{m_f m'_f} + \langle J_f m'_f | T^* | J_f m_f \rangle. \quad (5.4)$$

Le développement de la formule (5.1) en utilisant (5.2) et (5.4), permet d'écrire la partie réelle de L'OCE (l'élargissement) en terme des sections efficaces élastiques σ_{ii} et inélastiques σ_{ij} (détaillé dans [8]). Dans ce chapitre nous nous limitons à l'élargissement dû aux collisions inélastiques. Quand l'approximation d'impact est valable, la demi-largeur d'une raie élargie par chocs se déduit facilement à des expressions de sections efficaces inélastiques [9, 10] :

$$2\omega = N_e \int f(v) v dv \left[\sum_{j \neq i} \sigma_{i \rightarrow j} + \sum_{j \neq f} \sigma_{f \rightarrow j} \right] \quad (\text{formule de Barranger}), \quad (5.5)$$

$$= N_e \sum_j (\alpha_{ij} + \alpha_{jf}), \quad (5.6)$$

avec α_{ij} sont les coefficients d'excitation ou de désexcitation par collision, et σ_{ij} est la section efficace de collision inélastique pour la transition entre un état initial i et un état final j , reliée à la matrice de transition T par la formule suivante [7, 8] :

$$\sigma_{i \rightarrow j} = 2\pi \int \rho d\rho \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{\substack{m_i \\ m_j}} |\langle J_i m_i | T | J_j m_j \rangle|^2. \quad (5.7)$$

Cette approximation est valable pour les raies isolées (Appendice 1 validité de l'approximation "raie isolée" [8]). Elle a l'avantage d'être rapide, puisqu'il faut faire une sommation sur j pour les sections efficaces et il faut intégrer sur la distribution des vitesses donc connaître la variation des sections efficaces avec l'énergie [9].

Pour un mouvement classique (approximation semi-classique) d'un électron perturbe un ion rayonnant de charge Z_i , et si P_{ij} est la probabilité de transition entre i et j pour un paramètre d'impact ρ la section efficace est :

$$\sigma_{ij} = 2\pi \int \rho d\rho P_{i \rightarrow j} \quad (5.8)$$

P_{ij} : est calculé dans la théorie de l'excitation Coulombienne de Alder [11] qui s'exprime en terme de la matrice de transition T par :

$$\sum_{j \neq i} P_{ij} = \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{m_i, m_j} |\langle i m_i | T | j m_j \rangle|^2, \quad (5.9)$$

avec une somme sur les sous-états final m_j et une moyenne sur les sous-états initial m_i de la matrice de transition T .

L'expression du potentiel d'interaction identifiée dans le chapitre (III) par la formule (3.28) peut être exprimée dans l'approche quantique en composant multipolaire (Messiah [12]) par :

$$V_{ij}(t) = 4\pi e^2 \sum_{\lambda=1,2} \sum_{\mu=-\lambda}^{+\lambda} \frac{1}{(2\lambda+1)} Y_{\lambda\mu}(\theta\varphi) \frac{1}{r^{\lambda+1}} \langle i | \mathcal{M}_{\lambda\mu} | j \rangle \quad (5.10)$$

$\langle i | \mathcal{M}_{\lambda\mu} | j \rangle$ est l'élément de matrice du moment électrique multipolaire, $\langle i |$ et $| j \rangle$ sont les fonctions d'onde des états i et j . $Y_{\lambda\mu}$: est l'harmonique sphérique.

La matrice de transition est reliée à la matrice de diffusion (3.21) par :

$$\hat{T} = 1 - \hat{S}. \quad (5.11)$$

Les éléments de la matrice de transition entre l'état initial i et final j sont exprimés en termes de potentiel d'interaction par :

$$\hat{T}_{ij} = \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{V}_{ij}(t) dt + \left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{V}_{ij}(t) dt \int_{-\infty}^t \tilde{V}_{ij}(t_1) dt_1 + \dots \quad (5.12)$$

avec

$$\langle i | \tilde{V}(t) | j \rangle = \tilde{V}_{ij}(t) = V_{ij}(t) e^{i\omega_{ij}t}. \quad (5.13)$$

Le terme dipolaire correspond à $\lambda = 1$ (inélastique), le développement de T_{ij} au premier ordre de la théorie de perturbation est :

$$T_{ij}^{(1)} = \frac{i}{\hbar} \int V_{ij}(t) e^{i\omega_{ij}t} dt. \quad (5.14)$$

L'utilisation de (5.10) dans (5.14) pour $\lambda = 1$, donne :

$$|T_{ij}^{(1)}|^2 = \frac{16\pi^2 e^4}{9\hbar} \sum_{\mu=\pm 1} |\langle i | \mathcal{M}_{1\mu} | j \rangle \int_{-\infty}^{\infty} Y_{1\mu}(\theta\varphi) e^{i\omega_{ij}t} \frac{dt}{r^3}|^2. \quad (5.15)$$

D'autre part :

$$Y_{1\pm 1}(\theta\varphi) = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \frac{x \pm iy}{r}. \quad (5.16)$$

L'expression de la matrice de transition s'exprime par [8] :

$$|T_{ij}|^2 = \frac{2\pi}{3} \frac{e^4}{\hbar^2} |\langle im_i | \mathcal{M}_{1\mu} | jm_j \rangle|^2 (|J_{11}|^2 + |J_{1-1}|^2), \quad (5.17)$$

avec :

$$J_{1\pm 1} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \pm iy}{r^3} e^{i\omega_{ij}t} dt. \quad (5.18)$$

L'utilisation de (5.17) dans (5.9) conduit à exprimer P_{ij} par :

$$\sum_{i \neq j} P_{i \rightarrow j} = \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{i \neq jm_i, m_i} \frac{2\pi e^4}{3\hbar^2} \left| \sum_{\mu=\pm 1} \langle im_i | \mathcal{M}_{1\mu} | jm_j \rangle J_{1\mu} \right|^2 \quad (5.19)$$

Après avoir appliqué les règles de sélections, les éléments non diagonaux de la matrice sont nuls.

$$\sum_{j \neq i} P_{i \rightarrow j} = \frac{1}{2J_i + 1} \frac{2\pi e^4}{3\hbar^2} \sum_{i \neq j} \left[(|J_{11}|^2 + |J_{1-1}|^2) \left(\sum_{m_i, m_j} |\langle im_i | \mathcal{M}_{1\pm 1} | jm_j \rangle|^2 \right) \right]. \quad (5.20)$$

A l'aide de l'expression de la force d'oscillateur f_{ij} entre les états i et j de différence d'énergie ΔE_{ij} , qui a pour expression :

$$f_{ij} = \frac{8\pi}{9} \frac{m_e}{e^2 \hbar^2} \frac{\Delta E_{ij}}{2J_i + 1} \sum_{m_i m_j} |\langle i m_i | \mathcal{M}_{1\pm 1} | j m_j \rangle|^2. \quad (5.21)$$

P_{ij} : peut être exprimé en terme de f_{ij} par :

$$P_{i \rightarrow j} = \frac{3Z^2 e^6}{4m_e} \frac{f_{ij}}{\Delta E_{ij}} (|J_{11}|^2 + |J_{1-1}|^2), \quad (5.22)$$

et la section efficaces par :

$$\sigma_{ij} = 2\pi \frac{3Z^2 e^6}{4m_e} \frac{f_{ij}}{\Delta E_{ij}} \int \rho d\rho (|J_{11}|^2 + |J_{1-1}|^2). \quad (5.23)$$

De l'expression (5.18), on peut obtenir :

$$|J_{11}|^2 + |J_{1-1}|^2 = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int_{-\infty}^t dt' e^{i\omega_{ij}(t-t')} \frac{xx' + yy'}{r^3 r'^3}. \quad (5.24)$$

La paramétrisation de la trajectoire dans le cas attractif d'une diffusion dans un potentiel central est défini dans le deuxième chapitre (2.8). L'utilisation de (2.8) dans (5.24) donne :

$$|J_{11}|^2 + |J_{1-1}|^2 = \frac{2}{v^2 \rho_0^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^t \frac{(\varepsilon - \cosh u)(\varepsilon - \cosh u') - (\varepsilon^2 - 1) \sinh u \sinh u'}{(\varepsilon \cosh(u) - 1)^2 (\varepsilon \cosh(u') - 1)^2} \exp [i \cdot \zeta [\varepsilon (\sinh u - \sinh u') \pm (u + u')]] du' du \quad (5.25)$$

avec ζ est le paramètre d'inélasticité :

$$\zeta = \frac{\rho_0}{\hbar v} E_{ij} \quad (5.26)$$

On prend la notation :

$$G = \frac{1}{\varepsilon^2 v^2 \rho_0^2} \left[G_1^2(\zeta, \varepsilon) + \frac{\varepsilon^2 - 1}{\varepsilon^2} G_2^2(\zeta, \varepsilon) \right], \quad (5.27)$$

avec

$$G_1(\zeta, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} du \frac{(1 - \frac{\cosh u}{\varepsilon})}{(\cosh(u) - \frac{1}{\varepsilon})^2} \exp [i \cdot \zeta [\varepsilon (\sinh u) + u]] \quad (5.28)$$

$$G_2(\zeta, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} du \frac{\sinh u}{(\cosh(u) - \frac{1}{\varepsilon})^2} \exp [i \cdot \zeta [\varepsilon \sinh u + u +]]. \quad (5.29)$$

Cette intégrale est résolue en détail dans le travail d'Alexiou [13], ce qui donne :

$$G_1(\zeta, \varepsilon) = 2i\varepsilon\zeta e^{\pi\zeta/2} K'_{i\zeta}(\zeta, \varepsilon) \quad ; \quad G_2(\zeta, \varepsilon) = 2\varepsilon\zeta e^{\pi\zeta/2} K_{i\zeta}(\zeta, \varepsilon) \quad (5.30)$$

$$|J_{11}|^2 + |J_{1-1}|^2 = 2G = \frac{8\bar{\alpha}^2 e^{\pi\zeta}}{v^2 \rho_0^2} \left[|K'_{i\zeta}(\zeta\epsilon)|^2 + \frac{\epsilon^2 - 1}{\epsilon^2} |K_{i\zeta}(\zeta\epsilon)|^2 \right] \quad (5.31)$$

P_{ij} peut être exprimé en termes des fonctions de Bessel K et de sa dérivée K' d'ordre imaginaire par :

$$P_{ij} = \frac{4I_H^2}{E\rho_0^2 \Delta E_{ij}} f_{ij} \zeta^2 e^{\pi\zeta} \left[|K'_{i\zeta}(\zeta\epsilon)|^2 + \frac{\epsilon^2 - 1}{\epsilon^2} |K_{i\zeta}(\zeta\epsilon)|^2 \right] = \frac{4I_H^2}{E\rho_0^2 \Delta E_{ij}} f_{ij} \Upsilon_1(\zeta, \epsilon) \quad (5.32)$$

Avec I_H l'énergie d'ionisation de l'atome d'Hydrogène, et $E = \frac{1}{2}mv^2$ est l'énergie cinétique.

K et K' sont les fonctions de Bessel modifiées d'argument imaginaire exprimée par :

$$K_{i\zeta}(\zeta\epsilon) = \int_0^\infty e^{-\zeta\epsilon \cosh(u)} \cos(\zeta u) du \quad (5.33)$$

$$K'_{i\zeta}(\zeta\epsilon) = - \int_0^\infty e^{-\zeta\epsilon \cosh(u)} \cosh(u) \cos(\zeta u) du \quad (5.34)$$

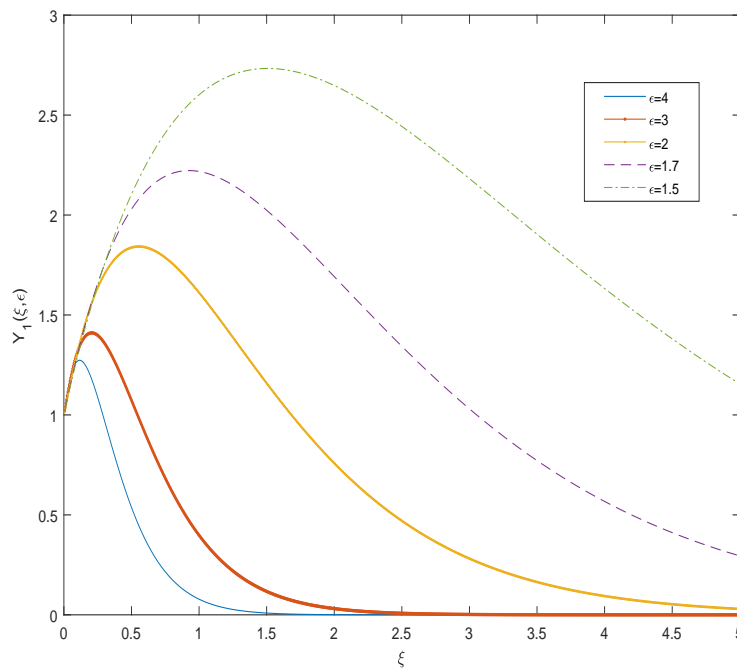


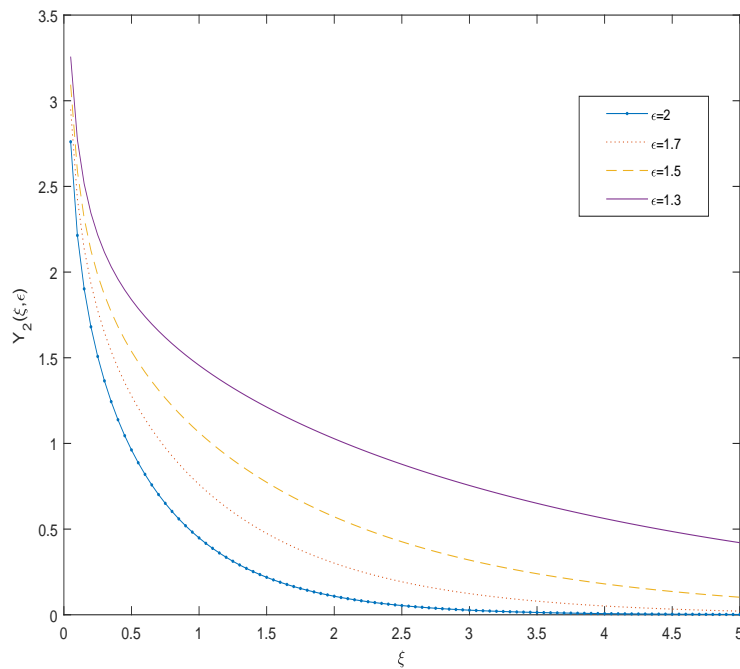
FIGURE 5.1 – La variation de Υ_1 en fonction de ζ pour différente valeur de ϵ

La valeur de l'excentricité est reliée au paramètre d'impact par :

$$\epsilon = \sqrt{1 + \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^2} \quad \text{Alors} \quad \rho d\rho = \epsilon d\epsilon, \quad (5.35)$$

cela permet d'écrire (5.8) par :

$$\sigma_{ij} = 2\pi \int \rho d\rho P_{ij} = 2\pi \int \rho_0^2 \epsilon d\epsilon P_{ij}. \quad (5.36)$$

FIGURE 5.2 – La variation de Y_2 en fonction de ξ pour différente valeur de ε

L'application de l'intégrale par rapport à l'excentricité dans (5.32) conduit à écrire la section efficace par :

$$\begin{aligned}\sigma_{i \rightarrow j} &= \frac{8I_H^2}{E} \frac{f_{ij}}{\Delta E_{ij}} \zeta \varepsilon e^{\pi \zeta} K_{i\zeta}(\zeta \varepsilon) K'_{i\zeta}(\zeta \varepsilon) \\ &= \frac{8I_H^2}{E \Delta E_{ij}} f_{ij} Y_2(\zeta, \varepsilon).\end{aligned}\quad (5.37)$$

L'intégrale dans (5.32) diverge pour $\varepsilon = 0$. Il est donc nécessaire d'introduire un paramètre de coupure minimum ε_{min} correspond à une valeur minimale de paramètre d'impact ρ_{min} .

La figure (5.1) et la figure(5.2) présentent la variation de $Y_1(\zeta, \varepsilon)$ et $Y_2(\zeta, \varepsilon)$ en fonction de ζ pour des différents valeurs de ε .

Dans le but d'étudier la variation de la section efficace d'excitation inélastique en fonction de la température T , nous supposons l'équilibre thermodynamique qui correspond à une vitesse en fonction de température $v = \sqrt{\frac{2K_B T}{m}}$, l'utilisation de cette formule dans les valeurs ζ et ε_0 , nous a permis d'étudier la variation des sections efficaces inélastiques en terme de température, présentée dans la figure (5.3) pour l'ion de $CaII$ pour des différentes transitions.

La section efficace est exprimée à l'unité de $\sigma_0 = \pi a_0^2$, avec a_0 : est le rayon de Bohr.

Notons que $\varepsilon_{min} = \sqrt{1 + (\rho_{min}/\rho_0)^2}$ avec $\rho_{min} \approx \sqrt{2/3} \hbar n^2 / m Z v$ c'est la valeur du paramètre d'impact minimal [13].

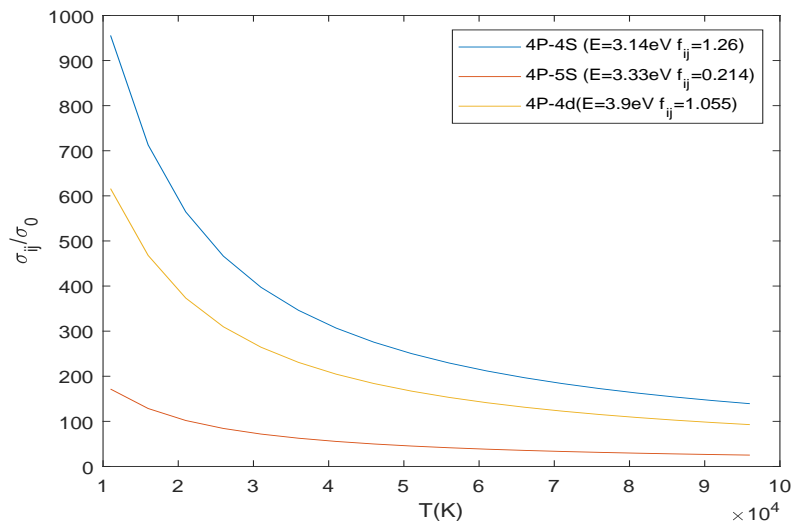


FIGURE 5.3 – Section efficace d’excitation inélastique de l’ion Ca II comme une fonction de température T(K)

Dans le cas particulier et lorsque ξ tend vers 0 ($\xi \rightarrow 0$). Les expressions de G_1 (5.28) et G_2 (5.29) tendent vers :

$$G_1(0, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} du \frac{(1 - \frac{\cosh u}{\varepsilon})}{(\cosh(u) - \frac{1}{\varepsilon})^2} = 2 \quad (5.38)$$

$$G_2(0, \varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} du \frac{\sinh u}{(\cosh(u) - \frac{1}{\varepsilon})^2} = 0.$$

La section efficace inélastique dans ce cas ne dépend que de la valeur de l’excentricité ε et peut être exprimée par :

$$\begin{aligned} \sigma_{i \rightarrow j}(\xi = 0) &= \frac{8I_H^2}{E} \frac{f_{ij}}{\Delta E_{ij}} \int \varepsilon d\varepsilon G_1^2 = \frac{8I_H^2}{E} \frac{f_{ij}}{\Delta E_{ij}} 4 \int \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \\ &= \frac{32I_H^2}{E} \frac{f_{ij}}{\Delta E_{ij}} \cdot \ln(\varepsilon). \end{aligned} \quad (5.39)$$

5.2 SE inélastique avec une paramétrisation relativiste de la trajectoire

La probabilité de transition et la section efficace d’excitation (inélastique) sont exprimées en fonction de la trajectoire de l’électron incident (perturbateur) qui s’affiche dans l’expression de $J_{1\pm 1}$ (5.18).

Dans le cas des hautes températures (le cas relativiste), on prend la notation :

$$J_{1\pm 1}^* = \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{i\omega_{ij}t} \frac{x^* \pm iy^*}{r^3}. \quad (5.40)$$

$$|J_{11}^*|^2 + |J_{1-1}^*|^2 = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int_{-\infty}^t dt' e^{i\omega_{ij}(t-t')} \frac{x^* x^{*'} + y^* y^{*'}}{r^{*3} \gamma^{*1/3}}. \quad (5.41)$$

Avec x^* et y^* sont les paramétrisations de la trajectoire relativiste exprimé par :

$$\begin{cases} x^* &= \rho_0^* (\varepsilon^* - \cosh(u)) \\ y^* &= \rho_0^* \sqrt{\varepsilon^{*2} - 1} \sinh(u) \end{cases} \quad (5.42)$$

et r^* , t^* par :

$$\begin{cases} r^* &= \frac{\rho_0}{\gamma} (\varepsilon^* \cosh(x) - 1) \\ t^* &= \frac{\rho_0}{v\gamma^3} (\gamma^2 \varepsilon^* \sinh(x) - x) \end{cases} \quad (5.43)$$

L'utilisation de (5.43) et (5.42) dans (5.41), nous a permis d'écrire :

$$|J_{11}^*|^2 + |J_{1-1}^*|^2 = \frac{2}{v^2 \rho_0^{*2}} \int_{-\infty}^{+\infty} (\gamma^2 \varepsilon^* \cosh u - 1) \int_{-\infty}^t (\gamma^2 \varepsilon^* \cosh u' - 1) du' du \times \quad (5.44)$$

$$\frac{(\varepsilon^* - \cosh u)(\varepsilon^* - \cosh u') - (\varepsilon^{*2} - 1) \sinh u \sinh u'}{(\varepsilon^* \cosh(u) - 1)^3 (\varepsilon^* \cosh(u') - 1)^3} \exp [i \cdot \xi^* [\gamma^2 \varepsilon^* (\sinh u - \sinh u') \pm (u + u')]]$$

avec

$$\xi^* = \frac{\rho_0}{v\gamma^3} \omega_{ij} \quad (5.45)$$

On prend la notation :

$$Q_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} (\gamma^2 \varepsilon^* \cosh u - 1) \frac{(\varepsilon^* - \cosh u)}{(\varepsilon^* \cosh(u) - 1)^3} \exp [i \cdot \xi^* (\gamma^2 \varepsilon^* \sinh u + u)] du \quad (5.46)$$

$$Q_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (\gamma^2 \varepsilon^* \cosh u - 1) \frac{\sinh(u)}{(\varepsilon^* \cosh(u) - 1)^3} \exp [i \cdot \xi^* (\gamma^2 \varepsilon^* \sinh u + u)] du \quad (5.47)$$

La probabilité de transition entre les états i et j dans le cas de paramétrisation relativiste est exprimée en terme de Q_1 e Q_2 par :

$$\begin{aligned} P_{i \rightarrow j}^* &= \frac{3Z^2 e^6}{4m_e} \frac{f_{ij}}{\Delta E_{ij}} (|J_{11}^*|^2 + |J_{1-1}^*|^2) \\ &= \frac{3Z^2 e^6}{4m_e} \frac{f_{ij}}{\Delta E_{ij}} (Q_1^2 + (\varepsilon^{*2} - 1) Q_2^2). \end{aligned} \quad (5.48)$$

Dans la formule de Sahal Bréchet [8], il y a un terme additif dans la formule de probabilité de transition m_p/m_e sachant que : m_p : est la masse de perturbateur qui est dans notre cas un électron $m_p = m_e$.

Limite $\zeta \rightarrow 0$

Les intégrales Q_1 et Q_2 ont déjà été calculées dans l'article de Naam et al. [6], pour le cas particulier ou $\zeta \rightarrow 0$, ce qui donne :

$$\begin{aligned} Q_1(\zeta = 0) &= \frac{1}{\varepsilon} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\gamma^2 \cosh u - \frac{1}{\varepsilon^*} \right) \frac{(1 - \frac{\cosh u}{\varepsilon^*})}{(\cosh(u) - \frac{1}{\varepsilon^*})^3} du \\ &= \frac{2}{\varepsilon} + \frac{(\gamma^2 - 1)}{\varepsilon} \left(\frac{2\varepsilon^{*2} \arctan \sqrt{\frac{\varepsilon^*+1}{\varepsilon^*-1}}}{(\varepsilon^{*2} - 1)^{\frac{3}{2}}} + \frac{2\varepsilon^{*2} - 1}{\varepsilon^{*2} - 1} \right) \end{aligned} \quad (5.49)$$

$$Q_2(\zeta = 0) = \gamma^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\cosh u - \frac{1}{\gamma^2 \varepsilon^*} \right) \frac{\sinh u}{(\cosh(u) - \frac{1}{\varepsilon^*})^3} = 0. \quad (5.50)$$

La paramétrisation relativiste de trajectoire conduit à écrire σ_{ij}^* par :

$$\begin{aligned} \sigma_{i \rightarrow j}^*(\zeta = 0) &= \frac{8I_H^2}{E} \frac{f_{ij}}{\Delta E_{ij}} \int \rho d\rho \frac{1}{\rho_0^{*2}} Q_1^2(\zeta = 0) \\ &= \frac{8I_H^2}{E} \frac{f_{ij}}{\Delta E_{ij}} \int \varepsilon^* d\varepsilon^* \left(\left[\frac{2}{\varepsilon^*} + \frac{(\gamma^2 - 1)}{\varepsilon^*} \left(\frac{2\varepsilon^{*2} \arctan \sqrt{\frac{\varepsilon^*+1}{\varepsilon^*-1}}}{(\varepsilon^{*2} - 1)^{\frac{3}{2}}} + \frac{2\varepsilon^{*2} - 1}{\varepsilon^{*2} - 1} \right) \right]^2 \right) \end{aligned} \quad (5.51)$$

avec :

$$\varepsilon^* = \sqrt{1 - \beta^2 + \left(\frac{\rho}{\rho_0^*} \right)^2} \quad \text{ce qui donne} \quad \frac{\rho}{\rho_0^{*2}} d\rho = \varepsilon^* d\varepsilon^* \quad (5.52)$$

Le deuxième terme de l'expression σ_{ij}^* (5.51) est négligeable, l'application de l'intégrale par rapport à ε^* pour le premier terme de σ_{ij}^* donne :

$$\begin{aligned} \sigma_{i \rightarrow j}^* &\approx \frac{8I_H^2}{E} \frac{f_{ij}}{\Delta E_{ij}} \left[4 \int \frac{d\varepsilon^*}{\varepsilon^*} + \dots \right] \\ &\approx \frac{8I_H^2}{E} \frac{f_{ij}}{\Delta E_{ij}} [4 \ln(\varepsilon^*) + \dots]. \end{aligned} \quad (5.53)$$

Le rapport entre la section efficace de paramétrisation non-relativiste σ_{ij} et la paramétrisation relativiste σ_{ij}^* , est exprimé par :

$$\frac{\sigma_{i \rightarrow j}^*}{\sigma_{i \rightarrow j}} \approx \frac{\ln(\varepsilon^*)}{\ln(\varepsilon)} \quad (5.54)$$

La figure (5.4) présente la variation de $\frac{\sigma_{i \rightarrow j}^*}{\sigma_{i \rightarrow j}}$ en fonction de $\beta = \frac{v}{c}$.

Dans le cas particulier où ξ tend vers 0 ($\omega_{ij} \approx 0$ état dégénéré), valable lorsque $\rho_0 \omega_{ij} \ll v$. Les expressions des SE (5.39) et (5.53) ne dépendent que de la valeur de l'excentricité ϵ . D'après la figure(5.4), on peut remarquer que l'écart entre σ_{ij}^* et $\sigma_{i \rightarrow j}$ devient important de plus que le facteur β approche à 1 équivalent à l'augmentation de la température (cas relativiste). Alors les modifications apportées par la paramétrisation de trajectoire relativiste ont augmenté les sections efficaces inélastiques.

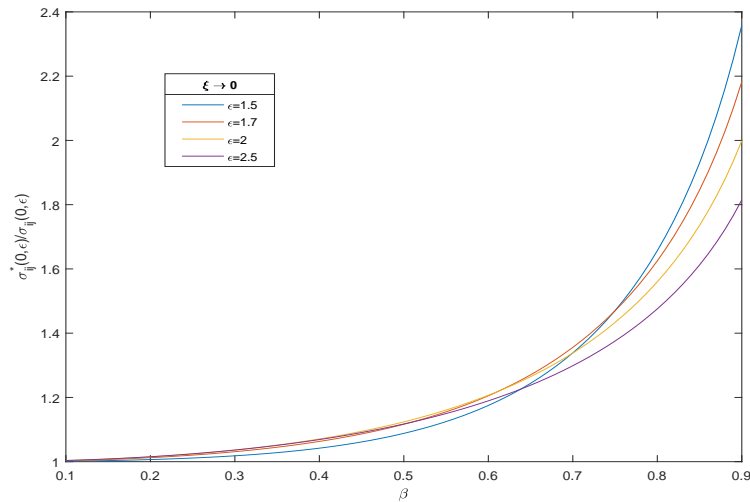


FIGURE 5.4 – Le rapport entre les sections efficaces σ_{ij}^* et σ_{ij} en fonction de $\beta = v/c$.

La partie réelle de la fonction Q_2 (5.47) est une fonction impaire seul le sinus (partie imaginaire) contribuera à l'intégrale, et la partie imaginaire dans Q_1 (5.46) contribuera à l'intégrale, ce qui donne :

$$Q_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} I_1(u) du = \int_{-\infty}^{+\infty} (\gamma^2 \epsilon^* \cosh u - 1) \frac{(\epsilon^* - \cosh u)}{(\epsilon^* \cosh(u) - 1)^3} \cos [\xi^* (\gamma^2 \epsilon^* \sinh u + u)] du \quad (5.55)$$

$$Q_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} I_2(u) du = \int_{-\infty}^{+\infty} (\gamma^2 \epsilon^* \cosh u - 1) \frac{\sinh(u)}{(\epsilon^* \cosh(u) - 1)^3} \sin [\xi^* (\gamma^2 \epsilon^* \sinh u + u)] du \quad (5.56)$$

Les intégrales Q_1 et Q_2 sont difficiles à résoudre analytiquement, nous avons donc appliqué une intégrale par la méthode de trapèzes pour $-6 < u < 6$, en calculant le rapport suivant :

$$\frac{P_{ij}^*}{P_{ij}} = \frac{(\int_0^\infty I_1(u) du)^2 + (\epsilon^{*2} - 1) (\int_0^\infty I_2(u) du)^2}{(\int_0^\infty I_1(u) du)^2 + (\epsilon^2 - 1) (\int_0^\infty I_2(u) du)^2}, \quad (5.57)$$

ce qui donne $\frac{P_{ij}^*}{P_{ij}} = 3.58$ pour $\varepsilon = 1.9$, $\beta = 0.9$ et $\zeta = 11$.

La figure (5.5) présente la variation de I_1 , I_2 , J_1 et J_2 en fonction de u . Avec :

$$J_1 = \frac{(\varepsilon - \cosh u)}{(\varepsilon \cosh(u) - 1)^2} \cos [\zeta (\varepsilon \sinh u + u)] \quad (5.58)$$

$$J_2 = \frac{\sinh(u)}{(\varepsilon \cosh(u) - 1)^2} \sin [\zeta (\varepsilon \sinh u + u)] \quad (5.59)$$

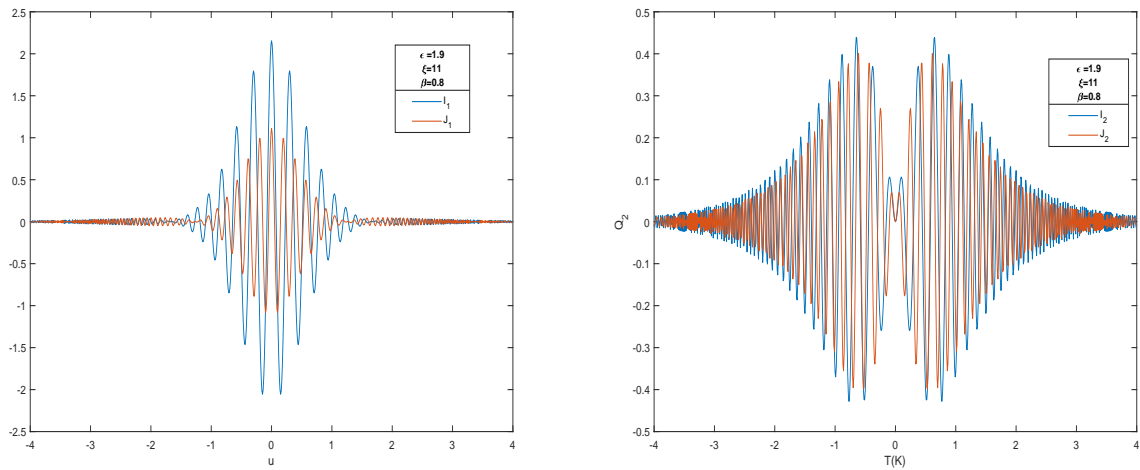


FIGURE 5.5 – Les valeurs de I_1 , I_2 , J_1 et J_2 pour des différentes valeur de $\beta, \zeta, \varepsilon$

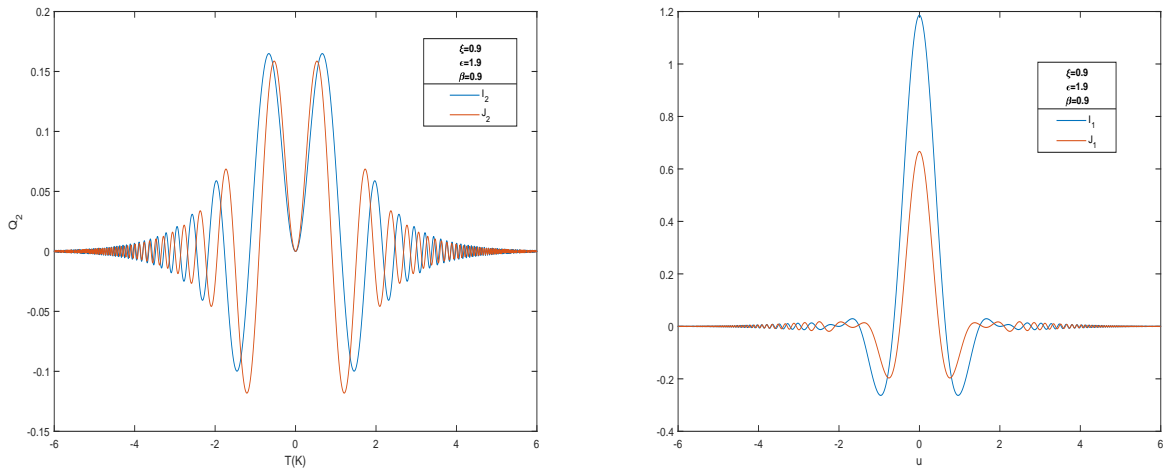


FIGURE 5.6 – Les valeurs de I_1 , I_2 , J_1 et J_2 pour différentes valeurs de $\beta, \zeta, \varepsilon$

En se référant à l'équation d'intégrale mentionnée dans (5.46) et (5.47), ces intégrales ne sont pas faciles à résoudre analytiquement, nous appliquons donc une approximation dans l'équation (5.46) et (5.47) pour obtenir une expression similaire au cas non-relativiste, valable lorsque $\gamma \approx 1$:

$$Q_1 \approx \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(\varepsilon^* - \cosh u)}{(\varepsilon^* \cosh(u) - 1)^2} \exp [i \cdot \zeta^* (\varepsilon^* \sinh u + u)] du \quad (5.60)$$

$$Q_2 \approx \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sinh(u)}{(\varepsilon^* \cosh(u) - 1)^2} \exp [i \cdot \zeta^* (\varepsilon^* \sinh u + u)] du \quad (5.61)$$

Dans ce cas l'intégrale est similaire à la formule calculée précédemment pour le cas non-relativiste, ce qui donne :

$$Q_1(\zeta^* \varepsilon^*) = 2i \zeta^* e^{\pi \zeta^*/2} K'_{i\zeta^*}(\zeta^* \varepsilon^*) \quad ; \quad Q_2(\zeta^* \varepsilon^*) = 2 \frac{\zeta^* e^{\pi \zeta^*/2}}{\varepsilon^*} K_{i\zeta^*}(\zeta^* \varepsilon^*) \quad (5.62)$$

Cela conduit à écrire la probabilité de transition relativiste par :

$$P_{ij}^* = \frac{4I_H^2}{E\rho_0^{*2}\Delta E_{ij}} f_{ij} \zeta^{*2} e^{\pi \zeta^*} \left[|K'_{i\zeta^*}(\zeta^* \varepsilon^*)|^2 + \frac{\varepsilon^{*2} - 1}{\varepsilon^{*2}} |K_{i\zeta^*}(\zeta^* \varepsilon^*)|^2 \right] = \frac{4I_H^2}{E\rho_0^{*2}\Delta E_{ij}} f_{ij} Y_1(\zeta^* \varepsilon^*). \quad (5.63)$$

L'intégrale par rapport au paramètre d'impact ρ de la probabilité de transition (détaillé dans l'appendice (A)) donne :

$$\begin{aligned} \sigma_{i \rightarrow j}^* &= 2\pi \int \rho d\rho P_{ij}^* = \frac{8I_H^2}{E} \frac{f_{ij}}{\Delta E_{ij}} \zeta^* \varepsilon^* e^{\pi \zeta^*} K_{i\zeta^*}(\zeta^* \varepsilon^*) K'_{i\zeta^*}(\zeta^* \varepsilon^*), \\ &= \frac{8I_H^2}{E\Delta E_{ij}} f_{ij} Y_2(\zeta^*, \varepsilon^*), \end{aligned} \quad (5.64)$$

avec :

$$\varepsilon^* = \sqrt{1 - \beta^2 + (\varepsilon^2 - 1)\gamma^2}, \quad (5.65)$$

$$\zeta^* = \frac{\rho_0}{v\gamma^3} \omega_{ij} \quad (5.66)$$

Le rapport entre la section efficace inélastique par la paramétrisation relativiste et non-relativiste est exprimé par ;

$$\frac{\sigma_{ij}^*}{\sigma_{ij}} \approx \frac{Y_2^*(\zeta^*, \varepsilon^*)}{Y_2(\zeta, \varepsilon)}, \quad (5.67)$$

les résultats de comparaison sont présentés dans la figure (5.7) comme une fonction de β .

5.3 Conclusion

L'élargissement par collision des particules chargées (électrons) d'une raie isolée est exprimé en fonction des sections efficaces inélastiques. Ces sections efficaces inélastiques sont exprimées en fonction de la trajectoire des électrons perturbateurs pour la contribution dipolaire de potentiel (5.23). Dans les conditions du plasma à haute température, la trajectoire des électrons perturbateurs ultra-rapides est affectée par ces

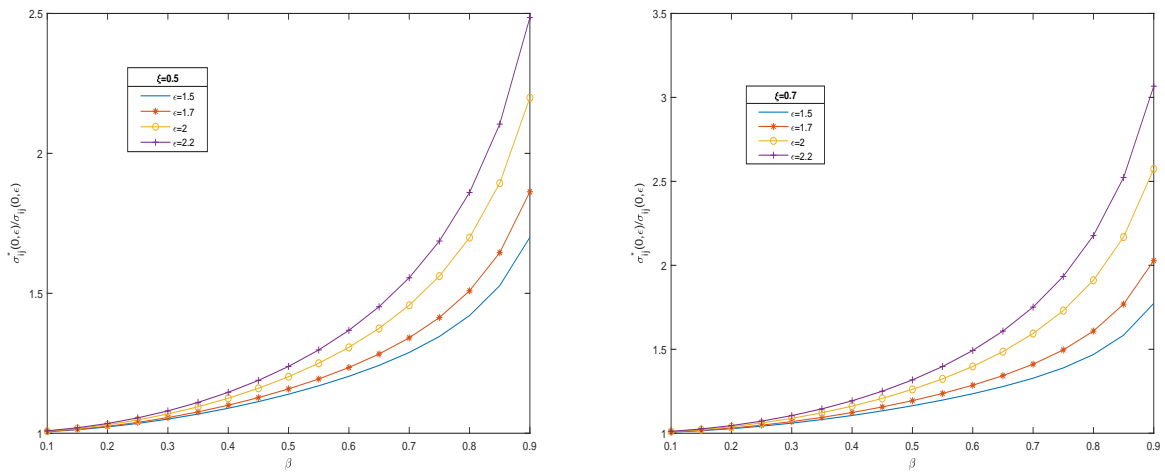


FIGURE 5.7 – Le rapport entre la section efficace avec la paramétrisation relativiste σ_{ij}^* et σ_{ij} avec paramétrisation non-relativiste comme une fonction de β pour des différentes valeurs de ξ et ε

conditions donnant une paramétrisation exprimée dans la formule(5.42). Dans ce chapitre nous avons introduit une paramétrisation relativiste de la trajectoire de l'électron perturbateur dans l'expression de la section efficace inélastique. Ce dernier est utilisé dans le calcul de l'élargissement Stark électronique. Les résultats obtenus ont montré que les corrections apportées ont augmenté les valeurs de section efficace inélastique qui sont significatives pour des températures plus élevées.

Bibliographie

- [1] Baranger, M., Simplified quantum-mechanical theory of pressure broadening. *Phys. Rev.* **111**, 481493 (1958a).
- [2] Baranger, M., Problem of overlapping lines in the theory of pressure broadening. *Phys. Rev.* **111**, 494504 (1958b).
- [3] Baranger, M., General impact theory of pressure broadening. *Phys. Rev.* **112**, 855865 (1958c).
- [4] Bréchet, S., van Regemorter, H.. "L'élargissement des raies spectrales par chocs. II.-Théorie générale de l'élargissement par chocs électroniques." *Annales d'Astrophysique.* **27**, 739 (1964).
- [5] Burgess, A., Percival, I. C. "Classical theory of atomic scattering." *Advances in Atomic and Molecular Physics.* Vol. 4. Academic Press, **4**, 109-141 (1968).
- [6] Naam, A., Meftah, M. T., Douis, S., Alexiou, S. "Spectral line broadening by relativistic electrons in plasmas : Collision operator." *Advances in Space Research,* **54**, 7, 1242-1247 (2014).
- [7] Seaton, M. J. "The impact parameter method for electron excitation of optically allowed atomic transitions." *Proceedings of the Physical Society (1958-1967)* **79**, 6, 1105 (1962).
- [8] Sahal-Bréchet, S. "Impact theory of the broadening and shift of spectral lines due to electrons and ions in a plasma." *Astronomy and Astrophysics.* **1**, 91 (1969).
- [9] Feautrier, N. "Calcul semi-classique des sections d'excitation par chocs électroniques pour les ions. Application à l'élargissement des raies." *Annales d'Astrophysique.* **31**, 305 (1968).
- [10] Bely, O., Van Regemorter, H. "Excitation and ionization by electron impact." *Annual Review of Astronomy and Astrophysics,* **8**, 1, 329-368 (1970).
- [11] Alder, K., Bohr, A., Huus, T., Mottelson, B., Winther, A. "Study of nuclear structure by electromagnetic excitation with accelerated ions." *Reviews of modern physics* **28**, 4, 432 (1956).
- [12] Messiah, A. "Mécanique Quantique, vol. II." Dunod, Paris (1962).
- [13] Alexiou, S. "Collision operator for isolated ion lines in the standard Stark-broadening theory with applications to the Z scaling in the Li isoelectronic series 3P-3S transition." *Physical Review A,* **49**, 1, 106 (1994).

Chapitre 6

Conclusion générale et perspectives

La spectroscopie des plasmas est l'un des outils de diagnostic les plus établis et les plus anciens en astrophysique et en physique des plasmas. Les atomes et les ions rayonnants donnent un aperçu des processus et des paramètres du plasma et offrent la possibilité d'une observation en temps réel. Ce qui fournit une ligne de visée à travers le plasma. Ainsi, la spectroscopie des plasmas est une technique de diagnostic indispensable dans le traitement et la technologie ainsi que dans la recherche fondamentale du plasma.

Nous avons tenté dans notre travail d'étudier les effets relativistes, les effets d'écran et les effets quantiques sur l'opérateur de collision électronique. Nous avons apporté nos corrections sur les calculs théoriques de Griem. Nous avons inclus nos corrections en utilisant les sections efficaces calculées pour des différents potentiels d'interaction (Coulomb, Debye, Deutsch).

Dans le premier chapitre, nous avons exposé des généralités sur les plasmas et profils de raies, nous avons également exposé les différents types de plasmas et les potentiels qui gouvernent les interactions dans ces milieux.

Le deuxième chapitre a été conçu pour une vision générale sur la théorie de collision et les sections efficaces de diffusion. Nous avons présenté la trajectoire de l'électron perturbateur dans un champ central dans le cas classique et relativiste, ainsi qu'une présentation des étapes de calcul des sections efficaces dans l'approche classique quantique et relativiste.

Dans le chapitre trois nous avons présenté les aspects fondamentaux de l'élargissement Stark électronique et les étapes suivies pour le développement de la formule finale de l'opérateur de collision électronique pour le cas d'un ion hydrogénoïde dans l'approximation d'impact semi-classique sans structure fine qui retient notre attention dans le prochain chapitre.

Le chapitre quatre a été divisé en trois parties. Dans la première partie nous avons étudié les modifications relativistes par l'utilisation de la section efficace de Mott et appliqué une moyenne sur les vitesses par la fonction de distribution de Jüttner dans les conditions de températures $T > 10^8 K$. Les résultats obtenus ont montré que :

- Les corrections relativistes font augmenter l'élargissement des raies spectrales par collision d'un taux qui peut atteindre des valeurs de 30% pour des températures de $T = 5 \times 10^9 K$.
- Les corrections relativistes réduisent l'intensité des profils de raie d'un taux qui peut dépasser les 20% pour

des températures de $T = 5 \times 10^9 K$.

- Les corrections dues à l'interaction de spin électron-émetteur sont totalement négligeables ;

Dans la deuxième partie nous avons appliqué la section efficace calculée pour le potentiel de Deutsch dans la formule de l'opérateur de collision électronique. Les résultats de comparaisons avec la formule théorique de Griem ont montré que :

- Ces modifications ont réduit l'élargissement des raies spectrales.

- Les calculs avec le potentiel de Deutsch tendent vers les calculs théoriques de Griem pour des hautes températures et l'écart entre les deux cas augmente quand la température diminue $T < 10^8 K$.

- Cette modification affecte aussi le profil de raie par l'augmentation de l'intensité des raies spectrales d'un taux qui dépasse les 20%.

- L'application de la moyenne par la distribution de Fermi-Dirac a diminué l'élargissement comparativement au calcul avec la distribution de Maxwell-Boltzmann.

Dans la troisième partie nous avons étudié les effets d'écran en utilisant la section efficace calculée par le potentiel de Debye dans la formule de l'opérateur de collision électronique. Les résultats de comparaisons avec la formule théorique de Griem ont montré que :

- Les modifications apportées ont réduit l'élargissement des raies spectrales, et l'écart entre les deux cas apparaissait de plus avec l'augmentation de la température et pour $N_e > 10^{18} cm^{-3}$.

Dans le but d'étudier les formules calculées par le potentiel de Deutsch et de Debye pour des hautes températures (cas relativiste), nous avons appliqué une moyenne sur la vitesse des électrons perturbateurs avec la distribution de Jüttner ce changement a augmenté l'élargissement Stark électronique.

Pour une raie isolée l'élargissement Stark électronique est exprimé en fonction des sections efficaces inélastiques. Ces sections efficaces peuvent également être exprimées en fonction de trajectoire de l'électron perturbateur dans le cas où l'on prend le terme dipolaire de potentiel et un développement au premier ordre de la matrice de la transition.

Les conditions du plasma que nous avons étudiées, correspondent à l'apparition de corrections relativistes. Le premier effet qui apparaît est sur les trajectoires du mouvement des électrons autour de l'ion émetteur ce qui donne une paramétrisation relativiste. Dans le chapitre cinq, nous avons utilisé ces paramétrisations pour calculer les sections efficaces inélastiques. Les résultats obtenus ont montré que les corrections relativistes font augmenter les sections efficaces inélastiques ainsi que l'élargissement Stark.

La théorie de l'élargissement des raies spectrales a un grand nombre d'applications dans de nombreux domaines de la physique des plasmas. La théorie a été en perpétuel développement, aboutissant à approfondir notre compréhension de la physique des plasmas, découvrant de nouveaux défis et suscitant des discussions éclairantes. Nous avons appliqué nos calculs pour un ion hydrogénéoïde sans structure fine. Il serait aussi intéressant de :

- Appliquer les calculs pour un ion émetteur non Hydrogénéoïde.

- Prendre en considération la structure fine des émetteurs ;

- Prendre en considération la contribution quadripolaire de l'interaction.

- Calcul de l'élargissement des raies spectrales isolées en terme des sections efficaces élastiques et inélastiques dans le cas relativiste.
- Étudier la contribution simultanée des différents types d'élargissement.

Annexe A

Établissement de l'intégrale de la section efficace

On se réfère à la formule de la probabilité de transition (5.63). Pour obtenir l'expression de la section efficace inélastique on applique une intégrale par rapport à ε , après avoir appliqué le changement :

$$\rho d\rho = \frac{1}{\rho_0^*} \varepsilon^* d\varepsilon^*. \quad (\text{A.1})$$

Nous nous occuperons du côté de l'intégration et écrivons :

$$\zeta^{*2} \int \varepsilon^* d\varepsilon^* \left[K_{i\zeta^*}^{\prime 2} (\zeta^* \varepsilon^*) + \frac{\varepsilon^{*2} - 1}{\varepsilon^{*2}} K_{i\zeta^*}^2 (\zeta^* \varepsilon^*) \right]. \quad (\text{A.2})$$

On applique le changement de variable

$$x = \zeta^* \varepsilon^* \quad ; \quad dx = \zeta d\varepsilon^*, \quad (\text{A.3})$$

ce qui conduit à écrire :

$$\int \zeta^2 \varepsilon^* d\varepsilon^* \left[K_{i\zeta}^{\prime 2} (\zeta^* \varepsilon^*) + \frac{\zeta^2 \varepsilon^{*2} - \zeta^2}{\zeta^2 \varepsilon^{*2}} K_{i\zeta}^2 (\zeta \varepsilon) \right] = \int dx \left[x K_{i\zeta}^{\prime 2} (x) + \frac{x^2 - 1}{x} K_{i\zeta}^2 (x) \right]. \quad (\text{A.4})$$

D'autre part :

$$\frac{d}{dx} \left[x K_{i\zeta}' (x) K_{i\zeta} (x) \right] = \left[x K_{i\zeta}^{\prime 2} (x) + x K_{i\zeta} (x) K_{i\zeta}'' (x) + K_{i\zeta} (x) K_{i\zeta}' (x) \right] \quad (\text{A.5})$$

Alexiou dans son article de 1994 a prouvé que l'égalité suivante est égale à zéro :

$$\frac{K_{i\zeta}' (x)}{x} \left[x^2 K_{i\zeta}'' (x) + x K_{i\zeta}' (x) - (x^2 - \zeta^2) K_{i\zeta} (x) \right] = 0. \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dx} \left[x K'_{i\bar{\zeta}}(x) K_{i\bar{\zeta}}(x) \right] &= \frac{K_{i\bar{\zeta}}(x)}{x} \left[x^2 \frac{K_{i\bar{\zeta}}'^2(x)}{K_{i\bar{\zeta}}(x)} + (x^2 - \bar{\zeta}^2) K_{i\bar{\zeta}}(x) + \underbrace{x^2 K_{i\bar{\zeta}}''(x) + x K_{i\bar{\zeta}}'(x) - (x^2 - \bar{\zeta}^2) K_{i\bar{\zeta}}(x)}_{=0} \right] \\
\frac{d}{dx} x K'_{i\bar{\zeta}}(x) K_{i\bar{\zeta}}(x) &= \left[x K_{i\bar{\zeta}}'^2(x) + \frac{(x^2 - \bar{\zeta}^2)}{x} K_{i\bar{\zeta}}^2(x) \right]. \tag{A.7}
\end{aligned}$$

En remplaçant l'équation (A.7) dans l'intégrale (A.4), on obtient :

$$\int dx \left[\frac{d}{dx} x K'_{i\bar{\zeta}}(x) K_{i\bar{\zeta}}(x) \right] = \bar{\zeta} \varepsilon K'_{i\bar{\zeta}}(\bar{\zeta} \varepsilon) K_{i\bar{\zeta}}(\bar{\zeta} \varepsilon). \tag{A.8}$$



Relativistic calculation of spectral line broadening by electron collisions in plasmas: Case of hydrogenic ions

D.E. Zenkhri*, M.T. Meftah, F. Khelfaoui

Université Kasdi Merbah Ouargla, Laboratoire LRPPS Faculté de Mathématiques et des Sciences de la Matière, Ouargla 30 000, Algeria

Received 5 September 2021; received in revised form 4 February 2022; accepted 7 February 2022

Abstract

In the present work, we compute the amplitude of the real part of the impact collision operator for the electron broadening of hydrogenic ion lines in plasmas, taking into account relativistic effects in the dynamics of the perturbing electron. Specifically, two relativistic effects are included: the modification of the cross section Mott instead of the Rutherford cross section and the modification of the velocity distribution (Maxwell–Juttner). The results are compared to the non-relativistic case.

© 2022 COSPAR. Published by Elsevier B.V. All rights reserved.

Keywords: Collision operator; Cross section; High temperature

1. Introduction

The study of line shapes in plasma spectroscopy is an important tool that gives the possibility of using measured line profiles in connection with a reliable theory to determine the physical properties of emitting plasma. When Stark broadening dominates, this provides a method for the measurement of charged particle densities. In a series of papers the Stark broadening by local fields from ions and electrons in plasma has been calculated for hydrogen (Griem et al., 1959) and neutral helium (Griem et al., 1962) lines and for high series members of hydrogen like spectra using a generalized impact theory (Baranger, 1958b; Baranger, 1958a) to describe the electron effect.

Baranger (1958b,a) showed that we can represent the width and shift of an emitted line by a medium by using the diagonal elements $S_{\alpha\alpha}$ and $S_{\beta\beta}$ of perturber-emitter scattering matrix, respectively. In other words, the width can be expressed as a sum of collision cross sections plus an

additive term called the interference term. Most of the theoretical works have been based on the above references (by using the hypothesis on the duration of a collision is much smaller than the mean time between two consecutive collisions (Sahal-Bréchet, 1969b,a; Sahal-Bréchet et al., 2014)) and by adopting the semi-classical approximation (the incoming particle, the perturber particle, is treated classically whereas the radiating atom or ion is treated quantum mechanically (Griem et al. (1962)) to calculate the electron collision operator corresponding to width and shift of the emitted line. Comparatively to experience, the obtained collision operator from this model has given acceptable profiles. In hot astrophysical plasmas, electrons may be energetic enough that their thermal energy $K_B T$ can be comparable to the rest mass. For the extreme densities encountered in some astrophysical objects, pressure broadening could dominate. However, for such objects, the electrons may become relativistic due to the extreme temperatures, and hence it makes sense to check the modifications to the pressure broadening by relativistic effects. Similarly, in laser-produced plasmas, very high densities may be achieved, sometimes with rather modest tempera-

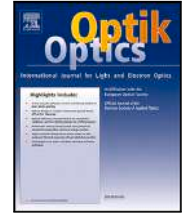
* Corresponding author.

E-mail address: zenkhridjameleddine@gmail.com (D.E. Zenkhri).



Contents lists available at ScienceDirect

Optik - International Journal for Light and Electron Optics

journal homepage: www.elsevier.com/locate/ijleo

Original Research Article



Effect of Deutsch interaction on the spectral line broadening in plasmas: Ly- α case for hydrogenic ions

D.E. Zenkhri*, M.T. Meftah, F. Khelifaoui

Univ. Ouargla, Fac.des Mathématiques et des Sciences de la Matière, Lab. Rayonnement et Plasmas et Physique des Surfaces, Ouargla 30 000, Algeria

ARTICLE INFO

Keywords:

Electronic collision operator
Broadening by collision
Relativistic
Cross section
Deutsch interaction
Quantum effects

ABSTRACT

The aim of this work is to calculate the broadening of the spectral lines in a plasma constituted of electrons and Vn^{+22} ions (hydrogen-like Vanadium). In particular, we are interested in the contribution of weak collisions (free electrons–ions Vn^{+22}) to this broadening. To this end, we place ourselves within the framework of the semi-classical theory using the electric dipole interaction. We also use the impact theory which is often adapted when dealing with the broadening of spectral lines by collisions of ions with electrons. The novelty in this work is based on the fact that the interaction (free electron- Vn^{+22}) is of the Deutsch type which takes into account the quantum effects at short distance. We therefore used this interaction to calculate the collision cross section (free electron- Vn^{+22}) in quantum mechanics on the one hand and in relativistic quantum mechanics on the other hand. We used the two cross-section expressions that we calculated to extract the amplitude of the collision operator. In using the first expression, we worked with the Maxwell distribution of velocities, while with the second expression of the cross section, we worked with the Juttner–Maxwell distribution of velocities. We also added to this work the effect of particles identity to calculate the amplitude of the collision operator, using the appropriate cross section. Comparisons with the results from Coulomb's interaction have been made.

1. Introduction

The profiles of the spectral lines are rich with information that can be useful in the diagnosis of plasma such as the determination of temperature [1–7] and density of electrons number [1,5,6,8] and even the local electric field (electric micro field) produced by electrons and ions [9,10]. As these spectral lines are not infinitely thin but present a certain width, there are several causes of broadening: Doppler, natural, instrumental, and collisional (electrons and ions collisions with the emitters in question [11]). Our work focuses on the latter type of broadening. The broadening of spectral lines due to the interaction between emitter and the perturber (ions and electrons) is a subject already studied for a long time and which has accompanied the development of plasma spectroscopy like the works of Baranger [12,13], in which he has shown that we can represent the width and shift of a line emitted between the upper levels α and lower levels β by using the diagonal element $S_{\alpha\alpha}$ and $S_{\beta\beta}$ of perturber-emitter scattering matrix respectively. It turns out that the width can be expressed as a sum of collision cross-sections. Much of theoretical works have been based on the above articles, which are inspired by Anderson impact theory [14] (based on the hypothesis of the duration of a collision is much smaller than the mean time between two consecutive collisions [15,16]) for the line profiles occurring in plasmas. Griem, Baranger, Kolb, and ortel [17] and [15] Sahal-Bréchet [18] have successfully used the theory of Baranger [12] by adopting

* Corresponding author.

E-mail addresses: zenkhridjameledine@gmail.com (D.E. Zenkhri), mewalid@yahoo.com (M.T. Meftah), fethi.khelifaoui@gmail.com (F. Khelifaoui).

<https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2021.166869>

Received 25 February 2021; Accepted 25 March 2021

Available online 3 April 2021

0030-4026/© 2021 Published by Elsevier GmbH.