

جامعة قاصدي مرياح ورقلة

كلية الرياضيات وعلوم المادة

قسم الفيزياء

رقم الترتيب:

رقم التسلسل:



مذكرة ماستر أكاديمي

مجال: علوم المادة

شعبة: فيزياء

تخصص: فيزياء طاقوية

مقدمة من طرف الطالبتين: سراوي ثريا - عبيد رحمه

بـعنوان:

دراسة تجريبية ونظرية للضياء في الطاقة لمختلف الوصلات الأنبوبية في الشبكات (دراسة خاصة بالماء)

نوقشت يوم 15 / 06 / 2023 أمام لجنة المناقشة المكونة من:

محسن حسين	جامعة قاصدي مرياح - ورقلة	أستاذ محاضر - أ-رئيسا
سوداني محمد البار	جامعة قاصدي مرياح - ورقلة	أستاذ محاضر - أ-مناقشا
تخة محمد	جامعة قاصدي مرياح - ورقلة	أستاذ محاضر - ب-مشرفا

الموسم الجامعي: 2022 / 2023

الإهداء

الحمد لله والصلاة والسلام على الحبيب المصطفى و أهله
ومن وفى أما بعد :

الحمد لله الذي وفقنا في مسيرتنا الدراسية بمذكرتنا هذه ثمرة
الجهد و النجاح بفضلته تعالى مهداة إلى الوالدين الكريمين
حفظهما الله و إلى العائلتين الكريمتين (سراوي و عبيد) , إلى
جميع الإخوة و الأخوات وإلى جميع زميلاتنا و زملائنا و إلى
جميع الأساتذة الذين رافقونا طول مشوارنا الدراسي.

و اسأل الله سبحانه و تعالى أن يجعله فائدة على الذين من
بعدنا إن شاء الله

شكر و تقدير

"من لا يشكر الناس لا يشكر الله " "قال رسول الله صلى الله عليه وسلم: **من صنع إليكم معروفا فكافئوه فان لم تجدوا ما تكافئوه فادعوا له حتى تروا انكم كافأتموه ...**"

ومن باب الاحترام و التقدير يشرفنا أن نتوجه ببالغ الشكر للدكتور الفاضل "**محمد تخته**" على ما بذله من جهد وتوجيه خلال مرحلة العمل "فأي كلام شكر يوفيك حقاك؟"

كما يشرفنا أيضا أن نتقدم بشكر الجزيل إلى أعضاء لجنة المناقشة وجزيل الشكر للأساتذة لما قدموه لنا من مساعدات وجزيل الشكر لزميلاتنا و زملائنا .

في مجال دراسة شبكات التغذية والتوصيل بالموائع الأساسية مثل الماء والغاز والبتروال كان التطرق لضياح الطاقة والحفاظ عليها في الشبكة أمر ضروري لضبط التزويد بهذه الموائع، ومن هذا المنطلق تم دراسة الضياح في مختلف الوصلات الأنبوية في شبكات التوصيل، وهذه الدراسة اهتمت بالمقارنة بين الوصلات الأنبوية في ما يخص الضياح في الطاقة ومن بين المسببات في الضياح نجد الاحتكاك الناتج من اللزوجة وخشونة السطوح الصلبة، وقد تم استخدام معادلة برنولي في فهم هذه الضياحات، وتم الاعتماد على ثلاث تجارب، والنتائج التي تم الحصول عليها بينت أن شكل الوصلة الأنبوية له تأثير مباشر على كمية الضياح وكان أحسن شكل في مجموعة الأشكال المرفقية التي يغير فيها المائع اتجاه حركته هو المرفق ذو قطر التقويس أكبر وإنحاء بدون زوايا، وأظهرت الدراسة التجريبية أن الاحتكاك يخضع لنماذج شبه تجريبية لها صدقية كافية للاعتماد عليها مثل نموذج Bousille الخاص بالنمط الرقائقي ونموذج Blasius الخاص بالنمط المضطرب.

الكلمات المفتاحية: الضياح في الحمولة، حفظ الكتلة، حفظ كمية الحركة، حفظ الطاقة، برنولي، فانتوري، أنبوب، شبكة تغذية، موائع

Abstract

In the field of studying fluid supply and conveyance networks, such as water, gas, and petroleum, addressing energy loss and its conservation within the network is necessary for maintaining the reserve of these fluids. And from this point of view, the loss in various pipe connections within conveyance networks has been studied. This study focused on comparing pipe connections in terms of energy loss. Among the causes of this loss, friction resulting from viscosity and surface roughness of solid surfaces were identified. The Bernoulli equation was used to understand these losses, and three experiments were conducted. The obtained results indicated that the shape of the pipe connection directly affects the amount of loss. The best shape among the tested configurations, in which the fluid changes its direction, was the curved attachment with the largest radius of curvature without angles. The experimental study showed that friction follows semi-empirical models that are sufficiently reliable to be relied upon, such as the Bousille model for laminar flow and the Blasius model for turbulent flow.

Keywords: Energy loss, mass conservation, momentum conservation, Bernoulli equation, Venturi, pipe, supply network, fluids

فهرس العناوین

X	قائمة الرموز والمصطلحات.....
أ	المقدمة العامة.....
الفصل الأول: المعادلات الأساسية في ميكانيكا الموائع	
2	مقدمة الفصل الأول.....
2	1) معادلات حفظ الكتلة.....
2	1-1) شرح مبدأ حفظ الكتلة (Énoncée du principe).....
3	2-1) المعادلة المحلية (النقطية) لحفظ الكتلة (équation ponctuelle).....
5	3-1) المعادلة التكاملية لحفظ الكتلة (équation intégrée).....
5	4-1) نظرية في استقرار النظام بالنسبة للزمن.....
6	5-1) تعميم خاص بمعادلة حفظ كمية المادة (Généralité).....
7	2) معادلات كمية الحركة (équation des quantités de mouvement).....
7	1-2) شرح مبدأ حفظ كمية الحركة (Énoncée du principe).....
7	2-2) المعادلة التحويلية النقطية لحفظ كمية الحركة (L'équation dynamique ponctuelle).....
9	3-2) معادلة تحريك المائع اللزج.....
10	4-2) حالة مائع غير انضغاطي: معادلة نافي ستوكس (Navier–Stokes).....
11	5-2) معادلات التحريك التكاملية (équations dynamiques intégrées).....
14	3) نظرية الطاقة الحركية (Théorème de l'énergie cinétique).....
15	1-3) حساب استطاعة قوى الحجم \mathcal{P}_v
15	2-3) حساب استطاعة قوى السطح \mathcal{P}_s
16	3-3) حساب استطاعة القوى الداخلية \mathcal{P}_i
20	4) معادلات حفظ الطاقة (équations de conservation de l'énergie).....
20	1-4) توضيح مبدأ حفظ الطاقة (énoncée de principe).....
20	2-4) معادلة الطاقة النقطية لحفظ الطاقة (équation d'énergie ponctuelle).....
23	3-4) حالات خاصة من معادلة الطاقة.....
24	ملخص الفصل الأول.....
28	مراجع الفصل الأول.....
الفصل الثاني: تحليل وبرهنة قانون برنولي	
30	مقدمة الفصل الثاني.....
31	1) الهدف من الدراسة.....
31	2) الأجهزة المستعملة.....

31(1-2) الجهاز الأساسي في التجربة الأولى.
31(2-2) تفاصيل جهاز التجربة الأولى HM150.07.
32(3-2) جهاز التغذية بالماء HM150.
33(4-2) تفاصيل جهاز التغذية بالماء HM150.
34(3) مبدأ العمل.
34(4) طريقة تحديد المتغيرات.
34(1-4) تحديد وحساب الضغط.
36(2-4) مقارنة القيم المحسوبة والمقاسة.
37(5) الإجراءات المتبعة في التجربة الأولى.
38(6) الحسابات والنتائج.
38(1-6) النتائج التجريبية.
47ملخص الفصل الثاني.
48مراجع الفصل الثاني.

الفصل الثالث: تغيرات الضياع في الضغط على طول أنبوب به مختلف المقاطع

51مقدمة الفصل الثالث.
52(1) الهدف من الدراسة.
52(2) الأجهزة المستعملة.
52(1-2) الجهاز HM150.
53(2-2) تفاصيل جهاز التغذية بالماء HM150.
53(3-2) الجهاز HM150.29.
54(4-2) تفاصيل الجهاز HM 150.29.
55(3) مبدأ العمل.
55(4) الإجراءات المتبعة.
60(5) الحسابات والنتائج.
60(1-5) النتائج التجريبية.
65ملخص الفصل الثالث.
66مراجع الفصل الثالث.

الفصل الرابع: تحليل ظاهرة الاحتكاك في الأنابيب

70مقدمة الفصل الرابع.
----	--------------------------

71 (1) الهدف من الدراسة.
71 (2) الأجهزة المستعملة.
71 (1-2) الجهاز HM150.01
72 (2-2) تفاصيل الجهاز HM150.01
73 (3-2) الجهاز HM150
73 (4-2) تفاصيل جهاز التغذية بالماء HM150
74 (3) مبدأ العمل
75 (4) طريقة تحديد المتغيرات
75 (1-4) تحديد وحساب الضغط
75 (2-4) حساب الضياع في الحمولة والمعامل λ
75 (3-4) تحديد نمط السريان
76 (5) مقارنة القيم النظرية والتجريبية.
77 (6) الإجراءات المتبعة في التجربة.
78 (7) الحسابات والنتائج
78 (1-7) النتائج التجريبية
83 ملخص الفصل الرابع.
84 مراجع الفصل الرابع.
الخاتمة العامة	
87 النتائج
88 التوصيات

فهرس الأشكال

الفصل الثاني: تحليل وبرهنة قانون برنولي

31	مخطط توضيحي للجهاز الأساسي في التجربة الأولى HM150.07	الشكل (2-1)
32	مخطط توضيحي لجهاز التغذية بالماء HM150 التجربة الأولى	الشكل (2-2)
33	صورة تبين التجربة الأولى (الجهاز الأساسي فوق جهاز التغذية بالماء	الشكل (2-3)
34	مخطط لجهاز فانثوري الخاص بالتجربة الأولى	الشكل (2-4)
35	مخطط توضيحي لطرق حساب الحمولة في التجربة الأولى	الشكل (2-5)
36	مخطط يوضح طريقة حساب الفرق في الضغط بالمانومتر في التجربة الأولى	الشكل (2-6)
37	مخطط يوضح اتجاه حركة الماء في التجربة الأولى	الشكل (2-7)
37	مخطط يوضح مساحة كل مقطع في أنبوب فانثوري المستخدم في التجربة الأولى	الشكل (2-8)
40	تغيرات السرعة w_{cal} و w_{mes} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من اجل التدفق $Q_v=0.15$ L/s في التجربة الأولى	الشكل (2-9)
40	تغيرات السرعة w_{cal} و w_{mes} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من اجل التدفق $Q_v=0.11$ L/s في التجربة الأولى	الشكل (2-10)
41	تغيرات السرعة w_{cal} و w_{mes} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من اجل التدفق $Q_v=0.09$ L/s في التجربة الأولى	الشكل (2-11)
41	تغيرات السرعة w_{cal} و w_{mes} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من اجل التدفق $Q_v=0.08$ L/s في التجربة الأولى	الشكل (2-12)
42	تغيرات السرعة w_{mes} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من أجل التدفقات المدروسة في التجربة الأولى	الشكل (2-13)
42	تغيرات السرعة w_{cal} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من أجل التدفقات المدروسة في التجربة الأولى	الشكل (2-14)
43	تغيرات الحمولة H_{stat} و H_{Dyna} و H_{total} و H_{loss} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من اجل التدفق $Q_v=0.15$ L/s في التجربة الأولى	الشكل (2-15)
43	تغيرات الحمولة H_{stat} و H_{Dyna} و H_{total} و H_{loss} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من اجل التدفق $Q_v=0.11$ L/s في التجربة الأولى	الشكل (2-16)
44	تغيرات الحمولة H_{stat} و H_{Dyna} و H_{total} و H_{loss} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من اجل التدفق $Q_v=0.09$ L/s في التجربة الأولى	الشكل (2-17)
44	تغيرات الحمولة H_{stat} و H_{Dyna} و H_{total} و H_{loss} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من اجل التدفق $Q_v=0.08$ L/s في التجربة الأولى	الشكل (2-18)
45	تغيرات الحمولة H_{stat} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من اجل التدفقات المدروسة في التجربة الاولى	الشكل (2-19)
45	تغيرات الحمولة H_{total} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من اجل التدفقات المدروسة في التجربة الاولى	الشكل (2-20)
46	تغيرات الحمولة H_{Dyna} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من اجل التدفقات المدروسة في التجربة الاولى	الشكل (2-21)
46	تغيرات الحمولة H_{loss} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من اجل التدفقات المدروسة في التجربة الاولى	الشكل (2-22)

الفصل الثالث: تغيرات الضياع في الضغط على طول أنبوب به مختلف المقاطع

52	مخطط توضيحي لجهاز التغذية بالماء HM150 في تجربة الثانية	الشكل (3-1)
53	مخطط توضيحي لجهاز حساب الضياع في التجربة الثانية	الشكل (3-2)
54	صورة تبين التجربة الثانية (الجهاز الأساسي)	الشكل (3-3)
56	مخطط توضيحي يوضح اللوحة ذات 6 مانومتر مائي	الشكل (3-4)
57	مخطط يوضح قياس الفرق في الضغط بين نقطتين في تجربة الثانية	الشكل (3-5)
58	مخطط يوضح صمام التفريغ الهوائي في تجربة الثانية	الشكل (3-6)
62	مخططات توضيحية للوصلات الانبوبية 90° Pipe Elbow و 90° Bend التجربة الثانية	الشكل (3-7)
62	مخططات توضيحية للوصلات الانبوبية $Changes in Cross-Sectional Area$ التجربة الثانية	الشكل (3-8)
63	تغيرات الفرق في الحمولة بدلالة الأشكال في التجربة الثانية	الشكل (3-9)
63	تغيرات الارتفاع الأعظمي في الحمولة بدلالة المواضع في التجربة الثانية	الشكل (3-10)

الفصل الرابع: تحليل ظاهرة الاحتكاك في الأنابيب

71	مخطط يوضح الجهاز HM150.01 لدراسة الاحتكاك في أنبوب في التجربة الثالثة	الشكل (4-1)
73	مخطط يوضح الجهاز HM150 جهاز التغذية بالماء في التجربة الثالثة	الشكل (4-2)
74	صورة تبين التجربة الثالثة (الجهاز الأساسي فوق جهاز التغذية بالماء)	الشكل (4-3)
77	مخطط توضيحي لمختلف الصمامات للتحكم في سريان الماء وتحديد نمط السريان	الشكل (4-4)
80	مخطط يوضح تغيرات λ_{mes} و λ_{th} بدلالة Re الخاصة بالنمط الرقائقي والمضطرب	الشكل (4-5)
80	مخطط يوضح تغيرات λ_{mes} و λ_{th} بدلالة Re الخاصة بالنمط الرقائقي.	الشكل (4-6)
81	شكل يوضح تغيرات λ_{mes} و λ_{th} بدلالة Re الخاصة بالنمط المضطرب	الشكل (4-7)
81	مخطط Moody يوضح تغيرات λ بدلالة Re الخاصة بالنمط الرقائقي والمضطرب.	الشكل (4-8)

فهرس الجداول

الفصل الثاني: تحليل وبرهنة قانون بارنولي

جدول (1-2) خاص بالمقارنة بين السرعة المحسوبة والمقاسة 38

الفصل الثالث: تغيرات الضياع في الضغط على طول أنبوب به مختلف المقاطع

جدول (1-3) قائمة توضح النقاط وعدد الوصلات الأنبوية المدروسة 59

جدول (2-3) خاص بحساب الفرق في الضغط والحمولة حسب التدفق 60

جدول (3-3) خاص بحساب الفرق في الضغط والحمولة حسب التدفق 61

الجدول (3-4): خاص بحساب الفرق في الحمولة حسب شكل المرفق في التدفق
جدول (4-3) 1/min18.75 62

جدول (5-3) خاص بحساب الفرق في الحمولة حسب الشكل (توسع أو تضايق) في التدفق 8 l/min 62

الفصل الرابع: تحليل ظاهرة الاحتكاك في الأنابيب

جدول (1-4) خاص بحساب λ_{th} و λ_{mes} و Re الخاصة بالنمط الرقائقي 78

جدول (2-4) خاص بحساب λ_{th} و λ_{mes} و Re الخاصة بالنمط المضطرب 79

قائمة الرموز والاصطلاحات

الوحدة	الاصطلاحات (الرموز اللاتينية)	الرموز
m^2 مساحة المقطع	A
l حجم الماء	V
l/s التدفق الحجمي	V'
m/s سرعة السريان	w
S الزمن المستغرق	t
m / s^2 تسارع الجاذبية الأرضية	g
$ltr/s\sqrt{bar}$ معامل التدفق	K
m الحمولة	H
m/s معامل الإنتقال الكتلي	K
m طول الأنبوب	L
m القطر	D
Kg/s التدفق الكتلي	\dot{m}
Pa الضغط التثريكي	P_s
Pa الضغط السكوني	P_d
Pa الضغط الكلي	P_t
الرموز الإغريقية		
- الخشونة	ϵ
- معامل الاحتكاك	λ
$Pa.s$ اللزوجة التثريكية	μ
Kg/m^3 الكتلة الحجمية	ρ

المقدمة العامة

مقدمة عامة

من أجل دراسة شبكات التغذية والتوصيل بالموائع الأساسية مثل الماء والغاز والبتروك وكذلك كل الأجهزة التي تعتمد على أنابيب منها أنظمة التبريد وأنظمة توليد الطاقة كمحطات إنتاج الطاقة من البخار والتي تعتمد على مبدلات حرارية أنبوبية، كان يجب دراسة الضياع في الطاقة والحفاظ عليها في الشبكة أمر ضروري لضبط التزويد بهذه الموائع والاستغناء على المضخات والضواغط لتعويض النقص في الطاقة أو جعل خزانات التغذية في مناطق مرتفعة ذات التكلفة العالية، ومن هذا المنطلق تم دراسة الضياع في مختلف الوصلات الانبوبية في شبكات التوصيل، وهذه الدراسة اهتمت بالمقارنة بين الوصلات الانبوبية في ما يخص الضياع في الطاقة ومن المعروف أن أهم مسبب في الضياع هو الاحتكاك الناتج من اللزوجة وخشونة السطوح الصلبة، وقد تم استخدام معادلة برنولي في فهم هذه الضياع، وتم الاعتماد على ثلاث تجارب، والتجارب كانت مرتبة كما يلي: التجربة الأولى هي تحليل وبرهنة قانون برنولي، والتجربة الثانية كانت تتمثل في تغيرات الضياع في الضغط على طول أنبوب به مختلف المقاطع، أما التجربة الثالثة فكانت حول تحليل ظاهرة الاحتكاك في الأنابيب. والفرضيات التي يجب الحصول عليها تعتمد على تغيير شكل الوصلات الانبوبية التي يكون لها تأثير على كمية الضياع وكانت اهم الأشكال هي مجموعة الاشكال المرفقية التي يغير فيها المائع اتجاه حركته ومنها المرفق ذو قطر التقويس المختلف وبوجود أو عدم وجود زوايا، وكانت الدراسة التجريبية الخاصة بالاحتكاك تخضع لنماذج شبه تجريبية لها صدقية غير مدروسة، مثل نموذج Bousielle الخاص بالنمط الرقائقي ونموذج Blasius الخاص بالنمط المضطرب.

نظرية برنولي هي نظرية علمية تنص على أن الطاقة تظل محفوظة في الموائع المتحركة (سائلة أو غازية)، إذا كان المائع يتحرك في أنبوب أو مسار كفي يقل الضغط كلما زادت سرعة المائع ويزداد كلما قلت السرعة، فمثلا الماء في أنبوب فانتوري يتحرك في الجزء الضيق بسرعة أكبر مما هو عليه في الجزء الأوسع. وهي بدورها تفترض أن الضغط ينخفض لأدنى درجة عندما تصل السرعة لأقصى مدى، وتنسب هذه النظرية إلى دانيال برنولي (1700-1782م) وهو عالم رياضيات سويسري.

ويتم تطبيقها على الموائع الانضغاطية وغير انضغاطية، وكما يعرف المائع بأنه مجموعة من الجزيئات التي ترتبط مع بعضها البعض بشكل ضعيف، وهناك ثلاث نظريات أساسية تحكم حركة الموائع وهي

(نظرية حفظ الكتلة ،نظرية حفظ كمية الحركة ، نظرية حفظ الطاقة) ويوجد عوامل تؤثر على سلوك المائع ومن بينها الضغط وهو نوعين الضغط على الموائع الساكنة أو الضغط على الموائع المتحركة.

لدراسة خصائص المائع لابد من دراسة حفظ المقادير الأساسية التي يتميز بها المائع، ويكون لها ميزان حفظ في الحيز المدروس كالأنايب، وتعرف المقادير الفيزيائية القابلة للحفظ على أنها المقادير التوسيعية والتي لها علاقة مباشرة بكتلة المائع m ، والمقادير التوسيعية هي ثلاث: كمية المادة وكمية الحركة وكمية الطاقة، ولكل مقدار توسيعي معادلة تعبر عن ميزان حفظه في النظام المدروس، ومهما كان شكل النظام كفي أو خاص لابد من وجود سطوح تحد هذا الحيز عن الوسط الخارجي.

يوجد طرق تجريبية لحساب التدفق الحجمي للمائع عبر نظام مدروس، وهذه الطرق تعتمد على حساب كمية من المائع خلال زمن محدد، وبعدها يمكن تحديد السرعة في كل مقطع بقسمة التدفق الحجمي على مساحة المقطع. نجد أن الفرق في الضغط على طول أنبوب له دور في معرفة كفاءة شبكة التوصيل التي تعتمد عموماً على أنابيب ومقاطع مختلفة، وشبكة التوصيل نجدها مثلاً في تغذية الماء والغاز الطبيعي للمدن وأنابيب توصيل البترول والغاز بين المدن والمصانع الخاصة بالإنتاج والتصفية، ومن أهم مسببات الضياع الطاقة في شبكة تغذية للمائع، نلخصها في سببين: التمدد والتبدد، فالتمدد سببه عدم ثبات حجم المائع بوجود ضغط يمارس عليه والتبدد هو بسبب لزوجة المائع وخشونة الأسطح الصلبة، والسبب الرئيسي لذلك هو وجود تأثير للزوجة بالالتصاق بين جزيئات المائع مع بعضها البعض وكذا الالتصاق بين المائع والجدران الصلبة وخاصة إذا كانت خشنة.

الفصل الأول

المعادلات الأساسية في

ميكانيكا الموائع

المحتوى:

- 1) معادلات حفظ الكتلة.
- 2) معادلات كمية الحركة.
- 3) نظرية الطاقة الحركية.
- 4) معادلات حفظ الطاقة.

(الفصل الأول: المعادلات الأساسية في ميكانيكا الموائع)

Chapter1: Equation fondamentales de la mécanique des fluids

مقدمة الفصل الأول: لفهم سلوك الموائع ودراسة خصائص المائع لابد من دراسة حفظ المقادير الأساسية التي يتميز بها المائع، والمقادير تلك بالضرورة يكون لها ميزان حفظ في الحيز المدروس كالأنابيب أو أي نظام هندسي به المائع. المقادير الفيزيائية القابلة للحفظ تعرف على أنها المقادير التوسيعية والتي لها علاقة مباشرة بكتلة المائع m ، والمقصود بالعلاقة بالكتلة هو الارتباط المباشر بكمية المادة تزداد معها وتنقص معها لذلك سميت توسيعية، والمقادير التوسيعية هي ثلاث: كمية المادة وكمية الحركة وكمية الطاقة، ولأهمية الطاقة الحركية كان لابد من إضافة هذه الطاقة ووضع قانون لحفظها وهو ما سوف يتم مناقشته في هذا الفصل.

لكل مقدار توسيعي معادلة تعبر عن ميزان حفظه في النظام المدروس، ومهما كان شكل النظام كيفي أو خاص لابد من وجود سطوح تحد هذا الحيز عن الوسط الخارجي، هذه السطوح لها أهمية في فهم توازن السطوح في الحيز المدروس، والدراسات تعتمد دائما على ثلاث أنواع من السطوح المحيطة بالحيز فيوجد سطوح إدخال و سطوح إخراج و سطوح محيطة لا يتم فيها تبادل المقدار مع الوسط الخارجي (Volkamer et al. 1994).

بما أن التبادل الذي يحدث بين الحيز المدروس والوسط الخارجي يتم عبر السطوح كانت حقيقية أو وهمية، فإن دراسة التدفقات الخاصة بالمقادير التوسيعية عبر هذه السطوح هو الركيزة الأساسية لوضع معادلات حفظ أو ما يسمى بالمعادلات الأساسية في ميكانيك الموائع، ويمكن اعتماد هذه المعادلات في علوم أخرى تعتمد على الموائع كالديناميكا الحرارية وانتقال الحرارة وغيرها من العلوم في الفيزياء الطاقوية.

1) معادلات حفظ الكتلة (équation de conservation de la masse) :

1-1) شرح مبدأ حفظ الكتلة (Énoncée du principe) : نعتبر الحيز D من المائع في حالة حركة له الكتلة

$$m = \iiint_D \rho(M, t) d\omega \quad (1 - 1)$$

في حالة ثبات الكتلة (fluide conservatif) ونكتب:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint_D \rho(M, t) d\omega \quad (1 - 2)$$

2-1) المعادلة المحلية (النقطية) لحفظ الكتلة (équation ponctuelle) :

حسب التفاضل والمشتق الخاص لتكامل حجمي (Leishman 2023):

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint_D \rho(M, t) d\omega = \iiint_D \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \vec{V} \right) d\omega \quad (1-3)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \vec{V} = 0 \quad (1-4)$$

وهي معادلة الاستمرار (équation de continuité)، وبفضل التحويل التالي:

$$\text{div}(\rho \vec{V}) = \rho \cdot \text{div}(\vec{V}) + \vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\rho) \quad (1-5)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\rho) + \rho \cdot \text{div}(\vec{V}) \quad (1-6)$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \text{div} \vec{V} = 0 \quad (1-7)$$

في الإحداثيات الكارتية:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \dots\dots\dots \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (1-8)$$

عندما تكون الكتلة الحجمية مستقلة عن الموضع:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \dots\dots\dots \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_i}(u_i) = 0 \quad (1-9)$$

عندما تكون الكتلة الحجمية مستقلة عن الموضع والزمن (مائع غير انضغاطي):

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \dots\dots\dots \frac{\partial}{\partial x_i}(u_i) = 0 \dots\dots\dots \text{div} \vec{V} = 0 \quad (1-10)$$

وقد استنتجنا هذه النتيجة في الفصل الأول والتي تؤدي إلى استنتاج المعادلة التكاملية التالية:

حيث أن الحجم \mathcal{V} يكون ثابت مهما كان تغير الزمن

$$\frac{d\mathcal{V}}{dt} = \iiint_D \text{div} \vec{V} d\omega = 0 \quad (1-11)$$

وحيث أن من البديهي أن الكتلة الحجمية لا تتعلق بالموضع ولا بالزمن فإن $\frac{d\rho}{dt} = 0$ ، وهذا يعني:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{V} \cdot \overrightarrow{grad}(\rho) = 0 \quad (1 - 12)$$

وهذا بدوره يعني أن الحدين معا معدومين:

$\frac{\partial\rho}{\partial t}$: يعني أن الكتلة الحجمية لا تتغير مع الزمن t .

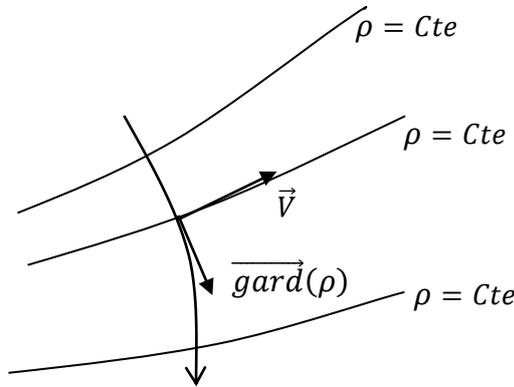
$\vec{V} \cdot \overrightarrow{grad}(\rho)$: يعني أن الكتلة الحجمية لا تتغير مع الموضع (x, y, z) .

في حالة $\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$: يعني الكتلة الحجمية لا تتعلق بالزمن، معادلة الاستمرار تكتب كما يلي:

$$\vec{V} \cdot \overrightarrow{grad}(\rho) = 0 \quad (1 - 13)$$

هناك حالات ممكنة:

- $\vec{V} = 0$ و $\overrightarrow{grad}(\rho) \neq 0$: يعني أن المائع في حالة سكون وهو متجانس.
- $\vec{V} \neq 0$ و $\overrightarrow{grad}(\rho) = 0$: يعني أن المائع في حالة حركة والكتلة الحجمية ثابتة في الفضاء والزمن.
- و $\overrightarrow{grad}(\rho) \perp \vec{V}$: السرعة وتدرج الكتلة الحجمية متعامدين. حسب الشكل التالي:



3-1) المعادلة التكاملية لحفظ الكتلة (équation intégrée): لدينا معادلة الاستمرار في شكلها التفاضلي

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}\rho\vec{V} = 0 \quad (1 - 14)$$

$$\iiint_D \frac{\partial\rho}{\partial t} d\omega + \iiint_D \text{div}\rho\vec{V} d\omega = 0 \quad (1 - 15)$$

$$\Rightarrow \iiint_D \frac{\partial \rho}{\partial t} d\omega + \iint_S \rho \vec{V} \cdot \vec{n} \cdot dS = 0 \quad (1 - 16)$$

الحد الأول: يعبر عن تكامل المتغير $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ بالنسبة للحجم، والذي يعبر بدوره عن تغير ρ بالنسبة للزمن.

الحد الثاني: مجموعة التدفقات الكلية للمائع عبر السطح S المغلق والثابت.

حيث: أن العنصر التفاضلي $dq = \rho \vec{V} \cdot \vec{n} \cdot dS$ يمثل التدفق الكتلي التفاضلي العابر لـ dS :

التدفق يخرج من الحيز: $dq > 0 : si \vec{V} \cdot \vec{n} > 0$

التدفق يدخل إلى الحيز: $dq < 0 : si \vec{V} \cdot \vec{n} < 0$

عندما يكون S يمثل سطح صلب $V_n \leftarrow$ هي المركبة الناعمية للسرعة على هذا السطح \leftarrow هذه السرعة معدومة. وعندما ρ لا تتغير مع الزمن ينتج:

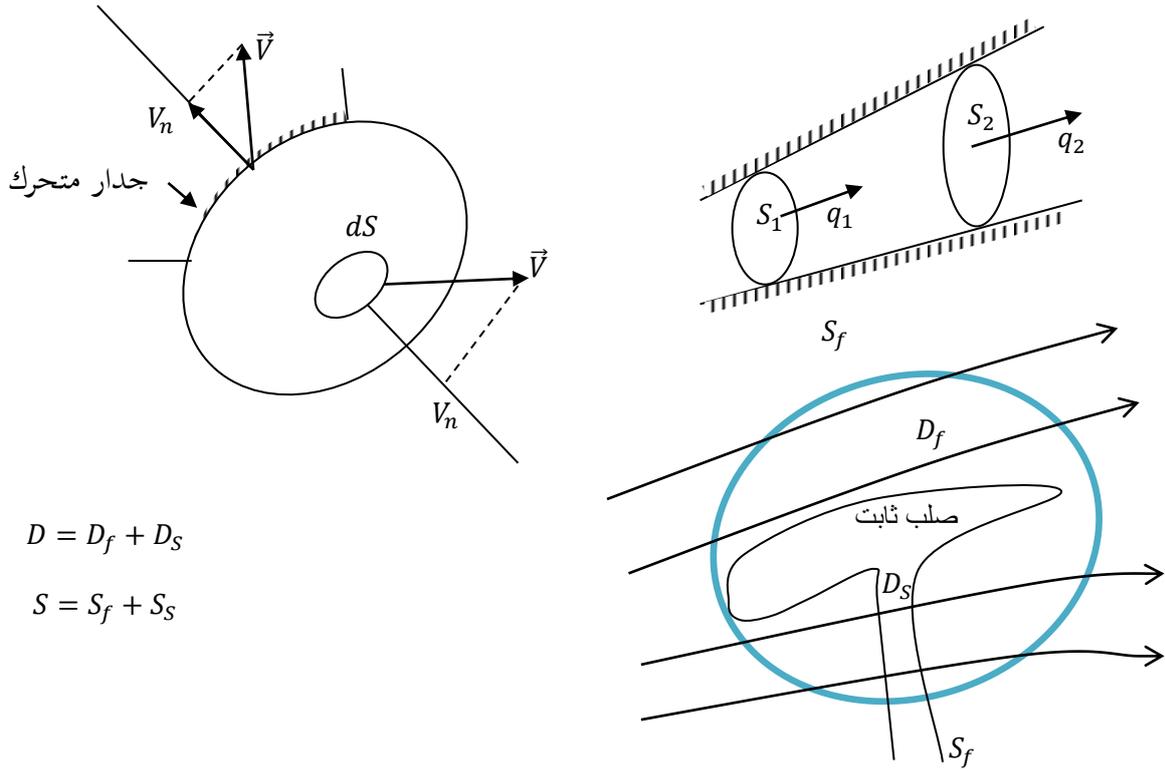
$$\left\{ \begin{array}{l} \iint_S \rho \vec{V} \cdot \vec{n} \cdot dS = 0 \text{ ou } \iint_S dq = 0 \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \end{array} \right. \quad (1 - 17)$$

وهذا يعبر عن أن كل ما يدخل من مائع للحيز D يعوضه خروج من الحيز D للمائع، وهذا ما يمثل إنحفاظ التدفق الكتلي.

4-1) نظرية في استقرار النظام بالنسبة للزمن: عندما $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ كل التدفقات الكتلية الخارجة من السطح S مغلق وثابت تكون معدومة. وهذا القانون مهم في دراسة الانسياب داخل أنابيب ثابتة الجدران. حيث أن المادة لا تعبر عبر الجدران والتدفق يمر عبر المقاطع S_1 ; S_2 حيث إذا اعتبرنا: q_1 التدفق الكتلي عبر S_1 و q_2 التدفق الكتلي عبر S_2 . قانون إنحفاظ التدفق هو $q_1 = q_2$

ملاحظة: عموماً في ميكانيكا الموائع والترويديناميك يجب أن نحدد الحيز D المكون من أجزاء من المائع وأجزاء من السطوح الصلبة. ونحصل على المعادلات التكاملية: حيث: S_f يمثل الحيز والسطح الخاص بالمائع.

$$\Rightarrow \iiint_{D_f} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\omega + \iint_{S_f} \rho V_n dS = 0 \quad (1 - 18)$$



$$D = D_f + D_S$$

$$S = S_f + S_S$$

5-1) تعميم خاص بمعادلة حفظ كمية المادة (Généralité) :

الحجم D له منبع إنتاج للمائع (مصدر-بئر-تفاعل كيميائي.....) والمتمثل في المقدار $\iiint_D r d\omega$ بالنسبة لوحدة

الزمن، والتدفق يعبر عنه المقدار $\iint_S \vec{J} \cdot \vec{n} \cdot dS$ - بالنسبة لوحدة الزمن (BLAIN, GUILLOT, and

DAWSON 2003).

في هذا الشروط؛ الكتلة لا تتغير مع الزمن $\frac{dm}{dt} = 0$:

$$\frac{dm}{dt} = \iiint_D r d\omega - \iint_S \vec{J} \cdot \vec{n} \cdot dS = \iiint_D r d\omega - \iiint_D \text{div}(\vec{J}) d\omega \quad (1 - 19)$$

$$\frac{dm}{dt} = \iiint_D (r - \text{div}(\vec{J})) d\omega \quad (1 - 20)$$

ولدينا مشتق الزمني للكتلة حسب نظرية التكامل في الفصل الأول :

$$\frac{dm}{dt} = \iiint_D \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) \right) d\omega = \iiint_D (r - \text{div}(\vec{J})) d\omega \quad (1 - 21)$$

ومنه نحصل على المعادلة النقطية:

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \vec{V}\right) = (r - \text{div}(\vec{J})) \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\text{div}(\rho \vec{V} + \vec{J}) + r \quad (1 - 22)$$

والمعادلة التكاملية:

$$\iiint_D \frac{\partial \rho}{\partial t} d\omega = \iiint_D (-\text{div}(\rho \vec{V} + \vec{J}) + r) d\omega \quad (1 - 23)$$

$$\iiint_D \frac{\partial \rho}{\partial t} d\omega + \iiint_D \text{div}(\rho \vec{V} + \vec{J}) d\omega = \iiint_D r d\omega \quad (1 - 24)$$

$$\iiint_D \frac{\partial \rho}{\partial t} d\omega + \iint_S (\rho \vec{V} + \vec{J}) \cdot \vec{n} \, dS = \iiint_D r d\omega \quad (1 - 25)$$

الانتاج = التدفق الخارجي + النمو الداخلي

(2) معادلات كمية الحركة (équation des quantités de mouvement) :

(1-2) شرح مبدأ حفظ كمية الحركة (Énoncée du principe): ليكن الحيز D من المائع في حالة حركة.

المشتق بالنسبة للزمن للمقدار $\rho \vec{V}$ يمثل مجموع القوى الخارجية (قوى حجم + قوى سطح) ونكتب:

حيث O نقطة ثابتة لمعلم غاليلي (Olsen 2017).

$$\vec{F}_{ext} = \frac{d}{dt}(\rho \vec{V}) = (\rho \vec{F})_D + (\vec{T})_S \quad N/Kg \quad (1 - 26)$$

$$\frac{d}{dt} \iiint_D \rho \vec{V} d\omega = \iiint_D \rho \vec{F} d\omega + \iint_S \vec{T} dS \quad (1 - 27)$$

(2-2) المعادلة التبريكية النقطية لحفظ كمية الحركة (L'équation dynamique ponctuelle) :

نقوم بعملية إسقاط للمعادلة على المحاور الثلاثة ونحول الحدود حدا فحدا:

$$\frac{d}{dt} \iiint_D \rho u_i d\omega = \iiint_D \rho F_i d\omega + \iint_S T_i dS \quad (1 - 28)$$

$$\frac{d}{dt} \iiint_D \rho u_i d\omega = \iiint_D \rho \frac{du_i}{dt} d\omega \quad (1 - 29)$$

$$\oint_S T_i dS = \oint_S \sigma_{ij} n_j dS = \iiint_D \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} d\omega \quad (1-30)$$

ومن هنا نحصل على المعادلة بشكلها التكاملي (الكلي) ثم التفاضلي (النقطي):

$$\iiint_D \left(\rho \frac{du_i}{dt} \right) d\omega = \iiint_D (\rho F_i) d\omega + \iiint_D \left(\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \right) d\omega \quad (1-31)$$

$$\rho \frac{du_i}{dt} = \rho F_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (1-32)$$

وقوى الحجم لمائع كموني مشتقة من كمون:

$$\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}} u \Rightarrow F_i = -\frac{\partial u}{\partial x_i} \quad (1-33)$$

وقوى السطح معرفة كما يلي:

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + \tau_{ij} \Rightarrow \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (1-34)$$

ومن هنا نحصل على ثلاث معادلات تحريك نقطية:

$$\rho \frac{du_i}{dt} = \rho F_i - \frac{\partial P}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (1-35)$$

ونسقط المعادلة شعاعيا:

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\rho \overrightarrow{\text{grad}} u - \overrightarrow{\text{grad}} P + \vec{f} \quad (1-36)$$

الدالة \vec{f} ذات المركبات $f_i = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$ تعبر عن تأثير الإجهادات اللزجة على عنصر حجم من المائع.

وبتطبيق المبدأ الأساسي للتحريك $\Sigma \vec{F}_{ext} = \rho \vec{\Gamma}$ ومجموع القوى المأثرة ينقسم إلى:

$$F_V = -\rho \overrightarrow{\text{grad}} u = -\frac{\partial u}{\partial x_i} \vec{e}_i: \text{ قوى حجم}$$

$$F_P = -\overrightarrow{\text{grad}} P = -\frac{\partial P}{\partial x_j} \vec{e}_j: \text{ قوى ضغط}$$

$$F_V = f_i \vec{e}_i = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \vec{e}_j: \text{ قوى لزوجة}$$

3-2 معادلة تحريك المائع النرج: في المعادلة التي تمثل الإسقاط على أحد المحاور الأساسية (Slattery, Sagis, and Oh 2007):

$$\rho \frac{du_i}{dt} = \rho F_i - \frac{\partial P}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (1 - 37)$$

نعوض قيمة τ_{ij} التي تساوي: $\tau_{ij} = 2\mu\epsilon_{ij} + \eta\delta_{ij}e$

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \eta \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (1 - 38)$$

حيث أن: μ, η ثوابت ينتج لنا عند إدخال الاشتقاق $\frac{\partial}{\partial x_j}$ حيث j دليلي متغير:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \eta \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] = \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j \partial x_i} + \eta \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_k} \delta_{ij} \quad (1 - 39)$$

نلاحظ أن رمز كرونكر δ_{ij} يختفي عند $i \neq j$ ، ويساوي 1 عند $i = j$ ، فيصبح:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j \partial x_i} + \eta \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_k} \cdot 1 \quad (1 - 40)$$

في الحد الثاني نقلب ترتيب الاشتقاق بين الدليل j و i ، فيصبح هناك تشابه بين الحد الثاني و الثالث:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \mu \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + \eta \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_k} = \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + (\mu + \eta) \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_k} \quad (1 - 41)$$

في الحد الأخير في العلاقة الأخيرة: يمكن فصل الاشتقاق بين الدليل k و i :

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + (\mu + \eta) \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \quad (1 - 42)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \rho \frac{du}{dt} = -\rho \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \Delta u + (\mu + \eta) \frac{\partial e}{\partial x} \\ \rho \frac{dv}{dt} = -\rho \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \Delta v + (\mu + \eta) \frac{\partial e}{\partial y} \\ \rho \frac{dw}{dt} = -\rho \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \Delta w + (\mu + \eta) \frac{\partial e}{\partial z} \end{cases} \quad (1 - 43)$$

حيث:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \text{ المشتق تام} \\ \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \text{ لابلاس} \\ e = \text{div} \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \text{ التفرق} \end{array} \right. \quad (1-44)$$

في معلم ديكارتي نستنتج معادلة لام (Équation de Lamb)

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\rho \overrightarrow{\text{grad}} U - \overrightarrow{\text{grad}} P + \mu \Delta \vec{V} + (\mu + \eta) \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{V}) \quad (1-45)$$

ولدينا التسارع يساوي:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}} \frac{V^2}{2} + (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{V}) \times \vec{V} \quad (1-46)$$

ومنه المعادلة النقطية في هذه الحالة:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}} \frac{V^2}{2} + (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{V}) \times \vec{V} \right) = -\rho \overrightarrow{\text{grad}} U - \overrightarrow{\text{grad}} P + \mu \Delta \vec{V} + (\mu + \eta) \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{V}) \quad (1-47)$$

(4-2) حالة مائع غير انضغاطي: معادلة نافي ستوكس (Navier - Stokes)

يكون لدينا من أجل مائع غير انضغاطي $e = \text{div} \vec{V} = 0$ وتصبح المعادلة على الشكل:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{du}{dt} = -\rho \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \Delta u \\ \rho \frac{dv}{dt} = -\rho \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \Delta v \\ \rho \frac{dw}{dt} = -\rho \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \Delta w \end{array} \right. \quad (1-48)$$

والمعادلة الشعاعية:

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\rho \overrightarrow{\text{grad}} U - \overrightarrow{\text{grad}} P - \mu \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{V}) \quad (1-49)$$

يمكن كتابة المعادلة في الإحداثيات الأسطوانية والكروية ومن أجل كتلة حجمية ثابتة:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{du_i}{dt} = -\frac{\partial (P + \rho U)}{\partial x_i} + \mu \Delta u_i \\ \rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\overrightarrow{\text{grad}}(P + \rho U) - \mu \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{V}) \end{array} \right. \quad (1-50)$$

حيث: لابلاس دالة شعاعية $\Delta \vec{V} = \overrightarrow{grad}(\text{div} \vec{V}) - \overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot} \vec{V})$
 يكون لدينا من أجل مائع غير انضغاطي $e = \text{div} \vec{V} = 0$ يكون لدينا: $\Delta \vec{V} = -\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot} \vec{V})$

في حالة حقل ثقالة: $u = gh$

$$\rho \frac{du_i}{dt} = -\frac{\partial}{\partial x_i} (P + \rho gh) + \mu \Delta u_i \quad (1 - 51)$$

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\overrightarrow{grad}(P + \rho gh) - \mu \overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot} \vec{V}) \quad (1 - 52)$$

نسمي المجموع $(P + \rho gh)$: الضغط المحرك (*pression motrice*) ويستعمل كثيرا في الهيدروديناميك.

5-2) معادلات التحريك التكاملية (*équations dynamiques intégrées*) والمعادلة هي:

$$\frac{d}{dt} \iiint_D \rho \vec{V} d\omega = \iiint_D \rho \vec{F} d\omega + \iint_S \vec{T} dS \quad (1 - 53)$$

$$\Rightarrow \iiint_D \frac{\partial(\rho \vec{V})}{\partial t} d\omega + \iint_S \rho \vec{V} V_n dS = \iiint_D \rho \vec{F} d\omega + \iint_S \vec{T} dS \quad (1 - 54)$$

تفسير: الحد $\iiint_D \frac{\partial(\rho \vec{V})}{\partial t} d\omega$ يمكن كتابته $\frac{d}{dt} \iiint_D \rho \vec{V} d\omega$ (وهو يمثل تغير كمية الحركة بالنسبة لوحدة الزمن، حيث الحيز D ثابت الأبعاد).

الحد $\iint_S \rho \vec{V} V_n dS$ (يمثل مجموع تدفقات كمية الحركة العابرة للسطح S (ثابت ومغلق)

حيث أن تأثير $dq_m = \rho V_n dS$ وهو التدفق الكتلي العنصري المار عبر السطح dS .

حالات التدفق العنصري من حيث الإشارة:

عندما: dq_m موجب معنى هذا أن: $V_n = \vec{V} \cdot \vec{n} > 0$ المائع يخرج من D عبر السطح S .

عندما: dq_m سالب معنى هذا أن: $V_n = \vec{V} \cdot \vec{n} < 0$ المائع يدخل إلى D عبر السطح S .

المقدار التفاضلي $dq_c = \vec{V} dq_m = \rho \vec{V} V_n dS$ يمثل تدفق كمية الحركة العنصري العابر للسطح S .

وهذا المقدار يخضع للشروط السابقة الخاصة بالتدفق الكتلي dq_m حيث السرعة \vec{V} تحدد الاتجاه.

الحالة الأولى: $\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{V}) = 0$ أي $\rho \vec{V}$ لا تتغير مع الزمن.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{V}) = \iiint_D \vec{V} dq_m = \iiint_D \rho \vec{F} d\omega + \iint_S \vec{T} dS \quad (1-55)$$

ملاحظة: في حالة $\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{V})$ معدوم يكون فيه تساوي للمقادير التالية:

- مقادير التدفقات لكمية الحركة العابرة على S .
- مقادير القوى الخارجية المطبقة على الحيز D .

الحالة الثانية: من أجل تطبيق نظرية كمية الحركة وكذلك نظرية عزوم كمية الحركة، من اللازم البحث عن معلم يكون فيه السريان مستقر $\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{V}) = 0$.

في معلم غاليلي قوى الحجم $\rho \vec{F}$ بالنسبة لوحدة الحجم المتعلقة خصوصا بالمسافة (مثلا قوى الثقالة) نستعمل $\rho \vec{F}_a$ (قوى المسافة).

$$\iint_S \vec{V} dq_m = \iiint_D \rho \vec{F}_a d\omega + \iint_S \vec{T} dS \quad (1-56)$$

عندما يكون المعلم غير غاليلي، ندخل قوى المسافة $\rho \vec{F}_a$ وقوى العطالة $\rho \vec{\varphi}$ وتكتب المعادلة:

$$\iint_S \vec{V} dq_m = \iiint_D \rho \vec{F}_a d\omega + \iiint_D \rho \vec{\varphi} d\omega + \iint_S \vec{T} dS \quad (1-57)$$

في الحالات الأبسط نأخذ $\vec{\varphi}$ نفس الحالات الخاصة، إذا كان المعلم يتحرك بتسارع $\vec{\Gamma}_e$ بالنسبة لمعلم غاليلي، ونعرف m كتلة المائع في الحيز D :

$$\iiint_D \rho \vec{\varphi} d\omega = - \iiint_D \rho \vec{\Gamma}_a d\omega = -m \vec{\Gamma}_a \quad (1-58)$$

الحالة الثالثة: لتوضيح المبدأ المتعلق بكميات الحركة المطبقة على الحيز D مهما تكن الأوساط المشكلة من أجزاء، فالمعادلات التالية دائما مقبولة وصالحة لتفسير نظرية التدفقات (Fastook 1993):

$$\frac{d}{dt} \iiint_D \rho \vec{V} d\omega = \iiint_D \rho \vec{F} d\omega + \iint_S \vec{T} dS \quad (1-59)$$

أما المعادلات التالية يجب أن تكون هناك افتراضات لكي تكون صحيحة:

$$\iiint_D \frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t} d\omega + \iint_S \rho\vec{V}V_n dS = \iiint_D \rho\vec{F} d\omega + \iint_S \vec{T} dS (*) \quad (1-60)$$

مبدئيا الدالة $\rho\vec{V}$ تكون مستمرة في الحيز D ، ومن الممكن أن تكون غير مستمرة في سطوح مختلفة. ليكن Σ (سطح ثابت ولا يتغير موضعه بالنسبة للحيز D).

وهذه الحالة تمثلها مثلا بانسياب مائع حول جسم صلب ثابت.

المعادلة (*): إذا كان جسم صلب له سطح S_S وحيز D_S :

الحد $\iiint_D \frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial x} d\omega$: عندما تكون السرعة معدومة يؤدي إلى انعدام الحد.

الحد $\iint_S \rho\vec{V}V_n dS$: عندما تكون السرعة معدومة يؤدي إلى انعدام الحد.

الحد $\iiint_D \rho\vec{F} d\omega$: حالة ($\rho = \text{ثابت}$) و $\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}u$

$$\iiint_D \rho\vec{F} d\omega = \iiint_D -\overrightarrow{\text{grad}}(\rho u) d\omega = -\iint_S (\rho u)\vec{n} \cdot dS \quad (1-61)$$

الحد $\iint_S \vec{T} dS$: نستعمل العلاقة: $\vec{T} = -P\vec{n} + \vec{\tau}$

$$\iint_S \vec{T} dS = -\iint_S P\vec{n} dS + \iint_S \vec{\tau} dS \quad (1-62)$$

ونكتب المعادلة (*) بشكلها الجديد:

$$\iiint_D \frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t} d\omega + \iint_S \rho\vec{V}V_n dS = \iiint_D \rho\vec{F} d\omega - \iint_S (P + \rho u)\vec{n} \cdot dS + \iint_S \vec{\tau} dS \quad (1-63)$$

وفي حالة الكمون ناتج من حقل ثقالة يصبح لدينا $u = gh$ ونستنتج ضغطا جديدا نسميه الضغط المحرك $P_g = P + \rho u = P + \rho gh$ ونكتب المعادلة في الشكل الجديد:

$$\iiint_D \frac{\partial(\rho\vec{V})}{\partial t} d\omega + \iint_S \rho\vec{V}V_n dS = \iiint_D \rho\vec{F} d\omega - \iint_S P_g\vec{n} \cdot dS + \iint_S \vec{\tau} dS \quad (1-64)$$

ومن جهة أخرى عندما تكون قوى الحجم تساوي حقل الجاذبية (الثقالية) $\vec{F} = \vec{g}$ التكامل في المعادلة (*):

$$\iiint_D \rho\vec{F} d\omega = \iiint_D \rho\vec{g} d\omega = \iiint_D \vec{g} dm = \vec{g} \iiint_D dm = m\vec{g} \quad (1-65)$$

(وهذه المعادلة هي معادلة تخص دراسة المسائل المتعلقة بميكانيكا الموائع غير الانضغاطية في حقل ثقالة):

$$\iiint_D \frac{\partial(\rho \vec{V})}{\partial t} d\omega + \iint_S \rho \vec{V} V_n dS = m\vec{g} - \iint_S P \vec{n} \cdot dS + \iint_S \vec{\tau} dS \quad (1-66)$$

3) نظرية الطاقة الحركية (Théorème de l'énergie cinétique) :

نعيد كتابة المعادلة التالية الخاصة بالتحريك (Gqsiorowski 2009):

$$\rho \frac{du_i}{dt} = \rho F_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (1-67)$$

نضرب في مركبة السرعة u_i :

$$\rho u_i \frac{du_i}{dt} = \rho u_i F_i + u_i \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (1-68)$$

$$\rho \frac{d}{dt} \left(\frac{u_i^2}{2} \right) = \rho u_i F_i + \frac{\partial (u_i \sigma_{ij})}{\partial x_j} - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (1-69)$$

نكامل المعادلة السابقة على الحيز D للمائع بعد ضربه في $d\omega$:

$$\iiint_D \rho \frac{d}{dt} \left(\frac{u_i^2}{2} \right) d\omega = \iiint_D \rho u_i F_i d\omega + \iiint_D \frac{\partial (u_i \sigma_{ij})}{\partial x_j} d\omega - \iiint_D \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} d\omega \quad (1-70)$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \iiint_D \left(\frac{\rho u_i^2}{2} \right) d\omega = \iiint_D \rho u_i F_i d\omega + \iint_S u_i \sigma_{ij} n_j dS - \iiint_D \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} d\omega \\ \left(\begin{array}{l} \text{الزمني المشتق} \\ \text{للطاقة الحركية} \\ \text{الحيزي } D \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{إستطاعة} \\ \text{الحجمي} \\ \mathcal{P}_v \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} \text{إستطاعة} \\ \text{قوى السطح} \\ \mathcal{P}_s \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} \text{إستطاعة} \\ \text{القوى الداخلية} \\ \mathcal{P}_i \end{array} \right) \\ \left(\text{القوى إستطاعة الخارجية} \right) \\ \mathcal{P}_e \end{array} \right. \quad (1-71)$$

والعلاقة الأخيرة تعطينا تفسير لنظرية الطاقة الحركية.

3-1) حساب إستطاعة قوى الحجم \mathcal{P}_v : هذه القوى مشتقة من الكمون u ، وهذا الكمون لا يتعلق بالزمن.

$$\rho u_i F_i = -\rho u_i \frac{\partial u}{\partial x_i} = -\rho \vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} u = -\rho \left(\frac{dU}{dt} - \frac{\partial U}{\partial t} \right) = -\rho \frac{dU}{dt} \quad (1-72)$$

$$\mathcal{P}_v = \iiint_D \rho u_i F_i d\omega = - \iiint_D \rho \frac{d\mathcal{U}}{dt} d\omega \quad (1-73)$$

وهذا الحد يمثل التناقص في الطاقة الكامنة بالنسبة لوحدة الزمن للمائع داخل الحيز D .

2-3 حساب استطاعة قوى السطح \mathcal{P}_s : نلاحظ بالنسبة لقوى السطح

$$\iint_S (\vec{V} \cdot \vec{T}) dS = \iint_S (u_i \cdot T_i) dS = \iint_S (u_i \cdot \sigma_{ij} \cdot n_j) dS \quad (1-74)$$

ومنه تكون لدينا العلاقة التالية:

$$\mathcal{P}_s = \iint_S (u_i \cdot \sigma_{ij} \cdot n_j) dS = \iint_S (\vec{V} \cdot \vec{T}) dS = \iint_S (\vec{V} \cdot (-P\vec{n} + \vec{\tau})) dS \quad (1-75)$$

$$\mathcal{P}_s = \iint_S [\vec{V} \cdot (-P\vec{n}) + \vec{V} \cdot \vec{\tau}] dS = \iint_S -P\vec{n} \cdot \vec{V} dS + \iint_S \vec{V} \cdot \vec{\tau} dS \quad (1-76)$$

$$\mathcal{P}_s = \iint_S -Pn_i u_i dS + \iint_S u_i \tau_{ij} n_j dS \quad (1-77)$$

$$\Rightarrow \mathcal{P}_s = \iint_S -PV_n dS + \iint_S u_i \vec{\tau}_i \cdot \vec{n} dS \quad (1-78)$$

أو بطريقة أخرى:

$$\Rightarrow \mathcal{P}_s = \iiint_D \frac{\partial(u_i \cdot \sigma_{ij})}{\partial x_j} d\omega = - \iiint_D \frac{\partial(u_i \cdot P)}{\partial x_j} d\omega + \iiint_D \frac{\partial(u_i \cdot \tau_{ij})}{\partial x_j} d\omega \quad (1-79)$$

$$\Rightarrow \mathcal{P}_s = \iiint_D -div(\vec{V} \cdot P) d\omega + \iiint_D div(u_i \cdot \vec{\tau}_i) d\omega \quad (1-80)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \Rightarrow \mathcal{P}_s &= \iint_S -PV_n dS + \iint_S u_i \vec{\tau}_i \cdot \vec{n} dS \\ \mathcal{P}_s &= \left(\begin{array}{c} \text{قوى استطاعة} \\ \text{السكوني بالضغط} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{قوى استطاعة} \\ \text{اللزوجة} \end{array} \right) \end{aligned} \right. \quad (1-81)$$

ومن أجل سطح صلب ثابت لا يوجد تأثير لقوى الضغط والزوجة وهذا معناه أن يكون:

- دائما معدومة عند السطح الصلب (من أجل استطاعة قوى الضغط السكوني).

- τ_{ij} معدوم في حالة مائع مثالي أو u_i معدومة في حالة مائع لزج (من أجل استطاعة قوى الزوجة)

3-3 حساب استطاعة القوى الداخلية \mathcal{P}_i :

$$\mathcal{P}_i = - \iiint_D \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} d\omega = - \iiint_D (-P\delta_{ij} + \tau_{ij}) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} d\omega \quad (1-82)$$

$$\Rightarrow \mathcal{P}_i = \iiint_D (P\delta_{ij}) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} d\omega - \iiint_D \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} d\omega \quad (1-83)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{P}_i = \iiint_D P \operatorname{div}(\vec{V}) d\omega - \iiint_D \phi d\omega \\ \phi = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \end{array} \right. \quad (1-84)$$

الدالة ϕ : دائما موجبة القيمة ونسميها دالة التبدد، والعالم (Rayleigh) قد درسها كثيرا.

$\iiint_D P \operatorname{div}(\vec{V}) d\omega$ ؛ الحد يمثل استطاعة الانضغاط اللدن للحيز

(Puissance de compression élastique du domaine)

الحد $-\iiint_D \phi d\omega$ ؛ يمثل الاستطاعة المتبددة بفعل الاحتكاك اللزج في الحيز D

ونكتب معادلة الطاقة الحركية:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \iiint_D \left(\frac{\rho V^2}{2} + \rho u \right) d\omega = \iint_S -P V_n dS + \iint_S u_i \vec{\tau}_i \cdot \vec{n} dS + \iiint_D P \operatorname{div}(\vec{V}) d\omega - \iiint_D \phi d\omega \\ \text{(الحد 1)} \quad \quad \quad = \text{(الحد 2)} \quad \quad + \quad \quad \text{(الحد 3)} \quad \quad + \quad \quad \text{(الحد 4)} \quad \quad + \quad \quad \text{(الحد 5)} \end{array} \right. \quad (1-85)$$

الحد (1): يمكن كتابته كما يلي

$$\frac{d}{dt} \iiint_D \left(\frac{\rho V^2}{2} + \rho u \right) d\omega = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_D \left(\frac{\rho V^2}{2} + \rho u \right) d\omega + \iiint_D \vec{V} \cdot \overrightarrow{\operatorname{grad}} \left(\frac{\rho V^2}{2} + \rho u \right) d\omega \quad (1-86)$$

$$\frac{d}{dt} \iiint_D \left(\frac{\rho V^2}{2} + \rho u \right) d\omega = \iiint_D \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho V^2}{2} + \rho u \right) d\omega + \iint_S \left(\frac{\rho V^2}{2} + \rho u \right) V_n dS \quad (1-87)$$

ومنه تصبح معادلة الطاقة الحركية:

$$\begin{aligned} & \iiint_D \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho V^2}{2} + \rho u \right) d\omega + \iint_S \left(\frac{\rho V^2}{2} + \rho u \right) V_n dS \\ & = \iint_S -P V_n dS + \iint_S u_i \bar{\tau}_i \cdot \vec{n} dS + \iiint_D P \operatorname{div}(\vec{V}) d\omega - \iiint_D \phi d\omega \end{aligned} \quad (1-88)$$

$$\begin{aligned} & \iiint_D \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho V^2}{2} + \rho u \right) d\omega + \iint_S \left(\frac{\rho V^2}{2} + \rho u + P \right) V_n dS \\ & = \iint_S u_i \bar{\tau}_i \cdot \vec{n} dS + \iiint_D P \operatorname{div}(\vec{V}) d\omega - \iiint_D \phi d\omega \end{aligned} \quad (1-89)$$

نلخص كل ما سبق في معادلة والتي تسمى بـ كوتون فورتي (Équation de Cotton – Fortier) :

$$\left\{ \begin{aligned} & \iiint_D \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho V^2}{2} + \rho u \right) d\omega + \iint_S \left(\frac{\rho V^2}{2} + \rho u + P \right) V_n dS = \iiint_D P \operatorname{div}(\vec{V}) d\omega - \mathcal{P}_\mu \\ & -\mathcal{P}_\mu = \iint_S u_i \bar{\tau}_i \cdot \vec{n} dS + \iiint_D \phi d\omega \end{aligned} \right. \quad (\text{Équation de Cotton – Fortier}) \quad (1-90)$$

وهذا الحد الأخير $-\mathcal{P}_\mu$ يمثل الاستطاعة الكلية للتبدد بفعل اللزوجة (Khachatur 2022).

المعادلة الأخيرة تسمى معادلة كوتون فورتي أو معادلة برنولي المعممة، ومن الممكن إيجاد الحالات التالية:

1- الحالة الأولى: مائع غير انضغاطي ومتجانس: كل التكاملات المتعلقة بـ $\operatorname{div} \vec{V} = 0$ تختفي وكذلك

بالنسبة للحدود التي تتعلق بـ $\frac{\partial \rho u}{\partial t}$.

2- الحالة الثانية: مائع بارومتري $\rho = f(P)$ ، نضع في هذه الحالة $\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\operatorname{grad}} P = \overrightarrow{\operatorname{grad}} \mathcal{D}$ كذلك $\frac{1}{\rho} dP = d\mathcal{D}$ ، ومنه معادلة كوتون فورتي:

$$\iiint_D \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho V^2}{2} + \rho u + \rho \mathcal{D} - P \right) d\omega + \iint_S \left(\frac{V^2}{2} + u + \mathcal{D} \right) \rho V_n dS = -\mathcal{P}_\mu \quad (1-91)$$

حيث أن الحد في معادلة كوتون فورتي $\iiint_D P \operatorname{div}(\vec{V}) d\omega$ يساوي:

$$\iiint_D P \operatorname{div}(\vec{V}) d\omega = \iiint_D \frac{\partial}{\partial t} (P - \rho \mathcal{D}) d\omega + \iint_S (P - \rho \mathcal{D}) V_n dS \quad (1-92)$$

نحلل العبارة: $P \operatorname{div}(\vec{V})$

$$P \operatorname{div}(\vec{V}) = \operatorname{div}(P\vec{V}) - \vec{V} \operatorname{div}(P) = \operatorname{div}(P\vec{V}) - \rho \vec{V} \operatorname{div}(\mathcal{D}) \quad (1 - 93)$$

$$P \operatorname{div}(\vec{V}) = \operatorname{div}(P\vec{V}) - \operatorname{div}(\rho \mathcal{D}\vec{V}) + \mathcal{D} \operatorname{div}(\rho \vec{V}) \quad (1 - 94)$$

$$P \operatorname{div}(\vec{V}) = \operatorname{div}(P\vec{V}) - \operatorname{div}(\rho \mathcal{D}\vec{V}) - \mathcal{D} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1 - 95)$$

$$P \operatorname{div}(\vec{V}) = \operatorname{div}(P\vec{V} - \rho \mathcal{D}\vec{V}) - \mathcal{D} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1 - 96)$$

$$P \operatorname{div}(\vec{V}) = \operatorname{div}\vec{V}(P - \rho \mathcal{D}) - \mathcal{D} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1 - 97)$$

$$\Rightarrow \iiint_D P \operatorname{div}(\vec{V}) d\omega = \iiint_D \operatorname{div}\vec{V}(P - \rho \mathcal{D}) d\omega - \iiint_D \mathcal{D} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\omega \quad (1 - 98)$$

و هو المطلوب:

$$\Rightarrow \iiint_D P \operatorname{div}(\vec{V}) d\omega = \iint_S (P - \rho \mathcal{D}) V_n dS + \iiint_D \frac{\partial (P - \mathcal{D}\rho)}{\partial t} d\omega$$

3- الحالة الثالثة: حالة جدران صلبة متحركة (cas des parois solides mobiles)

السطح S هو سطح صلب ثابت، كنا قد أثبتنا أن استطاعة قوى السطح معدومة \mathcal{P}_s لكن يختلف الأمر عند سطح صلب متحرك في هذه الحالة نستعمل الطاقة الميكانيكية لوحدة الزمن \mathcal{P}_m أو الاستطاعة الميكانيكية الناتجة من المائع تجاه السطح الصلب المتحرك. وهذه الطاقة من الممكن أن تكون سالبة أو موجبة حسب اتجاه انتقال الطاقة. ونعتبر في حالة حركية السطوح الصلبة تكون الحركة الخاصة بالمائع مستقرة، وكل الحدود المتعلقة بـ $\frac{\partial}{\partial t}$ تكون معدومة في المعادلات.

نعتبر حيز D_f لمائع داخل سطح خارجي S_e ووسطح داخلي S_i . مثلاً؛ مروحة تدور حول محور ثابت تعطي طاقة ميكانيكية \mathcal{P}_m في هذه الحالة يكون السريان غير مستقر في داخل الحيز D_f ، لكن مستقر بشكل متوسط، ومنه اخذ بعين الاعتبار المتوسط الزمني لكل الحدود والمقادير في المعادلات السابقة، وفي حالة المائع المثالي غير الانضغاطي نجد:

$$\mathcal{P}_m = \iint_{S_e} \overline{\left(\frac{V^2}{2} + u + \mathcal{D} \right)} \rho V_n dS = \iint_{S_e} \overline{E_m} dq \quad (1 - 99)$$

المقدار E_m الطاقة الميكانيكية الكلية لوحدة الكتلة.

ملاحظة: نظرية الطاقة الحركية يمكن تمثيلها حسب المعادلة:

$$\frac{d}{dt} \iiint_D \rho \frac{V^2}{2} d\omega = \iiint_D \rho F_i u_i d\omega + \iint_S u_i \sigma_{ij} n_j dS - \iiint_D \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} d\omega \quad (1 - 100)$$

وهي مطبقة على جميع الأوساط المادية، ومهما كانت الجملة المدروسة كمثال المروحة السابقة.

نعتبر وسط مكون من حيزين D_f و D_s ، مائع وصلب داخل السطح S_e ، لكن التكامل يعطي حدودا غير مستمرة على السطح S_i (السطح الداخلي)، وهذا التكامل غير معدوم لأن السطح S_i غير ثابت.

حالة خاصة: في حالة عدم وجود تمدد وتبدد ونظام مستقر بالنسبة للزمن يختفي الطرف الثاني من المعادلة ويختفي الحد الزمني وتصبح المعادلة وبعد اسقاط المعادلة على سطوح الادخال والإخراج في الحيز D كما يلي:

$$\begin{aligned} \iint_S \left(\frac{\rho V^2}{2} + \rho u + P \right) V_n dS = 0 &\Rightarrow \iint_{S_1} \left(\frac{\rho V^2}{2} + \rho u + P \right) V_{n1} dS \\ &= \iint_{S_1} \left(\frac{\rho V^2}{2} + \rho u + P \right) V_{n2} dS \end{aligned}$$

ويعتبر المائع غير انضغاطي (عدم وجود تمدد)، والكمون له علاقة بالارتفاع، وإذا ثبت الضغط والكمون والسرعة في المقاطع:

$$\left(\frac{\rho V_1^2}{2} + \rho u_2 + P_1 \right) \iint_{S_1} V_{n1} dS = \left(\frac{\rho V_2^2}{2} + \rho u_2 + P_2 \right) \iint_{S_1} V_{n2} dS$$

يمكن اختزال التكامل من الطرفين لأنه يمثل التدفق الحجمي وهو ثابت في هذه الحالة، ونستنتج معادلة برنولي في أبسط شكل:

$$\boxed{\left(\frac{\rho V_1^2}{2} + \rho u_2 + P_1 \right) = \left(\frac{\rho V_2^2}{2} + \rho u_2 + P_2 \right)}$$

4) معادلات حفظ الطاقة (équations de conservation de l'énergie):

(1-4) توضيح مبدأ حفظ الطاقة (énoncée de principe):

مهما يكن الحيز D لمائع في حالة حركة، يكون الاشتقاق بالنسبة للزمن لمجموع الطاقات الداخلية والحركية يساوي مجموع الاستطاعة الميكانيكية الناتجة في الحيز D بفعل القوى الخارجية (قوى الحجم والسطح) والاستطاعة الحرارية المنتجة من طرف أنظمة خارجية.

(2-4) معادلة الطاقة النقطية لحفظ الطاقة (équation d'énergie ponctuelle) :

لدينا المعادلة التكاملية:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d}{dt} \iiint_D \left(\rho E + \rho \frac{V^2}{2} \right) d\omega &= \iiint_D \rho \vec{F} \vec{V} d\omega + \iint_S \vec{T} \vec{V} dS + \sum \frac{dQ}{dt} \quad (1-101) \\ &\quad \uparrow \quad \uparrow \\ &\quad \mathcal{P}_v \quad \mathcal{P}_s \end{aligned} \right.$$

حيث: E الطاقة الداخلية بالنسبة لوحدة الكتلة.

$\sum \frac{dQ}{dt}$: الاستطاعة الحرارية الواردة للحيز D (بالتوصيل والإشعاع).

\mathcal{P}_v : الاستطاعة الناتجة من قوى الحجم.

\mathcal{P}_s : الاستطاعة الناتجة من قوى السطح.

ρE : يتعلق بحركة الجزيئات (التأثير بين الجزيئات).

$\rho \frac{V^2}{2}$: يتعلق بالحركة الإجمالية للمائع.

في معادلة طاقة الحركة (الطاقة الحركية) لدينا:

$$\frac{d}{dt} \iiint_D \rho \frac{V^2}{2} d\omega = \mathcal{P}_v + \mathcal{P}_s + \mathcal{P}_i \quad (1-102)$$

نختصر هذه الحدود من معادلة الطاقة فنحصل على:

$$\frac{d}{dt} \iiint_D \rho E d\omega = \sum \frac{dQ}{dt} - \mathcal{P}_i \quad (1-103)$$

نعتبر مثلا أن الاستطاعة الحرارية ناتجة من التوصيل فقط:

$$\sum \frac{dQ}{dt} = \oint_S \lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T^\circ) \cdot \vec{n} dS = \iiint_D \text{div}(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T^\circ)) d\omega \quad (1-104)$$

والاستطاعة الداخلية \mathcal{P}_i :

$$\mathcal{P}_i = \iiint_D P \text{div} \vec{V} d\omega - \iiint_D \phi d\omega \quad (1-105)$$

نستنتج في الأخير معادلة الطاقة التكاملية:

$$\frac{d}{dt} \iiint_D (\rho E) d\omega = \iiint_D \text{div}(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T^\circ)) d\omega + \iiint_D -P \text{div} \vec{V} d\omega + \iiint_D \phi d\omega \quad (1-106)$$

$$\iiint_D \rho \frac{d(E)}{dt} d\omega = \iiint_D \text{div}(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T^\circ)) d\omega - \iiint_D P \text{div} \vec{V} d\omega + \iiint_D \phi d\omega \quad (1-107)$$

ومنه المعادلة النقطية:

$$\rho \frac{d(E)}{dt} = \text{div}(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T^\circ)) - P \text{div} \vec{V} + \phi \quad (1-108)$$

من معادلة الاستمرار:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \vec{V} = \frac{d\rho}{dt} + \rho \text{div} \vec{V} = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{div} \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \rho \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) \quad (1-109)$$

ومنه المعادلة النقطية تكتب على النحو التالي:

$$\rho \frac{d(E)}{dt} + P \text{div} \vec{V} = \text{div}(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T^\circ)) + \phi \quad (1-110)$$

$$\rho \frac{d(E)}{dt} + P \rho \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) = \text{div}(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T^\circ)) + \phi \quad (*) (1-111)$$

ونعلم أن الانتالي H المحسوبة لوحدة الكتلة:

$$H = \frac{\mathbb{E} + PV}{m} = E + P\nu = E + \frac{P}{\rho} \quad (1-112)$$

نحسب مشتق الانتالي بالنسبة للزمن:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{d}{dt} \left(E + \frac{P}{\rho} \right) = \frac{dE}{dt} + P \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt} \quad (1 - 113)$$

ومنه المعادلة النقطية (*):

$$\rho \frac{d(E)}{dt} + P \rho \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) = \rho \left(\frac{dH}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dt} \right) = \rho \frac{dH}{dt} - \frac{dP}{dt} \quad (1 - 114)$$

$$\Rightarrow \rho \frac{dH}{dt} - \frac{dP}{dt} = \text{div} \left(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T^\circ) \right) + \phi \quad (**)(1 - 115)$$

ونعلم أن الدالة H دالة لمتغيرين الضغط P ودرجة الحرارة T° فينتج :

$$\frac{dH}{dt} = \left(\frac{\partial H}{\partial T^\circ} \right)_P \frac{dT^\circ}{dt} + \left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_{T^\circ} \frac{dP}{dt} \quad (1 - 116)$$

ولدينا:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial T^\circ} \right)_P = C_P \left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_{T^\circ} = \frac{1}{\rho} (1 - \beta T^\circ) \quad (1 - 117)$$

$$\frac{dH}{dt} = C_P \frac{dT^\circ}{dt} + \frac{1}{\rho} (1 - \beta T^\circ) \frac{dP}{dt} \quad (1 - 118)$$

C_P : هي الحرارة الكتلية تحت ضغط ثابت.

$$\beta = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T^\circ} \right) : \text{معامل التمدد الحجمي تحت ضغط ثابت، وفي حالة غاز مثالي } \beta = \frac{1}{T^\circ}.$$

ونكتب الطرف الأول من المعادلة النقطية للطاقة (**): بشكلها التالي:

$$\rho \frac{dH}{dt} - \frac{dP}{dt} = \rho \left(C_P \frac{dT^\circ}{dt} + \frac{1}{\rho} (1 - \beta T^\circ) \frac{dP}{dt} \right) - \frac{dP}{dt} = \rho C_P \frac{dT^\circ}{dt} - \beta T^\circ \frac{dP}{dt} \quad (1 - 119)$$

$$(**) \Leftrightarrow \rho C_P \frac{dT^\circ}{dt} - \beta T^\circ \frac{dP}{dt} = \text{div} \left(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T^\circ) \right) + \phi \quad (1 - 120)$$

وهذه المعادلة الأخيرة صحيحة مهما كانت التحويلات الموجودة في المائع المتحرك، كانت تحويلات عكوسة أو غير عكوسة.

عند ادخال قوى اللزوجة نفترض عادة أن التحويلات غير عكوسة، لكن في بعض الحالات يمكن افتراض أن هناك تحويل عكوس (وهي حالة مثالية لتبسيط الحسابات فقط)، مثلا عندما يمر المائع عبر نفس النقطة الابتدائية والنهائية هذا التصور يسمح بإدخال انتروبيا المائع. وفي حالات أخرى كالتحويلات العكوسة يمكن إيجاد الطرف

الأول من المعادلة الأخيرة باستعمال علاقة الترموديناميك التالية $\frac{dP}{\rho} = T^\circ dS^* + \dots$ ، حيث الأنتروبي الكتلية للمائع، وتصبح المعادلة كالتالي:

$$\rho \frac{dH}{dt} - \frac{dP}{dt} = \rho \frac{d}{dt} \left(T^\circ dS^* + \frac{dP}{\rho} \right) - \frac{dP}{dt} = \rho T^\circ \frac{dS^*}{dt} \quad (1 - 121)$$

$$\boxed{\rho T^\circ \frac{dS^*}{dt} = \text{div} \left(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T^\circ) \right) + \phi} \quad (1 - 122)$$

الحد الثاني من المعادلة الأخيرة يمثل الاستطاعة الحرارية $\frac{dQ_t}{dt}$ المتجهة للخارج من الجملة بالنسبة لوحدة الحجم.

ويمكن تلخيص المعادلة النقطية حسب الحالة المستعملة:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) \rho \frac{dE}{dt} + \rho \text{div} \vec{V} \\ 2) \rho \left[\frac{dE}{dt} + \rho \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) \right] \\ 3) \rho \frac{dH}{dt} - \frac{dP}{dt} \\ 4) \rho C_P \frac{dT^\circ}{dt} - \beta T^\circ \frac{dP}{dt} \\ 5) \rho T^\circ \frac{dS^*}{dt} \\ 6) \frac{dQ_t}{dt} \end{array} \right. = \text{div} \left(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T^\circ) \right) + \phi \quad (1 - 123)$$

3-4 حالات خاصة من معادلة الطاقة:

1) عندما تكون التحويلات في الوسط المادي تتم تحت ضغط ثابت ينتج:

$$\rho \frac{dH}{dt} = \text{div} \left(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T^\circ) \right) + \phi \quad (1 - 124)$$

2) في حالة الغاز المثالي: $\beta = \frac{1}{T^\circ}$:

$$\rho C_P \frac{dT^\circ}{dt} - \beta T^\circ \frac{dP}{dt} = \rho C_P \frac{dT^\circ}{dt} - \frac{dP}{dt} = \text{div} \left(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T^\circ) \right) + \phi \quad (1 - 125)$$

3) في حالة التوصيلية الحرارية ثابتة يصبح الطرف الثاني من المعادلة:

$$\text{div} \left(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T^\circ) \right) + \phi = \lambda \text{div} \left(\overrightarrow{\text{grad}}(T^\circ) \right) + \phi = \lambda \Delta T^\circ + \phi \quad (1 - 126)$$

حيث ΔT° لابلاس درجة الحرارة T° .

4) من أجل مائع ساكن وتحت ضغط ثابت:

$$\begin{aligned} \phi = 0 \quad \lambda = Cte \quad \frac{d}{dt} &= \frac{\partial}{\partial t} \quad (1 - 127) \\ \rho C_p \frac{\partial T^\circ}{\partial t} = \lambda \Delta T^\circ &\Leftrightarrow \frac{\partial T^\circ}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \Delta T^\circ \quad (1 - 128) \end{aligned}$$

ونسمي المعامل $\frac{\lambda}{\rho C_p}$ الانتشارية الحرارية للوسط (*Diffusivité thermique du Milieu*)

ونرمز لها بالرمز $a = \frac{\lambda}{\rho C_p}$ وحدتها في النظام الدولي: $[a]_{SI} = m^2/s$ ، وبعدها: $Dim(a) = L^2 T^{-1}$.

5) مائع متأثر بمجموعة من القوى في غياب الحرارة الخارجية، معادلة الطاقة تكتب كما يلي:

$$\rho \frac{dH}{dt} - \frac{dP}{dt} = 0 \quad (1 - 129)$$

وفي حالة الغاز المثالي: نستطيع أن نبرهن صحة العلاقة التالية

$$H = \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} \frac{P}{\rho} \quad (1 - 130)$$

$$\Rightarrow \rho \frac{dH}{dt} - \frac{dP}{dt} = \rho \frac{d \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} \frac{P}{\rho}}{dt} - \frac{dP}{dt} = \rho \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} \frac{d \frac{P}{\rho}}{dt} - \frac{dP}{dt} = 0 \quad (1 - 131)$$

$$\Rightarrow \rho \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} \frac{d \frac{P}{\rho}}{dt} = \frac{dP}{dt} \Rightarrow \frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = \frac{\gamma}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \quad (1 - 132)$$

ومن أجل جسيم متحرك:

$$\log P = \gamma \log \rho + Cte \Rightarrow \frac{P}{\rho^\gamma} = Cte \quad (1 - 133)$$

وهذه المعادلة تمثل معادلة التطور المتساوي الانتروبي الكظوم والعكوس.

ملخص الفصل الأول:

المقدار المحلي والكلية: نعتبر مقدار فيزيائي G يشغل الحيز D . نسمي المقدار الكلي ونستطيع حسابه

بالتكامل الحجمي التالي:

$$G(t) = \iiint_D g(x, y, z, t) d\omega ; G(t) = \text{Grandeur globale} ; g(x, y, z, t) = \text{Grandeur local}$$

$$\Rightarrow g(x, y, z, t) = \frac{dG(t)}{d\omega}$$

التدفق السطحي للمقدار الكلي G : هو تغير المقدار G بالنسبة للزمن عند مرور G على سطح S ، ويحسب

بالتكامل التالي

$$\frac{dG(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint_D g d\omega = \iint_S g(\vec{V} \cdot \vec{n}) dS ; S = \text{surface ouverte}$$

$$\frac{dG(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint_D g d\omega = - \iint_S g(\vec{V} \cdot \vec{n}) dS ; S = \text{surface fermée} \begin{cases} \vec{V} \cdot \vec{n} < 0; S(\text{entrée}) \\ \vec{V} \cdot \vec{n} > 0; S(\text{sortie}) \end{cases}$$

التدفق السطحي للمقدار الكلي G في حالة وجود توألد وتهدم للمقدار:

$$\frac{d}{dt} \iiint_D g d\omega = - \iint_S g(\vec{V} \cdot \vec{n}) dS + R^+(t) - R^-(t) ; R^+ = \text{Production} ; R^- = \text{Dustruction}$$

تطبيق نظرية التدفقات للمقدار الكلي G على المقادير الثلاثة:

(كمية المادة m ، كمية الحركة $m\vec{V}$ ، كمية الطاقة $\frac{1}{2}mV^2 + E$):

$$G = m \Rightarrow g = \rho ; \frac{d}{dt} \iiint_D \rho d\omega + \iint_S \rho(\vec{V} \cdot \vec{n}) dS = R^+(t) - R^-(t) = 0$$

$$\Rightarrow \iiint_D \frac{\partial \rho}{\partial t} d\omega + \iint_S \rho(\vec{V} \cdot \vec{n}) dS = \iiint_D \frac{\partial \rho}{\partial t} d\omega + \iiint_D \text{div} \rho \vec{V} d\omega = 0 \quad (\text{kg/s})$$

$$\Rightarrow \iiint_D \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \vec{V} \right) d\omega = 0 ; \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \vec{V} = 0 ; \text{Equation scalaire}$$

$$G = m\vec{V} \Rightarrow g = \rho \vec{V} ; \frac{d}{dt} \iiint_D \rho \vec{V} d\omega + \iint_S \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS = \overline{R^+}(t) - \overline{R^-}(t) = \sum \vec{F}_{ext} ; (\text{kg} \cdot \frac{m}{s} / \text{s} = N)$$

$$G = \frac{1}{2} mV^2 + E ; E = \text{Energie interne} ; E = me ; e = \text{Energie interne massique}$$

$$\Rightarrow g = \frac{1}{2} \rho V^2 + \rho e ; \frac{d}{dt} \iiint_D \left(\frac{1}{2} \rho V^2 + \rho e \right) d\omega + \iint_S \left(\frac{1}{2} \rho V^2 + \rho e \right) (\vec{V} \cdot \vec{n}) dS = \dot{W} + \dot{Q} ; (J/s = \text{Watt})$$

معادلة حفظ كمية المادة (معادلة الاستمرار): المعادلة التكاملية تستخدم عند وجود شروط حدية للحيز D ،

والتفاضلية تستخدم عادة للتحقق من

المائع غير انضغاطي، والشكلين لهما القدرة على حساب السرعة والكتلة الحجمية في شروط معينة.

$$\iiint_D \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \vec{V} \right) d\tau = 0; (\text{équation integrale});$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \rho \vec{V} = 0; (\text{équation différentielle})$$

معادلة حفظ كمية الحركة (معادلة التحريك): المعادلة تمثل حفظ لتدفقات كمية الحركة على الحيز D

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\rho \overrightarrow{\text{grad}} u - \overrightarrow{\text{grad}} P + \vec{f}$$

معادلة لام (équation de Lamb):

من أجل مائع انضغاطي ($\text{div} \vec{V} \neq 0$) ولزج (حقيقي $\mu \neq 0; \eta \neq 0$)

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\rho \overrightarrow{\text{grad}} u - \overrightarrow{\text{grad}} P + \mu \Delta \vec{V} + (\mu + \eta) \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{V})$$

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}} \frac{V^2}{2} + (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{V}) \times \vec{V} \right) = -\rho \overrightarrow{\text{grad}} u - \overrightarrow{\text{grad}} P + \mu \Delta \vec{V} + (\mu + \eta) \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{V})$$

معادلة نافي ستوكس (équation de Navier – Stokes):

من أجل مائع غير انضغاطي ($\text{div} \vec{V} = 0$) ولزج (حقيقي $\mu \neq 0; \eta \neq 0$)

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\rho \overrightarrow{\text{grad}} u - \overrightarrow{\text{grad}} P + \mu \Delta \vec{V}$$

$$\Delta \vec{V} = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{V}) - \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{V}) = -\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{V}) \Rightarrow$$

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\rho \overrightarrow{\text{grad}} u - \overrightarrow{\text{grad}} P - \mu \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{V})$$

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\overrightarrow{\text{grad}}(P + \rho u) - \mu \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{V}); \quad P + \rho u = P_g; \quad (\text{pression motrice})$$

معادلة أولر (équation d'Euler): من أجل مائع غير انضغاطي ($\text{div} \vec{V} = 0$) ومثالي ($\mu = 0; \eta = 0$)

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\rho \overrightarrow{\text{grad}} u - \overrightarrow{\text{grad}} P$$

معادلة باسكال (Equation de Pascal) :

من أجل مائع غير انضغاطي ($div \vec{V} = 0$) وفي حالة سكون ($\vec{V} = 0$)، لا يشترط أن يكون المائع مثالي.

$$\mathbf{0} = -\rho \overrightarrow{\text{grad}} u - \overrightarrow{\text{grad}} P \Rightarrow P + \rho u = Cte$$

$$u = gz \Rightarrow P + \rho gz = Cte$$

نظرية الطاقة الحركية - Théorème de l'énergie cinétique

نص النظرية: التغير في الطاقة الحركية يساوي مجموع اعمال القوى الداخلية والخارجية.

المعادلة تسمى (Equation de Cotton - Fortier)، أو معادلة برنولي المعممة.

ويتم استنباطها من معادلة التحريك بشكلها الاولي قبل التفكيك:

$$\rho \frac{du_i}{dt} = \rho F_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{d}{dt} \iiint_D \left(\frac{\rho u_i^2}{2} \right) d\omega \right) = \iiint_D \rho u_i F_i d\omega + \iint_S u_i \sigma_{ij} n_j dS - \iiint_D \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} d\omega \\ \left(\begin{array}{l} \text{المشتق الزمني} \\ \text{للطاقة الحركية} \\ \text{الحيزي } D \end{array} \right) = \left(\begin{array}{l} \text{إستطاعة} \\ \text{قوى الحجم} \\ \mathcal{P}_v \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} \text{إستطاعة} \\ \text{قوى السطح} \\ \mathcal{P}_s \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} \text{إستطاعة} \\ \text{القوى الداخلية} \\ \mathcal{P}_i \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{l} \text{إستطاعة القوى الخارجية} \\ \mathcal{P}_e \end{array} \right) \end{array} \right.$$

معادلات حفظ الطاقة (Equations de conservation de l'énergie)

المعادلة لها الأشكال التالية:

$$\rho \frac{d(E)}{dt} + P \rho \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) = \text{div} (\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T^\circ)) + \phi \quad (\text{الشكل الأول - عام})$$

$$\Rightarrow \rho \frac{dH}{dt} - \frac{dP}{dt} = \text{div} (\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T^\circ)) + \phi \quad (\text{الشكل الثاني - عام})$$

$$\rho C_p \frac{dT^\circ}{dt} - \beta T^\circ \frac{dP}{dt} = \text{div} (\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T^\circ)) + \phi \quad (\text{الشكل الثالث - عام})$$

$$\rho T^\circ \frac{dS^*}{dt} = \text{div}(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T^\circ)) + \phi \quad (\text{الشكل الرابع - عام})$$

$$\rho \frac{dH}{dt} = \text{div}(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T^\circ)) + \phi \quad (\text{الشكل الخامس - خاص})$$

$$\rho C_P \frac{dT^\circ}{dt} - \beta T^\circ \frac{dP}{dt} = \rho C_P \frac{dT^\circ}{dt} - \frac{dP}{dt} = \text{div}(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T^\circ)) + \phi \quad (\text{الشكل السادس - خاص})$$

حيث: ϕ تسمدالة التبديد.

$$\phi = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

مراجع الفصل الأول:

- BLAIN, CA, MJ GUILLOT, and CN DAWSON. 2003. "Implementation of a Discontinuous Galerkin Discretization of the Conservation of Mass Equation in QUODDY."
- Fastook, James L. 1993. "The finite-element method for solving conservation equations in glaciology." *Comput. Sci. Eng* 1 (1):55-56.
- Gąsiorowski, Dariusz. 2009. "Flood routing by the non-linear Muskingum model: conservation of mass and momentum." *Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics* 56 (3-4):121-137.
- Khachatur, Kirakosyan. 2022. "The Content of the Concept" Mass" and the Law of Mass Conservation in the Phenomena of the Macro-and Microworld."
- Leishman, J Gordon. 2023. "Conservation of Mass: Continuity Equation." *Introduction to Aerospace Flight Vehicles*.
- Olsen, Jeffrey S. 2017. "Approximate Techniques for the Solution of Unconfined Groundwater Flow Equations and a Derivation of a Two-Sided Fractional Conservation of Mass Equation." University of Nevada, Reno.
- Slattery, John C, Leonard Sagis, and Eun-Suok Oh. 2007. "Kinematics and conservation of mass." *Interfacial Transport Phenomena*:1-106.
- Volkamer, Klaus, CHRISTOPH Streicher, KENNETH G Walton, JOHN Fagan, HARTMUT Schenkluhn, and HARRY Marlot. 1994. "Experimental re-examination of the law of conservation of mass in chemical reactions." *Journal of Scientific Exploration* 8 (2):217-250.

الفصل الثاني

تحليل وبرهنة قانون برنولي

المحتوى:

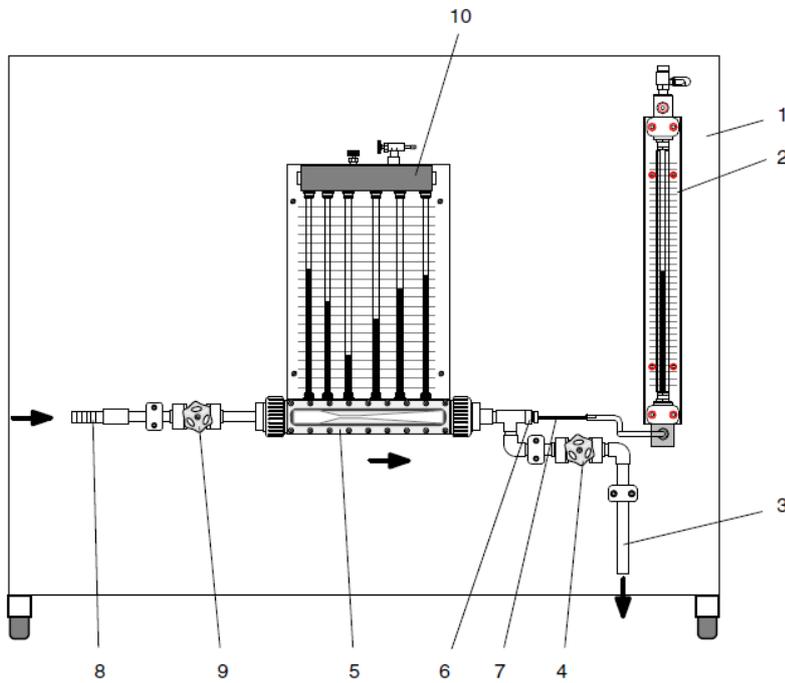
- 1) الهدف من الدراسة
- 2) الأجهزة المستعملة
- 3) مبدأ العمل
- 4) طريقة تحديد المتغيرات
- 5) الإجراءات المتبعة
- 6) الحسابات والنتائج

(الفصل الثاني: تحليل وبرهنة قانون برنولي)

Chapter2: Analysis and proof of Barnoli's law

مقدمة الفصل الثاني: في هذا الفصل سوف نتطرق إلى تجربة توضح تحليل وبرهنة قانون برنولي , للتأكد من قيم الضياع وحساب بعض المقادير الفيزيائية المهمة في ضبط قيم الضياع (Keshavarz, Ordokhani et al. 2014)، ومن بين المقادير الفيزيائية نجد الفروق في الضغط بين مختلف النقاط على طول أنبوب (فنتوري) أو مسار كيفي لحركة المائع، وكذلك التدفق الحجمي والسرعة في كل مقطع، ويوجد طرق تجريبية لحساب التدفق الحجمي للمائع عبر نظام مدروس، وهذه الطرق تعتمد على حساب كمية من المائع خلال زمن محدد، وبعدها يمكن تحديد السرعة في كل مقطع بقسمة التدفق الحجمي على مساحة المقطع. وفي هذه التجربة يمكن الاعتماد على نتائجها للوصول لفهم العلاقة بين مختلف الضغوط التي تمارس على المائع في كل نقطة، كالضغط السكوني والثقالي اللذان يشكلان قيمة الضغط المحرك ويعطيان قيمة للضغط التحريك الذي يعتمد على قيمة السرعة (Qin and Duan 2017).

- (1) الهدف من الدراسة: تهدف الدراسة لتحقيق ما يلي:
1. الحساب التجريبي للتدفق الحجمي وتحديد قيم السرعة بطريقتين (محسوبة ومقاسة)
 2. الطرق التجريبية لتحديد الفرق في الضغط بين نقطتين في أنبوب.
 3. حساب معامل التدفق بين نقطتين.
 4. معاينة الاختلاف في الضغوط بين مختلف النقاط على طول أنبوب فانتوري.
- (2) الأجهزة المستعملة: يتكون التركيب من جهازين:
- (1-2) الجهاز الأساسي في التجربة الأولى: يرمز له بالرمز: **HM150.07**



شكل (1-2): مخطط توضيحي للجهاز الأساسي في التجربة الأولى HM150.07

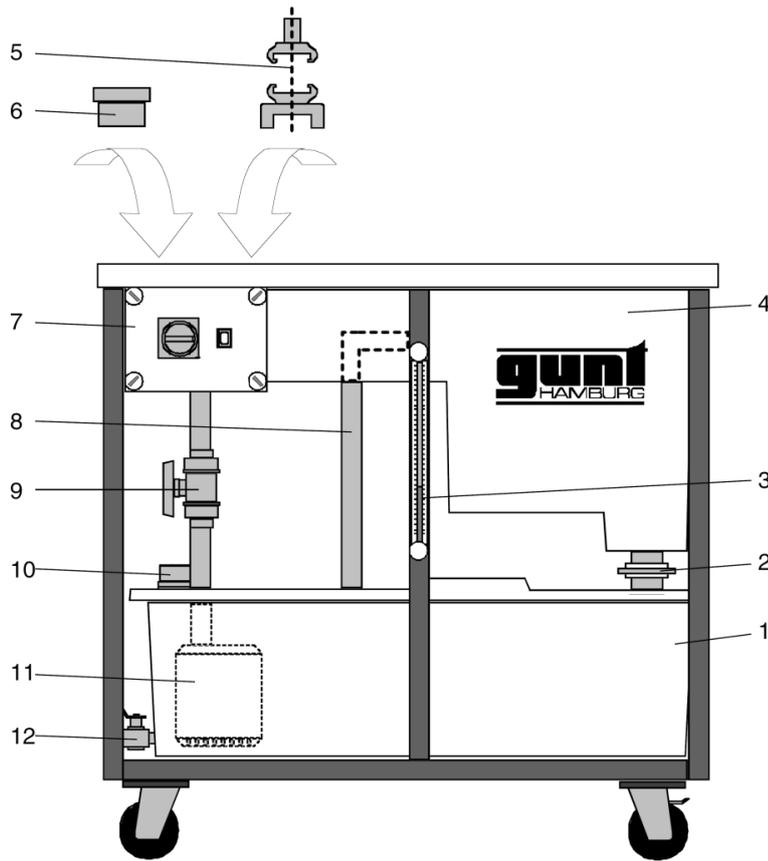
(2-2) تفاصيل جهاز التجربة الأولى HM150.07:

- | | |
|---|-----------------------------|
| 1 . Assembly board | 1. واجهة الجهاز. |
| 2. Single water pressure gauge | 2. مانومتر مائي. |
| 3. Discharge pipe | 3. أنبوب تصريف. |
| 4. Outlet valve | 4. صمام خروج الماء. |
| 5. Venturi nozzle with six measurement points | 5. أنبوب فانتوري به 6 نقاط. |

6. Compression gland 6. غطاء.
- 7 . Probe for measuring overall pressure (can be moved axially) 7. أنبوب لقياس الضغط الكلي (متحرك و متموضع في المركز)
8. Hose connection, water supply 8. أنبوب توصيل للتغذية بالماء.
9. Inlet valve 9. صمام دخول الماء.
10. 6-fold water pressure gauge (pressure distribution in the Venturi nozzle) 10. مانومتر مائي به 6 نقاط لقياس الضغط السكوني.

3-2) جهاز التغذية بالماء (BasicHydraulicsBench): HM150

هو جهاز عام يكون في جميع التجارب، ويعتبر حامل للجهاز الأساسي لكل تجربة.



شكل (2-2): مخطط توضيحي لجهاز التغذية بالماء HM150 التجربة الأولى

4-2) تفاصيل جهاز التغذية بالماء: HM150

1. Sump tank .حوض تخزين الماء.
2. Sliding valve .صمام منزلق لإخراج الماء من حوض خاص بحساب التدفق.
3. Remote sight gauge .أنبوب مانومتري لقياس مستوى الماء المتدفق.
4. Volumetric measuring tank with channel .حوض خاص بحساب التدفق.
5. Water supply connection for accessories without pump .لواحق لتغذية الماء من المضخة للجهاز HM150.07
6. Discharge cap .غطاء التصريف.
7. Switch box .علبة المفاتيح والقواطع الكهربائية.
8. Overflow pipe .أنبوب للمياه الزائدة في الحوض الخاص بحساب التدفق.
9. Flow control valve .صمام مراقبة التدفق من المضخة.
10. Water supply connection for accessories with pump .وصلة للتغذية بالماء من المضخة.
11. Submersible motor driven pump .مضخة مغمورة في الماء
12. Drain valve .صمام تصريف وتفريغ الماء.



شكل (2-3): صورة تبين التجربة الأولى (الجهاز الأساسي فوق جهاز التغذية بالماء

3) مبدأ العمل:

تعتمد الدراسة على ضخ الماء داخل أنبوب فانتوري معلوم القطر في كل نقطة (6 نقاط) ومعلوم البعد بين كل نقطة ونقطة، نغير التدفق في كل قياس ونحسب الضغط السكوني والضغط الكلي في كل نقطة، ويتم إجراء أربع قياسات في هذه التجربة.

4) طريقة تحديد المتغيرات:

4-1) تحديد وحساب الضغط: لدينا 6 من مانومتر مائي مربوطة في نقاط مختلفة في أنبوب فانتوري وقيمة الارتفاع في المانومتر يعطي قيمة الضغط بالعلاقة التالية (نعتمد قيمة مرجعية في الحساب) (Lee, Choi et al. 2019):

$$\Delta P = \rho g \Delta H ; \Delta H = \frac{\Delta P}{\rho g} \quad (2-1)$$

حيث ρ : الكتلة الحجمية للماء $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$ ، الجاذبية الأرضية $g = 9.80 \text{ m/s}^2$

- حساب الضغط السكوني: الضغط السكوني يعبر عنه بارتفاع الماء في المانومتر P_{Si} ،

$$i = 1,2,3,4,5,6 P_{(stat)i} = \rho g H_{(stat)i}$$

- حساب الضغط الكلي: الضغط الكلي يحسبه المانومتر السابع الملتصق بالأنبوب المنزلق.

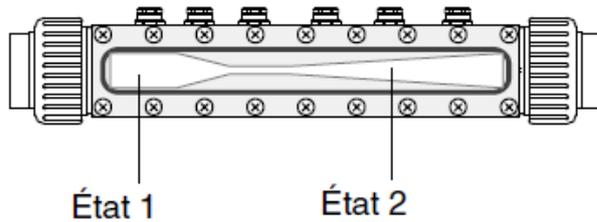
$$i = 1,2,3,4,5,6 P_{(total)i} = \rho g H_{(total)i}$$

حساب الضغط التبريكي: الضغط التبريكي هو الفرق بين الضغط الكلي والضغط السكوني بالعلاقة التالية

$$i = 1,2,3,4,5,6: (\text{Carrillo, Jerves et al. 2018})$$

$$P_{Di} = \rho g H_{(Dyna)i} ; H_{(Dyna)i} = \frac{w^2}{2g} ; H_{Di} = H_{ti} - H_{si} \quad (2-2)$$

- استخدام معادلة برنولي بين نقطتين من الأنبوب:



شكل (2-4): منخطط لجهاز فانتوري الخاص بالتجربة الأولى

حسب معادلة برنولي بين نقطتين لهما نفس الارتفاع بالنسبة لمرجع (Limjuco, Glover et al. 2012):

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{w_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{w_2^2}{2g} + z_2 \quad ; \quad z_1 = z_2 \quad (2-3)$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{\rho \cdot g} + \frac{w_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + \frac{w_2^2}{2g} \quad (2-4)$$

$$\Rightarrow H_{(stat)1} + H_{(Dyna)1} = H_{(stat)2} + H_{(Dyna)2} \quad (2-5)$$

$$\Rightarrow H_{(total)1} = H_{(total)2} \quad (2-6)$$

وهذه المعادلة في حالة عدم وجود ضياع في الحمولة بين النقطتين 1 و2، أما في حالة وجود ضياع

ينتج (Yadav, Kumar et al. 2019):

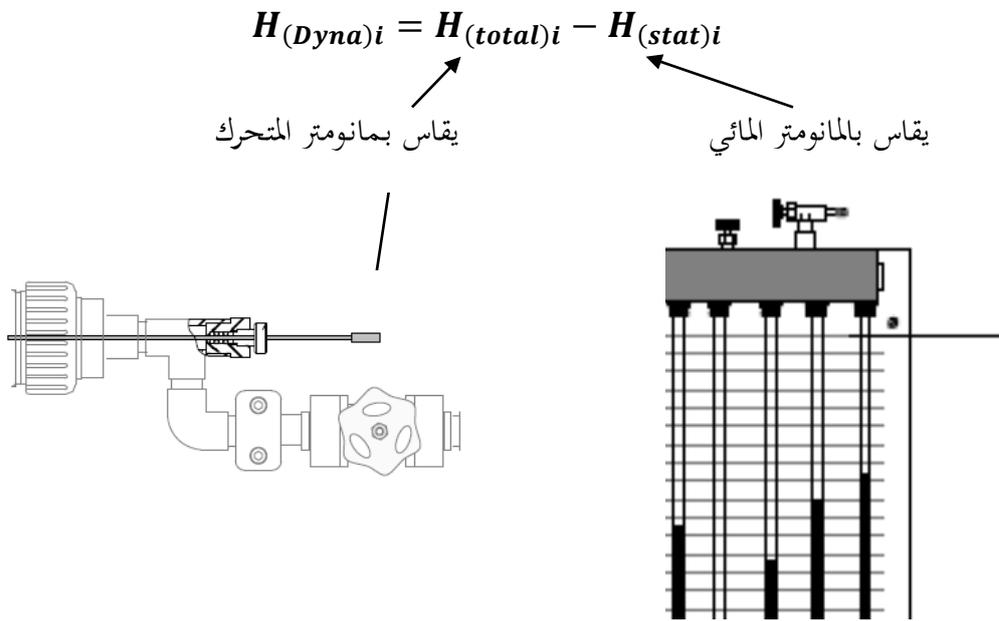
$$H_{(total)1} > H_{(total)2} \quad (2-7)$$

$$H_{(total)1} - H_{(total)2} = H_{12} = \Delta H = H_{loss} \quad (2-8)$$

ومنه في كل نقطة i لدينا العلاقة بين الضغوط بالعلاقة التالية (Fenton 2005):

$$H_{(total)i} = H_{(stat)i} + H_{(Dyna)i} \quad (2-9)$$

والمجهول لدينا والذي لا يقاس تجريبيا بشكل مباشر هو $H_{(Dyna)i}$:



شكل (2-5): مخطط توضيحي لطرق حساب الحمولة في التجربة الأولى

- حساب التدفق والسرعة: نعلم في حساب السرعة والتدفق على حجم الماء المتدفق من صمام التصريف مع حساب الوقت بالعلاقة التالية (Panchev, Pancheva et al):

$$\dot{V} = \frac{V}{t} \quad ; \quad \text{المستغرق الزمن } t: \text{حجم الماء } V \quad \text{الحجمي التدفق } ;$$

$$w = \frac{\dot{V}}{A} \quad ; \quad \text{مساحة المقطع } A = \frac{\pi D^2}{4} \quad \text{التدفق، الحجمي } \dot{V}: \text{السرعة،}$$

(2-4) مقارنة القيم المحسوبة والمقاسة: بالنسبة لحساب قيم w لدينا طريقتين (Nithin, Jain et al. 2012).

- القيمة المحسوبة من التدفق: نعلم على العلاقة التالية ونقيس السرعة انطلاقاً من التدفق \dot{V}

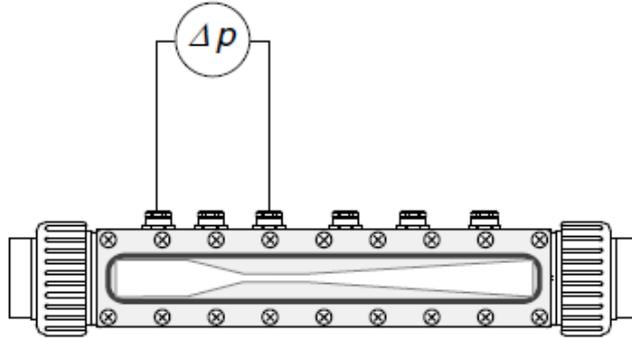
$$w = \frac{\dot{V}}{A} \quad (2 - 10)$$

- القيمة المقاسة من الضغط التبريكي: نعلم على

$$H_{Di} = \frac{w^2}{2g} \Rightarrow w = \sqrt{2gH_{Di}} \quad (2 - 11)$$

- حساب قيمة معامل التدفق: نعلم على العلاقة التالية:

$$\dot{V} = K \cdot \sqrt{\Delta P_{total}} \quad (2 - 12)$$

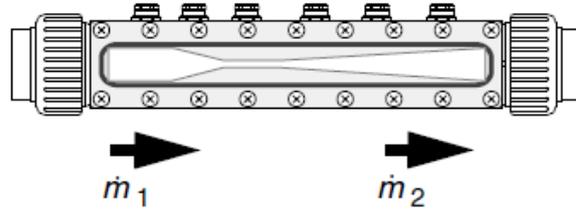


شكل (2-6): مخطط يوضح طريقة حساب الفرق في الضغط بالمانومتر في التجربة الأولى

نعتبر معامل التدفق بين نقطتين ونختار في التجربة نقطتين (1,3) من أنبوب فانوري. ومنه ينتج (Chase 2022):

$$K = \frac{\dot{V}}{\sqrt{\Delta P}} \left(\frac{ltr}{s\sqrt{bar}} \right) \quad (2 - 13)$$

- حساب مساحة المقاطع الستة في الأنبوب: نعلم على حقيقة أن التدفق الكتلي ثابت:



شكل (2-7): مخطط يوضح اتجاه حركة الماء في التجربة الأولى

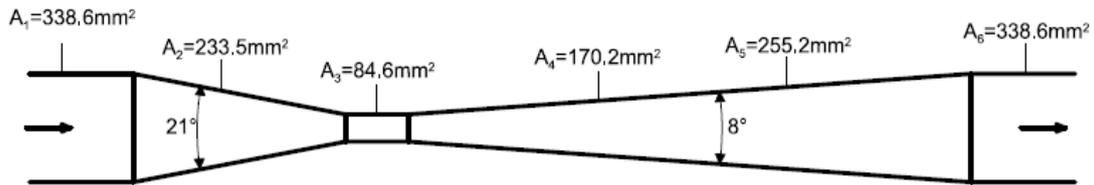
$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \quad ; \quad \dot{m} = \rho \cdot \dot{V}$$

$$\Rightarrow \rho \cdot \dot{V}_1 = \rho \cdot \dot{V}_2$$

$$\Rightarrow \dot{V}_1 = \dot{V}_2 \quad ; \quad \dot{V} = A \cdot w$$

$$\dot{V} = A_1 \cdot w_1 = A_2 \cdot w_2 = \text{const}$$

وبعد الحسابات الدقيقة التي قام بها المصنِّع نحصل على المساحة عند كل مقطع كما في الشكل التالي (Diring, 2017):



شكل (2-8): مخطط يوضح مساحة كل مقطع في أنبوب فانتوري المستخدم في التجربة الأولى

ومن الشكل (2-8) يمكن معرفة هذه المقاطع وحساب السرعة من التدفق \dot{V} حسب العلاقة التالية (Keshavarz, 2014):

$$w = \frac{\dot{V}}{A} \quad (2 - 14)$$

5) الإجراءات المتبعة في التجربة الأولى:

الخطوة الأولى: نضع جهاز التجربة (HM150.07) فوق جهاز التغذية بالماء (HM150)

الخطوة الثانية: نلصق خرطوم توصيل الماء من المضخة مع لواحق التغذية بالماء من المضخة للجهاز.

الخطوة الثالثة: نوصل التغذية الكهربائية للجهاز HM150 بعد التأكد من علبه المفاتيح الكهربائية.

الخطوة الرابعة: عموماً مهما كان نمط السريان للتخلص من فقاعات الهواء في أنابيب التوصيل

نغلق الصمام 4 ونفتح الصمام 9، ونشغل المضخة ننتظر بضع ثوان فتختفي فقاعات الهواء، ثم نغلق الصمام 9 و في نفس الوقت نغلق المضخة. سوف يبقى الماء محجوز بين الصمامين (4،9) بدون فقاعات هواء.

نترك المضخة مغلقة نفتح الصمام 4 ببطء حتى ينزل الماء لمستوى مقروء. ثم نغلق الصمام 4.

نشغل المضخة و نفتح الصمامين (4،9) ببطء حتى يتشكل لنا اختلاف في مستويات الماء في النقاط الستة .

الخطوة الخامسة: نقرأ قيم الضغط السكوني في المانومتر وفي نفس الوقت نحرك الأنبوب المنزلق في كل نقطة و نقرأ الضغط الكلي و نملاً الجدول التالي بعد حساب التدفق بالساعة و بالصمام المنزلق لإخراج الماء في الجهاز HM150 نملاً كمية من الماء تساوي 10L.

نعيد ضبط التدفق على قيمة مختلفة بتغيير وضع الصمامين (4،9) ببطء

6) الحسابات والنتائج:

سوف نعتمد على الخطوات الموضحة في الإجراءات المتبعة لملاً الجداول ورسم التغيرات الخاصة بالمقادير الفيزيائية المحسوبة تجريبياً ونظرياً.

6-1) النتائج التجريبية:

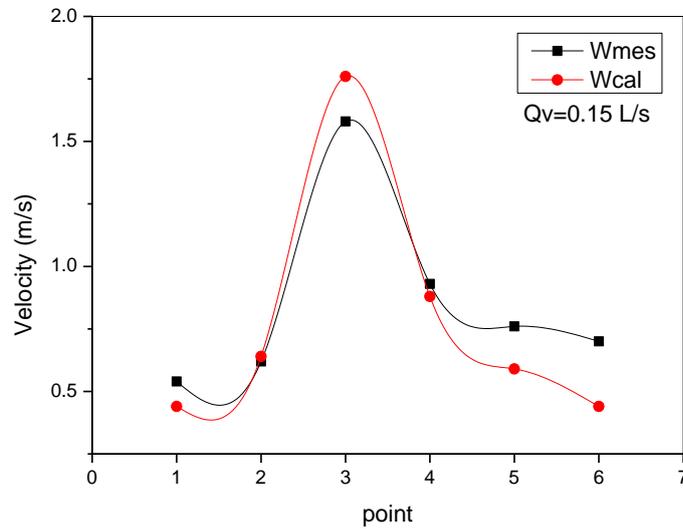
الجدول (2-1): خاص بالمقارنة بين السرعة المحسوبة والمقاسة

i	H_1	H_2	H_3	H_4	H_5	H_6	t 10L	\dot{V} L/s
H_{stat}	195	185	75	140	150	155	65s	0.15
H_{total}	210	205	203	185	180	180		
H_{dyna}	15	20	128	45	30	25		
w_{mes}	0.54	0.62	1.58	0.93	0.76	0.70		
w_{cal}	0.44	0.64	1.76	0.88	0.59	0.44		
H_{loss}	0	05	07	25	30	30		

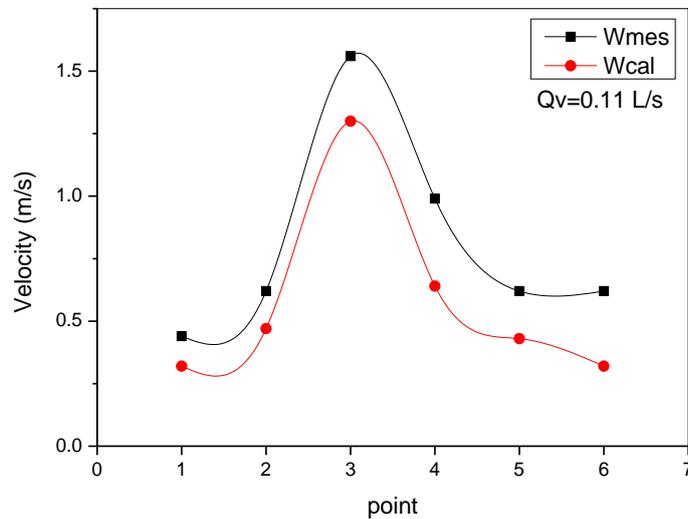
H_{stat}	170	160	50	115	125	120	90s	0.11
H_{total}	180	180	175	165	145	140		
H_{dyna}	10	20	125	50	20	20		
w_{mes}	0.44	0.62	1.56	0.99	0.62	0.62		
w_{cal}	0.32	0.47	1.30	0.64	0.43	0.32		
H_{loss}	0	0	05	15	35	40		

H_{stat}	145	135	25	90	100	105	102s	0.09
H_{total}	155	150	149	145	140	140		
H_{dyna}	10	15	124	55	40	35		
w_{mes}	0.44	0.54	1.55	1.03	0.88	0.82		
w_{cal}	0.26	0.38	1.06	0.52	0.35	0.26		
H_{loss}	0	05	06	10	15	15		
H_{stat}	85	83	45	65	70	75	120s	0.08
H_{total}	90	89	85	85	80	83		
H_{dyna}	5	6	40	20	10	8		
w_{mes}	0.31	0.34	0.88	0.62	0.44	0.39		
w_{cal}	0.23	0.34	0.94	0.47	0.31	0.23		
H_{loss}	0	01	05	05	10	07		

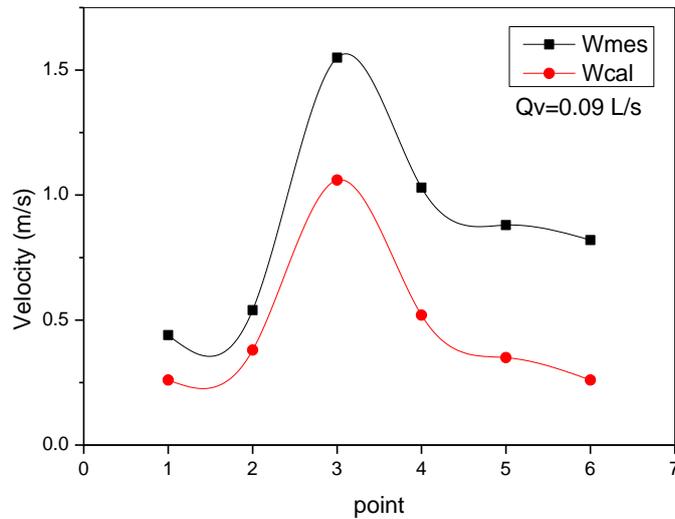
• تغيرات السرعة W_{mes} و W_{cal} بدلالة النقاط 1 إلى 6:



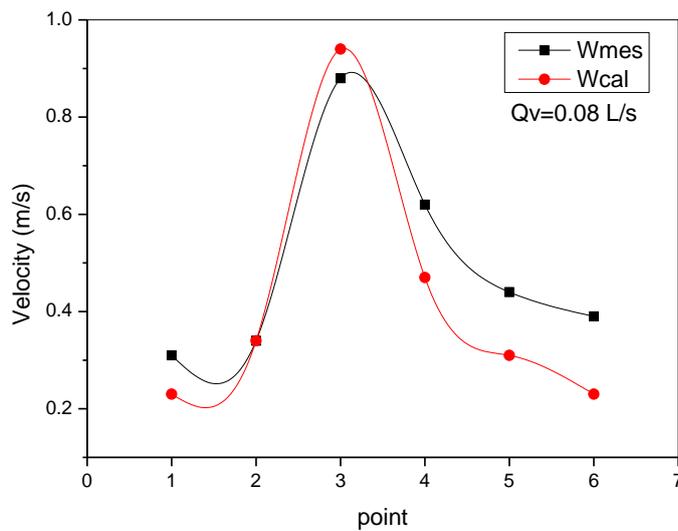
شكل (9-2): تغيرات السرعة W_{mes} و W_{cal} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من اجل التدفق $Q_v=0.15$ L/s في التجربة الأولى



شكل (10-2): تغيرات السرعة W_{mes} و W_{cal} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من اجل التدفق $Q_v=0.11$ L/s في التجربة الأولى

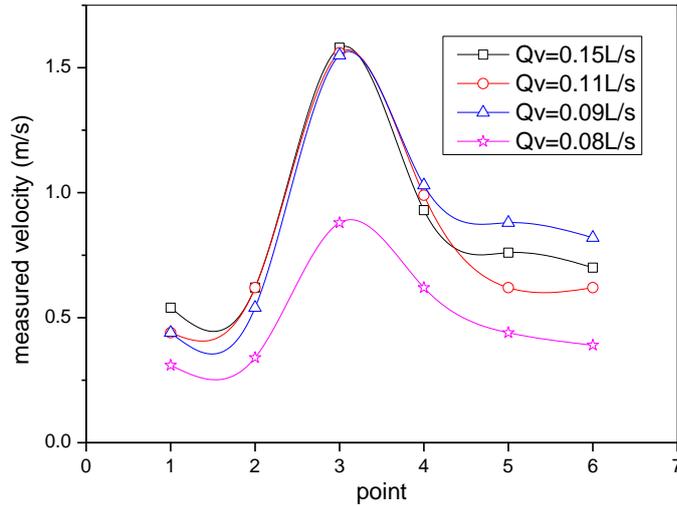


شكل (11-2): تغيرات السرعة W_{cal} و W_{mes} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من اجل التدفق $Q_v=0.09$ L/s في التجربة الأولى

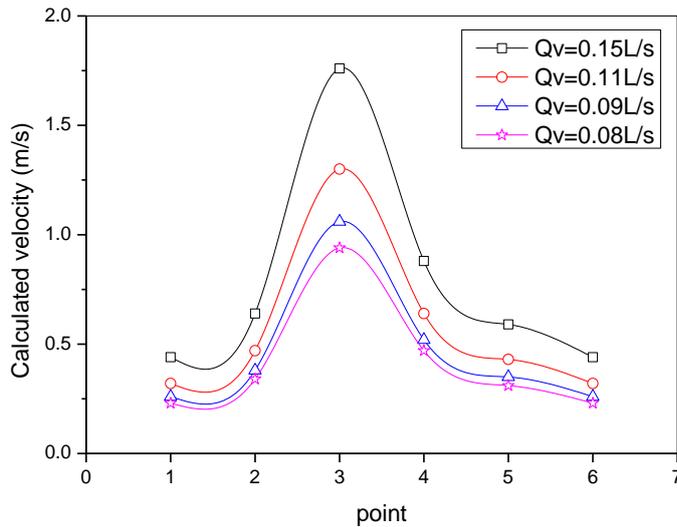


شكل (12-2): تغيرات السرعة W_{cal} و W_{mes} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من اجل التدفق $Q_v=0.08$ L/s في التجربة الأولى

التفسير الأول: من الأشكال (9-2) (10-2) (11-2) (12-2) الخاصة بتأثير ترتيب النقاط بين المدخل و المخرج , وتم الإستنتاج على أن السرعة تتزايد بين النقاط 1 و3 و تتناقص بين النقاط 3 و6 , فإذا كان المائع (الماء) يتحرك أفقياً تزيد السرعة كلما قل الضغط السكوني و العكس صحيح , يتحرك المائع (الماء) في الجزء الضيق بسرعة أكبر مما هو عليه في الجزء الأوسع



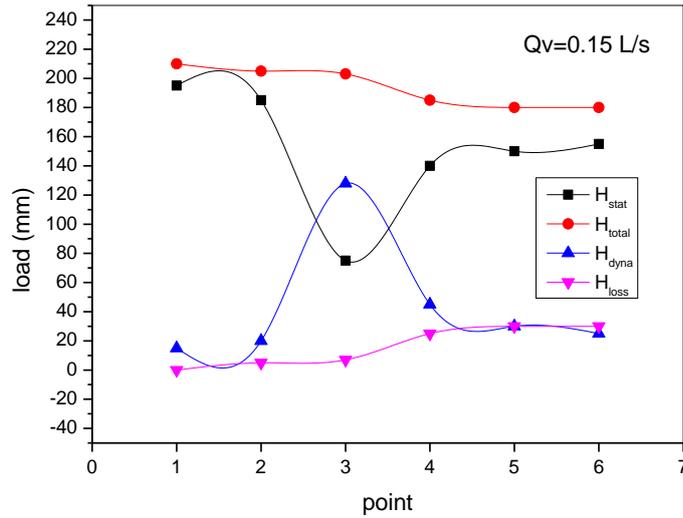
شكل (2-13): تغيرات السرعة w_{mes} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من أجل التدفقات المدروسة في التجربة الأولى



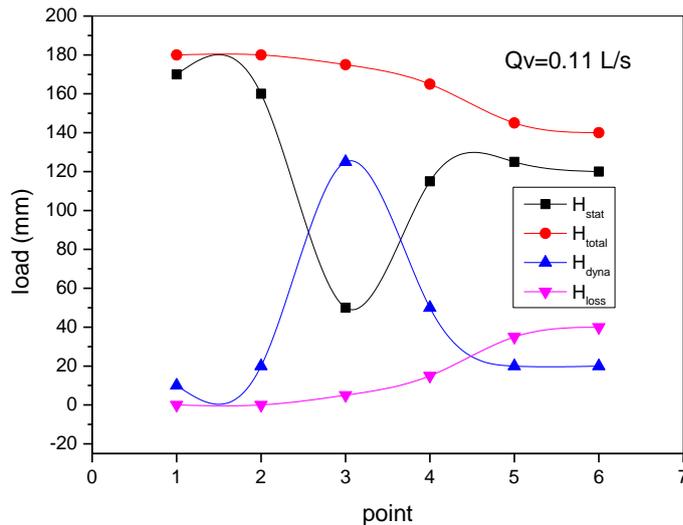
شكل (2-14): تغيرات السرعة w_{cal} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من أجل التدفقات المدروسة في التجربة الأولى

التفسير الثاني: من الأشكال (2-13) (2-14) خاصة بتأثير تدفق المائع (الماء)، وتم الإستنتاج على أن كلما زاد التدفق زادت السرعة ومن جهة أخرى كان الضياع في الحمولة أكبر، نستطيع أن نقول أنه يجب التقليل من التدفق قدر الإمكان في أنبوب فنتوري أو مسار كفيي لحركة مائع من أجل التقليل في الضياع.

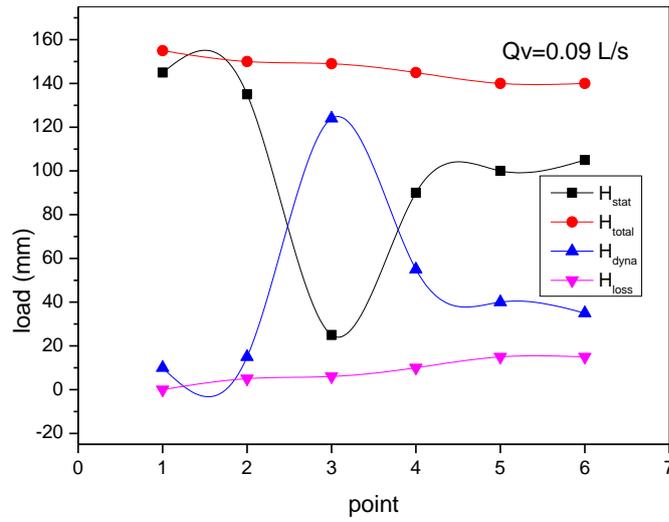
● تغيرات الحمولة H_{stat} و H_{Dyna} و H_{total} و H_{loss}



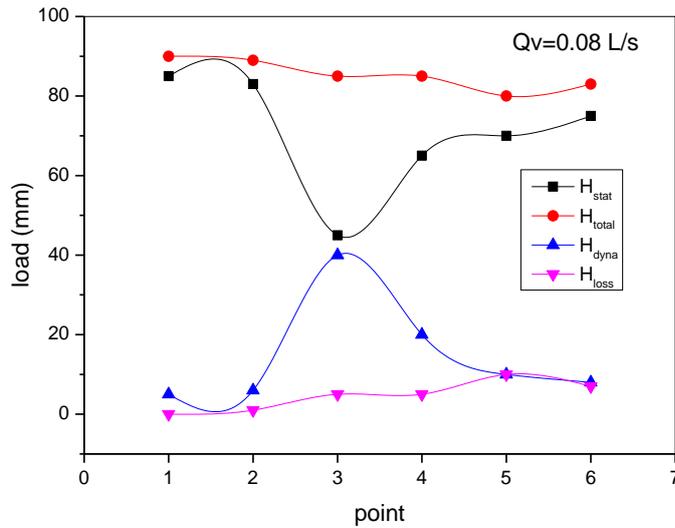
شكل (2-15): تغيرات الحمولة H_{stat} و H_{Dyna} و H_{total} و H_{loss} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من اجل التدفق $Qv=0.15$ L/s في التجربة الأولى



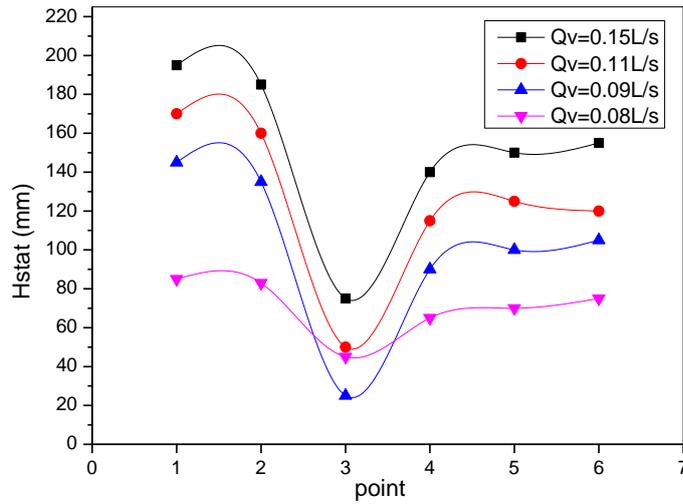
شكل (2-16): تغيرات الحمولة H_{stat} و H_{Dyna} و H_{total} و H_{loss} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من اجل التدفق $Qv=0.11$ L/s في التجربة الأولى



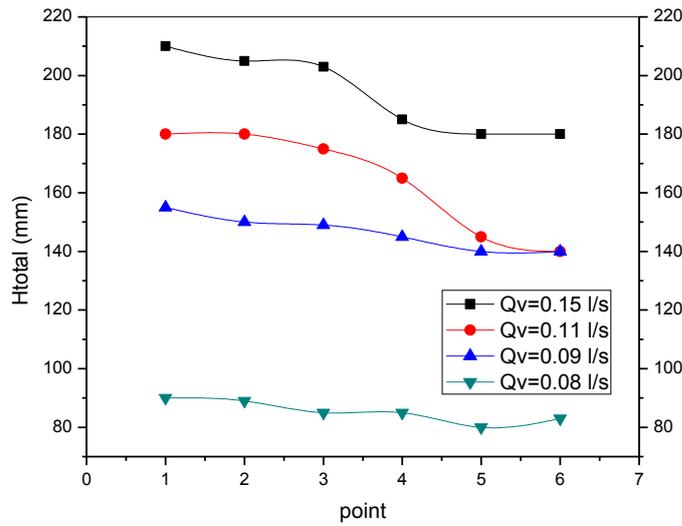
شكل (2-17): تغيرات الحمولة H_{stat} و H_{Dyna} و H_{total} و H_{loss} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من اجل التدفق $Q_v = 0.09 \text{ L/s}$ في التجربة الأولى



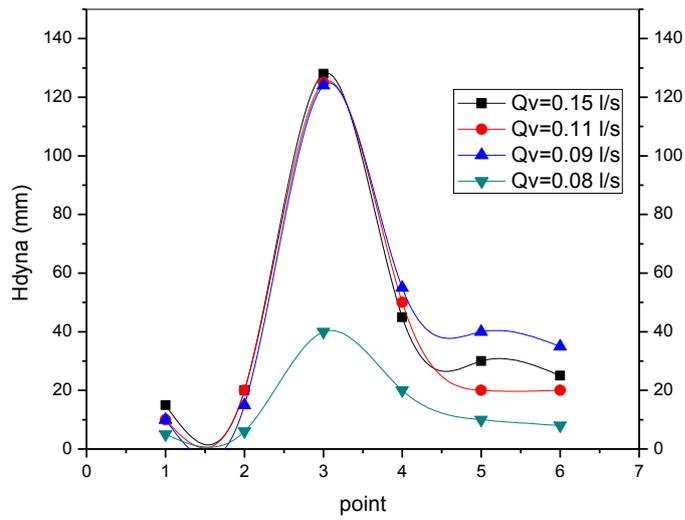
شكل (2-18): تغيرات الحمولة H_{stat} و H_{Dyna} و H_{total} و H_{loss} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من اجل التدفق $Q_v = 0.08 \text{ L/s}$ في التجربة الأولى



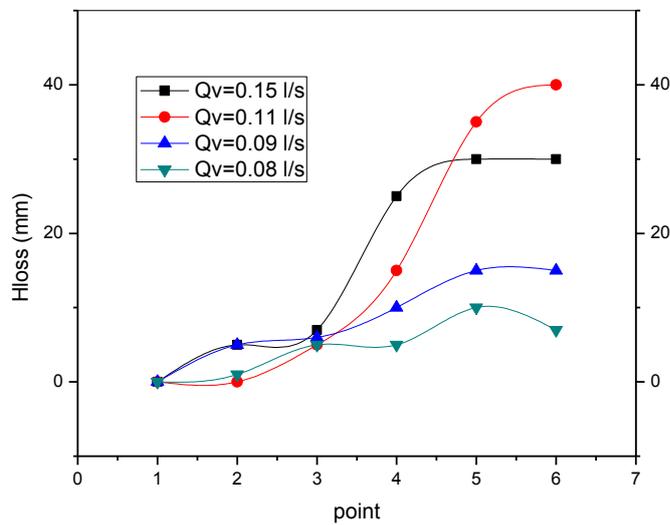
شكل (2-19): تغيرات الحمولة H_{stat} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من أجل التدفقات المدروسة في التجربة الأولى



شكل (2-20): تغيرات الحمولة H_{total} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من أجل التدفقات المدروسة في التجربة الأولى



شكل (21-2): تغيرات الحمولة H_{dyna} بدلالة النقاط 1 إلى 6 من أجل التدفقات المدروسة في التجربة الأولى



شكل (22-2): تغيرات الحمولة H_{loss} بدلالة النقاط 1 إلى 6

من أجل التدفقات المدروسة في التجربة الأولى

التفسير الثالث: من الأشكال (2-19) (2-20) (2-21) (2-22) الخاصة بتأثير تدفق المائع (الماء)، تم الإستنتاج على أن كلما زاد التدفق زاد الضياع في الحمولة، ومنه نستطيع أن نقول إنه يجب التقليل من التدفق قدر الإمكان في أنبوب فتوري أو مسار كيني لحركة مائع من أجل التقليل في الضياع.

ومن جهة أخرى نستنتج أن نقطة التغذية التي تمثل المدخل لها قيمة حمولة أكبر، وتتناقص هذه القيمة من نقطة إلى نقطة، ويمكن القول عموماً أن هناك ضياع كلي للحمولة بين المدخل والمخرج، وهذا يؤكد أن أي أنبوب مهما كان شكله فإن الضياع في الحمولة موجود.

ملخص الفصل الثاني:

نستنتج من خلال هذه الدراسة أن تدفق المائع (الماء) له تأثير على تغيرات السرعة و الضياع في الحمولة ويمكن القول أن بزيادة تدفق المائع تزيد كل من سرعة المائع و الضياع في الحمولة وبذلك يجب التقليل من التدفق قدر الإمكان من أجل تقليل الضياع , ومن جهة أخرى ترتيب النقاط بين المدخل و المخرج أيضا له علاقة بالسرعة و الحمولة ,أي أن المائع يتحرك في الجزء الضيق بسرعة أكبر من الجزء الأوسع , وتكون الحمولة عند نقطة التغذية (المدخل) أكبر وتتناقص هذه القيمة بين النقاط , وهنا يمكن القول أنه يوجد ضياع في الحمولة مهما كان شكل الأنبوب .

مراجع الفصل الثاني:

Carrillo, V., et al. (2018). "Experimental and numerical simulation as a calibration measure of a venturi tube." International Journal of Hydrology**2**(2).

Chase, D. V. (2022). "Bernoulli's Equation".

Diring, A., et al. (2017). Comparison Between COMSOL Multiphysics® and STAR-CCM+® Simulation Results and Experimentally Determined Measured Data for a Venturi Tube. Proceedings of the Excerpt from the Proceedings of the 2017 COMSOL Conference in Rotterdam, Rotterdam, The Netherlands.

Fenton, J. D. (2005). (On the energy and momentum principles in hydraulics. Proc. 31st Congress IAHR, Seoul.

Keshavarz, E., et al. (2014). "Bernoulli wavelet operational matrix of fractional order integration and its applications in solving the fractional order differentialequations." Applied Mathematical Modelling**38**(24): 6038-6051.

In this paper, a new numerical method for solving fractional differential equations is presented. The fractional derivative is described in the Caputo sense. The method is based upon Bernoulli wavelet approximations. The Bernoulli wavelet is first presented. An operational matrix of fractional order integration is derived and is utilized to reduce the initial and boundary value problems to system of algebraic equations. Illustrative examples are included to demonstrate the validity and applicability of the technique.

Lee, C. H., et al. (2019). "Experimental investigation of microbubble generation in the venturi nozzle." International Journal of Heat and Mass Transfer**136**: 1127-1138.

Limjoco, R. P., et al. (2012). "Low-Cost Venturi Meter: Understanding Bernoulli's Equation rough A Demonstration".

Nithin, T., et al. (2012). Optimization of venturi flow meter model for the angle of divergence with minimal pressure drop by computational fluid dynamics method. International Conference on Challenges and Opportunities in Mechanical Engineering, Industrial Engineering and Management Studies.

Panchev, V. S., et al. "Sir William Bayliss, Daniel Bernoulli, and Giovanni Venturi explaining Korotkoff sounds; myogenic reaction was the missing key Running title: Korotkoff sounds use myogenic reaction".

Qin, R. and C. Duan (2017). The principle and applications of Bernoulli equation. Journal of Physics: Conference Series, IOP Publishing.

Yadav, A ,et al. (2019). "Design characteristics of venturi aeration system." International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering**8**(11): 63-70.

الفصل الثالث

تغيرات الضياع في الضغط على طول أنبوب به مختلف المقاطع

المحتوى:

- 1) الهدف من الدراسة
- 2) الأجهزة المستعملة
- 3) مبدأ العمل
- 4) الإجراءات المتبعة
- 5) الحسابات والنتائج

(الفصل الثالث: تغيرات الضياع في الضغط على طول أنبوب به مختلف المقاطع)

chapter 3: Loss changes in pressure along a pipe of various section

مقدمة الفصل الثالث: في هذا الفصل سوف نتطرق إلى تجربة توضح تغيرات الضياع في الضغط على طول أنبوب به مختلف المقاطع , ومن بين أهم الحسابات الخاصة بالأنابيب نجد أن الفروق في الضغوط على طول أنبوب لها دور في معرفة كفاءة شبكة التوصيل التي تعتمد عموما على أنابيب ومقاطع مختلفة، وشبكة التوصيل نجدها مثلا في تغذية الماء والغاز الطبيعي للمدن وأنابيب توصيل البترول والغاز بين المدن والمصانع الخاصة بالإنتاج والتصفية، وهذه التجربة عبارة عن نموذج مصغر عن شبكة توصيل بها مقاطع مختلفة، ويمكن الاعتماد عليها في معرفة الفروق بين مختلف المقاطع في ضياع الضغط (Wang, Chen et al. 2023).

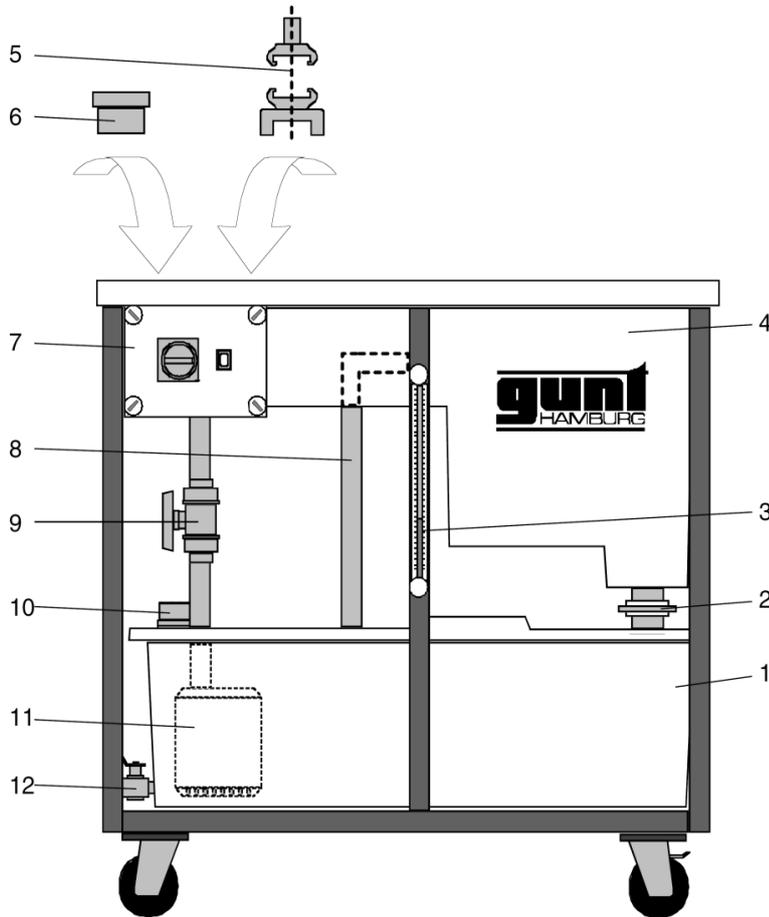
1) الهدف من الدراسة: تهدف إلى مايلي:

رسم تغيرات الضياع في الضغط (أو الضياع في الحمولة) بدلالة النقاط المميزة لكل وصلة أنبوبية في النظام المدروس، ومقارنة المنحنيات عند تغيير التدفق، وكذلك مقارنة الضياع بين كل وصلة وأخرى عند تثبيت التدفق.

2) الأجهزة المستعملة: الجهاز المستعمل موضح في الصفحة الموالية (HM 150.29)، والمقطع المدروس من الأنبوب يحوي مختلف الوصلات وصمام لغلاق وفتح الماء. ويحوي على مانومتر مائي به 6 أنابيب لحساب الفروق في الضغوط الضعيفة ومانومتر ذو النابض (بوردين) لحساب الفروق في الضغوط الكبيرة.

يوضع الجهاز HM 150.29 فوق الجهاز HM 150 الذي يعتبر جهاز تغذية مغلقة و مستمرة بالماء.

1-2) الجهاز HM150 : جهاز التغذية بالماء (BasicHydraulicsBench)

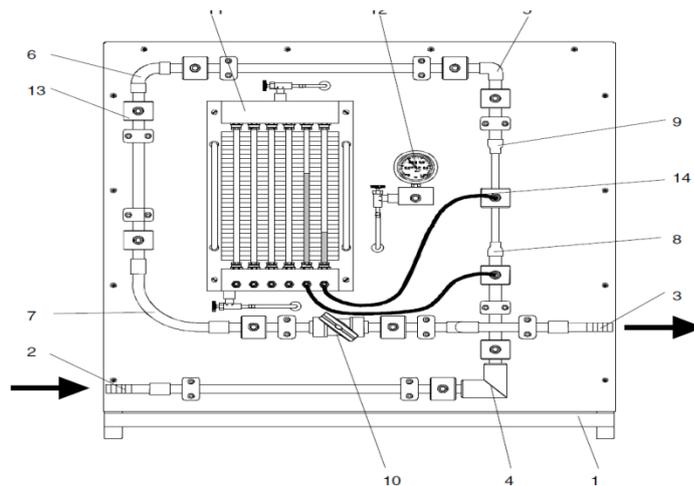


شكل (1-3): مخطط توضيحي لجهاز التغذية بالماء HM150 في تجربة الثانية

2-2) تفاصيل جهاز التغذية بالماء: HM150

- | | |
|---|--|
| 1. Sump tank | 1. حوض تخزين الماء. |
| 2. Sliding valve | 2. صمام منزلق لإخراج الماء من حوض خاص بحساب التدفق. |
| 3. Remote sight gauge | 3. أنبوب مانومتري لقياس مستوى الماء المتدفق. |
| 4. Volumetric measuring tank with channel | 4. حوض خاص بحساب التدفق. |
| 5. Water supply connection for accessories without pump | 5. لواحق لتغذية الماء من المضخة للجهاز HM150.07 |
| 6. Discharge cap | 6. غطاء التصريف. |
| 7. Switch box | 7. علبة المفاتيح والقواطع الكهربائية. |
| 8. Overflow pipe | 8. أنبوب للمياه الزائدة في الحوض الخاص بحساب التدفق. |
| 9. Flow control valve | 9. صمام مراقبة التدفق من المضخة. |
| 10. Water supply connection for accessories with pump | 10. وصلة للتغذية بالماء من المضخة. |
| 11. Submersible motor driven pump | 11. مضخة مغمورة في الماء |
| 12. Drain valve | 12. صمام تصريف وتفريغ الماء. |

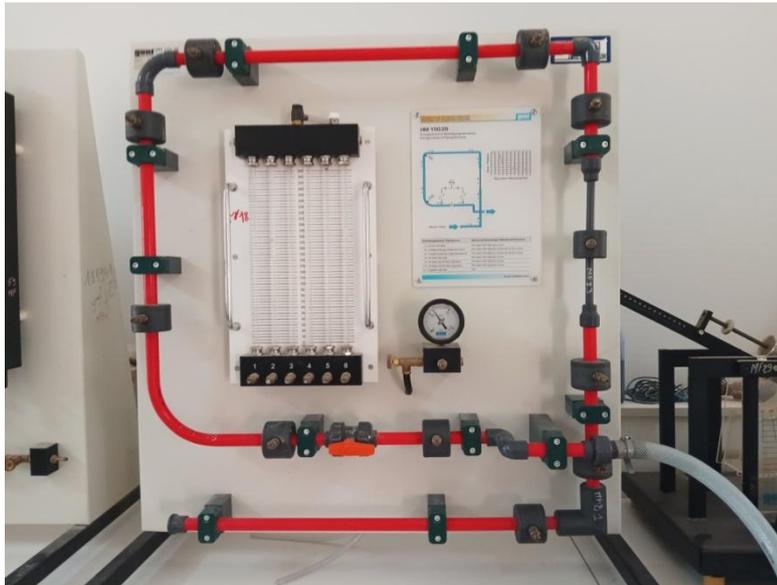
2-3) الجهاز HM150.29 : جهاز حساب الضياع (Losses in Bends and Fittings)



شكل (2-3): مخطط توضيحي لجهاز حساب الضياع في التجربة الثانية

4-2) تفاصيل الجهاز HM 150.29 :

1. قاعدة على شكل إطار.
2. أنبوب وصل يغذي بالماء من جهاز HM 150.
3. أنبوب وصل يعيد الماء لجهاز HM 150.
4. أنبوب على شكل مرفق (أنبوب مرفقي حاد).
5. أنبوب على شكل مرفق (أنبوب مرفقي دائري).
6. أنبوب منحنى ضيق الشعاع.
7. أنبوب منحنى واسع الشعاع.
8. تضايق.
9. توسع.
10. صمام غلق وفتح من النوع الكروي.
11. ست قنوات مانومتر لحساب الضغط.
12. مانومتر أنبوبي ذو النابض.
13. غرفة دائرية لقياس الضغط.
14. أنابيب من PVC لوصل المانومتر بالأنبوب المدرس.
1. Base Frame with Rear Wall
2. Hose Connection, Water Inlet
3. Hose Connection, Water Outlet
4. Pipe Elbow
5. Rounded Pipe Elbow
6. Tight Radius Pipe Bend
7. Large Radius Pipe Bend
8. Reducer
9. Enlarger
10. Spherical Valve
11. 6 Channel Manometer
12. Spring-Tube Manometer
13. Circular Chamber with Measuring Gland
14. PVC Hose with Plug-In Connector



شكل (3-3): صورة تبين التجربة الثانية (الجهاز الأساسي)

3) مبدأ العمل:

نعتمد في التجربة على حساب الفروق في الضغط بين نقطتين ونستنتج الضياع في الضغط والحمولة ونستخرج بعض المعاملات الخاصة إن وجدت.

4) الإجراءات المتبعة في التجربة:

الخطوة الأولى: نضع الجهاز HM 150.29 على جهاز التغذية بالماء HM 150.

الخطوة الثانية: نتأكد من التوصيلات للمدخل ومخرج الماء للجهاز HM 150.29.

الخطوة الثالثة: أغلق جميع الصمامات المغذية للماء في الجهازين.

الخطوة الرابعة: اربط أنابيب الضغط في المناطق المراد قياس الفروق في الضغط عندها ووصلها بالمانومتر المائي (1متر).

الخطوة الخامسة: شغل مضخة الماء في الجهاز HM 150 بالتزامن مع فتح جميع الصمامات لتعديل التدفق. مع فتح صمام الجهاز HM 150.29 كاملا والتحكم يكون من الصمام السفلي HM 150.

الخطوة السادسة: فرغ بالمانومتر المائي من فقاعات الهواء.

الخطوة السابعة: عدل مستوى الماء في المانومتر المائي في مجال المسموح بالقياس باستعمال الصمام السفلي في المانومتر المائي.

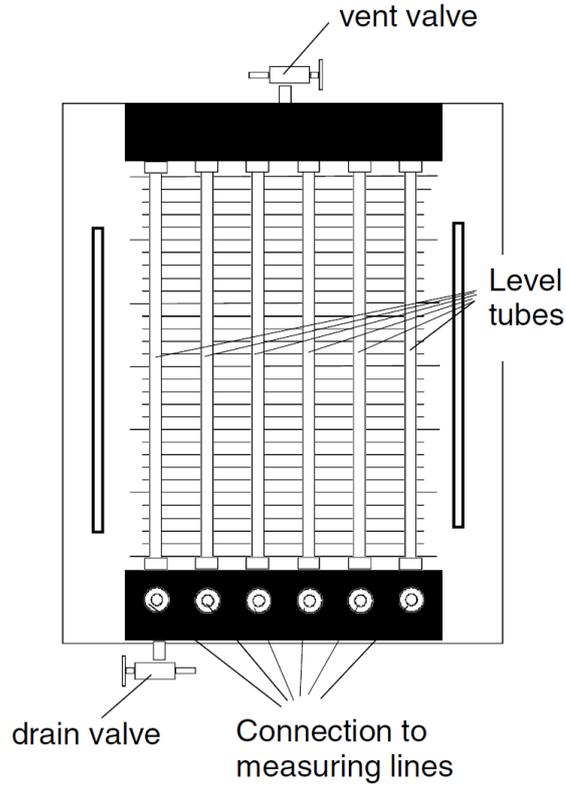
الخطوة الثامنة: أحسب الزمن المستغرق لملاً إناء مدرج وذلك من أجل حساب التدفق الحجمي ومنه يمكن حساب السرعة.

● اللوحة ذات 6 مانومتر مائي:

يحتوي على 6 أنابيب من الزجاج مدرجة بالمليمتر وطولها 300mm يوافقها ضغط عمود من الماء يساوي تقريبا

30mbar. ويمكن استعمال المانومتر الذي طوله 1 متر لقياس ضغوط أكبر ملتصق بـ HM 150.

- هذه الأنابيب الستة مربوطة بصمام مشترك في الأعلى لتفريغ الهواء منها Vent valve.
- عند غلق صمام التفريغ من الهواء، المانومتر سوف يقيس الفروق في الضغط في مختلف النقاط المربوطة.
- وعند فتح صمام التفريغ من الهواء، المانومتر سوف يقيس الضغط المطلق في مختلف النقاط المربوطة.



شكل (3-4): مخطط توضيحي يوضح اللوحة ذات 6 مانومتر مائي

● قياس الفرق في الضغط بين نقطتين:

في حالة غلق صمام التفريغ من الهواء، وفي هذه الحالة الأنبوب المشترك بين العمودين من الماء مغلق، الهواء سوف يضغط بضغط مقداره P_l والضغط في النقطتين سوف يساوي بعلاقة باسكال (Pantoli and Hutchinson 2023):

$$P_1 = P_l + \rho gh_1 \quad (3-1)$$

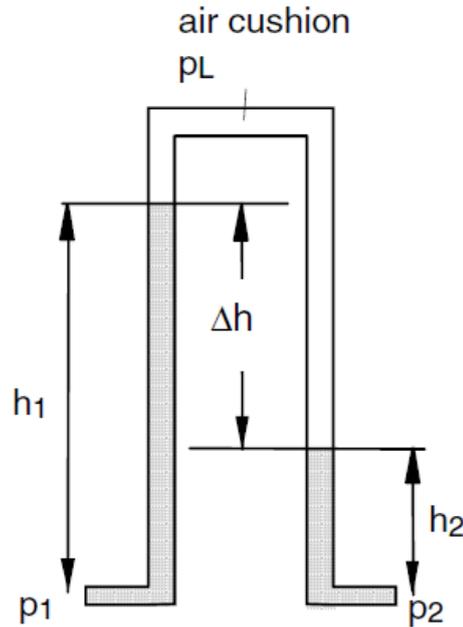
$$P_2 = P_l + \rho gh_2 \quad (3-2)$$

الضغط الأكبر الذي لديه ارتفاع أكبر: $P_1 > P_2$ يعني الفرق يكون (Dang, Yang et al. 2018):

$$P_1 - P_2 = (P_l + \rho gh_1) - (P_l + \rho gh_2) = \rho gh_1 - \rho gh_2 \quad (3-3)$$

$$P_1 - P_2 = \rho g(h_1 - h_2) \quad (3-4)$$

$$\Delta P = \rho g \Delta h \quad (3-5)$$



شكل (3-5): مخطط يوضح قياس الفرق في الضغط بين نقطتين في تجربة الثانية

- قياس قيمة الضغط P_l (ضغط الهواء المشترك في حالة غلق صمام التفريغ):

يمكن حساب قيمة الضغط P_l بالطريقة التالية (Schnorr Filho, Lima et al. 2022):

القيمة المتوسطة بين الارتفاعين يمكن قراءتها أو حساب بالعلاقة التالية:

$$\square_{moy} = \frac{\square_1 + \square_2}{2} \quad (3-6)$$

نسمي المجموع $h_1 + h_2$ بمجموع الارتفاع h_{sum} (Xu, Feng et al. 2017).

ثم لدينا النتيجة التالية:

$$h_{moy} = \frac{h_1 + h_2}{2} = \frac{h_{sum}}{2} = \frac{(P_1 - P_l) + (P_2 - P_l)}{2\rho g} \quad (3-7)$$

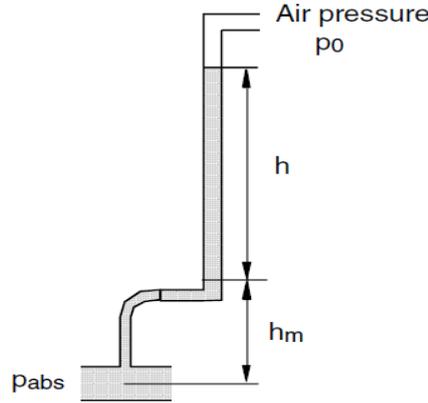
$$\frac{h_{sum}}{2} = \frac{P_1 + P_2 - 2P_l}{2\rho g} \quad (3-8)$$

ومنه الحصول على النتيجة النهائية للضغط المشترك بين جميع الأنابيب (Kumar, Kumar et al. 2022):

$$P_l = \frac{P_1 + P_2 - \rho g h_{sum}}{2} \quad (3-9)$$

- قياس قيمة الضغط المطلق P_{abs} (ضغط الهواء المشترك في حالة فتح صمام التفريغ):

في هذه الحالة نفتح صمام التفريغ الهوائي فيصبح P_l يعبر عن الضغط الجوي P_0 (حسب الشكل التالي)



شكل (3-6): مخطط يوضح صمام التفريغ الهوائي تجربة الثانية

سوف ينتج لنا ارتفاع h_m وهو الارتفاع بين النقطة المراد قياسها والصفر الخاص بالمانومتر.

h هو الارتفاع بين الصفر للمانومتر والسطح الحر للماء. ومنه يصبح الضغط المطلق في نقطة القياس (Sutton, Juel et al. 2022):

$$P_{abs} = P_0 + \rho g(h + h_m) \quad (3 - 10)$$

ملاحظة: عند فتح صمام التفريغ تكون هناك صعوبة كبيرة في ضبط الفروق في الضغط عكس حالة غلق الصمام.

- طريقة ربط المانومتر المائي للشروع في العمل:

- اربط الأنابيب الستة للضغط جميعها أو استعمل أنبوبين على الأقل في نقاط لقياس الضغط.
- افتح صمام التفريغ العلوي في المانومتر.
- افتح صمامات الجهاز HM 150 وأغلق صمام الجهاز HM 150.29.
- شغل المضخة التابعة للجهاز HM 150، سوف يسري الماء في جميع أنابيب الضغط ويتدفق للأعلى.
- عندما ترى أنه لا يوجد فقاعات هواء داخل أنابيب الضغط والمانومتر أغلق صمام الجهاز HM 150.
- أوقف المضخة التابعة للجهاز HM 150.
- افتح صمام التفريغ السفلي للمانومتر إن وجد، وفي حالة عدم وجوده استعن بصمام الجهاز HM 150.29 وذلك بفتحه ببطء للحصول على قيمة للارتفاع حيث يظهر المستوى الحر للماء في جميع

- المانومتر في الوسط تقريبا ومتساوي المستوى (يوجد فيه حالات يجب تشغيل المضخة و تمرير الماء ببطء في الأنابيب لكي لا تتسرب فقاعات الهواء داخل الماء).
- عند الحصول على هذا المستوى الواضح للماء في المانومتر أعد غلق صمام التفريغ العلوي.
 - تنبيه 1: (لا يجب فتح صمام التفريغ العلوي إلا في حالة ضرورة التخلص من الماء نهائيا).
 - أعد تشغيل المضخة التابعة للجهاز HM 150 مع التعديل بالصمام التابع لنفس الجهاز حتى الحصول على تدفق حجمي معين وفروق في الضغط مقروءة.
 - تنبيه 2: (يجب نزع أنابيب وصل الضغط من النقاط قبل توقيف المضخة).
- مع العلم أن حساب التدفق و السرعة: يعتمد على حجم الماء المتدفق من الفتحة مع حساب الوقت بالعلاقة التالية (Yin, Li et al. 2022):

$$\dot{V} = \frac{V}{t} ; \text{المستغرق الزمن } t: \text{حجم الماء } V: \text{الحجم المتدفق،}$$

$$w = \frac{\dot{V}}{A} ; \text{مساحة المقطع } A = \frac{\pi D^2}{4} : \text{الحجم المتدفق، } \dot{V}: \text{السرعة،}$$

- لدينا في الجهاز HM 150.29 نقاط وعددها 11 نقطة قياس، حسب الجدول التالي:

الجدول (3-1): قائمة توضح النقاط وعدد الوصلات الأنبوبية المدروسة

ترتيب القطع في الانبوب	النقاط مرتبة تصاعديا	الوصلة الأنبوبية المدروسة
1	2-1	أنبوب على شكل مرفق (أنبوب مرفقي حاد).
2	3-2	وصلة أنبوبية ثابتة القطر $L = 140mm$.
3	4-3	وصلة أنبوبية متضايقة القطر.
4	5-4	وصلة أنبوبية متوسعة القطر.
5	6-5	أنبوب على شكل مرفق (أنبوب مرفقي دائري).
6	7-6	وصلة أنبوبية ثابتة القطر $L = 515mm$.

7	8-7	أنبوب منحنى ضيق الشعاع $R = 40mm$.
8	9-8	وصلة أنبوبية ثابتة القطر $L = 320mm$.
9	10-9	أنبوب منحنى واسع الشعاع $R = 100mm$.
10	11-10	صمام فتح وغلق مزود بكرة.

5) الحسابات والنتائج: سوف نعتمد على الخطوات الموضحة في الإجراءات المتبعة لملاً الجداول ورسم التغيرات الخاصة بالمقادير الفيزيائية.

1-5) النتائج التجريبية:

بعد الدراسة التجريبية تم الحصول على مجموعة من النتائج في ثلاث مراحل، في كل مرحلة تم تغيير التدفق الحجمي، ودونت فيجدول واحد، ودون التدفق والارتفاع في كل أنبوب والفرق بينهما وقيمة فرق الضغط بعد التحويل.

الجدول (2-3): خاص بحساب الفرق في الضغط والحمولة حسب التدفق

\dot{V}	رقم	$t(sec)$	h_{max}	h_{min}	$\Delta h(cm)$	$\Delta P(pa)$
0.33	01	30	93.50	41.50	52.00	5101.20
	02	30	91.00	41.30	49.70	4875.57
	03	30	91.00	41.00	50.00	4905.00
	04	30	72.00	41.00	31.00	3041.10
	05	30	71.00	41.00	30.00	2943.00
	06	30	69.00	41.00	28.00	2746.80
	07	30	67.00	40.80	26.20	2570.22
	08	30	66.00	40.80	25.20	2472.12
	09	30	64.00	40.80	23.20	23.0092
	10	30	40.50	37.50	03.00	0294.30
	11	30	37.50	35.00	02.50	0245.25
0.31	01	32	70.00	25.25	44.75	438998
	02	32	67.50	25.30	42.20	413982
	03	32	67.50	24.75	42.75	419378
	04	32	45.00	22.75	22.25	218273
	05	32	44.30	36.50	07.80	765.18
	06	32	42.00	36.00	06.00	588.60

	07	32	40.80	36.00	04.80	470.88
	08	32	39.00	36.00	03.00	294.30
	09	32	38.00	35.90	02.10	206.01
	10	32	37.50	35.50	02.00	196.20
	11	32	35.80	35.80	0	0
0.29	01	34	72.00	34.50	37.50	3678.75
	02	34	69.00	34.30	34.70	4404.07
	03	34	69.00	33.50	35.50	3482.55
	04	34	47.00	33.50	13.50	1324.35
	05	34	33.00	28.00	05.00	490.50
	06	34	32.00	26.50	05.50	53955
	07	34	31.50	27.00	04.50	44145
	08	34	31.50	29.40	02.10	20601
	09	34	31.20	29.30	01.90	18639
	10	34	31.00	29.30	01.70	16677
	11	34	31.00	31.00	0	0

الجدول (3-3): خاص بحساب الفرق في الضغط والحمولة حسب التدفق

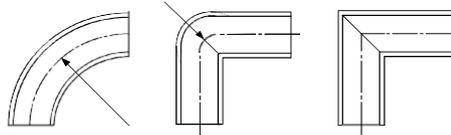
Characteristic Curve V=10.3l/min		
Measurement Point	Measurement Object	Pressure p _n Bar
1	Pipe Elbow	0.5
2		0.49
3	Reducer	0.49
4		0.44
5	Enlarger	0.44
6		0.425
7	Rounded Elbow 90°	0.425
8		0.42
9	Bend 90° tight	0.42
10		0.415
11	Spherical Valve	0

الجدول (3-4): خاص بحساب الفرق في الحمولة حسب شكل المرفق في التدفق 18.75l/min

PipeFitting	VolumetricFlowRate V Inl/min	LossHeight h_v inmm
PipeElbow90°,PVC,d=17mm	18.75	245
RoundedElbow90°,PVC,d=17mm	18.75	175
Bend90°,R=40mmPVC,d=17mm	18.75	135
Bend90°,R=100mmPVC,d=17mm	18.75	130

الجدول (3-5): خاص بحساب الفرق في الحمولة حسب الشكل (توسع أو تضيق) في التدفق 8 l/min

PipeFitting	VolumetricFlowRate V inl/min	LossHeight h_v inmm
Reducer, PVC,d=17mmtod=9.6mm	8	255
Enlarger, PVC,d=9.6mmtod=17mm	8	5

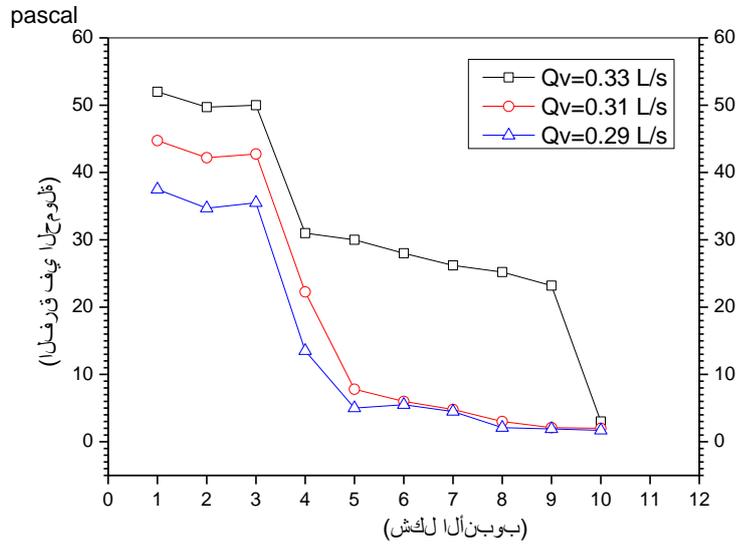


شكل (3-7): مخططات توضيحية للوصلات الانبوبية PipeElbow90° و Bend90° التجربة الثانية

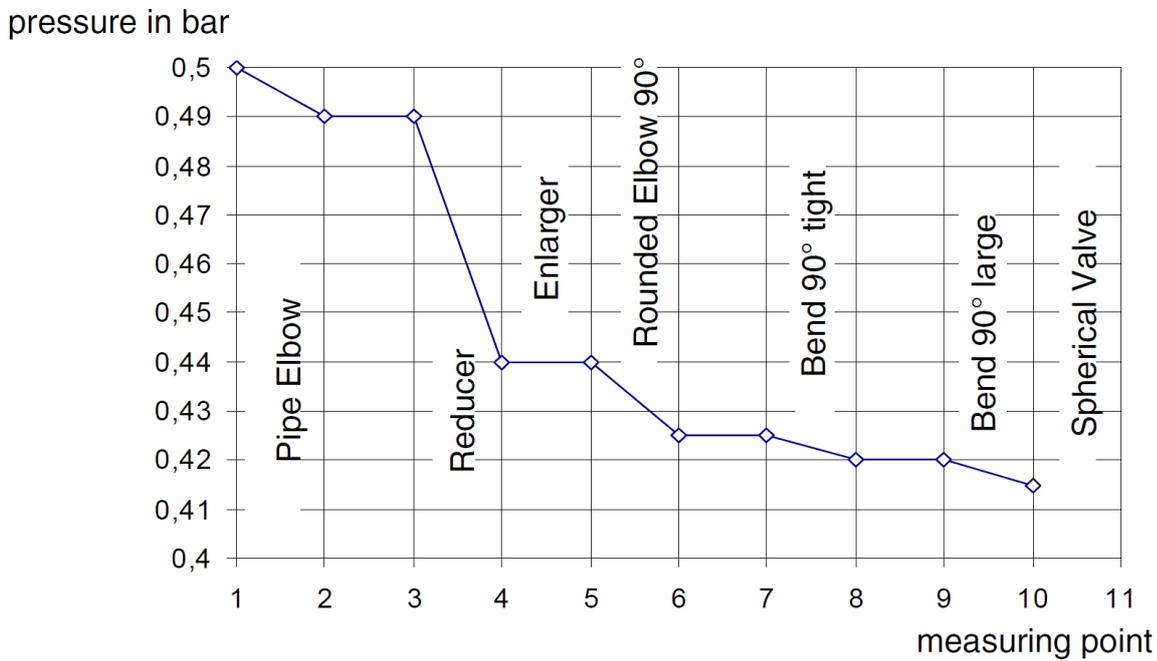


شكل (3-8): مخططات توضيحية للوصلات الانبوبية Changes in Cross-SectionalArea التجربة الثانية

الثانية



شكل (3-9): تغيرات الفرق في الحمولة بدلالة الأشكال في التجربة الثانية



شكل (3-10): تغيرات الارتفاع الأعظمي في الحمولة بدلالة المواضع في التجربة الثانية

الملاحظات: من الأشكال السابقة نلاحظ ما يلي: هناك تأثير للتدفق وتأثير آخر لشكل الأنبوب وترتيب النقاط بين المدخل والمخرج.

الملاحظة الأولى (تأثير التدفق): من الشكل (3-9) كلما كان التدفق كبير كان الضياع في الحمولة أكبر.

الملاحظة الثانية (تأثير شكل الأنبوب): من الجداول (3-3)، (3-4)، (3-5) والأشكال (3-9)، (3-10) لدينا 10 من الوصلات المتنوعة في الشكل، والفرق في الحمولة بين نقطة ونقطة أخرى يختلف حسب شكل الأنبوب بين النقطتين. فمثلا المقارنة في الفرق في الحمولة بين الوصلة رقم 1 (أنبوب مرفقي حاد) والوصلة رقم 5 (أنبوب مرفقي دائري) والوصلة رقم 7 (أنبوب منحنى ضيق الشعاع $R = 40mm$) والوصلة رقم 9 (أنبوب منحنى واسع الشعاع $R = 100mm$) نلاحظ أن:

الوصلة 9 أحسن من الوصلة 7 والوصلة 7 أحسن من الوصلة 5، وبدورها الوصلة 5 أحسن من الوصلة 1.

الملاحظة الثالثة (تأثير ترتيب النقاط): من الشكل (3-10) لدينا 11 نقطة بين كل نقطة ونقطة شكل مدرّوس للأنبوب حيث أن الضياع في الحمولة يتناقص من المدخل إلى المخرج.

تفسير النتائج: يمكن استنتاج ما يلي

النتيجة الأولى: من الملاحظة الأولى الخاصة بتأثير تدفق المائع (الماء)، والتي كانت تنص على أن كلما زاد التدفق كان الضياع في الحمولة كبير، نستطيع أن نقول إنه يجب التقليل من التدفق قدر الإمكان في أنبوب توصيل تابع لشبكة تغذية من أجل التقليل في الضياع، لكن في الدراسة الميدانية زيادة التدفق ضرورية للوصول المائع بكمية كبيرة في زمن ما، ومنه يجب تغيير شكل الوصلات في أنبوب التوصيل حيث يكون الضياع في الحمولة أقل ما يمكن، وهذا ما يمكن ملاحظته في تأثير الشكل.

النتيجة الثانية: من الملاحظة الثانية والشكل (3-8) نستنتج أن لكل شكل من الانبوب ضياع في حمولة، بحيث أن مثلا الأنبوب على شكل مرفق يختلف عن الوصلة الأنبوبية المتضايقة أو المتوسعة، ومن هنا يمكن القول إن اختيار شكل الوصلات في شبكة تغذية للماء أو الغاز مهم في التقليل من الضياع في الحمولة، ويمكن الاستغناء عن الضواغط لتغذية الغازات، والتخلي عن المضخات الهيدروليكية أو وضع الخزانات الخاصة بتغذية السوائل في مناطق

مرتفعة. ومثلا في الملاحظة الخاصة بمقارنة الوصلات 1,5,7,9 في الفرق في الحمولة نستنتج أن اختيار الوصلة 9 أحسن اختيار، وهذا يؤدي إلى نتيجة عامة مفادها: أنه كلما كان نصف قطر تقويس المرفق كبير كان الضياع قليل.

النتيجة الثالثة: من الملاحظة الثالثة المتعلقة بتأثير ترتيب النقاط على طول شبكة تغذية مائع، نستنتج أن نقطة التغذية التي تمثل المدخل لها قيمة حمولة أكبر، وتتناقص هذه القيمة من نقطة إلى نقطة وتعتمد على شكل الوصلة الأنبوبية بينهما، وعموما هناك ضياع كلي للحمولة بين المدخل والمخرج يساوي مجموع الضياعات التي تسببت بها الوصلات الأنبوبية بين كل نقطة ونقطة، وهذا يؤكد أن أي أنبوب مهما كان شكله ومهما كانت به وصلات قليلة الضياع في الحمولة فإن الضياع في الحمولة موجود مادام لم تدعم الشبكة بمضخة أو خزان تغذية مرتفع.

ملخص الفصل الثالث:

من خلال هذه الدراسة نستنتج أن شبكات التغذية والتوصيل بالموائع الأساسية كان التطرق لضياع الطاقة والحفاظ عليها في الشبكة أمر ضروري، ومن هذا المنطلق تم دراسة الضياع في مختلف الوصلات الأنبوبية في شبكات التوصيل، ومن هذه الدراسة كان الاهتمام بالمقارنة بين الوصلات الأنبوبية في ما يخص الضياع في الطاقة ومن بين المسببات في الضياع نجد أن شكل الوصلة الأنبوبية له تأثير مباشر على كمية الضياع وكان أحسن شكل في مجموعة الأشكال المرفقية التي يغير فيها المائع اتجاه حركته هو المرفق ذو قطر التقويس أكبر (والوصلة رقم 9)، ومن جهة أخرى يوجد علاقة بين تدفق المائع و الضياع في الحمولة، انه كلما زاد التدفق زاد الضياع في الحمولة ومنه يجب التقليل من التدفق قدر الإمكان في أنبوب توصيل تابع لشبكة تغذية من أجل التقليل في الضياع، لكن في الدراسة الميدانية زيادة التدفق ضرورية لوصول المائع بكمية كبيرة في زمن ما .

مراجع الفصل الثالث:

Dang, Z., et al. (2018). "Experimental study of vertical and horizontal two-phase pipe flow through double 90 degree elbows." International Journal of Heat and Mass Transfer**120**: 861-869

This paper presents an experimental study of the characteristics of the two-phase flow through vertical and horizontal pipes connected using 90-degree elbows with an inner diameter of 101.6 mm. 66 flow conditions are performed in this experiment, covering bubbly, plug, slug, pseudo slug, and stratified flow for horizontal pipe, and bubbly, cap bubbly, churn turbulent, and falling film/annular flow for vertical pipe. A detailed flow regime analysis for both horizontal and vertical pipe flow are discussed. Flow regime maps for both horizontal flow and vertical downward flow agree with the existing maps (Mandhane et al., 1974; Qiao et al., 2017). The effect of the elbow on the flow regime transition is primarily discussed based on the experimental results and observations. The effect of elbow observed in this experiment mainly contributes to the large bubble breakup and the change of void distribution. Area averaged void fraction development is presented and the sharp drop of void fraction in vertical downward test section is observed which results from kinematic shock phenomenon. A frictional pressure drop analysis is also studied using Lockhart-Martinelli correlation and it is found that $C = 40, 100,$ and 125 are correlated with the frictional pressure drop data for horizontal, vertical, and whole test sections with minimum differences. With the database, the drift flux model for vertical downward flow (Goda et al., 2003) is validated and the relative difference between model and data is 15.95%

Kumar, S., et al. (2022). "Simulations of water flow in a horizontal and 90 pipe bend." Materials Today: Proceedings**56**: 889-895

Pipe bends are prevalent in mechanical systems' pipeline networks. One of the most important features to consider when constructing a pipe network is head loss. In present paper water flow characteristics through horizontal and 90 pipe bend has been studied using CFD software at different velocities (0.5–3.5 m/s). The head loss in horizontal pipes is chiefly due to frictional forces, while head loss occurs in bends as a result of various of friction and bend impacts. Head loss through horizontal pipe and bend pipe increased with increase in velocity

Pantoli, E. and T. C. Hutchinson (2023). "Simulated seismic behavior of welded steel tee joints and elbows used in natural gas networks." International Journal of Pressure Vessels and Piping**204**: 104972

Welded elbows and tee joints are key components within the natural gas network, hence understanding their seismic behavior is critical to ensure the robust seismic performance of the piping network. This paper summarizes results from an experimental and numerical effort aimed at understanding the cyclic behavior of welded steel tee joints and elbows internally pressurized with air. Specifically, four tee joint and four elbow specimens were tested with a pseudo-static increasing-amplitude cyclic displacement-controlled protocol. Seven specimens exhibited a ductile failure while one specimen observed a brittle failure. High fidelity finite element models of each specimen were developed within Abaqus and their material properties were optimized to obtain robust comparison with the experimental results. Notably, the high fidelity finite element models were able to predict the moment-rotation behavior and the deformed shape of the specimens with significant accuracy for the seven fittings exhibiting a ductile failure

Schnorr Filho, E. A., et al. (2022). "Resolved CFD-DEM simulations of the hydraulic conveying of coarse grains through a very-narrow elbow." *Powder Technology***395**: 811-821

This paper investigates numerically the hydraulic conveying of solids through a 90° elbow that changes the flow direction from horizontal to vertical, in the very-narrow case where the ratio of pipe to particle diameters is less than 5. We performed resolved CFD-DEM (computational fluid dynamics - discrete element method) computations, in which we made use of the IB (immersed boundary) method of the open-source code CFDEM. We investigate the effects of the water flow and particle injection rate on the transport rate and sedimentation by tracking the granular structures appearing in the pipe, the motion of individual particles, and the contact network of settled particles. We found the saturated transport rate for each water velocity and that a large number of particles settle in the elbow region for smaller velocities, forming a crystal-like lattice that persists in time, and we propose a procedure to mitigate the problem.

Sutton, E., et al. (2022). "Dynamics and friction losses of the flow of yield-stress fluids through 90° pipe bends." *Chemical Engineering Science***251**: 117484

We characterise the dynamics and the pressure losses of yield-stress fluid flow through 90° pipe bends using Computational Fluid Dynamics. We show that the bend can influence the flow far upstream and downstream depending on the Bingham number – the ratio of the yield-stress to viscous stresses – even under conditions where fluid inertia can be considered negligible. Moreover, non-Newtonian viscous effects counteract centrifugal forces and suppress secondary motion. We also show that the Darcy–Weisbach equation with a generalised version of the Reynolds number can accurately predict pressure losses. This applies to a wide range of bend curvatures and rheological parameters, and elastoviscoplastic fluids with Saramito-type rheology and elastic moduli as small as 500 Pa. Our model holds for multiple adjacent bends, with minimal impact from interactions between bends. Deviations from this model occur when inertial effects in the flow become significant and are smaller for yield stress fluids than Newtonian fluids.

Wang, X., et al. (2023). "Physics-based neural network for probabilistic low cycle fatigue and ratcheting assessments of pressurized elbow pipe component." *International Journal of Fatigue***172**: 107598

Elbow pipe components are frequently subjected to complicated thermo-mechanical load combinations cyclically in nuclear engineering, facing failures related to cyclic plastic responses, including low cycle fatigue (LCF) and ratcheting. To deal with the risk management of important pipelines, the probabilistic LCF and ratcheting assessments are indispensable to evaluate the reliability of such components considering the uncertain operating parameters. In this study, the new probabilistic Linear Matching Method (pLMM) framework is proposed to address the probabilistic structural integrity assessment, quantitatively predicting the statistical distribution of LCF life and ratchet limit by the surrogate model with the novel Linear Matching Method-driven neural network (LDNN). With the numerical investigations on the elbow pipe structure presented, the probabilistic assessment boundaries and reliability-centred evaluation diagrams in terms of LCF life and ratchet limit are established respectively, which are beneficial to get rid of the conservativeness of the traditional design schemes with safety factor.

Xu, Q., et al. (2017). "Effects of different loads on structure stress of "L"-type large-diameter buried pipe network based on fluid-structure-heat coupling." International Communications in Heat and Mass Transfer **86**: 222-230

Large-diameter buried pipeline is widely used because of its energy-saving advantage and high efficiency. In this paper, "L"-type heat pipe network was taken as the research object, which was studied using the flow-heat-solid coupling method. The ANSYS Workbench platform was used to simulate heat transfer and the flow of the medium in the pipe network. The pressure and temperature of the flow field and the temperature, equivalent stress of the solid structure under different conditions were calculated, and the force characteristics of pipe network and elbow under coupled and non-coupled loads were compared. Results show the maximum equivalent stress was located at inner wall surface of the short-arm anchor end. The equivalent stress of the inner wall was larger than that of the outer wall at the same position. The stress of the straight pipe of the pipe network was mainly affected by the temperature of the fluid, whereas the stress of elbow was mainly affected by the pressure. The stress distribution of the pipe network was influenced by the temperature and pressure loads coupled and the coupling effect was stronger with the higher pressure and temperature of the medium, but the coupling effect had its limit

Yin, Y., et al. (2022). "Resistance reduction of an elbow with a guide vane based on the field synergy principle and viscous dissipation analysis." Journal of Building Engineering **54**: 104649

In recent years, to reduce carbon emissions and increase energy efficiency, the local resistance represented by elbows in piping has received increasing attention in heating, cooling, and water supply systems. In this paper, a resistance reduction method is proposed for a novel low-resistance elbow with a guide vane. The reasonable form for inserting the guide vane is determined. The resistance reduction mechanism of the elbow is analyzed through the field synergy principle and the viscous dissipation principle. The local resistance coefficients of traditional and novel vaned elbows with different diameters and radii of curvature are compared. The resistance reduction effect of the elbow with a 60° guide vane in this study is compared with that of the elbow with a 90° guide vane. The results indicate that the insertion of the optimal guide vane improves the synergy between the pressure gradient and the velocity vector downstream of the elbow and reduces the internal energy consumption caused by viscous dissipation. At different inlet Reynolds numbers, the effectiveness of the resistance reduction method is verified. The resistance reduction rate and average synergy angle no longer change when the inlet Reynolds number exceeds 2.5×10^5 , and the resistance reduction rate can reach up to 20.1%. When the ratio of the curvature radii to the diameter is $R/D = 1$, the resistance reduction rate of the elbow with a 60° guide vane is as high as 25.1%. This paper can provide a reference for research on the resistance reduction of local components of heating, cooling, and water supply pipelines

الفصل الرابع

تحليل ظاهرة الاحتكاك في الأنابيب

المحتوى:

- 1) الهدف من الدراسة
- 2) الأجهزة المستعملة
- 3) مبدأ العمل
- 4) طريقة تحديد المتغيرات
- 5) الإجراءات المتبعة
- 6) الحسابات والنتائج

(الفصل الرابع: تحليل ظاهرة الاحتكاك في الأنابيب)

chapter 4: Analysis of the phenomenon of friction in the pipes

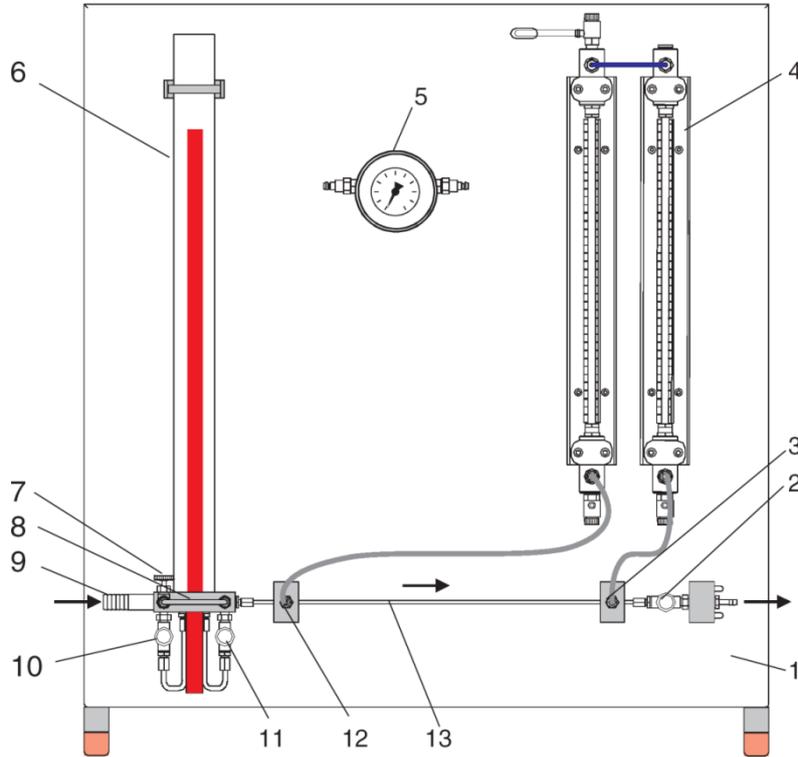
مقدمة الفصل الرابع: إن ظاهرة الاحتكاك هي أهم سبب لضياع الطاقة في شبكة تغذية للمائع، ويجب التذكير بمسببات الضياع المذكورة في الفصل الأول و نلخصها في سببين: التمدد والتبدد، فالتمدد سببه عدم ثبات حجم المائع بوجود ضغط يمارس عليه، فكل مائع يغير حجمه يسمى مائع انضغاطي، وعمليا كل الموائع انضغاطية بنسب متفاوتة حسب مرونة المائع، ونعتبر المائع ذو المرونة الضعيفة لانضغاطيا لتسهيل الحسابات، وفي الفصل الأول تم التطرق لهذه الظاهرة في تفسير معادلة الاستمرار لحفظ الكتلة وكانت النتيجة الرياضية التي تعبر عن المائع غير انضغاطي ملخصة في المعادلة $div \vec{V} = 0$ ، في هذا الفصل سوف لن يتم التطرق لظاهرة التمدد وتأثيرها على الضياع في الطاقة، ويبقى التبدد هو الظاهرة التي سوف تدرس في هذا الفصل، والتبدد هو بسبب لزوجة المائع وخشونة الأسطح الصلبة، والسبب الرئيسي لذلك هو وجود تأثير للزوجة بالالتصاق بين جزيئات المائع مع بعضها البعض وكذا الالتصاق بين المائع والجدران الصلبة وخاصة إذا كانت خشنة، وعمليا لا يوجد سطح أملس مثالي وإنما لابد من وجود خشونة مهما كانت دقة تصنيع السطح، تحسب الخشونة بحساب النتوءات المجهرية الناتجة من طرق تصنيع السطح، وإذا كان السطح الصلب يمثل جدار داخلي للأنبوب نقل في شبكة تغذية تكون طريقة الحساب بجمع سمك الخشونة في طرفي الجدار وتسمى بالخشونة المطلقة ϵ ، ومن ثم تقسم هذه القيمة على D قطر الأنبوب الداخلي فيعطي قيمة الخشونة المطلقة ϵ_r والتي تعتبر وسيط مهم في فهم الضياع في الطاقة في الأنابيب الدائرية الشكل (Wang, Liu et al. 2021).

(1) الهدف من الدراسة : تهدف لتحقيق ما يلي :

1. الحساب التجريبي للتدفق الحتمي والسرعة وتحديد نمط السريان **flow** (رقائقي **laminar** أو مضطرب **turbulent**).
2. الطرق التجريبية لتحديد الفرق في الضغط بين نقطتين في أنبوب.
3. حساب معامل الاحتكاك **The pipe friction factor** (أو الضياع في الحمولة الخطية) في الأنبوب بين نقطتين.
4. المقارنة بين النماذج النظرية والحسابات التجريبية في حساب معامل الاحتكاك.

(2) الأجهزة المستعملة : يتكون التركيب من جهازين :

1-2) الجهاز **HM150.01** :جهاز لدراسة الاحتكاك في أنبوب



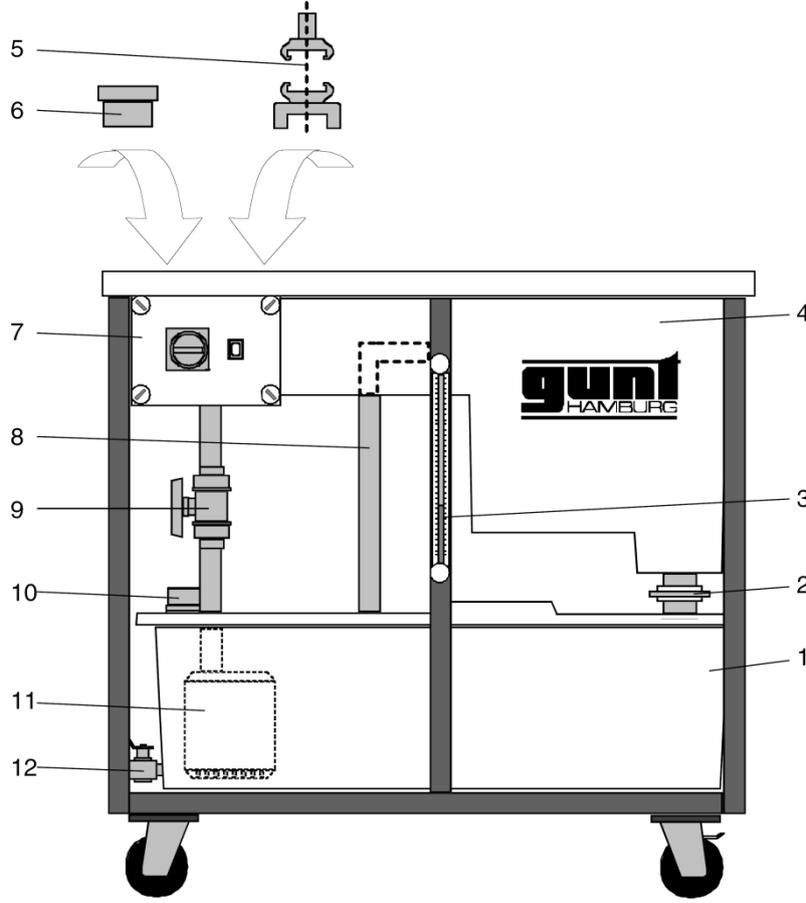
شكل (1-4): مخطط يوضح الجهاز **HM150.01** لدراسة الاحتكاك في أنبوب

في التجربة الثالثة

2-2) تفاصيل الجهاز HM150.01:

1. Instrument panel . واجهة الجهاز. 1
2. Drain valve . صمام التصريف من الأنبوب. 2
3. Pressure measuring fitting . وصلة قياس الضغط في مدخل الأنبوب. 3
4. Water manometer . مانومتر مائي لقياس الفرق في الضغط بين نقطتين. 4
5. Dial manometer . مانومتر بمؤشر لقياس الضغوط الكبيرة في حالة النمط المضطرب. 5
6. Head tank . خزان رئيسي للماء للتغذية في حالة النمط الرقائقي. 6
7. Shut-off valve for water feed at bypass . صمام تحكم للتغذية في حالة النمط المضطرب. 7
8. Bypass . أنبوب توصيل للتغذية بالماء. 8
9. Hose connection for water inlet . خرطوم توصيل الماء من المضخة . 9
10. Shut-off valve for water inlet on head tank . صمام إدخال الماء للخزان من المضخة. 10
11. Shut-off valve for water outlet on head tank . صمام إخراج الماء من الخزان إلى الأنبوب. 11
12. Pressure measuring fitting . وصلة قياس الضغط في مخرج الأنبوب. 12
13. Pipe section . الأنبوب الخاضع للدراسة. 13

(3-2) الجهاز HM150 :جهاز التغذية بالماء (BasicHydraulicsBench)



شكل (4-2): مخطط يوضح الجهاز HM150 جهاز التغذية بالماء في التجربة الثالثة

(4-2) تفاصيل جهاز التغذية بالماء: HM150

- | | |
|---|---|
| 1. Sump tank | 1. حوض تخزين الماء. |
| 2. Sliding valve | 2. صمام منزلق لإخراج الماء من حوض خاص بحساب التدفق. |
| 3. Remote sight gauge | 3. أنبوب مانومتري لقياس مستوى الماء المتدفق. |
| 4. Volumetric measuring tank with channel | 4. حوض خاص بحساب التدفق. |
| 5. Water supply connection for accessories without pump | 5. لواحقتغذية الماء من المضخة للجهاز HM150.07 |
| 6. Discharge cap | 6. غطاء التصريف. |
| 7. Switch box | 7. علبة المفاتيح والقواطع الكهربائية. |

8. Overflow pipe . أنبوب للمياه الزائدة في الحوض الخاص بحساب التدفق.
9. Flow control valve . صمام مراقبة التدفق من المضخة.
10. Water supply connection for accessories with pump . وصلة للتغذية بالماء من المضخة.
11. Submersible motor driven pump . مضخة مغمورة في الماء.
12. Drain valve . صمام تصريف وتفريغ الماء.



شكل (3-4): صورة تبين التجربة الثالثة (الجهاز الأساسي فوق جهاز التغذية بالماء)

3) مبدأ العمل :

يعتمد مبدأ العمل على ضخ الماء داخل أنبوب معلوم القطر ($D = 3mm$) و الطول ($L = 40cm$) ، نغير التدفق في كل قياس و نحسب الفرق في الضغط بين النقطتين.

4) طريقة تحديد المتغيرات :

1-4) تحديد و حساب الضغط : لدينا مانومترين مائيين مربوط الأول في المدخل و الثاني في المخرج للأنبوب و الفرق بين مستوى الماء في المانومتر يعطي قيمة الفرق في الضغط بالعلاقة التالية :

$$\Delta P = \rho g \Delta H \quad ; \quad \Delta H = \frac{\Delta P}{\rho g} (4 - 1)$$

حيث: ρ الكتلة الحجمية للماء ، الجاذبية الأرضية $g = 9.80 \text{ m/s}^2$

2-4) حساب الضياع في الحمولة و المعامل λ : الضياع في الحمولة بين المدخل و المخرج بفعل

الاحتكاك يعبر عنه بالضياع في الحمولة الخطية فقط كالتالي (Dershowitz and

:Fidelibus 1999

$$\Delta H_L = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{w^2}{2g} (4 - 2)$$

حيث: λ معامل ضياع الحمولة الخطية (معامل الاحتكاك)

3-4) تحديد نمط السريان : لمعرفة نمط السريان نعتمد في ذلك على رقم يسمى رقم

"رينولدز" (REYNOLDS) (WALTERS 1992):

$$Re = \frac{\text{(قوة العطالة)}}{\text{(اللزوجة قوة)}} = \frac{\rho w^2 / D}{\mu w / D^2} = \frac{\rho w D}{\mu} = \frac{w D}{\nu} \quad (4 - 3) \quad \left(\text{لا بعدي - وحدة بدون} \right)$$

يقارن بين قوة العطالة للمائع ($\rho w^2 / D$) و قوة اللزوجة ($\mu w / D^2$) في بعد D خاص لسريان المائع

وذلك بعد أخذ مرجع لقياس هذا البعد الخاص . حيث ν اللزوجة الحركية للمائع و هي ثابتة و متعلقة

بدرجة الحرارة

$$Re_c \approx 2300 \quad \text{الدرجة القيمة}$$

$$Re \leq 2300 \quad \text{نمط رقائق}$$

$$Re \geq 2300 \quad \text{نمط مضطرب}$$

$$\nu \approx 1,07 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

- حساب التدفق والسرعة: نعلم في حساب السرعة والتدفق على حجم الماء المتدفق من صمام التصريف مع حساب الوقت بالعلاقة التالية:

$$\dot{V} = \frac{V}{t} \quad ; \quad \text{المستغرق الزمن } t \text{ حجم الماء } V \text{ الحجم المتدفق،}$$

$$w = \frac{\dot{V}}{A} \quad ; \quad \text{مساحة المقطع } A = \frac{\pi D^2}{4} \text{ الحجم المتدفق، } \dot{V} \text{ السرعة،}$$

(5) مقارنة القيم النظرية و التجريبية : بالنسبة لحساب قيم λ لدينا طريقتين.

- الطريقة التجريبية : نعلم على العلاقة التالية و نقيس السرعة انطلاقا من التدفق \dot{V} (Zhou,) (Liu et al. 2022)

$$\Delta H_L = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{w^2}{2g} \text{ (meter)} \Rightarrow \lambda = \Delta H_L \frac{2g D}{w^2 L} \text{ (4 - 4)}$$

في النمط الرقائقي عند استعمال المانومتر المائي ΔH_L تكون محسوبة بالمتر ، ونستعمل العلاقة الأخيرة مباشرة.

أما في النمط المضطرب عند استعمال المانومتر ذو الماشر ΔH_L تكون محسوبة بالوحدة mbar . و يتم الاعتماد على العلاقة التالية (Shaikh, Massan et al. 2019).

$$\lambda = \frac{(\rho g \Delta H_L) 2g D}{\rho w^2 L} = \frac{(\Delta P_L) 2 D}{\rho w^2 L} \text{ (4 - 5)}$$

حيث ΔP_L محسوبة بالباسكال pa ، وللحساب المباشر لدينا التحويل التالي $1 \text{ mbar} = 100 \text{ pa}$ ومنه العلاقة كالتالي (Muzzo, Matoba et al. 2021):

$$\lambda = \frac{(100 \cdot \Delta P_L) 2 D}{\rho w^2 L} \text{ (4 - 6)}$$

- الطريقة النظرية : نعلم على نماذج شبه تجريبية و نحسب λ_{th} من العلاقات التالية في النمط الرقائقي :

$$\lambda_{th} = \frac{64}{Re} \text{ (4 - 7)}$$

في النمط المضطرب :

$$\lambda_{th} = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}} (4 - 8)$$

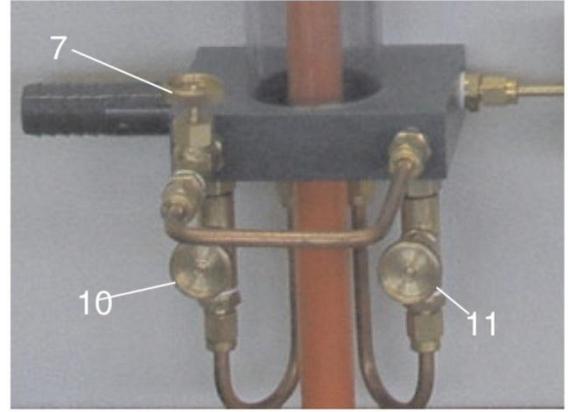
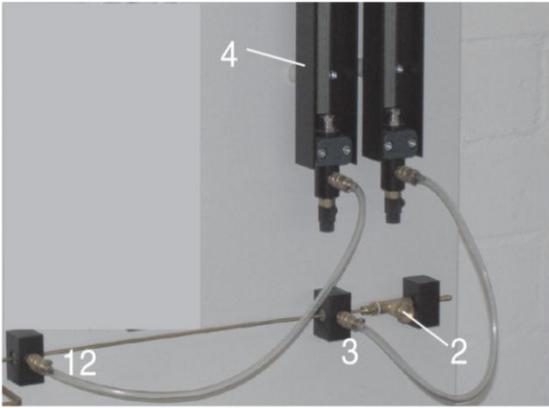
6) الإجراءات المتبعة في التجربة :

الخطوة الأولى: نضع جهاز التجربة (HM150.01) فوق جهاز التغذية بالماء (HM150)

الخطوة الثانية: نلصق خرطوم توصيل الماء من المضخة مع لوحق التغذية بالماء من المضخة للجهاز .

الخطوة الثالثة: نوصل التغذية الكهربائية للجهاز HM150 بعد التأكد من علبة المفاتيح الكهربائية.

الخطوة الرابعة: في الشكلين التوضيحين للصمامات نفتح ونغلق الصمامات حسب نمط السريان .



شكل (4-4): مخطط توضيحي لمختلف الصمامات للتحكم في سريان الماء و تحديد نمط

السريان

الخطوة الخامسة: عموما مهما كان نمط السريان للتخلص من فقاعات الهواء في أنابيب التوصيل

نغلق الصمام 2 و الصمام 10 و الصمام 11 ، ونفتح الصمام 7 ، ونشغل المضخة ننتظر بضع ثوان

فتختفي فقاعات الهواء ، ثم نغلق الصمام 7 و في نفس الوقت نغلق المضخة .

سوف يبقى الماء محجوز بين الصمامين (2،7) و (2،11) بدون فقاعات هواء.

نترك المضخة متوقفة ونفتح الصمام 2 ببطء حتى ينزل الماء في المانومتر إلى مستوى مقروء ونغلق الصمام

2.

الخطوة السادسة: من أجل النمط الرقائقي نترك الوصلتين (3،12) مربوطتين بالمانومتر 4 ، ثم نفتح المضخة و في نفس الوقت نبدأ في فتح (2،10،11) فيمتلأ الخزان و يصبح الماء يمر من المضخة إلى الخزان عن طريق الصمام 10 و يمر الفائض عبر الأنبوب الأحمر إلى الخارج ، و من الخزان يمر الماء إلى الأنبوب عبر الصمام 11، و بالتالي تصبح التغذية بالماء خاضعة للخزان و ليس للمضخة و بذلك نحقق سرع ضعيفة للماء من أجل النمط الرقائقي.

الخطوة السابعة: نبقي في النمط الرقائقي لأخذ القيم التجريبية، نعدل الصمامين (2،11) في نفس الوقت للحصول على فرق $\Delta H_L = (H_1 - H_2)$ ، حيث (H_1, H_2) يتميزان بموضعهما في أعلى المانومتر ، نترك الجهاز يستقر ثم نستعمل الإناء المدرج و الساعة لحساب التدفق الحجمي . نقوم بنفس الإجراءات من أجل الحصول على $\Delta H_L = 3cm$ ، و هكذا حتى نكمل الجدول الذي ينتهي عند $\Delta H_L = 12cm$.

الخطوة الثامنة: من أجل النمط المضطرب نربط الوصلتين (3،12) في المانومتر ذو المؤشر، نترك الصمامين (10،11) مغلقين لأننا لا نحتاج الخزان، ثم نفتح المضخة و في نفس الوقت نبدأ في فتح (7،2)، و من المضخة يمر الماء إلى الأنبوب عبر الصمام 7، و بالتالي تصبح التغذية بالماء خاضعة للمضخة و ليس للخزان و بذلك نحقق سرع كبيرة للماء من أجل النمط المضطرب.

الخطوة التاسعة: نبقي في النمط المضطرب لأخذ القيم التجريبية، نعدل الصمامين (2،7) في نفس الوقت للحصول على فرق $\Delta P_L = (P_1 - P_2)$ ، نترك الجهاز يستقر ثم نستعمل الإناء المدرج و الساعة لحساب التدفق الحجمي . نقوم بنفس الإجراءات ، و هكذا حتى نكمل الجدول

7) الحسابات و النتائج : سوف نعتمد على الخطوات الموضحة في الإجراءات المتبعة لملا الجدول و رسم التغيرات الخاصة بالمقادير الفيزيائية.

1-7) النتائج التجريبية:

بعد الدراسة التجريبية تم الحصول على مجموعة من النتائج في مرحلتين ، في كل مرحلة تم حساب λ_{mes} و Re و λ_{th} ، المرحلة الأولى خاصة بالنمط الرقائقي و المرحلة الثانية خاصة بالنمط المضطرب .

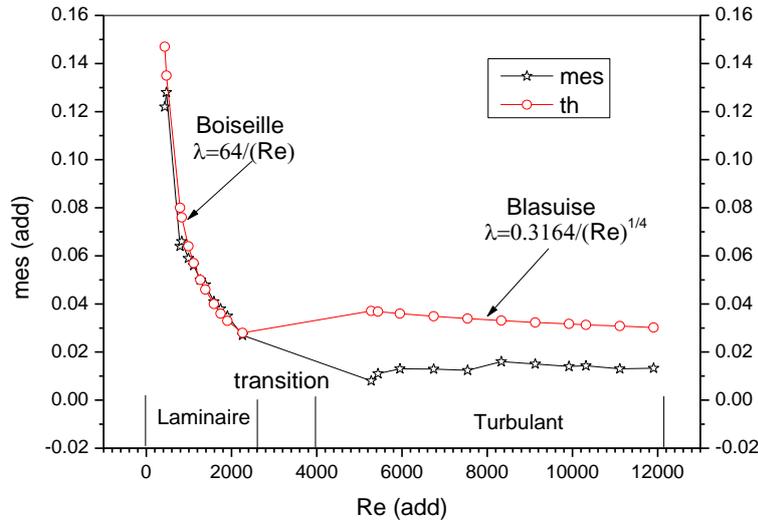
الجدول (1-4): خاص بحساب λ_{mes} و λ_{th} و Re الخاصة بالنمط الرقائقي

$\Delta H_L(cm)$	$V(L)$	$t(s)$	$\dot{V}(L/s)$	$w(m/s)$	Re	λ_{mes}	λ_{th}
2.0	0.2	180	0.0011	0.155	434	0.122	0.147

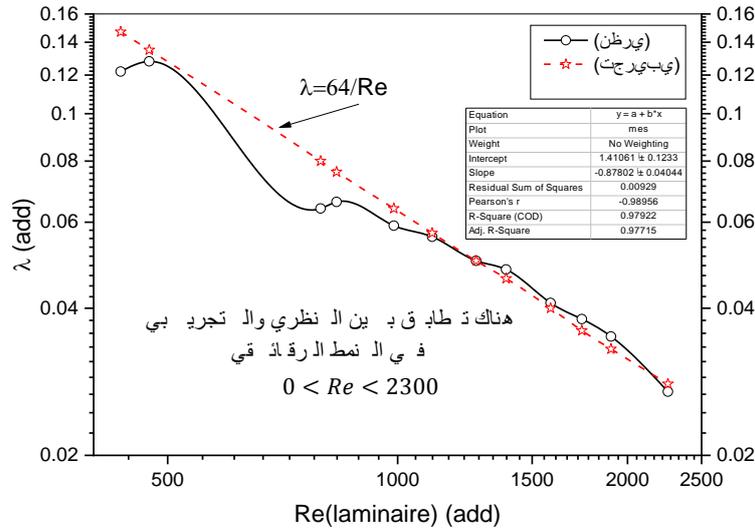
$\Delta H_L(cm)$	$V(L)$	$t(s)$	$\dot{V}(L/s)$	$w(m/s)$	Re	λ_{mes}	λ_{th}
2.5	0.2	162	0.0012	0.169	473	0.128	0.135
3.5	0.2	100	0.0020	0.283	793	0.064	0.080
4.0	0.2	95	0.0021	0.297	832	0.066	0.076
5.0	0.2	80	0.0025	0.353	989	0.059	0.064
6.0	0.2	70	0.0028	0.396	1110	0.056	0.057
7.0	0.2	62	0.0032	0.452	1267	0.050	0.050
8.0	0.2	56	0.0035	0.495	1387	0.048	0.046
9.0	0.2	50	0.0040	0.566	1586	0.041	0.040
10	0.2	45	0.0044	0.622	1743	0.038	0.036
11	0.2	41	0.0048	0.679	1903	0.035	0.033
12	0.2	35	0.0057	0.806	2259	0.027	0.028

الجدول (2-4): خاص بحساب λ_{mes} و λ_{th} و Re الخاصة بالنمط المضطرب

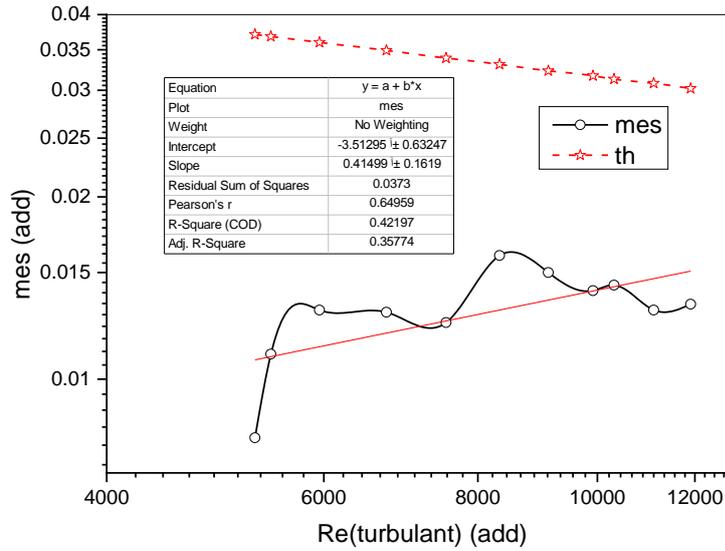
$\Delta P_L(bar)$	$V(L)$	$t(s)$	$\dot{V}(L/s)$	$w(m/s)$	Re	λ_{mes}	λ_{th}
0.02	0.4	30	0.0133	1.882	5276	0.008	0.0371
0.03	0.4	29	0.0137	1.939	5436	0.011	0.0368
0.04	0.4	26	0.015	2.123	5952	0.013	0.0360
0.05	0.4	23	0.017	2.406	6745	0.0129	0.0349
0.06	0.4	21	0.019	2.689	7539	0.0124	0.0339
0.10	0.4	19	0.021	2.972	8332	0.016	0.0331
0.11	0.4	17	0.023	3.255	9126	0.015	0.0323
0.12	0.4	16	0.025	3.538	9919	0.014	0.0317
0.13	0.4	15	0.026	3.680	10317	0.0143	0.0313
0.14	0.4	14	0.028	3.963	11111	0.013	0.0308
0.16	0.4	13	0.030	4.246	11904	0.0133	0.0302



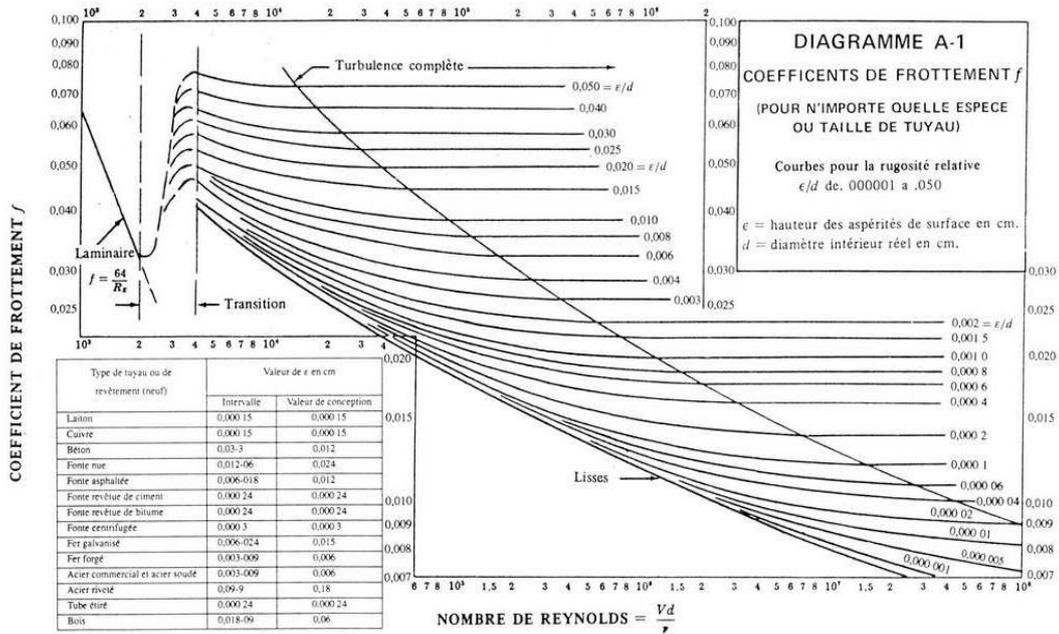
شكل (4-5): مخطط يوضح تغيرات λ_{th} و λ_{mes} بدلالة Re الخاصة بالنمط الرقائقي والمضطرب



شكل (4-6): مخطط يوضح تغيرات λ_{th} و λ_{mes} بدلالة Re الخاصة بالنمط الرقائقي.



شكل (4-7): شكل يوضح تغيرات λ_{mes} و λ_{th} بدلالة Re الخاصة بالنمط المضطرب



شكل (4-8): مخطط Moody يوضح تغيرات λ بدلالة Re الخاصة بالنمط الرقائقي

والمضطرب.

النتائج وتفسير المنحنيات: في العموم هناك تطابق بين الجانب النظري والتجريبي المقاس في النمطين الرقائقي والمضطرب.

وهذا يؤكد صدقية النماذج المقترحة نظريا من طرف Boiseille في النمط الرقائقي و Blasius في النمط المضطرب.

لدينا الانبوب مصنوع من النحاس وحسب الشكل (4-8) كانت قيمة الخشونة تساوي $\epsilon_r = 0.00015$ ومنه يمكن القول أن المنحني التابع لنموذج Blasius في منطقة السريان المضطرب الأملس أو يقترب من منحني المضطرب الأملس.

ولمعرفة خشونة الأنبوب الذي به خشونة كبيرة تفوق $\epsilon_r = 0.00020$ يجب الرفع من قيمة Re وتطبيق نماذج أخرى مثل نموذج Prandtl ونموذج Colebrook أو نموذج Haaland

$$\text{Prandtl: } \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2.0 \log \left(\frac{2.51}{Re\sqrt{\lambda}} \right)$$

$$\text{Colebrook : } \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2.0 \log \left(\frac{\epsilon}{3.7 D} + \frac{2.51}{\sqrt{\lambda}} \right)$$

$$\text{Haaland: } \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -1.8 \log \left(\frac{6.9}{Re} + \left(\frac{\epsilon/D}{3.7} \right)^{1.11} \right)$$

تم استنتاج من هذه الدراسة نموذجين شبه تجريبيين:

رقائقي:

$$Y = a + b x$$

$$\text{Log}_{10} \lambda = a + b \text{Log}_{10} Re$$

$$\text{Log}_{10} \lambda = 1.41061 - 0.08760 \text{Log}_{10} Re$$

$$\text{Log}_{10} \lambda = \text{Log}_{10} 25.74 - 0.87802 \text{Log}_{10} Re$$

$$R^2 = 0.97922 = 1$$

مضطرب:

$$Y = a + b x$$

$$\text{Log}_{10} \lambda = a + b \text{Log}_{10} R_e$$

$$\text{Log}_{10} \lambda = - 3.51295 + 0.41495 \text{Log}_{10} R_e$$

$$\lambda = 0.0003065 * R_e^{0.41499}$$

$$R^2=0.42$$

ملخص الفصل الرابع:

للضيق في الضغط أو الحمولة أو الكمون نوعان، ضيق خطي على طول الأنبوب وضيق موضعي أما الضيق الخطي فله علاقة مباشرة بطول وقطر الأنبوب وسرعة المائع، ويتلخص ذلك في علاقة دارسي فايسباخ، والضيق الثاني وهو الموضعي له علاقة بشكل الموضع الذي ليس له طول أو قطر واضح وكذلك له علاقة بسرعة المائع، ولضبط الضيق كان لابد من تحديد قيمة معامل الضيق في كل حالة، حيث أن الضيق على طول أنبوب له معامل ضيق خطي يرمز له بـ λ يحسب نظريا من مخطط Moody. وهذا ما تطرقنا اليه في هذه الدراسة على أنبوب طوله 40 سم وقطره 3 مم كنموذج مصغر لأنبوب توصيل به خشونة، ومنه نستنتج أن طبيعة الأنبوب لها علاقة مباشرة في تحديد قيمة هذا المعامل؛ ولمعرفة خشونة الأنبوب الذي به خشونة كبيرة يجب الرفع من قيمة Re .

مراجع الفصل الرابع:

Dershowitz, W. and C. Fidelibus (1999). "Derivation of equivalent pipe network analogues for three-dimensional discrete fracture networks by the boundary element method." Water Resources Research **35**(9): 2685-2691

Muzzo, L. E., et al. (2021). "Uncertainty of pipe flow friction factor equations." Mechanics Research Communications **116**: 103764

This paper presents the turbulent pipe flow analysis of the friction factor's uncertainty for two different experimental scenarios: high-precision and standard engineering instruments. One deduced the uncertainty function of the implicit Colebrook's correlation and five of the most accurate and fast explicit correlations. The joint propagation of uncertainties is evaluated, sorted and mapped for the probabilities of intersection of the Colebrook's uncertainties against the alternative correlations. The maps display the fastest to the slowest equation for standard engineering and high-precision instruments, respectively for 50% and 95% engineering instruments, the least accurate of the intersection. For the standard explicit correlations are applicable and within the Colebrook uncertainty bounds. The most accurate correlations are necessary for specific roughness and Reynolds's domains cases and for high-precision research instruments. Results also show that, for high-precision scenarios with a 95% uncertainty fit, there is still room for .improvement in the explicit correlations

Shaikh, M. M., et al. (2019). "A sixteen decimal places' accurate Darcy friction factor database using non-linear Colebrook's equation with a million nodes: A way forward to the .soft computing techniques." Data in Brief **27**: 104733

The Colebrook's equation is considered as an empirical model to accurately compute in pipes under fully-developed turbulent flow. Due to non- the Darcy friction factor linearity and implicitness of the Colebrook's equation, one needs to use numerical methods to acquire reasonably good approximation to the true friction factor values. However, such idea is not preferred by practitioners as it demands use of computers – also more computational time and effort. To overcome this, explicit equations that can describe Darcy friction factor directly in terms of the Reynolds Using Fixed point iteration method in .number and relative roughness are essential the MATLAB software, we have developed a 16 decimal places' accurate friction factor database for the Darcy friction factor for a 1000 by 1000 mesh of Reynolds number and relative roughness values. The accurate dataset described in this work will serve to be basis for the construction of new and more reliable explicit equations using regression modeling, artificial intelligence techniques and other soft .computing methods

Walters, G. A. (1992). "A review of pipe network optimization techniques." Pipeline systems: .3-13

Wang, J., et al. (2021). "Current status, existent problems, and coping strategy of urban drainage pipeline network in China." Environmental Science and Pollution Research **28**(32): 43035-43049

S., et al. (2022). "Leakage diagnosis of heating pipe-network based on BP neural network." Sustainable Energy, Grids and Networks **32**: 100869

The leakage of heating pipe-network can lead to serious consequences: the heating quality unable to meet the needs of users, increasing the energy consumption of the heating system and so on. In order to improve the accuracy of leakage diagnosis (LD), this paper regards the LD of the heating pipe-network as a pattern recognition problem relying on the intelligent hydraulic balance laboratory in Shandong Jianzhu University. Based on the experiment datasets, the model datasets and their cross datasets of the heating experimental pipe-network, we construct and train a BP (Back Propagation) heating pipe-network leakage diagnosis model (HPLDM) which is used to LD towards the single heat-source branch pipe-network and the double heat-sources with double loops pipe-network. For the single heat-source branch pipe-network, the prediction accuracy of the HPLDM built with the model datasets is 89.31%, 98.51% with the experiment datasets, and 99.70% with the cross datasets. For the double heat-sources with double loops pipe-network, the prediction accuracy of the HPLDM built with the model datasets is 100%, 97.03% with the experiment datasets, and 97.20% with the cross datasets. The experimental results show that the HPLDM based on BP neural network has a higher identification accuracy on the diagnosis of not only also leakage degree of the heating pipe-network. Furthermore, leakage location, but the prediction effectiveness of leakage location is better than that of leakage degree. Meanwhile, the HPLDM has strong generalization ability and some reference significance for the LD of other fluid pipe-network

الخاتمة العامة

النتائج:

نتيجة 1: تم استنتاج أن كلما زاد التدفق كان الضياع في الحمولة أكبر، نستطيع أن نقول أنه يجب التقليل من التدفق قدر الإمكان في أنبوب توصيل تابع لشبكة تغذية من أجل التقليل في الضياع، لكن في الدراسة الميدانية زيادة التدفق ضرورية لوصول المائع بكمية كبيرة في زمن ما، ومنه يجب تغيير شكل الوصلات في أنبوب التوصيل حيث يكون الضياع في الحمولة أقل ما يمكن، وهذا ما يمكن ملاحظته في تأثير الشكل.

نتيجة 2: تم استنتاج أن لكل شكل من الأنبوب ضياع في حمولة، بحيث أن مثلاً الأنبوب على شكل مرفق يختلف عن الوصلة الأنبوبية المتضايقة أو المتوسعة، ومن هنا يمكن القول إن اختيار شكل الوصلات في شبكة تغذية للماء أو الغاز مهم في التقليل من الضياع في الحمولة، ويمكن الاستغناء عن الضواغط لتغذية الغازات، والتخلي عن المضخات الهيدروليكية أو وضع الخزانات الخاصة بتغذية السوائل في مناطق المرتفعة.

نتيجة 3: من خلال هذه الدراسة تم استنتاج صدقية النماذج المقترحة نظرياً من طرف Boiseille في النمط الرقائقي و Blasius في النمط المضطرب، وهذا من خلال تطابق بين الجانب النظري والتجريبي المقاس في النمطين.

نتيجة 4: تم استنتاج وجود نماذج أخرى يمكن تطبيقها وهي: مثل نموذج Prandtl ونموذج Colebrook أو نموذج Haaland

$$\text{Prandtl: } \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2.0 \log \left(\frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda}} \right)$$

$$\text{Colebrook : } \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2.0 \log \left(\frac{\varepsilon}{3.7 D} + \frac{2.51}{\sqrt{\lambda}} \right)$$

$$\text{Haaland: } \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -1.8 \log \left(\frac{6.9}{Re} + \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} \right)^{1.11} \right)$$

الفائدة من هذه الدراسة التقليل من الضياع في الطاقة والحفاظ عليها امر ضروري في شبكات التغذية والتوصيل بالموائع الأساسية مثل الماء والغاز والبتروول. وتم استخدام معادلة برنولي لفهم هذه الضياعات.

التوصيات:

لدراسة الضياع في الطاقة (المحولة) والحفاظ عليها في شبكات التغذية والتوصيل يجب التقليل من التدفق قدر الإمكان لأن التدفق له علاقة بالضياع، ومن جهة أخرى يجب اختيار الشكل المناسب للأنبوب لأن شكل الوصلة الانبوبية له تأثير مناسب على كمية الضياع وكان أحسن شكل في مجموعة الأشكال المرفقية التي يغير فيها المائع اتجاه حركته هو المرفق ذو قطر التقويس أكبر.