

SIMULATION NUMERIQUE DE L'ÉCOULEMENT GRADUELLEMENT VARIE AERE SUR LES COURSIERS LISSES D'EVACUATEUR DE CRUES

K. Kherbache^a, S. Benmamar^a

a. Laboratoire de Recherche des Sciences de l'eau LRS-EAU/ Ecole Nationale Polytechnique d'Alger

Résumé :

L'objectif de ce travail est axé sur la modélisation numérique de l'écoulement turbulent aéré à l'aval du point d'inception dans un canal à profil lisse. En se basant sur les équations de Reynolds, un modèle mathématique est élaboré. La résolution de ce dernier est réalisée via la méthode des volumes finis et en utilisant l'algorithme Simple.

Le modèle numérique conçu permet ainsi de déterminer les différentes variables de l'écoulement.

Abstract:

The objective of this work focuses on numerical modeling of aired turbulent flow to the downstream point inception in a smooth channel profile. A mathematical model is developed using Reynolds equations. The resolution is achieved through the method of finite volume where the Simple algorithm is used. This model developed can be used to determine the different variables of the flow.

Mots clefs: Reynolds, écoulement graduellement varié aéré, point d'inception, volumes finis .

I. INTRODUCTION

Dans les évacuateurs de crues à profil lisse, il apparaît à une certaine distance de la crête du déversoir une eau fortement aérée : on a un phénomène d'entraînement d'air. Ce dernier permet de réduire les dommages dus à l'érosion par cavitation [2].

A l'amont d'un écoulement sur un coursier à profil lisse, il existe une couche limite turbulente qui s'épaissit dans le sens de l'écoulement et atteint la surface libre en un point appelé « point d'inception ».

A l'aval de ce point le mécanisme d'entraînement d'air se développe, et on obtient le régime d'écoulement graduellement varié aéré. Si le canal est suffisamment long, l'écoulement du mélange air-eau devient uniforme [2].

Par conséquent, il y a trois zones d'écoulement à distinguer sur ce modèle de canaux (fig 1) : La zone d'écoulement d'eau claire ; La zone d'écoulement graduellement varié aéré ; La zone d'écoulement uniforme aéré [1].

L'objectif visé dans ce travail est la simulation de l'écoulement graduellement varié aéré situé à l'aval du point d'inception dans un canal à profil lisse.

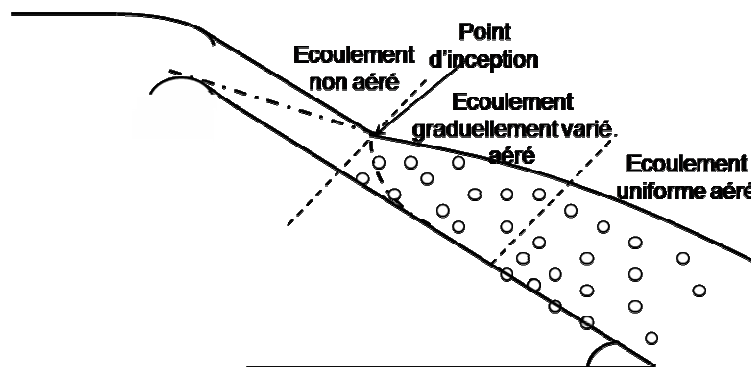


Fig. 1. Entrainement d'air dans un écoulement turbulent sur un évacuateur de crues à profil lisse.

II. Modèle mathématique

Pour élaborer le modèle mathématique régissant l'écoulement graduellement varié aéré à l'aval du point d'inception dans un canal à profil lisse, nous avons suivi les étapes suivantes :

i. On considère que [1]:

- ✓ L'écoulement est bidimensionnel, turbulent et aéré.
- ✓ La masse volumique considérée est celle du mélange air-eau, donnée par la relation suivante : $\rho = \rho_e (1 - C_{\text{moy}})$ avec, ρ_e : la masse volumique de l'eau ; C_{moy} : la concentration en air moyenne, donnée par la relation suivante [3] :

$$\frac{dC_{\text{moy}}}{dx} = (1 - C_{\text{moy}})^2 (C_n - C_{\text{moy}}) \frac{U_r \cos \alpha}{q}.$$

- ✓ La distribution de la pression est hydrostatique, donnée par l'expression suivante : $P = \rho g \cos \alpha (d - y)$; avec, d : la profondeur d'eau pure donnée par l'expression suivante [3] :

$$\frac{d}{dx} d = \frac{\sin \alpha d^3 - f \left(\frac{q^2}{8g} \right) \left(\frac{f_e}{f} \right)}{\cos \alpha d^3 - 1,05 \left(\frac{q^2}{g} \right)}.$$

- ✓ Les forces rotationnelles de Coriolis et centrifuge sont négligeables devant la force de gravité pour ne tenir compte que des forces gravitationnelles.
- ii. En adoptant l'approche statistique en un point qui consiste à introduire la décomposition de Reynolds dans le système d'équations de Navier Stokes et de l'équation de continuité, on aboutit au système d'équations de Reynolds. Le système obtenu est ouvert.
- iii. En tenant compte des hypothèses citées précédemment, et en utilisant comme modèle de fermeture du système, le modèle de turbulence $k-\varepsilon$, nous obtenons le modèle mathématique régissant l'écoulement turbulent à l'aval du point d'inception dans un canal à profil lisse [6]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial \rho U_i}{\partial x_j} = \rho F_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_t \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_j} (\delta_{ij} \rho k) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + U_j \frac{\partial \rho k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \mu_t \left[\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right] - \rho \varepsilon \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + U_j \frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{\varepsilon_1} C_\mu \rho k \left[\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right] - C_{\varepsilon_2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (4)$$

Avec : $i, j = 1, 2$ et $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$, δ_{ij} : Symbole de Kronecker : $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$ et $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$.

III. Modèle numérique

La résolution du système d'équations (1) ÷ (4) fait souvent appel à des techniques numériques.

Leur principe fondamental est de transformer ces équations différentielles en un système d'équations algébriques.

Dans notre cas, nous avons opté pour la procédure des volumes finis développée par Patankar et Spalding. Son principe consiste à discrétiser la forme intégrale des équations plutôt que leur forme différentielle.

Concernant la discrétisation temporelle, nous avons choisi le schéma totalement implicite. Pour la discrétisation spatiale, nous avons choisi le schéma de la loi de puissance.

L'équation (1) discrétisée par la méthode des volumes finis est donnée par la relation suivante [7]:

$$\left(\rho_M - \rho_M^0\right) \frac{\Delta y \Delta x}{\Delta t} + (\rho U)_e \Delta y - (\rho U)_o \Delta y + (\rho V)_n \Delta x - (\rho V)_s \Delta x = 0 \quad (5)$$

Les équations (2) ÷ (4) discrétisées par la méthode des volumes finis sont exprimées par la relation suivante [7]:

$$a_M^\phi \phi_M = a_E^\phi \phi_E + a_O^\phi \phi_O + a_N^\phi \phi_N + a_S^\phi \phi_S + b^\phi \quad (6)$$

La variable peut être : U, V, k ou ε .

IV. EXPERIMENTATIONS NUMERIQUES

IV.1. Validation

Pour valider notre modèle numérique, nous avons comparé nos essais numériques avec les résultats expérimentaux obtenus par Cain (1978) sur le coursier lisse de l'évacuateur de crues du barrage d'Aviemore. Les caractéristiques du coursier sont [1]:

- La pente est de 45° ;
- La longueur est de 32m ;
- Le coefficient de rugosité de Strickler est : $K_s = 70$;
- La rugosité uniforme du canal est de 1 mm.

Sur la figure 2, nous représentons la comparaison entre la concentration moyenne en air et la hauteur d'eau calculées et la concentration moyenne en air et la hauteur d'eau obtenus par Cain (1978) sur le coursier lisse d'évacuateur de crues du barrage d'Aviemore pour $q = 2,16 \text{ m}^2/\text{s}$.

La figure 3 représente la comparaison entre le profil de vitesse calculée et le profil de vitesse obtenu par Cain (1978) sur le coursier lisse d'évacuateur de crues du barrage d'Aviemore pour $q = 2,16 \text{ m}^2/\text{s}$ et à $x = 22\text{m}$.

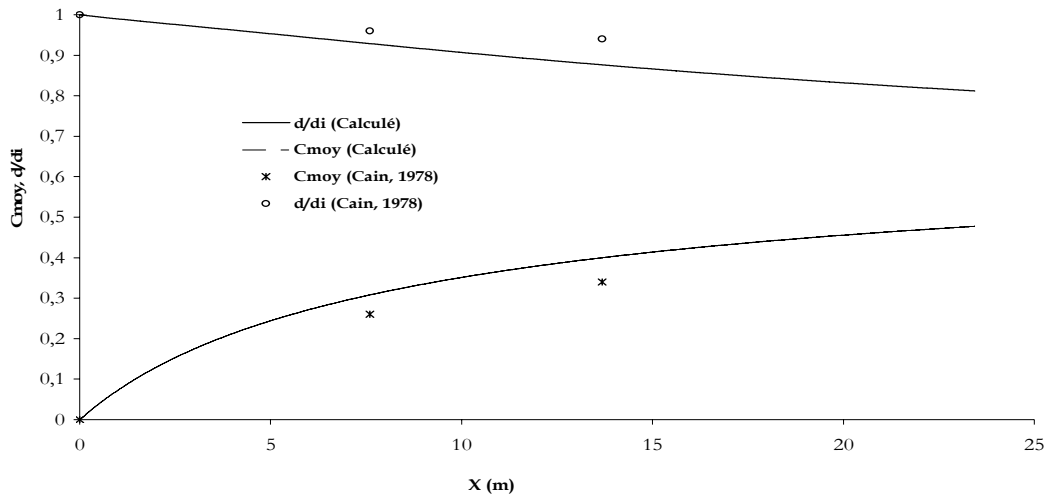


Fig.2. Profils de la concentration moyenne en air et de la ligne d'eau sur le coursier lisse d'évacuateur de crues du barrage d'Aviemoire pour $q = 2,16\text{m}^2/\text{s}$ [6].

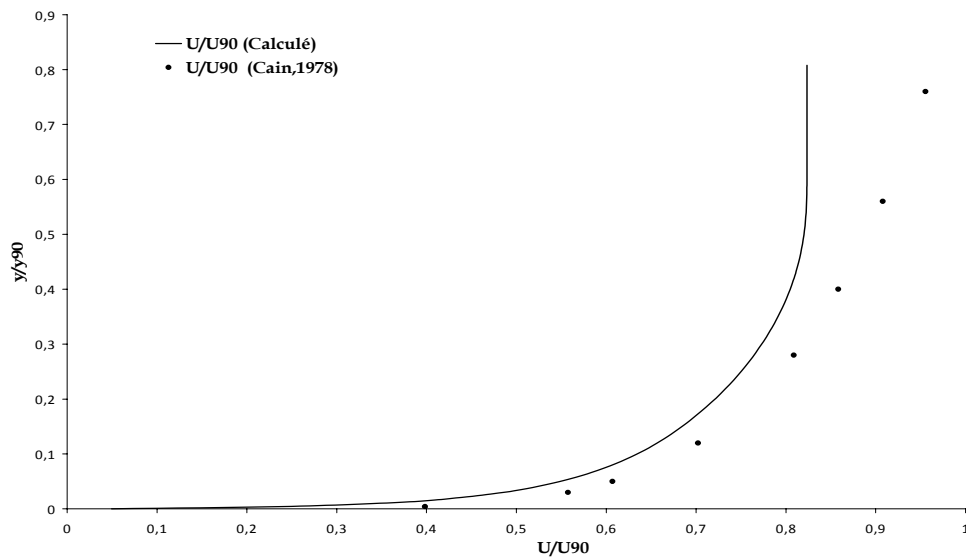


Fig.3. Profils de vitesse sur le coursier lisse du barrage d'Aviemoire pour $q = 2,16\text{m}^2/\text{s}$ à $x = 22\text{m}$ [6].

IV.1.Application

Le modèle numérique élaboré a été appliqué sur le coursier d'évacuateur de crues à profil lisse. Sur la figure 4 sont donnés les profils de la concentration moyenne en air et la ligne d'eau sur l'évacuateur de crues à profil lisse pour les différents débits. Les figures (5) ÷ (7) représentent les profils de vitesse pour $q = 2,16\text{m}^2/\text{s}$ et à $x = 26\text{m}$, $x = 28\text{m}$ et $x = 30\text{m}$.

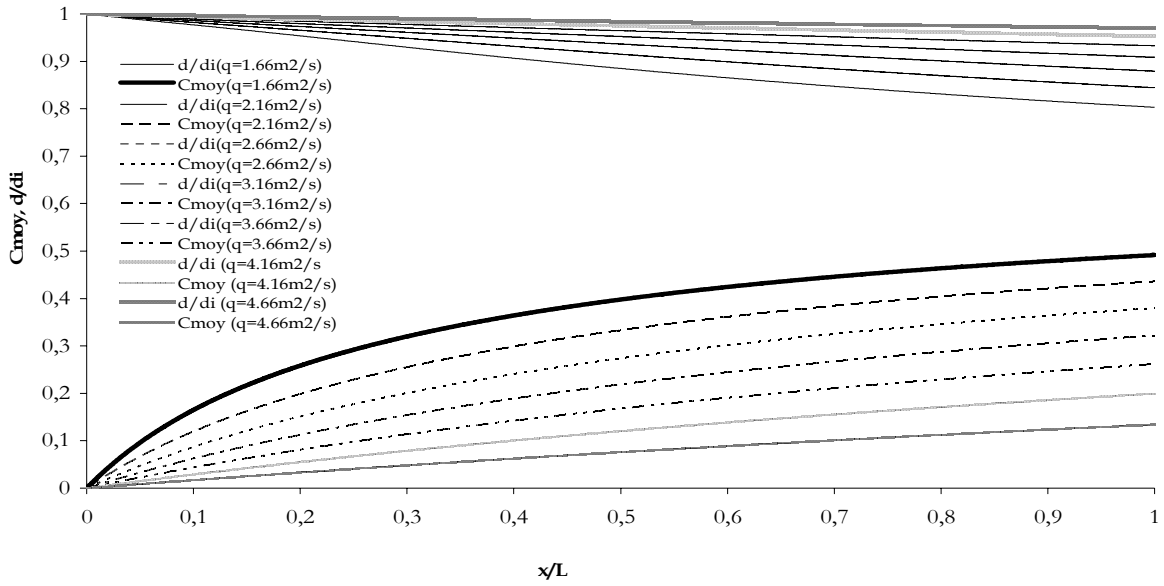


Fig.4. Profils de concentration en air et de la ligne d'eau sur l'évacuateur de crues à profil lisse pour les différents débits [6].

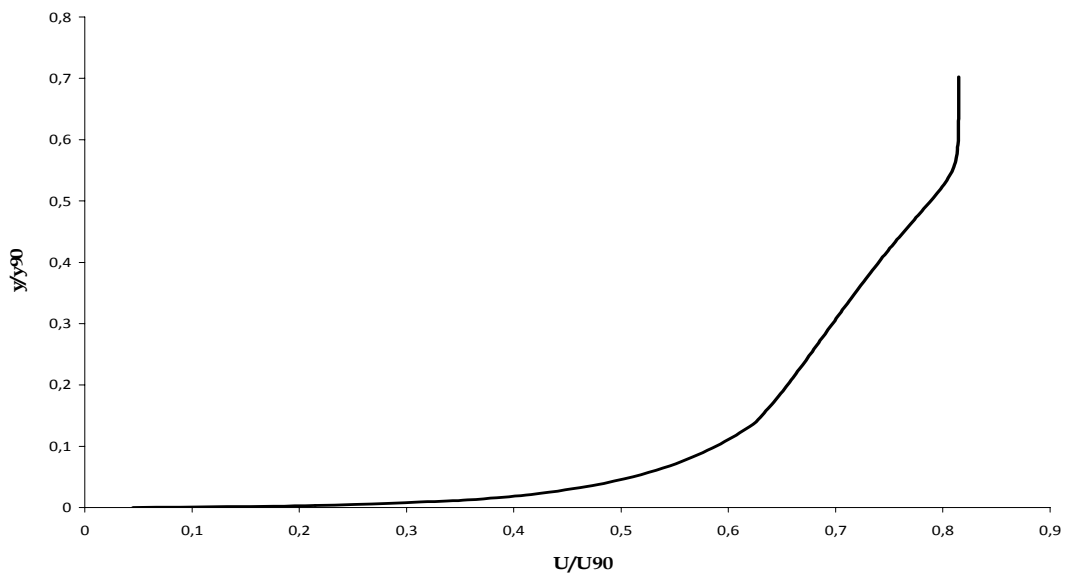


Fig.5. Profil de vitesse sur l'évacuateur de crues à profil lisse pour $q = 2,16\text{m}^2/\text{s}$ à $x = 26\text{m}$ [6].

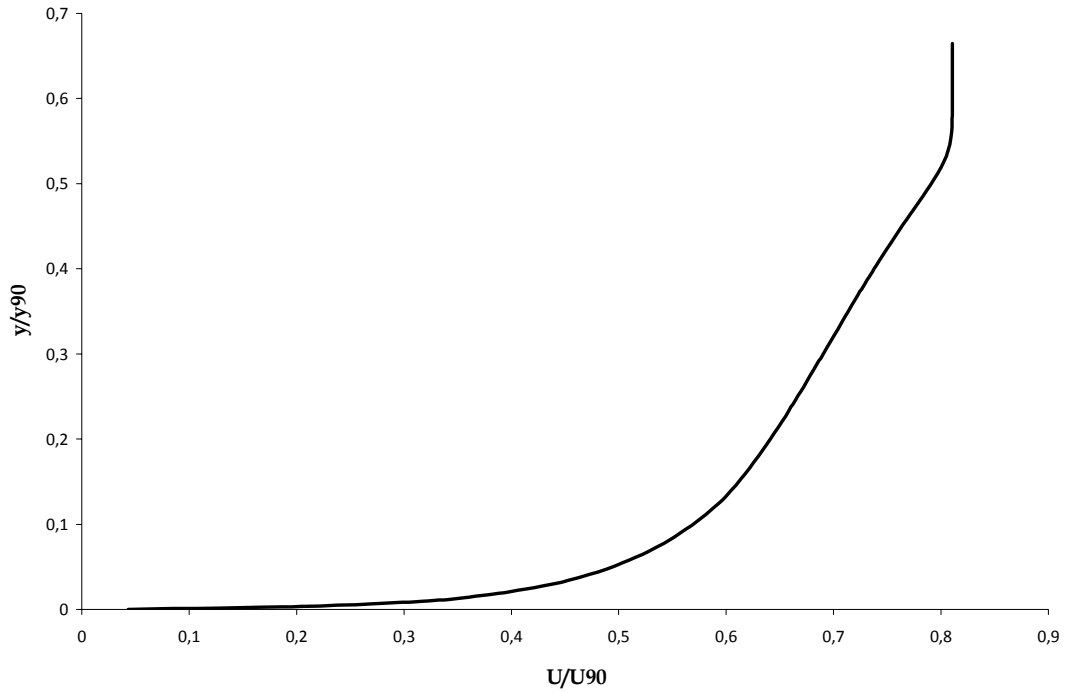


Fig. 6. Profil de vitesse sur l'évacuateur de crues à profil lisse pour $q = 2,16\text{m}^2/\text{s}$ à $x = 28\text{m}$ [6].

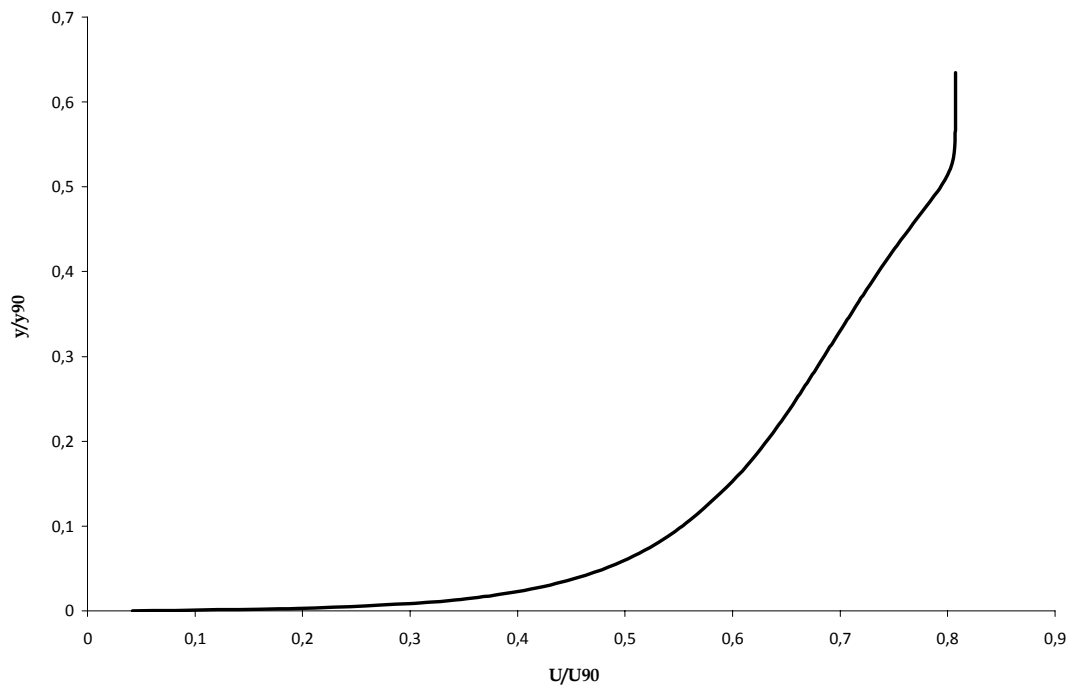


Fig.7. Profil de vitesse sur l'évacuateur de crues à profil lisse pour $q = 2,16\text{m}^2/\text{s}$ à $x = 30\text{m}$ [6].

V. CONCLUSION

Un modèle numérique basé sur le système d'équations de Navier Stokes a été élaboré. Ce modèle permettant de déterminer les différentes variables de l'écoulement graduellement varié aéré à l'aval du point d'inception sur l'évacuateur de crues à profil lisse.

Les résultats obtenus sont validés à l'aide des résultats expérimentaux obtenu par Cain (1978) sur le coursier lisse du barrage d'Aviemoire. La comparaison entre ces résultats donne une bonne concordance.

D'après cette étude, on conclut :

- L'écoulement à surface libre sur un canal à profil lisse comporte trois zones : La zone d'écoulement lisse ; La zone d'écoulement graduellement varié aéré ; et la zone d'écoulement uniforme aéré.
- Le point d'apparition de l'eau blanche « point d'inception » s'éloigne avec l'augmentation de débit.
- La variation de la concentration moyenne en air est plus importante au voisinage du point d'inception et s'équilibre en s'approchant de la région d'écoulement uniforme.
- La concentration d'air diminue le long du coursier quant le débit augmente, par contre la profondeur de l'eau augmente le long du coursier avec l'augmentation de débit.
- Le profil de vitesse suit une loi de puissance de type :
$$\frac{U}{U_{90}} = a \left(\frac{y}{y_{90}} \right)^{\frac{1}{N}}$$
- La présence d'air dans l'écoulement, permet de protéger le canal contre l'érosion par cavitation.
- La connaissance de la quantité d'air entraîné dans l'écoulement est très importante pour la construction des murs latéraux.
- Mettre en évidence l'influence de l'entraînement d'air sur la dissipation d'énergie.

VI. REFERENCES

- [1] **Benmamar S.**, (2006). « Etude des écoulements dans les conduits à motifs périodique – Application aux évacuateurs de crues » Thèse de Doctorat d'Etat en Hydraulique, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, Algérie, 198 pages.
- [2] **Chanson H.**, (1989). « Etude des phénomènes d'entraînement d'air, application aux évacuateurs de crues ». Revue Internationale de l'eau : La Houille Blanche N°6. Pp. 441-462.
- [3] **Chanson H.**, (1992). « Entraînement d'air dans les écoulements à surface libre, application aux évacuateurs de crues de barrages ». Revue Internationale de l'eau : La Houille Blanche N°4, pp. 277- 285.
- [4] **Kherbache K. & Benmamar S.**, (2010). « Simulation numérique de l'écoulement graduellement varié aéré sur les coursiers d'évacuateur de crues en marches d'escaliers ». 5^{ème} conférence internationale sur : les Ressources en Eau dans le Bassin Méditerranéen. Lille, France.
- [5] **Kherbache K. & Benmamar S.**, (2008). « Simulation des l'écoulements dans les canaux en marches d'escaliers par la méthode des volumes finis ». Algerian Journal Of Technology, pp. 153-163.
- [6] **Kherbache, K.** (2008). « Elaboration d'un code de calcul régissant les écoulements sur les coursiers d'évacuateurs de crues ». Mémoire de magister en Hydraulique, Ecole Nationale Polytechnique d'Alger, Algérie, 138 pages.
- [7] **Patankar S. V.** (1980). « Numerical heat transfer and fluid flow ». Publishing Corporation, 196 pages.