

L'influence de l'émission spontanée sur l'effet de la bistabilité optique des lasers à absorbants saturables d'un résonateur Fabry-Perot trimode dont l'élargissement est inhomogène.

S.Mouassa¹, A.Beniaiche².

¹Département d'optique et de mécanique de précision, Faculté des Sciences de l'ingénieur, Université de Sétif 19000 Algérie.

²Laboratoire des systèmes photoniques et optique non linéaire, Département d'optique et de mécanique de précision, Faculté des Sciences de l'ingénieur, Université de Sétif 19000 Algérie.

E-mail : mouassa_s2004@yahoo.fr

ABSTRACT

The development of nonlinear optics with its applications, opens a new window on the utility of the latter, especially after the observations of the optical bistability in a passive resonator. This last can present two or three stable stationary states of the density of photons in a cavity for certain optical systems. The optically bistable systems have significant applications in the computers and optical telecommunications because they make it possible to carry out logical doors, switches, amplifiers and other elements whose action is very fast and controllable. The possibility of developing optical transistors and generally unspecified optical components, makes it possible to consider sets of treatment of the signals which are purely optical.

We are going to examine theoretically the optical bistability in the three mode saturable absorber lasers. We'll focus on the case where the two active and absorbed milieus sustain a dominant inhomogeneous broadening for a Fabry-Perot cavity. Starting from the system of the rate equation (RAE), we have solved numerically this type of equation for stationary case. We have elaborated program in Matlab allowing us to determine the effect of this optical bistability and to draw the curves representing the density of the photons in the pumping function of the active milieu in the case if the spontaneous emission is considered.

1. INTRODUCTION

Le problème qu'on traite dans ce chapitre consiste en l'étude des conditions d'apparition de la bistabilité optique dans un laser à absorbant saturable (LSA) avec élargissement inhomogène pour un résonateur Fabry-Pérot (cas trimode) en tenant compte de l'émission spontanée.

Le système bistable dans ce cas est un laser dans la cavité duquel se trouve un modulateur se comportant comme un filtre saturable. Ce filtre est un absorbant dont le coefficient d'absorption varie réversiblement sous l'influence d'un flux lumineux intense. L'action d'un tel LSA conduit à l'apparition d'un cycle d'hystérésis quant à l'intensité sortante (out put). L'émission laser, c'est-à-dire l'effet de la bistabilité optique se produit sur deux longueurs d'onde, et on passe de l'une à l'autre par simple changement de l'intensité incidente d'une source extérieure.

2. SYSTEME D'EQUATION DE VITESSE DANS UN LASER A ABSORBANT SATURABLE (LSA):

Le système d'équations d'un laser à absorbant saturable où l'élargissement est inhomogène dans le cas multimode (général) comprend trois équations :

- Une équation donnant la densité de photons dans la cavité résonnante.
- Une équation de bilan de la variation de la différence de population du milieu actif.
- Une équation de bilan de la variation de la différence de population du milieu absorbant.

Les équations de vitesse décrivant l'action du LSA dans ce cas sont :

$$\frac{dn_j}{dt} = -\gamma_j n_j + \sum_{\mu} Bg(\omega_{\mu} - \omega_j) (n_{\mu} + 1) \left[\int_{z=-\frac{1}{2}}^{z+\frac{1}{2}} N_a \sin^2\left(\frac{\pi Q_1}{L} z\right) dz - \int_{z=-\frac{1}{2}}^{z+\frac{1}{2}} N_b \sin^2\left(\frac{\pi Q_1}{L} z\right) dz \right] \quad (1)$$

$$\frac{dN_{\mu a}}{dt} = R_{\mu a} - N_{\mu a} \left[\sum_j^k Bg(\omega_{\mu} - \omega_j) n_j + \gamma_a \right] \quad (2)$$

$$\frac{dN_{\mu b}}{dt} = R_{\mu b} - N_{\mu b} \left[\sum_j^k Bg(\omega_{\mu} - \omega_j) n_j + \gamma_b \right] \quad (3)$$

(1), (2), (3) sont les équations fondamentales d'un LSA, où :

n_j est la densité de photons.

$N_{\mu a}, N_{\mu b}$ sont respectivement les densités d'inversion de populations du milieu actif et du milieu absorbant.

B est le coefficient d'Einstein.

$R_{\mu a}, R_{\mu b}$ sont respectivement les pompages du milieu actif et du milieu absorbant.

γ_a, γ_b sont respectivement les coefficients de relaxation du milieu actif et du milieu absorbant.

χ_j est la perte de résonateur considérée comme constante.

ξ est le coefficient de saturation avec $\gamma_b = \xi \gamma = \gamma_a \xi$.

ω_j, ω_μ sont les fréquences circulaires du mode j et du raie du groupe d'atome.

L est la longueur du résonateur.

l est la longueur du milieu actif et du milieu absorbant ($l_a = l_b = l$).

Le profil g pour chaque groupe d'atome est défini par : $g(\omega_\mu - \omega_j) = \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + 4(\omega_\mu - \omega_j)^2}$

Γ est la largeur de la raie homogène, et la fonction $R_{\mu a}(\omega_\mu)$ prend la forme suivante :

$$R_{\mu a}(\omega_\mu) = \frac{R_a \varepsilon^2}{\varepsilon^2 + 4(\omega_\mu - \omega_0)^2}$$

où ε est la largeur de la raie inhomogène.

L'intégrale donnée dans le système d'équations

$$\left[\int_{z-\frac{1}{2}}^{z+\frac{1}{2}} N_a \sin^2\left(\frac{\pi q_j}{L} z\right) dz - \int_{z-\frac{1}{2}}^{z+\frac{1}{2}} N_b \sin^2\left(\frac{\pi q_j}{L} z\right) dz \right]$$

désigne l'effet d'interférence produit dans le résonateur Fabry-Pérot. Il peut prendre différentes valeurs fonction de la position des deux milieux actif et absorbant dans le résonateur optique. Dans le cas général, nous avons pris le cas où le milieu actif et le milieu absorbant placés au milieu de la cavité résonante. Les populations $N_{\mu a}, N_{\mu b}$ sont indépendantes de la position z et par

conséquent le terme entre crochets peut s'écrire de la manière suivante :

$$(N_a - N_b) \left[\int_{z-\frac{1}{2}}^{z+\frac{1}{2}} \sin^2\left(\frac{\pi q_j}{L} z\right) dz \right] = \frac{A_0}{2}$$

Où la valeur de $A_0 = 1 - \frac{L}{q_j \pi} \sin\left(\frac{\pi q_j l}{L}\right) \cos\left(\frac{2\pi q_j z}{L}\right)$

2.1. Les équations à l'état stationnaire

Dans le cas général, $N_{\mu a}, N_{\mu b}$ et n_j sont fonctions du temps, cependant on s'intéresse au comportement stationnaire du LSA et on considère que cet état s'établit très rapidement.

A l'état stationnaire : $\frac{dn_j}{dt} = \frac{dN_{\mu a}}{dt} = \frac{dN_{\mu b}}{dt} = 0$

2.2 En tenant compte de l'émission spontanée dans le cas où le coefficient de saturation $\xi = 1, \xi \neq 1$

Nous allons considérer l'influence de l'émission spontanée sur la bistabilité optique. En remplaçant $\sum_j g(\omega_\mu - \omega_j)$ par l'intégrale

$$\frac{1}{\pi \Delta \Omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + 4(\omega_\mu - \omega_j)^2} d\omega_j \quad \text{et la somme}$$

$$\sum_\mu R_\mu(\omega_\mu) \quad \text{par l'intégrale} \quad \frac{1}{\pi \varepsilon} \int_{-\infty}^{+\infty} R_\mu d\omega_\mu \quad \text{dans}$$

l'équation (1), après calcul et transformation, nous avons abouti à l'équation suivante :

$$n_j = \frac{A_0 \Gamma \Delta \Omega}{2\varepsilon} (n_j + 1) \left[\frac{(\sigma_a K - \sigma_b) Q_j \Gamma + 2(\sigma_a K \xi - \sigma_b) \Delta \Omega}{Q_j^2 \Gamma^2 + 2\Delta \Omega \Gamma (\xi + 1) Q_j + 4\xi \Delta \Omega^2} \right] \quad (4)$$

D'après [5], l'équation (4) est l'équation fondamentale décrivant l'action du LSA considérée dans l'état stationnaire. On considère à partir du cas général (multimode), le cas trimode et pour déterminer l'intensité laser ou la densité de photons $Q_j = \frac{B}{\gamma} n_j$ ainsi que les conditions d'existence de la bistabilité optique. Ce cas se traduit par (cas trimode où $j=0, j=\pm 1$).

2.2.1 Etude pour le mode $j=0$:

On a dans le cas général $K = \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon^2 + 4k^2\Delta\Omega^2}$

et $\omega_j - \omega_0 = k\Delta\Omega$ donc, Pour le mode central, le nombre de modes considérés est égal à 1, alors : $k+1=1 \Rightarrow K=1$.

Donc, l'équation (4) devient une équation du troisième ordre fonction de Q_1 :

$$Q_0^3 + Q_0^2\Delta\Omega \left[\frac{2(1+\xi)}{\Gamma} - \frac{A_0}{2\varepsilon} (K\sigma_a - \sigma_b) \right] + \left[\frac{4\xi\Delta\Omega^2}{\Gamma^2} - \frac{A_0\Delta\Omega^2}{\varepsilon\Gamma} (K\xi\sigma_a - \sigma_b) - \frac{A_0B\Delta\Omega}{2\varepsilon\gamma} (\sigma_a K - \sigma_b) \right] Q_0 - \frac{A_0B\Delta\Omega^2}{\varepsilon\gamma\Gamma} (K\xi\sigma_a - \sigma_b) = 0$$

2.2.1.1 Pour $\xi = 1$:

L'équation caractéristique de la densité de photons est donnée par :

$$Q_0^3 + Q_0^2\Delta\Omega \left[\frac{4}{\Gamma} - \frac{A_0}{2\varepsilon} (K\sigma_a - \sigma_b) \right] + \left[\frac{4\Delta\Omega^2}{\Gamma^2} - \frac{A_0\Delta\Omega^2}{\varepsilon\Gamma} (K\sigma_a - \sigma_b) - \frac{A_0B\Delta\Omega}{2\varepsilon\gamma} (\sigma_a K - \sigma_b) \right] Q_0 - \frac{A_0B\Delta\Omega^2}{\varepsilon\gamma\Gamma} (K\sigma_a - \sigma_b) = 0$$

Dans la résolution de cette équation, on applique l'hypothèse de Greaffe Lobatchevski et la relation de Viète et pour trouver trois solutions positives $Q_{00,01,02}$, il faut vérifier les conditions suivantes :

$$\begin{cases} Q_{00} = \frac{-a_3}{a_2} > 0 \\ \Delta > 0 \\ S = Q_{01} + Q_{02} > 0 \\ P = Q_{01} \times Q_{02} > 0 \end{cases}$$

D'après la résolution de cette équation, on détermine que les conditions ne sont pas vérifiées à la fois, donc, on résume qu'il n'y a pas de bistabilité optique.

2.2.1.2 Pour $\xi \neq 1$ ($0 < \xi < 1$) :

L'équation caractéristique de la densité de photons est donnée par :

$$Q_0^3 + Q_0^2\Delta\Omega \left[\frac{2(1+\xi)}{\Gamma} - \frac{A_0}{2\varepsilon} (K\sigma_a - \sigma_b) \right] + \left[\frac{4\xi\Delta\Omega^2}{\Gamma^2} - \frac{A_0\Delta\Omega^2}{\varepsilon\Gamma} (K\xi\sigma_a - \sigma_b) - \frac{A_0B\Delta\Omega}{2\varepsilon\gamma} (\sigma_a K - \sigma_b) \right] Q_0 - \frac{A_0B\Delta\Omega^2}{\varepsilon\gamma\Gamma} (K\xi\sigma_a - \sigma_b) = 0$$

Les quatre conditions précédentes sont satisfaites, l'équation admet trois racines positives et donc, l'effet de la bistabilité optique existe.

2.2.1.3 Les courbes d'hystérésis représentant la bistabilité donnant la densité de photons en fonction du pompage du milieu actif pour les paramètres $(\sigma_b, \xi, \varepsilon, A_0)$.

figure1:

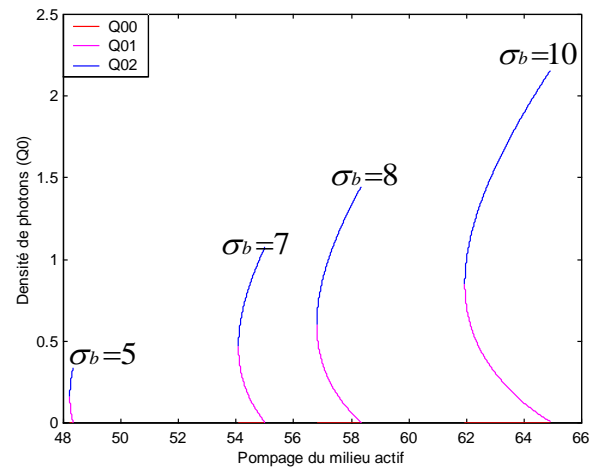


figure2:

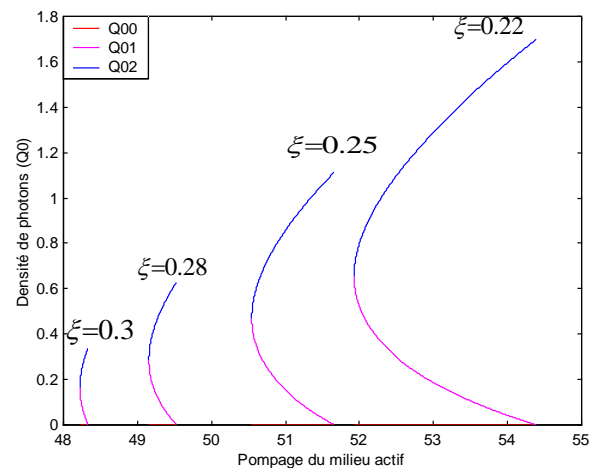


figure3:

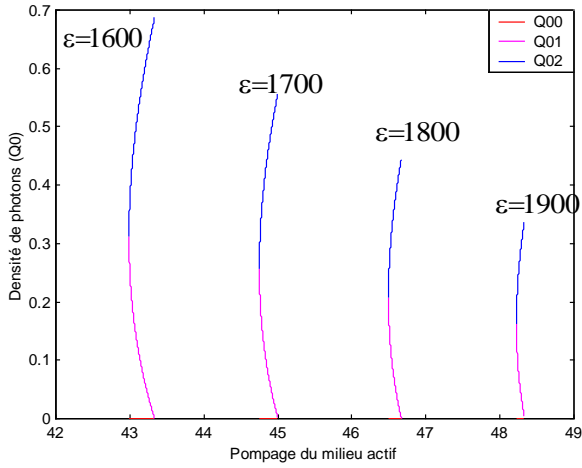
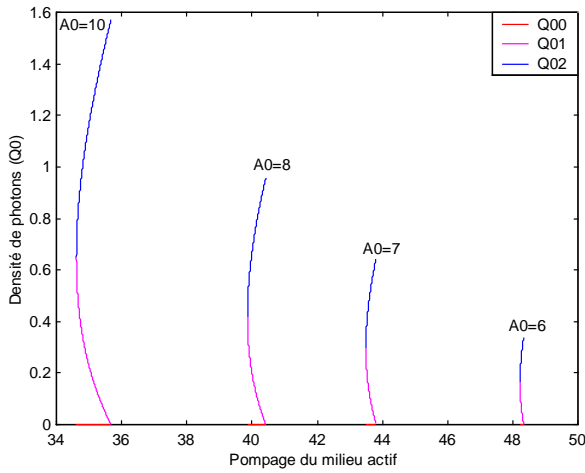


figure4:



2.2.2 Etude pour le mode j=1 :

Par symétrie de modes, par rapport au mode central, il est plus aisé, pour le calcul mathématiques de considérer le mode $j=+1$ ou $j=-1$.

Le nombre de modes considérés est égal à 2, alors : $k+1=2 \Rightarrow K = \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon^2 + 4\Delta\Omega^2}$

Donc, après transformations, l'équation (4) devient une équation du troisième ordre fonction de Q_1 :

$$Q_1^3 + Q_1^2 \Delta\Omega \left[\frac{2(1+\xi)}{\Gamma} - \frac{A_0}{2\varepsilon} (K\sigma_a - \sigma_b) \right] + \left[\frac{4\xi\Delta\Omega^2}{\Gamma^2} - \frac{A_0\Delta\Omega^2}{\varepsilon\Gamma} (K\xi\sigma_a - \sigma_b) - \frac{A_0B\Delta\Omega}{2\varepsilon\gamma} (\sigma_a K - \sigma_b) \right] Q_1 - \frac{A_0B\Delta\Omega^2}{\varepsilon\gamma\Gamma} (K\xi\sigma_a - \sigma_b) = 0$$

2.2.2.1 Pour $\xi = 1$:

L'équation caractéristique de la densité de photons est donnée par :

$$Q_1^3 + Q_1^2 \Delta\Omega \left[\frac{4}{\Gamma} - \frac{A_0}{2\varepsilon} (K\sigma_a - \sigma_b) \right] + \left[\frac{4\Delta\Omega^2}{\Gamma^2} - \frac{A_0\Delta\Omega^2}{\varepsilon\Gamma} (K\sigma_a - \sigma_b) - \frac{A_0B\Delta\Omega}{2\varepsilon\gamma} (\sigma_a K - \sigma_b) \right] Q_1 - \frac{A_0B\Delta\Omega^2}{\varepsilon\gamma\Gamma} (K\sigma_a - \sigma_b) = 0$$

De même que pour le mode central $j=0$, il n'y a pas de bistabilité optique dans le cas où on tient compte de l'émission spontanée avec un coefficient de saturation égale à 1.

2.2.2.2 Pour $\xi \neq 1$ ($0 < \xi < 1$) :

L'équation caractéristique de la densité de photons est donnée par :

$$Q_1^3 + Q_1^2 \Delta\Omega \left[\frac{2(1+\xi)}{\Gamma} - \frac{A_0}{2\varepsilon} (K\sigma_a - \sigma_b) \right] + \left[\frac{4\xi\Delta\Omega^2}{\Gamma^2} - \frac{A_0\Delta\Omega^2}{\varepsilon\Gamma} (K\xi\sigma_a - \sigma_b) - \frac{A_0B\Delta\Omega}{2\varepsilon\gamma} (\sigma_a K - \sigma_b) \right] Q_1 - \frac{A_0B\Delta\Omega^2}{\varepsilon\gamma\Gamma} (K\xi\sigma_a - \sigma_b) = 0$$

Pour trouver l'effet de la bistabilité optique, c'est-à-dire au moins deux racines positives, on doit résoudre cette équation de la même manière que le cas précédent du mode central.

2.2.2.3 Les courbes d'hystérésis représentant la bistabilité donnant la densité de photons en fonction du pompage du milieu actif pour les paramètres $(\sigma_b, \zeta, \varepsilon, A_0)$.

Figure5:

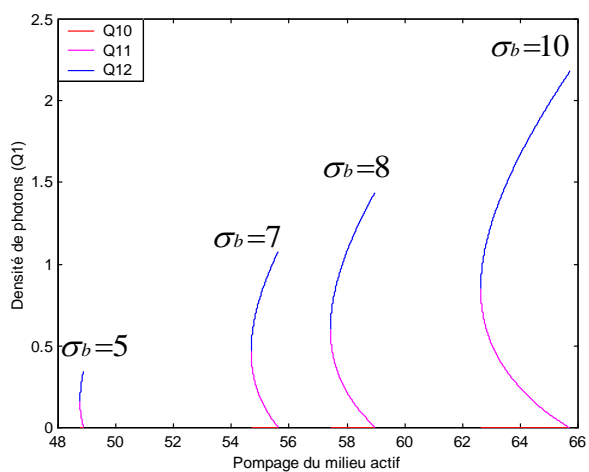


figure8:

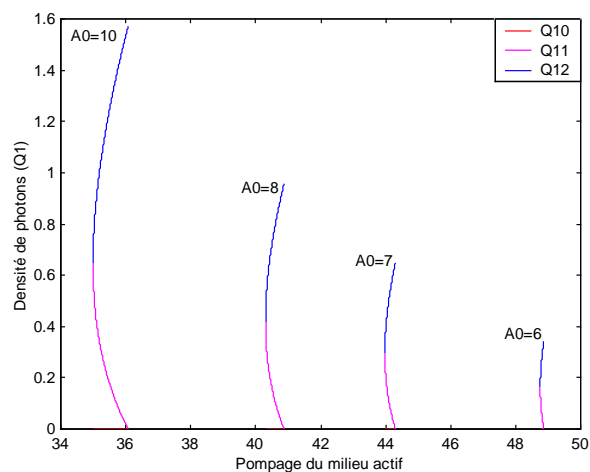


figure6:

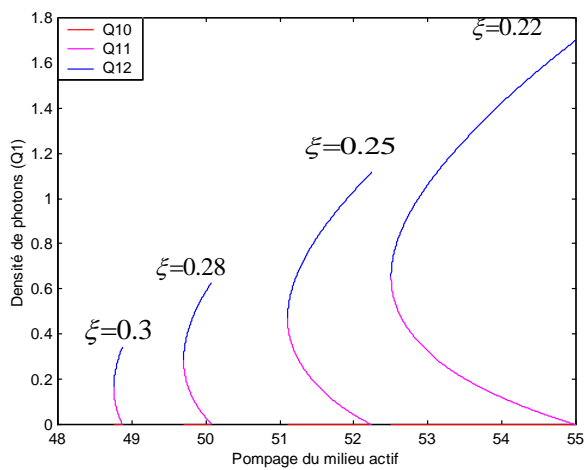


figure9:

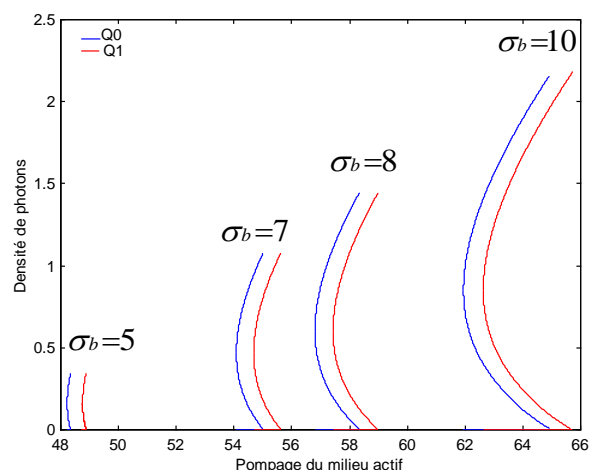


Figure7:

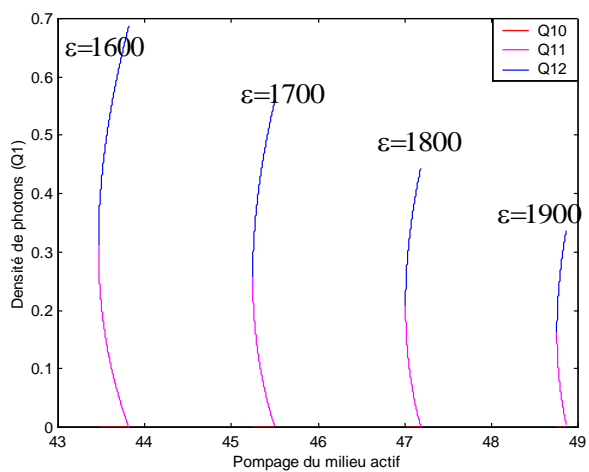


figure10:

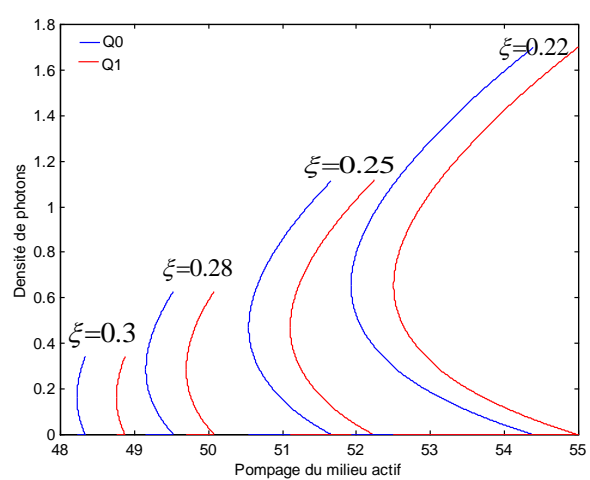


figure11:

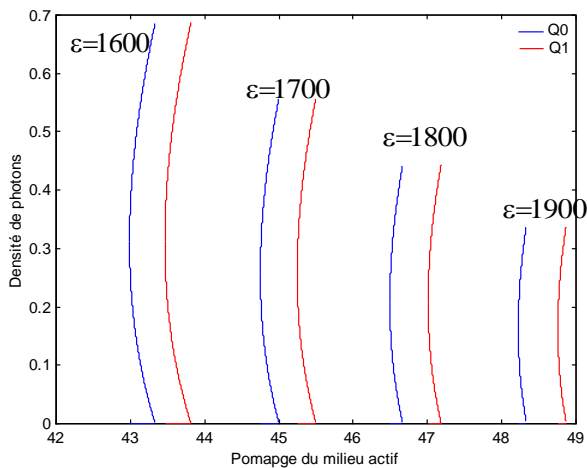
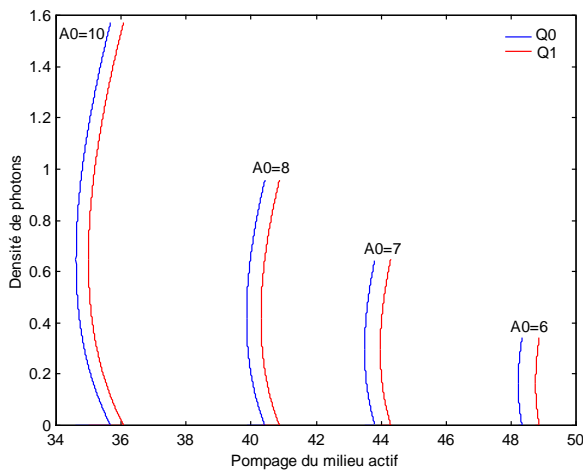


figure12:



3. INTERPRETATION ET CONCLUSION

La première constatation est qu'il n'y a pas de bistabilité optique, quand le coefficient de saturation $\xi = 1$. Celle-ci se produit dans le cas contraire ($0 < \xi < 1$); causée par une saturation différente des deux milieux actif et absorbant.

A partir de ces courbes d'hystérésis et pour les trois modes considérés, l'influence des différents paramètres physiques du (LSA) sur l'intervalle de la bistabilité optique se résume comme suit :

- L'augmentation du coefficient de saturation ξ et la largeur de la raie inhomogène ε , provoque chacun en ce qui le concerne, la diminution de l'étendue de la densité de photons et l'intervalle de la bistabilité optique.
- Par contre, l'augmentation du pompage du milieu absorbant σ_a et du paramètre

A_0 , entraîne chacun en ce qui le concerne, la croissance de l'étendue de la densité de photons et l'intervalle de la bistabilité optique.

Nous observons que l'effet de la bistabilité optique apparaît au mode central puis aux modes $j = \pm 1$ comme le montre les figures [(9), (10), (11) et (12)].

Les courbes sont identiques pour chaque paramètre, mais décalés quant aux pompages du milieu actif. Cette similitude est dû probablement au fait que les modes sont très proches (il s'agit de trois modes consécutifs). L'intervalle de la bistabilité optique est presque identique pour un même paramètre physique du LSA pour le mode $j=0$ et pour les autres modes $j= 1$ et $j = -1$.

Donc, pour le cas trimode, il n'y a pas d'influence sur l'intervalle de la bistabilité optique d'un mode par rapport à un autre.

La différence entre les deux cas étudiés (le cas où l'émission spontanée est négligée et le cas où l'émission spontanée est considérée) est l'apparition d'une troisième branche de la densité de photons qui est asymptotique à l'axe du pompage du milieu actif σ_a et qui a tendance à s'annuler.

La prise en considération de l'émission spontanée n'influe pratiquement pas sur la bistabilité optique.

4. BIBLIOGRAPHIE

- [1] DINH VAN HOANG et VO DUC LUONG, *Multimode operation of a ring laser containing a saturable absorber*, Département of Physics, University of Hanoi, Vietnam, juin 1989.
- [2] A.BENIAICHE, " *Bistabilité optique dans un L.S.A dont l'élargissement est inhomogène*", thèse de magister, D.O.M.P, Université Farhat Abbas, Sétif, 1995.
- [3] DINH VAN HOANG et PHUNG QUOC BAO, *Optical bistability of fabry-Pérot LSA with Inhomogeneous broadening*, Département of Physics, Vietnam National University.
- [4] S.MOUASSA, *Etude de la Bistabilité optique des lasers à absorbants saturables d'un résonateur Fbry- Pérot trimode dont l'élargissement est inhomogène*, thèse de magister, D.O.M.P, Université Farhat Abbas, Sétif, 2005.
- [6] L.TARASSOV, *Physique du processus dans les générateurs de rayonnement optique cohérent*, édition Mir, Moscou, 1981.