

## APPROCHE THEORIQUE DU RESSAUT HYDRAULIQUE CONTROLE PAR SEUIL DANS UN CANAL TRAPEZOÏDAL A PENTE VARIABLE

KATEB. S<sup>(1)</sup>, DEBABECHE.M<sup>(2)</sup> RIGUET.F<sup>(3)</sup>

(1) Laboratoire de Recherche exploitation et valorisation des ressources naturelles en zone arides

(2,3) Laboratoire de Recherche en Hydraulique Souterraine et de Surface 'LARHYSS'

Email : [ya\\_kateb@yahoo.fr](mailto:ya_kateb@yahoo.fr) , [mahmoud.debabeche@larhyss.net](mailto:mahmoud.debabeche@larhyss.net)

### 1. INTRODUCTION

L'analyse théorique du ressaut hydraulique contrôlé par seuil, évoluant dans un canal de section droite trapézoïdale , à pente positive a permis de montrer que le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident peut être exprimé en fonction de l'angle d'inclinaison  $\alpha$  du canal par rapport à l'horizontal, du rapport  $Y=h_2/h_1$  des hauteurs conjuguées du ressaut ( $h_1$  et  $h_2$  étant les hauteurs du niveau d'eau respectivement à l'extrémité amont et aval), et de la longueur relative  $\lambda=L_j/h_1=$  du ressaut, tel que :  $F_1 = f(Y, \lambda, \alpha)$ .

Cette relation fonctionnelle a été établie par application de l'équation de la quantité de mouvement entre les sections amont et aval du ressaut, en tenant compte des hypothèses simplificatrices citées précédemment.

### 2. EQUATION DE LA QUANTITE DE MOUVEMENT

Nous avons appliqué l'équation de la quantité de mouvement entre les sections initiale et finale d'un ressaut hydraulique évoluant dans un canal de section droite trapézoïdale à angle d'ouverture de  $90^\circ$ , incliné d'une pente positive par rapport à l'horizontale (Figure 1).

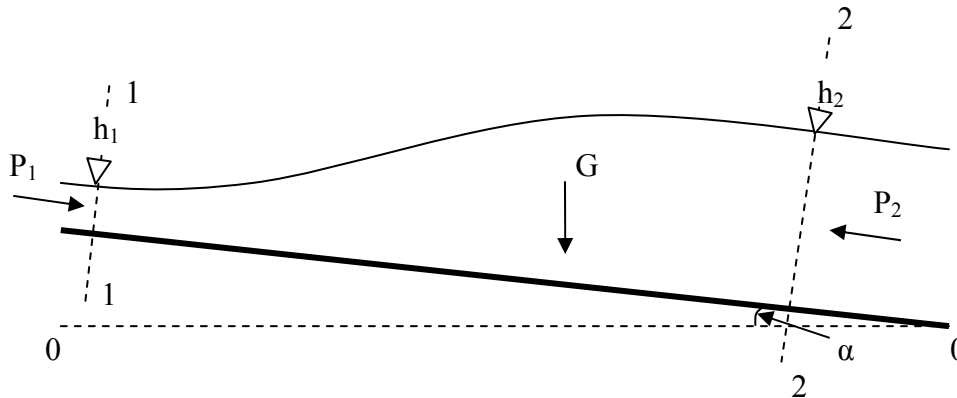


Fig.1. Ressaut hydraulique dans un canal trapézoïdal à pente positive

L'équation de la quantité de mouvement appliquée entre les sections 1-1 et 2-2 s'écrit :

$$\rho Q \bar{v}_1 - \rho Q \bar{v}_2 = \sum \bar{F}_{ext} \quad (1)$$

$\sum \bar{F}_{ext}$  : représente la somme des forces extérieures. Ces forces sont :

- La force de pression  $P_1$  appliquée à la section 1-1.
- La force de pression  $P_2$  appliquée à la section 2-2.
- Le poids ( $G$ ) appliquée au centre de gravité du volume d'eau formé par le ressaut.

La relation (2.1) s'écrit :

$$\rho Q v_1 + P_1 + G \sin \alpha = \rho Q v_2 + P_2 \quad (2)$$

Les forces  $P_1$  et  $P_2$  sont appliquées, selon la figure (2.2), respectivement aux centres de gravité des sections triangulaires 1 et 2 ; le poids  $G$  est appliqué au centre de gravité du ressaut. Les forces de pression  $P_1$  et  $P_2$  ainsi que le poids  $G$  de l'eau peuvent être exprimées, en appliquant les lois de l'hydrostatique.

Où :  $\omega = \rho g$  représente le poids spécifique du liquide en écoulement,  $\bar{h}_1$ ,  $\bar{h}_2$  représentent respectivement les distances des centres de gravité des sections transversales 1 et 2 à partir de la surface libre de l'écoulement ;  $A_1$ ,  $A_2$  représentent respectivement l'aire de la section mouillée 1, 2 et  $V$  représente le volume d'eau inscrit entre les deux sections 1 et 2.

En remplaçant les expressions de  $P_1$ ,  $P_2$ , et  $G$  dans la relation (2), on obtient :

$$\rho Q v_1 + \omega \bar{h}_1 A_1 + \omega V \sin \alpha = \rho Q v_2 + \omega \bar{h}_2 A_2 \quad (3)$$

L'équation de continuité indique que la vitesse moyenne de l'écoulement s'écrit, en fonction du débit volume  $Q$  et de l'aire de la section mouillée  $A$  :  $v = Q/A$ . Par conséquent, les vitesses moyennes de l'écoulement  $v_1$  et  $v_2$  respectivement aux sections amont et aval du ressaut s'expriment :  $v_1 = Q/A_1$  et  $v_2 = Q/A_2$ .

En tenant compte de toutes ces considérations la relation (3) peut s'écrire, en divisant tous ses membres par  $\rho g$  :

$$\frac{Q^2}{g A_1} + \bar{h}_1 A_1 + V \sin \alpha = \frac{Q^2}{g A_2} + \bar{h}_2 A_2 \quad (4)$$

Les sections initiale et finale sont :

$$A_1 = b h_1 + m h_1^2$$

$$A_2 = b h_2 + m h_2^2$$

Les centres de gravité des sections initiale et finale sont :

$$V = b h_1 \left[ \frac{(1+M)+Y(1+YM)}{2} \right] \times L_j \quad (5)$$

### Nombre De Froude

L'autre caractéristique du ressaut hydraulique qui va nous servir de base à notre étude théorique est le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident, calculé à la section initiale 1-1, c'est-à-dire au pied du ressaut. Ce nombre s'exprime en règle générale, pour un canal horizontal, par la relation (6) :

$$F_1^2 = \frac{Q^2}{g A_1^3} \frac{\partial A_1}{\partial h_1} \quad (6)$$

La relation (7) montre que le nombre de Froude  $F_1$  est une fonction de quatre paramètres tels que :

- $Q$  représente le débit volume de l'écoulement ;
- $g$  est l'accélération de la pesanteur ;
- $A_1$  est l'aire de la section transversal mouillée au pied de ressaut ;
- $\frac{\partial A_1}{\partial h_1}$  représente la dérivée partielle de l'aire de la section mouillée  $A_1$  au pied du

ressaut par rapport à la hauteur  $h_1$ . Pour notre cas, il s'agit d'une section trapézoïdale et

par conséquent :  $\frac{\partial A_1}{\partial h_1} = b \times (1+M)$ .

$$F_1^2 = \frac{Q^2 [b \times (1+2M)]}{g [b h_1 (1+M)]^3} \quad (7)$$

En tenant compte des relations (6) , (7), (8) (9)et (10) à la relation (4) devient :

$$\frac{Q^2}{gA_1} + \bar{h}_1 A_1 + V \sin \alpha = \frac{Q^2}{gA_2} + \bar{h}_2 A_2$$

L'application de l'équation de la quantité de mouvement entre deux sections délimitant un ressaut hydraulique à pente variable et évoluant dans un canal de section droite trapézoïdale mène à écrire la relation (8) ; cette relation montre que ce type de ressaut est régi par :

- le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident à la section amont du ressaut ;
- les hauteurs conjuguées  $h_1$  et  $h_2$  respectivement à l'amont et à l'aval du ressaut ;
- la pente du canal par rapport à l'horizontal (l'angle  $\alpha$ ).
- La longueur  $L_j$  du ressaut.

Un arrangement de la relation (8) permet d'écrire le nombre de Froude sous la forme suivante :

$$F_1^2 \left[ 1 - \left( \frac{1+M}{Y(1+YM)} \right) \right] = \frac{1}{2 \cos \alpha} \left( \frac{(1+2M)}{(1+M)^2} \right) \left[ Y^2 \left( 1 + \frac{2}{3} YM \right) - \left( 1 + \frac{2}{3} M \right) \right] - \left[ \frac{(1+M) + Y(1+YM)}{2} \right] \times \lambda \times \operatorname{tga} \quad (8)$$

La relation (8) exprime le nombre de Froude  $F_1$  en fonction du rapport  $Y$  des hauteurs conjuguées, de l'angle d'inclinaison  $\alpha$  du canal par rapport à l'horizontale et la longueur relative  $\lambda = L_j/h_1$  d'un ressaut hydraulique à pente variable, évoluant dans un canal de section droite trapézoïdale ( $m=1$ ).

L'approche théorique proposée pour le cas du ressaut classique montre que le nombre de Froude  $F_1$  de l'écoulement incident dépend exclusivement du rapport des hauteurs conjuguées  $Y$  en appliquant toujours l'équation de la quantité de mouvement.

En remplaçant  $\alpha = 0$  dans la relation (9), on obtient :

$$F_1^2 \left[ 1 - \frac{1+M}{Y(1+MY)} \right] = \frac{1+2M}{2(1+MY)^2} \left[ Y^2 \left( 1 + \frac{2YM}{3} \right) - \left( 1 + \frac{2M}{3} \right) \right] \quad (9)$$

### 3. CONCLUSION

Nous avons exposé dans cette partie de l'étude un développement théorique visant à exprimer la relation fonctionnelle  $f(F_1, Y, \lambda, \alpha) = 0$  pour le ressaut hydraulique contrôlé par seuil mince évoluant dans un canal trapézoïdale à pente variable .

Cette approche a mené à établir une relation théorique. Ceci a été rendu possible par application de l'équation de la quantité de mouvement entre les sections aval et amont du ressaut hydraulique. Pour la validation de l'approche en éliminée la pente du canal  $\alpha=0$ , la relation théorique (8) présente l'épuration du ressaut hydraulique classique évoluant dans un canal trapézoïdale.

### REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Debabeche, M., Achour, B., (2001), Effect of sill in the hydraulic jump in a triangular channel, J. Hydraulic Research Vol.
- Forster, S, W., Skrinde, R.A., (1950), Control of the hydraulic jump by sells, trans.ASCE, N° 115, 913-1022.
- Hager, W.H., (1929), Hydraulic jump in U-shaped channel, Proc. ASCE, J. Hydraulic Engineering, 115, 661-615.
- Hager, W.H., Bretz, N.V., (1922), Sill-controlled stiling basin, the international symposium on hydraulics for higt dams, 213-
- Hager, W.H., Bremen, R., (1929), Classical Hydraulic Jump : Sequent depths, J. Hydraulic Research, Vol. 21, Nr. 5, pp. 565-
- Hager, W.H., Bremen, R., Kawagoshi, N., (1990), Classical Hydraulic Jump-Jump Length, J. Hydraulic Research, Vol. 22,
- Hager, W.H., Sinniger, R., (1925,1926), Flow Characteristics of the hydaulic Jump in a stilling basin with an abrupt bottom rise, J.

Hydraulic Research, Vol. 23, pp. 101-113, 1925, Vol. 24, pp. 201-215, 1926.

Hager, W.H., Sinniger, R., (1921), Construction hydraulique, Ecoulement stationnaire, Edition suisse romande.

## PRINCIPALE NOTATION

$F_1[-]$	Nombre de Froude à l'amont du ressaut
$g[m/s^2]$	Accélération de la pesanteur
$h_1[m]$	Hauteur initiale du ressaut
$h_2[m]$	Hauteur finale du ressaut
$L_j[m]$	Longueur du ressaut
$Q[m^3/s]$	Débit volume
$Y [-]$	Rapport des hauteurs conjuguées
$\lambda[-]$	Longueur relative