# pA12-2 MODÉLISATION DYNAMIQUE DES LASERS À CASCADES QUANTIQUES ÉMETTANT DANS L'INFRAROUGE MOYEN

<u>Abdelouahab HAMADOU<sup>1</sup></u>, Saadi LAMARI<sup>2</sup> et Jean-Luc THOBEL<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Département de Génie Mécanique, Université Abdelhamid Ibn Badis – Mostaganem <sup>2</sup>Département de Physique, Université Ferhat Abbas – Sétif <sup>3</sup>Institut d'Electronique, de Microélectronique et de Nanotechnologie (IEMN), UMR 8520, Université des Sciences et Technologies de Lille, Avenue Poincaré, BP 60069, 59652 Villeneuve d'Ascq Cédex, France

E-mail: abd\_hamado@yahoo.fr

**RÉSUMÉ :** Basé sur les équations du bilan, nous analysons numériquement le comportement dynamique des populations d'électrons et de photons dans la cavité d'un laser à cascade quantique émettant dans l'infrarouge moyen. Nous avons montré que la densité du courant joue un rôle central dans la trajectoire dynamique du nombre d'électrons. De plus, les équations permettant de déterminer le temps d'amorçage et le temps d'accroissement dans le cas général sont déterminées. La comparaison entre les résultats numériques et analytiques est aussi reportée et discutée.

**MOTS-CLÉS :** laser à cascade quantique, équations du bilan, dynamique des populations, temps d'amorçage, temps d'accroissement, temps de retard

# **1. Introduction**

Depuis leur invention en 1994 par Faist et al [1], les lasers à cascade quantique (CQ) se sont rapidement établis comme les meilleures sources solides accordables dans le domaine moyen infrarouge (5-10) µm. Contrairement aux diodes lasers à puits quantiques où les transitions sont de type interbandes, les lasers à CQ mettent en jeu des transitions inter-sousbandes c'est à dire des transitions optiques entre états électroniques de la même bande par exemple la bande de conduction. Ainsi, leurs caractéristiques ne dépendent pas directement de l'énergie de la bande interdite. C'est le choix des épaisseurs de chacune des couches formant l'hétérostructure qui permet la préparation des états quantiques avec une grande liberté. Cette propriété remarquable permet actuellement de réaliser avec les matériaux de base des semiconducteurs III-V InP et GaAs des lasers à CQ émettant dans une plage de longueur d'onde allant de 2 à 300 µm c'est à dire jusqu'à l'infrarouge lointain [2-3]. Dans les lasers à CQ le temps de retard joue un rôle important qui détermine en partie la performance de la source, en particulier, il cause un bruit d'intensité induit par l'émission spontanée dans la puissance optique émise [4]. Egalement important pour le fonctionnement du laser à CQ est le temps d'amorçage, temps nécessaire pour que le laser atteigne le seuil d'oscillation. Ce temps dépend des temps de transition non radiative et du courant d'injection.

Dans cette communication, nous avons développé un calcul théorique original basé sur un simple modèle d'équations du bilan permettant d'obtenir les principales grandeurs caractéristiques liées à la dynamique des lasers à CQ émettant dans l'infrarouge moyen, à savoir le temps d'amorçage et le temps de d'accroissement, en tenant compte de la contribution de l'émission spontanée. La structure du laser à CQ en GaAs /Al<sub>0.45</sub>Ga<sub>0.55</sub>As étudiée est la même que celle rapportée dans la référence [5].

#### 2. Equations du bilan d'un laser à CQ émettant dans l'infrarouge moyen

La zone active du laser à CQ étudiée ici est un système à trois niveaux d'énergie. La lumière laser est émise entre les niveaux supérieur (niveau 3) et inférieur (niveau 2) tandis que le niveau fondamental (niveau 1) est utilisé pour dépeupler très rapidement le niveau inférieur par émission de phonon longitudinal optique. Les équations de bilan pour les nombres d'électrons  $N_3$  et  $N_2$  et de photons  $N_{ph}$  dans la cavité s'expriment comme suit, en considérant une injection parfaite des électrons dans le niveau 3 [6,7] :

$$\frac{dN_3}{dt} = WL \frac{J}{e} - \frac{N_3}{\tau_3} - \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} (N_3 - N_2) N_{ph}, \qquad (1a)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}}\right)N_3 - \frac{N_2}{\tau_{21}} + \Gamma \frac{c'\sigma_{32}}{V}(N_3 - N_2)N_{ph}, \qquad (1b)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{N_3}{\tau_{31}} + \frac{N_2}{\tau_{21}} - \frac{N_1}{\tau_{out}},$$
(1c)

$$\frac{dN_{ph}}{dt} = N\Gamma \frac{c'\sigma_{32}}{V} (N_3 - N_2)N_{ph} + N\beta \frac{N_3}{\tau_{sp}} - \frac{N_{ph}}{\tau_p} .$$
(1d)

Dans ce système, *J* est la densité du courant d'injection, *e* est la charge élémentaire,  $\Gamma$  est le facteur de confinement,  $c'=c/n_{\text{eff}}$  est la vitesse de la lumière dans le milieu où *c* est la vitesse de la lumière dans le milieu où *c* est la vitesse de la lumière dans le vide et  $n_{\text{eff}}$  est l'indice de réfraction effectif, tandis que *W* et *L* sont respectivement la largeur et la longueur de la cavité. Notons par *N* et  $L_p$  le nombre d'étages et l'épaisseur de chacun de ceux-ci, le volume entier de la zone active est donné alors par  $V=NWLL_p$ . La durée de vie du photon dans la cavité  $\tau_p$  peut être exprimée par  $1/\tau_p = c'(\alpha_w + \alpha_m)$  où  $\alpha_w$  rend compte des pertes du guide d'onde de la cavité tandis que  $\alpha_m$  joue le même rôle pour les miroirs. L'expression de  $\alpha_m$  est donnée par  $\alpha_m =-\ln (R_1 R_2)/(2L)$  où  $R_1$  et  $R_2$  sont les coefficients de réflexion des facettes 1 et 2 respectivement. La section efficace d'émission stimulée  $\sigma_{32}$  est donnée par [8]  $\sigma_{32} = 4\pi e^2 z_{32}^2 / (n_{eff} \varepsilon_0 \lambda(2\gamma_{32}))$  où  $ez_{32}$  est l'élément de matrice dipolaire,  $\lambda$  est la longueur d'onde d'émission,  $\varepsilon_0$  est la permittivité du vide et  $2\gamma_{32}$  est la largeur à mi-hauteur de la courbe de luminescence (FWHM).

Dans ce même système d'équations (1),  $\tau_{31}$ ,  $\tau_{32}$  et  $\tau_{21}$  sont les temps de transition non radiative des électrons entre les niveaux laser alors que  $1/\tau_3=1/\tau_{31}+1/\tau_{32}+1/\tau_{sp}$  représente la durée de vie totale du niveau 3 où  $\tau_{sp}$  est la durée de vie spontanée. Entre deux périodes adjacentes de la zone active nous modélisons l'extraction des électrons désexcités du niveau 1 par un taux  $1/\tau_{out}$  où  $\tau_{out}$  représente le temps d'extraction des électrons.

La résolution du système (1) permet d'obtenir les valeurs stationnaires des populations des niveaux 3 et 2 et le nombre de photons dans la cavité. Les solutions stationnaires s'obtiennent facilement en posant leurs dérivées égales zéro.

Les équations (1a), (1b) et (1c) donnent alors en régime stationnaire des expressions analytiques pour  $N_3$  et  $N_2$  sous la forme :

$$N_{3} = WL \frac{J}{e} \frac{1 + \tau_{21} \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}}{\frac{1}{\tau_{3}} + \left(1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}}\right) \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}}.$$
(2)

5<sup>ème</sup> Séminaire National sur le Laser et ses Applications – UKM Ouargla – 16 et 17 Décembre 2009

$$N_{2} = WL \frac{J}{e} \frac{\frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} + \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}} + \tau_{21} \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}}{\frac{1}{\tau_{3}} + \left(1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}}\right) \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V} N_{ph}}.$$
(3)

En utilisant les équations (2) et (3), l'inversion de population  $\Delta N = N_3 - N_2$  s'écrit

$$\Delta N = \frac{WL \frac{J}{e} \tau_3 \left(1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}}\right)}{1 + \frac{N_{ph}}{N_{ph \, sat}}},\tag{4}$$

où  $N_{\rm ph, sat}$  est le nombre de photons de saturation donné par :

$$N_{ph,sat} = \frac{1}{\tau_3 \left(1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}}\right) \Gamma \frac{c' \sigma_{32}}{V}}.$$
(5)

En insérant les équations (2), (4) et (5) dans l'équation (1d) on obtient l'équation suivante :

$$N_{ph}^{2} - \left( \left( \frac{J}{J_{th}} - 1 \right) + \frac{\tau_{21}}{\eta_{r}} \frac{\beta}{\tau_{sp}} \frac{J}{J_{th}} \frac{1}{\left(1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}}\right)} \right) N_{ph,sat} N_{ph} - N_{ph,sat}^{2} \frac{\tau_{3}}{\eta_{r}} \frac{\beta}{\tau_{sp}} \frac{J}{J_{th}} = 0$$
(6)

où  $J_{th}$  est la densité du courant du seuil obtenue lorsque il y a égalité entre le gain et les pertes de la cavité tandis que  $\eta_r$  est l'efficacité radiative donnée par

$$\eta_r = \frac{1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}}}{1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}}}.$$
(7)

Au seuil, nous avons

$$N\frac{\Gamma}{V}c'\sigma_{32}\Delta N_{th} = \frac{1}{\tau_p},\tag{8}$$

où  $\Delta N_{\text{th}}$  est l'inversion de population obtenue en remplaçant  $J_{\text{th}}$  par J dans l'équation (4) tout en prenant  $N_{\text{ph}}=0$ . Après quelques transformations algébriques on obtient pour  $J_{\text{th}}$  l'expression suivante :

$$J_{th} = \frac{L_p \varepsilon_0 \ n_{eff} \lambda(2\gamma_{32})}{4\pi e z_{32}^2 \tau_3 (1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}})} \frac{(\alpha_w + \alpha_m)}{\Gamma}.$$
(9)

En utilisant pour  $J_{th}$  l'expression (9) et en posant  $N_{ph}=0$  dans l'équation (4) on obtient l'inversion de population au seuil d'oscillation :

$$\Delta N_{th} = \frac{V}{N\Gamma c' \sigma_{32} \tau_p} \,. \tag{10}$$

Dans l'équation (6), des expressions simplifiées pour  $N_{\rm ph}$  peuvent être établies après examen de ses différents coefficients. On obtient alors deux solutions stationnaires. Une des racines décrit le comportement du nombre de photons sous le seuil tandis qu'une autre permet d'avoir la valeur

au dessus du seuil. On montre facilement que les solutions  $N_{ph,1}$  et  $N_{ph,2}$  sont bien approchées par :

(i) En dessous du seuil

$$N_{ph,1} \approx \frac{\tau_3}{\eta_r} \frac{\beta}{\tau_{sp}} \frac{1}{\left(\frac{J_{th}}{J} - 1\right)} N_{ph,sat}$$
(11)

(ii) Au dessus du seuil

$$N_{ph,2} \approx \left[ \left( \frac{J}{J_{th}} - 1 \right) + \frac{1}{\left( 1 + \frac{\tau_{21}}{\tau_{31}} \right)} \frac{\beta}{\tau_{sp}} \frac{\tau_{21}}{\eta_r} \frac{J}{J_{th}} \right] N_{ph,sat}$$
(12)

En utilisant la théorie développée ci-dessus, nous estimons numériquement les différents paramètres du laser, à savoir  $\tau_p$ ,  $\sigma_{32}$ ,  $\tau_{sp}$ ,  $\alpha_m$ ,  $J_{th}$ ,  $\Delta N_{th}$ ,  $N_{ph,sat}$  et nous calculons  $\Delta N$ ,  $N_{ph}$  pour un fonctionnement loin du seuil avec  $J=2.5J_{th}$  en utilisant les paramètres lasers présentées dans la référence [5,9]. W=34 µm, *L*=mm, *L*<sub>p</sub>=45nm, R<sub>1</sub>=R<sub>2</sub>=0.29,  $\alpha_w$ =20cm<sup>-1</sup>, *N*=48, n<sub>eff</sub>=3.27,  $z_{32}$ =1.7nm,  $\tau_{32}$ =2.1ps,  $\tau_3$ =1.4ps,  $\tau_{21}$ =0.3ps,  $\lambda$ =9µm,  $\Gamma$ =0.32,  $\beta$ =2×10<sup>-3</sup>[10] et  $\tau_{out}$ =1ps [11]. Nos résultats sont comme suit:  $\tau_p$ =3.36ps,  $\tau_{sp}$ =38ns,  $\sigma_{32}$ =1.8×10<sup>-14</sup>cm<sup>2</sup>,  $\alpha_m$ =12.4cm<sup>-1</sup>,  $J_{th}$ =3.3kA/cm<sup>2</sup>,  $\Delta N_{th}$ =8.5×10<sup>6</sup>, N<sub>ph,sat</sub>=9.16×10<sup>8</sup>,  $\Delta N$ =8.5 .10<sup>6</sup>, et  $N_{ph}$ =1.37.10<sup>9</sup>. La valeur de J<sub>th</sub> utilisée est très proche de la valeur expérimentale 2.9 de [9].

## 3. Etude dynamique

#### 3.1. Analyse numérique

La résolution numérique complète du système d'équations (1), pour les valeurs des paramètres laser a été effectuée par la méthode itérative de Runge-Kutta d'ordre 4 avec un pas h=0.1ps. Le système est préparé de sorte que la distribution d'électrons soit entièrement localisée dans l'injecteur à t=0, c'est-à-dire que la zone active ne contient aucun électron. Les conditions initiales sont donc prises comme suit :  $N_k(0)=0$ , pour k=1,2,3 et  $\Delta N(0)=N_{ph}(0)=0$ .

La figure 1 montre une série d'évolutions temporelles des populations pour un fonctionnement au dessus du seuil d'oscillation. Les différents panneaux montrent clairement l'effet de la densité du courant d'injection sue la trajectoire dynamique des populations.



Figure 1 : Evolution temporelle du nombre d'électrons dans les niveaux

La figure 2 reproduit l'évolution de l'inversion de population normalisée par rapport à sa valeur au seuil et le nombre de photons normalisé par rapport au nombre de photons de saturation. Ces courbes sont obtenues pour  $J=2.5J_{\text{th}}$ . Nous pouvons voir sur cette figure que l'inversion de population passe par différentes étapes avant d'atteindre le régime stationnaire. D'abord l'injection des électrons par effet tunnel dans le niveau 3 produit une augmentation de l'inversion de population qui après un temps  $t_{\text{th}}$ , connu sous le nom temps d'amorçage (turn-on delay time), atteint sa valeur de seuil  $\Delta N / \Delta N_{\text{th}}=1$ , le nombre de photons dans la cavité commence alors à se développer à partir de l'émission spontanée. Le temps  $t_{\text{th}}$  correspond donc au temps au bout duquel l'inversion de population devient suffisante pour que le gain au seuil soit égal aux pertes ce qui permet le démarrage du laser. Dans la deuxième étape, l'augmentation du nombre de photons dans la cavité accuse un certain retard comparé à l'accroissement de l'inversion de population qui suit le processus d'injection du courant. Pendant ce temps, l'inversion de population continue d'augmenter puis prend une valeur approximativement constante dans une période de durée  $\Delta t$  (buildup time).



Figure2 : Evolution temporelle de l'inversion de population normalisée par rapport à sa valeur au seuil (traits en tirés) et du nombre de photons normalisé par rapport à sa valeur de saturation (traits plein).

A la suite du processus d'émission stimulée entrant en jeu, le nombre de photons continue encore augmenter tandis que l'inversion de population diminue avant que le laser atteint son régime stationnaire stable en 60 ps après le début de l'injection du courant. Dans l'infrarouge moyen, ce type de comportement a aussi été obtenu avec simulation Monte Carlo de l'équation de transport de Boltzmann dans les travaux de Iotti *et al.* [11].

# 3.2 Calcul du temps d'amorçage et du temps d'accroissement

Pour estimer le temps de retard  $t_d$  qui s'écoule entre le moment où le système est polarisé électriquement et le temps que met le laser pour atteindre approximativement 10% de son nombre de photons stationnaire, nous écrivons  $t_d \approx t_{th} + \Delta t$  où  $t_{th}$  est le temps d'amorçage et  $\Delta t$  est le temps d'accroissement du nombre de photons.

Pour dégager explicitement l'équation qui permet de calculer  $t_{th}$ , il est commode de déterminer l'expression de l'inversion de population en terme des paramètres du laser à CQ en l'absence de photons. Avec la condition initiale  $N_3(0)=0$ , la solution de l'équation (1a) peut être s'écrit sous la forme :

$$N_{3}(t) = WL \frac{J}{e} \tau_{3} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{3}}}\right)$$
(13)

Pour l'équation (1b), nous allons chercher la solution de cette équation sous la forme d'un produit de deux fonctions.

$$N_2(t) = u(t)v(t) \tag{14}$$

Par substitution dans l'équation (1b) en absence de photons, on obtient

$$u(t)(\frac{dv(t)}{dt} + \frac{v}{\tau_{21}}) + v(t)\frac{du(t)}{dt} = (\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}})N_3.$$
(15)

Choisissons la fonction v de sorte que l'intégration du premier terme de l'équation (15) donne

$$v(t) = e^{-\frac{t}{\tau_{21}}}$$
 (16)

En remplaçant l'équation (16) dans l'équation (15) et en utilisant l'équation (13), on trouve après intégration

$$u(t) = WL \frac{J}{e} \tau_3 \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}}\right) \left(\tau_{21} e^{\frac{t}{\tau_{21}}} + \frac{1}{\frac{1}{\tau_3} - \frac{1}{\tau_{21}}} e^{-\left(\frac{1}{\tau_3} - \frac{1}{\tau_{21}}\right)t}\right) + WL \frac{J}{e} \tau_3 \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}}\right) c_1$$
(17)

En remplaçant les expressions (16) et (17) dans l'expression (14) et en tenant compte de la condition initiale  $N_2(0)=0$ , on trouve

$$N_{2}(t) = WL \frac{J}{e} \tau_{3} \tau_{21} \left(\frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}}\right) \left(\frac{\frac{\tau_{21}}{\tau_{3}} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{21}}}\right) - 1 + e^{-\frac{t}{\tau_{3}}}}{\frac{\tau_{21}}{\tau_{3}} - 1}\right).$$
(18)

En introduisant l'inversion de population  $\Delta N=N_3-N_2$  et en soustrayant membre à membre les équations (13) et (18), il vient

$$\Delta N(t) = WL \frac{J}{e} \tau_3 (1 - e^{-\frac{t}{\tau_3}}) \xi_1 - WL \frac{J}{e} \tau_3 \xi_2 (1 - e^{-\frac{t}{\tau_{21}}})$$
(19)

où les coefficients  $\xi_1$  et  $\xi_2$  sont définis comme suit

$$\xi_{1} = 1 + \tau_{21} \left( \frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \frac{1}{\frac{\tau_{21}}{\tau_{3}} - 1},$$
(20a)

$$\xi_{2} = \tau_{21} \left( \frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{sp}} \right) \frac{\tau_{21}}{\tau_{3}} \frac{1}{\frac{\tau_{21}}{\tau_{3}} - 1},$$
(20b)

La condition du seuil est obtenue après un temps  $t_{th}$  solution de l'équation suivante obtenue en utilisant les équations (10) et (20) :

$$\frac{\xi_{1} \exp\left(-\frac{t_{th}}{\tau_{3}}\right) - \xi_{2} \exp\left(-\frac{t_{th}}{\tau_{21}}\right)}{\xi_{1} - \xi_{2}} = 1 - \frac{J_{th}}{J}.$$
(21)

Dans les lasers de l'état solide  $\tau_{21} \ll \tau_{32}$ , donc  $\xi_1 = 1$  et  $\xi_2 = 0$ , et par conséquent on trouve un résultat identique au cas des lasers conventionnels  $t_{th} = \tau_3 \ln (J / (J - J_{th}))$  [12].

Pour déterminer l'évolution temporelle du nombre de photons  $N_{ph}$  dans la période où l'inversion de population est approximativement constante, on peut remplacer les variables dynamiques  $N_3(t)$ et  $\Delta N(t)$  par leurs valeurs respectives  $N_3^{(0)}$  et  $\Delta N^{(0)}$ , où le nombre de photons dans la cavité est encore petit, et ne retenir que l'équation qui en résulte pour la variable  $N_{ph}$ . A partir des équations (2) et (4) on obtient pour  $N_3^{(0)}$  et  $\Delta N^{(0)}$ :

$$N_3^{(0)} = WL \frac{J}{e} \tau_3 \quad , \tag{22}$$

$$\Delta N^{(0)} = WL \frac{J}{e} \tau_3 \left( 1 - \frac{\tau_{21}}{\tau_{32}} - \frac{\tau_{21}}{\tau_{sp}} \right).$$
(23)

En substituant les équations (22) et (23) dans l'équation (1d) et tenant compte de l'équation (8), on obtient une équation différentielle du premier ordre pour  $N_{ph}$ :

$$\frac{dN_{ph}}{dt} = \frac{1}{\tau_p} \left( \frac{J}{J_{th}} - 1 \right) N_{ph} + WL \frac{J}{e} \tau_3 \frac{N\beta}{\tau_{sp}}$$
(24)

L'intégration de l'équation (24) donne pour  $N_{\rm ph}(0)=0$  la solution suivante :

$$N_{ph}(t) = \frac{\tau_p}{\left(\frac{J}{J_{th}} - 1\right)} WL \frac{J}{e} \tau_3 \frac{N\beta}{\tau_{sp}} \left( e^{\left(\frac{J}{J_{th}} - 1\right)\frac{t}{\tau_p}} - 1 \right)$$
(25)

On peut définir le temps  $\Delta t_{10\%}$  comme l'intervalle de temps entre l'instant d'amorçage et l'instant où le nombre de photons atteint 1/10 de son nombre de photons stationnaire. En inversant, on obtient

$$\Delta t_{10\%} = \frac{\tau_p}{\frac{J}{J_{th}} - 1} \ln \left( 1 + \frac{1}{10} \left( \frac{J}{J_{th}} - 1 \right)^2 \frac{1}{WL \frac{J}{e} \tau_3 \tau_p} \frac{\tau_{sp}}{N\beta} N_{ph,sat} \right)$$
(26)

A partir des équations (21) et (26) nous trouvons la relation entre le temps de retard  $t_d$  et les paramètres fondamentaux du laser à CQ tels que l'intensité du courant injecté, le facteur d'émission spontanée, et les différents temps de transition non radiative :

$$t_{d} \approx t_{th} + \frac{\tau_{p}}{\frac{J}{J_{th}} - 1} \ln \left( 1 + \frac{1}{10} (\frac{J}{J_{th}} - 1)^{2} \frac{1}{WL \frac{J}{e} \tau_{3} \tau_{p}} \frac{\tau_{sp}}{N\beta} N_{ph,sat} \right)$$
(27)

La figure 3 montre une comparaison entre les résultats analytiques du temps d'amorçage  $t_{th}$  en fonction de la densité du courant d'injection J normalisée par rapport à sa valeur au seuil  $J_{th}$  avec les résultats tirés graphiquement à partir de l'évolution temporelle de l'inversion de population normalisée par rapport a sa valeur au seuil. Comme le montre la figure, le temps d'amorçage suit un comportement inverse à celui de la densité du courant. Nous remarquons aussi que cette variation présente une valeur maximale du temps d'amorçage pour une densité du courant proche du seuil et décroît considérablement quand la densité du courant augmente. Pour une densité du courant  $J=2.5J_{th}$ , la valeur obtenue pour  $t_{th}$  est de 0.66 ps Notre approche analytique montre clairement un très bon accord avec les résultats graphiques.

L'évolution de temps d'accroissement en fonction du courant d'injection est tracée en trait plein sur la figure 4. On peut la comparer aux résultats tirés graphiquement indiqués par des cercles pleins sur cette même figure. On remarque que  $\Delta t_{10\%}$  est une fonction décroissante de J. On constate ainsi que les résultats graphiques sont en très bon accord avec les valeurs obtenues par l'approche analytique.



Figure 3: Temps d'amorçage en fonction de la densité du courant normalisée par rapport à sa valeur au seuil.



Figure 4: Temps d'accroissement en fonction de la densité du courant normalisée par rapport à sa valeur au seuil.

## Conclusion

En utilisant le model des équations du bilan, nous avons étudié le comportement dynamique d'un laser à cascade quantique émettant dans l'infrarouge moyen. Nous avons montré que la densité du courant d'injection joue un rôle central dans la dynamique des populations d'électrons. Nous avons aussi développé un calcul analytique permettant de déterminer les temps d'amorçage, d'accroissement et de retard en fonction de la densité du courant d'injection et les différents temps de transition non radiative. L'accord entre les résultats analytiques et numériques est bien en faveur de notre approche.

#### Références

- [1] Faist. J., Capasso. F., Sivco D., Sirtori C., Hutbhinson A. L., Cho A. Y.; Science 264 553 (1994).
- [2] Sirtori C., Kruck P., Barbieri S., Collot P., Nagle J., Beck M., Faist J., Oesterle U.; Appl. Phys. Lett. 73 3486(1998).
- [3] Köhler R., Tredicucci A., Beltram F., Beere H. E., Linfield E. H., Davies A. G., Ritchie D. A. Iotti R. C., Rossi F.; *Nature* **417** 156 (2002).
- [4] Liu C., Roy R., Abarbanel H. D. I., Gills Z., Nunes K.; Phys. Rev. E 55 6483 (1997).
- [5] Page H., Becker C., Robertson A., Glastre G., Ortiz V., Sirtori C.; Appl. Phys. Lett. 78 3529 (2001).
- [6] Hamadou A., Thobel J.-L., Lamari S.; Opt. Commu; 281 5385 (2008).
- [7] Hamadou A., Lamari S., Thobel J.-L.; J. App. Phys. 105 093116 (2009).
- [8] Verdeyen J. T.; Laser Electronics, Prentice-Hall; Englewood Cliffs, NJ (1995).
- [9] Höfling S., Kallweit R., Seufert J., Koeth J., Reithmaier J. Forchel P.; J. Cryst. Growth. 278 775 (2005)
- [10] Yamanishi M., Edamura T., Fujita K., Akikusa N., Kan H.; IEEE J. Quantum. Electron. 44 12 (2008).
- [11] Iotti R. C. et Rossi F.; Rep. Prog. Phys. 68 2533 (2005).
- [12] Iizuka K.; Elements of photonics, V II, J. Wiley & Sons, NY (2002).