

# Contribution à l'étude par éléments finis du comportement électrique - mécanique - circuit des machines asynchrones

M.Doula<sup>1</sup>, A. Boukadoum<sup>2</sup>, S. Leulmi<sup>3</sup>, M. Mardjaoui<sup>4</sup>, F. Boukhenoufa<sup>5</sup>  
 Université du 20 Août 1955 – Skikda

**Résumé**—Ce travail porte sur les méthodologies d'étudier et de simuler le comportement électromagnétique des machines asynchrones par la méthode des éléments finis. Cette méthode est très bien adaptée aux problèmes dont la géométrie est complexe et dont les matériaux ont des propriétés physiques non-linéaires. Pour cela, la simulation numérique du problème magnétodynamique fortement couplé au circuit électrique de la machine en régime transitoire, a été réalisée dans le domaine temporel par intégration directe. Cette méthode permet de trouver la solution du problème pour des alimentations quelconques et des matériaux non-linéaires. Par conséquent ce la permet de déterminer l'évolution des champs électromagnétiques au sein d'une section radial de la machine asynchrone.

**Mots-clés**—Machine asynchrone, problème couplé, éléments finis, mouvement.

## I. INTRODUCTION

D'une technologie simple, la MAS est largement utilisée dans la plupart des entraînements électriques. Cependant, cette machine souffre d'une dynamique très complexe en raison du fort couplage entre les circuits statorique et rotorique. Une autre difficulté rencontrée lors de la modélisation de la machine asynchrone est la non-linéarité de son circuit magnétique. En effet, la machine asynchrone standard est, généralement, modérément saturée durant son fonctionnement normal [1].

La modélisation des phénomènes électromagnétiques passe, respectivement, par la résolution des équations de Maxwell associées aux conditions de passage entre deux milieux différentes du point de vue diélectrique et/ou magnétique et des conditions aux limites. La résolution de ces modèles d'équations aux dérivés partiels spatio-temporelles nécessite l'emploi des méthodes numériques performantes telle que la méthode des éléments finis. Elle permet, outre de vaincre la complexité technique et la réduction des coûts et délais de conceptions, d'améliorer la qualité des machines.

Nous nous intéressons dans cette étude, à la modélisation du comportement électromagnétique-mécanique des machines asynchrones en régime transitoire et son implantation dans un code de calcul par les éléments finis.

## II. EQUATIONS DE BASE DE LA MAS

Dans les machines électriques à flux radial (auxquelles nous nous intéressons), la distribution du champ

électromagnétique est supposée invariante suivant la direction longitudinale.

Un modèle bidimensionnel permet ainsi d'obtenir la solution avec une précision suffisante. C'est pourquoi, nous limiterons notre étude à la résolution des équations électromagnétiques en 2-D [2]-[3].

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \nu \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -\frac{i_s}{S} - \frac{\sigma}{l_m} u_{bmm} + \sigma \frac{\partial A}{\partial t} \quad (1)$$

Avec

$A$  potentiel vecteur magnétique ;

$i_s / S$  densité du courant statorique ;

$\nu$  réductivité magnétique ;

$u_{bmm}$  différence de potentielle entre barres rotorique ;

$\sigma$  conductivité électrique ;

$S$  section des conducteurs.

La détermination de la distribution du champ magnétique dans la machine nécessite la résolution de l'équation d'électromagnétique (1). Cette équation décrit le comportement de la machine dans un domaine tridimensionnel qui reste difficile à traiter. Nous adoptons quelques hypothèses simplificatrices qui restent, toutefois, justifiées et concordantes avec l'objectif recherché dans notre travail.

## III. PROBLEME DU STATOR

Le stator de la machine étudié est un stator de  $N_S$  encoches. Une phase statorique est composée de plusieurs bobines logées dans les encoches du stator. Ces bobines sont placées de sorte à obtenir une distribution de la force magnétomotrice la plus sinusoïdale possible le long de l'entrefer. Le schéma électrique de la machine pour les trios phases couplées en étoile est donné par la Fig. 1. [4].

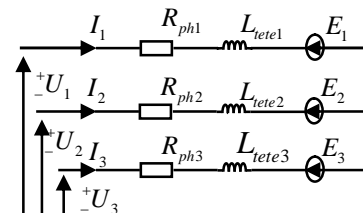


Fig. 1. Schéma électrique triphasé du stator de la MAS.

$$U_i = R_{ph} I_i + L_{tete} \frac{\partial I_i}{\partial t} + E_i \quad (2)$$

Où

$U_i$  Tension d'alimentation de la phase;

$I_i$  Courant d'une phase statorique;

$R_{ph}$  Résistance de l'enroulement d'une phase statorique;

$L_{tête}$  Inductance des têtes de bobines de la phase statorique;

La force électromotrice créée par le champ magnétique sur la partie de l'enroulement située dans les encoches statoriques peut s'écrire :

$$E_s = \left[ \frac{l}{S_c} \iint_{S_{cu_i}} \beta \frac{\partial A}{\partial t} dS \right] \quad (3)$$

$\beta = \pm 1$  représente le sens de parcours de l'encoche.

$\beta = +1$  pour les encoches aller et  $\beta = -1$  pour les encoches retour.

Avec  $S_{cu_i}$  la section de cuivre des encoches de la phase  $i$ . L'équation (2) devient :

$$[U_s] = [R_{ph}][I_s] + [L_{tête}] \frac{\partial}{\partial t} [I_s] + \left[ \frac{l}{S_c} \iint_{S_{cu_i}} \beta \frac{\partial A}{\partial t} dS \right]$$

#### IV. PROBLEME DU ROTOR

La cage d'écuriel de la machine étudiée, au même titre que les enroulements du stator comporte  $n_b$  barres peut se décomposer en  $(n_b + 1)$  circuits électriques rotoriques indépendantes. En effet, si nous considérons deux barres adjacentes ainsi que les segments d'anneaux de court-circuit les reliant, nous obtenons une boucle rotorique fermée qui peut être étudiée sous la forme du circuit électrique. Un des anneaux court-circuité crée, par conséquent, une boucle supplémentaire. Ce qui ramène le nombre de boucle totale à  $(n_b + 1)$  Fig. 2.

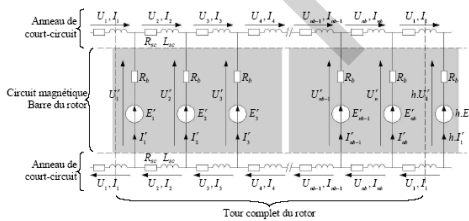


Fig. 2. Schéma électrique de la cage d'écuriel simple du rotor.

On peut, ainsi, calculer la tension aux bornes d'une barre  $k$  à partir du potentiel vecteur magnétique  $A$  par :

$$U_b = R_b I_b + \frac{l}{S_b} \iint_{S_{bk}} \frac{\partial A}{\partial t} dS \quad (5)$$

#### V. DISCRETISATION SPATIALE DES EQUATIONS

En adoptant la méthode des éléments finis comme méthode de résolution, après approximation du

potentiel vecteur magnétique  $A$  et application de la méthode de Galerkin, au stator l'équation (3) s'écrit :

$$E_s = [S] \frac{\partial}{\partial t} [A] \quad (6)$$

En substituant l'équation (6) dans l'équation (4) qui représente l'équation des circuits, on obtient :

$$[U_s] = [R_{ph}][I_s] + [L_{tête}] \frac{\partial}{\partial t} [I_s] + [S] \frac{\partial}{\partial t} [A] \quad (7)$$

L'application de méthode des éléments finis à l'équation de la distribution du champ dans le domaine statorique on obtient :

$$[K_s][A] - [B_s][I_s] = 0 \quad (8)$$

$$K_s (N_p \times N_p) = l \iint_{\Omega} \nabla N_i \nabla N_j d\Omega \quad (9)$$

$$B_s (N_p \times q) = \frac{1}{S_{cu}} \iint_{\Omega} N_i d\Omega \quad (10)$$

Notons que la matrice  $[S]$  est reliée à  $[B_s]$  par :

$$[S] = l [B_s]^T \quad (11)$$

Comme le stator, on peut, ainsi, calculer la tension aux bornes d'une barre  $k$  à partir du potentiel vecteur magnétique  $A$  par :

$$U_b = R_b I_b + \frac{l}{S_b} \iint_{S_{bk}} \frac{\partial A}{\partial t} dS \quad (12)$$

L'approximation de cette équation par la méthode des éléments finis nous donne :

$$U_{b_k} = R_b I_{b_k} + \frac{l}{S_b} \sum_{e=1}^{n_{ek}} \frac{S^e}{3} \sum_{p=1}^3 \frac{\partial A^e}{\partial t} \quad (13)$$

Où  $[1; n_{ek}]$  décrit l'ensemble des éléments du maillage appartenant à la barre  $k$ .

L'ensemble des équations de chacune des  $n_b$  barres est regroupé en un système matriciel qui s'écrit alors :

$$[U_b] = [R_b][I_b] + [Q] \frac{\partial}{\partial t} [A] \quad (14)$$

Comme au stator, le potentiel vecteur magnétique  $A$  est déterminé à partir de la solution des éléments finis du problème électromagnétique et des tensions aux bornes des barres de la cage par l'équation de champ rotorique, s'exprime sous forme matricielle par la méthode des éléments finis comme suit :

$$[K_r][A] + \frac{\partial}{\partial t} [M][A] - [B_r][U_b] = 0 \quad (15)$$

#### VI. DISCRETISATION DES EQUATIONS DANS LE TEMPS

Dans le cas des formulations magnétodynamiques en régime transitoire, en plus d'une discrétisation spatiale, une discrétisation temporelle doit être introduite. Elle peut être réalisée par un schéma de discrétisation temporelle.

On doit résoudre un problème d'évolution que l'on traite par une procédure pas à pas dans le temps. Pour obtenir l'évolution dans le temps des grandeurs électromagnétiques, représentées par le vecteur inconnu  $X$ , on doit résoudre un système dont la forme générale est donnée par l'équation

$$QX + T \frac{\partial}{\partial t} X = P \quad (17)$$

Le schéma implicite d'Euler est le plus simple à mettre en oeuvre. En effet, pour calculer  $X^{t+\Delta t}$ , ce schéma ne nécessite pas la connaissance de  $X^t$ , dans les parties conductrices. Ceci n'est pas le cas pour les autres schémas. Un second avantage de ce dernier schéma est qu'il est, inconditionnellement stable.

Nous appliquons, maintenant, ce schéma de discrétisation aux équations, relatives au champ magnétique et aux circuits électriques, nous mène un système d'équation qui décrit la totalité du comportement électromagnétique de la machine.

$$\begin{bmatrix} K & -B_s & -B_r \\ -B_s' & Z_s & 0 \\ -B_r' & 0 & Z_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ I_s \\ U_b \end{bmatrix}^{t+\Delta t} = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ -B_s & -\frac{l_s}{l} & 0 \\ -B_r & 0 & Z_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ I_s \\ I_b \end{bmatrix}^t - \frac{1}{l} \begin{bmatrix} U_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Cet état magnétique change d'un instant à l'autre du fait que les grandeurs électromagnétiques changent dans le temps. Sous forme compacte, le système d'équations (18) s'écrit comme suit :

$$QX^{t+\Delta t} = YX^t - P^{t+\Delta t} \quad (19)$$

où  $X$  &  $P$  représentent, respectivement, le vecteur des variables et le vecteur des sources d'excitation. La matrice  $Q$  est réelle, symétrique et creuse.

## VII. ETUDE DU REGIME TRANSITOIRE ELECTRIQUE DE LA MAS

Afin de voir le système global qui permet de coupler le problème magnétodynamique au circuit de la machine, nous avons effectué des simulations numériques pour une machine asynchrone à cage d'écurueil pour différentes modes de fonctionnement.

L'utilisation de la bande de roulements nous permet de prendre en compte la rotation du rotor par rapport au stator sans pour autant effectuer un nouveau maillage de la machine à chaque nouvelle position du rotor.

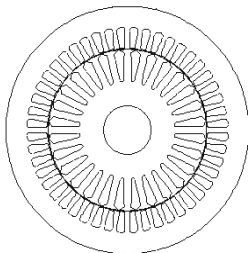


Fig. 3. Circuit magnétique de la MAS.

Cette machine possède deux paires de pôles. La répartition du bobinage se répète, donc, pour le deuxième pôle. La saturation du circuit magnétique est prise en considération. En effet, la perméabilité est à la fois une donnée et un résultat de calcul, ce qui implique des itérations à partir de valeurs initiales (la courbe de  $B(H)$ ).

Chaque itération comporte la résolution du système ainsi que les nouvelles perméabilités.

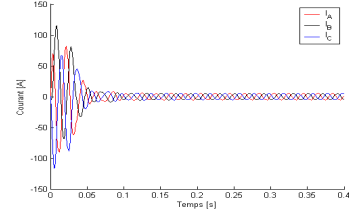


Fig. 4. Courants des 3 phases à vide.

## VIII. MODELE ELECTROMECHANIQUE DE LA MAS

Le couplage de l'équation mécanique au modèle électrodynamique considère que la partie tournante, est un solide indéformable. Mathématiquement, ce problème est représenté par le système d'équations (17) issu du problème magnétodynamique couplé aux circuits électriques. Les équations du mouvement mécanique et de la position du rotor sont données, respectivement, par les équations (20) - (21).

$$J_m \frac{\partial \Omega}{\partial t} + f \Omega + C_{ch} = C_{em} \quad (20)$$

$J_m$  représente le moment d'inertie de la machine,  $\Omega$  la vitesse angulaire de la machine,  $f$  le coefficient de frottement.  $C_{em}$  et  $C_{ch}$  sont, respectivement, le couple électromagnétique et le couple de charge.

On peut écrire la vitesse de rotation en fonction de la position du rotor comme suit :

$$\Omega = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (21)$$

L'application du schéma explicite d'Euler sur l'équation de la vitesse de rotation du rotor nous donne.

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = \frac{\Omega^{t+\Delta t} - \Omega^t}{\Delta t} \quad (22)$$

À l'instant  $t + \Delta t$  la vitesse de rotation du rotor est déterminée par l'intégration de l'équation mécanique de mouvement du rotor donnée par l'équation (20). Cette dernière peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = F(\Omega, t) \quad (23)$$

Avec :

$$F(\Omega, A, t) = C_{em} + C_{ch} + C_{fr} \quad (24)$$

Le couple électromagnétique développé par la machine est déterminé à l'aide du tenseur de Maxwell. En fonction du potentiel vecteur magnétique.

$$C_{em} = \frac{RL}{\mu_0} \int_c \frac{\partial A}{\partial r} \frac{\partial A}{\partial \theta} \partial \theta \quad (25)$$

où  $c$  est un contour situé dans l'interface de couplage des deux domaines statorique et rotorique.

L'équation qui met en évidence le couplage magnéto-mécanique dans la machine s'écrit sous la forme discrétisée dans le temps comme suit :

$$\Omega^{t+\Delta t} = \Omega^t + \Delta t F(\Omega, t) \quad (26)$$

Avec la vitesse déterminée, on estime la nouvelle position du rotor à partir de l'équation (27) :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\theta^{t+\Delta t} - \theta^t}{\Delta t} = \Omega^{t+\Delta t} \quad (27)$$

Ainsi, la position du rotor à l'instant  $t + \Delta t$  est déterminée par l'expression (28) :

$$\theta^{t+\Delta t} = \Omega^{t+\Delta t} \Delta t + \theta^t \quad (28)$$

Les courbes qui représentent les caractéristiques électromécaniques de la machine, provenant de la simulation par calcul des champs, démontrent que le comportement dynamique du système a été correctement modélisé. Gars des résultats obtenus par des autres références. Au décollage du moteur, c'est-à-dire au tout premier instant de son démarrage, la force contre-électromotrice qui s'oppose à la tension appliquée à la machine est nulle. Il apparaît, donc, un courant élevé. Dans notre cas (machine asynchrone), ce courant est de l'ordre de 5 à plus de 10 fois le courant nominal  $I_n$ . Ceci crée, à la fois, une contrainte pour le moteur lui-même et une gêne pour le réseau.

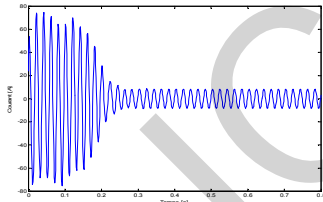


Fig. 5. Courant de phase absorbé par la machine à vide.

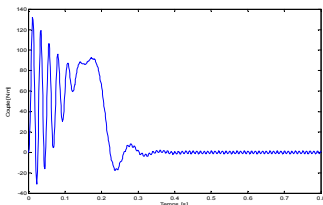


Fig. 6. Couple électromagnétique développé par la machine à vide.

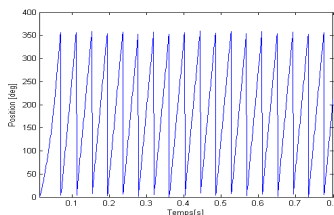


Fig. 7. Position du rotor par rapport au stator.

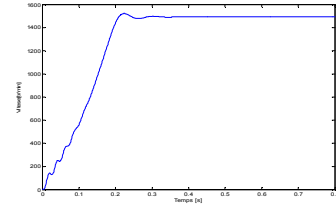


Fig. 8. Vitesse de rotation de la machine à vide.

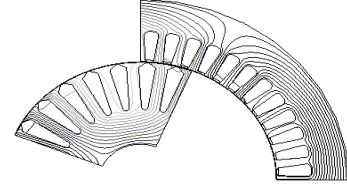


Fig. 9. Carte du champ en régime nominal.

## IX. Conclusion

Dans ce travail, nous avons présenté la modélisation de la machine asynchrone à cage d'écureuil par la méthode des éléments finis bidimensionnelle, basée sur la formulation du Potentiel vecteur magnétique  $A$  et du potentiel vecteur scalaire  $V$  pour la partie magnétique non-linéaire couplée à une représentation du circuit électrique complet de la machine. Dans une première étape, nous avons appliqué cette approche pour calculer le régime transitoire électrique des machines asynchrones. Dans une deuxième étape, nous avons étendu l'approche à la prise en compte de l'interaction du problème électromagnétique avec la mécanique de mouvement du rotor pour calculer le régime transitoire lors d'un démarrage direct sur le réseau.

## X. REFERENCES

- [1] D. Bispo, L. M. Neto, J. Tarcísio de Resende, and D. Alves de Andrade, "A New Strategy for Induction Machine Modeling Taking Into Account the Magnetic Saturation", *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol. 37, No. 6, Nov./Dec. 2001, pp.1710-1719.
- [2] A. Arkkiö, "Analysis of induction motors based on the numerical solution of the magnetic field and circuit equations", Thesis of Acta polytechnica Scandinavia, Electrical Engineering Series N°59, Helsinki, Finlande, 1987.
- [3] S. L. Ho, H. L. Li, W. N. Fu, H. C. Wong, "A novel approach to circuit-field-torque coupled time stepping finite element modeling of electric machines", *IEEE Transactions on magnetics*, Vo. 36, N° 4, July 2000.
- [4] E. Chauveau, "Contribution au calcul électromagnétique et thermique des machines électriques : Application à l'étude de l'influence des harmoniques sur l'échauffement des MAS", Thèse de Doctorat, Université de Nantes, France, 2001.
- [5] Z. Makni, "Contribution au développement d'un outil d'analyse multiphysique pour la conception et l'optimisation d'actionneurs électromagnétiques", Thèse de Doctorat, Université Paris-Sud XI, faculté des sciences d'Orsay, France, 2006.
- [6] G. dédier, "Modélisation et diagnostic de la MAS en présence de défaillances", Thèse de Doctorat, Henri Poincaré, Nancy-I, France, 2004.