

ONDES SOLITAIRES POUSSIÈREUSES DANS UN PLASMA FROID

Abdelatif TAHRAOUI¹, Soraya BELHEOUANE¹ et Rachid ANNOU²

¹Laboratoire d'Electronique Quantique, Faculté de Physique, USTHB

²Laboratoire de Physique Théorique, Faculté de Physique, USTHB

B.P. 32 El-Alia, Bab-Ezzouar, 16111 Alger, Algérie

E-mail: alatif_tahraoui@yahoo.fr

RESUME : Dans cette communication, nous avons étudié la génération des ondes solitaires poussiéreuses en délaissant les distributions boltzmanniennes des particules en faveur des distributions des particules plus réalistes qui tiennent compte de l'attachement de ces derniers par les impuretés (grains de poussières). Pour cela, nous avons établi un modèle théorique unidimensionnel, non magnétisé et stationnaire dans le repère lié à l'onde solitaire. Les électrons et les ions sont décrits par les équations fluides. Pour tenir compte de la perte de ces derniers par attachement sur les grains de poussière, nous avons ajouté un terme de perte du nombre de particules dans l'équation de continuité et un terme de perte d'impulsion dans l'équation de mouvement. Pour décrire le phénomène de charge, nous avons utilisé le modèle du mouvement orbital limité (OML).

Les résultats numériques montrent que l'utilisation de l'approximation de Boltzmann largement utilisée en littérature, induit des erreurs non tolérables sur les densités des particules dans certains cas. L'application de ces résultats à l'étude des ondes solitaires montre que leur domaine d'existence change considérablement. De plus, nous avons montré que l'existence de ces dernières dépend fortement du rayon des grains de poussière, du rapport des températures électronique et ionique, de la fraction des ions négatifs dans le plasma et du nombre de Mach (vitesse des ondes solitaires normalisée par la vitesse acoustique poussiéreuse).

MOTS-CLÉS : onde solitaire, plasma poussiéreux, potentiel de Sagdeev

1. Introduction

Les ondes solitaires ou les solitons sont parmi les phénomènes ondulatoires, de grande amplitude ou non linéaire, qui peuvent se propager dans une direction sur de longues distances sans s'étaler, et maintenir leur forme après collisions entre elles. Qualitativement, une onde solitaire existe du fait de la compensation de la dispersion linéaire qui tend à étaler l'énergie de l'onde par la nonlinéarité qui tend à la focaliser, c'est par exemple le cas d'une vague unique de grande hauteur se propageant à la surface de l'eau. Donc une onde solitaire peut se propager avec une vitesse et un profil quasiment constants, si en première approximation les phénomènes de friction sont négligés. Cette dernière a été découverte, de façon fortuite dans la nature, en 1834 par un ingénieur écossais: John Scott-Russell.

La présence des grains de poussière massifs et hautement chargés dans un plasma classique composé des électrons et des ions, induit de nouveaux modes associés à ces derniers [1]. En effet, Rao et *al.* [2] sont les premiers à avoir prouvé théoriquement l'existence des ondes acoustiques poussiéreuses en supposant que tous les espèces des particules sont modélisés par des distributions boltzmanniennes. Par la suite Barken et *al.* [3] ont prouvé l'existence de ce mode expérimentalement.

Pour des amplitudes faibles, l'existence des ondes solitaires est analysée par la méthode de la perturbation réductrice. Elle consiste à résoudre l'équation de Korteweg de Vries (KdV) [4]. Pour des amplitudes arbitraires, la méthode du pseudo-potentiel de Sagdeev est utilisée [5].

2. Modèle théorique

Pour décrire le phénomène d'attachement des ions positifs ($k=i$), des ions négatifs ($k=j$) et des électrons ($k=e$) par les grains de poussière et leurs effets sur les densités de ces derniers, nous avons établi un modèle théorique unidimensionnel et non magnétisé basé sur les équations fluides,

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} + \frac{\partial(n_k v_k)}{\partial x} = -a_k n_k n_d, \quad (1)$$

$$n_k m_k \left(\frac{\partial v_k}{\partial t} + v_k \frac{\partial v_k}{\partial x} \right) = -\frac{\partial}{\partial x} (n_k T_k) - n_k e \frac{\partial \phi}{\partial x} - m_k a_k n_k n_d (v_k - v_d), \quad (2)$$

où a_k est le taux d'attachement de l'espèce ''k'' par les grains de poussière. Dans le cas où la charge du grain de poussière q_d est négative, ces derniers sont donnés par :

$$a_i = \pi r_d^2 (8T_i / \pi m_i)^{0.5} (1 - eq_d / r_d T_i), \quad (3)$$

$$a_{j,e} = \pi r_d^2 (8T_{j,e} / \pi m_{j,e})^{0.5} \exp(eq_d / r_d T_{j,e}), \quad (4)$$

Les grains de poussière sont aussi décrits par les équations fluides,

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial(n_d v_d)}{\partial x} = 0, \quad (5)$$

$$n_d m_d \left(\frac{\partial v_d}{\partial t} + v_d \frac{\partial v_d}{\partial x} \right) = -n_d q_d \frac{\partial \phi}{\partial x}. \quad (6)$$

La charge acquise par les grains de poussière est principalement due au processus de collection des électrons et des ions. Ainsi, l'équation de charge des grains de poussière est donnée par :

$$\frac{dq_d}{dt} = I_e + I_i + I_j, \quad (7)$$

où $I_k = n_k q_k a_k$, est le courant de l'espèce ''k''.

Pour fermer le système d'équations de ce modèle, nous utilisons l'équation de Poisson,

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} = -\frac{n_i q_i + n_j q_j + n_e q_e + n_d q_d}{\epsilon_0}. \quad (8)$$

Pour des raisons pratiques, il est usuel dans l'étude des ondes solitaires d'utiliser la variable $\xi = (x - v_s t) / \lambda_D$ où v_s est la vitesse de l'onde solitaire et $\lambda_D = (\epsilon_0 T_e / n_i e^2)^{0.5}$, est la longueur de Debye.

En utilisant l'équilibre thermodynamique défini par la condition $\Phi(\xi \rightarrow \infty) \rightarrow 0$, nous avons calculé analytiquement la densité des grains de poussière à partir des équations (5) et (6),

$$n_d = n_{d_0} \left(1 + \frac{2}{M^2} \Psi(\Phi) \right)^{-1/2}, \quad (9)$$

où $\Phi = e\phi / T_e$, $Z_d = -q_d / e$, $M = v_s / C_d$ est le nombre de Mach, $C_d = (Z_{d_0} T_e / m_d)^{1/2}$ est la vitesse acoustique poussiéreuse, Z_{d_0} est le nombre de charge du grain de poussière à l'équilibre et $\Psi(\Phi) = \left(\int_0^\Phi Z_d d\Phi \right) / Z_{d_0}$ est l'énergie potentielle normalisée d'un grain de

poussière à charge variable.

Pour calculer la densité des particules de l'espèce ''k'', nous cherchons une solution de la forme

$$n_k(\Phi) = n_{k_0} N_k(\Phi) \exp(\theta_k \Phi) \quad (10)$$

où, $\theta_i = -\gamma_i$, $\theta_j = \gamma_j$, $\theta_e = 1$ et $\gamma_k = T_e / T_k$.

Il résulte le système d'équations différentielles suivant :

$$\frac{d^2 N_k}{d\Phi^2} + E_k(\Phi) \frac{dN_k}{d\Phi} + F_k(\Phi) N_k = 0, \quad (11)$$

$$\frac{d\Psi}{d\Phi} = \frac{Z_d}{Z_{d_0}}, \quad (12)$$

$$\frac{dZ_d}{d\Phi} = \frac{n_{0_i} \lambda_D}{v_s} \frac{n_d}{n_{d_0}} (\exp(-\gamma_i \Phi) a_i N_i - \alpha_j \exp(\gamma_j \Phi) a_j N_j - \alpha_e \exp(\Phi) a_e N_e) / \frac{d\Phi}{d\xi}, \quad (13)$$

où, $\alpha_k = n_{k_0} / n_{i_0}$, $v_{t_k} = (T_k / m_k)^{1/2}$,

$$E_k(\Phi) = \left[\frac{d^2 \Phi}{d\xi^2} + \left(\frac{\lambda_D n_{d_0} v_s a_k}{v_{t_k}^2} - \frac{da_k}{d\xi} \right) \frac{d\Phi}{d\xi} + \left(\frac{1}{M^2} \frac{Z_d}{Z_{d_0}} \frac{n_d^2}{n_{d_0}^2} + \theta_k \right) \left(\frac{d\Phi}{d\xi} \right)^2 \right] / \left(\frac{d\Phi}{d\xi} \right)^2,$$

$$F_i(\Phi) = \left[-\frac{\lambda_D^2 n_d^2 a_k^2}{v_{t_k}^2} + \frac{\lambda_D n_{d_0} v_s a_k}{v_{t_k}^2} \left(\frac{1}{M^2} \frac{Z_d}{Z_{d_0}} \frac{n_d^2}{n_{d_0}^2} + \theta_k \right) \frac{d\Phi}{d\xi} \right] / \left(\frac{d\Phi}{d\xi} \right)^2.$$

3. Résultats numériques et interprétations

Nous observons sur la figure (1) qu'en utilisant l'approximation de Boltzmann, la densité des grains de poussière devient complexe pour $\Phi \leq -0.02$. Par conséquent, au delà de cette limite, nous ne pouvons pas calculer le nombre de charge. Alors qu'avec le modèle présenté qui tient compte de l'attachement des particules par les grains de poussière, cette limite n'existe pas. De plus, nous observons que le nombre de charge est plus important en tenant compte du phénomène d'attachement.

Nous observons dans la figure (2) que pour $\Phi > -0.036$, où la charge du grain de poussière est négative, l'attachement des ions positifs est important. Au delà, de cette limite ($q_d > 0$), l'attachement de ces derniers devient négligeable, alors que l'attachement des électrons et des ions négatifs commence à être important. Nous observons que l'attachement des électrons, plus énergétiques ($T_e / T_i = 20$), est plus important que celui des ions négatifs. La correction par rapport à la distribution de Boltzmann est de 78% pour les ions positifs et de 20% pour les électrons et les ions négatifs.

Par la suite, nous avons utilisé ces résultats pour étudier l'existence des ondes solitaires en utilisant la méthode du pseudo-potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ définit par :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Phi}{d\xi} \right)^2 + V(\Phi) = E_T = 0, \quad (14)$$

Dans les figures (3) et (4), nous avons représenté le potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ en fonction du potentiel électrostatique normalisé Φ . Nous observons dans la figure (3) qu'en utilisant l'approximation de Boltzmann, c'est-à-dire des distributions des particules Boltzmanniennes, les critères d'existence d'une onde solitaire sont vérifiés. Par contre, en tenant compte du phénomène d'attachement, cette onde n'existe pas. Dans la figure (4), nous avons un autre exemple qui montre les défaillances de l'utilisation du modèle de Boltzmann. A travers le potentiel de Sagdeev, nous observons qu'en tenant compte du phénomène d'attachement, les critères d'existence de l'onde solitaire sont vérifiés. Par conséquent, cette dernière existe. Alors que l'approximation de Boltzmann donne des résultats erronés.

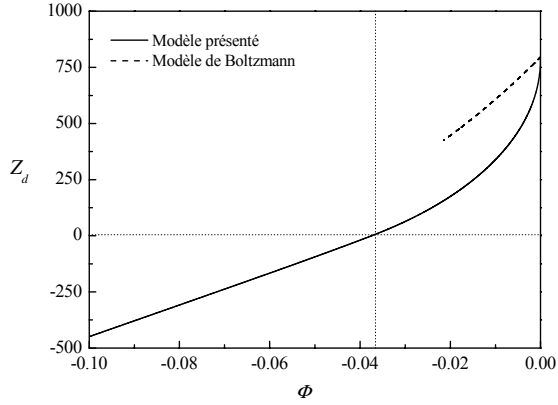


Figure (1) : Nombre de charges des grains de poussière Z_d en fonction du potentiel électrostatique normalisé Φ pour un plasma d'oxygène.

Les paramètres physiques utilisés sont :
 $r_d = 5 \mu m$, $T_e = 2 eV$, $T_i = T_j = 0.1 eV$,
 $\rho_d = 3 g / cm^3$, $n_{i_0} = 10^{12} cm^{-3}$, $\alpha_j = 0.2$,
 $\alpha_d = 10^{-3}$ et $M = 0.18$.

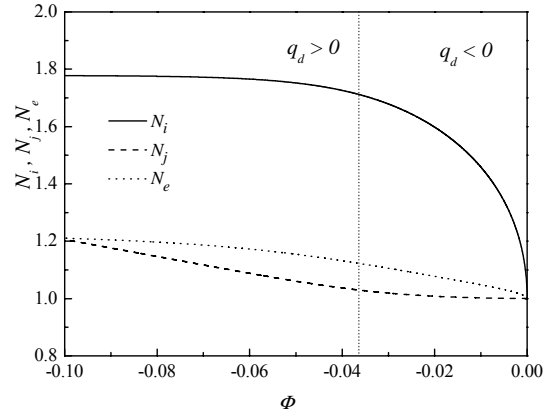


Figure (2) : Densités des ions positifs normalisée N_i (courbe en trait plein), des ions négatifs N_j (courbe en tiret) et des électrons N_e (courbe en pointillé) en fonction du potentiel électrostatique normalisé Φ pour un plasma d'oxygène.

Les paramètres physiques utilisés sont :
 $r_d = 5 \mu m$, $T_e = 2 eV$, $T_i = T_j = 0.1 eV$,
 $\rho_d = 3 g / cm^3$, $n_{i_0} = 10^{12} cm^{-3}$, $\alpha_j = 0.2$,
 $\alpha_d = 10^{-3}$ et $M = 0.18$.

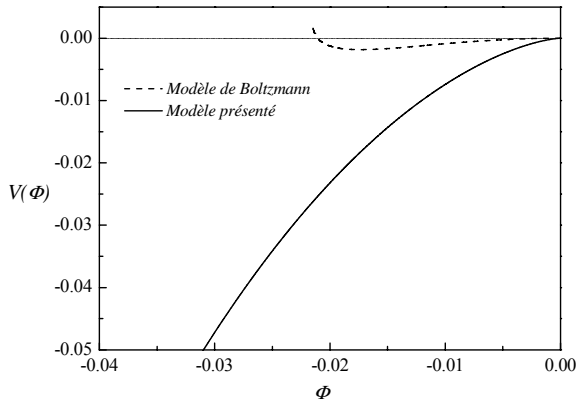


Figure (3) : Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ en fonction du potentiel électrostatique normalisé Φ pour un plasma d'oxygène.

Les paramètres physiques utilisés sont :
 $r_d = 5 \mu m$, $T_e = 2 eV$, $T_i = T_j = 0.1 eV$,
 $\rho_d = 3 g / cm^3$, $n_{i_0} = 10^{12} cm^{-3}$, $\alpha_j = 0.2$,
 $\alpha_d = 10^{-3}$ et $M = 0.18$.

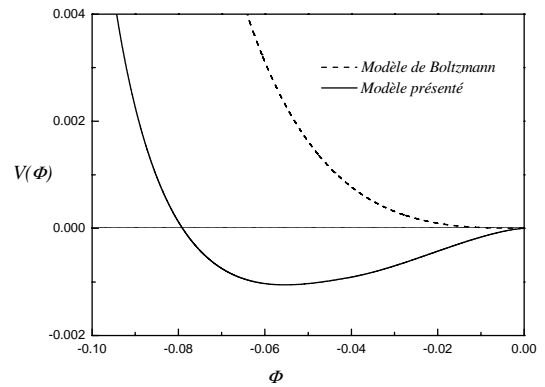


Figure (4) : Potentiel de Sagdeev $V(\Phi)$ en fonction du potentiel électrostatique normalisé Φ pour un plasma d'oxygène.

Les paramètres physiques utilisés sont :
 $r_d = 1 \mu m$, $T_e = 2 eV$, $T_i = T_j = 1 eV$,
 $\rho_d = 3 g / cm^3$, $n_{i_0} = 10^{12} cm^{-3}$, $\alpha_j = 0.2$,
 $\alpha_d = 10^{-3}$ et $M = 0.41$.

Références

- [1] R. Annou and V. K. Tripathi, Phys. Lett. A 234, 131 (1997).
- [2] N. N. Rao, P. K. Shukla, and M. Y. Yu, Planet Space Sci. 38, 543 (1990).
- [3] Barkan, A., Merlino, R.L. and D'Angelo, N., Phys. Plasmas. 2, 3563 (1995).
- [4] H. Washimi and T. Taniuti, Phys. Rev. Lett. 17, 966 (1966).
- [5] R. Z. Sagdeev, in Reviews of Plasma Physics, edited by M. A. Leontovich (Consultant Bureau, New York, 1966) Vol. 3, p. 23.