

## DISTRIBUTION DU MICROCHAMP ELECTRIQUE ELECTRONIQUE DANS UN PLASMA EN THEORIE DU CHAMP MOYEN

S. DOUIS et M.T. MEFTAH

*Laboratoires LENREZA et LRPPS et Département Sciences de la Matière, Faculté des Sciences et Technologies et des Sciences de la Matière, Université Kasdi-Merbah – Ouargla, 30000 Ouargla, Algérie*

E-mail: [fdouis@gmail.com](mailto:fdouis@gmail.com)

**RÉSUMÉ :** L'objectif visé dans ce travail est la résolution numérique directe de l'équation intégrale de l'énergie potentielle d'un gaz d'électrons contenant une impureté de charge électrique positive en utilisant l'approche du champ moyen. Cette énergie potentielle est utilisée ensuite pour calculer la distribution statique du microchamp électrique dû aux électrons. Les résultats trouvés sont comparables à ceux de la dynamique moléculaire.

**MOTS-CLÉS :** théorie du champ moyen, distribution du microchamp électrique, écrantage de Debye

### 1. INTRODUCTION:

Le comportement non linéaire des charges électriques autour d'une impureté chargée de signe opposé est un problème étudié de longue date par sa grande importance dans de nombreuses applications physiques et techniques.

L'énergie potentielle d'un gaz d'électrons dans la théorie du champ moyen, en présence d'une charge test positive, est gouvernée par une équation intégrale non linéaire. La non linéarité de cette équation restait un grand obstacle devant l'obtention d'une solution analytique valable pour toutes les régions, et pour toute la gamme de couplages soient-ils faibles ou forts. Le remplacement de l'interaction électron ion par un potentiel régularisé non divergent aux courtes distances [1], et la résolution numérique de cette équation intégrale peut servir pour déduire les propriétés statiques et dynamiques de ce gaz, notamment au couplage faible.

### 2. L'équation intégrale de l'énergie potentielle d'un électron dans un plasma contenant une charge test:

Soit un milieu électriquement chargé constitué par des électrons et un fond continu des charges positives neutralisantes. Si on place un ion positif (impureté)  $Z_e$  à l'origine de coordonnées, le système alors perturbée et au bout d'un certain temps, il va atteindre un nouvel état d'équilibre. Dans cet état l'énergie potentielle d'un électron situé à la position  $r$  de l'ion central  $Z_e$  situé à l'origine de l'espèce, est constituée de trois contributions :

$$\Phi(r) = \Phi_{ie}(r) + \Phi_{ee}(r) + \Phi_{ef}(r) \quad (1)$$

où :  $\Phi_{ie}(r)$  est l'énergie potentielle d'interaction ion électron,  $\Phi_{ee}(r)$  est l'énergie potentielle d'interaction électron-électron et  $\Phi_{ef}(r)$  est l'énergie potentielle d'interaction électron avec le fond continu d'ions.

L'interaction ion-électron est prise de telle manière de pouvoir tenir compte des effets quantiques à courtes distances : nous la représentons ici par le pseudo potentiel [1] régularisé suivant :

$$\Phi_{ie}(r) = -\frac{Ze^2}{r} \left(1 - e^{-\frac{r}{\lambda_T}}\right) e^{-\frac{r}{\lambda_D}} \quad (2)$$

Donc l'expression de l'énergie potentielle d'un électron situé à la position  $\mathbf{r}$  de l'origine est donnée par l'équation non linéaire suivante:

$$\Phi(r) = -\frac{Ze^2}{r} \left(1 - e^{-\frac{r}{\lambda_T}}\right) e^{-\frac{r}{\lambda_D}} + 4\pi n_e e^2 \int_0^\infty \frac{r'}{r} (r+r'-|r-r'|) (e^{-\beta\Phi(r')} - 1) dr' \quad (3)$$

où:  $\lambda_T = \left(\frac{2\pi\hbar}{m_e K_B T}\right)^{1/2}$  est la longueur thermique de Broglie,  $\lambda_D = \left(\frac{K_B T}{8\pi n_e e^2}\right)^{1/2}$  la longueur

d'écran de Debye,  $n_e$  est la densité des électrons,  $\beta = 1/K_B T$  et  $Ze$  la charge de l'ion.

Dans le système de coordonnées sans dimension résultant de substitution  $x \rightarrow r/a$  (où  $a$  est la distance moyenne inter-électronique), on obtient l'équation non linéaire donnant l'énergie potentielle d'équilibre :

$$Y(x) = \frac{1}{x} \left(1 - e^{-x/\eta}\right) e^{-x/\eta'} - \frac{3}{2Z} \int_0^\infty \frac{t}{x} (x+t-|x-t|) \left(e^{ZY(t)} - 1\right) dt \quad (4)$$

tel que :  $Y(x) = -\frac{a\Phi(r)}{Ze^2}$ ,  $a = \left(\frac{4\pi n_e}{3}\right)^{-1/3}$ ,  $x = \frac{r}{a}$ ,  $\eta = \frac{\lambda_T}{a}$  et  $\eta' = \frac{\lambda_D}{a}$

Cette équation générale gouvernant l'énergie potentielle d'un gaz d'électrons contenant une charge test à son origine, est une équation intégrale non linéaire.

### 3. Résolution numérique:

On écrit l'équation intégrale non linéaire (4) en  $n$  points différents  $x_i = i \times \Delta x$ , pour construire un système de  $n$  équations non linéaires, et nous le résolvons avec la méthode itérative  $Y = F(Y)$ , et on peut prendre le potentiel  $Y(x)_{ie} = \frac{1}{x} \left(1 - e^{-x/\eta}\right) e^{-x/\eta'}$  comme une itération initiale.

L'application de théorème de point fixe sur ce système d'équations dans l'intervalle  $[0, x_n]$  nécessite les conditions suivantes pour la convergence de la méthode :

$$\begin{cases} \left| \frac{3\Gamma}{2} x_n^2 e^{ZY(x_n)} \langle 1 \right. \\ \left. - 3\Gamma \int_0^{x_n} x e^{ZY(x)} \right| \langle 1 \end{cases} \quad (5)$$

### 4. Distribution du microchamp électrique:

La forme adimensionnée de la distribution du microchamp électrique est donnée par la formule de Mozer-Baranger [2]:

$$P(\varepsilon) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty (\lambda \varepsilon) \sin(\lambda \varepsilon) e^{G(\lambda)} d\lambda \quad (6)$$

et

$$G(\lambda) = 3 \int_0^\infty x^2 e^{ZY(x)} \left[ \frac{\sin(\lambda Y'_{ie}(x))}{\lambda Y'_{ie}(x)} - 1 \right] dx \quad (7)$$

où:  $Y'_{ie}(x) = \frac{\partial Y_{ie}(x)}{\partial x}$

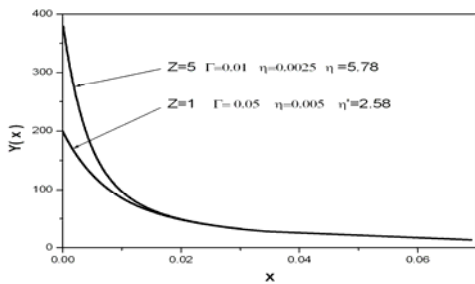
**5. RESULTATS ET DISCUSSION :**

Les résultats ci-dessous sont pour les cas résumés dans le tableau suivant :

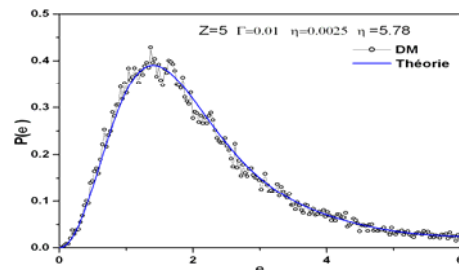
cas	T (K°)	ne (cm <sup>-3</sup> )	Γ	η	η'	Z
1	3150	1.6 × 10 <sup>12</sup>	0.01	0.0025	5.78	5
2	504	8.2 × 10 <sup>11</sup>	0.05	0.005	2.58	1
3	3150	1.6 × 10 <sup>15</sup>	0.10	0.025	1.83	1

Le graphe (1) montre l'énergie potentielle trouvée par la résolution numérique de l'équation intégrale (4) pour les cas 1 et 2, qui montre que la limite de l'énergie potentielle au voisinage de l'origine tend vers la grandeur 1/η et vers zéro aux distances lointaines.

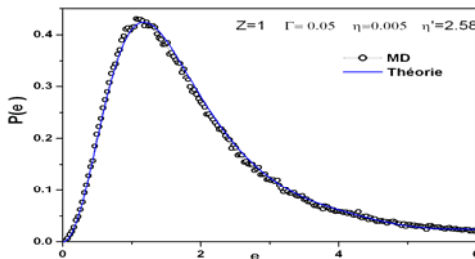
Les graphes (2), (3) et (4) montrent la comparaison de la distribution de microchamp électrique entre notre méthode et la dynamique moléculaire pour les cas 1, 2 et 3 successivement:



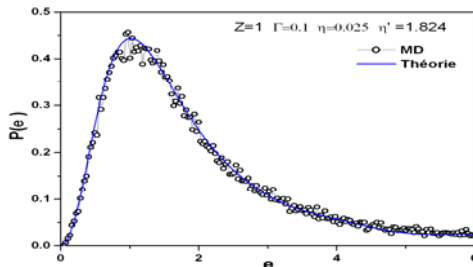
**Figure 1: L'énergie potentielle pour le cas 1 et 2**



**Figure 2: Distribution du microchamp électrique pour le cas 1**



**Figure 3: Distribution du microchamp électrique pour le cas 2**



**Figure 4: Distribution du microchamp électrique pour le cas 3**

**6. Conclusion:**

L'ensemble de cette étude permet de conclure que, pour une gamme de conditions de plasma notamment au couplage faible, l'utilisation de la théorie du champ moyen avec un potentiel régularisé et écranté peut expliquer le comportement non linéaire des électrons autour d'une impureté positive.

**Références:**

[1] G. Zwichnagel, C. Toepffer and P.G. Reihnard, *Phys.Rep.*, 309 (1999)  
 [2] C.F. Hooper, Jr, *Electric microfield distribution Function: past and present*