**pA2**

# EFFET DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION SUR L'EXPANSION D'UN PLASMA COMPLÈTEMENT IONISÉ DANS LE VIDE

Djemaï BARA [1], Djamila BENNACEUR-DOUMAZ [2] et Mourad DJEBLI [1]
[1]*Theoretical Physics Laboratory, Faculty of Physics, U.S.T.H.B., B.P. 32 Bab-Ezzouar, 16079 Alger, Algérie*
[2]*Centre de Développement des Technologies Avancées, Cité du 20 août 1956, B.P. 17, Baba-Hassen, Alger, Algérie*
E-mail: barajimy2009@yahoo.fr

**RÉSUMÉ :** Ce travail s'intéresse au problème d'expansion de plasma non-collisionnel d'électrons et d'ions créé par ablation laser dans le vide. L'expansion due à la pression électronique sert comme mécanisme de transfert d'énergie des électrons vers les ions. Ce processus est souvent décrit en supposant des électrons maxwelliens, ce qui n'est pas correct en l'absence des collisions. Le plasma considéré dans cette étude est constitué d'ions froids gouvernés par un modèle fluide et de deux populations d'électrons suivant une distribution non-maxwellienne de Gurevich. Ces populations décrivent des électrons qui sont soit libres avec une énergie totale positive, soit piégés dans le potentiel électrostatique du plasma, avec une énergie totale négative. En utilisant le formalisme self-similaire avec la condition de quasi neutralité de charge, les équations hydrodynamiques qui gouvernent l'expansion sont résolues numériquement avec des conditions initiales de potentiel électrostatique variables. Il a été montré que les profils de l'expansion, à savoir la densité et la vitesse du plasma sont fortement influencés par la déviation de la fonction de distribution des électrons de la maxwellienne et par le piégeage des électrons.

**MOTS-CLÉS :** fonction de distribution de Gurevich, expansion d'un plasma, électrons piégés, self-similar

## Introduction

Dans ce travail, nous allons étudier l'effet des électrons piégés sur les profiles de l'expansion d'un plasma d'électrons et d'ions induit par laser dans le vide lors des expériences d'ablation laser. Le comportement des électrons dans le plasma est fortement influencé par les potentiels non-linéaires qui prennent naissance dans le milieu [1]. D'habitude, les électrons sont supposés isothermes mais quelques électrons peuvent être piégés par le potentiel électrostatique et dans ce cas, les électrons dans le plasma peuvent être séparés en deux catégories : les électrons libres et les électrons piégés. Ce phénomène de piégeage électronique comme processus microscopique, a été considéré à l'origine par Gurevich [2] en 1967 où la solution de l'équation de Vlasov a été utilisée avec les équations de Maxwell.

## 1. Equations de base

Nous nous intéressons à l'expansion à une dimension dans le vide, d'un plasma créé par laser, constitué d'électrons et d'ions. En supposant la création d'un puits de potentiel positif $U(x) = -e\varphi(x)$ dans le plasma, la densité des électrons libres d'énergie positive $\varepsilon > 0$ et d'électrons piégés dans ce potentiel et d'énergie négative $\varepsilon < 0$ est [3] :

$$n_e = 2\int_{p_1}^{\infty} f(\varepsilon)\, dp_x + 2\int_0^{p_1} f(0)\, dp_x \quad \text{avec} \quad p_1 = \left(2m|e\varphi|\right)^{1/2} \tag{1}$$

Avec $\varepsilon = p_x^2 / 2m + U(x)$ et $f(\varepsilon) = \frac{n_0}{(2\pi m T_e)^{1/2}} exp(-\varepsilon / T_e)$ est la fonction de distribution électronique. $n_0$ est la densité électronique loin du potentiel, $T_e$ la température des électrons et *m* leur masse.

Le facteur 2 tient compte des particules avec $p_x > 0$ et $p_x < 0$.

$$n_e(t,x) = n_0 \left\{ exp(|e\varphi| / T_e) \left[ 1 - erf\left( \sqrt{|e\varphi| / T_e} \right) \right] + 2\sqrt{|e\varphi| / \pi T_e} \right\} \quad (2)$$

Où $erf(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} exp(-u^2) du$ est la fonction erreur.

La distribution des électrons piégés dans un puits peu profond (|eφ|/Te << 1) est donc

$$n_e = n_0 \left[ 1 + |e\varphi| / T_e - \frac{4}{3\sqrt{\pi}} (|e\varphi| / T_e)^{3/2} \right] \quad (3)$$

Pour un potentiel profond (|eφ|/Te >> 1),

$$n_e = 2n_0 (|e\varphi| / \pi T_e)^{1/2} \quad (4)$$

Les ions de densité $n_i$ et de vitesse $v_i$ sont décrits par les équations fluides suivantes :

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial (n_i v_i)}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} + \frac{1}{m_i n_i} \frac{\partial P_i}{\partial x} + \frac{e}{m_i} \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

En supposant que le plasma est un gaz parfait, la pression est donnée par $P_i = n_i T_i$, $T_i$ étant la température ionique.

La longueur caractéristique des variations de la densité du plasma est généralement grande comparée à la longueur de Debye, de telle manière que le plasma reste quasi-neutre pendant l'expansion, ce qui veut dire que

$$n_e = n_i \quad (7)$$

## 2. Formalisme self-similaire

En général, les équations hydrodynamiques (5,6) sont difficiles à résoudre, mais sous certaines conditions, ces équations différentielles partielles peuvent être réduites en équations différentielles ordinaires, ce qui simplifie beaucoup le problème. La transformation adéquate est basée sur la supposition que nous avons une solution self-similaire à ces équations, c'est-à-dire que chaque paramètre physique mis en jeu préserve sa forme durant l'expansion, loin des conditions initiales et des conditions aux limites et pas de longueur caractéristique n'apparaît que ce soit dans les équations ou dans les conditions initiales [4].

Sous ces conditions, les variables ne dépendent que de *x* et de *t*, par la combinaison $x / t$. Les équations différentielles peuvent être alors écrites en termes d'une seule variable de similarité $\xi = x / c_s t$.

Nous avons construit la solution self-similaire en utilisant les variables normalisées suivantes : $\tilde{n}_i = n_i / n_{i0}$, $\tilde{v}_i = v_i / c_s$ où $c_s$ est la vitesse du son ionique donnée par $c_s = T_e / m_i$ et $n_{i0}$ est la densité initiale du plasma.

Nous obtenons le système d'équations différentielles suivant pour les variables normalisées.

$$(\tilde{v}_i - \xi) \frac{d\tilde{n}_i}{d\xi} + \tilde{n}_i \frac{d\tilde{v}_i}{d\xi} = 0 \quad (8)$$

$$\left(\tilde{v}_i - \xi\right)\frac{d\tilde{v}_i}{d\xi} + \frac{\delta}{\tilde{n}_i}\frac{d\tilde{n}_i}{d\xi} + \frac{d\Phi}{d\xi} = 0 \tag{9}$$

Avec $\delta = T_i / T_e$ et $|\Phi| = |e\phi| / T_e$ potentiel électrostatique normalisé

En dérivant l'Eq. (2) et en utilisant la quasi-neutralité de charge (7), on obtient

$$\frac{d\tilde{n}_i}{d\xi} = F\left(\Phi\right)\frac{d|\Phi|}{d\xi} \tag{10}$$

Où

$$F\left(\Phi\right) = \begin{cases} 1 - \dfrac{2\sqrt{|\Phi|}}{\sqrt{\pi}} & \text{quand} |\Phi| << 1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{\pi|\Phi|}} & \text{quand} |\Phi| >> 1 \end{cases} \tag{11}$$

L'équation (9) devient :

$$\left(\frac{\delta}{\tilde{n}_i} + \frac{1}{F}\right)\frac{d\tilde{n}_i}{d\xi} + \left(\tilde{v}_i - \xi\right)\frac{d\tilde{v}_i}{d\xi} = 0 \tag{12}$$

Si on traite tous les termes dérivés comme des variables indépendantes et les équations qui en résultent comme des équations algébriques alors la solution non-triviale du système des Eqs. (8) et (12) requière que le déterminant de leurs coefficients s'annule [5], i.e.,

$$\tilde{v}_i - \xi = \pm\sqrt{\left(\delta + \frac{\tilde{n}_i}{F}\right)} \tag{13}$$

La racine positive a été choisie de telle manière à ce que l'expansion se fasse dans la direction $+x$ des $x$ positifs et que la vitesse croisse avec les $x$ croissants.
En dérivant (13) et en utilisant les Eqs. (8), on trouve le système d'équations à résoudre :

$$\frac{d\tilde{n}_i}{d\xi} = \frac{\tilde{n}_i\sqrt{\delta + \tilde{n}_i / F}}{\left(\delta + 1.5\tilde{n}_i / F - 0.5\tilde{n}_i^2 A / F^3\right)} \tag{14}$$

$$\frac{d\Phi}{d\xi} = \frac{F\sqrt{\delta + \tilde{n}_i / F}}{\left(\delta + 1.5\tilde{n}_i / F - 0.5\tilde{n}_i^2 A / F^3\right)} \tag{15}$$

Avec

$$A\left(\Phi\right) = \begin{cases} -\dfrac{1}{\sqrt{\pi|\Phi|}} & \text{quand} |\Phi| << 1 \\ -\dfrac{1}{2\sqrt{\pi}\,|\Phi|^{1.5}} & \text{quand} |\Phi| >> 1 \end{cases} \tag{16}$$

Le plasma est en expansion dans le vide à $t \geq 0$. Le temps initial $t = 0$ dans notre cas correspond à un plasma non perturbé avec les paramètres initiaux $\tilde{n}_{i0} = 1$ et $\tilde{v}_{i0} = 0$. Par conséquent, il existe un point $\xi_0$ à $t \leq 0$ pour lequel le plasma est non perturbé et au repos, tels que $\tilde{n}_i\left(\xi_0\right) = 1$ et $\tilde{v}_{i0}\left(\xi_0\right) = 0$ [6].

Le système (13-15) est résolu numériquement avec la méthode de Runge-Kutta. Les densités, vitesses et potentiels du plasma sont déduits en fonction de la variable $\xi$, et dépendent des conditions initiales de l'expansion du plasma.

## 3. Résultats et discussion

Pour étudier l'expansion self-similaire du plasma dans le vide, dans les Figs. (1-4), nous traçons les densités ioniques normalisées à leur valeur initiale et les vitesses ioniques normalisées à la vitesse sonique en fonction de la variable self-similaire $\xi$ pour différentes valeurs du potentiel électrostatique initial $\Phi_0$, le rapport des températures $\delta$ est pris égal à 0.01. Il est important de signaler que les courbes sont tracées en utilisant les conditions à $\xi_0$ au lieu $\xi = 0$ pour montrer que les conditions initiales des paramètres physiques tels que les températures et les potentiels électrostatiques.

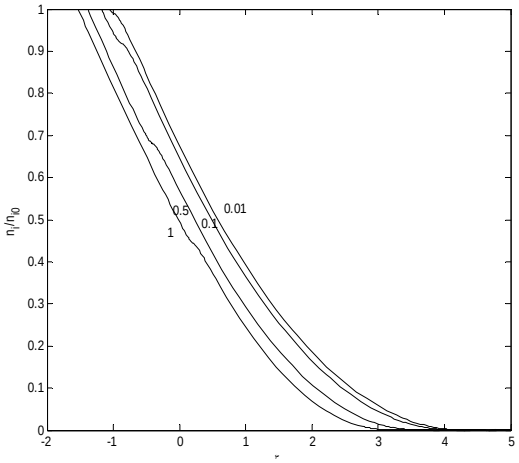


**Figure 1 : Densités normalisées à leur valeur initiale versus $\xi$ pour différentes valeurs de $\Phi_0$, cas de potentiel peu profond**

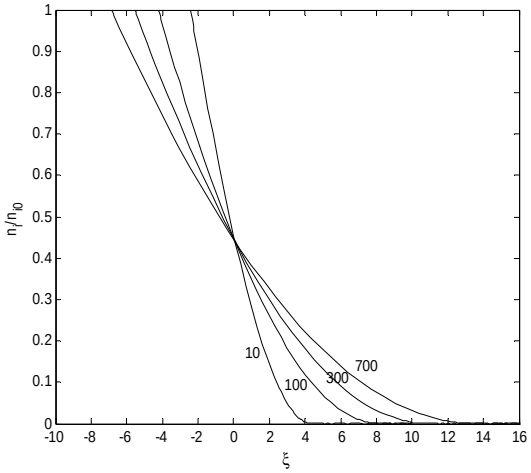


**Figure 2 : Même chose que la figure 1 mais pour des potentiels très profonds**

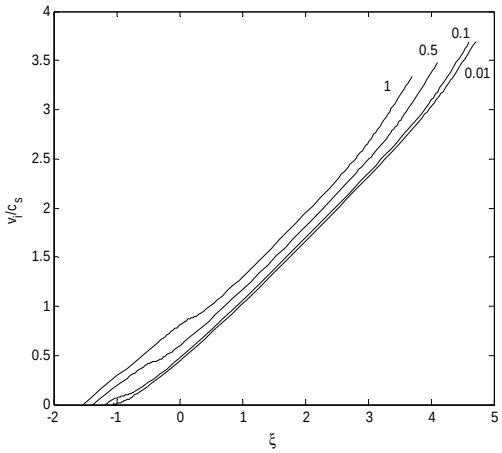


**Figure 3 : Vitesses normalisées versus $\xi$ pour différentes valeurs de $\Phi_0$, cas de potentiel peu profond**

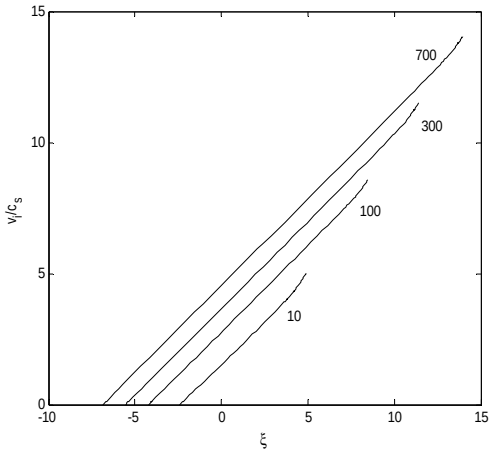


**Figure 4 : Même chose que la figure 3 mais pour des potentiels très profonds**

Figs. 1 et 2 montrent que la densité du plasma décroit d'une façon monotone durant l'expansion. Ce comportement est du à l'expansion adiabatique où l'énergie thermique est convertie en énergie cinétique directionnelle. On note aussi que la fin de l'expansion self-similaire correspond ici à des densités quasiment nulles.
Sur la figure 1, pour des potentiels électrostatiques très petits, on remarque que la décroissance de la densité ionique est plus prononcée au fur et à mesure que le potentiel augmente. Ce qui est normal, car quand le potentiel augmente, ce qui veut dire que le nombre des électrons piégés augmente mais d'une façon lente (voir Eq. (3)) et à cause de la neutralité de charge qui rappelle les ions, la densité ionique en expansion est plus faible.
Sur la figure 2, pour les potentiels très grands, deux comportements de la densité sont observés par rapport au point d'intersection $\xi = 0$. Près de la source, on remarque le même comportement que pour la figure 1, en effet la principale cause de l'expansion est due à la pression thermique qui pousse les ions à l'avant pour assurer la quasi-neutralité. Au delà de l'intersection, par contre, la principale cause de l'expansion loin de la source est attribuée au potentiel électrostatique. Celui-ci pousse les ions à l'avant tout en réduisant la déplétion ionique. L'expansion self-similaire est plus importante quand le potential augmente.
Sur les figures 3 et 4, les vitesses ioniques représentées sont approximativement linéaires, on note aussi que pour une valeur donnée de $\xi$, que les électrons sont plus accélérés quand le potentiel croit et que la limite de l'expansion self-similaire est plus importante en fonction de $\xi$ surtout pour les potentiels électrostatique très grands.

### 4.1. Influence de $\delta$

Nous avons aussi étudié l'effet de la température ionique sur les profils de l'expansion du plasma. Sur les figures 5 et 6, nous avons tracé les densités et vitesses normalisées en fonction de la variable de self-similarité pour différentes valeurs du paramètre $\delta$ pour un potentiel peu profond. On note pour les deux profils, que la limite de l'expansion est plus grande quand la température ionique croit.
Sur la figure 5, deux comportements de la densité sont observés par rapport au point d'intersection $\xi = 2$. Pour le début de l'expansion, plus la température ionique est importante, plus l'expansion est prononcée, ceci est du à l'énergie thermique des ions plus chauds qui s'ajoute à l'énergie cinétique initiale. A la fin de l'expansion, l'effet de la température est balancé par le potentiel électrostatique qui a un effet plus important. Sur la figure 6, les ions sont plus accélérés et la limite de l'expansion croit avec la température, ceci est du aussi à l'énergie thermique supplémentaire apportée par les électrons.
Nous n'avons pas représenté l'effet de la température ionique sur les densités et les vitesses pour des potentiels très grands car celui-ci est quasiment négligeable sur les profils.

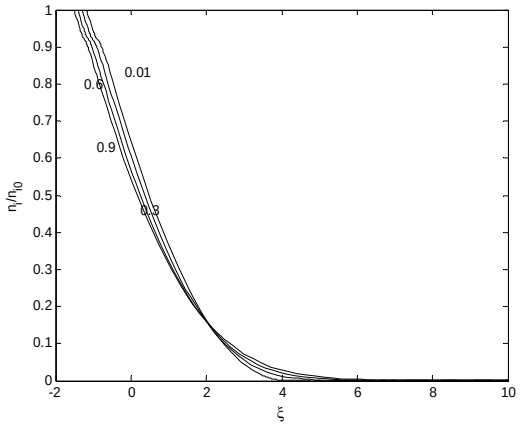


**Figure 5 : Densités normalisées à leur valeur initiale versus $\xi$ pour différentes valeurs de $\delta$, $\Phi_0 = 0.1$**

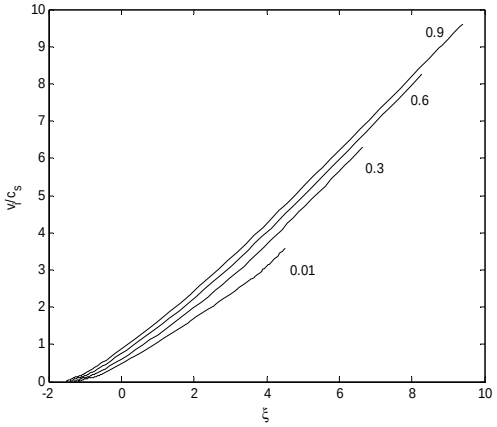


**Figure 6 : Vitesses normalisées à la vitesse sonique versus $\xi$ pour différentes valeurs de $\delta$, $\Phi_0 = 0.1$**

L'expansion d'un plasma créé par l'ablation laser est étudiée en présence d'électrons piégés par des potentiels peu profonds ou très profonds. La solution self-similaire obtenue montre que les profiles de densité et de vitesse dépendent fortement du puits de potentiel imposé initialement.

## Références

[1] Alinejad H, Sobhanian S et Mahmoodi J *Phys. Plasmas* **13,** 012304-012304-5 (2006)
[2] Gurevich A.V., *Sov. Phys. JETP* **53**, 953 (1967)
[3] Landau L. D. et Lifshitz E. M. ; *Physical Kinetics*; Pergamon, (1981)
[4] Sack Ch. et Schamel H., *Phys. Rep.* **156**, 311-395 (1987).
[5] Yu M. Y. et Luo H., *Phys. Plasmas* **2**, 591-593 (1995).
[6] Ivlev A. V. et Fortov V. E., *Phys. Plasmas* **6**, 1508-1514 (1999).