

جامعة قاصدي مرباح ورقلة

كلية الرياضيات وعلوم المادة

قسم الفيزياء



مذكرة تخرج لنيل شهادة ماستر أكاديمي

مجال : علوم المادة

تخصص : فيزياء نظرية

من إعداد الطالبتين : شاشه شيماء\_ ميده صبرينال

تحت عنوان

دراسة نظرية لتدفقات التراكم حول الثقب الأسود

في حالة التوازن الحراري

نوقشت بتاريخ : 26/06/2024

أمام لجنة المناقشة المتكونة من :

رئيسا	جامعة ورقلة	(أستاذ تعليم العالي)	لزهر بن مبروك
مناقشا	جامعة ورقلة	(أستاذ تعليم العالي)	خوجة لمين
مشرفا	جامعة ورقلة	(أستاذ محاضر (أ))	بالغيثارالحاج بشرير
مساعد مشرف	جامعة ورقلة	(أستاذ مساعد (ب))	زنخري جمال الدين

الموسم الجامعي : 2023/ 2024

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

# الإهداء

الحمد لله الذي بلغني هذا اليوم العظيم يوم التتويج والحصاد بعد رحلة

طويلة من الجد والإجتهاد وسهر الليالي وبعد خيبات ومحولات لا تنتهي اليوم حصدت

تعب سنين الخمس

ها أنا اليوم اهدي تخرجي إلى نبع الحنان والقلب الناصع بالبياض التي تستقبلني بابتسامة وتودعني بدعوة ...

أميالغالية والى سندي وضياء دربي من علمني الإصرار والمثابرة مصدر الأمل والطموح أبي الغالي كم يسعدني

رؤيتكم وانتم فخورين وسعداء بنجاحي

إلى إخوتي الأعزاء، شركاء الطفولة وداعمي النجاح، أهدي لكم فرحة تخرجي

إلى الأصدقاء الأوفياء، الذين ما انفكوا يوماً عن تقديم العون والمساعدة والدعم لي

وإلى من مدّت أياديهم في أوقات الضعف،

إلى رفيق الدرب، وصديق الأيام جميعاً بخلوها ومرّها خطيبي الغالي، أهديك هذا البحث

تعبيراً عن شكري لدعمك المستمر.

إلى زوجات إخوتي الطبيبات صاحبات القلب الطيب والروح

الحنونة يا شمعة بيتنا

شيماء

# الإهداء

الحمد لله على لذة الإنجاز و الحمد لله عند البدء و عند الختام

لم تكن الرحلة قصيرة ولا ينبغي لها أن تكون , لم يكن الحلم قريبا ولا الطريق

سهلا , لكن من قال أنا لها "نالهـا" وأنا فعلتها

الحمد لله حمدا كثيرا طيبا مباركا فيه , الذي بفضلـه ها أنا اليوم أقف أمام حلمي الذي

أصبحواقعا وقفة عز وافتخار .

إلى الحـضن الدافئ و روعي و حبيبتـي, التي كانت أما وأبا لي , و قوتي بعد الله ,داعمتي الأولوالأبدية

أمي "نوحه خديجة " أهديك

هدا الإنجاز الذي لولا تضحياتك و صبرك لما كان لهوجود, أنت أعلى هدية قدمها الله لي ياخير سند و عوض .

إلى الأموات ولكنهم أحياء في القلب , إلى ضلعي الذي سقط , الحبيب الذي لم اعرفه يوما

أبي "ميده حمده" رحمة الله عليه , لن يعوض

مكانه احد , له صورة في المجتمع جعلني اعتر وافتخر أنني ابنته ,احمد الله على أجمل كنز هداني إياه "ابابا حبيبي"

إلى من قيل فيهم:

(سنشد عضك بأخيك )

إلى من مدو يدهم دون كلل ولا ملل وقت ضعفي, و وقفوا معي دائما و ساندوني خلال مسيرتي

التعليمية و جعلوني ابنتهم قبل أن تكون لنا صلة قرابة "إخوتي و نساء إخوتي و أخواتي "

إلى من امنوا بقدراتي و يقفون خلفي كظلي وساهموا لابتسامتي خالي

" نوحه علي و زوجته " إلى الرفيقة و السند لامخالتي "نوحه ساسية" و أمي الثانية "نوحه أم الخير"

وشكرا للصديق "خ.م" الذي دعمني وشجعني في هدا المشوار

صبرينال

# شكر وتقدير

الحمد لله الذي بنعمته تتم الصالحات والصلاة والسلام على أشرف المرسلين سيدنا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين

في البداية نود أن نتوجه بجزيل الشكر إلى أستاذنا الفاضل الحاج بالشرابي بالغيثار على قبوله إشرافنا وعلى توجيهاته السديدة ونصائحه القيمة التي كانت لها بالغ لأثر في إتمام هذا البحث

كما نتقدم بأسمى عبارات التقدير والاحترام الأستاذ المساعد زخري جمال

كما أتوجه بالتحية احترام وتقدير إلى أعضاء لجنة المناقشة الكرام على وقتهم وجهدهم في قراءة هذا البحث وتقييم هذا العمل المتواضع

ولا يفوتونا أن

نشكر كل من ساءهم من قريب أو بعيد في مساعدتنا علنا نجازها تهام المذكرة من أساتذة وطلبة وولأصدقاء والزملاء

على مساعدتهم وتشجيعهم المستمر

وفي الختام أسأل الله العلي القدير أن يجعل هذا العمل خالصا لوجهه الكريم



الأفقرس

## الفهرس

1.....	مقدمة عامة :
2.....	الفصل الأول : الثقوب السوداء
2.....	تمهيد
3.....	2. I . الأدلة الرصدية للثقوب السوداء
4.....	3. I . مفهوم التراكم
4.....	4. I . التراكم كمصدر للطاقة
6.....	5. I . هندسة التراكم
7.....	6. I . أنواع التراكم
7.....	1.6. I . التراكم الكروي
8.....	1. 2.6. I . التراكم الكروي الساخن
8.....	2.2.6. I . التراكم الكروي البارد
9.....	7. I . أنواع أقراص التراكم
9.....	1.7. I . قرص رقيق
9.....	2.7. I . قرص سميك
9.....	3.7. I . القرص الرفيع
11.....	8. I . التدفق الخارجي
11.....	9. I . اللزوجة
11.....	10. I . العزم الزاوي
12.....	11. I . حد إيدنجتون
13.....	ملخص الفصل 1
15.....	الفصل الثاني الأنظمة الثنائية وتطور القرص التراكمي
15.....	1. II . تمهيد
17.....	2.3. II . الكتلة الذرية المتوسطة $\mu$ :
18.....	3. 3 . II . الضغط P ومعادلة الحالة
18.....	5. 3. II . سرعة الصوت s :
19.....	8. 3. II . اللزوجة $\nu$ :
19.....	9. 3. II . الكثافة السطحية $\Sigma$ :
19.....	10. 3. II . السرعة الموضعية للتراكم $v$ :
19.....	11. 3. II . معدل التراكم $\dot{M}$ :
20.....	12. 3. II . درجة الحرارة T :
22.....	2.4. II . الحفظ الشامل :
22.....	3.4. II . نقل الطاقة - تدرج درجة الحرارة :

23	4.4.II . حفظ الطاقة :
23	5.4.II . معادلات البنية الشاقولية يجب استكمالها بمعادلة الحالة (EOS):
24	1 . 5. II . معادلة الاستمرارية : (حفظ الكتلة) لها الشكل.
26	3. 5.II . حفظ الطاقة :
28	6.II . التوازنات الحرارية:
28	ملخص الفصل 2
25	1. III . تمهيد
25	2. III . المعادلات الأساسية:
54	خلاصة الفصل 3:
56	الخاتمة
57	الملخص
59	المراجع

مقدمة عامة

## مقدمة عامة :

الفلك هو العلم الذي يدرس الكون بما يحتويه من نجوم وكواكب ومجرات وظواهر كونية متعددة. من خلال تطور أدوات والأساليب العلمية، تمكن الإنسان من فهم العديد من أسرار الكون وتفصيله، مثل كيفية تشكل النجوم والمجرات وكيفية تفاعل المواد والطاقة في الفضاء.

من بين الظواهر الأكثر غموضاً وإثارة، الثقوب السوداء، التي تعد من الأجسام الأكثر غرابة وقوة في الكون. الثقوب السوداء هي مناطق في الفضاء تكون فيها الجاذبية قوية جداً لدرجة أنه لا يمكن لأي شيء، ولا حتى الضوء الهروب منه. تتشكل الثقوب عادة عندما تنهار النجوم الضخمة في نهاية دورة حياتها. هذه الظاهرة تؤدي إلى تكوين نقطة تسمى (التفرد)، حيث تتركز الكتلة في حيز صغير جداً محاطاً بمنطقة تعرف بأفق الحدث، وهي الحدود التي لا يمكن لأي شيء الهروب منها.

أحد المجالات البحثية الرئيسية حول الثقوب السوداء هو دراسة تدفقات التراكم حولها. تعرف تدفقات التراكم بأنها المواد التي تسقط نحو الثقب الأسود، وتسخن إلى درجات حرارة عالية بسبب الجاذبية الشديدة، مما يؤدي إلى إصدار كميات هائلة من الإشعاع. يمكن أن يتخذ تدفق التراكم أشكالاً متنوعة. يمكن أن يكون كروياً أو شبيهاً بالقرص، ساخناً أو بارداً، ذو سمك بصري سميك أو رقيق، ذو إشعاع شديد أو غير مشع، فعلاً أو غير فعال في إنتاج الطاقة، حتى في نفس الظروف الفيزيائية للغاز الذي يتم التراكم على الثقوب السوداء.

تعد نظرية التوازن الحراري لتدفقات التراكم من النظريات الهامة في فهم كيفية تجميع الثقوب السوداء للكتلة والطاقة من محيطها، وكيفية تأثير هذه العمليات على محيط الثقب الأسود. هذا مادفنا إلى طرح التساؤل التالي: كيف تؤثر التدفقات الخارجية على التوازن الحراري لتدفقات تراكم الثقب الأسود، خاصة في المناطق الداخلية والخارجية للنظام؟

يتألف هذا البحث من ثلاثة فصول رئيسية، في الفصل الأول، نتناول الأدلة الترصدية لثقوب السوداء، ومفهوم وأنواع وهندسة التراكم والتدفق الخارجي. في الفصل الثاني سنستعرض تطوير أقراص التراكم حول الثقوب السوداء في الأنظمة الثنائية، والمعادلات التي تحكم بنية القرص. أما في الفصل الثالث، فنناقش تأثير التدفقات الخارجية على التوازن الحراري للثقوب السوداء. [1]

# الفصل الأول التقريب السوءاء

الفصل الأول : الثقوب السوداء

تمهيد

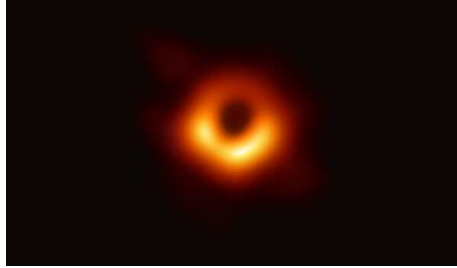
تعد الطبيعة ميدان تتجلى فيها قوى أساسية تشكل نسيج الكون ،من بينها (القوة القوية، القوة الضعيفة، القوة الكهرومغناطيسية والجاذبية) وموضوع دراستنا قوى الجاذبية في الكون . تظهر تأثيرات الجاذبية بشكل أوضح حول الأجسام المعروفة باسم الثقوب السوداء. في عام 1705 نُشر كتاب البصريات لإسحاق نيوتن حيث أشار إلى أن الضوء ذو طبيعة جسيمية ، إذا كان هذا هو الحال فيجب أن يتأثر الضوء بالجاذبية. هذا الفكرة خطرت لراصد النجوم الهاوي جون ميشيل [2] قام بحساب أنه إذا وجد نجم ذو نصف قطري عادل 500 الشمس وبنفس الكثافة المتوسطة فإن سرعة الإفلات ستكون مساوية لسرعة الضوء. ببساطة معادلة سرعة الإفلات لنجم تساوي سرعة تؤدي إلى تعبير عن نصف قطر النجم.

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R_*}} \Rightarrow R_* = \frac{2GM}{c^2} \quad (1 - I)$$

حيث  $c$  و  $v_{esc}$  و  $M$  و  $R_*$  يمثلون على التوالي سرعة الضوء في الفراغ، وسرعة الهروب ،والكتلة ،ونصف قطر النجم. تنتج المعادلة (1 - I). إجابات تبدو في ذلك الوقت غريبة بشكل لا يصدق وهذا لم يثير اهتماما كبيرا بين الجماعة العلمية. على سبيل المثال، كتلة الشمس ( $M_{\odot} \sim 2 \times 10^{33} \text{g}$ ) ينتج عنها  $R_* \sim 29$  كلم تتم إعادة النظر في فكرة ما أصبح يُعرف بالثقوب السوداء حتى حلول عام 1915، كان ألبرت أينشتاين قد طور نظريته في النسبية العامة (1915) [3] وجد أن الجاذبية تؤثر بالفعل على الضوء بسبب انحناء الزمكان. قام كارل شوارتزشيلد بحل معادلات أينشتاين للمجال لوصف مجال الجاذبية خارج كتلة كروية غير دوارة، وأظهر أن الثقب الأسود

كان من الناحية النظرية ممكنا. ومع ذلك، فإن العملية التي أدت إلى تشكيلها لا تزال لغزا في الثلاثينات من القرن العشرين، كان العديد من الفيزيائيين، مثل تشاندراسيکار وأوبنهايمر، يعملون على المصير النهائي للنجوم. وصف أوبنهايمر وسنايدر انهيار الجاذبية لنجم استنفد كل وقوده النووي [4]. وفي وقت لاحق، قام أوبنهايمر وفولكوف (1939) بتأليف نظرية مفادها أنه قد يكون هناك حد لكتلة نجم النيوتروني (أكثر الأجسام المعروفة كثافة في ذلك الوقت) ، وأن النجم الذي يتجاوز هذا الحد قد يشهد انهيارا نهائيا . يُعتقد أن الثقوب السوداء هي المرحلة النهائية من التطور في تطور النجوم الضخمة. فإن الفحص الشامل للثقوب السوداء يتخطى نطاق هذا العمل ،ومع ذلك، بعض الحقائق العامة ستكون مفيدة. يعرف نصف القطر الموصوف في معادلة (I - 1) كما هو معروف نصف قطر شوارتزشيلد  $R_{Schw}$ . ويمكن تفكير

في هذا كسطح للثقب الأسود، يسمى أفق الحدث . في أفق الحدث يتم توجيه الكتلة نحو نقطة واحدة وهي النقطة التفرد هذه هي نقطة الكثافة اللانهائية حيث ينحني الزمكان بشكل لا نهائي ،ولا يمكن لأي شيء الهروب منه بما في ذلك الضوء.



الشكل 1 [58] صورة ثقب أسود

## I . 2 . الأدلة الرصدية للثقوب السوداء

بحلول الأربعينيات من القرن الماضي، أصبحت النظرية وراء الثقوب السوداء مفهومة إلى حد كبير . ومع ذلك كانت هناك مشكلة واحدة، لم يكن هناك دليل على وجودها . وهذا أمر غير مفاجئ منذ ذلك الحين، من المستحيل ملاحظة الثقوب السوداء بشكل مباشر. لم يكن حتى في سبعينيات القرن العشرين، حيث بدأت الأدلة الرصدية غير المباشرة في الظهور ، تم اكتشاف أول ثقب أسود مرشح في نظام (Cyg X-1) Cygnus X-1. تم اكتشافه بواسطة الأشعة السينية عام 1964، يعد Cyg X-1 أحد أكثر مصادر الأشعة السينية سطوعًا والتي يمكن رؤيتها من الأرض مع لمعان أشعة السينية يصل إلى  $4.6 \times 10^{37} \text{ erg s}^{-1}$  في النطاق 0.7- 300 كيلو فولت [5]. تم اكتشاف النظير البصري لاحقًا كونه نجم عملاق أزرق متغير غير قادر على إنتاج تدفق كبير للأشعة السينية. إذا لم يتمكن العملاق الأزرق من الإنتاج والأشعة السينية المرصودة ، فلا بد أن يكون شيئًا آخر يفعل ذلك . جاءت الأدلة الأولى التي تشير إلى أن Cyg X-1 يحتوي على نوع من الأجرام المضغوطة من القمر الصناعي أوه ورو [6] الملاحظات الموسعة أظهرت أن مصدر الأشعة السينية كان يتغير بسرعة، وبالتالي اقترح أن يكون المصدر صغيرًا نظرًا لسرعة الضوء التي تحد من "الاتصال" بين مناطق مختلفة. أدى هذا إلى تكهنات بأن Cyg X-1 كان نظامًا ثنائيًا يتكون من نجم عملاق وجسم مضغوط [7]. [8] فترة مدارية مدتها 5.6 يومًا للعملاق ، وُجد أن كتلة الجسم المضغوط كبيرة جدًا بالنسبة لنجم نيوتروني. الأحدث تقدير لكتلة الجسم المضغوط هو  $7 M_{\odot}$  [9]. الطريقة الوحيدة لإنتاج الأشعة السينية هي عندما تسقط بعض المواد على ما يعتبر الآن على نطاق واسع كثقب أسود. تُعرف هذه العملية بالتراكم يبدو أن Cyg X-1 يتكون من ثقب أسود

يتراكم من نجم عملاق. ثانياً تم تحديد المرشح LMC X-3 للثقب الأسود [10]. و LMC X-3 هما مجرد مثالين لفئة من الكائنات تسمى ثنائيات الأشعة السينية، والتي كلها تتكون من جسم مضغوط (نجم نيوتروني أو ثقب أسود) يتراكم بطريقة ما من نجم ثانوي. ستم مناقشة الفئات الفرعية لثنائيات الأشعة السينية في الفقرة.

### 3. I. مفهوم التراكم

التراكم يعني آلية تراكم المادة للكتلة المركزية بسبب قوة جاذبيتها. خلال هذه العملية، يتم نقل العزم الزاوي من مادة الأجزاء الداخلية إلى مادة أخرى في القرص، مما يمكّن المادة من التحرك نحو الداخل والسقوط في النهاية على المركز. [11]. تنتشر أقراص التراكم على نطاق واسع في الأجسام الموجودة في الفضاء الخارجي، وتكون مسؤولة عن تفاعلها مع بيئتها وافتقارها إلى إمكانية الرصد المباشر.

### 4. I. التراكم كمصدر للطاقة

التراكم هو مصدر الأشعة السينية عالية الطاقة المنبعثة من المصدر Cyg X-1. ويعد فعالاً للطاقة والقوى المتعددة. يعتبر هذا المصدر من أعلى مصادر الطاقة في الكون. عند النظر في جسم كتلته  $M$  ونصف قطره  $R_*$ ، كتلة الجسم الساقط،  $\Delta E_{acc}$  طاقة الجاذبية الكامنة المستخرجة من سقوط الكتلة على سطحها يكون،

$$\Delta E_{acc} = \frac{GMm}{R_*} \quad (2 - I)$$

من المعادلة (2 - I) التي تعتمد عليها كفاءة عملية التراكم نسبة  $M/R_*$  تكون هذه النسبة أكبر عند التعامل مع الأجسام المدمجة مثل النجوم النيوترونية والثقوب السوداء. بافتراض كل الطاقة المنطلقة من المادة المتساقطة يتحول إلى إشعاع على سطح النجم وتتراكم المادة بمعدل  $\dot{M}$ ،  $L_{acc}$  تراكم اللعان المنتج هو:

$$L_{acc} = \frac{GM\dot{M}}{R_*} \quad (3 - I)$$

المعادلة (3 - I) صالحة فقط عندما يكون الجرم الملتهم ذو سطح صلب، مثل القمر الأبيض أو النجم النيوتروني. عندما يكون الجرم الملتهم ثقباً أسوداً، فإن معادلة (3) لا تكون صالحة بدقة، حيث يجب تطبيق بعض التعديلات على الحسابات. يمكن لبعض المواد ببساطة أن تسقط عبر أفق الحدث وتضاف إلى كتلة الثقب الأسود بدلاً من إنتاج إشعاع يمكن ملاحظته. يمكن تحديد هذه الشوك من خلال تضمين كمية بلا أبعاد تعرف بـ  $\eta$  كفاءة الالتحام.

$$L_{acc} = \frac{2\eta GM\dot{M}}{R_*} \quad (4 - I)$$

$$= \eta \dot{M} C^2$$

$\eta \dot{M} C^2 =$  حيث تم استبدال  $R_*$  بنصف قطر شوارزشيلد من معادلة (1 - I) و  $\eta$  لها قيمة نموذجية  $\sim 0.1$

[12] إن أبسط مشكلة للتراكم الفيزيائي الفلكي هي التراكم الثابت والتمائل كروياً على نجم الكتلة  $M$ . تم النظر في هذا الموقف من قبل [13]، [14]، [15] وهو تقريب معقول لنجم يتراكم من سحابة غازية أو من وسط بين النجوم ويوفر تقديراً علوياً مفيداً لمعدل تراكم على النجم. تبدأ الاستنتاجات بمعادلات الغاز الديناميكية، وتحديدًا معادلة الاستمرارية للتدفق الثابت.

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \rho v) = 0 \quad (5 - I)$$

حيث  $r$  و  $v$  و  $\rho$  هي موضع الغاز وسرعته وكثافته الغاز على التوالي. يتم تكامل هذه المعادلة إلى،

$$r^2 \rho v = C \quad (6 - I)$$

علماً أن معدل التراكم

$$4\pi r^2 \rho(-v) = \dot{M} \quad (7 - I)$$

بما أن  $\rho(-v)$  عبارة عن تدفق داخلي للمادة، يمكن ربط ثابت التكامل  $C$  إلى معدل التراكم  $\dot{M}$ . إذا كان من المفترض أن يتم التقاط كل الغاز الموجود ضمن مسافة  $r_{aac}$  يتم التقاطه واكتسابه من قبل النجم فإن:

$$\dot{M} = 4\pi r_{aac}^2 \rho(-v) \quad (8 - I)$$

توجد حالتان متطرفان يمكن أن تحدد  $r_{aac}$ : عندما تكون حركة النجم الموجود في الغاز أسرع من سرعة الصوت وعندما يكون النجم في حالة سكون بالنسبة للغاز. [13] النظام الأول ووجد  $r_{aac} \sim 2GM/v^2$ ، بينما [15] ووجد  $r_{aac} \sim 2GM/c_s^2$  وفي النظام الثاني، حيث  $c_s$  هي سرعة الصوت للغاز. يوجد الآن شكلان لمعدل التراكم الكتلي.

$$\dot{M} = 4\pi\rho \frac{(GM)^2}{v^3} \quad (9 - I)$$

$$\dot{M} = 4\pi\rho \frac{(GM)^2}{c_s^3} \quad (10 - I)$$

أخيراً، اقترح بوندي (1952) صيغة استيفاء لسد الفجوة بين اثنين من النقيضين.

$$\dot{M} = 4\pi\rho \frac{(GM)^2}{(\Delta v^2 + c_s^2)^{3/2}} \quad (11 - I)$$

حيث  $\Delta v^2$  هي السرعة النسبية بين النجم [12]. ما سبق يكون صالحاً فقط إذا لم يكن للغاز الساقط عزم زاوي فعلي. فبشكل عام، هذا ليس هو الحال، والعزم الزاوي المحدد يتسبب في دوران الغاز حول الثقب الجاذب سيؤدي ذلك إلى ظهور قرص تراكم. العزم الزاوي المحدد لجسم يدور في مدار نصف قطره  $R$  حول جسم مركزي كتلته  $M$ . حيث  $j$  العزم الزاوي المحدد

$$j = (GMR)^{1/2} \quad (12 - I)$$

كلما اقترب الجسم من الكتلة المركزية، يقل العزم الزاوي، والعكس صحيح إذا زاد  $R$  فإن يزيداد أيضاً. نظراً لان العزم الزاوي في القرص يجب أن يكون محافظاً على الدوام ، فإن فقدان العزم الزاوي للكتلة الساقطة على الجاذب يرافقه اكتساب العزم الزاوي للكتلة في القرص الخارجي، أي أن العزم الزاوي يحتاج إلى نقل للخارج من أجل السماح للمادة أن تتراكم. تحدث الأقراص التراكمية في مجموعة واسعة من الظواهر وعلى مقاييس مختلفة الحجم، بدءاً من النوى الفعالة للمجرات (AGN) إلى انفجار أشعة جاما والأنظمة الثنائية كما يُعتقد أيضاً أن الأقراص ضرورية لتكوين النجوم والكواكب. في هذه الأطروحة نهتم بشكل أساسي بالأقراص الموجودة حول الثقوب السوداء ذات الكتلة النجمية المحتواة في الأنظمة الثنائية.

## I. 5. هندسة التراكم

التدفق التراكمي يصبح كروياً عندما لا يكون للمادة المتراكمة عزم زاوي. الهندسة الكروية تعني بالضرورة أن أي إشعاع يتم إنتاجه في الأقطار الداخلية يجب أن يمر من خلال تدفق التراكم في الأقطار الخارجية. قد يكون التفاعل بين الإشعاع والمادة مهماً أو قد لا يكون مهماً اعتماداً على العمق البصري للتدفق. التدفق يكون في الغالب هبوطاً حراً، وكفاءة

الإشعاع ضئيلة، فالمادة لا تمتلك الوقت الكافي للإشعاع. التدفق نفسه مع ذلك، يمكن أن يكون ساخنًا أو باردًا. توجد هناك لزوجة معتبرة، ولكن بشكل عام لا تؤثر. عندما يكون للمادة المتراكمة عزم زاوي أكبر بكثير من  $r_{sch}$ ، حيث

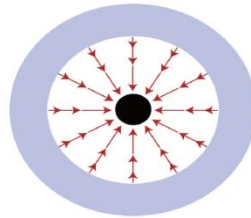
$r_{sch} \equiv 2GM/c^2$  هو نصف قطر شوارتزشيلد، يجب على المادة الساقطة أن تبطئ من حيث الحركة الشعاعية بشكل جيد بعيدا عن الأفق. إذا لم يكن للمادة المتراكمة أي لزوجة على الإطلاق، فإن التراكم يتوقف عند شعاع الطرد حيث يصبح العزم الزاوي مساويًا للعزم الزاوي الكبليرية. إذا كان للمادة المتراكمة لزوجة، فإن العزم الزاوي ينتقل إلى الخارج من خلال الانزلاق الحركة الدورانية وينتشر تدفق التراكم في نصف قطر ويصبح شبه قرصي. نظرًا لأن سرعة الدوران

لهذا القرص التراكمي تقترب من سرعة الدوران كبليرية، تصبح الحركة الشعاعية أصغر بكثير من سرعة السقوط الحر مما يوفر ما يكفي من الوقت للإشعاع. يكون القرص باردًا وارتفاع القرص أصغر بكثير من الشعاع. يمكن أن تكون كفاءة الإشعاع لهذه الأقراص التراكمية "الرقيقة" مرتفعة بشكل كبير، تصل إلى 0.1. بالتأكيد هناك حالات وسطى حيث لا تكون سرعة الدوران لتدفق التراكم عالية مثل سرعة الدوران كبلر ولكنها كافية بشكل كبير لتؤثر على الحركة الشعاعية. هذا نوع من تدفق التراكم يفترض تقريبًا شكل كروي أو حلقي، ولكن غالبًا ما يُسمى بالقرص [16].

## 6.1. أنواع التراكم

### 1.6. I. التراكم الكروي

تدفق التراكم الكروي [14] بلا عزم زاوي وضح الخصائص الهامة للتراكم الكروي تم دراسة النسخة النسبية للتراكم الكروي على سبيل المثال من قبل [16، 17، 18، 19، 20، 21]. يمكن أن يكون التراكم الكروي ساخنًا أو باردًا أو دافئًا. الشكل التالي يوضح ذلك.



الشكل 2 التراكم الكروي على ثقب أسود محاط بغاز موحد

I 2.6.1. التراكم الكروي الساخن

يظل التراكم الكروي ساخنًا عندما يكون معدل تراكم الكتلي البعدي صغيرًا بحيث  $1 \ll \dot{m}$ ، يكون التراكم قريبًا من السقوط الحر ومضغوطًا بشكل أديا باتيكي (انظر الشكل 2). قد يحدث تبريد بواسطة انبعاث أشعة، ولكن التراكم لا يمتلك الوقت الكافي للتبريد. وبسبب انخفاض الكثافة تكون كفاءة الإشعاع منخفضة .

I 2.2.6. التراكم الكروي البارد

عندما يكون معدل تراكم الكتلة في التراكم الكروي أكبر بكثير من معدل تراكم إيدينجتون

( $1 \gg \dot{m}$ )، يجعل كثافة العالية للغاز التبريد الإشعاعي فعالًا، وتكون درجة الحرارة أقل بكثير من درجة حرارة الجذب، .  
 $T_p = T_e \sim 10^4 k$  أو  $10^6$  أو يصبح التدفق سمياً بصفة بصرية للانعكاس الإلكتروني وامتصاص الحر يُطلق عندها الاندماج السميك بالضوء تسميات مثل فوق الحد أو فوق الحد الحرج. يكون الإشعاع في التوازن الديناميكي المحلي مع المادة ويجب أن ينتشر خارجًا كما في داخل النجوم [22، 23، 24، 25، 19، 20، 21]. تظل كفاءة الإشعاع لا تزال منخفضة  $\sim 10^{-6} \epsilon$ ، بسبب العمق البصري العالي. سرعة انتشار الفوتون تقريبًا تكون  $C/T$  حيث  $T$  هو العمق البصري.

عندما يصبح  $T$  كبيرًا جدًا، تصبح سرعة انتشار الفوتون أصغر من سرعة السقوط الشعاعي، ويحدث احتجاز الفوتونات [26، 27]. يتطلب هذا النظام معالجة نقل الإشعاعي بالكامل بشكل نسبي حتى ولو كانت السرعة المعنية أقل بكثير من سرعة الضوء [28، 23، 24، 21، 29، 30].

إذا أصبح معدل تراكم الكتلة مرتفعًا للغاية، يمكن أن يصبح التبريد بواسطة النيوتريو مهمًا، مما قد يكون ذا صلة بانهييار النجم الفائت للداخل أو جسم ثورن-زيتكوف [31، 32، 33، 34].

يصل التبريد بخطوط الدورات إلى ذروته بالقرب من درجة حرارة  $10^4$  كلفن، و الغاز المتراكم الذي يتم تسخينه مسبقًا عن طريق الانضغاط يتم تبريده إلى ما يقرب من  $10^4$  كلفن للتراكم الكروي البارد، أو تسخينه إلى درجة حرارة الجاذبية تقريبًا في حالة التراكم الكروي الساخن. ومع ذلك، توجد حالة وسطى حيث يتم تسخين التدفق المتراكم ، على سبيل المثال من خلال تشتت كومبتون، بواسطة الإشعاع الساخن الناتج في المنطقة الداخلية. تم اقتراح التدفق التراكم الدافئ المُسخن لأول مرة من قبل [35] وتمت دراسته بالتفصيل بواسطة [19، 20، 21]. كفاءة الإشعاع في هذه الحالة هي  $\sim 10^{-4} \epsilon$ ، وهي أعلى بكثير من كفاءة التراكم الساخن الأديباتي أو تدفق التراكم البارد. هذا النوع من التسخين المسبق مهم جدًا في فهم ردود فعل الثقوب السوداء على مجرته [36].

I 7. أنواع أقراص التراكم

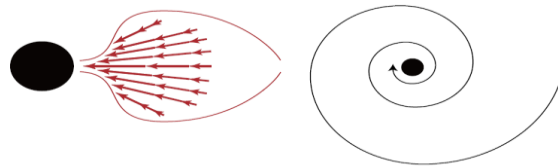
I 1.7.1. قرص رقيق

عندما يحافظ الغاز المتراكم على دوران كبلر ، تكون الحركة الشعاعية ضئيلة و عادة ماتهمل. يمكن تجاهل الحمل الشعاعي لإنثروبيا الغاز. يكون للغاز كثافة كافية ووقت كاف للتبريد و درجة حرارة الغاز منخفضة. وبما أن البنية الشاقولية للقرص في حالة توازن هيدروستاتيكي، فدرجة الحرارة المنخفضة تعني انخفاض شاقولي للقرص العمودي ويكون القرص رقيقاً من الناحية الهندسية (الشكل3).يقوم الإجهاد اللزج بنقل العزم الزاوي إلى الخارج، مما يمكّن الغاز من التحرك نحو الداخل[37]. تحدد كفاءة الإشعاع للقرص من خلال موقع الحافة الداخلية للقرص. الشكل التالي يوضح ذلك.



I 2.7.1. قرص سميك

عند زيادة معدل الانتقال الكتلي فوق  $\dot{m} = \epsilon^{-1}$  تزداد درجة الحرارة في الوسط العمودي للقرص ويصبح الضغط الإشعاعي مهماً كما في النجوم الضخمة و يزداد ارتفاع القرص العمودي ثم يصبح القرص سميكاً و ثلاثي الأبعاد (انظر الشكل 4). تصبح سرعة الانتقال الإشعاعي مهمة، بينما تكون سرعة الدوران أقل من القيمة الكبلرية [38،39،40]. الشكل التالي يوضح ذلك.

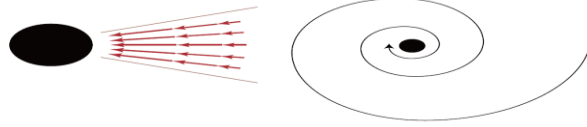


الشكل 4 القرص السميك المشاهد من الجانب (اليسار) ومن الأعلى (اليمين)

I 3.7.1. القرص الرفيع

تم الحصول على حلول مستقرة لأقراص تراكمية مع حركة شعاعية كبيرة، وهي الحالات التي يُعرف فيها أن الأقراص الرفيعة تصبح غير مستقرة. تُسمى هذه الفئة من الحلول "الأقراص الرفيعة" لأنها على الرغم من سمكها، تظل رفيعة بما

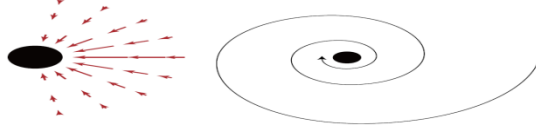
يكفي لتبسيط التكامل العمودي. في هذه الحلول، يتم احتجاز التدفق ذو الكثافة الضوئية داخل القرص، مما يؤدي إلى نقل الإشعاع وانتروبيا الغاز داخل الفجوة، في حين ينسرب جزء من الإشعاع عبر سطح القرص. عندما يزداد معدل اندماج الكتلة ( $\dot{m}$ )، يتوقف زيادة اللمعان قليلاً فوق لمعان إيدينجتون، مما يؤدي إلى انخفاض كفاءة الإشعاع ( $\epsilon$ ) مع زيادة معدل الاندماج. إحدى النقاط البارزة في دراسة الأقراص الرفيعة هي الطبيعة الحرجة لتدفق الاندماج مع الحركة الشعاعية. يجب أن يمر التدفق عبر نقطة حرجة، عادة عند أو بالقرب من نصف القطر حيث تصبح سرعة التدفق الشعاعي مساوية لسرعة الصوت [41]. الشكل التالي يوضح ذلك.



الشكل 5 القرص الرفيع المشاهد من الجانب (اليسار) ومن الأعلى (اليمن)

#### 4.7.1. التدفق التراكمي إشعاعياً غير فعال

استغرق الأمر بضع سنوات قبل أن يدرك العلماء أن تدفق تكوين القرص يمكن أن يكون مشابهاً لتدفق التراكم الكروي في كونه ذو كثافة منخفضة ولا يمكن أن يبرد بكفاءة، مما يؤدي إلى احتفاظه بالطاقة الجاذبية في شكل طاقة حرارية للغاز تنتقل إلى الداخل مع التدفق . [42، 43، 44] في تدفق التراكم الكروي، تنتقل معظم طاقة الجاذبية بشكل طردي مع التدفق كطاقة حركية أو حرارية. في تدفق التراكم القرصي، خاصة في الأقراص الرفيعة، يتم توازن التسخين اللزج (المشتق من طاقة الجاذبية) محلياً بواسطة التبريد الإشعاعي. لكن في حالة الحركة الشعاعية الكبيرة، يصبح كل من الحمل الحراري والتبريد الإشعاعي ذو صلة. في أقراص التراكم، عند نصف قطر معين، يتم توازن التسخين اللزج بواسطة التبريد الإشعاعي وتبريد الحمل. عندما يكون تبريد الحمل هو السائد، يصبح القرص ساخناً كما في تدفق التراكم الكروي ذو الكتلة المنخفضة، ويُطلق عليه اسم القرص التراكمي الذي يتسم بالحمل (ADAF) [45]. كل التدفقات تعتبر تراكمات منخفضة الكتلة مع درجة حرارة أيونية عالية جداً، لكن التبريد الإشعاعي فيها غير فعال وكفاءة الإشعاع منخفضة، لذا يُطلق عليها جماعياً اسم التدفق التراكمي إشعاعياً غير فعال (RIAF). يمكن أن تكون هذه التدفقات شبه كروية أو تشبه حلقات [43]. الشكل (6) يوضح ذلك.



الشكل 6: AD AF (المشاهد من الجانب اليسار) ومن الأعلى (اليمين).

### I. 8. التدفق الخارجي

هو عملية يتم فيها طرد الغاز من نظام التراكم أنجمي، مما يؤثر على بنية وكثافة التدفق التراكمي. في التدفقات التراكمية الضعيفة الدورانية الساخنة (RIAF)، يتم نقل طاقة الربط من الجزء الداخلي إلى الأجزاء الخارجية عبر عزم الدوران اللزج، مما يجعل الغاز غير مرتبط [49، 50]. تظهر الدراسات وجود تدفقات داخلية وخارجية مهيمنة (ADIOS) تساهم في دعم التراكم الداخلي [51].

### I. 9. اللزوجة

تعني القدرة على نقل العزم الزاوي عبر الحركات الداخلية للغازات داخل القرص. تأتي هذه القوى اللزجة من الاصطدامات الجزيئية والتداخلات الحرارية داخل القرص، مما يؤدي إلى تحريك المادة الداخلة في مسارات دائرية بسرعات زاوية مختلفة. يمكن تعريف اللزوجة القرصية ببساطة على أنها القدرة على نقل العزم الزاوي، [12] و [47]. وتتمثل بالمعادلة:

$$v = \lambda \tilde{\omega} \quad (13 - I)$$

حيث:  $v$  هي اللزوجة القرصية،  $\lambda$  هو مقياس طول نموذجي بين العناصر التفاعلية داخل القرص،  $\tilde{\omega}$  هي سرعة الحركات العشوائية داخل القرص.

### I. 10. العزم الزاوي

هو مقدار الحركة الزاوية التي يمتلكها جسم دوار، ويجب نقله للسماح للغاز بالتحرك نحو نجم مركزي أثناء عملية التراكم. تتم عملية التراكم في النجوم الثنائية والمنفردة من خلال اكتساب المادة الغنية بالحركة الزاوية، والتي يجب التخلص منها لتمكين الغاز من التحرك نحو الداخل. يبرد الغاز المتراكم بسرعة مكونًا قرصًا متمائل المحور يدور حول النجم، حيث يدور الغاز في مدارات كبليرية ويتراكم ببطء نحو الداخل. يتم نقل الزخم الزاوي من الأجزاء الداخلية للقرص إلى الأجزاء الخارجية عبر التفاعل اللزج بين الغازات، مما يسمح للغاز بالاندماج في النجم. تلعب اللزوجة دورًا حيويًا في هذه العملية [55].

11.I. حد إدينجتون

حد إدينجتون هو الحد الأقصى للمعان الذي يمكن أن يصدره جسم فلكي بحيث تتوازن فيه القوة الجاذبة مع القوة الإشعاعية، مما يحد من معدل التراكم الكتلي.

القوة الجاذبية المؤثرة على زوج بروتون-إلكترون هي:

$$F = \frac{GM(m_p + m_e)}{r^2} \sim \frac{GMm_p}{r^2} \quad (14 - I)$$

حيث  $m_p$  و  $m_e$  هما كتلة البروتون والإلكترون على التوالي ( $m_p \gg m_e$ )

القوة الخارجية للضغط الإشعاعي على الإلكترونات، الناتجة عن تشتت طومسون، هي:

$$F = \frac{L\sigma_T}{4\pi cr^2} \quad (15 - I)$$

حيث  $\sigma_T$  هو المقطع العرضي لتشتت طومسون للإلكترونات و  $L$  هو المعان، و  $r$  المسافة بين مصدر الإشعاع والإلكترون.

لمعان إدينجتون  $L_{Edd}$  هو للمعان الذي عنده تكون القوة الجاذبة والقوة الإشعاعية متساويتين، ويعطى بالعلاقة:

$$L_{Edd} = \frac{4\pi GMm_p c}{\sigma_T} \sim 1.3 \times 10^{38} (M/M_\odot) \text{erg s}^{-1} \quad (16 - I)$$

معدل التراكم الكتلي عند حد إدينجتون للثقوب السوداء  $\dot{M}_{Edd}$ ، يعطى بالمعادلة:

$$\dot{M}_{Edd} = \frac{1.3 \times 10^{38}}{\eta c^2} \frac{M}{M_\odot} \text{gs}^{-1} \quad (17 - I)$$

حيث  $\eta$  هو الكفاءة الإشعاعية.

### ملخص الفصل 1

في هذا الفصل، تم استعراض النظريات والأدلة التي تدعم وجود الثقوب السوداء، بدءًا من نظرية النسبية العامة لأينشتاين ووصولاً إلى الاكتشافات الرصدية مثل **Cygnus X-1** و **LMC X-3**، مما يوضح كيفية تكوّن الثقوب السوداء ودور التراكم في إنتاج الطاقة.

الفصل الثاني  
الأنظمة الثنائية وتطور القرص  
التراكمي

## الفصل الثاني الأنظمة الثنائية وتطور القرص التراكمي

### 1. II. تمهيد

يُعدُّ تطور أقراص التراكم في الأنظمة الثنائية أحد الجوانب الأساسية والمثيرة للاهتمام في عالم الفيزياء الفلكية، حيث تلعب هذه الأقراص دورًا حاسمًا في تفاعلات وتطورات الأنظمة الثنائية. تختلف خصائص أقراص التراكم من نظام لآخر بناءً على عوامل متعددة، مثل كتلة النجم الثانوي، والتفاعل مع الثقب الأسود الرئيسي. في هذا الفصل سنركز على استكشاف العوامل التي تؤثر على تطور هذه الأقراص، بما في ذلك التفاعل مع الثقوب السوداء، والتغيرات في كتلة النجم الثانوي، والتأثيرات المحيطة [12].

### 2. II. الثقوب السوداء في الأنظمة الثنائية :

عموماً يتم رصد الثقوب السوداء في الأنظمة الثنائية. ومن المحتمل أيضاً أن تكون كذلك مخبأة بين الأجسام البصرية المعروفة ومصادر الأشعة السينية الأكثر صلابة (الأشعة السينية مع الفوتون تسمى الطاقات التي تزيد عن 5 - 10 كيلو فولت أشعة سينية صلبة). لشرح تطور القرص التراكمي حول الثقب الأسود، فإننا نعتبر حالة النظام ثنائي. في مثل هذا النظام لدينا كتلة أولية مدمجة  $M_1$  و نجم رفيق في التسلسل الرئيسي له الكتلة  $M_2$ . إذا كان  $M_1$  و  $M_2$  يدوران حول بعضهما البعض فإن السرعة الزاوية هي مركز ثقلهما هي :

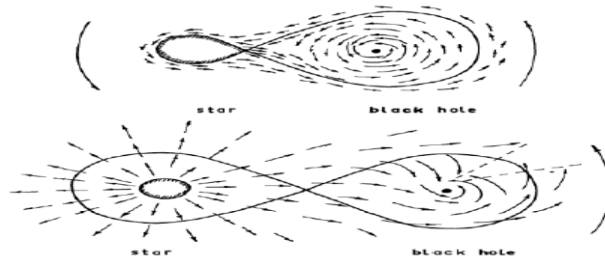
$$\Omega^2 = G(M_1 + M_2)/a^3 \quad (1 - II)$$

علماً أن: السرعة الزاوية  $\Omega$ ، ثابت الجاذبية  $G$ ، كتلة الثقب الأسود  $M_1$ ، كتلة النجم المرافق  $M_2$ ، نصف قطر المدار (المسافة بين  $M_1$  و  $M_2$ ).

المادة المتركمة ، في إطار دوار تواجه تأثيراً مشتركاً.

$$\Phi_R(\mathbf{r}) = -\frac{GM_1}{r_1} - \frac{GM_2}{r_2} - \frac{1}{2}\Omega^2 r^2 \quad (2 - II)$$

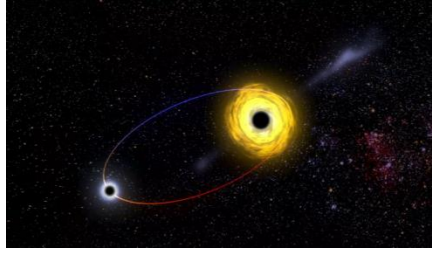
حيث:  $r_1$  و  $r_2$  المسافة من النقطة  $r$  إلى الثقب الأسود و النجم المرافق على التوالي،  $r$  المسافة من مركز الكتلة المشتركة حيث  $r_1 = |r - r_1|$  و  $r_2 = |r - r_2|$  ، نجد أن الأسطح متساوية الجهد لا تتأثر بالنجم الآخر القريب من الكتل المركزية. في الأعلى،  $\phi$  يتم تشويهاها وعند قيمة حرجة يتلامس جزأين السطح. هذان الجزأين المرتبطين بفص روش الحرجة  $\phi_1$  [11] إذا كان روش يمثل الفص، ربما في المراحل المتأخرة من حياة النجم، عندما يبدأ نصف قطره في الزيادة، هناك قوة تدفق المادة، في الغالب من خلال نقطة لاغرانج الداخلية. (انظر الشكل (II - 1)) يوضح ذلك.



المك 7 فص روش لوب للنظام الثنائي [56]

القوة المؤثرة على المادة لا يتم الحصول عليها فقط من خلال المعادلة (2 -) لا يمكن للغاز أن يسقط بشكل شعاعي نحو  $M_1$  لأن مدار الغاز يتأثر بقوة كوريو ليس بمجرد تحركه، ولا يشارك في التدوير بعد الآن. يتفاعل جزء صغير من تدفق هذه المادة.

مع أحد مكونات مجال الجاذبية للمكون الثاني، الثقب الأسود. كما نوقش أعلاه، فإن هذه المادة تملك عزما زاويا كبيرا يمنع التراكم المباشر. على مسافة ما من الثقب الأسود، تكون قوة الطرد المركزي وقوة الجاذبية متشابهتين، وتبدأ المادة في الدوران بشكل دائري للاقتراب من آليات الثقب الأسود لنقل العزم الزاوي. الآلية الأكثر احتمالا هي تشكيل قرص حول الثقب الأسود. خلال عملية التراكم، يتم إطلاق طاقة جاذبية، كما ذكرنا في الأقسام السابقة. هذه الطاقة بدورها تذهب جزءا إلى الطاقة الحركية للقرص و جزءا إلى الطاقة الحرارية للقرص. هذا الأخير ينبعث من القرص [56].



الشكل 8 صورة لثقب أسود ثنائي يخلق موجات جاذبية (لمدار إهليلجي لثقب أسود حول ثقب أسود آخر مع موجات خافتة). [57]

### 3.II . المعادلات الأساسية لبنية القرص :

يوصف مستوى القرص عند اللحظة  $t$  وبجوار النقطة  $R$  بدرجة حرارة مميزة  $T$  (تكون درجة الحرارة على سطح المستوي  $(z = 0)$ ، و كثافته السطحية  $\Sigma$ ، ومعدل تراكم الموضعي  $\dot{M}$ . المقادير  $T$  و  $\Sigma$  و  $\dot{M}$  هي دوال لـ  $r$  و  $t$ . وفيما يلي قائمة لبعض المتغيرات التي تصف حالة القرص و المعادلات التي تربط بينها.

### 1. 3.II . السرعة الزاوية $\Omega$ :

نفترض أن مدارات الجسيمات خاضعة لقوانين كبلر، لدينا:

$$\Omega = \left( \frac{GM}{r^3} \right)^{1/2} \quad (3 - II)$$

$G$  هو ثابت الجاذبية، ويعطى  $G = 6.673210^{-8} \text{ cgs}$ ،  $M$  كتلة جسم مركزي (ثقب أو نجم)،  $r$  نصف قطر المدار

### 2.3.II . الكتلة الذرية المتوسطة $\mu$ :

الكتلة المتوسطة ناتجة عن كتلة البروتون والنيوترونات (أنوية وإلكترونات) التي تشكل الغاز. لدينا في حالة الغاز المتأين تماماً

$$\mu = \frac{1}{\left( 2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z \right)} \quad (4 - II)$$

مع نسبة الهيدروجين  $X = 0.70$ ، الهيليوم  $Y = 0.28$  والعناصر الأثقل من الهيدروجين و الهليوم

$Z = 0.02$ ، نحصل على  $\mu \approx 0.62$ .

### II. 3.3. الضغط P ومعادلة الحالة :

الضغط الكلي P ناتج عن ضغط الغاز بسبب الجزيئات  $P_{\text{gaz}}$  و الضغط الإشعاعي الناتج عن الفوتونات  $P_{\text{rad}}$ .

$$P = P_{\text{gaz}} + P_{\text{rad}} \quad (5a - II)$$

$$P_{\text{gaz}} = \frac{\rho}{\mu m_p} K T, \quad P_{\text{rad}} = \frac{1}{3} a T^4 \quad (5b - II)$$

في هذه العبارات:  $\rho$  هو الكثافة المتوسطة بوحدة  $[\text{gcm}^{-3}]$ ;  $T$  هي درجة حرارة الغاز؛  $K$  هو ثابت بولتزمان؛  $m_p$  كتلة البروتون؛  $a$  هو ثابت الإشعاع، يعطى ثابت الإشعاع

$$K/m_p = 8.3143410^7 \text{cgs} \text{ لدينا } a = 7.56410^{-15} \text{cgs (سنتيغرام)}$$

### II. 3.4. مؤشر الضغط $\beta$ :

يتم تعريف  $\beta$  بشكل كلاسيكي على أنها نسبة بين ضغط الغاز و الضغط الكلي.

$$\beta = \frac{P_{\text{gaz}}}{P} \quad (6 - II)$$

بالنسبة لـ  $\beta = 1$  فإن ضغط الغاز هو الغالب، وبالنسبة لـ  $\beta = 0$  فإن ضغط الإشعاع هو الغالب.

### II. 3.5. سرعة الصوت $c_s$ :

هي سرعة اضطرابات للكثافة الأديباتية.

$$c_s = \left( \frac{\Gamma_1 P}{\rho} \right)^{1/2} \quad (7 - II)$$

$\Gamma_1$  هي الكمية التي تعتمد على  $\beta$ ، وتكون  $5/3$  عندما  $\beta = 1$  و  $4/3$  عندما  $\beta = 0$ . للتبسيط نضع الثابت  $\Gamma_1 = 1$ .

### 6. 3.II . نصف ارتفاع القرص H :

عندما نتعامل مع التوازن الهيدروستاتيكي الشاقولي للقرص , نصف ارتفاع القرص , نجد:

$$H = \frac{c_s}{\Omega} \quad (8 - II)$$

### 7. 3.II . الكثافة الحجمية $\rho$ :

متوسط كثافة المادة الموجودة في القرص بوحدة  $[\text{g cm}^{-3}]$ , الكثافة السطحية.

$$\Sigma = 2\rho H \quad (9 - II)$$

### 8. 3.II . اللزوجة $\nu$ :

اللزوجة الحركية للغاز ذات المصدر المضطرب بوحدة  $[\text{cm}^2\text{s}^{-1}]$ .

$$\nu = \frac{2}{3} \alpha c_s H \quad (10 - II)$$

### 9. 3. II . الكثافة السطحية $\Sigma$ :

مكاملة الكثافة على المحور Z ويتم التعبير عنها بوحدة  $[\text{g cm}^{-2}]$ ، تطورها يخضع لمعادلة قطع مكافئ .

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r^{1/2} \frac{\partial}{\partial r} (\nu \Sigma r^{1/2}) \right\} \quad (11 - II)$$

### 10. 3. II . السرعة الموضعية للتراكم $u$ :

المكون الشعاعي لسرعة المادة، وهو سالب إذا كانت المادة تتراكم , في الحالة الكبلرية.

$$u = -\frac{3}{\Sigma r^{1/2}} \frac{\partial}{\partial r} (\nu \Sigma r^{1/2}) \quad (12 - II)$$

### 11. 3. II . معدل التراكم $\dot{M}$ :

معدل موضعي بالنسبة لـ R فهو موجب إذا كان الأمر تراكميا .

$$\dot{M} = -2\pi r \Sigma u \quad (13 - II)$$

### 12.3. II . درجة الحرارة T :

هي درجة حرارة المستوى للقرص، وهي تخضع للمعادلة الحرارية .

$$c_v \frac{\partial T}{\partial t} = Q^+ - Q^- + Q_{adv} \quad (14a - II)$$

$c_v$  هي السعة الحرارية عند حجم ثابت لكل وحدة كتلة من خليط الغاز والإشعاع،  $Q^+$  هو مصطلح تسخين، وهو الحرارة الناتجة عن الاحتكاك لكل وحدة كتلة ولكل وحدة زمنية.

$$Q^+ = \frac{9}{4} v \Omega^2 \quad (14b - II)$$

وحدات  $Q^+$ ،  $Q^-$  و  $Q_{adv}$  هي  $[cm^2 s^{-1}]$ ،  $Q^-$  هو مصطلح تبريد، وهو الحرارة المفقودة بالإشعاع.

$$Q^- = 2 \frac{F_z}{\Sigma} + 2 \frac{H}{\Sigma r} \frac{\partial}{\partial r} r F_r, \quad \approx 2 \frac{F_z}{\Sigma} \quad (14c - II)$$

$F_z$  هو التدفق الإشعاعي المتسرب من سطح القرص،  $F_r$  هو التدفق الإشعاعي المتسرب أو العائد في الاتجاه الشعاعي للقرص.  $F_z$  هي المسيطرة مقارنة بالثانية.  $Q_{adv}$  هي الحرارة التي يتم جلبها أو نقلها بعيداً عن طريق حركة المادة .

$$Q_{adv} = C_v \left[ (\Gamma_3 - 1) \frac{T}{\Sigma} \left( \frac{\partial \Sigma}{\partial t} + v \frac{\partial \Sigma}{\partial r} \right) - v \frac{\partial T}{\partial r} \right] \quad (14d - II)$$

حيث  $\Gamma_3$  هو الأس الأديباتي

$$C_v = \frac{\mathcal{R} 12(\gamma_g - 1)(1 - \beta) + \beta}{\mu (\gamma_g - 1)\beta} \quad (14e - II)$$

$$C_v(\Gamma_3 - 1) = \frac{\mathcal{R} 4 - 3\beta}{\mu \beta} \quad (14f - II)$$

$\gamma_g$  هي نسبة السعات الحرارية للغاز، وهي 5/3 للغاز المثالي أحادي الذرة، للتبسيط قمنا بتعيين

$$\mathcal{R} = K/m_p$$

### 4. II . البنية الشاقولية للقرص :

يمكن التعامل مع البنية الشاقولية كنجم أحادي البعد مع وجود اختلافين أساسيين:

1. تتوزع مصادر الطاقة على كامل ارتفاع القرص، بينما في النجم تقتصر على النواة.
2. يزداد تسارع الجاذبية مع الارتفاع لأنه ناتج عن جاذبية المد والجزر ، بينما في النجوم تتناقص الجاذبية (الذاتية) مع المربع العكسي للمسافة من المركز.

#### 1.4.II. التوازن الهيدروستاتيكي:

يتم مقاومة قوة الجاذبية من خلال القوة الناتجة عن تدرج الضغط.

$$\frac{dP}{dz} = \rho g_z \quad (15 - II)$$

حيث  $g_z$  هو المكون الرئيسي (المد والجزر) لتسارع جاذبية الجسم المتنامي.

$$g_z = \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{GM}{(R^2+z^2)^{1/2}} \right] \approx \frac{GM}{R^2} \frac{z}{R} \quad (16 - II)$$

المساواة الثانية، افتراض بأن  $z \ll R$  للدلالة على ارتفاع المقياس النموذجي (الضغط أو الكثافة) بواسطة  $H$ ، فإن حالة النحافة الهندسية للقرص هي  $H/R \ll 1$ ، والكتابة  $dP/dz \sim P/H$  من مكافئ (15 - II) يمكن كتابتها.

$$\frac{H}{R} = \frac{c}{v} \quad (17 - II)$$

حيث  $v_k = \sqrt{GM/R}$  هي السرعة الكبلرية، وقد استخدمنا المعادلة (16 - II) من مكافئ (17 - II) فيترتب على ذلك ...

$$\frac{H}{c_s} \approx \frac{1}{\Omega_k} =: t_{dyn} \quad (18 - II)$$

حيث  $t_{dyn}$  هو الزمن الديناميكي.

$$t_{dyn} = 1.4 \times 10^3 m_s r^{3/2} s \quad (19 - II)$$

ومنه  $r := R/R_s$ ، و  $m_g := M/10^8 M_\odot$ ، لذلك على سبيل المثال بالنسبة لـ  $R \approx 10^{16} \text{cm}$  (أو  $330 R_s$ )، وتقب أسود بقطر  $10^8 M_\odot$ ، ويبلغ الزمن الديناميكي حوالي 3.3 أشهر.

## 2.4.II . الحفظ الشامل :

في التوازن الهيدروستاتيكي لبعد 1، تأخذ معادلة حفظ الكتلة الشكل البسيط.

$$\frac{d\zeta}{dz} = 2\rho \quad (20 - II)$$

حيث  $\zeta$  هي كثافة السطح بين  $Z$  و  $+Z$  .

## 3.4.II . نقل الطاقة - تدرج درجة الحرارة :

$$\frac{d \ln T}{dz} = \nabla \frac{d \ln P}{dz} \quad (21 - II)$$

لنقل الطاقة الإشعاعية ،

$$\nabla_{\text{rad}} = k_R P F_z 4 P_r c g_z \quad (22 - II)$$

من المعادلات (21 - II) و (22 - II)، نعبّر عن التدفق الإشعاعي، حيث  $P_r$  هو ضغط الإشعاع و  $k_R$  يعني التعتيم في روسيلاند.

$$F_z = \frac{16 \sigma T^3}{3 k_R \rho} \frac{\partial T}{\partial z} = - \frac{4 \sigma}{3 k_R \rho} \frac{\partial T^4}{\partial z} \quad (23 - II)$$

تكون  $F_z$  موجبة لان درجة الحرارة تنخفض مع  $z$ ، لذلك  $\partial T / \partial z < 0$ . ويكون الغلاف الضوئي بسمك بصري  $\cong 2$

$T_3$ ، يمكنك الرجوع إلى المعادلة  $(T^4(\tau) - T^4(0) = \frac{3}{4} \tau \left(1 - \frac{\tau}{2\tau_{\text{tot}}}\right) T_{\text{eff}}^4)$ . الشروط الحدودية هي  $z =$

$\zeta = 0$  ،  $T = T_c$  ،  $F_z = 0$ ، عند المستوى الأوسط للقرص؛ في الغلاف الضوئي للقرص،  $\zeta = \Sigma$  و  $T = T^4$ .

$T_{\text{eff}}^4 = (2/3)$  تأثير من المعادلة (17 - II) يمكن كتابة المعادلة (23 - II) كمايلي:

$$F_z \approx \frac{4 \sigma T_c^4}{3 k_R \rho H} = \frac{8 \sigma T_c^4}{3 k_R \Sigma} \quad (24 - II)$$

حيث  $T_c$  هي درجة حرارة القرص الأوسط ("المركزي"). باستخدام العمق البصري

$T = k_R \rho H = (1/2) k_R \Sigma$ ، يمكن كتابتها بالشكل التالي:

$$F_z(H) \approx \frac{8\sigma T_c^4}{3} = Q - \quad (25 - II)$$

(انظر المعادلة  $T_c^4 \equiv T^4(\tau_{tot}) = \frac{3}{8}\tau_{tot}T_{eff}^4 + T_{irr}^4$  للحصول على اشتقاق دقيق لهذه الصيغة).

الملاحظة 1: في بعض المراجع (على سبيل المثال في [12]) يكون العامل العددي روش "4/3" بدلاً من "8/3". ويرجع ذلك إلى تعريف مختلف لـ  $\Sigma$ : في حالتنا  $\rho = 2H$  ، بينما في [12]  $\Sigma = Hp$ . في حالة نقل الطاقة بالحمل الحراري  $\nabla = \nabla_{conv}$ . لأن الحمل الحراري في الأقراص لا يزال غير مفهوم جيداً (انظر [59])، مع ذلك، لا يوجد خيار واضح لـ  $\nabla_{conv}$ . في الممارسة العملية لوصف اللزوجة صممها [60] يتم استخدام الغلاف النجمي الممتد [61]، ولكن هذا على الأرجح لا يمثل بدقة شديدة ما يحدث في أقراص تراكم الحمل الحراري [62].

#### 4.4.II . حفظ الطاقة :

حفظ الطاقة الشاقولية تعطى بالشكل:

$$\frac{dF_z}{dz} = q^+(z) \quad (26 - II)$$

حيث  $q^+(z)$  يتوافق مع تبديد الطاقة اللزجة لكل وحدة حجم. نلاحظ أنه على النقيض من الأقراص التراكمية ، تكون الأغلفة النجمية في حالة توازن إشعاعي  $\frac{dF_z}{dz} = 0$  ، لا تسمح  $\alpha$  باستنتاج التقسيم الطبقي للتبديد اللزج (الاعتماد على  $z$ )، فهي تقول فقط أن متوسط عزم الدوران اللزج عمودياً يتناسب مع الضغط. في أغلب الأحيان يفترض أن...

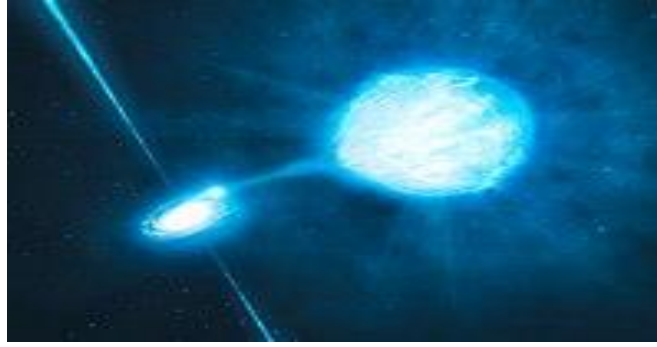
$$q^+(z) = \frac{3}{2}\alpha\Omega_k P(z) \quad (27 - II)$$

قياساً على المعادلة  $q^+(z) = \frac{3}{2}\alpha\Omega_k P$ ، ولكن تم اختيار هذا الافتراض بسبب بساطته و ليس بسبب بعض الدوافع الجسدية ، تشير المحاكاة العددية للتصوير بالرنين المغناطيسي ، لا يتم تقسيم التبديد بنفس طريقة الضغط [59].

#### 5.4.II . معادلات البنية الشاقولية يجب استكمالها بمعادلة الحالة (EOS):

$$P = P_r + P_g = \frac{4\sigma}{3c} T^4 + \frac{R}{\mu} \rho T \quad (28 - II)$$

حيث  $R$  هو ثابت الغاز و  $\mu$  متوسط الوزن الجزيئي، المعادلة تصف متوسط تعميم يعتمد على الكثافة ودرجة الحرارة.



الشكل 9 صورة لثقب اسود يلتهم نجما قزم ابيض  
[58]

5.II. البنية الشعاعية للقرص :

1. 5. II . معادلة الاستمرارية : (حفظ الكتلة) لها الشكل

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = -\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \Sigma v_r) + \frac{S(R,t)}{2\pi R} \quad (29 - II)$$

حيث  $S(R, t)$  هو حد مصدر المادة (الحوض).

$$S(R, t) = \frac{\partial \dot{M}_{ext}(R,t)}{\partial R} \quad (30 - II)$$

يمثل المادة التي يتم جلبها إلى القرص من النجم الرفيق الذي يملأ فص روش/ يفقد الكتلة (النجم الثانوي) للجسم المتراكم. يُقدر أن معدل الكتلة المنتقلة من النجم الرفيق يقارب معدل التدفق المادي إلى القرص، حيث يُعبر عنه بـ  $\dot{M}_{ext} \approx \dot{M}_{tr}$ ، حيث  $\dot{M}_{tr}$  هو معدل انتقال الكتلة من نجم رفيق. غالبًا ما يُفترض أن تيار الانتقال يسلم المادة بالضبط عند حافة القرص الخارجية، ولكن على الرغم من أن هذا الافتراض يبسط الحسابات، إلا أنه يتناقض مع الملاحظات التي تشير إلى أن التيار يتجاوز سطح القرص.

2.5.II . حفظ العزم الزاوي :

$$\frac{\partial \Sigma l}{\partial t} = -\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \Sigma l v_r) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( R^3 \Sigma v \frac{d\Omega}{dR} \right) + \frac{S_l(R,t)}{2\pi R} \quad (31 - II)$$

هو العزم الزاوي المحدد (لكل وحدة كتلة). تعكس معادلة الحفظ حقيقة أن العزم الزاوي يتم نقله عبر القرص بواسطة إجهاد لزج  $T_{r\phi} = R \Sigma v d\Omega/dR$  ولذلك، إذا كان القرص لا يعتبر لانهائي (يوصى به في التطبيق للعمليات والأنظمة

الحقيقية) يجب أن يكون هناك في مكان ما حوض لهذه الزاوية المنقولة للعزم  $S_I(R, t)$ . بالنسبة للأنظمة الثنائية شبه المنفصلة، يوجد مصدر (جلب العزم الزاوي عن طريق النقل الجماعي من الرفيق النجمي) و(تفاعل المد والجزر مع العزم الزاوي يعود إلى المدار). في حالة أقراص التراكم في **AGN**، من خلال العمليات يتم تغذية المادة في القرص، ولا يتم ذلك من خلال آلية إزالة العزم الزاوي لذا فإن شكل كل من  $S_I(R, t)$  و  $S(R, t)$  غير معروفين. يمكن

$$S_j(R, t) = \frac{L_k}{2\pi R} \frac{\partial M_{ext}}{\partial R} - \frac{T_{tid}(R)}{2\pi R} \quad (32 - II)$$

افتراض أن المعادلات المستخدمة في هذا القسم لن تنطبق خارج نصف القطر الذي يقع فيه يصبح القرص يجذب ذاتيًا، مما يحدد الحدود الخارجية الطبيعية للقرص. يعتبر هنا بافتراض  $\Omega = \Omega_K$ ، من المعادلات (29 - II) و (31 - II) يمكن الحصول على معادلة الانتشار لـ كثافة السطح  $\Sigma$ .

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left\{ R^{1/2} \frac{\partial}{\partial R} [v \Sigma R^{1/2}] \right\} \quad (33 - II)$$

مقارنة مع المعادلات  $v \approx \frac{2}{3} \alpha c_s H$  السرعة الشعاعية الناتجة عن عزم الدوران اللزج هي:

$$v_r = -\frac{3}{2R^{1/2}} \frac{\partial}{\partial R} [v \Sigma R^{1/2}] \quad (34 - II)$$

وهو مثال على العلاقة العامة.

$$v_{visc} \sim \frac{v}{R} \quad (35 - II)$$

باستخدام المعادلة (8 - II) يمكن كتابة:

$$t_{vis} := \frac{R}{v_{visc}} \approx \frac{R^2}{v} \approx \alpha^{-1} \frac{H}{c_s} \left( \frac{H}{R} \right)^{-2} \quad (36 - II)$$

العلاقة بين الزمن اللزج والديناميكي هي :

$$t_{vis} \approx \alpha^{-1} \left( \frac{H}{R} \right)^{-2} \quad (37 - II)$$

في أقراص التراكم الرفيعة ( $H/R \ll 1$ )، يكون الزمن اللزج أطول بكثير من الزمن الديناميكي بمعنى آخر، أثناء العمليات اللزجة، يمكن اعتبار بنية القرص الشاقولي موجودة في التوازن الهيدروستاتيكي.

### 3.5.II. حفظ الطاقة :

يمكن كتابة الصيغة العامة لمعادلة حفظ الطاقة (الحرارية) على النحو التالي :

$$\rho T \frac{ds}{dR} := \rho T \left( \frac{\partial s}{\partial t} + v_r \frac{\partial s}{\partial R} \right) = q^+ - q^- + \bar{q} \quad (38 - II)$$

حيث  $s$  هي كثافة الإنتروبيا، و  $q^+$  و  $q^-$  هي الطاقة اللزجة والإشعاعية على التوالي ، و  $\bar{q}$  هي كثافة الطاقة الخارجية أو المنقولة شعاعياً، الشرط الأفق الشعاعي للطاقة باستخدام القانون الأول للديناميكا الحرارية  $Tds = dU + PdV$  يمكن كتابة :

$$\rho T \frac{ds}{dt} = \rho \frac{dU}{dt} + P \frac{\partial v_r}{\partial r} \quad (39 - II)$$

$$.U = \mathcal{R}T_c/\mu(\gamma - 1)$$

بالتوسط الشاقولي، ولكن مع أخذ  $T = T_c$ ، باستخدام المعادلة. (II - 29) والعلاقات الديناميكية الحرارية من الملحق ل ( $\beta = 1$ )، نحصل على:

$$\frac{\partial T_c}{\partial t} + v_r \frac{\partial T_c}{\partial R} + \frac{\mathcal{R}T_c}{\mu c_p} \frac{1}{R} \frac{\partial (Rv_r)}{\partial R} = 2 \frac{Q^+ - Q^-}{c_p \Sigma} + \frac{\bar{Q}}{c_p \Sigma} \quad (40 - II)$$

حيث  $Q^+$  و  $Q^-$  هما على التوالي معادلات التسخين والتبريد لكل وحدة سطحية.

مع  $Q_{out} = \bar{Q} + J$  المتوافق مع مساهمة الطاقة بواسطة تيار النقل الجماعي وعزم المد والجزر. تمثل  $J(T, \Sigma)$  تدفقات الطاقة الشعاعية المخصصة بشكل أو بآخر بالإضافة إلى مخطط  $1D + 1D$  الذي لا ينتمون إليه . يفترض أنه يمكن إهمال التدرجات الشعاعية ( $\partial/\partial R$ ) للكميات الفيزيائية عند مقارنتها بالتدرجات في الاتجاه الشاقولي. وهذا أيضًا هو السبب في أنه طالما  $q^{adv} \ll 1$ ، لا يكاد يذكر مقارنة بـ  $q^-$  و  $q^+$ . يمكن كتابة معدل التسخين اللزج

$$. (Q^+ = \frac{\mathcal{R}\Omega'}{4\pi R} = \frac{9}{8} v \Sigma \Omega_k^2 \text{ (أ) انظر المعادلة (أ)})$$

$$Q^+ = \frac{9}{8} v \Sigma \Omega_k^2 \quad (41 - II)$$

بينما من الواضح أن معدل التبريد على سطح الوحدة (التدفق الإشعاعي) هو:

$$Q^- = \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad (42 - II)$$

في حالة التوازن الحراري , يكون:

$$Q^+ = Q^- \quad (43 - II)$$

يمكن تقدير زمن التبريد بسهولة من المعادلة (43 - II). كثافة الطاقة المشعة بعيدا هي  $\rho c_s^2$ ، (انظر المعادلات في

الملحق  $e_0 \rho^{1/3} + \frac{RT}{\mu m_u (\gamma_g - 1)} + U = \frac{4\sigma}{\rho c} T_r^4 + \frac{B^2}{24\pi} + \frac{R}{\mu_i} \rho T_i + \frac{R}{\mu_e} \rho T_e$  ) لذلك الطاقة لكل وحدة سطح

هي  $\sim \Sigma c_s^2$  وزمن التبريد (الحراري) هو:

$$t_{\text{th}} = \frac{\Sigma c_s^2}{Q^-} = \frac{\Sigma c_s^2}{Q^+} \sim \alpha^{-1} \Omega_k^{-1} = \alpha^{-1} t_{\text{dyn}} \quad (44 - II)$$

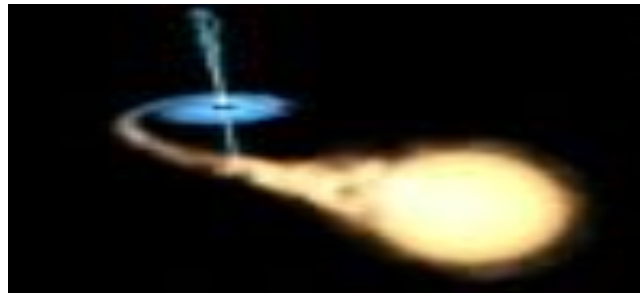
بما أن  $t_{\text{th}} > t_{\text{dyn}}$  ,  $\alpha < 1$  وأثناء العمليات الحرارية يمكن افتراض أن القرص في وضع (شاقولي) التوازن

الهيدروستاتيكي. بالنسبة لأقراص التراكم الرفيعة الهندسية ( $H/R \ll 1$ ) , يكون التسلسل الهرمي التالي للزمن المميز

$$t_{\text{dyn}} < t_{\text{th}} \ll t_{\text{vis}} \quad (45 - II)$$

(هذا التسلسل الهرمي مشابه للأزمنة المميزة في النجوم حيث يكون الزمن الديناميكي أقصر من الزمن الحراري (كلفن -

هيلمهولتز) ، والزمن الحراري أقصر بكثير من النطاق الزمني النووي الحراري).



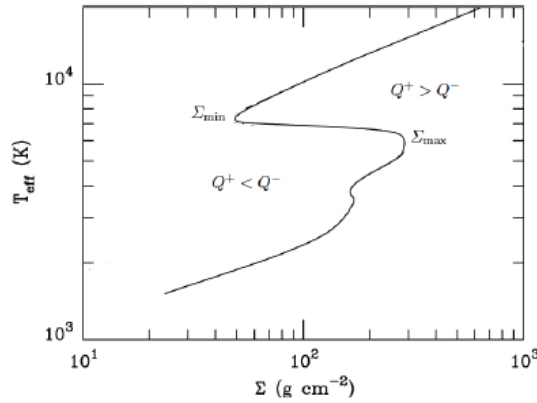
الشكل 10 صورة لعقب أسود يجذب إليه المادة من نجم مجاور

[58]

## 6.II. التوازنات الحرارية:

التوازن الحراري لقرص تراكمي يشير إلى حالة توازن بين التسخين والتبريد للقرص نتيجة لتوازن تدفق الطاقة. يتم تحديد هذا التوازن عبر معادلة حيث يساوي معدل التسخين الحراري ( $Q^+$ ) مع معدل التبريد الحراري ( $Q^-$ ). هذا النوع من التوازن يمثل حالات مختلفة لأقراص التراكم، وهو مهم لفهم كيفية تطور درجات حرارتها في الفضاء. (انظر المعادلة (II - 45)). حيث  $T_{\text{eff}}^4$  درجة الحرارة الفعالة، الشكل (II - 5) يوضح ذلك.

$$\sigma T_{\text{eff}}^4 = \frac{9}{8} \nu \Sigma \Omega_k^2 \quad (\text{II} - 45)$$



الشكل 11 يظهر التوازن الحراري لحلقة في أقراص تراكمية حول قزم أبيض.  $m = 1.2$  المسافة من المركز هي  $10^9$  سم، معدل التراكم  $6.66 \times 10^{16}$  g/s الخط السميك يتوافق مع  $Q^+ = Q^-$  و  $\Sigma$  هي كثافة السطح المرصدة (الحد الأدنى)

## ملخص الفصل 2

الثقوب السوداء في الأنظمة الثنائية تتشكل في نظم تتألف من نجمين مترابطين، حيث تنقل المادة بينهما، ويتكون حول الثقب الأسود قرص يتألف من المادة الملتهبة التي تتداخل فيه القوى الجاذبية والطررد المركزي، مما يؤدي إلى تشكيل هذا القرص وإطلاق طاقة حرارية.

## الفصل الثالث

أهمية التوازن الحراري لتدفقات  
التراكم حول الثقوب السوداء

### III. الفصل الثالث حلول التوازن الحراري لتدفقات تراكم حول الثقب الأسود

#### III. 1. تمهيد

أظهرت الدراسات السابقة أن التدفقات الخارجية لها دور مهم جدا في عملية التراكم. تركز دراستنا على مقارنة معدل تبريد التدفقات الخارجية مع معدل التدفقات الأخرى. وتبين أنه يمكن أن تهيمن التدفقات الخارجية على مجموعة واسعة من التدفقات.

#### III. 2. المعادلات الأساسية:

سنصف المعادلات الأساسية و نعتبر أن تدفق تراكم متماثل محوريا في الحالة المستقرة ، ونستخدم الجهد النيوتروني  $\phi = -GM_{BH}/(R - R_g)$ ، حيث  $M_{BH}$  كتلة الثقب الأسود، و  $R_g$  هو نصف قطر شوارزشيلد. ارتفاع المقياس الأفقي للتدفق هو  $H = c_s/\Omega_k$ ، حيث  $\Omega_k$  هي السرعة الزاوية الكبلرية، و  $c_s = (P/\rho)^{1/2}$  هي سرعة الصوت، حيث  $P$  و  $\rho$  الضغط وكثافة الكتلة، على التوالي. يتم التعبير عن معامل اللزوجة الحركية  $\nu = \alpha c_s H$ ، حيث  $\alpha$  هي معامل اللزوجة الثابتة، تحتوي المعادلات الأساسية التي تصف التدفق على معادلات الاستمرارية والعزم الشعاعي والزخم الزاوي والطاقة.

#### معادلة الاستمرارية

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dR} (R \Sigma V_R) + \frac{1}{2\pi R} \frac{d\dot{M}_w}{dR} = 0 \quad (1 - III)$$

حيث  $\Sigma$  هي كثافة السطح المعروفة على أنها  $\Sigma = 2\rho H$  و  $V_R$  هي السرعة الشعاعية، التي تعرف بأنها سالبة عندما يكون السريان إلى الداخل،  $R$  نصف القطر [66].

#### معدل فقدان كتلة التدفق إلى الخارج

$$\dot{M}_w(R) = \int_{R_{in}}^R 4\pi R' \dot{m}_w(R') dR' \quad (2 - III)$$

حيث  $R_{in}$  يشير إلى نصف القطر عند الحافة الداخلية للقرص و  $\dot{m}_w$  هو معدل فقدان الكتلة لكل وحدة مساحة من كل وجه قرص. بسبب تأثير التدفقات الخارجة، نفترض أن معدل التراكم  $\dot{M}$  يعطى على النحو التالي [50].

معدل التراكم

$$\dot{M} = -2\pi R \Sigma V_R = \dot{M}_{outer} \left( \frac{R}{R_{outer}} \right)^p \quad (3 - III)$$

حيث  $\dot{M}_{outer}$  هو معدل تراكم الكتلة عند  $R_{outer}$  الحد الخارجي . يساعد تحفيز الطاقة في إنتاج تدفقات قوية ، بغض النظر عما إذا كانت فيزياء التحفيز مرتبطة بالفوتونات أو الغاز. من المعروف أن سمك  $H/R$  عديم الأبعاد للقرص يصف قوة بئر التحفيز ، أي  $H/R \ll 1$  لمحركات أقراص الحالة الصلبة و  $H/R \lesssim 1$  للأقراص الرفيعة و ADAFs. لذلك نفترض أن مؤشر قانون القوة يتناسب مع  $H/R$  للقرص ، أي  $p = \lambda(H/R)$  ، حيث  $\lambda$  ثابت. باستخدام المعادلات (1) - (3) ،

معدل فقدان كتلة لكل وحدة مساحة من كل وجه قرص

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dR} (R \Sigma V_R) + \frac{1}{2\pi R} \frac{d\dot{M}_w}{dR} = 0 \quad (1 - III)$$

علما أن  $\dot{M} = \dot{M}_0$

$$\dot{M}_w(R) = \int_{R_{in}}^R 4\pi R' \dot{m}_w(R') dR' \quad (2 - III)$$

$$\dot{M} = -2\pi R \Sigma V_R = \dot{M}_{outer} \left( \frac{R}{R_{outer}} \right)^p \quad (3 - III)$$

بالضرب وقسمة الطرف الأول من المعادلة (1 - III) على  $-2\pi$  نجد :

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dR} \left( \frac{-2\pi}{-2\pi} R \Sigma V_R \right) + \frac{1}{2\pi R} \frac{d\dot{M}_w}{dR} = 0 \quad (4 - III)$$

باستخراج  $\frac{1}{-2\pi}$  خارج الاشتقاق نحصل على  $\dot{M} = -2\pi R \Sigma V_R$  ونقوم بتعويض الطرف 2 من المعادلة (3 - III) في

(4 - III) نجد:

$$\frac{1}{-2\pi R} \frac{d}{dR} \left( \dot{M}_0 \left( \frac{R}{R_0} \right)^p \right) + \frac{1}{2\pi R} \frac{d\dot{M}_w}{dR} = 0 \quad (5 - III)$$

باشتقاق المعادلتين (2 - III) و (3 - III) نجد :

$$\frac{d\dot{M}_w}{dR} = 4\pi R \dot{m}_w(R)$$

$$\dot{M} = \dot{M}_0 P \left( \frac{R}{R_0} \right)^{p-1}$$

نعوض المشتقات في المعادلة (III - 5) السابقة نحصل على :

$$\frac{1}{-2\pi R} \dot{M}_0 P \left( \frac{R}{R_0} \right)^{p-1} + \frac{1}{2\pi R} 4\pi R \dot{m}_w(R) = 0$$

نقوم بتفكيك الطرف الأول من المعادلة أعلاه و اختزال الطرف الثاني نجد:

$$\frac{1}{-2\pi R} \dot{M}_0 \left( \frac{R}{R_0} \right)^p P \left( \frac{R}{R_0} \right)^{-1} + 2\dot{m}_w(R) = 0 \quad (6 - III)$$

علما أن  $\dot{M} = \dot{M}_0 \left( \frac{R}{R_0} \right)^p$  و  $R_0 = 1$  هي الوحدة غيرنا نصف القطر إلى كمية بلا أبعاد يمكن تحليلها بسهولة تصبح

المعادلة (III - 6):

$$\frac{1}{-2\pi R^2} \dot{M} P R_0 + 2\dot{m}_w(R) = 0$$

و منه نستخرج  $\dot{m}_w$  :

$$\dot{m}_w = \frac{1}{4\pi R^2} \dot{M} P R_0$$

و منه نستنتج قيمة  $\dot{m}_w$  :

$$\dot{m}_w = \frac{\dot{M} P}{4\pi R^2} \quad (7 - III)$$

معادلة العزم الشعاعي

بالعودة إلى عنوان تدفقات التراكم، يتم اشتقاق المعادلات العامة لتدفق التراكم من معادلات الهيدروديناميكية. ولأغراض التبسيط، يتم إهمال تأثير الحقل المغناطيسي، واستخدام نموذج للزوجة يُعرف بالزوجة  $\alpha$ . بالإضافة إلى ذلك، يتم

الاستعانة بمعادلة حالة الغاز و وصف العمليات الشعاعية. [70] يمكن كتابة معادلة العزم الشعاعي المتكاملة ومعادلة الحركة في الاتجاه الزخم الزاوي من خلال وصف المعادلات التي تصف تطور القرص التراكمي، وبالأخص معادلة العزم الشعاعي:

$$\frac{Dv_R}{Dt} = R(\Omega^2 - \Omega_k^2) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial R} \quad (8 - III)$$

وبوضع  $\frac{Dv_R}{Dt} = \left( \frac{\partial}{\partial t} + v_R \frac{\partial}{\partial R} \right)$  في المعادلة (8 - III) نتحصل على :

$$\frac{\partial}{\partial t} + v_R \frac{\partial}{\partial R} = R(\Omega^2 - \Omega_k^2) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial R}$$

بما أن الحالة مستقرة  $\frac{\partial}{\partial t} = 0$  اذا :

$$v_R \frac{dv_R}{dR} + (\Omega_k^2 - \Omega^2)R + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dR} = 0 \quad (9 - III)$$

معادلة حفظ العزم الزاوي

من خلال معادلة حفظ العزم الزاوي، التي نكرت في الفصل الثاني المعادلة رقم (31 -):

$$\frac{\partial \Sigma \ell}{\partial t} = - \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \Sigma \ell v_r) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left( (R^3 \Sigma \nu) \frac{d\Omega}{dR} \right) + \frac{S_\ell(R, t)}{2\pi R}$$

علما أن كبليري  $\ell_k = R^2 \Omega_k$ ، و العزم الزاوي الخاص  $\ell = R^2 \Omega$ ، وعلما أننا دائما في الحالة المستقرة

$\frac{\partial}{\partial t} = 0$ ، تصبح المعادلة :

$$- \frac{1}{R} \frac{d}{dR} (R^3 \Sigma \nu_r \Omega) + \frac{1}{R} \frac{d}{dR} \left( R^3 \nu \Sigma \frac{d\Omega}{dR} \right) + \frac{S_\ell(R, t)}{2\pi R} = 0$$

بالعودة إلى الفقرة ما بين المعادلتين (31 - II) و (32 - II) في الفصل الثاني [65]، نجد :

$$S_\ell(R, t) = S_j(R, t) = \frac{\ell_k}{2\pi R} \frac{\partial \dot{M}_{\text{ext}}}{\partial R} - \frac{T_{\text{tid}}(R)}{2\pi R}$$

وبإهمال الحد الناتج عن الإجهاد  $\frac{T_{tid}(R)}{2\pi R}$ ، وتعويض قيمة  $\ell_k$  في المعادلة أعلاه ، نحصل على :

$$S_j(\mathbf{R}, t) = \frac{R^2 \Omega_k}{2\pi R} \frac{\partial \dot{M}_{ext}}{\partial R}$$

وبالعودة إلى [66] نرى انه ، من أجل كتابة معادلة العزم الزاوي، من الضروري تحديد كيفية فقدان العزم الزاوي للرياح و مقداره. هنا، سنفترض أن المادة المقذوفة عند نصف القطر  $R$  على القرص تحمل عزمًا زاويًا محددًا  $(IR)^2 \Omega$  ، حيث  $\Omega$  هي السرعة الزاوية في القرص عند  $R$ . وبالتالي فإن  $\mathbf{l} = \mathbf{0}$  يتوافق مع رياح قرصية غير دوارة و  $\mathbf{l} = \mathbf{1}$  للمواد المتدفقة التي تحمل العزم الزاوي المحدد الذي كان لديه عند نقطة الطرد. النماذج التي يكون فيها ذراع الرافعة  $\mathbf{l} > 1$  تصف بشكل فعال تدفق خارجي معدوران حبة على سلك إلى دائرة نصف قطرها  $R_{outer} = lR$  ، كما هو متصور لرياح القرص المغناطيسي المدفوعة بالطرد المركزي. يمكن لنماذج مثل هذه إزالة الكثير من العزم الزاوي من القرص. مع تثبيت العزم الزاوي الذي تحمله المادة المتدفقة، يعطى حفظ العزم الزاوي على النحو التالي:

$$-\frac{1}{R} \frac{d}{dR} (R^3 \Sigma v_r \Omega) + \frac{1}{R} \frac{d}{dR} \left( R^3 v \Sigma \frac{d\Omega}{dR} \right) - \frac{(IR)^2 \Omega}{2\pi R} \frac{d\dot{M}_w}{dR} = 0 \quad (10 - III)$$

معادلة مجموع ضغط الغاز والإشعاع

حيث يمثل الحد الأخير على الجانب الأيسر من المعادلة (10 - III) العزم الزاوي الذي تحمله المواد المتدفقة.

$\mathbf{l} = \mathbf{0}$  يتوافق مع تدفق خارجي غير دوارة ، و  $\mathbf{l} = \mathbf{1}$  يتوافق مع المواد المتدفقة التي تحمل العزم الزاوي المحدد عند نقطة الطرد. تتوافق الحالات التي تحتوي على  $\mathbf{l} > 1$  مع رياح القرص المغناطيسي المدفوعة بالطرد المركزي والتي تستخرج المزيد من العزم الزاوي من القرص [66] علماً أن الضغط  $P$  هو مجموع ضغط الغاز والإشعاع من خلال المرجع [7] لمعادلة الحالة (11 - III) لدينا:

$$P = p_r + \frac{R}{\mu_i} \rho T_i + \frac{R}{\mu_e} \rho T_e + \frac{B^2}{24\pi} \quad (11 - III)$$

حيث  $p_r$  هو ضغط الإشعاع، و  $R$  هو ثابت الغاز، و  $\mu_e$  و  $\mu_i$  هما الأوزان الجزيئية المتوسطة للأيونات والإلكترونات على التوالي، و  $T_e$  و  $T_i$  هما درجات حرارة الأيونات والإلكترونات على التوالي، و  $a$  هو ثابت الإشعاع، و  $B$  هو كثافة مجال مغناطيسي متشابه بشكل متساوي الاتجاه، والذي يشمل ضغوط الإشعاع والغاز والمغناطيسية. ضغط الإشعاع  $p_r$ ،

ضغط الغاز  $p_g$  ، وضغط المغناطيسية  $p_m$  تتوافق على التوالي مع الحد الأول، والحدين الثاني والثالث، والحد الأخير في المعادلة (III - 11). تصبح المعادلة:

$$P = p_r + p_g + p_m$$

يُعتبر الوزن الجزيئي المتوسط في التقريب القياسي [72] في حالة غاز ذو درجة حرارة واحدة ( $T_e = T_i$ ) تكون

$$T = T_e = T_i \text{ بالنسبة لغاز كثيف بصرياً،}$$

$$P_g = R\rho \left( \frac{T_i}{\mu_i} + \frac{T_e}{\mu_e} \right)$$

لحساب الضغط  $P$  الناتج عن الغاز والإشعاع في نظام فيزيائي معين، تعطي معادلات تفصيلية لهذه الحسابات:

$$P = p_r + p_g \text{ حيث } p \text{ هو مجموع ضغط الغاز والإشعاع. يمكن حساب ضغط الغاز من خلال العلاقة التالية: } P_g =$$

$R\rho(T_i + T_e)$  حيث  $\rho$  هو الكثافة، و  $R$  هو ثابت الغاز، و  $T_i$  هو درجة حرارة الأيونات، و  $T_e$  هو درجة حرارة

الإلكترونات، والتي تُعطى بالعلاقة التالية:

$$T_e = \min(T_i, 6 \times 10^9 K) \text{ يُحسب من خلال العلاقة التالية [12]:}$$

$$2 \times F_v = \sigma T_e^4 = Q_{\text{rad}} = \frac{8\sigma T_e^4}{\frac{3\tau}{2} + \sqrt{3} + \frac{1}{\tau_{\text{abc}}}}$$

$$\text{في القرص السميك بصرياً نهمل } \frac{1}{\tau_{\text{abc}}} = \frac{8\sigma T_e^4}{Q_{br}}$$

$$Q_{\text{rad}} = 8\sigma T_e^4 \left( \frac{3\tau}{2} + \sqrt{3} \right)^{-1} \quad (12 - \text{III})$$

$$\text{ولدينا أيضاً: } p_r = \frac{4\sigma T_e^4}{3c} \text{ بضرب } 2 \times p_r \text{ يصبح (III - 13) } p_r = \frac{8\sigma T_e^4}{6c}$$

حيث  $Q_{\text{rad}} \simeq P_r$  هو معدل التبريد الإشعاعي، و  $\tau$  هو العمق البصري الكلي الذي يُعطى بالعلاقة:

و  $\tau = k\rho H$  حيث  $k$  هو المعامل الكلي للامتصاص، والذي هو مجموع معامل تبعثر الإلكترونات ومعامل

الامتصاص:  $k = k_{es} + k_{abs}$  حيث:  $k_{es} = 0.34 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$  و  $k_{abs} = 0.2 \times 10^{25} \rho T_e^{-3.5} \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$ .

من المعادلة  $\mu = \left(\frac{1}{\mu_i} + \frac{1}{\mu_e}\right)^{-1}$  نستنتج انه:  $\frac{1}{\mu} = \left(\frac{1}{\mu_i} + \frac{1}{\mu_e}\right)$  ومنه:

$$P_g = \frac{R\rho}{\mu} (T_i + T_e)$$

إذا تصبح المعادلة:

$$P = p_r + \frac{R\rho}{\mu} (T_i + T_e) \quad (14 - III)$$

بالعودة إلى عنوان درجة الحرارة  $T$  من الفصل الثاني نجد  $R = \frac{k}{m_p}$  نعوضها في المعادلة (14 - III) تصبح المعادلة:

$$P = p_r + \frac{\rho k}{m_p \mu} (T_i + T_e)$$

بتعويض (12 - III) في (13 - III) و  $Q_{rad} = 8\sigma T_e^4$  نجد:

$$P = \frac{\rho k}{m_p \mu} (T_i + T_e) + \frac{Q_{rad}}{6c} \left(\frac{3\tau}{2} + \sqrt{3}\right)^{-1}$$

بضرب و قسمة الطرف الثاني من القوس في  $\sqrt{3}$ :

$$P = \frac{\rho k}{m_p \mu} (T_i + T_e) + \frac{Q_{rad}}{2 \times 3c} \left(\frac{3\tau}{2} + \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)^{-1}$$

$$P = \frac{\rho k}{m_p \mu} (T_i + T_e) + \frac{Q_{rad}}{2 \times 3c} \left(\frac{3\tau}{2} + \frac{3}{\sqrt{3}}\right)^{-1}$$

باستخراج 3 عامل مشترك:

$$P = \frac{\rho k}{m_p \mu} (T_i + T_e) + 3 \frac{Q_{rad}}{2 \times 3c} \left(\frac{\tau}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{-1}$$

$$P = \frac{\rho k}{m_p \mu} (T_i + T_e) + \frac{Q_{rad}}{2c} \left( \frac{\tau}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right)^{-1}$$

باستخراج  $\frac{1}{2}$  عامل مشترك:

$$P = \frac{\rho k}{m_p \mu} (T_i + T_e) + \frac{1}{2} \frac{Q_{rad}}{2c} \left( \tau + \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{-1}$$

ومنه نستنتج أن :

$$P = \frac{\rho k}{m_p \mu} (T_i + T_e) + \frac{1}{2} \frac{Q_{rad}}{2c} \left( \tau + \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^{-1} \quad (15 - III)$$

حيث  $T_i$  و  $T_e$  درجة حرارة الأيونات ودرجة حرارة الإلكترون، على الترتيب، و

$\mu = 0.617$ ،  $T_e = \min(T_i, 6 \times 10^9 K)$  هو متوسط الوزن الجزيئي، و  $\tau = (k_{es} + k_{abs})\rho H$  هو إجمالي

العمق البصري حيث  $k_{es} = 0.34 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$  و القيمة المطلقة

$$.k_{abs} = 0.27 \times 10^{25} \rho T_e^{-3.5} \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1} [65]$$

$$Q_{vis} = Q_{adv} + Q_{rad} + Q_w \quad (16 - III)$$

حيث  $Q_{vis}$  و  $Q_{adv}$  و  $Q_{rad}$  هي معدل التسخين اللزج، ومعدل التبريد اللزج، ومعدل التبريد الإشعاعي أما  $Q_w$  هي معادلة التدفق الخارجي.

معدل التسخين اللزج

علما أن  $\tau_{r\phi}$  مؤثر الإجهاد يعطى من الشكل [73]:

$$\tau_{r\phi} = \rho v \frac{\partial v_\phi}{\partial R} = \rho v \frac{d\Omega}{d \ln R} \quad (17 - III)$$

$\rho$  هي الكثافة،  $v$  هي اللزوجة الحركية و  $v_\phi$  هي السرعة الزاوية. [56] علاقة اللزوجة تعطى على الشكل التالي:

$$\tau_{r\phi} = \alpha P$$

حيث  $P$  هو الضغط الحراري الكلي ومعامل اللزوجة الثابتة  $\alpha \leq 1$ . يؤدي هذا إلى:

$$v = \alpha C_s^2 \left[ \frac{d\Omega}{d \ln R} \right]^{-1}$$

حيث  $c$  هي سرعة الصوت, بالنسبة  $\Omega$  للسرعة الزاوية .

$$\Omega = \left( \frac{GM}{R^3} \right)^{1/2}$$

لدينا من المعادلة (III - 17):  $\frac{\partial}{\partial R}(R\Omega) = \frac{\partial v_\phi}{\partial R}$

$$\frac{d \ln R}{dR} = \frac{1}{R} \quad (III - 18)$$

بقلب (III - 18) نجد:  $R = \frac{dR}{d \ln R}$  ومنه

$$\frac{\partial}{\partial R} \left( \frac{dR}{d \ln R} \Omega \right) = \frac{\partial}{\partial \ln R} \Omega$$

عند ضرب الطرف الأيمن من المعادلة (III - 17) بطول الحلقة  $(2\pi R)$  ومتوسط الارتفاع الكلي للقرص، نحصل

على التعبير عن العزم الكلي للدوران:

$$\mathfrak{L} = 2\pi R \Sigma \nu R \frac{d\Omega}{d \ln R} \quad (III - 19)$$

$Q_{vis}$  معدل التسخين اللزج لكل وحدة سطح , علما أن  $\Omega' = \frac{d\Omega}{dR}$  وبتعويض  $(w)$  في  $(m)$  نحصل على:

$$Q_{vis} = \frac{\mathfrak{L} \Omega'}{4\pi R} = \frac{2\pi R \Sigma \nu R}{4\pi R} \frac{d\Omega}{d \ln R} \frac{d\Omega}{dR} \quad (III - 20)$$

$$= \frac{\Sigma \nu R}{2} \frac{d\Omega}{d \ln R} \frac{d\Omega}{dR}$$

علما أن:  $\frac{d\Omega}{d \ln R} = R \frac{d\Omega}{dR}$  ومنه نحصل على العلاقة في نصف القرص :

$$= \frac{\Sigma v R}{2} R \frac{d\Omega}{dR} \frac{d\Omega}{dR}$$

إذا تصبح العلاقة السابقة بالنسبة للقرص ككل هي:

$$Q_{\text{vis}} = v \Sigma \left( R \frac{d\Omega}{dR} \right)^2 \quad (21 - \text{III})$$

معدل التبريد بالحمل

باستخدام قانون الغاز المثالي  $P = \frac{\rho K T}{\mu m_H}$  لتحديد درجة الحرارة  $T$ .

$$T = \mu m_H \frac{P}{\rho K}$$

حيث  $P$  هو الضغط .

$$\frac{dP}{dR} = \frac{dP}{d\rho} \frac{d\rho}{dR} = C_s^2 \frac{d\rho}{dR}$$

علما أن الكثافة السطحية  $\Sigma = 2\rho H$ ، لدينا  $\frac{dR}{d \ln R} = R$ ، ومقدار  $\xi_a$  معامل خاص

بالتدفق يعطى بالشكل [65]:

$$\xi_a = - \left[ \frac{4 - 3\beta^*}{\Gamma_3 - 1} \frac{d \ln T}{d \ln R} + (4 - 3\beta^*) \frac{d \ln \Sigma}{d \ln R} \right]$$

ومنه :

$$\frac{d \ln T}{d \ln R} = \frac{d \ln T}{dR} \frac{dR}{d \ln R} = R \frac{d \ln T}{dR} = R \frac{d}{dR} \left[ \ln \left( \mu m_H \frac{P}{\rho k} \right) \right]$$

$$= R \frac{d}{dR} \left[ \ln \left( \frac{\mu m_H}{k} \right) + \ln \left( \frac{P}{\rho} \right) \right]$$

$$= R \frac{d}{dR} \left[ \ln \left( \frac{\mu m_H}{k} \right) + \ln P - \ln \rho \right]$$

$$= R \left[ \frac{1}{P} \frac{dP}{dR} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dR} \right]$$

$$\frac{d \ln \Sigma}{d \ln R} = \frac{d \ln \Sigma}{dR} \frac{dR}{d \ln R} = R \frac{d \ln \Sigma}{dR} = R \frac{d \ln(2\rho H)}{dR}$$

$$= R \frac{d}{dR} [\ln(2H) + \ln \rho]$$

$$= R \left( \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dR} \right)$$

ويمكن كتابة معدل التدفق من الشكل [1]:

$$Q_{adv} = \frac{\dot{M}}{2\pi R^2} \frac{P}{\rho} \xi_a$$

يتم تحديد معدل التدفق بواسطة.

$$Q_{adv} = \frac{\Sigma v_R}{R} T_c \frac{ds}{d \ln R} = \frac{\dot{M}}{2\pi R^2} C_s^2 \xi_a$$

علما أن  $\dot{M} = -2\pi R \Sigma v_R$  نعوضها في المعادلة أعلاه و  $\frac{d \ln R}{dR} = \frac{1}{R}$  نحصل على :

$$Q_{adv} = \frac{\Sigma v_R}{R} T_c \frac{ds}{d \ln R} = \frac{-2\pi R \Sigma v_R}{2\pi R^2} C_s^2 \xi_a$$

$$\frac{\Sigma v_R}{R} T_c R \frac{ds}{dR} = \frac{-\Sigma v_R}{R} C_s^2 \xi_a$$

$$\Sigma v_R T_c \frac{ds}{dR} = \frac{-\Sigma v_R}{R} C_s^2 \xi_a$$

$$Q_{adv} = \frac{\dot{M}}{2\pi R^2} C_s^2 \xi_a$$

$$= \frac{\dot{M}}{2\pi R^2} C_s^2 \times (-) \left[ \frac{4 - 3\beta^*}{\Gamma_3 - 1} \frac{d \ln T}{d \ln R} + (4 - 3\beta^*) \frac{d \ln \Sigma}{d \ln R} \right]$$

بوضع معامل خاص بالضغط  $\beta^* = 1$ ، وفي الملحق  $\Gamma_3 = \gamma_g = \gamma$  حيث  $\Gamma_3$  معامل خاص بالضغط والإشعاع،  $\gamma$  معامل أديا باتيكي.

$$\begin{aligned} &= \frac{-\Sigma v_R}{R} C_s^2 \times (-) \left[ \frac{1}{\gamma - 1} R \left( \frac{1}{P} \frac{dP}{dR} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dR} \right) + R \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dR} \right] \\ &= \Sigma v_R T_c \frac{ds}{dR} = \frac{\Sigma v_R}{R} C_s^2 \left[ \frac{1}{\gamma - 1} R \left( \frac{1}{P} \frac{dP}{dR} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dR} \right) + R \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dR} \right] \end{aligned}$$

نستنتج أن  $\left( \frac{1}{P} \frac{dP}{dR} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dR} \right) = \frac{d}{dR} \left[ l \left( \frac{P}{\rho} \right) \right]$ ، ولدينا أنه  $C_s^2 = \frac{P}{\rho}$  ومنه:

$$= \Sigma v_R T_c \frac{ds}{dR} = \frac{\Sigma v_R}{R} \left[ \frac{R}{\gamma - 1} C_s^2 \frac{d}{dR} \ln C_s^2 + R \frac{C_s^2}{\rho} \frac{d\rho}{dR} \right]$$

$$= \Sigma v_R T_c \frac{ds}{dR} = \frac{\Sigma v_R}{R} \left[ \frac{R}{\gamma - 1} C_s^2 \frac{1}{C_s^2} \frac{d}{dR} C_s^2 + R \frac{C_s^2}{\rho} \frac{d\rho}{dR} \right]$$

$$= \Sigma v_R T_c \frac{ds}{dR} = \frac{\Sigma v_R}{R} R \left[ \frac{1}{\gamma - 1} C_s^2 \frac{1}{C_s^2} \frac{d}{dR} C_s^2 + \frac{C_s^2}{\rho} \frac{d\rho}{dR} \right]$$

$$Q_{adv} = \Sigma v_R T_c \frac{ds}{dR} = \Sigma v_R \left[ \frac{1}{\gamma - 1} \frac{dC_s^2}{dR} + \frac{C_s^2}{\rho} \frac{d\rho}{dR} \right] \quad (22 - III)$$

معدل التبريد إشعاعي

عبارة التدفق الإشعاعي [74]:

$$F_v = \sigma T_{eff}^4 = \frac{4\sigma T_e^4}{\frac{3\tau}{2} + \sqrt{3} + \frac{1}{\tau_{abs}}}$$

$$q^- = \frac{F_v}{H} = \frac{4\sigma T_e^4 / H}{\frac{3\tau}{2} + \sqrt{3} + \frac{1}{H} (q_{br}^- + q_{synch}^- + q_{br,c}^- + q_{synch,c}^- + q_{*,c}^-)^{-1}}$$

في حالة الأقراص الرقيق بصريا الإشعاع يساوي [65]:

$$Q^- = 1.24 \times 10^{21} \text{Hp}^2 \text{T}^{1/2}$$

عبارة التدفق الإشعاعي تؤل إلى [74]:

$$F_v = 4\sigma T_e^4 \tau_{\text{abs}}$$

$$Q^- = 2F_v = 8\sigma T_e^4 \tau_{\text{abs}}$$

ومنه

$$\frac{1}{\tau_{\text{abs}}} = \frac{8\sigma T_e^4}{Q^-}$$

$$Q_{\text{rad}}^- = 2F_v$$

في الحالة الأصلية

$$Q_{\text{rad}} = 2\sigma T_{\text{eff}}^4 = \frac{8\sigma T_e^4}{\frac{3\tau}{2} + \sqrt{3} + \frac{1}{\tau_{\text{abs}}}}$$

علما أن :

$$\tau = \tau_{\text{es}} + \tau_{\text{abs}}$$

في حالة الأقراص الرقيق بصريا لدينا [65] :

$$F_v = 4\sigma T_e^4 \tau_{\text{abs}}$$

$$Q_{br}^- = 2F_v = 8\sigma T_e^4 \tau_{\text{abs}}$$

$$Q^- = Q_{br}^-$$

التي توافق التدفق في حالة القرص الرقيق بصريا

$$Q_{\text{rad}} = \frac{8\sigma T_e^4}{\frac{3\tau}{2} + \sqrt{3} + \frac{8\sigma T_e^4}{Q_{\text{br}}^-}}$$

في حالة قرص الرقيق بصريا أيضا فإن التدفق الإشعاعي يوافق [6] :

$$Q^- = 1.24 \times 10^{21} H \rho^2 T^{1/2}$$

$$Q_{\text{rad}} = 8\sigma T_e^4 \left( \frac{3\tau}{2} + \sqrt{3} + \frac{8\sigma T_e^4}{Q_{\text{br}}^-} \right)^{-1} \quad (23 - \text{III})$$

معادلة تبريد الإشعاع الكابح:

يتم إعطاء تبريد بواسطة [75] :

$$Q_{\text{br}}^- = 1.24 \times 10^{21} H \rho^2 T_e^{1/2} \text{ ergs}^{-1} \text{ cm}^{-2} \quad (24 - \text{III})$$

معادلة الطاقة المأخوذة من التدفقات الخارجية:

$Q_w$  في المعادلة (III - 16) تمثل الطاقة المأخوذة من التدفقات الخارجة ، والتي يتم التعبير عنها على النحو التالي :

$$Q_{\text{vis}} = Q_{\text{adv}} + Q_{\text{rad}} + Q_w$$

نستخرج  $Q_w$  من العبارة السابقة نجد

$$Q_w = Q_{\text{vis}} - Q_{\text{adv}} - Q_{\text{rad}}$$

وبالتعويض نجد:

$$Q_w = v \Sigma \left( R \frac{d\Omega}{dR} \right)^2 - \Sigma V_R \left( \frac{1}{\gamma - 1} \frac{dc_s^2}{dR} - \frac{c_s^2}{\rho} \frac{d\rho}{dR} \right) - 8\sigma T_e^4 \left( \frac{3\tau}{2} + \sqrt{3} + \frac{8\sigma T_e^4}{Q_{\text{br}}^-} \right)^{-1}$$

من الفصل الأول لدينا:

$$-vR^2 \frac{d\Omega}{dR} = -v_R (L - L_{\text{in}})$$

$$v^2 R^4 = v_R^2 (L - L_{in})^2$$

$$\left(\frac{d\Omega}{dR}\right)^2 = \frac{v_R^2 (L - L_{in})^2}{v^2 R^4}$$

بالتعويض في المعادلة (III - 21) نتحصل على

$$Q_{vis} = \frac{\Sigma}{vR^2} v_R^2 (L - L_{in})^2 / L = R^2 \Omega$$

$$Q_{vis} = \frac{\Sigma}{vR^2} v_R^2 (R^2 \Omega - R_{in}^2 \Omega)^2$$

يمكننا كتابة  $Q_{adv}$  على الشكل التالي باستخدام العبارتين

$$\frac{dP}{dR} = \frac{dP}{d\rho} \frac{d\rho}{dR} = c_s^2 \frac{d\rho}{dR}$$

$$\frac{d}{dR} \left( \frac{P}{\rho} \right) = \frac{\rho \frac{dP}{dR} - P \frac{d\rho}{dR}}{\rho^2}$$

بالتعويض نجد

$$Q_{adv} = \Sigma V_R \left( \frac{1}{\gamma - 1} \frac{dc_s^2}{dR} - \frac{c_s^2}{\rho} \frac{d\rho}{dR} \right)$$

$$Q_{adv} = \Sigma V_R \left( \frac{1}{\gamma - 1} \frac{\rho \frac{dP}{dR} - P \frac{d\rho}{dR}}{\rho^2} - \frac{c_s^2}{\rho} \frac{d\rho}{dR} \right)$$

$$Q_{adv} = \Sigma V_R \left( \frac{1}{\gamma - 1} \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dR} - \frac{1}{\gamma - 1} \frac{c_s^2}{\rho} \frac{d\rho}{dR} - \frac{c_s^2}{\rho} \frac{d\rho}{dR} \right)$$

$$Q_{adv} = \Sigma V_R \left( \frac{1}{\gamma - 1} \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dR} - \frac{1}{\gamma - 1} \frac{c_s^2}{\rho} \frac{1}{c_s^2} \frac{dP}{dR} - \frac{c_s^2}{\rho} \frac{1}{c_s^2} \frac{dP}{dR} \right)$$

في الأخير تحصلنا على :

$$Q_{adv} = -\Sigma V_R \left( \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dR} \right)$$

لدينا علاقة أولر [12] :

$$v_R \frac{\partial v_R}{\partial R} + \frac{V_\phi^2}{R} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dR} \frac{GM}{R^2} = 0 \quad (25 - III)$$

لدينا العلاقة (9 - III)

$$v_R \frac{dv_R}{dR} + (\Omega_k^2 - \Omega^2)R + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dR} = 0$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dR} = -v_R \frac{dv_R}{dR} + (\Omega_k^2 - \Omega^2)R$$

تكامل برنولي:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{c_s^2}{\gamma - 1} - \frac{GM}{r} = \text{const}$$

$$v_R \frac{\partial v_R}{\partial R} + \frac{1}{\gamma - 1} \frac{\partial c_s^2}{\partial R} + \frac{GM}{r} = 0$$

مع العلم أن  $R = R_g$  عند  $V_R^2 = c_s^2$  أو  $\frac{\partial v_R^2}{\partial R} = \frac{\partial c_s^2}{\partial R}$

$$v_R \frac{dv_R}{dR} = -\frac{GM}{r_s^2}$$

$$v_R \frac{dv_R}{dR} = -\frac{GM}{r_s^2}$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dR} = \frac{GM}{r_s^2} + (\Omega_k^2 - \Omega^2)R$$

كتابة  $Q_{\text{rad}}$  على الشكل التالي :

$$Q_{\text{rad}} = \frac{8\sigma T_e^4}{\left(\frac{3\tau}{2} + \sqrt{3} + \frac{8\sigma T_e^4}{Q_{br}}\right)}$$

$$Q_{\text{rad}} = Q^- = \frac{4\sigma T_c^4}{3\tau} = \frac{4\sigma T_c^4}{3\tau k_r \Sigma} \quad (26 - \text{III})$$

حيث  $k_r$  تمثل العتامة يمكن أن يكون المعدل التبريد الإشعاعي المحلي لكل وحدة سطحية شكل أكثر أو أقل تعقيد اعتمادا على إذا مكان مادة القرص رقيق أو سميك بصريا وعلى التأثيرات الفيزيائية المنتظمة ولكن أبسط صورة له يكون صالحا للإنبعاثات السميكة بصريا [12].

لدينا

$$Q^- = \frac{4\sigma T_c^4}{3\tau} = \frac{4\sigma T_c^4}{3\tau k_r \Sigma} = \frac{3\sigma M \dot{M}}{8\pi R^3} \left[ 1 - \left(\frac{R_*}{R}\right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (27 - \text{III})$$

$$v\Sigma = \frac{\dot{M}}{3\pi} \left[ 1 - \left(\frac{R_*}{R}\right)^{\frac{1}{2}} \right]$$

بالتعويض في  $Q^-$  نجد

$$Q^- = \frac{9GM}{8R^3} v\Sigma$$

$$Q^- = \frac{9}{8} \Omega^2 v\Sigma$$

بالتعويض العبارات  $Q_{\text{vis}}$  و  $Q_{\text{rad}}$  و  $Q_{\text{adv}}$  بعد الحساب في  $Q_w$  نتحصل على :

$$Q_w = \frac{\Sigma}{vR^2} v_R^2 (R^2 \Omega - R_{in}^2 \Omega)^2 - \Sigma V_R \left( \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dR} \right) - \frac{9}{8} \Omega^2 v\Sigma$$

$$Q_w = 2f\eta\dot{m}_w V_k^2 \quad (28 - III)$$

حساب الحد  $v\Sigma$ :

حيث يمثل العامل 2 طاقة التدفق الخارجة المنبعثة من جانبي قرص التراكم ؛  $\eta$  هي معامل طاقة التدفق الخارجي

و  $V_k$  هي السرعة المتجهة كبليرية. باستخدام المعادلة (1) ودمج المعادلة (6) ،

لدينا  $L = R^2 \Omega$  من [12] ،

$$V_R \frac{dV_R}{dR} = (\Omega^2 - \Omega_k^2) R - \frac{1}{\Sigma} \frac{d}{dR} (\Sigma c_s^2)$$

$$-2\pi v\Sigma \frac{d \ln \Omega}{d \ln R} = \dot{M} \left( 1 - \frac{l_{in}}{l} \right)$$

العلاقات (1 - III) و (2 - III) و (3 - III)

$$f_* = 1 - 9\Omega_k/\Omega(R/R_g)^2 , \dot{M} = 2\pi v\Sigma g/f_* , \Omega_* = \Omega_k(3R_g)$$

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dR} (R \Sigma v_R) + \frac{1}{2\pi R} \frac{d\dot{M}_w}{dR} = 0 \quad (1 - III)$$

$$-\frac{1}{R} \frac{d}{dR} (R \Sigma v_R R^2 \Omega) + \frac{1}{R} \frac{d}{dR} \left( \Sigma v_R R^3 \frac{d\Omega}{dR} \right) - \frac{(lR)^2 \Omega}{2\pi R} \frac{d\dot{M}_w}{dR} = 0 \quad (10 - III)$$

$$-R \Omega \frac{d}{dR} (R \Sigma v_R) + \Sigma v_R \frac{d}{dR} (R^2 \Omega) - \frac{1}{R} \frac{d}{dR} \left( \Sigma v_R R^3 \frac{d\Omega}{dR} \right) - \frac{(lR)^2 \Omega}{2\pi R} \frac{d\dot{M}_w}{dR} = 0$$

$$\frac{R^2 \Omega}{2\pi R} \frac{d\dot{M}_w}{dR} + \frac{1}{R} \frac{d}{dR} \left( \Sigma v_R R^3 \frac{d\Omega}{dR} \right) + \frac{1}{R} \frac{d}{dR} \left( \Sigma v_R R^3 \frac{d\Omega}{dR} \right) - \frac{(lR)^2 \Omega}{2\pi R} \frac{d\dot{M}_w}{dR} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{R} \frac{d}{dR} \left( \Sigma v_R R^3 \frac{d\Omega}{dR} \right) + \frac{(1 - l^2) R^2 \Omega}{2\pi R} \frac{d\dot{M}_w}{dR} = 0$$

$$\frac{d}{dR} \left( \Sigma v_R R^3 \frac{d\Omega}{dR} \right) = \frac{(1 - l^2) R^2 \Omega}{4\pi} \frac{d\dot{M}_w}{dR}$$

$$\frac{d\dot{M}_w}{dR} = 4\pi R \dot{m}_w = 4\pi R \frac{\dot{M}_p}{4\pi R^2} \left( \frac{R}{R_0} \right)^{p-2} = 4\pi R \frac{\dot{M}_p}{4\pi R^2} \left( \frac{R}{R_0} \right)^{-2} = \frac{\dot{M}_p}{R}$$

$$\frac{d}{dR} \left( v \Sigma R^3 \frac{d\Omega}{dR} \right) = \frac{d}{dR} \left( v \Sigma R^2 \Omega \frac{d \ln \Omega}{d \ln R} \right) = v \Sigma \frac{d \ln \Omega}{d \ln R} \frac{d}{dR} (R^2 \Omega) + R^2 \Omega \frac{d}{dR} \left( v \Sigma \frac{d \ln \Omega}{d \ln R} \right)$$

$$\frac{d}{dR} \left( \Sigma v_R R^3 \frac{d\Omega}{dR} \right) = \frac{(1 - l^2) R^2 \Omega}{4\pi} \frac{d\dot{M}_w}{dR}$$

$$v \Sigma \frac{d \ln \Omega}{d \ln R} \frac{d}{dR} (R^2 \Omega) + R^2 \Omega \frac{d}{dR} \left( v \Sigma \frac{d \ln \Omega}{d \ln R} \right) = \frac{(l^2 - 1) R \Omega}{4\pi} \dot{M}_p \left( \frac{R}{R_0} \right)^p$$

$$-R^2 \Omega \frac{d}{dR} \frac{1}{2\pi} \dot{M}_p \left( \frac{R}{R_0} \right)^p \left( 1 - \frac{L_{in}}{L} \right)$$

$$\frac{-R^2 \Omega}{2\pi} \dot{M}_p \left( \frac{R}{R_0} \right)^{p-1} \left( 1 - \frac{L_{in}}{L} \right) - \frac{R^2 \Omega}{2\pi} \dot{M}_p \left( \frac{R}{R_0} \right)^p \left( \frac{L_{in}}{(R^2 \Omega)^2} \right) \frac{d}{dR} (R^2 \Omega)$$

$$\frac{d}{dR} (R^2 \Omega) = \frac{d}{dR} (GM)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{GM}{R}} \frac{R^2}{R^2} = \frac{R}{2} \Omega_k$$

$$v\Sigma \frac{d\ln\Omega_k}{d\ln R} \frac{R}{2} \Omega_k + \frac{R^2 \Omega_k}{2\pi} \dot{M}_0 p \frac{R}{R_0} + \frac{R^2 \Omega_k}{2\pi} \dot{M}_0 p \frac{R}{R_0} \frac{L_{in}}{L} - \frac{R^2 \Omega_k}{2\pi} \dot{M}_0 \frac{R}{R_0} \frac{L_{in}}{L^2} \frac{R}{2} \Omega_k = l^2 \Omega_k \frac{R^2}{4\pi} \dot{M}_0 p$$

$$\frac{v\Sigma}{2} \frac{d\ln\Omega_k}{d\ln R} + \frac{\dot{M}_0 p}{2\pi} \frac{R}{R_0} + \frac{\dot{M}_0 p}{2\pi} \frac{R}{R_0} \frac{L_{in}}{L} - \frac{\dot{M}_0 L_{in}}{4\pi} \frac{R}{L} = \frac{l^2}{4\pi} \dot{M}_0 p - \frac{\dot{M}_0 p}{4\pi}$$

$$-\frac{3}{2} v\Sigma g = \frac{\dot{M}_0}{\pi} \left[ -\frac{pR_0}{2} - \frac{L_{in}}{L} \frac{pR_0}{2} + \frac{L_{in}}{4L} + \frac{l^2 p}{4} - \frac{p}{4} \right]$$

$$v\Sigma = \frac{\dot{M}_0 g^{-1}}{3\pi} \left[ pR_0 + \frac{L_{in}}{L} pR_0 - \frac{L_{in}}{2L} - \frac{l^2 p}{2} + \frac{p}{2} \right]$$

$$v\Sigma = \frac{\dot{M} f g^{-1}}{3\pi} \left( 1 - \frac{l^2 p}{p + \frac{1}{2}} \right) \quad (26 - III)$$

الصيغة 2 التكاملية للعزم الشعاعي :

لدينا

$$\frac{d}{dR} (\rho R H V_R)$$

لدينا  $c_s^2 = H^2 \Omega_k^2$  و  $V_R = \frac{3}{2} \alpha c_s H$

$$\frac{d}{dR} \left( \rho R \frac{c_s}{\Omega_k} \frac{3}{2} \alpha c_s H \right) = 0$$

$$\frac{d}{dR} \left( \rho c_s^2 \frac{3}{2} R \alpha \frac{H}{\Omega_k} \right)$$

$$\frac{3}{2} R \alpha \frac{H}{\Omega_k} \frac{d}{dR} (\rho c_s^2) + \rho c_s^2 \frac{d}{dR} \left( \frac{3}{2} R \alpha \frac{H}{\Omega_k} \right) = 0$$

$$\frac{3}{2} R \alpha \frac{H}{\Omega_k} \frac{d}{dR} (\rho c_s^2) + \rho c_s^2 \frac{3}{2} \frac{\alpha H}{\Omega_k} = 0$$

$$\frac{d}{dR}(\rho c_s^2) = -\rho c_s^2 \frac{3\alpha H}{2\Omega_k} \frac{2}{3} \frac{\Omega_k}{\alpha H R}$$

$$\frac{d}{dR}(\rho c_s^2) = -\rho c_s^2 \frac{1}{R}$$

لدينا

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dR} = \frac{1}{\rho} \frac{d(\rho c_s^2)}{dR}$$

$$v_R \frac{dv_R}{dR} + (\Omega_k^2 - \Omega^2)R - \frac{1}{\rho} \rho c_s^2 \frac{1}{R} = 0$$

$$v_R \frac{dv_R}{dR} - \Omega^2 R = -\Omega_k^2 R + c_s^2 \frac{1}{R}$$

$$v_R \frac{dv_R}{dR} - \frac{GM}{R^2} = -\frac{GM}{R^2} + H^2 \frac{GM}{R^3} \frac{1}{R}$$

$$v_R \frac{dv_R}{dR} - \frac{GM}{R^2} = -\frac{GM}{R^2} + H^2 \frac{GM}{R^4}$$

بإدخال التكامل نتحصل على الشكل التالي :

$$\frac{1}{2} v_R^2 + \Omega^2 R^2 = \Omega_k^2 R^2 + \frac{5}{2} R^2 \Omega_k^2 \frac{1}{R}$$

$$v_R \frac{dv_R}{dR} - \Omega^2 R = -\Omega_k^2 R + \frac{5}{2} c_s^2$$

$$\frac{1}{2} v_R^2 + \frac{5}{2} c_s^2 + (\Omega^2 - \Omega_k^2) R^2 = 0 \quad ((29 - III))$$

الصيغة 2 لمعدل التبريد اللزج:

$$Q_{\text{vis}} = v\Sigma \left( R \frac{d\Omega}{dR} \right)$$

لدينا  $\Omega = w\Omega_k$

$$Q_{\text{vis}} = v\Sigma R^2 w^2 \left( \frac{d\Omega}{dR} \right)^2$$

لدينا  $\frac{d\Omega}{dR} = -\frac{3}{2}\Omega_k \frac{1}{R}$

$$Q_{\text{vis}} = v\Sigma R^2 w^2 \frac{9}{4}\Omega_k^2 \frac{1}{R^2} = \frac{9}{4}v\Sigma\Omega^2$$

لدينا  $v\Sigma = \frac{\dot{M}fg^{-1}}{3\pi} \left( 1 - \frac{l^2 p}{p + \frac{1}{2}} \right)$

$$Q_{\text{vis}} = \frac{9}{4}\Omega^2 \frac{\dot{M}fg^{-1}}{3\pi} \left( 1 - \frac{l^2 p}{p + \frac{1}{2}} \right)$$

$$= \frac{3}{4\pi}\Omega^2 \dot{M}fg^{-1} \left( 1 - \frac{l^2 p}{p + \frac{1}{2}} \right)$$

$$Q_{\text{vis}} = \frac{3M\Omega^2 fg}{4\pi} \left( 1 - \frac{l^2 p}{p + \frac{1}{2}} \right) \quad (30 - \text{III})$$

الصيغة 2 لمعدل التبريد بالحمل :

$$\frac{d}{dR}(\rho R H V_R) = 0$$

$$\frac{d}{dR}\left(\rho R H \frac{3}{2} \alpha c_s \frac{H}{R}\right) = 0$$

$$\frac{d}{dR}\left(\rho \frac{3}{2} \alpha c_s H^2\right) = 0$$

$$\frac{3}{2} \alpha c_s H^2 \frac{d}{dR}(\rho) + \rho \frac{d}{dR}\left(\frac{3}{2} \alpha c_s H^2\right) = 0$$

$$\frac{3}{2} \alpha c_s H^2 \frac{d}{dR}(\rho) + \rho \frac{3}{2} \alpha H^2 \frac{d}{dR}(c_s) = 0$$

$$\frac{d}{dR}(\rho) = -\rho \frac{3}{2} \alpha H^2 \frac{d}{dR}(c_s) \left(\frac{2}{3} \frac{1}{\alpha c_s H^2}\right)$$

$$\frac{d}{dR}(\rho) = -\frac{\rho}{c_s} \frac{d}{dR}(c_s)$$

بالتعويض في  $Q_{adv}$

$$Q_{adv} = \sum V_R \left( \frac{1}{\gamma - 1} \frac{dc_s^2}{dR} - \frac{c_s^2}{\rho} \frac{d\rho}{dR} \right)$$

$$Q_{adv} = \sum V_R \left( \frac{1}{\gamma - 1} \frac{dc_s^2}{dR} - \frac{c_s^2}{\rho} \frac{\rho}{c_s} \frac{dc_s}{dR} \right)$$

$$= \sum V_R \left( \frac{1}{\gamma - 1} \frac{dc_s^2}{dR} - c_s \frac{dc_s}{dR} \right)$$

لدينا  $c_s = H \Omega_k$

$$H^2 \frac{d\Omega^2}{dR} = -3 \frac{c_s^2}{R} \quad \text{و} \quad H \frac{d\Omega}{dR} = -\frac{3}{2} \frac{c_s}{R}$$

$$\begin{aligned} Q_{\text{adv}} &= - \sum V_R \left( \frac{1}{\gamma - 1} 3 \frac{c_s^2}{R} - c_s \frac{3}{2} \frac{c_s}{R} \right) \\ &= - \sum V_R \left( \frac{1}{\gamma - 1} 3 \frac{c_s^2}{R} - \frac{3}{2} \frac{c_s^2}{R} \right) \end{aligned}$$

بضرب العبارة في  $2\pi$  وتعويض  $\gamma = 1/2$  نتحصل على العبارة التالية

$$\begin{aligned} &= - \frac{2\pi \Sigma V_R}{2\pi} \left( \frac{3}{(1/2)} + \frac{3}{2} \right) \frac{c_s^2}{R^2} \\ &= - \frac{1}{4\pi} \frac{\dot{M} c_s^2}{R^2} \end{aligned}$$

$$Q_{\text{adv}} = \frac{1}{4\pi} \frac{\dot{M} c_s^2}{R^2} \quad (31 - \text{III})$$

الصيغة 2 لمعادلة الطاقة المأخوذة من التدفقات الخارجة:

وأخيرا، بالتعويض بالمعادلة (4) في المعادلة (13)، نحصل على:

$$Q_w = 2f\eta \dot{m}_w V_k^2$$

$$V_k^2 = R^2 \Omega_k^2 \text{ لدينا } \frac{\dot{M} p}{4\pi R^2}$$

$$Q_w = 2f\eta \frac{\dot{M} p}{4\pi R^2} R^2 \Omega_k^2$$

$$Q_w = \frac{f\eta p \dot{M} \Omega_k^2}{2\pi} \quad (32 - \text{III})$$

بحل المعادلات الخمس ، المعادلات (3) و (7) - (8) و (14) - (15) ، للمتغيرات الخمسة  $\rho$  ،  $T$  ،  $c_s$  ،  $\Omega$  ، و  $V_R$  مع

معاملات معينة  $M_{\text{BH}}$  و  $\alpha$  و  $\dot{M}$  و  $l$ ، نحصل على حلول التوازن الحراري لتدفقات التراكم. في الحسابات التالية ،

$$\text{نصلح } l = 1 \text{ ، } \alpha = 0.1 \text{ ، } M_{\text{BH}} = 10M_{\odot}$$



## الفصل الثالث حلول التوازن الحراري لتدفقات تراكم الثقب الأسود

سلوك منحنيات الطاقة :

بافتراض ان:  $\Omega = w\Omega_k$

و

$$\begin{aligned}
 f &= 1 - \left( \frac{\Omega(3R_g)}{\Omega(R)} \right) \left[ \frac{3R_g}{R} \right]^{p+2} = 1 - \left( \frac{\sqrt{\frac{GM}{(3R_g)^3}} / \sqrt{\frac{GM}{R^3}}}{\sqrt{\frac{GM}{(3R_g)^3}} / \sqrt{\frac{GM}{R^3}}} \right) \left[ \frac{3R_g}{R} \right]^{p+2} \\
 &= 1 - \frac{\sqrt{\frac{R^3}{(3R_g)^3}} \left[ \frac{3R_g}{R} \right]^{p+2}}{\sqrt{\frac{R^3}{(3R_g)^3}} \left[ \frac{3R_g}{R} \right]^{p+2}} = 1 - \frac{R^{\frac{3}{2}} (3R_g)^{p+2}}{(3R_g)^{\frac{3}{2}} (R)^{p+2}} = 1 - \frac{R^{\frac{3}{2}} R^{-\frac{1}{2}-P}}{(3R_g)^{\frac{3}{2}} 3R_g^{-\frac{1}{2}-P}} \\
 &= 1 - \frac{R^{-\frac{1}{2}-P}}{(3R_g)^{-\frac{1}{2}-P}} = 1 - \left( \frac{r}{3} \right)^{-\frac{1}{2}-P}
 \end{aligned}$$

لحساب قيمة  $g$  نحسب :

$$\ln \Omega_k = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{GM}{R^3} \right) \Rightarrow \frac{d \ln \Omega_k}{d \ln R} = \frac{1}{2} \ln(GM) - \frac{3}{2} \ln R = -\frac{3}{2}$$

$$g = -\frac{2}{3} \left( \frac{d \ln \Omega_k}{d l} \right) = 1 \quad \text{ومنه:}$$

لدينا القيم التالية :  $l = 1$  ,  $\lambda = 0.5$  ,  $\lambda = 1$  و  $\eta = 1$

ومنه نقوم بحساب قيم  $f_{adv}$  و  $f_{rad}$  و  $f_w$  بدلالة  $R$  :

$$f_{adv} = \frac{Q_{adv}}{Q_{vis}}$$

$$Q_{adv} = \frac{1}{4\pi} \frac{M \dot{c}_s^2}{R^2} = \frac{1}{4\pi} \frac{H^2 \Omega_k^2}{R^2} = \frac{1}{4\pi} \dot{M} \Omega_k^2$$

## الفصل الثالث حلول التوازن الحراري لتدفقات تراكب الثقوب الأسود

$$Q_{vis} = \frac{3\dot{M}\Omega^2 fg}{4\pi} \left[ 1 - \frac{l^2 p}{p + \frac{1}{2}} \right]$$

$$f_{adv} = \frac{1}{4\pi} \dot{M}\Omega_k^2 \frac{4\pi}{3\dot{M}\Omega^2 fg} \left[ 1 - \frac{l^2 p}{p + \frac{1}{2}} \right]^{-1} = \frac{1}{3} \frac{\Omega_k^2 f^{-1} g^{-1}}{\Omega^2} \left[ 1 - \frac{l^2 p}{p + \frac{1}{2}} \right]^{-1} = \frac{1}{3} f^{-1} g^{-1} \left[ 1 - \frac{l^2 p}{p + \frac{1}{2}} \right]^{-1}$$

$$f_w = \frac{Q_w}{Q_{vis}}$$

$$Q_w = \frac{\dot{M}\Omega_k^2 f p \eta}{2\pi}$$

$$f_w = \frac{\dot{M}\Omega_k^2 f p \eta}{2\pi} \frac{4\pi}{3\dot{M}\Omega^2} = \frac{2}{3} f p \eta$$

$$f_{rad} = \frac{Q_{rad}}{Q_{vis}}$$

$$Q_{rad} = Q^- = \frac{9}{8} v \Sigma \Omega_k^2$$

من [75] نحصل على :

$$Q_{vis} = Q^+ = \frac{3\dot{M}\Omega^2}{4\pi}$$

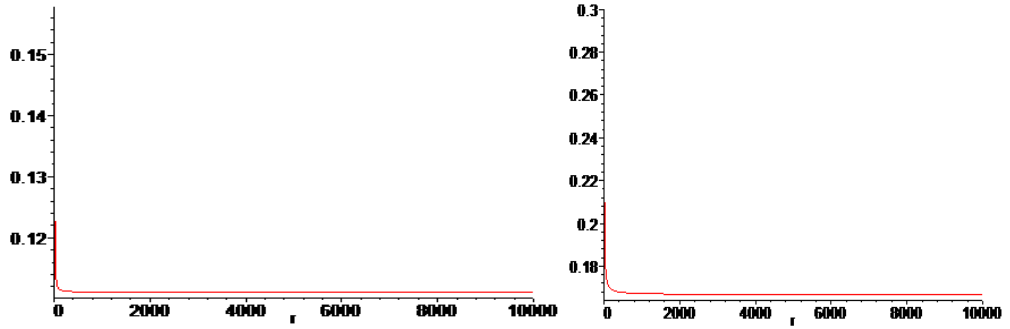
لدينا :  $v \Sigma = \frac{\dot{M} f g^{-1}}{3\pi} \left( 1 - \frac{l^2 p}{p + \frac{1}{2}} \right)$  نعوضها في معادلة  $Q_{rad}$  نجد :

$$Q_{rad} = Q^- = \frac{9}{8} \Omega_k^2 \frac{\dot{M} f g^{-1}}{3\pi} \left( 1 - \frac{l^2 p}{p + \frac{1}{2}} \right)$$

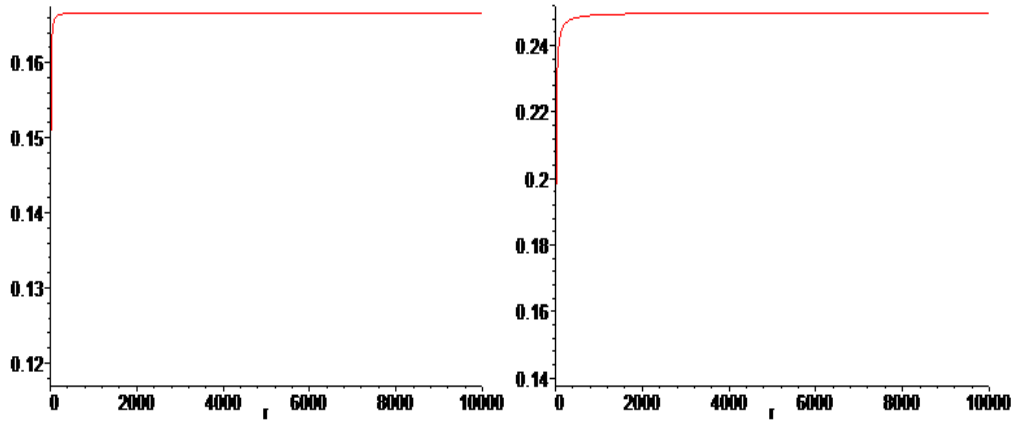
$$f_{rad} = \frac{9}{8} \Omega_k^2 \frac{\dot{M} f g^{-1}}{3\pi} \frac{4\pi}{3\dot{M}\Omega^2} \left( 1 - \frac{l^2 p}{p + \frac{1}{2}} \right) = \frac{1}{2} f g^{-1} \left( 1 - \frac{l^2 p}{p + \frac{1}{2}} \right)$$

رسم منحني  $f_{adv}$  في حالة  $\lambda=1$ ,  $\lambda=0.5$  (جهة اليمين  $\lambda=0.5$  واليسار  $\lambda=1$ ).

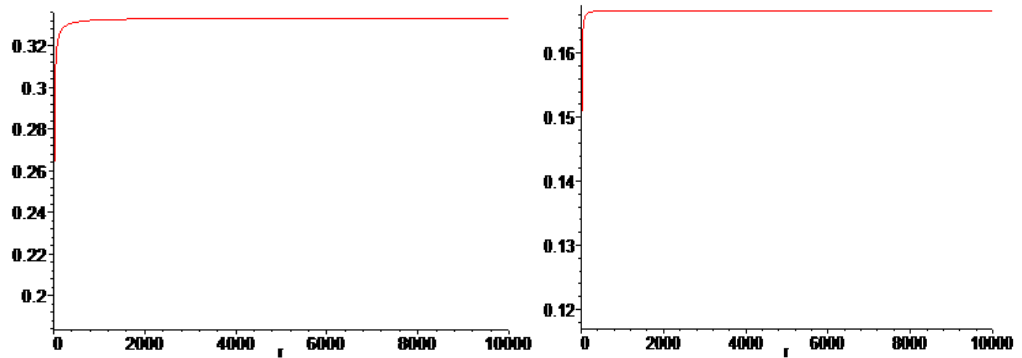
## الفصل الثالث حلول التوازن الحراري لتدفقات تراكم الثقب الأسود



رسم منحنى  $f_{rad}$  في حالة  $\lambda=1$ ,  $\lambda=0.5$  (جهة اليمين  $\lambda=0.5$  واليسار  $\lambda=1$ ).

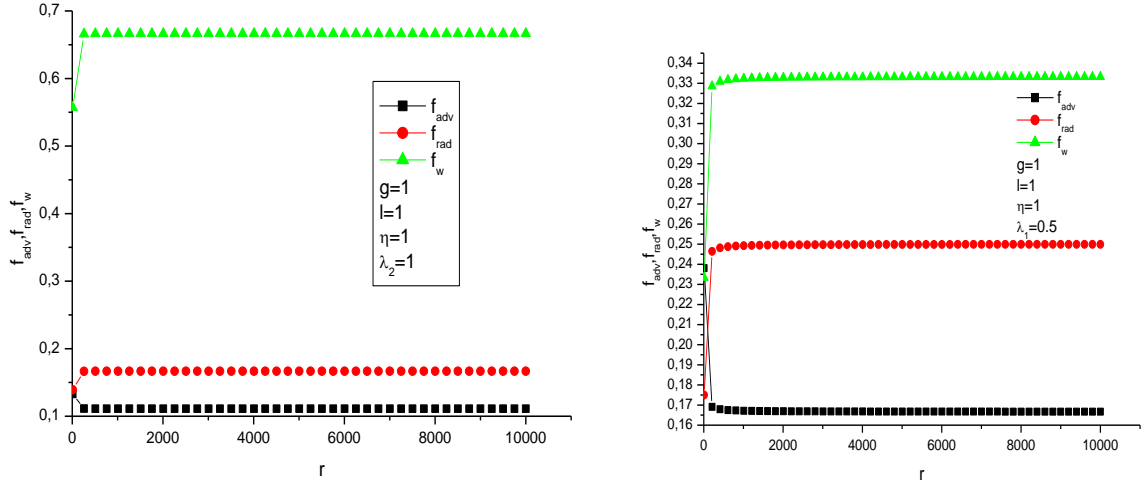


رسم منحنى  $f_w$  في حالة  $\lambda=1$ ,  $\lambda=0.5$  (جهة اليمين  $\lambda=0.5$  واليسار  $\lambda=1$ ).



جمع المنحنيات  $f_{adv}$  و  $f_{rad}$  و  $f_w$  في شكلين:

## الفصل الثالث حلول التوازن الحراري لتدفقات تراكم الثقب الأسود



الشكلين يوضحان: الاختلافات في  $f_{adv}$  (الخط الأسود)،  $f_{rad}$  (الخط الأحمر)،  $f_w$  (الخط الأخضر) مع  $R$  مع  $m = 1$

$$\lambda=1, \eta=0.5, \lambda=1, 100 \text{ (جهة اليمين } \lambda=0.5 \text{ واليسار } \lambda=1)$$

### نتائج و تحليل :

توضح الرسوم البيانية تباينات نسبة الحمل الحراري ،  $f_{adv}$  (باللون الأسود) نسبة الإشعاع ،  $f_{rad}$  (باللون الأحمر) نسبة الرياح ،  $f_w$  (باللون الأخضر) كدالة لنصف القطر  $R$  . تقارن الرسوم البيانية هذه التباينات لقيمتين مختلفتين للمعامل

$$\lambda \text{ (0.5 و 1).}$$

حيث أن الرسم البياني الأيسر ( $\lambda=1$ ): يبدأ  $f_{adv}$  بقيمة عالية ثم يستقر. و يبقى  $f_{rad}$  ثابتاً نسبياً وأقل من

$f_{adv}$ . و يبدأ  $f_w$  بقيمة منخفضة ثم يرتفع، ويستقر عند قيمة أعلى.

الرسم البياني الأيمن  $\lambda=0.5$  يظهر  $f_{adv}$  سلوكاً مشابهاً للرسم البياني الأيسر ولكن عند قيمة مختلفة قليلاً. يظهر  $f_{rad}$

اتجاهاً مشابهاً للرسم البياني الأيسر، و يبقى ثابتاً. يرتفع  $f_w$  ويستقر عند قيمة أعلى من الرسم البياني الأيسر.

و بمقارنة  $\lambda=1$  و  $\lambda=0.5$ : الفرق الأساسي يلاحظ في قيمة  $f_w$  عندما  $\lambda=0.5$ ، يصل  $f_w$  إلى قيمة أعلى في الحالة

المستقرة مقارنة ب  $\lambda=1$ . يشير ذلك إلى أن انخفاض  $\lambda$  يعزز دور التدفقات الخارجة في تبريد النظام.

### خلاصة الفصل 3:

في المناطق الداخلية، يسيطر التبريد بالحمل الحراري  $f_{adv}$  نظرًا لقوة الجاذبية الأقوى ودرجة الحرارة العالية، مما يجعل المقياس الزمني للزج قصيرًا. أما المناطق الوسطى، تهيمن نسبة التدفقات الخارجية  $f_w$  على التبريد بفضل فعالية التدفقات الخارجية في هذه المناطق، معاكسةً للحمل الحراري في المناطق الداخلية. نسبة الإشعاع  $f_{rad}$  تكون معتبرة في المناطق الخارجية و البعيدة عن الثقب . مما يبين تأثير التبريد بالإشعاع أقل تباينًا مقارنةً بالحمل الحراري.

الختمة

## الخاتمة

بعد دراسة نظرية إعادة النظر في حلول التوازن الحراري لتدفقات تراكم الثقب الأسود، يتضح أن هذا المجال يمثل جزءًا حيويًا في البحث العلمي. حيث أن العلاقة معقدة بين الجاذبية والحرارة في التدفقات المتراكمة للثقوب السوداء، نجد أن التوازن الحراري يلعب دورًا أساسيًا في تطورها. يمكن للباحثين تطوير نماذج أكثر دقة لفهم سلوك الثقوب السوداء وتأثيراتها على الكون.

لقد قمنا في هذا العمل بدراسة مبسطة لبعض خصائص المادة المتراكمة حول الثقب الأسود، لأجل هذا قدمنا هذا العمل في ثلاثة فصول على النحو التالي:

الفصل الأول تطرقنا فيه إلى أهمية الثقوب السوداء وكيفية اكتشافها بالإضافة إلى دور التراكم واللزوجة في تكوين القرص التراكمي وإطلاق الطاقة، مما يسلط الضوء على تأثير الثقوب السوداء على الكون والعمليات الفيزيائية الأساسية المرتبطة بها.

الفصل الثاني تضمن الأنظمة الثنائية، في الثقوب السوداء تشكل قرصًا تراكميًا حولها بفعل تدفق المادة من نجم شريك، وهذا يُفسر عبر معادلات فيزيائية توضح بنيته وتطوره، مساهمة في فهمنا لهذه الظاهرة ودورها في الفضاء.

الفصل الثالث قمنا فيه بشرح أهمية التدفقات الصادرة في تحقيق توازن الحرارة لتدفقات التراكم حول الثقوب السوداء، حيث تلعب دورًا رئيسيًا في توازن التسخين اللزج في المناطق الخارجية للقرص، بينما يظل التدفق مهمًا في المناطق الداخلية [11].

ونتطلع مستقبلاً لتحسين النماذج الرياضية والنظرية التي تصف التوازن الحراري في تراكم المادة حول الثقوب السوداء

و أيضاً دراسة استقرار التدفقات التراكمية وتأثيرات التوازن الحراري على هذه التدفقات و توظيف تقنيات الذكاء الاصطناعي في تحليل كميات هائلة من البيانات الفلكية المتعلقة بتدفقات التراكم.

## المخلص

### المخلص

لقد نظرنا في موضوعنا هذا إلى دراسة نظرية لإعادة النظر في حلول التوازن الحراري لتدفقات تراكم الثقب الأسود. ويعتبر هذا الأخير من أهم الظواهر الفيزيائية الفلكية للبحث العلمي الحديث. حيث قسمت الدراسة إلى قسمين: القسم الأول عبارة عن جانب نظري يضم حوصلة عامة حول الثقب الأسود، و القسم الثاني ينص على الثقوب السوداء الثنائية تشكل قرصاً تراكمياً يصدر إشعاعاً سينياً قوياً. حيث تصف بنية القرص بمعادلات أساسية توضح الطريقة التي يتم من خلالها دراسة (الكثافة، الضغط، درجة الحرارة، السرعة الزاوية).

الكلمات المفتاحية: الثقب الأسود، النظام الثنائي، تدفق التراكم

## Résumé

Dans notre étude, nous avons abordé une réévaluation théorique des solutions d'équilibre thermique des flux d'accrétion des trous noirs. Ces derniers sont l'un des phénomènes astrophysiques les plus importants pour la recherche scientifique moderne. L'étude est divisée en deux parties : la première partie est théorique et comprend un aperçu général des trous noirs, tandis que la deuxième partie porte sur les trous noirs binaires qui forment un disque d'accrétion émettant un rayonnement X intense. La structure du disque est décrite par des équations fondamentales expliquant la manière dont sont étudiés la densité, la pression, la température et

Mots-clés : trou noir, système binaire, flux d'accrétion

## Summary

In this study, we theoretically re-evaluated the thermal equilibrium solutions of black hole accretion flows. Black holes are one of the most significant astrophysical phenomena for modern scientific research. The study is divided into two parts: the first part is theoretical and provides a general overview of black holes, while the second part focuses on binary black holes forming an accretion disk that emits strong X-ray radiation. The structure of the disk is described by fundamental equations that explain how density, pressure, temperature, and angular velocity are studied.

Keywords: black hole, binary system, accretion flow

المراجع

المراجع

[1] Abramowicz, Marek A., and P. Chris Fragile. "Foundations of black hole accretion disk theory." *Living Reviews in Relativity* 16 (2013): 1 – 88.

[2] Michell, John. "VII. On the means of discovering the distance, magnitude, &c. of the fixed stars, in consequence of the diminution of the velocity of their light, in case such adiminution should be found to take place in any of them, and such other data should be procured from observations, as would be farther necessary for that purpose. By the Rev. John Michell, BDFRS In a letter to Henry Cavendish, Esq. FRS and AS." *Philosophical transactions of the Royal Society of London* 74 (1784): 35 – 57.

[3] Einstein, A. (1915), 'Die Feldgleichungen der Gravitation', Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin), Seite 844 – 847. pp. 844– 847.

[4] Oppenheimer, J. R. & Snyder, H. (1939), 'On Continued Gravitational Contraction', *Physical Review* 56, 455– 459

[5] Makishima, K., Takahashi, H., Yamada, S., Done, C., Kubota, A., Dotani, T., Ebisawa, K., Itoh, T., Kitamoto, S., Negoro, H., Ueda, Y. & Yamaoka, K. (2008), 'Suzaku Results on Cygnus X-1 in the Low/Hard State', *PASJ* 60, 585–.

[6] Oda, M., Gorenstein, P., Gursky, H., Kellogg, E., Schreier, E., Tananbaum, H. & Giacconi, R. (1971), 'X-Ray Pulsations from Cygnus X-1 Observed from UHURU', *ApJL* 166, L1+.

[7] Webster, B. L. & Murdin, P. (1972), 'Cygnus X-1—a Spectroscopic Binary with a Heavy Companion?', *Nature* 235, 37–+.

[8] Bolton, C. T. (1972), 'Identification of Cygnus X-1 with HDE 226868', *Nature* 235, 271–273.

[9] Iorio, L. (2008), 'On the orbital and physical parameters of the HDE 226868/Cygnus X-1 binary system', *Astrophysics and Space Science* pp. 114–+.

[10] Cowley, A. P., Crampton, D., Hutchings, J. B., Remillard, R. & Penfold, J. E. (1983), 'Discovery of a massive unseen star in LMC X-3', *ApJ* 272, 118–122.

[11] Spruit, H.C. (1996a). Accretion Disks. Tech. rep. Max-Planck-Institut für Astrophysik.

[12] Frank, Juhan, Andrew R. King, and Derek Raine. *Accretion power in astrophysics*. Cambridge university press, 2002.

[13] Hoyle, F. & Lyttleton, R. A. (1939), The effect of interstellarmatter on climatic variation, in 'Proceedings of the Cambridge Philosophical Society', Vol. 35 of Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, pp. 405–+.

[14] Bondi, H. & Hoyle, F. (1944), 'On the mechanism of accretion by stars', *MNRAS* 104, 273–+.

[15] Bondi, H. (1952), 'On spherically symmetrical accretion', *MNRAS* 112, 195–+.

[16] Park, M. G. (2017, July). Accretion onto Black Holes. In *35th International Cosmic Ray Conference (ICRC2017)* (Vol. 301, p. 1086)....

[17] S. L. Shapiro, <i>Accretion onto Black Holes: The Emergent Radiation Spectrum</i> , <i>ApJ</i> 180 (1973) 531
[18] S. L. Shapiro, <i>Accretion onto Black Holes: the Emergent Radiation Spectrum. II. Magnetic Effects</i> , <i>ApJ</i> 185 (1973) 69.
[19] M.-G. Park and J. P. Ostriker <i>Spherical Accretion onto Black Holes - A New, Higher Efficiency Type of solution with Significant Pair Production</i> , <i>ApJ</i> 347 (1989) 679.
[20] M.-G. Park, <i>Self-consistent Models of Spherical Accretion onto Black Holes. I. One-temperature Solutions</i> , <i>ApJ</i> 354 (1990) 64.
[21] M.-G. Park, <i>Self-consistent Models of Spherical Accretion onto Black Holes. II. Two-temperature Solutions with Pairs</i> , <i>ApJ</i> 354 (1990) 83.
[22] L. Nobili, R. Turolla, and L. Zampieri, <i>Spherical Accretion onto Black Holes - A Complete Analysis of Stationary Solutions</i> , <i>ApJ</i> 383 (1991) 250.
[23] M. H. Soffel, <i>Stationary Spherical Accretion into Black Holes - The Transition from the Optically Thin to the Optically Thick Regime</i> , <i>A&amp;A</i> 116 (1982) 111.
[24] R. A. Flammang, <i>Stationary Spherical Accretion into Black Holes. II - Theory of Optically Thick Accretion</i> , <i>MNRAS</i> , 199 (1982) 833.
[25] R. A. Flammang, <i>Stationary Spherical Accretion into Black Holes. III Optically Thick Accretion in Particular Cases</i> , <i>MNRAS</i> , 206 (1984) 589.
[26] J. M. Blondin, <i>Hypercritical Spherical Accretion onto Compact Objects</i> , <i>ApJ</i> , 308 (1986) 755.
[27] J. I. Katz, <i>X-rays from spherical accretion onto degenerate dwarfs</i> , <i>ApJ</i> , 215 (1977) 265.
[28] M. C. Begelman, <i>Black Holes in Radiation-dominated Gas - An Analogue of the Bondi Accretion Problem</i> , <i>MNRAS</i> , 184 (1978) 53.
[29] K. S. Thorne, <i>Relativistic radiative transfer - Moment formalisms</i> , <i>MNRAS</i> , 194 (1981) 439.
[30] M.-G. Park, <i>Relativistic Theory of Radiative Transfer: Time-dependent Radiation Moment Equations</i> , <i>A&amp;A</i> , 274 (1993) 642.
[31] M.-G. Park, <i>Equations of General Relativistic Radiation Hydrodynamics from a Tensor Formalism</i> , <i>MNRAS</i> , 367 (2006) 1739.
[32] K. S. Thorne and A. N. Zytkov, <i>Red giants and supergiants with degenerate (1975) L19.199 neutron cores</i> , <i>ApJ</i> ,
[33] R. A. Chevalier, <i>Neutron star accretion in a supernova</i> , <i>ApJ</i> , 346 (1989) 847.
[34] R. A. Chevalier, <i>Neutron star accretion in a stellar envelope</i> , <i>ApJL</i> , 411 (1993) L33.
[35] L. Zampieri, M. Colpi, S. L. Shapiro, I. Wasserman, <i>Supernova Fallback and the Emergence of a Black Hole</i> , <i>ApJ</i> , 505 (1998) 876.
[36] A. Wandel, A. Yahil, and M. Milgrom, <i>Nonadiabatic Self-consistent Spherical Accretion as a Model for Quasars and Active Galactic Nuclei</i> , <i>ApJ</i> , 282 (1984) 53.
[37] L. Ciotti and J. P. Ostriker, <i>Radiative Feedback from Massive Black Holes in Elliptical Galaxies: AGN Flaring and Central Starburst Fueled by Recycled Gas</i> , <i>ApJ</i> , 665 (2007) 1038.
[38] N. I. Shakura and R. A. Sunyaev, <i>A Theory of the Instability of Disk Accretion on to Black Holes and the Variability of Binary X-Ray Sources</i> , <i>Galactic Nuclei and Quasars</i> , <i>MNRAS</i> , 175 (1976) 613.
[39] B. Paczyński and P. Wiita, <i>Thick accretion disks and supercritical luminosities</i> ,

A&A, 88 (1980) 23.
[40]M. Jaroszynski, M. A. Abramowicz, and B. Paczynski, <i>Supercritical accretion disks around black holes</i> , <i>AcA</i> , 30 (1980) 1.
[41] M. A. Abramowicz, M. Calvani, and L. Nobili, <i>Thick accretion disks with super-Eddington luminosities</i> , <i>ApJ</i> , 242 (1980) 772.
[42] M. A. Abramowicz, B. Czerny, J. P. Lasota, and E. Szuszkiewicz, <i>Slim Accretion Disks</i> , <i>ApJ</i> , 332 (1988) 646.
[43] Narayan and I. Yi, <i>Advection-dominated Accretion: A Self-similar Solution</i> , <i>ApJL</i> , 428 (1994) L13.
[44]R. Narayan and I. Yi, <i>Advection-dominated Accretion: Self-similarity and Bipolar Outflows</i> , <i>ApJ</i> , 444 (1995) 231.
[45]R. Narayan and I. Yi, <i>Advection-dominated Accretion: Underfed Black Holes and Neutron Stars</i> , <i>ApJ</i> , 452 (1995) 710.
[46] R. Narayan, I. V. Igumenshchev, and M. A. Abramowicz, <i>Self-similar Accretion Flows with Convection</i> , <i>ApJ</i> , 539 (2000) 798.
[47]Pringle, J. E. (1981), 'Accretion discs in astrophysics', <i>AAR&amp;A</i> 19, 137–162.
[48]Balbus, S. A. & Hawley, J. F. (1991), 'A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. I - Linear analysis. II - Nonlinear evolution', <i>ApJ</i> 376, 214–233.
[49]Balbus, S. A. (2003), 'Enhanced Angular Momentum Transport in Accretion Disks', <i>AAR&amp;A</i> 41, 555–597.
[50] Blandford and M. C. Begelman, <i>On the fate of gas accreting at a low rate on to a black hole</i> , <i>MNRAS</i> , 303 (1999) L1.
[51] J. Li, J. Ostriker, R. Sunyaev <i>Rotating Accretion Flows: From Infinity to the Black Hole</i> , <i>ApJ</i> 767 (2013) 105.
[52] M.-G. Park and J. P. Ostriker <i>Thermal Properties of Two-dimensional Advection-dominated Accretion Flow</i> , <i>ApJ</i> 527 (1999) 247.
[53]M.-G. Park and J. P. Ostriker <i>Preheated Advection-dominated Accretion Flow</i> , <i>ApJ</i> 549 (2001) 100.
[54]M.-G. Park and J. P. Ostriker <i>Compton-heated Outflow from Convection-dominated Accretion Flows</i> , <i>ApJ</i> 655 (2007) 88.
[5] Belghitar (E. B) ( Etude théorique d'un disque d'accrétion stellaire) Thèse de 5 <sup>e</sup> Doctorat , Université KasdiMerbah Ouargla 22/10/2020.
[56]Shakura, N.I. and R.A. Sunyaev (1973). "Black Holes in Binary Systems. Observational Appearance". In: <i>Astronomy and Astrophysics</i> 24, pp. 337–355.
[57]credit: dana berry / nasa.
[58] <a href="https://ar.wikipedia">https://ar.wikipedia</a> .
[59]Hirose, S., Blaes, O., Krolik, J. H., Coleman, M. S. B., Sano, T. 2014, <i>ApJ</i> , 787, 1.
[60]Paczyński, B. 1969, <i>AcA</i> , 19, 1.
[61]Hameury, J. –M., Menou, K., Dubus, G., Lasota, J. –P., & Hure, J. –M. 1998, <i>MNRAS</i> , 298, 1048.
[62]Coleman, M. S. B., Kotko, I., Blaes, O., Lasota, J. –P. 2016, <i>MNRAS</i> , submitted.
[63]Menou, K., Hameury, J. –M., & Stehle, R. 1999, <i>MNRAS</i> , 305, 79.
[64]Dubus, G., Hameury, J. –M., & Lasota, J. –P. 2001, <i>A&amp;A</i> , 373, 251.

[65]Lasota, Jean – Pierre. Black hole accretion discs. <i>Astrophysics of Black Holes: From Fundamental Aspects to Latest Developments</i> (2016): 1 – 60
[66]Knigge, C. 1999, <i>MNRAS</i> , 309, 409.
[67]Ohsuga, K. , & Mineshige, S. 2011, <i>ApJ</i> , 736, 2.
[68]Ohsuga, K. , & Mineshige, S. 2014, <i>SSRv</i> , 183, 353.
[69]Narayan, R. , Kato, S. , & Honma, F. 1997b, <i>ApJ</i> , 476, 49.
[70]Coriat, Mickaël. <i>Jets relativistes de trous noirs accrétants</i> . Diss. Paris 7, 2010.
[71]Abramowicz M. A. , Chen X. M. , Granath M. and Lasota J. P. 1996 <i>ApJ</i> 471 762.
[72]Cox, J. P. , & Giuli, R. T. 1968, <i>Principles of Stellar Structure</i> . (New York: Gordon & Breach) .
[73]Landau, Lev D. , and Evgeny Mikhailovich Lifshitz. "Diffusion." <i>Fluidmechanics</i> 6 (1987): 227 – 237.
[74] Narayan R. and Yi I. 1995b <i>ApJ</i> 452 710
[75]Abramowicz, M. A., Chen, X., Kato, S., Lasota, J.-P., & Regev, O. 1995, <i>ApJL</i> , 438, L37