



UNIVERSITE KASDI MERBAH
OUARGLA

N° d'ordre : D7/06
N° de série : THE, G.M.

FACULTE DES SCIENCES
ET SCIENCES DE L'INGENIEUR

DEPARTEMENT DE MECANIQUE ET ELECTRONIQUE

Mémoire

Présenté pour l'obtention du diplôme de

MAGISTER

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Thermo-énergétique

Présenté par :

Belkhir NEGROU

Thème

**Conception et analyse de fonctionnement
d'une turbine installée dans une cheminée
solaire**

Soutenu publiquement le : 18 / 11 / 2007

Devant le jury composé de :

Mr. Nouredine BOUZID	Maître de Conférences	Université de Ouargla	Président
Mr. Brahim NECIB	Professeur	Université de Constantine	Examineur
Mr. Salah SAOULI	Maître de Conférences	Université de Ouargla	Examineur
Mr. Nouredine SETTOU	Maître de Conférences	Université de Ouargla	Rapporteur

REMERCIEMENTS

L'élaboration de ce mémoire n'aurait pu, sans doute, aboutir, sans l'aide et l'encouragement de nombreuses personnes. Qu'ils veuillent bien trouver ici l'expression de ma vive gratitude et de mes sincères remerciements.

Je tiens à exprimer, plus particulièrement, ma profonde reconnaissance et ma grande estime à Monsieur Noureddine SETTOU, Maître de Conférence à l'université de Ouargla, qui ma fait l'honneur d'être le rapporteur de ce travail. Pour son précieux concours, sa longue patience et le grand intérêt qu'il a porté à mon travail. Qu'il en soit ici très vivement remercié.

Je remercie vivement Monsieur Noureddine BOUZID, Maître de Conférence à l'université de Ouargla qui m'a fait l'honneur de présider le jury.

Je remercie cordialement Messieurs Brahim NECIB, Professeur à l'université de Constantine, et Salah SAOULI, Maître de Conférence à l'université de Ouargla. Qui m'ont fait l'honneur d'être les examinateurs de ce travail.

Je tiens à exprimer une spéciale gratitude à Monsieur Zineddine ALOUI pour ses judicieux conseils.

Mes remerciements amicaux vont également, à : H.BELLAHIA, T.BOUZIANE, M.DRID, N.CHENNOUF, Y.BOULADJOU, S.NETTARI, M.CHRIFI, B.MELLAK, A.BEDDADI, B.THELIB, K.BOUHALA,.....,

Enfin, j'exprime ma très grande reconnaissance à ma famille : à ma mère et mon père, à mes sœurs et mes frères. Un merci spécial va également à mon frère : Mr Badreddine NEGROU, pour son support moral et matériel, et ses judicieux conseils.

*à mes parents, à toute
ma famille*

TABLES DES MATIERES

REMERCIEMENTS	i
DEDICACES	ii
TABLES DES MATIERES	iii
LISTE DES FIGURES	v
LISTE DES TABLEAUX	vi
NOMENCLATURE	vii

CHAPITRE I : INTRODUCTION GENERALE

I.1 Présentation de la cheminée solaire	2
I.2 Evolution des approches inverses	5
I.3 But et déroulement de l'étude	7

CHAPITRE II : MODELISATION DES ECOULEMENTS INTERNES EN TURBOMACHINES

II.1 Introduction	10
II.1.1 Projet des turbomachines	10
II.2 Equations générales de base	14
II.2.1 Equation de continuité et équation dynamique	14
II.2.2 Equations sous forme conservative	16
II.2.3 Equations simplifiées de mouvement	19
II.3 Equations particulière pour les turbomachines	23
II.3.1 Solutions axisymétriques	29
II.3.2 Equations dans le repère relatif	30
II.3.3 Solutions quasi-tridimensionnelles	32
II.3.4 Ecoulement aube à aube	34
II.3.5 Solutions tridimensionnelles	36
II.3.6 Solutions unidimensionnelles	38
II.3.7 Equations moyennées en azimut	47

CHAPITRE III : CALCUL MERIDIEN S2 NON VISQUEUX

III.1 Introduction	50
III.2 Equation de base	51
III.2.1 Equation de continuité	51
III.2.2 Equation de mouvement	51
III.2.3 Conditions aux limites	54
III.3 Système de coordonnées curvilignes	54
III.3.1 Matrice de transformation de système	55
III.3.2 Equation de continuité dans le système curviligne	56
III.3.3 Composantes de la vitesse dans l'espace physique	57

III.3.4	Expression de $\vec{\nabla} \times \vec{V}$ et de $\vec{\Omega} \times \vec{W}$ dans le système curviligne	58
III.3.5	Composantes de l'équation de mouvement dans le sens azimutal	59
III.3.6	Composantes de l'équation de mouvement dans le sens radial	60
III.4	Problème inverse	62
III.4.1	Détermination de la surface squelette de l'aube	62
III.4.2	Détermination des rapports de normale	63
III.4.3	Détermination de l'inclinaison du squelette par rapport au plan méridien	63
III.4.4	Détermination de l'épaisseur de l'aube dans le sens azimutal	64
III.4.5	Mis à jour de l'enthalpie H et de la rothalpie I	65
III.4.6	Imposition du moment cinétique	66
III.4.7	Modification du moment cinétique en cas de pertes	69
III.5	Calcul du champ ψ	71
III.5.1	Conditions aux limites sur ψ	72
III.5.2	Discretisation de l'équation régissant ψ	73
III.6	Calcul du coefficient de pression et test de cavitation	75
III.7	Condition de Kutta-Joukowski	77
III.8	Organigramme du problème S2 inverse	78

CHAPITRE IV: CALCUL NUMERIQUE ET RESULTATS

IV.1	Introduction	80
IV.2	Hypothèses simplificatrices et formulation mathématique	80
IV.3	Introduction au logiciel FLUENT	83
IV.3.1	Caractéristiques et domaine d'application	84
IV.3.2	Méthodes de résolution	85
IV.3.3	Procédure de modélisation	86
IV.4	Géométrie du problème	88
IV.5	Résultats et discussions	90
IV.5.1	Les contours de vitesse et les isothermes	91
IV.6	Résultats de calcul S2 inverse	95
IV.6.1	Introduction	95
IV.6.2	Effet des pertes sur le calcul S2 inverse	96
IV.6.3	Effet de loi de charge imposée sur le calcul S2 inverse	107
IV.6.4	Effet de l'orientation de l'écoulement sur le calcul S2 inverse	112
IV.6.5	Présentation des résultats numériques	116
CONCLUSION GENERALE		117
BIBLIOGRAPHIE		119
ANNEXE A		124
ANNEXE B		127
ANNEXE C		132

Liste des figures

Figure I.1 Principe de fonctionnement de la cheminée solaire	3
Figure II.1 Projet des turbomachines	12
Figure II.2 Modèle de l'écoulement à trois zones	20
Figure II.3 Surfaces de courant au sein d'une turbomachine	24
Figure II.4 Surfaces de courant 3D au sein d'une turbomachine	24
Figure II.5 Définition des paramètres de l'écoulement dans une turbomachine	25
Figure II.6 Définition des paramètres de l'écoulement dans le plan aube à aube transformé	26
Figure II.7 Définition des paramètres de l'écoulement dans le plan méridien	27
Figure II.8 Surfaces de courant S1 et S2	33
Figure II.9 Lignes de courant dans le repère absolu	40
Figure II.10 Evolution des vitesses dans une machine axiale et équilibre radial	41
Figure II.11 Distributions de vitesses pour les types de vortex les plus courants	43
Figure II.12 Evolution axiale des caractéristiques dans la théorie des disques actuateurs	45
Figure II.13 Vue tridimensionnelle du disque actuateur	45
Figure II.14 Variation axiale de la perturbation induite sur la vitesse débitante	47
Figure III.1 Trace du squelette dans le plan (m, θ)	64
Figure III.2 Relation entre l'épaisseur suivant \bar{n} et celle selon \bar{u}_θ	66
Figure III.3 Relation entre la répartition de rV_θ et la circulation produite par les tourbillons liés	67
Figure III.4 Fonction de répartition de f	68
Figure III.5 Lignes de courant et lignes des tourbillons libres et liés	68
Figure III.6 Maillage de l'étage dans le plan méridien	75
Figure IV.1 Volume de contrôle utilisé pour illustrer la discrétisation de l'équation de transport	86
Figure IV.2 Procédure de modélisation	87
Figure IV.3 Les dimensions globales de la cheminée solaire	88
Figure IV.4 Le maillage utilisé	89
Figure IV.5 Evolution du résidu pour $Ra=10^6$	91
Figure IV.6 Les iso-vitesses pour $Ra=10^6$	91
Figure IV.7 Les iso-vitesses pour $Ra=10^7$	92
Figure IV.8 Les iso-vitesses pour $Ra=10^8$	92
Figure IV.9 Les iso-vitesses pour $Ra=10^9$	93
Figure IV.10 Les isothermes pour différents nombres de Rayleigh	93
Figure IV.11 Variation du débit massique à différents nombres de Rayleigh	95
Figure IV.12 Maillage méridien du domaine de calcul	96
Figure IV.13 Fonction de charge f initialement imposée dans le calcul S2 inverse	97
Figure IV.14 Géométrie des aubes pour $\eta = 0.7$	98
Figure IV.15 Géométrie des aubes pour $\eta = 0.8$	98
Figure IV.16 Géométrie des aubes pour $\eta = 0.9$	99
Figure IV.17 Géométrie des aubes pour $\eta = 1.0$	99
Figure IV.18 Coefficient de pression pour la section moyeu	100
Figure IV.19 Coefficient de pression pour la section centrale	100
Figure IV.20 Coefficient de pression pour la section carter	100
Figure IV.21 Coefficient de pression sur l'extrados $\eta = 0.7$	101

Figure IV.22 Coefficient de pression sur l'intrados $\eta = 0.7$	101
Figure IV.23 Coefficient de pression sur l'extrados $\eta = 1.0$	102
Figure IV.24 Coefficient de pression sur l'intrados $\eta = 1.0$	102
Figure IV.25 Contours de vitesse pour $\eta = 0.7$	103
Figure IV.26 Contours de vitesse pour $\eta = 1.0$	103
Figure IV.27 Effet du rendement sur la courbe de rothalpie	104
Figure IV.28 Effet du rendement sur la courbe d'enthalpie	104
Figure IV.29 Visualisation 3D des aubes pour $\eta = 0.7$	105
Figure IV.30 Visualisation 3D des aubes dans la cheminée solaire	106
Figure IV.31 Deuxième fonction de charge imposée pour le calcul S2 inverse	107
Figure IV.32 Sections des aubes pour $\eta = 0.7$	107
Figure IV.33 Sections des aubes pour $\eta = 1.0$	108
Figure IV.34 Coefficient de pression pour la section moyen	108
Figure IV.35 Coefficient de pression pour la section centrale	109
Figure IV.36 Coefficient de pression pour la section carter	109
Figure IV.37 Coefficient de pression sur l'extrados $\eta = 0.7$	110
Figure IV.38 Coefficient de pression sur l'intrados $\eta = 0.7$	110
Figure IV.39 Contours de vitesse pour $\eta = 0.7$	111
Figure IV.40 Contours de vitesse pour $\eta = 1.0$	111
Figure IV.41 Domaine de calcul avec un stator	112
Figure IV.42 Géométrie des aubes pour le stator	113
Figure IV.43 Vue de face des aubes de stator et de rotor	114
Figure IV.44 Visualisation 3D des aubes de rotor et de stator	114
Figure IV.45 Comparaison des géométries des aubes du rotor pour $\eta = 0.7$	115
Figure C.1 Cycle réel de la cheminée solaire	134

Liste des tableaux

Tableau II.1 Résumé des types de résolution et hypothèses simplificatrices	29
Tableau IV.1 Débits massiques adimensionnels	94

Nomenclature

Normales

a	Vitesse du son	[m/s]
b	Facteur de blocage	[-]
D	Domaine de résolution de l'équation différentielle	
e	Energie Totale	[kJ/kg]
e	Epaisseur des pales	[m]
F	Forces volumiques	[New/kg]
\mathbf{F}	Vecteur des termes indépendants du système d'équations	
g	Accélération de la pesanteur	[m/s ²]
h	Enthalpie	[kJ/kg]
H	Enthalpie totale	[kJ/kg]
I	Rothalpie	[kJ/kg]
k	Conductivité thermique	[W m ² /K]
\mathbf{K}	Matrice des coefficients du système d'équations	
M	Nombre de Mach	[-]
N_a	Nombre de pales	[-]
N_p	Dimension du sous-espace des solutions	
p	Pression statique	[Pa]
P	Puissance appliquée	[W]
R	Constante du gaz	[J/kg K]
t	Pas des pales	[m]
t	Temps	[s]
T	Température	[°K]
U	Vitesse d'entraînement	[m/s]
V	Vitesse absolue	[m/s]
V_{N_p}	Sub-espace des solutions	
W	Vitesse relative	[m/s]
Ra	Nombre de Rayleigh	[-]
Pr	Nombre de Prandtl	[-]
Nu	Nombre de Nusselt	[-]

Grecques

α	Angle absolu de la direction de l'écoulement	[°]
α	Surface moyenne d'aubage	[rad]
β	Angle relatif de la direction de l'écoulement	[°]
δ	Angle de conicité des lignes de courant	[°]
ε_m	Inclinaison des pales dans le sens tangentiel	[°]
ϕ	Fonction potentielle	[m ³ /s]
ϕ_i	Fonction de test dans la méthode des éléments finis	
Φ	Terme de dissipation visqueuse	
μ	Viscosité dynamique	[Pa·s]
ρ	Masse volumique	[kg/m ³]
ψ	Fonction de courant	[m ³ /s]
ω	Vitesse de rotation de la machine	[rad/s]
Ω	Rotationnel de la vitesse absolue	
ν	Fonction arbitraire de test dans la méthode des éléments finis	
C_f	Coefficient de frottement	
η	Rendement	

Symboles

$\vec{\nabla}f$	Opérateur gradient
$\vec{\nabla} \cdot \vec{f}$	Opérateur divergence
\bar{x}	Valeur moyenne

Indices

x_o	Propriété totale ou d'arrêt
x, y, z	Système de coordonnées cartésiennes
r, θ, z	Système de coordonnées cylindriques
m	Abscisse curviligne le long de la ligne de courant méridienne
ξ^1, ξ^2, ξ^3	Système de coordonnées curvilignes bâti dans le plan méridien
χ^1, χ^2, χ^3	Système de coordonnées curvilignes épousant le squelette
e_1, e_2, e_3	Base covariante du système curviligne ξ^i
e^1, e^2, e^3	Base contravariante du système curviligne ξ^i
U_1, U_2, U_3	Composantes covariantes de la vitesse \vec{U} dans ξ^i

$\Omega^1, \Omega^2, \Omega^3$	Composantes contravariantes de $\vec{\Omega}$ dans le repère curviligne ξ^i
g_{ij}	Eléments du tenseur métrique
Γ	Circulation
C_p	Coefficient de pression local
i, k	Indices du point nodal (i, k)
s_a, s_b, s_c	Paramètres de forme définissant la charge au bord d'attaque
s_d, s_e, s_f	Paramètres de forme définissant la charge au bord de fuite
$+, -$	Extérieur ou extradados et intérieure ou intrados
*	Grandeur adimensionnelle

Chapitre I

Introduction générale

I-1 Présentation de la cheminée solaire

Il est clair que l'énergie est de partout ce qu'elle permet un véritable confort, et une des causes du développement d'un pays. Ainsi, c'est, en partie, sur les ressources énergétiques d'un pays, que repose son économie: Pour faciliter leur développement, certains Etats font appel à des sources d'énergie, plus ou moins polluantes, tandis que d'autres, plus développés, souhaitent favoriser le développement de ressources moins polluantes, par peur, d'une augmentation des résultats néfastes de l'effet de serre (causé majoritairement par l'émission de gaz carbonique par les sociétés et les véhicules à essence), ou encore des pollutions à l'ozone. Ainsi, alors que les énergies prédominantes sont le pétrole et le nucléaire, la recherche, tant publique que privée, se tourne vers des énergies plus renouvelables, surtout avec l'augmentation brutale du prix du pétrole.

L'énergie solaire est une source inépuisable, et non polluante ; elle présente, en outre, l'avantage de pouvoir être utilisée sous des formes diverses, à des applications multiples[1], aussi bien à grande échelle, qu'à une échelle individuelle, à haute comme à basse température. Cette source est certes considérable, mais elle est dispersée, à la fois dans le temps, et dans l'espace ; ce qui pose le problème de sa captation, sa conversion et son stockage. Les exploitations directes d'énergie solaire mettent en œuvre des capteurs qui convertissent le rayonnement solaire en chaleur. Et il existe deux systèmes principaux de conversion, pour ce fait : le système de conversion thermique, comme la serre, centrales solaires à haute température (centrales à tour, centrales solaires à collecteurs cylindro-paraboliques et fours solaires) [2], et le système de conversion photovoltaïque où on convertit l'énergie solaire en énergie électrique.

L'énergie solaire a une grande importance pour les programmes de recherches, des études modernes montre qu'avec l'association de deux types d'exploitation d'énergie solaire, on peut créer un mouvement d'air, sous forme de vent artificiel, à partir de l'énergie solaire. Cet écoulement de l'air est utilisé pour entraîner une ou plusieurs turbines éoliennes et produire de l'énergie électrique. Cette association de deux types d'exploitation d'énergie solaire se fait par un dispositif appelé la cheminée solaire [3,4]. Elle est constituée de trois composantes principales, la serre chaude (le collecteur solaire), la cheminée qui est une longue structure tubulaire et la turbine éolienne. Figure (I-1)

Ces trois éléments essentiels ont été familiers depuis un temps immémorial, mais la cheminée solaire les combine dans un nouveau système de fonctionnement, le collecteur est ouvert à la périphérie pour introduire l'air frais qui sera chauffé par les rayons solaires, sous l'effet de serre, où la différence de température entre l'intérieur et l'extérieur produit un gradient de la masse volumique de l'air interne qui se relève ; une turbine éolienne est mise dans la trajectoire de l'écoulement de l'air pour convertir l'énergie cinétique en énergie

mécanique, et le générateur, entraîné par la turbine convertit l'énergie mécanique en énergie électrique[5].

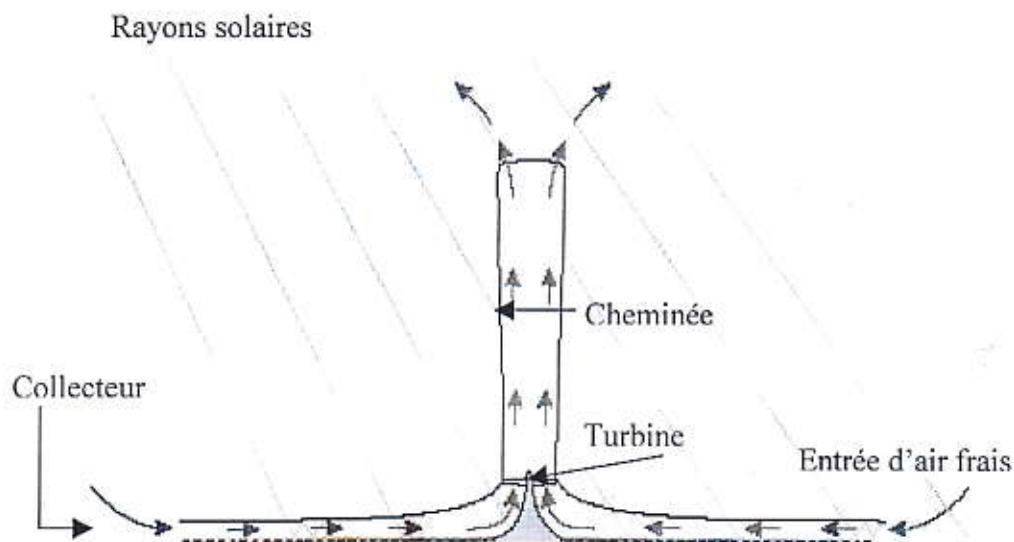


Figure I.1 Principe de fonctionnement de la cheminée solaire

La cheminée solaire a été conçue la première fois en 1931 par un ingénieur Allemand, Huns Gunther, et le premier prototype a été conçu par le Professeur J-Schlaich de Stuttgart, en 1968. Après 12 ans de calcul et de théorie, et avec des fonds fournis par le ministère Allemand de la recherche et de la technologie, la construction a commencé à Manzanares (environ 150 km au sud de Madrid). Une station expérimentale d'une cheminée de 195m d'hauteur et 10m de diamètre a été construite, entourée par un collecteur de 240m de diamètre et de 2m d'hauteur, pour une production électrique de 50KW. En 1983, L'ensemble des organes principaux de la cheminée solaire est en amélioration continue, grâce aux études menées sur leur performance [6].

En 1983, Krisst [7] a établi une cheminée solaire, avec une puissance de 10W, le collecteur a un diamètre de 6m tandis que la cheminée avait 10m de hauteur. En 1985, un modèle d'échelle microscopique avec une cheminée de 2m de hauteur et de 3.5cm du rayon, et un collecteur de 9 m² de surface, a été construite par Kulunk [8] en Turquie. En 1997, un modèle de démonstration d'une cheminée solaire a été établi par Pasurmarthi et Sherif [9] en Floride. Ils ont essayé de présenter un absorbeur intermédiaire au niveau du collecteur pour augmenter le rendement de la puissance. En 2000, Von Backstrom et Gannon [10] ont développé une approche unidimensionnelle d'écoulement compressible pour calculer toutes

les variables thermodynamiques en fonction de : la hauteur de la cheminée, le frottement de mur, les pertes additionnelles. En 2003, ils ont également effectué une recherche sur la réalisation d'une turbine d'une cheminée solaire [11]. En 2003, Bernardes [8] a présenté une analyse thermique et technique pour le système d'alimentation d'une cheminée solaire. En 2005, Schlaich [3] a décrit la conception d'un système d'alimentation commerciale d'une cheminée solaire, il a présenté la théorie, l'expérience pratique, et l'analyse économique des tours solaires. Un programme [3], pour construire une centrale solaire de 100MW dans un désert, au Rājasthān, Inde, a été dressé, mais puis a été arrêté dû au danger potentiel de la concurrence nucléaire entre l'Inde et le Pakistan. Dernièrement, le gouvernement australien a décidé de soutenir une proposition d'une cheminée solaire de 200MW de puissance ayant une hauteur d'environ 1000m à la station de Tapio, Australie, avec la construction prévue en 2007 [3].

Les turbines dans la cheminée solaire sont toujours placées à la base de la cheminée où la vitesse d'écoulement d'air est plus élevée, pour transformer le maximum d'énergie cinétique en énergie mécanique, le générateur entraîné par la turbine transforme l'énergie mécanique en énergie électrique. Le nombre de turbines utilisées est soit une turbine dont les pales couvrent la coupe transversale de la cheminée, soit de petites turbines distribuées sur toute la section de la cheminée [4]. Mais il est aussi possible d'arranger entre le collecteur et la base de la cheminée un grand nombre de petites turbines avec des axes horizontaux à la périphérie de la section du passage. Le petit prototype dans Manzanares, Espagne, qui a une puissance de 50KW, a une simple turbine axiale, posée verticalement, avec quatre aubes, elle a des caractéristiques entre les turbines éolienne et les turbines à gaz : elle a plus d'aubes que les turbines éolienne, mais non autant comme les turbines à gaz ; les aubes de rotor sont réglables, comme ceux des turbines éoliennes, mais, comme dans la turbine à gaz, l'écoulement est inclus, et la turbine de la cheminée solaire peut avoir les ailettes de guidage d'admission radiales [11]. La fonction principale de la turbine est la conversion efficace de l'énergie cinétique du fluide en énergie mécanique sur l'axe. Récemment, la turbine éolienne pour les cheminées solaires a été étudiée en détail [12]. Elle se compose de : (i) des aubages d'admission qui donnent à la circulation d'air une direction, (ii) la turbine, et (iii) un diffuseur. Une équation d'efficacité de turbine a été développée avec les paramètres sans dimensions, qui sont le degré de réaction R , le coefficient d'écoulement ϕ , le coefficient de charge ψ , et le coefficient de perte de pression ζ , pour chacune des trois sous-sections de turbine. Cette équation d'efficacité a été alors employée pour trouver un point optimum de conception. Von Backstrom et Gannon [11] ont utilisé comme exemple une cheminée solaire de 200MW de puissance, et ont montré ce qui suit : (a) le degré optimum de réaction R est exprimé, prouvant que, car la pression statique à la sortie de diffuseur de turbine est importante, une turbine avec le bas ou aucun mouvement giratoire de sortie n'aura une meilleure efficacité. Ceci explique la nécessité de présenter le moment cinétique avec le redresseur. (b) essayant d'optimiser une turbine pour une cheminée solaire préconçue mène à un rendement

relativement élevé, qui implique une haute ψ et un bas ϕ . En conséquence, la turbine optimisée aurait une vitesse de rotation lente, impliquant des valeurs de serrage élevées, accompagnées des vitesses inférieures de circulation d'air que dans le point de conception de la cheminée. Alternativement, ceci signifie un secteur accru de section transversale de turbine. Une contrainte sur une valeur minimum de ϕ est proposée. (c) l'optimisation de la turbine pour des valeurs fixes de R et de ϕ prouve que l'efficacité statique total de 85% est possible, supposant que les coefficients de perte de pression sont bas à 0.03 dû au bas changement d'angle d'écoulement par des aubages de la turbine.

La littérature existante sur la cheminée solaire n'est pas importante pour fournir l'ensemble des caractéristiques hydrodynamiques des machines utilisées dans de tels systèmes de conversion. Certains auteurs ont obtenus pour le rendement de la turbine les valeurs suivantes : e.g, 83% (Haaf et al, 1983) [13], 40-80% (Mullett, 1987) [14], 80% (Schlaih, 1995) [4], 77.0, 78.3 et 80.1% (Pasumarthi et Sherif, 1998) [9] et 80% (Von Backstrom et Gannon, 2000) [10].

I-2 Evolution des approches inverses

Au cours des dernières années, l'évolution conjointe des moyens informatiques et des méthodes numériques est à l'origine de grands progrès dans le dimensionnement et l'analyse des performances des turbomachines. Cependant, malgré des progrès constants et remarquables, le caractère tridimensionnel, visqueux et instationnaire de l'écoulement interne, rend le processus de conception et de prévision des performances très difficile. Ainsi, la détermination de la géométrie la mieux adaptée aux besoins de l'utilisateur reste toujours une question d'actualité. Depuis toujours, le principal souci des constructeurs est de disposer, pour la conception, de méthodes rapides, fiables et suffisamment précises. Deux approches sont appliquées dans le cadre de la conception d'une nouvelle machine : le problème direct et le problème inverse.

Le problème direct concerne l'évaluation des performances d'une machine existante. Pour une géométrie donnée, il s'agit de définir quels sont les champs de pression et de vitesse régissant les écoulements internes et, par la suite, quelles sont les performances globales. Les constructeurs utilisent fréquemment la méthode directe pour la conception de nouvelles machines. Copier des pompes existantes, les modifier en suivant des lois expérimentales ou tout simplement en modifiant quelques dimensions suivant des règles géométriques, rend plus facile et rapide la conception et la fabrication d'une nouvelle machine. Les problèmes apparaissent quand la machine dimensionnée ne répond pas exactement aux besoins de l'utilisateur, c'est à dire lorsque la pompe n'est pas aussi performante que prévu.

Par contre dans le cadre de la conception d'une nouvelle machine, le problème inverse représente la démarche normale de dimensionnement. Elle permet au concepteur, à partir d'un cahier des charges établi, de spécifier a priori un certain nombre d'éléments des champs de vitesse et de pression. Une gamme de méthodes numériques qui va du modèle simplifié jusqu'à des modèles très avancés permet de déterminer la géométrie des profils qui peuvent réaliser ces distributions. On présentera ultérieurement d'excellentes procédures de dimensionnement définies à partir de la combinaison des différentes méthodes analytiques et/ou empiriques.

Le présent travail rentre dans le cadre de la conception des turbomachines et consiste à développer une « démarche intégrale » pour le dimensionnement et l'optimisation d'une turbine installée dans une cheminée solaire. Notre travail s'est centré sur les différentes étapes de la démarche qui s'initialise par une approche quasi-tridimensionnel $S2-S1$ proposé par Wu en 1952 [15] décomposant l'écoulement tridimensionnel en deux écoulements bidimensionnels couplés : l'un constitué de l'écoulement aube à aube et l'autre de l'écoulement méridien.

Différents types de méthodes inverses ont été publiés dans le passé par plusieurs auteurs. Parmi elles, on en cite d'abord les méthodes hodographiques [16] qui consistent à calculer la forme des profils en analysant l'écoulement dans un plan on physique appelé plan de l'hodographe (plan formé par les composantes V_x et V_y de la vitesse). La mise en œuvre de cette méthode est lourde et très délicate, de sorte que l'on perd souvent le contrôle sur la loi d'épaisseur de l'aube ; de plus l'extension de cette méthode pour traiter l'écoulement 3D est impossible. Ainsi, pour tenir compte de l'aspect tridimensionnel de l'écoulement, et moyennant une approche quasi-tridimensionnelle $S2-S1$ de celui-ci, d'autres méthodes inverses ont été développées [17] [18] [19]. Elles imposent, toutes, la distribution des vitesses V^+ et V^- à la fois sur l'extrados et sur l'intrados de l'aube. Cependant, en procédant ainsi, ces approches perdent le contrôle de l'épaisseur de l'aube fixée par le constructeur, en obtenant des profils non physiques et irréalisables (profils soit trop minces ou soit, dans certains cas, avec une épaisseur négative ayant une forme de queue de poisson). Pour remédier à ces problèmes de fermeture de profils d'aubes, Meauze [20] a développé une méthode semi inverse qui détermine la géométrie de l'aube respectant, cette fois-ci, la loi d'épaisseur normale imposée par le constructeur, et ce en imposant la distribution de vitesse V^+ uniquement sur l'une des faces de l'aube, par exemple l'extrados où le problème de décollement de couche limite a le plus de risque de se manifester. Cependant, il n'en demeure pas moins que ce genre d'approches, voulant conserver la loi d'épaisseur de l'aube imposé par le constructeur, perdent complètement le contrôle de la forme de l'intrados, ainsi que celui de la déviation. En somme, ce qui est en cause dans ces approches, ce sont les conditions aux limites concernant la position correcte du problème inverse, à savoir qu'elles imposent la conservation de flux, non pas à travers chaque paire d'éléments associés à la fois sur l'extrados et l'intrados, mais à travers chaque face de l'aube (extrados ou intrados) prise

séparément, et auquel cas elles ne peuvent plus contrôler leur formes évolutives.

Quant aux méthodes numériques utilisées pour analyser l'écoulement selon l'approche *S2-S1*, en général quatre techniques différentes ont été adoptées, à savoir une méthode de courbure des lignes de courant [21], ou une méthode de différence finies [22], ou d'éléments finis [23], ou finalement une méthode pseudo-instationnaire [24]. Dans ces approches la résolution du problème de champ est obtenue par discrétisation numérique des équations de base dans l'espace physique cartésien ou cylindrique, posant ainsi un problème de précision de la solution finale notamment dans le cas où les géométries des parois sont courbes. Dans ce sens, l'approche que nous proposons ici utilise un schéma aux différences finies reposant sur une formulation tensorielle moyennant l'introduction d'un système de coordonnées curvilignes qui épouse les surfaces frontières des parois ; ce qui permet de bien contrôler le bilan de conservation de masse ou de quantité de mouvement dans tout le champ assurant ainsi l'obtention d'une solution de bonne qualité.

I-3 But et déroulement de l'étude

L'objectif principal de notre étude est de développer un modèle simple pour la prévision des caractéristiques d'efficacité et de fonctionnement, qu'il nous aide dans l'optimisation de la conception d'une turbine installée dans une cheminée solaire. En utilisant une méthode de calcul inverse en fluide parfait afin de pouvoir utiliser la notion de tourbillons liés pour schématiser les aubes de la turbine, possédant les caractéristiques requises (meilleur rendement, pertes minimum). Et montrer la faisabilité de cette approche à travers une application toute particulière et bien précise qui est le couplage avec l'analyse de l'écoulement interne dans une cheminée solaire à différents nombres Rayleigh, simulé par le code commercial FLUENT.

Le présent travail est divisé en cinq chapitres :

Le premier chapitre est une introduction générale. Le deuxième consiste en une revue bibliographique concernant la modélisation des écoulements internes dans les turbomachines. Après avoir exposé les équations générales régissant ces écoulements, on présente le modèle quasi-tridimensionnel décomposant l'écoulement tridimensionnel en deux écoulements bidimensionnels, l'un aube à aube et l'autre méridien, ainsi que les méthodes de résolution de ces derniers. Nous présentons enfin quelques méthodes unidimensionnelles et quelques définitions générales concernant les turbomachines.

Le troisième chapitre sera consacré à la description du calcul méridien *S2* inverse (cas où la géométrie de l'aube est l'inconnue du problème).

Le quatrième chapitre, nous présentons d'abord le modèle mathématique et numérique de l'écoulement interne dans une cheminée solaire, avec une introduction sur le code numérique utilisé (FLUENT). Afin de présenter quelques résultats des champs de vitesse et de température d'un modèle simple d'une cheminée solaire basé sur les dimensions globales du prototype de Manzanares, ce qui nous permet de choisir la veine méridienne où sera installée la turbine. Puis en présentant les résultats du calcul S2 inverse non visqueux, en utilisant le code de calcul S2 écrit en langage FORTRAN. Enfin on aura une conclusion générale.

Chapitre III

Modélisation des écoulements internes en turbomachines

II Introduction

Nous présenterons dans ce chapitre une description des méthodes les plus utilisées pour la conception et le projet des turbomachines avec une considération spéciale pour les méthodes quasi-tridimensionnelles, domaine dans lequel s'orientera l'essentiel du présent travail.

On présentera tout d'abord une approche générale du processus de conception des turbomachines en indiquant les différents types de modélisations utilisées. On détaillera, ensuite, cette démarche qui ressemble, en ses étapes générales, à l'évolution qu'a subie la démarche de modélisation des turbomachines au cours du temps. Après un bref aperçu des équations générales qui régissent les écoulements internes en turbomachines, les différents types de solutions et leurs hypothèses simplificatrices, on présentera les différentes méthodes spécifiquement adaptées à l'analyse de ces écoulements par ordre de complexité croissante : les méthodes unidimensionnelles, bidimensionnelles, quasi-tridimensionnelles et tridimensionnelles. Dans cette partie du chapitre, on portera une attention particulière aux méthodes qui ont servi de base au présent travail : notre attention s'est portée sur les analyses unidimensionnelles (l'équation d'Euler des turbomachines, l'équilibre radial simplifié et la théorie des disques actuateurs) ainsi que sur certaines méthodes bidimensionnelles et quasi-tridimensionnelles. On présentera le modèle quasi-tridimensionnel S_1 - S_2 proposé par Wu en 1952 [15] décomposant l'écoulement tridimensionnel en deux écoulements bidimensionnels couplés : l'un constitué de l'écoulement aube à aube et l'autre de l'écoulement méridien. L'écoulement aube à aube sort du cadre de notre travail, raison pour laquelle on n'en fournira qu'une brève description alors que l'on portera notre intérêt sur l'écoulement méridien.

II.1 Projet des turbomachines

De très importants progrès ont été accomplis dans le domaine de la conception des turbomachines ces dernières années et l'éventail des méthodes et des outils à la disposition du concepteur a subi un important développement. Parmi toutes ces possibilités, les ingénieurs chargés de ces tâches doivent savoir choisir l'outil le mieux adapté à chaque étape du projet. La plupart des industries ont leurs propres schémas de conception, leurs codes ou leurs

méthodes de calcul. Par exemple, dans la série publiée par l'AGARD (Advisory Group for Aerospace Research and Development) en 1989 [25], plusieurs auteurs ont décrit des méthodes avancées et exhaustives pour le projet de divers types des turbomachines : compresseurs (Stow, Meauzé), turbines (Bry, Hourmouziadis), aubages bidimensionnels (Starken), pour n'en citer que quelques-uns. D'autre part, Howard et al. [26] présentent une méthode pour la conception aérodynamique et thermique des turbines. Nojima [27] montre une description similaire pour la conception de compresseurs centrifuges industriels. La méthodologie de conception des turbomachines dépend de l'application, de la géométrie et du domaine industriel d'application ; par conséquent, il n'existe pas d'approche unifiée.

Une démarche méthodologique générale peut cependant être retenue concernant la conception des turbomachines, elle est présentée en figure II.1. La spécification des paramètres globaux (cahier des charges) comprend le débit, l'élévation de pression, le rendement souhaité, les dimensions globales de la machine ou l'espace disponible pour la loger, les caractéristiques du fluide de travail et le type de machine en fonction de la tâche qui lui est destinée. Parmi d'autres paramètres qui sont aussi acquis au début du projet, on peut considérer les bases de données contenant les géométries des profils, les corrélations pour le calcul des pertes sur les aubages et les flasques, les fuites par jeux radiaux et les modèles pour le calcul des angles de déflexion.

La première étape du calcul consistera en une analyse globale faite à l'aide de modèles simplifiés de type unidimensionnel portant généralement sur le tube de courant moyen et utilisant l'équation d'Euler des turbomachines combinée avec les lois de l'équilibre radial simplifié (Noguera et al [28]). Dans cette étape, nous ferons appel à de nombreuses corrélations définissant les angles de déflexion (Rey [29]) et les pertes (Bakir [30]) en grilles d'aubes. Les résultats les plus importants de cette première étape seront les caractéristiques globales en fonction du débit et surtout une première approximation de la géométrie de la machine (notamment les profils des pales) qui servira à initialiser les autres étapes de la démarche.

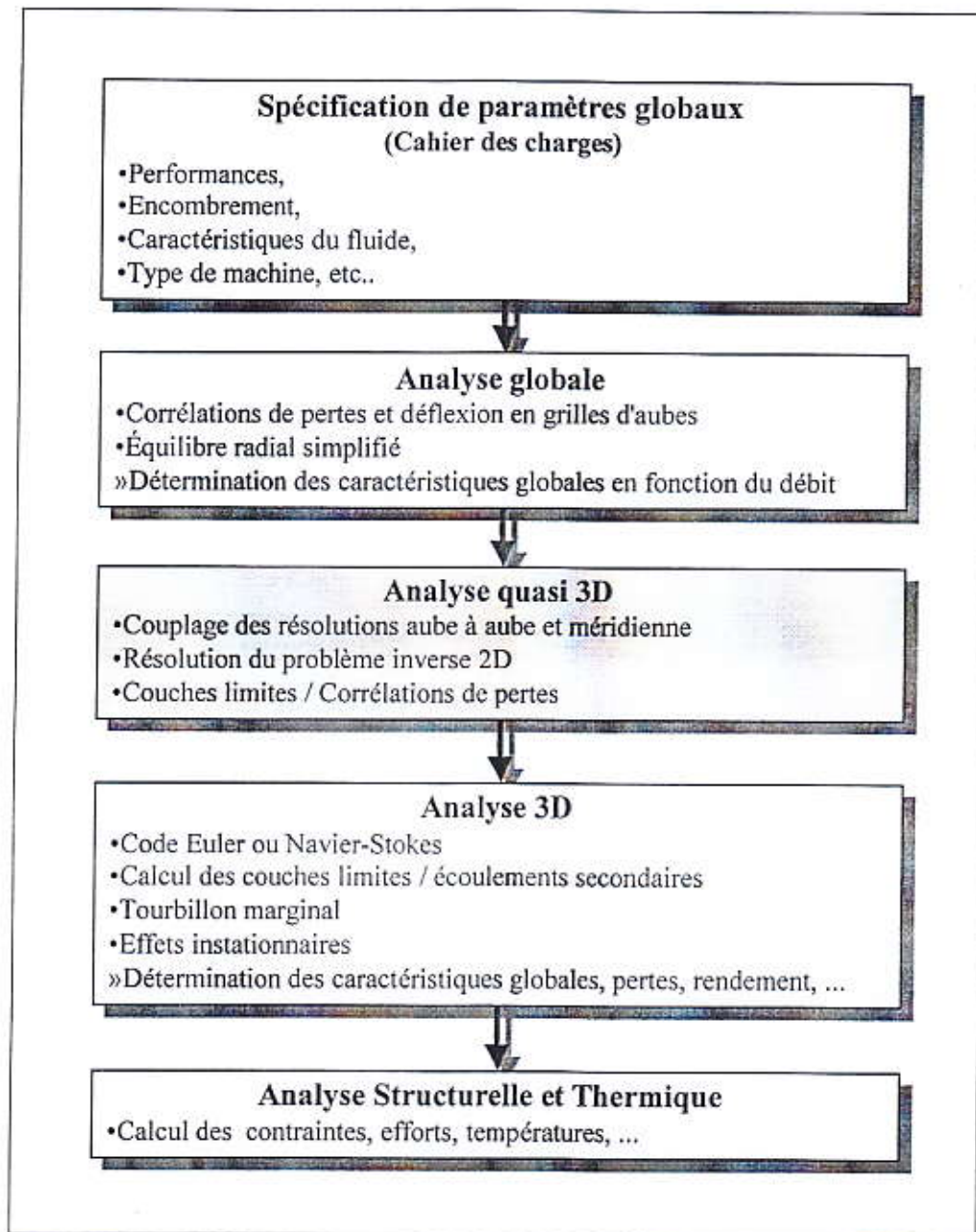


Figure II.1 Projet des turbomachines

Il existe deux approches différentes pour la sélection des profils des pales : le problème direct et le problème inverse. Ils peuvent être décrits ainsi :

- **Problème direct (analyse).** Les profils des pales sont générés par des techniques géométriques dont une loi d'évolution de la ligne moyenne (loi de cambrure) et une loi d'épaisseur. Des séries de grilles ainsi construites avec ces profils sont ensuite analysées par des méthodes théoriques, numériques ou expérimentales pour identifier les plus performantes et déterminer leurs caractéristiques aérodynamiques détaillées [31].

- **Problème inverse (dimensionnement).** Cette technique permet au concepteur de spécifier les distributions des vitesses ou pression sur les surfaces des profils à construire. Des méthodes numériques très poussées permettent de déterminer la géométrie des profils qui réalisent ces distributions (Wilkinson 1967 [32], Lewis 1982 [33] et 1991 [34], Luu 1992 [35]). D'autres méthodes simplifiées permettent avec certaines contraintes imposées sur la géométrie (par exemple une famille fixe de profils), d'obtenir la géométrie la mieux adaptée aux conditions d'entrée et de sortie imposées au départ.

Si les méthodes inverses semblent offrir la solution idéale pour obtenir les caractéristiques souhaitées, elles présentent plusieurs inconvénients, notamment, il n'existe pas toujours un profil correspondant à toute distribution imaginable et, d'autre part, s'elle existe, la solution n'est pas toujours réaliste ou structurellement stable (Wilkinson 1967 [32]). Il est important de noter que les deux approches peuvent être utilisées dans le cadre de la conception de turbomachines, mais que les méthodes directes doivent être utilisées dans une boucle itérative dont la géométrie recherchée est obtenue par des améliorations successives de critères objectifs.

La deuxième phase, plus évoluée dans cette progression, est représentée par l'analyse dite quasi-tridimensionnelle ; le présent travail s'inscrit plus particulièrement dans ce domaine. Ces méthodes ont en commun l'idée de décomposer l'écoulement tridimensionnel qui se produit à l'intérieur de la machine en deux écoulements bidimensionnels couplés : l'écoulement aube à aube et l'écoulement méridien. Pour ces deux types de calcul il existe plusieurs méthodes de modélisation et de résolution. On n'en verra que quelques-unes parmi les principales. A cette étape de la conception, il est fréquent de faire appel aux méthodes ou corrélations pour prendre en compte les effets des couches limites, écoulements secondaires, fuites dans les jeux et pertes visqueuses.

Dans le processus de conception des turbomachines, l'étape la plus évoluée et la plus complexe celle qui demande le plus de moyens, aussi bien matériels qu'intellectuels, est sans doute l'analyse tridimensionnelle. Cette partie constitue la phase finale de la conception hydraulique ou aérodynamique proprement dite, elle est normalement accomplie à l'aide de codes de calcul résolvant les équations de Navier-Stokes dans tout le domaine concerné. Ces codes donnent un aperçu de l'évolution et de l'effet des couches limites, des écoulements secondaires ou des écoulements dans les jeux radiaux. Les effets instationnaires peuvent aussi être pris en compte par des logiciels spécialement conçus pour cette tâche. Le principal

résultat de cette étape est une connaissance détaillée de l'écoulement à l'intérieur de la machine qui permettra de contrôler ses caractéristiques et de réaliser d'éventuelles modifications de la géométrie. Il est évident que ces codes très lourds ne sont pas adaptés aux premières étapes de la conception. Néanmoins, ces logiciels ont évolué aussi bien dans le domaine de la convivialité et facilité d'utilisation que dans le domaine algorithmique. Par conséquent, ils trouvent une place de plus en plus importante dans les étapes amont de la conception.

La dernière étape avant de passer aux essais indispensables pour le développement de toute nouvelle machine, consiste à calculer et à contrôler ses caractéristiques structurelles et thermiques. Bien entendu, cette étape échappe complètement à l'objectif du présent travail.

Il faut noter que dans chaque phase du projet, les paramètres géométriques peuvent être modifiés jusqu'à ce que les objectifs soient atteints. De même, il est souvent possible et parfois nécessaire, de revenir sur les étapes déjà accomplies pour effectuer les modifications nécessaires.

II.2 Equations générales de base

Les équations utilisées pour résoudre les écoulements dans les turbomachines dérivent, généralement des équations de Navier-Stokes et sont accompagnées d'hypothèses simplificatrices, associées à des considérations sur la géométrie, les bilans énergétiques ou la séparation des vitesses en une valeur moyenne et une partie fluctuante. En dehors du repère absolu, les équations peuvent aussi s'exprimer dans le repère relatif, en termes de la fonction de courant ou encore des variables exprimant sa courbure.

Nous présenterons ensuite l'ensemble des équations générales de la mécanique des fluides sur lesquelles sont basées les équations régissant l'écoulement dans les turbomachines.

II.2.1 Equation de continuité et équation dynamique (Navier-Stokes)

Les formes différentielles de l'équation de continuité et l'équation de conservation des quantités de mouvement peuvent être obtenues à partir des relations intégrales sur un volume de contrôle et par l'application du théorème de la divergence. Si le fluide considéré est

newtonien et la pesanteur est la seule force de volume agissant sur le domaine considéré (Schlichting, 1979 [36]), les équations régissant l'écoulement peuvent être exprimées ainsi:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (\text{II.1})$$

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \left[\underbrace{(\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{V}}_{(2)} + \underbrace{\frac{\partial \vec{V}}{\partial t}}_{(3)} \right] = -\underbrace{\vec{\nabla} p}_{(4)} + \underbrace{\rho g}_{(5)} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\underbrace{\mu}_{(6)} \left\{ \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right\} + \underbrace{\delta_{ij} \lambda}_{(7)} \text{div} \vec{V} \right] \quad (\text{II.2})$$

Les termes 1, 2, et 3 de l'équation II.2 représentent l'accélération totale, convective, et locale. Le terme 4 représente la force de pression, le terme 5 la force de la pesanteur, les termes 6 et 7 les effets visqueux, où normalement la viscosité de dilatation est considérée comme nulle (c'est-à-dire $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$ d'après l'hypothèse de Stokes). Une discussion détaillée des termes visqueux peut être trouvée dans les travaux de White. Pour les écoulements laminaires incompressibles, la densité et la viscosité sont supposées constantes dans les équations II.1 et II.2. Ces équations représentent un ensemble complet de quatre équations pour quatre inconnues, à savoir, la pression et les trois composantes de la vitesse. Pour des écoulements non visqueux, les deux derniers termes dans l'équation II.2 sont nuls. Dans la plupart des écoulements internes, le cinquième terme de l'équation II.2, ρg , est négligé.

L'équation d'énergie est basée sur l'équation thermodynamique, elle s'utilise sous la forme:

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \frac{Dp}{Dt} + \vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) + \Phi \quad (\text{II.3})$$

où Φ est le fonction de dissipation, représentant l'équivalent thermique de l'énergie mécanique liée à la dissipation visqueuse et les efforts de cisaillement :

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \tau_{ij} \\ &= \mu \left[2 \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V_z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right)^2 \right] + \lambda \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2 \end{aligned}$$

Le premier terme de gauche de l'équation II.3 représente la variation d'enthalpie ; Dp/Dt et Φ sont les taux de travail des efforts de pression et de cisaillement, $\nabla(k\nabla T)$ le transfert de chaleur par conduction dans le fluide où k est le coefficient de conductivité thermique.

Pour des écoulements compressibles, le transport et la génération d'énergie sont couplés à la dynamique du mouvement du fluide, et donc l'équation d'énergie (Eq. II.3) doit être résolue en même temps que les équations de continuité et de quantité de mouvement. En outre, une équation complémentaire associant la densité à la pression et à la température est nécessaire. Pour un gaz idéal, l'équation d'état est donnée par

$$\frac{p}{\rho} = RT \quad (\text{II.4})$$

Les équations II.1 à II.4 fournissent six équations (dans l'écoulement tridimensionnel) pour six inconnues : \vec{V} , ρ , p , T .

II.2.2 Equations sous forme conservative

Dans beaucoup de cas (telle que la résolution numérique des équations de Navier-Stokes), les équations exprimées en termes de variables "conservatives" sont très utiles. Ces variables telles que ρ , ρu , ρv , ρw , ρh_o , ρe , qui incluent la masse volumique s'appellent variables conservatives. Quand des variables "conservatives" sont utilisées dans un schéma de différences finies, les équations discrétisées conservent d'une façon plus précise la masse, la quantité de mouvement et l'énergie. Ceci peut être un avantage dans des écoulements hypersoniques, parce que les équations sous forme conservative satisfont les relations de Rankine-Hugoniot et produiront les conditions correctes de saut à travers les chocs. Un autre avantage est que la forme de différences finies de ces équations peut être interprétée en tant que lois intégrales sur le volume de contrôle des mailles de calcul (Hirsch, 1990 [37]).

Les équations de quantité de mouvement sous forme conservative peuvent être dérivées en combinant II.1 et II.2 pour donner, par exemple, l'équation de quantité de mouvement suivant l'abscisse x (supposant l'hypothèse de Stokes):

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \rho V_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x^2 + p) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V_x V_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho V_x V_z) \\
& = \rho g_x + \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial V_x}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \operatorname{div} V \right] \\
& \quad + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) \right]
\end{aligned} \tag{II.5}$$

L'équation de l'énergie (II.3) peut également être exprimée en termes d'enthalpie totale et de variables conservatives. Une telle forme est extrêmement utile dans la dynamique des fluides et les turbomachines dans les situations où les changements d'enthalpie totale sont faibles (par exemple, dans le cas d'un redresseur). L'équation de quantité de mouvement peut être transformée en:

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} \cdot \vec{V} = -\vec{\nabla} p \cdot \vec{V} + \rho g \cdot \vec{V} + (\vec{\nabla} \cdot \tau_{ij}) \cdot \vec{V}$$

En combinant cette équation avec II.3 et II.4, on obtient :

$$\rho \frac{D(H)}{Dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \rho g \cdot \vec{V} + \vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) + \vec{\nabla} \cdot (\tau_{ij} \cdot \vec{V})$$

avec $H = h + u_i u_i / 2 = h + (u^2 + v^2 + w^2) / 2$. Cette équation peut être combinée avec l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho H}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \rho \vec{V} H = \frac{\partial p}{\partial t} + \rho g \cdot \vec{V} + \vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) + \vec{\nabla} \cdot (\tau_{ij} \cdot \vec{V})$$

Ainsi, les équations conservatives peuvent être écrites comme suit (voir Peyeret et Taylor, 1983, pour une dérivation détaillée de ces équations [38]) :

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} = \frac{1}{R_v} \left[\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial Q}{\partial z} \right] + S \tag{II.6}$$

où q, E, F, G, T, P, Q , et S sont données par

$$q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho V_x \\ \rho V_y \\ \rho V_z \\ \rho e_o \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} \rho V_x \\ \rho V_x^2 + p \\ \rho V_x V_y \\ \rho V_x V_z \\ \rho H V_x \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \rho V_y \\ \rho V_x V_y \\ \rho V_y^2 + p \\ \rho V_y V_z \\ \rho H V_y \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} \rho V_z \\ \rho V_x V_z \\ \rho V_y V_z \\ \rho V_z^2 + p \\ \rho H V_z \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 0 \\ 2\mu \frac{\partial V_x}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial z} \right) \\ -Q_x + \Phi_1 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0 \\ \mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) \\ 2\mu \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) \\ -Q_y + \Phi_2 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0 \\ \mu \left(\frac{\partial V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial z} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial V_y}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial y} \right) \\ 2\mu \frac{\partial V_z}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \\ -Q_z + \Phi_3 \end{bmatrix}$$

$$S = \left(0, \rho g_x, \rho g_y, \rho g_z, \rho g_x V_x, \rho g_y V_y, \rho g_z V_z \right)^T$$

où Q_x , Q_y , et Q_z , sont des taux de transfert de chaleur et Φ_1 , Φ_2 , et Φ_3 sont les termes de dissipation visqueuse:

$$\begin{aligned}
\Phi_1 &= 2\mu V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu V_x \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \\
&\quad + \mu V_y \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) + \mu V_z \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) \\
\Phi_2 &= 2\mu V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu V_y \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \\
&\quad + \mu V_x \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) + \mu V_z \left(\frac{\partial V_y}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial y} \right) \\
\Phi_3 &= 2\mu V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{2}{3}\mu V_z \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \\
&\quad + \mu V_x \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) + \mu V_y \left(\frac{\partial V_y}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial y} \right) \\
\rho e_o &= \rho H - p = \rho h + \rho \frac{V^2}{2} - p
\end{aligned}$$

II.2.3 Equations simplifiées de mouvement

Les équations qui régissent l'écoulement peuvent souvent être simplifiées pour fournir des formes plus appropriées pour le traitement analytique ou numérique. Certaines de ces simplifications seront décrites par la suite.

II.2.3.1 Equations d'Euler

Pour les écoulements non visqueux ($\mu = 0$), l'équation II.2 est connue comme l'équation d'Euler :

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \left[(\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \right] = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{F} \quad (\text{II.7})$$

où \vec{F} représente les forces externes de volume, comme par exemple l'accélération de la pesanteur ou les forces d'aubages dans l'hypothèse de symétrie axiale dans les turbomachines.

Cette hypothèse est pleinement justifiée dans beaucoup de cas d'importance par la séparation des écoulements en deux zones : une zone dite visqueuse près des parois où les

effets dus aux gradients de vitesses sont importants et une zone dite saine dont les effets visqueux sont négligeables (figure II.2). Dans la zone visqueuse, ce sont les équations Navier-Stokes qui régissent l'écoulement, souvent sous une forme simplifiée adaptée au rapport des échelles longitudinales et transversales qui caractérisent les couches limites. Dans la zone saine, on peut utiliser les équations d'Euler avec un important gain en simplicité et temps de calcul.

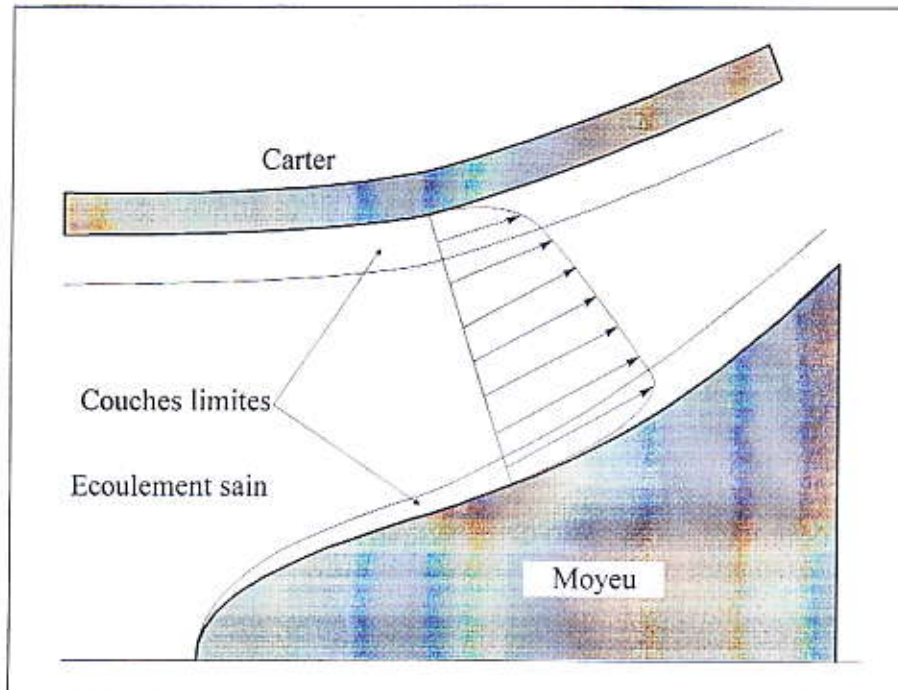


Figure II.2 Modèle de l'écoulement à trois zones

II.2.3.2 Equations de l'écoulement incompressible

Dans beaucoup d'écoulements, le fluide est incompressible et les gradients de viscosité sont faibles. Les termes visqueux des équations de quantité de mouvement peuvent alors être simplifiés et l'équation d'énergie n'est pas prise en compte. Dans ce dernier cas, l'équation de continuité est donnée par :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (\text{II.8})$$

et l'équation de quantité de mouvement, négligeant les effets de la pesanteur, par:

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\vec{\nabla}p + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (\text{II.9})$$

II.2.3.3 Équations liées à l'écoulement potentiel

Un autre niveau d'approximation est constitué par le principe d'irrotationnalité, $\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{V} = \mathbf{0}$. Pour le vecteur vitesse dont le rotationnel est nul, on démontre que la vitesse dérive d'un potentiel scalaire ϕ :

$$\vec{V} = \vec{\nabla} \phi \quad (\text{II.10})$$

En substituant cette équation dans l'équation de continuité et en éliminant ρ dans l'équation de quantité de mouvement, on obtient :

$$dp = -\rho d \left[\frac{(V_x^2 + V_y^2 + V_z^2)}{2} \right] \quad (\text{II.11})$$

qui mène à l'équation suivante dans un système cartésien :

$$\begin{aligned} (1 - M_x^2) \phi_{xx} + (1 - M_y^2) \phi_{yy} + (1 - M_z^2) \phi_{zz} - 2M_x M_y \phi_{xy} \\ - 2M_x M_z \phi_{xz} - 2M_y M_z \phi_{yz} = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.12})$$

où

$$\begin{aligned} M_x = \frac{V_x}{a}, \quad M_y = \frac{V_y}{a}, \quad M_z = \frac{V_z}{a} \\ \phi_x = V_x, \quad \phi_y = V_y, \quad \phi_z = V_z \end{aligned}$$

et a est la vitesse du son dans le milieu. Cette équation est hyperbolique pour les écoulements supersoniques et elliptique pour des écoulements subsoniques. Beaucoup d'autres simplifications peuvent être faites (Lakshminarayana 1995 [39]), notamment si l'écoulement est incompressible, l'équation II.11 se réduit à :

$$\phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} = 0 \quad (\text{II.13})$$

L'écoulement représenté par ces équations a été, historiquement, le champ le plus largement exploré dans le domaine de la mécanique de fluides. Les solutions de l'écoulement autour d'une aile d'avion, dans une grille d'aube et l'écoulement autour d'autres corps profilés

ont pu être obtenus. Karamachetti [40] fournissent une couverture très bonne de ce domaine pour les cas de corps isolés.

II.2.3.4 Équations en termes de fonction de courant

Dans l'écoulement potentiel stationnaire et bidimensionnel, l'équation d'Euler peut être simplifiée en définissant une nouvelle fonction en liaison avec le champ de vitesses. La fonction de courant pour l'écoulement stationnaire et bidimensionnel peut être définie par :

$$\frac{\rho_a}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\rho_a}{\rho} \psi_y = V_x$$

$$\frac{\rho_a}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\rho_a}{\rho} \psi_x = -V_y$$

En adoptant ces équations, on satisfait automatiquement l'équation de continuité, équation. II.1.

Si l'écoulement est incompressible, l'équation précédente peut être simplifiée pour donner:

$$\psi_{xx} + \psi_{yy} = 0 \quad (\text{II.14})$$

qui est l'équation de Laplace pouvant être résolue sur un domaine par diverses techniques standard. Dans un écoulement bidimensionnel, il est avantageux de résoudre une équation aux dérivées partielles comme II.13 en ψ plutôt que de résoudre deux équations en V_x et V_y . Cette approche est donc largement répandue pour les écoulements bidimensionnels. L'approche fonction de courant peut également être utilisée dans l'analyse des écoulements visqueux. Les équations en fonction de courant sont largement répandues dans les domaines suivants:

1. Les écoulements non visqueux et incompressibles bidimensionnels
2. Écoulements compressibles non visqueux et irrotationnels bidimensionnels ($\omega = 0$)
3. Couches limites bidimensionnelles

II.3 Equations particulières pour les turbomachines

D'une manière générale, les écoulements dans les turbomachines sont tridimensionnels, instationnaires, visqueux, turbulents et compressibles.

Parmi les approches simplificatrices, on trouve l'hypothèse d'Euler supposant un nombre infini d'aubages. Cette hypothèse est équivalente à l'hypothèse de symétrie axiale de l'écoulement à condition d'être accompagnée d'un champ de forces d'aubages équivalent.

Depuis longtemps, les concepteurs ont traité l'écoulement tridimensionnel complexe dans les machines comme la superposition d'un certain nombre d'écoulements bidimensionnels. La première formalisation de cette idée a été proposée par Wu en 1952 [15]. Ceci a permis une démarche simplifiée du tracé des pales ou des techniques de sélection de profils. Wu a démontré qu'en combinant les différentes composantes des équations dynamiques qui régissent l'écoulement, on peut obtenir des systèmes d'équations pour les deux types de surfaces définies en figure II.3. Cette décomposition est à l'origine de deux types d'écoulements : l'écoulement "méridien" et l'écoulement "aube à aube". C'est ainsi que ces deux types des surfaces S_1 et S_2 sont appelées, respectivement, surfaces aube à aube et surfaces méridiennes. On peut définir un nombre arbitraire de surfaces de chaque type, mais les méthodes les plus utilisées considèrent une seule surface méridienne moyenne. Cette simplification équivaut à négliger les différences induites par la proximité des pales sur les surfaces aube à aube (figure II.4). Néanmoins, la méthode proposée par Hirsch et Warzee [41] prend en compte ces différences par les moyennes azimutales des équations dynamiques.

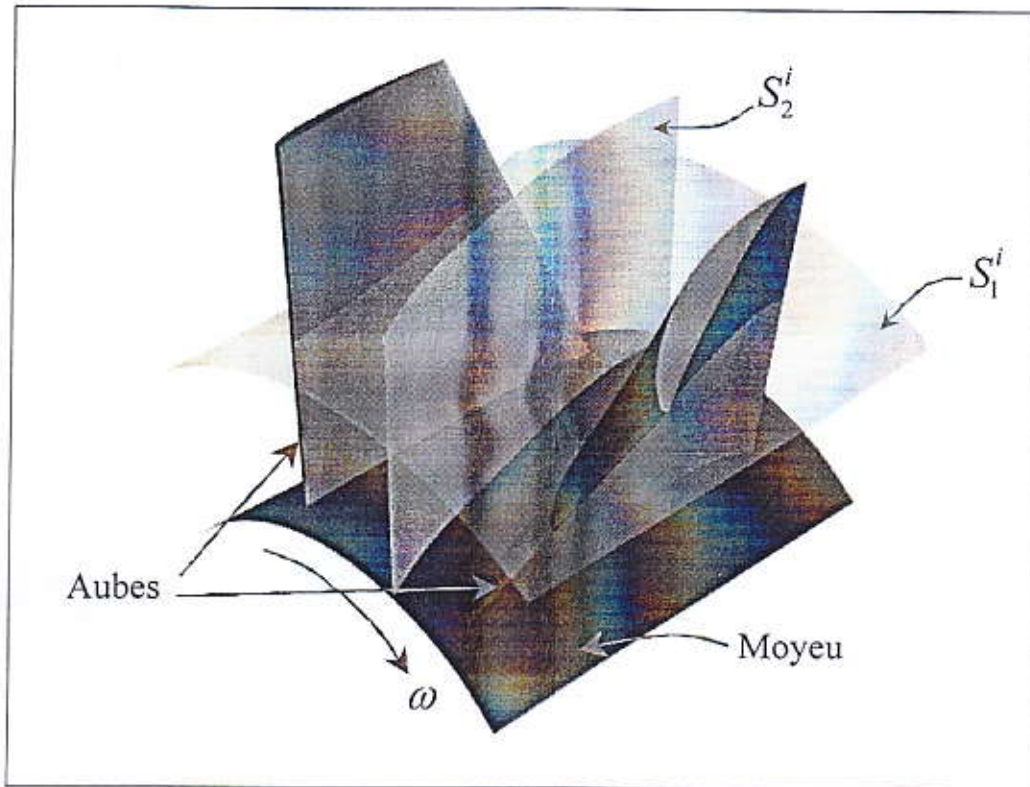


Figure II.3 Surfaces de courant au sein d'une turbomachine

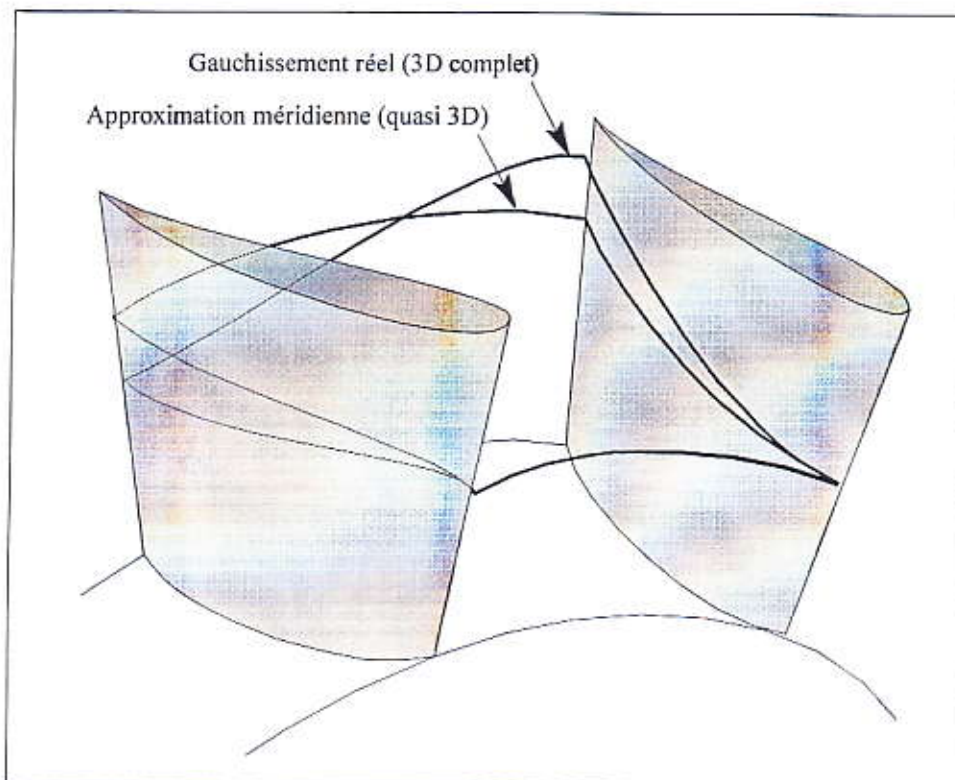


Figure II.4 Surfaces de courant 3D au sein d'une turbomachine

En figure II.5, on a représenté une de ces surfaces S_1 sous l'hypothèse de symétrie axiale. On a représenté ici l'intersection de la surface avec les pales et les lignes de courant moyennes. En outre, on peut apprécier les vecteurs représentant la vitesse absolue d'une particule de fluide \vec{V} et ses composantes V_r , V_θ et V_z ; la vitesse relative (dans le repère relatif tournant avec la machine à vitesse angulaire Ω) \vec{W} et ses composantes W_r , W_θ et W_z , et la vitesse d'entraînement $\vec{U} = \vec{\Omega} \times \vec{r}$. Un paramètre d'importance capitale apparaît sur cette figure la vitesse méridienne $\vec{V}_m = \vec{V}_r + \vec{V}_z$. On peut ainsi écrire les relations suivantes :

$$\vec{V} = \vec{W} + \vec{U} \Rightarrow \begin{cases} V_z = W_z, \\ V_r = W_r, \\ V_\theta = W_\theta + \Omega r. \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

$$\tan \alpha = \frac{V_\theta}{V_m} \quad (\text{II.16})$$

$$\tan \beta = \frac{W_\theta}{W_m} \quad (\text{II.17})$$

où les angles α et β représentent les directions absolues et relatives de la vitesse d'écoulement.

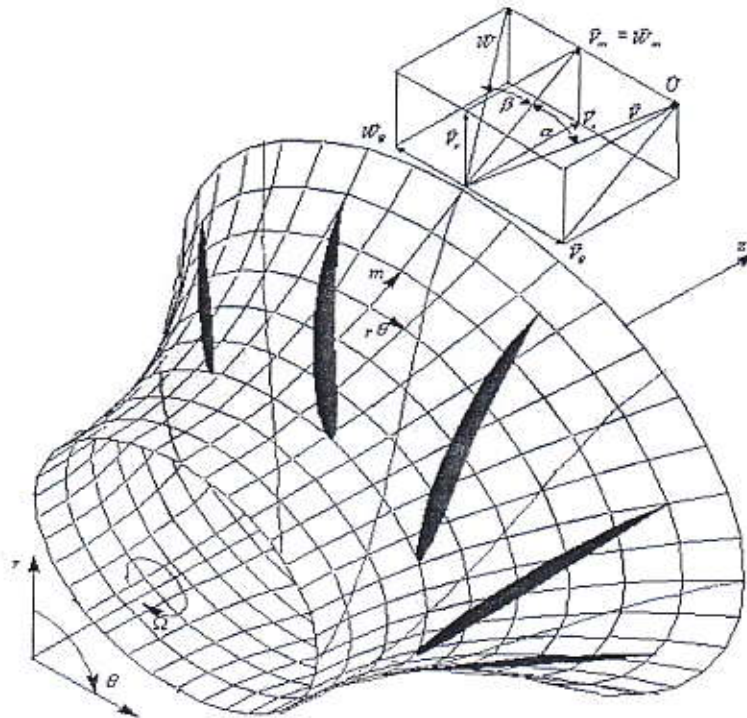


Figure II.5 Définition des paramètres de l'écoulement dans une turbomachine

Chaque surface de courant interceptera la grille en formant une grille circulaire de profils. L'écoulement qui se développe sur chaque surface S_1 peut être étudié à l'aide de la transformation conforme [42] en écrivant :

$$\eta = \frac{t N_a}{2\pi} \int \frac{dm}{r} \quad (\text{II.18})$$

$$\xi = \frac{t N_a}{2\pi} \theta \quad (\text{II.19})$$

qui transforme le système de coordonnées $(m, r\theta)$ en (ξ, η) et qui permet de ramener la grille circulaire de la figure II.5 à la grille plane de la figure II.6.

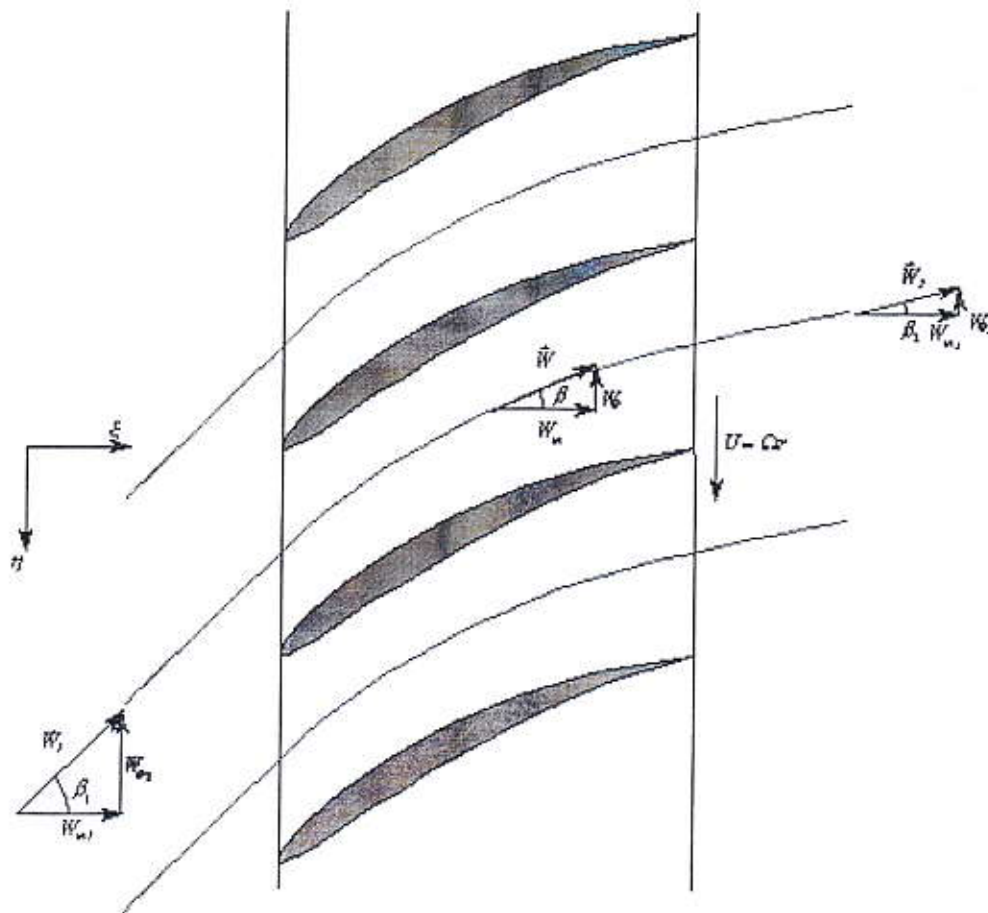


Figure II.6 Définition des paramètres de l'écoulement dans le plan aube à aube transformé

L'écoulement tridimensionnel complet peut donc être modélisé par une série de grilles planes bidimensionnelles, chacune correspondant à une surface S_1 axisymétrique, plus ou

moins régulièrement distribuées dans l'espace annulaire. Normalement, six à dix sections seront suffisantes pour représenter correctement l'écoulement dans une machine classique.

L'avantage de cette approche simplifiée réside dans le fait que l'équation d'Euler peut être appliquée à chaque section de façon indépendante pour déterminer les triangles de vitesse à l'entrée et à la sortie de chaque section. La tâche du concepteur consiste à sélectionner la forme du profil pour obtenir la déflexion requise entre l'angle β_1 à l'entrée et l'angle β_2 à la sortie tout en limitant les pertes d'énergie par frottement.

En figure II.7, on montre le plan méridien permettant de définir le rayon de courbure des lignes de courant méridiennes r_m et son angle de conicité δ . D'autre part, on introduit, sur la même figure, l'épaisseur relative des tubes de courant b qui avec la relation $\rho_o b_o r_o V_{m_o} = \rho b r V_m = cte.$, issue de l'équation de continuité (le premier terme correspond aux valeurs à l'infinie amont), permet de compléter les calculs impliqués par la transformation conforme.

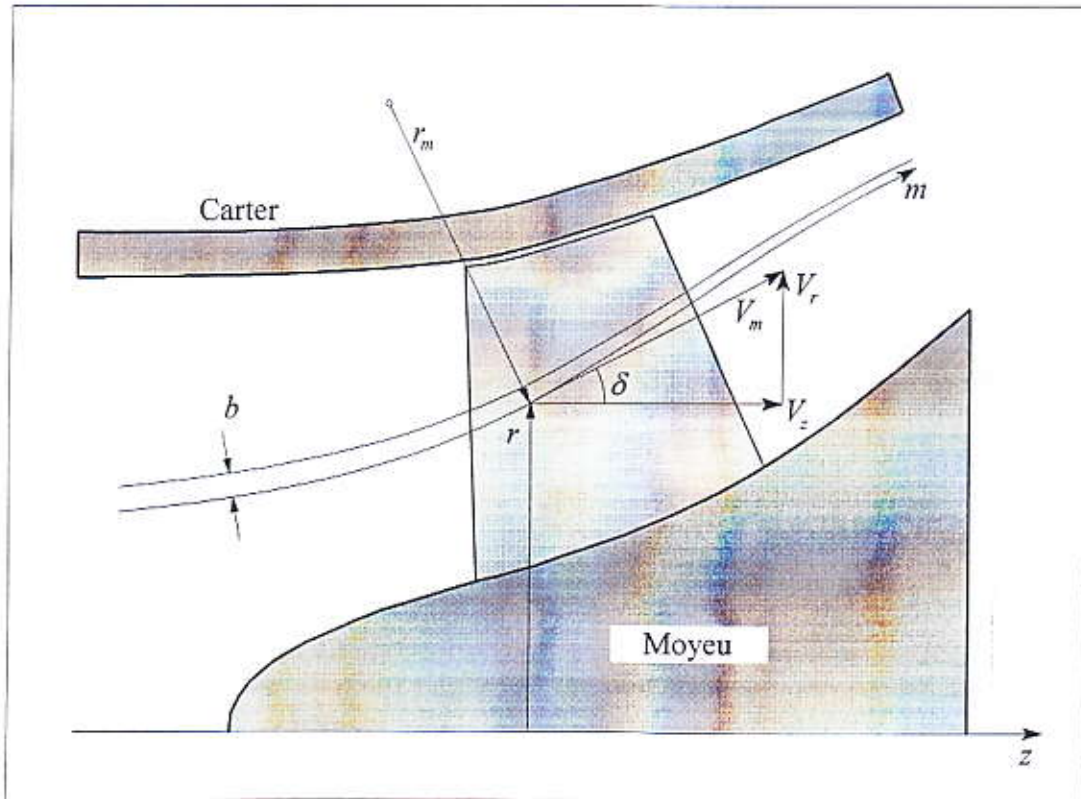


Figure II.7 Définition des paramètres de l'écoulement dans le plan méridien

Les équations du mouvement régissant les écoulements turbulents en turbomachines sont fortement non linéaires et la plupart des solutions analytiques disponibles sont pour des

écoulements très simples. La résolution implique plusieurs hypothèses selon le type de machine, la géométrie des aubages et les conditions d'écoulement. Les premières tentatives pour résoudre numériquement ces équations sont apparues vers la fin des années 60 (Cooper et Bosch, 1966 [43]). L'analyse tridimensionnelle classique est basée sur une résolution itérative des équations axisymétriques de l'écoulement méridien et des formulations aube à aube (solution en grilles d'aubes). Les techniques suivantes peuvent être classées comme des solutions axisymétriques:

- L'équilibre radial simplifié
- Théorie des disques actuateurs
- Equations moyennées et leurs solutions

Les solutions non axisymétriques sont généralement classées ainsi:

- Méthode des lignes et surfaces de portance
- Méthodes quasi-tridimensionnelles
- Solutions numériques des équations tridimensionnelles (Euler et Navier-Stokes)

Les solutions axisymétriques sont employées pour prédire globalement les variations radiales des propriétés de l'écoulement. Ces solutions sont strictement valables loin en amont et en aval des pales, mais certaines hypothèses, comme celle d'Euler, permettent de les utiliser à l'intérieur de la zone aubée. Une fois que les valeurs locales des paramètres de l'écoulement sont connues, les modèles aube à aube peuvent être utilisés pour prévoir les variations azimutales de la vitesse et de la pression. Cette technique de combiner les théories axisymétriques avec la théorie des grilles d'aubes est limitée normalement aux turbomachines axiales. Les théories de lignes de portance et de surfaces de portance sont principalement utilisées pour l'analyse axiale, notamment des hélices propulsives. Ces deux méthodes sortent du cadre de notre travail et par conséquent elles ne seront pas exposées.

Dans le tableau II.1, on montre un résumé des différents modèles et types de solutions utilisés pour les écoulements en turbomachines. Avec une police plus foncée, on a distingué les méthodes qui ont servi de base au présent travail.

Type d'analyse	Axisymétrique	Dimensions	Compressible	Visqueux
Équilibre radial simplifié (ERS)	oui	1D	oui/non	non
Théories des disques actuateurs	oui	1D/2D	oui/non	non
Équations moyennes dans le canal	non	Q3D	oui/non	oui/non
Lignes et surfaces de portance (machines ouvertes : éoliennes, hélices, etc.)	non	2D/Q3D	oui/non	non
Méthode de courbure des lignes de courant	oui/non	2D/Q3D	oui/non	non
Méthodes quasi-tridimensionnelles	oui/non	Q3D	oui/non	non
Solution numérique des équations tridimensionnelles (Potentiel, Euler et Navier-Stokes)	non	3D	oui/non	oui/non

Tableau II.1. Résumé des types de résolution et hypothèses simplificatrices

II.3.1 Solutions axisymétriques

L'écoulement en amont et loin en aval des pales, une fois les effets du sillage estompés, est naturellement axisymétrique et les équations issues de cette hypothèse y sont exactes. Par contre, l'écoulement à l'intérieur de la zone aubée peut être, selon la géométrie et les caractéristiques de la machine, fortement non axisymétrique. Néanmoins, cet inconvénient peut être surmonté avec l'hypothèse d'Euler portant sur un nombre infini d'aubages qui ramène l'écoulement à une configuration axisymétrique et qui doit être accompagné de l'introduction d'un champ de forces équivalant aux forces d'aubages.

Les équations qui régissent l'écoulement axisymétrique, non visqueux et stationnaire dans un système de coordonnées cylindriques ($\partial / \partial \theta = \mu = \lambda = 0$) sont données par :

Continuité :

$$\frac{\partial}{\partial r}(\rho r V_r) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho z V_z) = 0 \quad (\text{II.20})$$

quantité de mouvement radiale:

$$\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{V_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + F_r \quad (\text{II.21})$$

quantité de mouvement tangentielle:

$$\frac{\partial V_\theta}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\theta}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_\theta}{\partial z} + \frac{V_\theta V_r}{r} = F_\theta \quad (\text{II.22})$$

quantité de mouvement axiale:

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + F_z \quad (\text{II.23})$$

Les composantes du vecteur définissant le champ de vorticité sont données par:

$$\xi = -\frac{\partial V_\theta}{\partial z}, \quad \eta = \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r}, \quad \zeta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_\theta)$$

Les forces F_r , F_θ et F_z sont des forces de volume, des forces visqueuses associées aux pertes ou les forces du champ équivalent aux forces d'aubage de l'hypothèse d'Euler.

II-3.2 Equations dans le repère relatif

Il est souvent plus utile, pour ce qui concerne l'étude des turbomachines, d'exprimer les équations régissant l'écoulement en termes de la vitesse relative \vec{W} et ses composantes W_r , W_θ et W_z , ce qui revient à les exprimer dans le repère relatif. En mouvement relatif, l'équation de continuité devient :

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{W}) = 0 \quad (\text{II.24})$$

En introduisant la vitesse relative dans l'équation d'Euler (II.7), et après un certain nombre de manipulations, on obtient :

$$\frac{\partial \vec{W}}{\partial t} - \vec{W} \times \vec{\nabla} \times \vec{W} + 2\vec{\Omega} \times \vec{W} = -\vec{\nabla} I + T \vec{\nabla} S + \frac{\vec{F}}{\rho} \quad (\text{II.25})$$

où T et S représentent respectivement la température et l'entropie pour les écoulements compressibles, et la quantité

$$I = h + \frac{W^2}{2} - \frac{U^2}{2}$$

est appelée rothalpie. Il s'avère qu'elle est approximativement constante le long des lignes de courant.

Il convient aussi de rappeler la relation définissant l'enthalpie :

$$h = \int \frac{dp}{\rho} + \int T dS$$

L'équation (II.25), sous cette forme, est connue comme l'équation de Crocco ou forme énergétique de l'équation dynamique. Le terme $\bar{\nabla} S$, généralement négligé en fluide incompressible, est associé aux pertes génératrices d'entropie et aux échanges de chaleur avec l'extérieur.

En négligeant la pesanteur, le terme de forces de volume peut être séparé en forces d'aubages et forces de dissipation :

$$\vec{F} = \vec{F}_b + \vec{F}_d \quad (\text{II.26})$$

En l'absence de décollements ou de régimes fortement désadaptés aux pales, les forces d'aubage sont perpendiculaires à la vitesse relative :

$$\vec{F}_b \cdot \vec{W} = 0 \quad (\text{II.27})$$

D'autre part, les forces de dissipation sont souvent modélisées par des corrélations impliquant sa proportionnalité au carré de la vitesse relative et de sens opposé :

$$\vec{F}_d = -f_d \vec{W} |\vec{W}| \quad (\text{II.28})$$

La projection de l'équation dynamique (II.25) dans un repère cylindrique (r, θ, z) ainsi que celle de continuité peuvent être aussi écrites sous forme conservative:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rE)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rF)}{\partial \theta} + \frac{\partial G}{\partial z} = \frac{L}{r} + M \quad (\text{II.29})$$

avec :

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho W_r \\ \rho W_\theta \\ \rho W_z \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} \rho W_r \\ p + \rho W_r^2 \\ \rho W_r W_\theta \\ \rho W_r W_z \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho W_\theta \\ \rho W_r W_\theta \\ p + \rho W_\theta^2 \\ \rho W_\theta W_z \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \rho W_z \\ \rho W_r W_z \\ \rho W_\theta W_z \\ p + \rho W_z^2 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 \\ p + \rho(W_\theta + \Omega r)^2 \\ -\rho W_r(W_\theta + 2\Omega) \\ 0 \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho[F_r - F_d \cos \beta \sin \delta] \\ \rho[F_\theta - F_d \sin \beta] \\ \rho[F_z - F_d \cos \beta \cos \delta] \end{bmatrix}$$

La première ligne de ces vecteurs correspond à l'équation de continuité, les trois lignes suivantes sont les projections de l'équation dynamique dans l'ordre z , r et θ .

II-3.3 Solutions quasi-tridimensionnelles

C.H. Wu (1952) [15]) a présenté le véritable caractère tridimensionnel de l'écoulement dans son article de référence et a proposé le schéma numérique remarquablement sophistiqué illustré en figure II.8. L'écoulement tridimensionnel est proposé comme la superposition d'un certain nombre d'écoulements bidimensionnels modélisés suivant les surfaces de courant S_1 et S_2 .

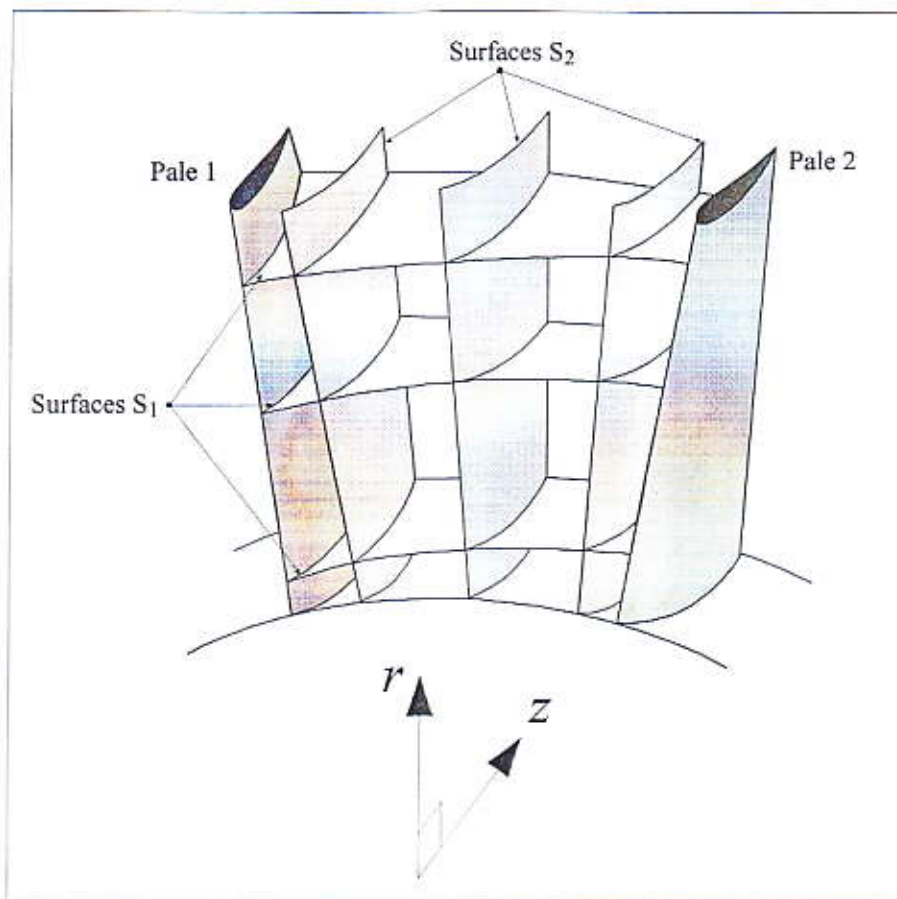


Figure II.8 Surfaces de courant S_1 et S_2 (d'après Wu, 1952).

Les surfaces S_2 suivent la déflexion principale provoquée par la courbure des profils de pales et par leurs charges aérodynamiques associées. A cause de la différence de pression statique entre l'extrados de la pale 1 et l'intrados de la pale 2, la courbure de chaque surface de courant S_2 est différente ce qui exige l'utilisation de plusieurs surfaces pour obtenir une modélisation précise. Les surfaces S_1 sont différentes des surfaces de révolution que l'on a considéré dans le cas simple déjà présenté. Dans le modèle de Wu, les surfaces S_1 doivent être vrillées pour permettre les variations induites par les différentes surfaces S_2 . Les surfaces S_1 et S_2 présentées, représentent une sélection des surfaces de courant qui traversent la zone aubée. En résolvant les équations du mouvement, dans cette grille, on obtiendra des estimations améliorées successivement des surfaces S_1 et S_2 permettant le couplage dynamique des paramètres de l'écoulement. L'approche itérative pour obtenir une bonne estimation de l'écoulement tridimensionnel a été établie d'une manière très complète par Wu, dans un article rigoureux, très en avance sur son temps. Ce concept demeure, encore aujourd'hui, comme une présentation extrêmement utile des équations de base qui régissent l'écoulement en

turbomachines et a constitué un remarquable essai de modélisation numérique bien avant la disponibilité d'ordinateurs suffisamment puissants.

Le premier schéma informatique majeur basé sur les travaux de Wu, a été publié par Marsh (1966) [44] concernant l'écoulement méridien axisymétrique sur la surface S_2 dite moyenne. D'autres formulations alternatives des équations ont été développées avec notamment, la méthode "Time Marching" de Denton (1982) [45] qui a ouvert des perspectives vers l'analyse tridimensionnelle des écoulements compressibles dans les codes pratiques de conception. Potts (1991) [46] a été en mesure d'adapter cette méthode pour étudier le vrillage des surfaces de courant S_1 dans des grilles très vrillées de turbines. En dehors de ce schéma et de plusieurs autres publiés, les sociétés industrielles ont développé leurs propres codes d'analyse méridienne ou opté pour des codes commerciaux.

II.3.4 Ecoulement aube à aube

Bien qu'il s'agisse de solutions proprement bidimensionnelles, elles sont citées ici car elles constituent un des socles fondamentaux pour les solutions quasi-tridimensionnelles.

Nous avons vu que lorsque l'écoulement est incompressible et irrotationnel, l'écoulement aube à aube est régi par les équations suivantes qui correspondent à l'écoulement potentiel :

$$\begin{aligned}\psi_{xx} + \psi_{yy} &= 0 \\ \phi_{xx} + \phi_{yy} &= 0\end{aligned}$$

Les conditions aux limites à satisfaire par ces équations sont que la vitesse et la pression à l'infini amont correspondent aux valeurs de l'écoulement libre non perturbé (par conséquent, ψ_x , ψ_y ou ϕ_x , ϕ_y sont spécifiés en amont) et que les surfaces des pales sont des lignes de courant.

Les méthodes disponibles pour résoudre l'écoulement potentiel traversant une grille d'aubes (problème direct) ou pour concevoir une grille d'aubes susceptible de satisfaire une distribution donnée de pression (problème inverse) peuvent être brièvement classées comme suit :

1. **Méthode de la transformation conforme :** Dans cette méthode, l'écoulement autour d'une grille d'aubes est obtenu par transformation de l'écoulement autour d'un cylindre; écoulement parfaitement connu.
2. **Méthode des singularités :** C'est une méthode d'approche où la pale est remplacée par un ensemble de singularités comme des sources, des puits ou des tourbillons..
3. **Méthode Numérique :** Dans cette méthode, les équations sont résolues numériquement sur un maillage en utilisant un schéma de relaxation. La technique des différences finies ou la méthode des éléments finis sont utilisées.
4. **Méthode globale :** Dans la méthode développée par Wislicenus (1965) [47], la déviation entre la ligne moyenne des profils et la ligne de courant moyenne est obtenue empiriquement en utilisant des données aube à aube expérimentales. Les effets dus à la cambrure et à l'épaisseur des profils sont déterminés à partir d'une distribution de pression donnée.
5. **Méthode de l'hodographe :** Dans cette méthode, on ramène l'écoulement en grille d'aubes à une fraction de l'écoulement potentiel source-puits. Cette méthode tombée en désuétude mérite une attention particulière dans le cadre de l'avant-projet. C'est une des rares méthodes inverses qui contrôle, au stade de la conception, le champ de vitesses en tout point d'un écoulement bidimensionnel incompressible : écoulement inter-aubages ou entre parois solides. Son handicap majeur est qu'elle est inopérante dans les zones à fort gradient proches du bord d'attaque et du bord de fuite, particulièrement importantes au demeurant (Weiss 1996 [48]).

Les méthodes décrites ci-dessus peuvent être utilisées pour la conception d'un profil ou pour l'analyse de l'écoulement autour d'un profil donné (problème direct). La méthode de singularités est l'une des techniques les plus largement répandues en raison de sa précision et de la facilité avec laquelle elle peut être programmée dans les ordinateurs actuels. Parmi les principaux travaux de référence on citera : Scholz (1965) [49], Gostelow (1984) [50].

II-3.5 Solutions tridimensionnelles

La simulation numérique des écoulements (en anglais CFD, pour Computational Fluid Dynamics) a stimulé une approche unifiée allant de l'analyse à la conception des turbomachines. La pratique de traiter les turbines hydrauliques et à vapeur, pompes, et compresseurs à gaz et d'autres turbomachines séparément a laissé sa place à une approche plus intégrée. Ces développements sont facilités par un dénominateur commun: les équations qui les régissent sont les mêmes pour toutes les turbomachines, avec en plus des équations de comportement supplémentaires utilisées pour manipuler les cas spéciaux (par exemple, écoulements biphasiques). Les conditions aux limites rencontrées dans les turbomachines sont parmi les plus complexes concernant le domaine de la simulation numérique des écoulements.

L'apparition de la simulation numérique des écoulements dans les années 70 a fourni une impulsion importante pour résoudre les équations d'Euler et de Navier-Stokes régissant écoulements externes et internes. Le progrès principal a été ultérieurement accompli dans le développement des techniques numériques, de la génération de maillage, de la modélisation de la turbulence, de l'application des conditions aux limites, pré et post-traitement des données et de l'architecture des ordinateurs. La plupart des techniques utilisées pour la résolution des équations de Navier-Stokes peuvent être classées en différences finies, surfaces ou volumes finis, éléments finis et méthodes spectrales. Seulement les deux premières techniques sont largement répandues dans le domaine des turbomachines. Les techniques de calcul numérique fournissent une méthode efficace pour l'analyse et la conception de turbomachines. L'utilisation de la CFD par les constructeurs de turbomachines a augmenté sensiblement pendant la décennie passée, ayant pour résultat un cycle de développement plus court de leurs produits. Combinée avec des mesures, la CFD fournit un outil complémentaire pour la simulation, la conception, l'optimisation et, d'une manière primordiale, l'analyse des écoulements tridimensionnels complexes jusqu'ici inaccessibles à l'ingénieur. Dans beaucoup de cas, la simulation numérique des écoulements fournit le seul moyen pour accéder aux informations détaillées du champ étudié, car les essais réels des turbomachines, avec des mesures détaillées dans les canaux tournants sont difficiles, coûteux et, dans beaucoup de cas, impossibles.

Les éléments essentiels pour une résolution précise et efficace de l'écoulement peuvent être résumés comme suit:

1. Équations régissant l'écoulement, y compris les équations de transport de turbulence (avec validation des approximations faites)
2. Application des conditions aux limites appropriées
3. Résolution et orthogonalité adéquate du maillage
4. Modélisation de la turbulence
5. Technique numérique ; dissipation artificielle optimale, discrétisation précise, bon historiogramme de convergence et évaluation appropriée
6. Développement efficace du code et des algorithmes, y compris la vectorisation
7. Architecture de l'ordinateur, y compris le traitement parallèle
8. Évaluation des techniques de calcul par étalonnage et validation expérimentale

Les techniques de calcul largement répandues dans la pratique en matière de turbomachines peuvent être classifiées comme suit:

1. Solveurs non visqueux (Euler) pour écoulements bidimensionnels
2. Techniques quasi-tridimensionnelles
3. Calcul de couches limites y compris les techniques intégrales de quantité de mouvement
4. Techniques de Navier-Stokes parabolisées / space marching
5. Solutions d'Euler et de Navier-Stokes complètes pour des écoulements compressibles et incompressibles

Adler (1980) [51], McNally et Sockol (1981) [52], ont présenté des articles de synthèse de ces méthodes de calcul pour les écoulements en turbomachines. Lakshminarayana (1986) [53] a passé en revue les modèles de turbulence adaptés. Les sujets concernant la transition en général et l'application aux turbomachines en particulier, ont été résumés par Narasimha (1985) [54] et Mayle (1991) [55], respectivement. Bien que la modélisation de la transition soit importante pour la simulation de l'écoulement, l'état actuel des connaissances sur ce sujet

est insuffisant pour réaliser une bonne prévision de la transition pour les turbines, les compresseurs et les pompes.

Dans le domaine du projet des turbomachines, les équations de Navier-Stokes sont employées dans les étapes finales de la conception pour contrôler les problèmes éventuels (par exemple, séparation laminaire et turbulente, zones de gradient de pression adverse, localisation d'ondes de choc, jeux radiaux et autres pertes) ; ils ont aussi commencé à trouver une place intéressante dans les premières étapes de la conception.

II-3.6 Solutions unidimensionnelles

Les méthodes unidimensionnelles travaillent sur une ligne de courant moyenne, sur un tube de courant ou sur un rayon moyen de la machine, ce qui permet de définir un travail représentatif des performances globales. Dans la réalité, il est évident que les performances seront déterminées non seulement par la section moyenne mais également par la moyenne de tout l'écoulement du moyeu au carter. Bien entendu, l'écoulement réel est tridimensionnel et, en fait, extrêmement complexe. Néanmoins, les relations unidimensionnelles parviennent à décrire assez bien l'écoulement interne pour être à l'origine d'une grande partie des méthodes très répandues dans l'industrie. Avec en outre l'avantage non négligeable de sa simplicité intrinsèque.

II.3.6.1 Equations d'Euler pour les turbomachines

L'une des premières et des plus importantes relations unidimensionnelles qui a été mise en évidence est l'équation d'Euler des turbomachines. Elle se traduit par l'équation suivante applicable sur une ligne de courant (figure II.9) :

$$H_1 - U_1 V_{\theta 1} = H_2 - U_2 V_{\theta 2}, \quad (\text{II.30})$$

où H est l'enthalpie totale :

$$H = h + \frac{1}{2} V^2$$

Cette équation peut être dérivée en combinant l'équation de conservation de la quantité de mouvement rotationnel et la conservation de l'énergie pour un volume de contrôle.

L'équation d'Euler des turbomachines exprime sous une autre forme la conservation, le long d'une ligne de courant et pour tout l'espace fluide contenu dans la machine, de la rothalpie formée par la quantité :

$$I = H - UV_{\theta} = cte. \quad (\text{II.31})$$

Cette propriété a été introduite pour la première fois par Wu en 1955 [15]. Si l'écoulement est visqueux, la rothalpie se conservera approximativement car les puissances introduites pour les forces de cisaillement sont en général très faibles, mais on ne peut pas dire pour autant s'il s'agit d'un écoulement non permanent ou compressible avec échanges de chaleur. C'est le cas, notamment, des écoulements dans les jeux radiaux ou dans les machines thermiques. Lyman, 1993 [56] a étudié l'équation de transport de la rothalpie dans les cas les plus complets et fournit une description détaillée de tous ses termes.

L'équation d'Euler telle qu'elle est montrée ici est unidimensionnelle dans la mesure où elle est applicable à l'unité de masse de fluide qui suit la ligne désignée par le tube de courant élémentaire illustré sur la figure II-9. La projection azimutale de ce tube de courant infinitésimal sur le plan (z,r) conduit à la définition d'une famille de lignes de courant méridiennes dont le moyeu et le carter sont des lignes de courant limites. Il est clair qu'une équation d'Euler peut être utilisée pour chaque ligne de courant méridienne pendant le stade de conception d'une turbomachine et que ces équations produiront une spécification précise du changement de vitesses tangentielles de $V_{\theta 1}$ à $V_{\theta 2}$ qui est requis pour passer d'une pression totale p_{o1} à p_{o2} . L'équation d'Euler est donc centrale au stade de la conception et sera utilisée à plusieurs reprises dans ce mémoire.

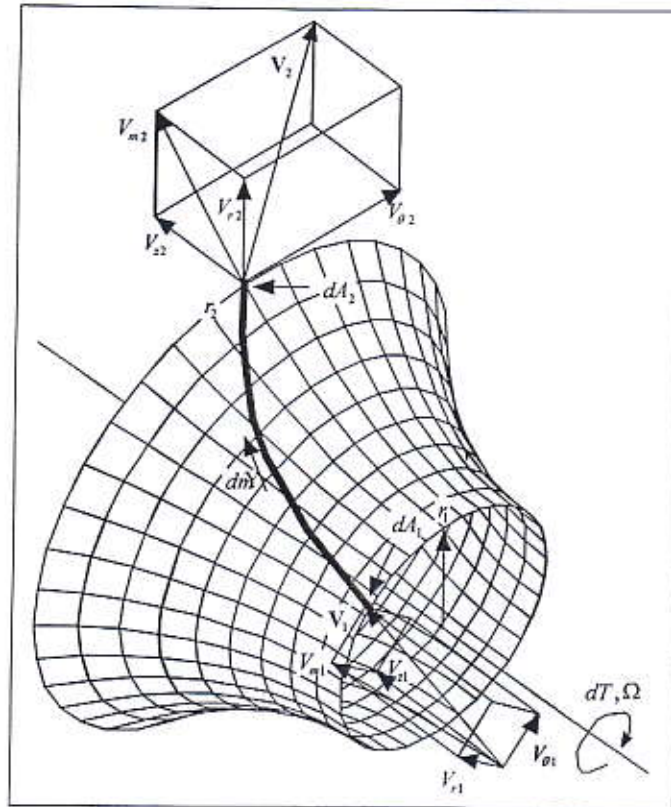


Figure II.9 Lignes de courant dans le repère absolu

Pour les écoulements incompressibles, la rothalpie peut être exprimée sous la forme suivante:

$$I = \frac{p_0}{\rho} - UV_\theta = \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}V^2 - UV_\theta. \quad (\text{II.32})$$

L'introduction de la vitesse \vec{W} permet aussi d'exprimer la rothalpie en fonction de la vitesse relative :

$$I = \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}W^2 - \frac{1}{2}U^2. \quad (\text{II.33})$$

Les diverses définitions de la rothalpie, serviront plus tard pour établir les termes de pression à partir des champs cinématiques des écoulements internes.

II.3.6.2 Equilibre radial simplifié

La figure II.10 illustre la déformation des lignes de courant dans la traversée de la machine. Après une certaine distance par rapport à la roue, la grille ou les pales, la composante radiale de la vitesse s'annule et l'on se trouve dans les conditions de l'équilibre radial simplifié correspondant à l'équilibre entre le gradient de pression radial dp/dr et la force centripète liée à la rotation du fluide.

On présentera ici la théorie de l'équilibre radial pour les écoulements incompressibles. Pour son traitement dans les cas compressibles on se référera par exemple à Horlock (1973) [57]. Loin des pales, pour un écoulement stationnaire avec des surfaces de courant cylindriques ($\partial/\partial z = 0$) la vitesse radiale est nulle, les équations II.21-23 sont simplifiées considérablement et l'équation de quantité de mouvement est donnée sous la forme :

$$V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{V_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + F_r$$

Soit finalement :

$$\frac{V_\theta^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} \quad (\text{II,34})$$

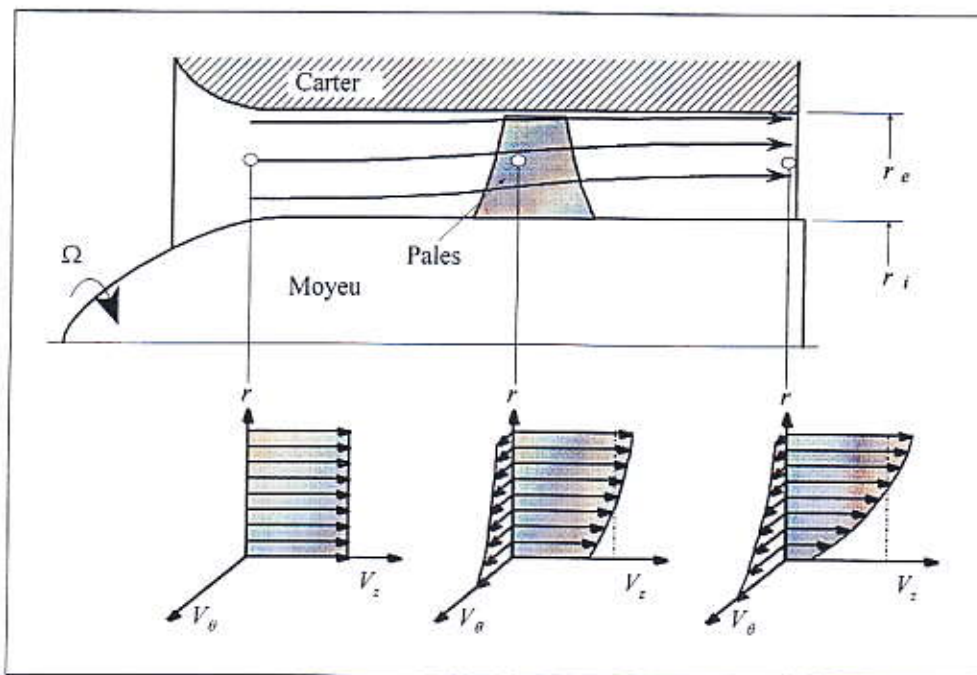


Figure II.10 Evolution des vitesses dans une machine axiale et équilibre radial

Cette dernière relation est connue comme l'équation d'équilibre radial simplifié. Pour un écoulement uniforme et homogène à l'aval, on peut utiliser la conservation de la rothalpie :

$$I = \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} - \Omega r V_\theta = cte.$$

En substituant le terme de pression issu de (II.34), on obtient l'équation différentielle :

$$\frac{dV_z^2}{dr} = -\frac{dV_\theta^2}{dr} + 2\Omega \frac{d(rV_\theta)}{dr} - 2\frac{V_\theta^2}{r} = 2\left(\Omega r - \frac{V_\theta}{r}\right) \frac{d(rV_\theta)}{dr} \quad (\text{II.35})$$

Cette équation peut être résolue pour l'une des composantes V_z ou V_θ si l'autre composante est connue en fonction de r . Le résultat ainsi obtenu comporte une constante d'intégration qui sera fixée en fonction du débit global et de l'équation de continuité. Si V_z est connue, l'équation antérieure doit être résolue à l'aide de méthodes numériques de type Runge-Kutta, par exemple. Dans le cas qui nous intéresse, c'est V_θ qui est donnée par les lois de déflexion en grilles ou par d'autres calculs aube à aube et l'équation d'équilibre radial simplifié peut être résolue analytiquement, donnant :

$$V_z(r) = \sqrt{V_z^2(r_i) + \int_{r_i}^r 2\left(\Omega r - \frac{V_\theta}{r}\right) \frac{d(rV_\theta)}{dr} dr} \quad (\text{II.36})$$

Dans le cadre du projet d'une turbomachine, la distribution de la vitesse tangentielle V_θ en sortie de roue est l'un des paramètres que le concepteur peut imposer au départ. Plusieurs formes sont utilisées à cet effet, parmi lesquelles l'une des plus générales est donnée par :

$$V_\theta(r) = k_1 r + k_2 + \frac{k_3}{r} \quad (\text{II.37})$$

Trois formes classiques sont répertoriées :

1. **Vortex libre :** $k_1 = k_2 = 0$

$$V_\theta = \frac{k_3}{r} \text{ et } V_z = cte.$$

Dans cette configuration de vortex, l'intérêt réside dans la simplicité puisque la vitesse axiale, le gain d'énergie ou hauteur de fluide, le travail imprimé et la circulation sont

uniformes en fonction du rayon. La plupart des machines ont été conçues suivant ce concept qui continue à être utilisé encore aujourd'hui par de nombreux constructeurs. La vitesse tangentielle varie en raison inverse du rayon et les pales sont conçues pour atteindre cet objectif. Il conduit toutefois à des déflexions très importantes près du moyeu ; les pales résultantes sont très vrillées et quelquefois difficiles à réaliser.

2. **Vortex forcé** : $k_2 = k_3 = 0$

$$V_\theta = k_1 r \text{ et } V_z = \sqrt{2k_1(\Omega - k_1)r^2 + cte.}$$

Appelé de cette façon car la vitesse V_θ suit la même loi que celle d'un solide rigide en rotation. La morphologie des pales est moins torturée (vrillage réduit). De cette configuration résulte en extrémité de pales un système tourbillonnaire et un sillage très importants à cause de la variation radiale de circulation. Ce tracé n'est pas très souvent utilisé et son champ d'application est réservé aux machines mono-étagées et notamment aux hélices de gavage (inducteurs).

3. **Vortex constant** : $k_1 = k_3 = 0$

$$V_\theta = k_2; \quad V_z = \sqrt{-2k_2^2 \ln(r) + 2k_2\Omega r + cte.}$$

Peu utilisé, se présente comme une solution intermédiaire aux deux précédentes.

Sur la figure II.11, on montre les trois types de vortex précédemment décrits.

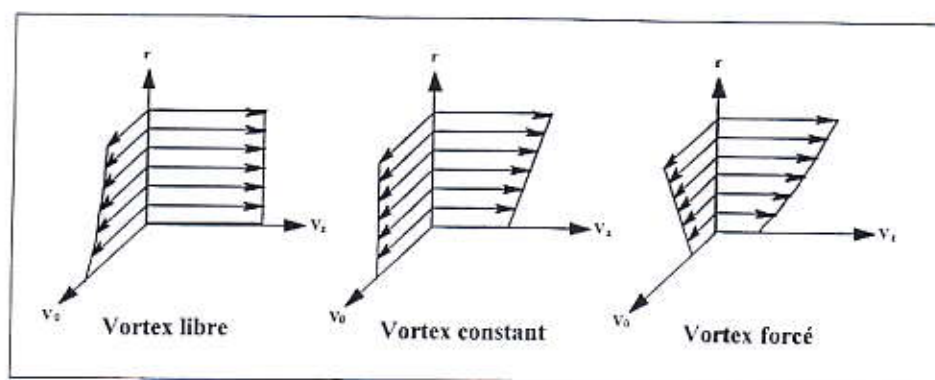


Figure II.11 Distributions de vitesses pour les types de vortex les plus courants.

En quête des meilleures performances, les concepteurs de turbomachines utilisent des lois intermédiaires en combinant les trois types de vortex précédemment décrits. Des

synthèses concernant les méthodes d'équilibre radial ont été publiées par Horlock (1973) [57] et par Smith (1966) [58].

II.3.6.3 Théorie des disques actuateurs

La théorie des disques actuateurs fournit un moyen simple pour améliorer l'analyse issue de l'équilibre radial en permettant un développement progressif du profil de vitesse axiale à travers la machine ou la grille d'aubes comme illustré sur la figure II.12. La méthode a été exhaustivement documentée par Hawthorne et Horlock (1962) [59], Marble (1964) [60], Lewis et Hill (1971) [34]. On présentera ici la théorie des disques actuateurs linéaires due Hawthorne et Horlock.

Dans ce modèle mathématique, la grille d'aubes est substituée par un plan de discontinuité nommé disque actuateur (figures II.12 et II.13). Les changements de pression qui se produisent en traversant les pales sont supposés comme étant concentrés dans ce plan, de même que pour la déflexion de l'écoulement. Ces modèles peuvent être classés en deux grandes familles :

1. **Théories linéaires** : Les perturbations occasionnées par les pales sont supposées faibles. Hawthorne et Horlock ont développé un modèle pour l'écoulement incompressible de forme cylindrique. Lewis et Hill (1971) [34] ont étudié les effets dus à l'empilement tangentiel des pales. Des synthèses ont été publiées par Marble (1964) [60] et Horlock (1977) [57].
2. **Théories non linéaires** : L'analyse théorique de l'écoulement en turbomachines, présentant de larges perturbations, a été réalisée par Oates (1972) [61] et Marble (1964) [62].

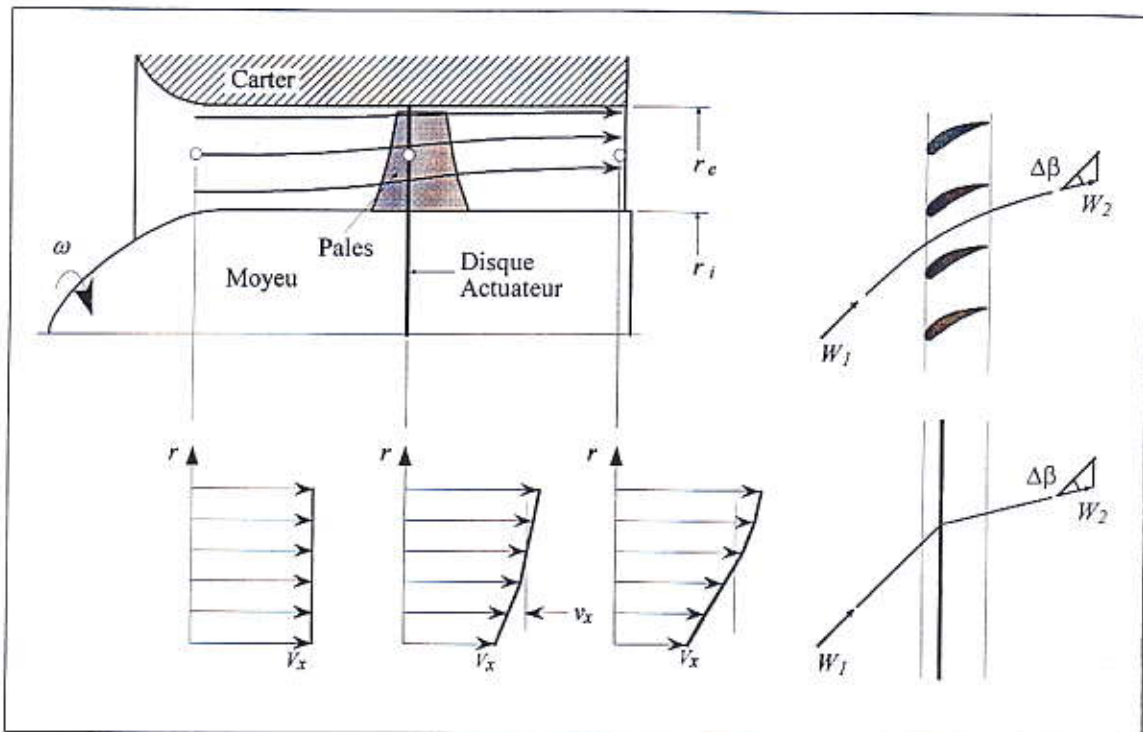


Figure II.12 Evolution axiale des caractéristiques dans la théorie des disques actuateurs

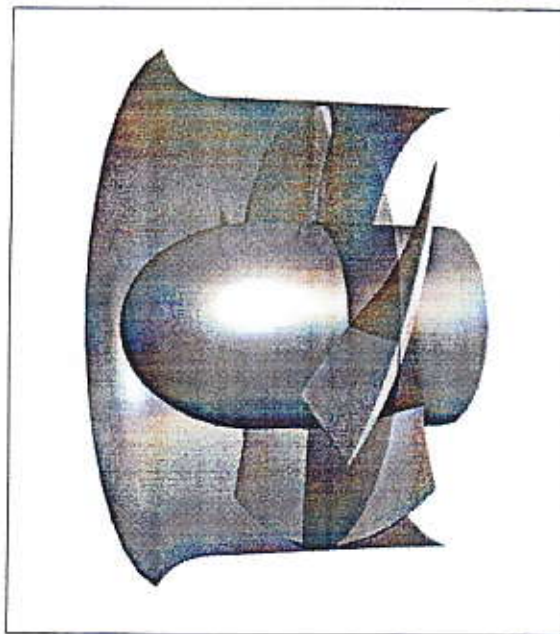


Figure II.13 Vue tridimensionnelle du disque actuateur

Dans le modèle que l'on présente, la vitesse tangentielle V_θ ainsi que la pression statique p présentent un saut au passage du disque, tandis que les vitesses axiale et radiale varient de façon continue. Les hypothèses retenues dans cette théorie sont les suivantes :

1. L'écoulement est stationnaire et axisymétrique
2. La vitesse radiale est faible partout
3. L'écoulement est en équilibre radial à l'amont et à l'aval loin des pales
4. L'évolution est adiabatique et réversible

On peut décomposer les vitesses à l'amont et à l'aval, sous la forme d'une partie constante et d'une perturbation produite par l'action des pales :

$$\begin{aligned} V_r(r, z) &= v_r(r, z) \\ V_\theta(r, z) &= V_{\theta\infty}(r) + v_\theta(r, z) \\ V_z(r, z) &= V_{z\infty}(r) + v_z(r, z) \end{aligned}$$

L'indice ∞ indique les valeurs prises loin des pales. Les termes v_r , v_θ , v_z représentent les perturbations dues au disque. On peut démontrer, compte tenu des hypothèses faites que les perturbations sont de caractère potentiel pouvant s'écrire :

$$v_r = \frac{\partial \phi}{\partial r}; \quad v_z = \frac{\partial \phi}{\partial z}.$$

donnant pour l'équation de continuité:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \nabla^2 \phi = 0$$

Cette équation peut être résolue par séparation de variables en proposant:

$$(V_z)_\pm = \pm \left\{ \frac{(V_{z\infty})_2 - (V_{z\infty})_1}{2} e^{\pm \left(\frac{k}{h}\right)z} \right\}$$

où le signe plus s'utilise pour la solution à l'amont et le signe moins pour la solution à l'aval et h est la hauteur de pale ($h = r_2 - r_1$). Le paramètre k est le premier zéro de la fonction de Bessel de première espèce qui peut être approché par π :

$$V_z = \frac{V_{z\infty 1} + V_{z\infty 2}}{2} \pm \frac{V_{z\infty 2} - V_{z\infty 1}}{2} \left(1 - e^{\pm \frac{\pi}{r_2 - r_1} z} \right) \quad (\text{II.38})$$

Les indices 1 et 2 indiquent les valeurs à l'amont et à l'aval, respectant l'équation d'équilibre radial. Cette équation est donnée en figure II.14. Où l'on peut remarquer qu'à une distance supérieure à $1,5(r_e - r_i)$ les valeurs des perturbations sont négligeables. On se servira de cette propriété pour imposer les conditions aux limites en machines axiales. Un autre aspect important à noter est que les vitesses sur le disque actuateur prennent pour valeur les moyennes des vitesses à l'infini amont et à l'infini aval de la roue.

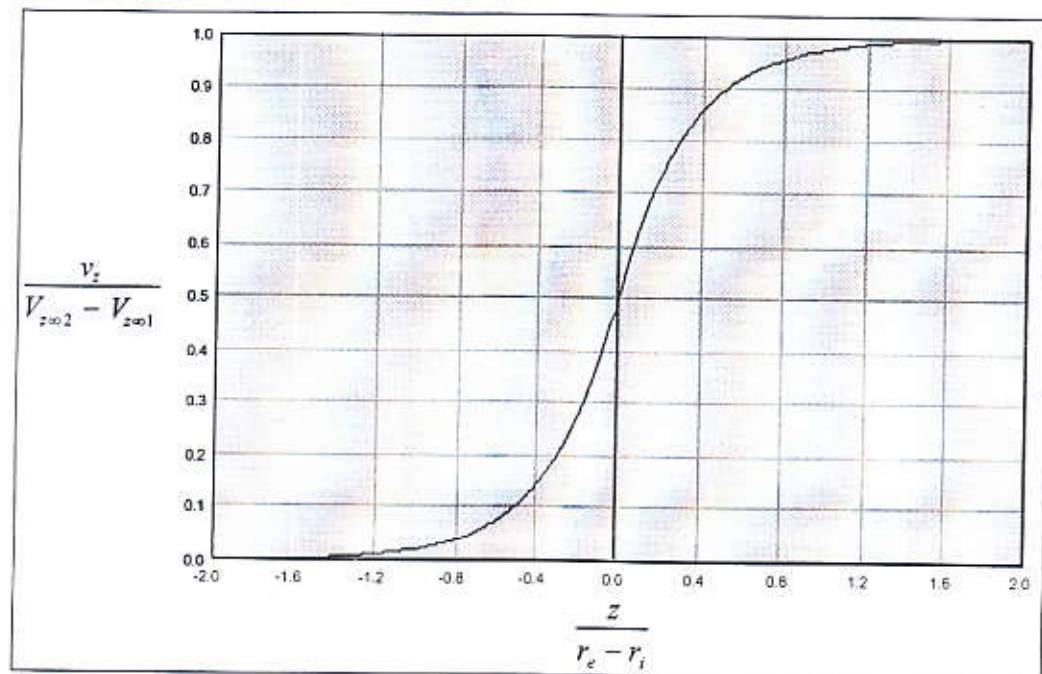


Figure II.14 Variation axiale de la perturbation induite sur la vitesse débitante

II.3.7 Equations moyennées en azimut

En raison des grandes difficultés rencontrées dans la résolution des équations du mouvement, de l'énergie et d'état, plusieurs simplifications ont été proposées pour la résolution de l'écoulement méridien. L'une des techniques les plus rapides consiste à résoudre, pour un écoulement "moyen en azimut" (propriétés moyennes en θ), les équations d'une façon globale. Dans cette technique, les équations du mouvement sont ramenées à une moyenne dans le plan aube à aube éliminant les termes en $\partial / \partial \theta$. L'élimination de cette variable indépendante simplifie considérablement les équations.

L'une des premières approches est due à Smith (1966) [58], qui a adopté cette technique des moyennes pour développer une forme approximative de l'équation de l'équilibre radial. Les extensions successives de ce concept sont dues à Horlock et Marsh (1971) [62], à Hirsch et Warzee (1976) [41], Sehra et Kerrebrock (1981) [63], Jennions et Stow (1985, 1986) [64].

Chapitre III

Calcul méridien S2 non visqueux

III-1 Introduction

Pour analyser l'écoulement dans un rotor ou dans un stator d'une turbomachine, l'étude est souvent effectuée en deux étapes S2-S1, comme l'avait suggéré Wu [15]. Dans la première étape, les tourbillons liés et libres simulant les aubes sont étalés, d'une façon homogène dans le sens azimutal, l'écoulement devient donc axisymétrique et peut être traité uniquement dans le plan méridien S2 ; ce qui nous permet d'introduire une fonction de courant Ψ pour caractériser le champ de l'écoulement. L'équation de conservation de masse se trouve ainsi vérifiée automatiquement. L'effet d'épaisseur des aubes produisant la striction de l'écoulement est pris en compte par la modification du tenseur métrique dans l'équation de continuité. Par ailleurs compte tenu de l'axisymétrie de l'écoulement, le vecteur champ rotationnel $\vec{\Omega} = \vec{\nabla} \times \vec{V}$ peut être complètement déterminé uniquement par deux fonctions scalaires que sont, d'une part, sa composante azimutale Ω_θ , et d'autre part par le moment cinétique $V_\theta r$ définissant ses deux composantes méridiennes. Ce qui réduit le nombre d'inconnues du problème au nombre de deux au lieu de trois. Pour le problème inverse (géométrie de l'aube inconnue), la distribution du moment cinétique $V_\theta r$ est liée à la répartition de tourbillons liés que doivent engendrer les aubes. La résolution du problème conduit à la détermination de la forme approximative de la surface moyenne des aubes. Pour le problème direct, la géométrie des aubes est introduite comme donnée initiale, la condition de glissement du fluide sur les aubes permet de déterminer itérativement la répartition du moment cinétique, c'est la différence majeure entre le problème inverse et le problème direct, $V_\theta r$ étant défini, la composante azimutale Ω_θ du rotationnel est déterminée par la condition d'équilibre transversale moyeu-carter qui découle de l'équation de mouvement. Quant à la fonction de courant caractérisant l'écoulement, son équation qui la régit, est obtenue à partir de la relation liant la vitesse méridienne et la composante azimutale du rotationnel. Cette résolution couplée du champ de vitesse et du rotationnel conduit, en problème inverse, à la détermination des surfaces de courant axisymétriques ainsi que la géométrie approchée du squelette.

Dans ce chapitre, après avoir formulé toutes les équations fondamentales qui régissent le calcul de l'écoulement méridien, on établira la relation entre la répartition du moment cinétique et le mode de transfert d'énergie, puis on donnera l'équation qui régit la fonction de courant Ψ pour les deux problèmes. La résolution couplée du champ de vitesse et du rotationnel conduit, en problème inverse, à la géométrie des nappes de courant de révolution ainsi que la forme approchée du squelette, et qui seront des données pour le problème inverse S1, et en problème direct, à la détermination des performances de la turbomachine aux divers régimes hors nominaux.

Les équations régissant le problème sont écrites dans un système de coordonnées curvilignes (ξ^i) épousant les frontières du domaine, ce qui permet d'avoir plus de précision dans la résolution numérique. Dans ce repère curviligne, les surfaces $\xi^1 = \text{cte}$ épousent les bords d'attaque et de fuite des rotors et des stators, et les surfaces $\xi^3 = \text{cte}$ épousent le moyeu et le carter de la machine. Quant à ξ^2 elle est égale à θ qui désigne la position angulaire azimutale. La figure (III-7) montre comment est bâti le maillage (ξ^1, ξ^3) dans le plan méridien (z, r) .

III-2 Equations de base

Dans le repère lié à la machine (repère absolu dans les zones hors grille ou stator, et repère relatif lié aux rotors dans les grilles), compte tenu de la distribution axisymétrique des tourbillons liés et libres simulant les aubes, l'écoulement S2 devient stationnaire et axisymétrique ($\frac{\partial(\cdot)}{\partial\theta} = 0$).

III-2-1 Equation de continuité

Compte tenu des hypothèses, la condition de conservation de masse s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{W} = 0 & \text{rotor} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 & \text{stator ou hors grille} \end{cases} \quad (\text{III-1})$$

\vec{V} la vitesse absolue, \vec{W} la vitesse relative du fluide par rapport au repère lié au rotor. \vec{V} est reliée à \vec{W} par :

$$\vec{V} = \vec{V}_{ent} + \vec{W} = \vec{\omega} \times \vec{r} + \vec{W} = -\omega r \vec{u}_\theta + \vec{W} \quad (\text{III-2})$$

où ω admet une valeur algébrique. Par convention le système de coordonnées cylindriques est constitué de façon directe suivant l'ordre z, θ, r .

III-2-2 Equation de mouvement

En désignant par $\vec{\Omega}$ le rotationnel de \vec{V} , l'équation de mouvement s'écrit :

$$\vec{\Omega} \times \vec{W} = -\nabla I + \frac{\vec{F}_b}{\rho} + \frac{\vec{F}_d}{\rho} \quad \text{rotor} \quad (\text{III-3})$$

$$\vec{\Omega} \times \vec{V} = -\nabla H + \frac{\vec{F}_b}{\rho} + \frac{\vec{F}_d}{\rho} \quad \text{stator} \quad (\text{III-4})$$

$$\vec{\Omega} \times \vec{V} = -\nabla H \quad \text{hors grille} \quad (\text{III-5})$$

où \vec{F}_b et \vec{F}_d sont des forces volumiques représentant respectivement la force des pales et la force de dissipation due à la viscosité du fluide. On introduit l'enthalpie H et la rothalpie I définies par :

$$H = \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} = \frac{p_t}{\rho}$$

$$I = \frac{p}{\rho} + \frac{W^2}{2} - \frac{\omega^2 r^2}{2} = H + \omega(rV_\theta) \quad (\text{III-6})$$

a) Forces des pales \vec{F}_b

Dans le cas réel (nombre d'aubes fini), la présence des aubes crée une dépression sur l'extrados et une surpression sur l'intrados de chaque pale. Cette différence de pression se traduit dans l'espace inter-aubes par un gradient de pression dans la direction azimutale suivant \vec{u}_θ qui donnera la déviation nécessaire à l'écoulement. Un schéma axisymétrique ne va retenir que le niveau de pression moyenné dans l'espace inter-aubes, et il est alors bien clair qu'un gradient azimutal ne peut plus exister dans ce schéma. Il est nécessaire de traduire l'effort exercé par les pales sur le fluide par l'introduction d'une force des pales qui devient une force volumique. Cette force est supposée dirigée suivant la direction normale au squelette des pales. Il en résulte qu'elle doit être normale à la vitesse relative dans l'espace grille, et normale à la vitesse absolue dans l'espace grille du stator :

$$\vec{F}_b \cdot \vec{W} = 0 \quad \text{rotor} \quad (\text{III-7})$$

$$\vec{F}_b \cdot \vec{V} = 0 \quad \text{stator} \quad (\text{III-8})$$

b) Forces de dissipation \vec{F}_d

L'approche inverse est développée dans le cadre de fluide non visqueux afin de pouvoir utiliser la notion de tourbillons liés pour schématiser les aubes. Comme, en réalité, le fluide n'est jamais parfait, il est nécessaire d'introduire un schéma de pertes où l'on traduit les effets visqueux sur les aubes par une force volumique \vec{F}_d/ρ selon le modèle de Horlock [62], qui consiste à écrire que \vec{F}_d/ρ est un vecteur colinéaire et de sens opposé au vecteur vitesse \vec{U} qui représente soit \vec{W} ou \vec{V} selon qu'il s'agit d'un rotor ou d'un stator. Ribaud et Sovrano [23] ont proposé pour \vec{F}_d l'expression suivante :

$$\frac{\vec{F}_d}{\rho} = - \left(\frac{C_f \vec{U}^2}{d \cos \beta} \right) \cdot \frac{\vec{U}}{|\vec{U}|}$$

Avec $d = r(2\pi/N_p - \delta\theta_c)$, où $\delta\theta_c$ et N_p sont respectivement le nombre d'aubes et l'épaisseur des sections des aubes. C_f un coefficient de frottement constant et ajustable en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement et de la rugosité des aubes.

Comme le coefficient C_f est un coefficient global, il n'est pas donc bien adapté au cas de machine multiétages où la géométrie diffère d'une grille à l'autre. Par conséquent, il s'avère nécessaire de substituer au coefficient C_f un autre facteur de pertes beaucoup plus significatif.

On introduit alors un rendement η pour chacune des grilles formant la machine (grille rotor ou stator); basé sur les expériences.

Si l'on néglige les pertes, la rothalpie I et l'enthalpie H se conservent respectivement sur une ligne de courant à travers le rotor et le stator. Nous montrerons ci-après que l'incorporation du

schéma de pertes conduit à une dégradation de la rothalpie dans le rotor et de l'enthalpie dans le stator, qui sera liée à la variation du moment cinétique au sein de la grille considérée, et moyennant l'introduction du coefficient de rendement η .

L'expression de \vec{F}_d en fonction du rendement η s'obtient en projetant les équations de quantité de mouvement, et sur une ligne de courant, et selon qu'il s'agit d'un rotor ou d'un stator. Tout le détail de ce développement se trouve en annexe A. Ainsi on a :

$$\frac{\vec{F}_d}{\rho} = (1 - \eta) \frac{\omega}{(W)^2} \left[\vec{W} \cdot \nabla(rV_\theta) \right] \vec{W} \quad \text{rotor} \quad (\text{III-9})$$

$$\frac{\vec{F}_d}{\rho} = (\eta - 1) \frac{\omega}{(V)^2} \left[\vec{V} \cdot \nabla(rV_\theta) \right] \vec{V} \quad \text{stator} \quad (\text{III-10})$$

En prenant le produit scalaire de l'équation de mouvement d'une part par la vitesse \vec{W} pour un rotor, d'autre part par la vitesse \vec{V} pour un stator ou hors grille, et en tenant compte des équations, (III-7-8-9-10), on obtient:

$$\vec{W} \cdot \vec{\nabla} I = \vec{W} \cdot \frac{\vec{F}_d}{\rho} = (1 - \eta) \omega \left[\vec{W} \cdot \nabla(rV_\theta) \right] \quad \text{rotor} \quad (\text{III-11})$$

$$\vec{V} \cdot \vec{\nabla} H = \vec{V} \cdot \frac{\vec{F}_d}{\rho} = (\eta - 1) \omega \left[\vec{V} \cdot \nabla(rV_\theta) \right] \quad \text{stator} \quad (\text{III-12})$$

$$\vec{V} \cdot \vec{\nabla} H = 0 \quad \text{hors grille} \quad (\text{III-13})$$

Ces équations permettent, comme nous le verrons plus en détail ultérieurement, la mise à jour de H et de I au cours du calcul itératif. A noter que si l'on suppose $\eta = 1$, on a $\vec{F}_d = 0$. Le second membre des équations précédentes implique la conservation de H sur une ligne de courant dans l'espace libre et dans l'espace stator et la conservation de I sur une ligne de courant relative dans le rotor. Au cas où η est imposée inférieure à 1, les équations précédentes montrent qu'il y a une dégradation de I dans le rotor et de H dans le stator liée à la variation de (rV_θ) . Cette dégradation de I ou de H est créée par la force de dissipation \vec{F}_d que l'on a introduite dans l'équation de mouvement. A noter que les pertes, en problème inverse, sont prises en compte uniquement dans les zones grilles rotor et stator, par contre on suppose qu'en zone hors grille I et H se conservent.

III-2-3 Conditions aux limites

Le domaine d'étude est indiqué par la figure (III-6). Les conditions aux limites, relatives au problème méridien, sont les suivantes :

- à l'infini amont, on suppose connus le débit massique et l'enthalpie H ; de plus l'écoulement est supposé axial et uniforme. Ceci nous conduira à imposer une condition de type Dirichlet sur la fonction de courant ψ .
- Les parois moyeu et carter seront des lignes de courant ($\psi = \text{cte}$).
- à l'infini aval, l'écoulement est supposé redevenu parallèle donc soit axial ou radial ($\partial\psi/\partial n = 0$), où \vec{n} est la direction de la normale extérieure à la section de sortie de l'écoulement.
- au bord d'attaque, on impose une condition d'adaptation, c'est-à-dire que la vitesse sur l'extrados V^+ y est égale à celle sur l'intrados V^- . Celle ci sera traduite par une pente nulle de la fonction de répartition de charge ($\frac{df}{ds} = 0$) où s est l'abscisse curviligne le long d'une ligne de courant, et qui est liée à la distribution du moment cinétique (rV_θ) en zone grille rotor ou stator.
- au bord de fuite, on impose une condition de Kutta-Joukowski qui revient à y imposer une charge locale nulle. Ce qui se traduit comme pour la condition d'adaptation au bord d'attaque, par une pente nulle de la fonction de répartition de charge ($\frac{df}{ds} = 0$)

Les trois premières conditions seront traduites, comme nous le verrons ultérieurement, pour le calcul de la fonction de courant ψ . Elles seront d'une part du type Dirichlet sur une partie de la frontière du domaine (sur les parois moyeu, carter et l'infini amont), et d'autre part du type Neumann sur l'autre partie (à l'infini aval). Quant à la condition limite à imposer sur le moment cinétique rV_θ , elle dépend de la nature du problème traité, à savoir s'il s'agit d'un problème inverse ou direct :

Problème inverse : En problème inverse, où la géométrie de l'aube est inconnue a priori, la distribution du moment cinétique rV_θ , liée à la répartition des tourbillons liés que doit engendrer l'aube, est imposée.

Problème direct : En problème direct, où la géométrie de l'aube est connue, on doit utiliser la condition de glissement pour déterminer le moment cinétique rV_θ de façon itérative.

III-3 système de coordonnées curvilignes

Dans le but d'avoir plus de précision dans la résolution du problème et de faciliter l'écriture des conditions aux limites, un système de coordonnées curvilignes (ξ^1, ξ^2, ξ^3) épousant les frontières du domaine de calcul est introduit. Ce système de coordonnées est choisi de telle sorte que les surfaces $\xi^3 = \text{cte}$ épousent le moyeu et le carter de la machine, et que les surfaces $\xi^1 = \text{cte}$ épousent les bords d'attaque et de fuite des grilles qui seront alors parfaitement représentés. Quant à ξ^2 , elle est égale à θ qui désigne la position angulaire azimutale. Toutes les équations régissant le problème sont écrites dans un système de coordonnées curvilignes ξ^1, ξ^3 afin de ramener les équations sous forme conservatives, ce qui permet, par conséquent, d'obtenir une solution numérique de bonne qualité.

III-3-1 Matrice de transformation de système

Désignons par $(\zeta^1 = z, \zeta^2 = \theta, \zeta^3 = r)$ notre système de coordonnées cylindriques initial muni de sa base covariante $(\vec{u}_z, \vec{u}_\theta, \vec{u}_r)$, et par $(\xi^1, \xi^2 = \theta, \xi^3)$ le système de coordonnées curvilignes introduit avec sa base covariante $(\vec{e}_1, \vec{e}_2 = \vec{u}_\theta, \vec{e}_3)$. La transformation du système (ζ^i) au système (ξ^i) est caractérisée par la matrice de passage de la base $(\vec{u}_z, \vec{u}_\theta, \vec{u}_r)$ à la base $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ dont les composantes sont :

$$\alpha_i^m = \frac{\partial \zeta^m}{\partial \xi^i}$$

Les α_i^m sont déterminées par différences finies à partir du maillage curviligne constitué par les lignes ξ^1 constantes et ξ^3 constantes par les relations :

$$\alpha_i^m = \frac{\partial \zeta^m}{\partial \xi^i} = \frac{\Delta(\zeta^m)}{\Delta(\xi^i)} = \frac{\Delta(\zeta^m)}{1}$$

Les composantes covariantes $(g_{ij})_\xi$ du tenseur métrique dans le système (ξ^i) s'obtiennent à partir des composantes covariantes $(g_{mn})_\zeta$ du tenseur métrique dans le système (ζ^i) par la formule:

$$(g_{ij})_\xi = \alpha_i^m \alpha_j^n (g_{mn})_\zeta \quad (\text{III-14})$$

L'équation (III-14) traduit l'invariance de la norme d'un vecteur quelconque par rapport au choix du système de coordonnées. Sachant que la longueur d'un élément de vecteur \vec{dP} s'écrit:

$$|\vec{dP}|^2 = ds^2 = \vec{dP} \cdot \vec{dP} = dz^2 + r^2 d\theta^2 + dr^2 = d\zeta^m d\zeta^n (g_{mn})_\zeta$$

Les composantes du tenseur métrique $(g_{mn})_\zeta$ sont données alors par:

$$(g_{mn})_\zeta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Notons que, vu que le système cylindrique ζ est un système orthogonal, alors tous les $(g_{mn})_\zeta$ où $m \neq n$ sont nuls. Ainsi les composantes $(g_{ij})_\xi$ s'écrivent, compte tenu de la symétrie de révolution $(\frac{\partial(\cdot)}{\partial \xi^2} = 0)$, sous la forme:

$$(g_{ij})_\xi = \begin{pmatrix} g_{11} & 0 & g_{13} \\ 0 & g_{22} & 0 \\ g_{31} & 0 & g_{33} \end{pmatrix}$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} g_{11} = \left(\frac{\partial r}{\partial \xi^1}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \xi^1}\right)^2 \\ g_{13} = \frac{\partial r}{\partial \xi^1} \frac{\partial r}{\partial \xi^3} + \frac{\partial z}{\partial \xi^1} \frac{\partial z}{\partial \xi^3} \\ g_{22} = r^2 \\ g_{31} = g_{13} \\ g_{33} = \left(\frac{\partial r}{\partial \xi^3}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \xi^3}\right)^2 \end{array} \right. \quad (\text{III-15})$$

Le déterminant de $(g_{ij})_{\xi}$ est égal à :

$$|g_{ij}| = g = g_{22}(g_{11}g_{33} - g_{13}^2)$$

Quant aux composantes contravariantes $(g^{ij})_{\xi}$ du tenseur métrique, elles se déduisent des composantes covariantes $(g_{ij})_{\xi}$ par la relation :

$$g_{im}g^{mj} = \delta_i^j = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

relation que l'on peut écrire sous une forme matricielle :

$$g^{jj} = g^{ii} = \frac{\text{Cof}(g_{ij})}{|g_{pq}|} = \frac{\text{Cof}(g_{ij})}{g}$$

III-3-2 Equation de continuité dans le système curviligne

Dans l'espace grille, l'épaisseur des aubes produit une striction de la section de passage du fluide qui, compte tenu de la conservation de débit, entraîne une augmentation de la vitesse de passage. On traduit ce phénomène en modifiant le tenseur métrique, uniquement dans l'équation de continuité (III-1), de la manière suivante :

$$\begin{aligned} (ds)^2 &= (dz)^2 + (br)^2(d\theta)^2 + (dr)^2 \\ &= g_{11}(\alpha^1)^2 + g_{22}(\alpha^2)^2 + g_{33}(\alpha^3)^2 \end{aligned} \quad (\text{III-16})$$

$$\text{avec } \begin{cases} b = 1 - \frac{\delta\theta_e}{t} \\ t = \frac{2\pi}{N_p} \end{cases}$$

$\delta\theta_e$ représente l'épaisseur des aubes dans la direction \vec{u}_θ , t le pas de la grille. b est appelé facteur d'obstruction des pales. Par identification, seul le terme g_{22} sera modifié dans le tenseur métrique, et aura la nouvelle valeur que l'on notera \tilde{g}_{22} :

$$\tilde{g}_{22} = b^2 r^2 = (\tilde{r})^2 = g_{22} \quad (\text{III-17})$$

Par la suite, on notera \tilde{g} la valeur de g calculée avec $g_{22} = b^2 r^2$ et g celle obtenue à partir de $g_{22} = r^2$. Ainsi, compte tenu de la divergence d'un vecteur dans un repère curviligne, détaillée en annexe A, l'équation de continuité (III-1) s'écrit dans le système ξ^i comme suit:

$$\frac{1}{\sqrt{\tilde{g}}} \left[\frac{\partial(\sqrt{\tilde{g}} U^1)}{\partial \xi^1} + \frac{\partial(\sqrt{\tilde{g}} U^3)}{\partial \xi^3} \right] = 0$$

Où U désigne V si on est dans l'espace stator ou hors grille, et W si on est dans l'espace rotor. Notons que le terme de dérivée $\frac{\partial(\cdot)}{\partial \xi^2} = 0$ n'apparaît pas dans l'équation de continuité ci-dessus compte tenu de l'hypothèse de l'axisymétrie de l'écoulement méridien. Ce qui permet de définir une fonction de courant ψ par:

$$\begin{cases} U^1 = \frac{1}{\sqrt{\tilde{g}}} \frac{\partial \psi}{\partial \xi^3} \\ U^3 = -\frac{1}{\sqrt{\tilde{g}}} \frac{\partial \psi}{\partial \xi^1} \end{cases} \quad (\text{III-18})$$

Les composantes covariantes U_i se déduisent à partir des composantes contravariantes U^j par la relation suivante:

$$U_i = g_{ij} U^j$$

Relation qui se développe en:

$$\begin{cases} U_1 = g_{11} U^1 + g_{13} U^3 \\ U_3 = g_{31} U^1 + g_{33} U^3 \end{cases} \quad (\text{III-19})$$

III-3-3 Composantes de la vitesse dans l'espace physique

En appliquant la relation du produit scalaire en composantes covariantes, (rappelée en annexe A) à un vecteur parallèle à \vec{u}_θ , on a:

$$V_\theta^2 = V_\theta \vec{u}_\theta V_\theta \vec{u}_\theta = V_2 V^2 = V_2 (g_{22} V_2) = (V_2)^2 g^{22} = (V^2)^2 g_{22}$$

et compte tenu de l'équation (III-15), où $g_{22} = r^2$ on déduit donc:

$$V_\theta = \frac{V_2}{r} = V^2 r \quad (\text{III-20})$$

La projection de l'équation cinématique (III-2) reliant \vec{V} à \vec{W} dans le repère (ξ^i) donne:

$$\begin{cases} V^1 = W^1 \\ V^2 = W^2 - \omega \\ V^3 = W^3 \end{cases} \quad (\text{III-21})$$

par conséquent on déduit:

$$W_\theta = \frac{W_2}{r} = W^2 r = V_\theta + \omega r \quad (\text{III-22})$$

La relation $\vec{U} \cdot \vec{V} = U^j V_j$ permet de déduire la vitesse méridienne absolue V_m , qui est aussi égale à la vitesse méridienne relative W_m compte tenu de l'équation (III-21), qui s'écrivent:

$$(V_m)^2 = (W_m)^2 = V_1 V^1 + V_3 V^3 \quad (\text{III-23})$$

Quant à la vitesse résultante absolue, elle est égale à:

$$|\vec{V}|^2 = (V_m)^2 + V_2 V^2 = (V_m)^2 + V_\theta^2$$

La vitesse résultante relative est égale à:

$$|\vec{W}|^2 = (W_m)^2 + W_2 W^2 = (V_m)^2 + W_\theta^2$$

III-3-4 Expression de $\vec{\nabla} \times \vec{V}$ et de $\vec{\Omega} \times \vec{W}$ dans le système curviligne

Dans le système ξ^i , $\vec{\Omega}$ s'écrit:

$$\vec{\Omega} = \Omega^i \vec{e}_i = (\vec{\nabla} \times \vec{V})^i \vec{e}_i$$

Compte tenu de la relation définissant le rotationnel d'un vecteur dans un repère curviligne (annexe A) et de l'hypothèse d'axisymétrie, l'équation s'écrit:

$$\vec{\Omega} = -\frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial V_2}{\partial \xi^3} \vec{e}_1 + \frac{1}{\sqrt{g}} \left(\frac{\partial V_1}{\partial \xi^3} - \frac{\partial V_3}{\partial \xi^1} \right) \vec{e}_2 + \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial V_2}{\partial \xi^1} \vec{e}_3$$

En introduisant le moment cinétique $V_\theta r$ par l'intermédiaire de l'équation (III-20) on obtient:

$$\vec{\Omega} = \begin{cases} \Omega^1 = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial(V_\theta r)}{\partial \xi^3} \\ \Omega^2 = \frac{1}{\sqrt{g}} \left(\frac{\partial V_1}{\partial \xi^3} - \frac{\partial V_3}{\partial \xi^1} \right) \\ \Omega^3 = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial(V_\theta r)}{\partial \xi^1} \end{cases} \quad (\text{III-24})$$

La relation définissant le produit vectoriel dans une base contravariante (annexe A), nous permet d'écrire:

$$\begin{aligned} \vec{\Omega} \times \vec{W} &= \sqrt{g}(\Omega^2 W^3 - \Omega^3 W^2) \vec{e}^1 + \sqrt{g}(\Omega^3 W^1 - \Omega^1 W^3) \vec{e}^2 \\ &+ \sqrt{g}(\Omega^1 W^2 - \Omega^2 W^1) \vec{e}^3 \end{aligned}$$

L'équation (III-24) montre que les deux composantes covariantes Ω^1 et Ω^3 sont entièrement déterminées par le champ $V_\theta r$. Par conséquent la détermination du champ rotationnel $\vec{\Omega}$, par ses trois composantes covariantes Ω^1 , Ω^2 et Ω^3 , se ramène à celle de sa seule composante covariante Ω^2 et du champ de moment cinétique $V_\theta r$. Ce qui permet de réduire les inconnues du problème de trois à uniquement deux. Physiquement, cela signifie que l'écoulement axisymétrique peut être décomposé d'une part, en un écoulement méridien régi par le champ de moment cinétique $V_\theta r$, et d'autre part, en un écoulement dans le sens azimutal θ régi par la composante covariante Ω^2 du champ rotationnel. L'évolution dynamique du rotationnel est régie par l'équation de quantité de mouvement.

III-3-5 Composante de l'équation de mouvement dans le sens azimutal

Considérons, pour simplifier, le cas d'un rotor. La composante covariante de l'équation de mouvement (III-3) projetée sur \vec{e}^2 s'écrit:

$$\sqrt{g}(\Omega^3 W^1 - \Omega^1 W^3) = \frac{(F_b)_2}{\rho}$$

avec

$$\frac{(F_d)_2}{\rho} + \frac{\partial I}{\partial \theta} = 0$$

Nous rappelons que, dans l'espace inter-aubes, la composante azimutale de la force de dissipation $(F_d)_2/\rho$ est non nulle et qu'elle est équilibrée localement par le gradient azimutal de la rothalpie $\partial I/\partial \theta$, bien que cette quantité moyennée selon θ soit nulle (hypothèse d'axisymétrie). Soit, compte tenu de l'équation (III-24):

$$W^1 \frac{\partial(V_{\theta r})}{\partial \xi^1} + W^3 \frac{\partial(V_{\theta r})}{\partial \xi^3} = \frac{(F_b)_2}{\rho} \quad \text{rotor} \quad (\text{III-25})$$

$$V^1 \frac{\partial(V_{\theta r})}{\partial \xi^1} + V^3 \frac{\partial(V_{\theta r})}{\partial \xi^3} = \frac{(F_b)_2}{\rho} \quad \text{stator} \quad (\text{III-26})$$

$$V^1 \frac{\partial(V_{\theta r})}{\partial \xi^1} + V^3 \frac{\partial(V_{\theta r})}{\partial \xi^3} = \vec{V} \cdot \vec{\nabla}(V_{\theta r}) = 0 \quad \text{hors grille} \quad (\text{III-27})$$

L'équation (III-27) traduit la conservation du moment cinétique $V_{\theta r}$ le long d'une ligne de courant dans l'espace hors grille. C'est cette équation qu'on utilise pour déterminer $V_{\theta r}$ dans tout le champ hors grille au cours du calcul S2 direct.

III-3-6 Composante de l'équation de mouvement dans le sens radial

Comme le système de coordonnées ξ^i est choisi de telle sorte que les lignes $\xi^3 = \text{cte}$ soient sensiblement parallèles aux lignes de courant, la composante de l'équation de mouvement selon \vec{e}^3 traduit physiquement la condition d'équilibre transversale allant du moyeu au carter.

a) Cas rotor:

Pour un rotor, cette condition s'écrit:

$$\sqrt{g}(\Omega^1 W^2 - \Omega^2 W^1) = -\frac{\partial I}{\partial \xi^3} + \frac{(F_b)_3}{\rho} + \frac{(F_d)_3}{\rho}$$

ou encore compte tenu de l'équation (III-24) :

$$\sqrt{g}\Omega^2 W^1 = -W^2 \frac{\partial(V_{\theta r})}{\partial \xi^3} + \frac{\partial I}{\partial \xi^3} - \frac{(F_b)_3}{\rho} - \frac{(F_d)_3}{\rho} \quad (\text{III-28})$$

C'est l'équation régissant l'évolution dynamique de Ω^2 dans l'espace grille rotor. Cependant, il subsiste dans le second membre de cette équation deux termes non déterminés jusqu'à présent et qui sont : W^2 et le terme de force de pale $\frac{(F_b)_3}{\rho}$.

Calcul de W^2 :

La condition de glissement sur les aubes traduite par l'orthogonalité du vecteur vitesse \vec{W} au vecteur normal \vec{n} , nous permet d'écrire:

$$W^2 = -\frac{n_1}{n_2} W^1 - \frac{n_3}{n_2} W^3$$

Calcul de $\frac{(F_b)_3}{\rho}$:

La condition de parallélisme de la force de pale \vec{F}_b à la normale \vec{n} à la surface squelette de l'aube, nous permet d'écrire:

$$\frac{(F_b)_3}{n_3} = \frac{(F_b)_2}{n_2} = \frac{(F_b)_1}{n_1}$$

et compte tenu de l'équation (III-25) de la composante de l'équation de mouvement suivant \vec{e}^2 , on déduit finalement l'expression de $\frac{(F_b)_3}{\rho}$;

$$\frac{(F_b)_3}{\rho} = \frac{n_3}{n_2} \frac{(F_b)_2}{\rho} = \frac{n_3}{n_2} \left(W^1 \frac{\partial(V_{\theta r})}{\partial \xi^1} + W^3 \frac{\partial(V_{\theta r})}{\partial \xi^3} \right)$$

L'équation (III-28), régissant l'évolution dynamique de Ω^2 , s'écrit donc après élimination du terme de force de pale $\frac{(F_b)_3}{\rho}$, et en divisant par W^1 comme suit:

$$\sqrt{g}\Omega^2 = \frac{1}{W^1} \left[\frac{\partial I}{\partial \xi^3} - \frac{(F_d)_3}{\rho} \right] + \frac{n_1}{n_2} \frac{\partial(V_{\theta r})}{\partial \xi^3} - \frac{n_3}{n_2} \frac{\partial(V_{\theta r})}{\partial \xi^1}$$

Cette équation peut aussi s'écrire, en remplaçant le terme de la force de dissipation par son expression donnée par l'équation (III-9) :

$$\begin{aligned} \sqrt{g}\Omega^2 = & \frac{1}{W^1} \frac{\partial I}{\partial \xi^3} + \frac{n_1}{n_2} \frac{\partial(V_{\theta r})}{\partial \xi^3} - \frac{n_3}{n_2} \frac{\partial(V_{\theta r})}{\partial \xi^1} \\ & - (1-\eta) \frac{\omega}{(W)^2} \frac{W_3}{W^1} \left[W^1 \frac{\partial(V_{\theta r})}{\partial \xi^1} + W^3 \frac{\partial(V_{\theta r})}{\partial \xi^3} \right] \end{aligned} \quad (\text{III-29})$$

où les termes W^1 et W^3 sont remplacés par leur expression en fonction de la fonction de courant ψ donnée par l'équation (III-18). Le terme W_3 se déduit ensuite en fonction de W^1 et W^3 par l'équation (III-19).

b) Cas stator

L'équation régissant Ω^2 dans la zone grille stator, se déduit à partir de celle dans la zone grille rotor (III-29) en remplaçant W et I par V et H , et $(1-\eta)$ par $(\eta-1)$. Ce qui donne :

$$\begin{aligned} \sqrt{g}\Omega^2 = & \frac{1}{V^1} \frac{\partial H}{\partial \xi^3} + \frac{n_1}{n_2} \frac{\partial(V_{\theta r})}{\partial \xi^3} - \frac{n_3}{n_2} \frac{\partial(V_{\theta r})}{\partial \xi^1} \\ & - (\eta-1) \frac{\omega}{(V)^2} \frac{V_3}{V^1} \left[V^1 \frac{\partial(V_{\theta r})}{\partial \xi^1} + V^3 \frac{\partial(V_{\theta r})}{\partial \xi^3} \right] \end{aligned} \quad (\text{III-30})$$

où V^1 et V^3 sont remplacés par leur expression en fonction de la fonction de courant ψ donnée par l'équation (III-18). Le terme V_3 se déduit ensuite en fonction de V^1 et V^3 par l'équation (III-19).

c) Zone hors grille:

Dans la zone hors grille le terme de force de pale \vec{F}_b et de dissipation n'existe pas. Par conséquent, la composante de l'équation de mouvement (III-5) selon \vec{e}^3 s'écrit:

$$\sqrt{g}(\Omega^1 V^2 - \Omega^2 V^1) = -\frac{\partial H}{\partial \xi^3}$$

ou encore compte tenu de l'équation (III-16) :

$$\sqrt{g}\Omega^2 = \frac{1}{V^1} \left[\frac{\partial H}{\partial \xi^3} - V^2 \frac{\partial(V_{\theta r})}{\partial \xi^3} \right] \quad (\text{III-31})$$

où V^2 est donnée par l'équation (III-20), selon :

$$V^2 = \frac{(V_{\theta r})}{r^2}$$

III-4 problème inverse

III-4-1 Détermination de la surface squelette de l'aube

Admettons que la forme du squelette d'aube soit définie dans le système ξ^i par l'équation :

$$\theta = \xi^2(\xi^1, \xi^3) + cte$$

La géométrie de la grille (rotor ou stator) est invariante par rotation d'angle $2\pi/N_p$ et d'axe, l'axe de la machine. Sachant que la normale \vec{n} du squelette est perpendiculaire à la vitesse relative désignée par \vec{W} , nous écrivons :

$$n_1 W^1 + n_2 W^2 + n_3 W^3 = 0$$

d'où l'on tire :

$$\frac{n_1}{n_2} = -\frac{n_3}{n_2} \frac{W^3}{W^1} - \frac{W^2}{W^1}$$

Si $d\vec{M} = d\xi^i \vec{e}_i$ désigne un déplacement arbitraire sur la surface squelette, qui doit être obligatoirement perpendiculaire à la normale locale \vec{n} s'écrit :

$$d\vec{M} \cdot \vec{n} = n_1 d\xi^1 + n_2 d\xi^2 + n_3 d\xi^3 = 0 \quad (\text{III-32})$$

Pour les lignes de croisement entre le squelette et une surface de coordonnées $\xi^3 = cte$, et compte tenu de l'équation (III-32), on peut écrire :

$$\frac{\partial \xi^2}{\partial \xi^1} = -\frac{n_1}{n_2} = \frac{n_3}{n_2} \frac{W^3}{W^1} + \frac{W^2}{W^1} \quad (\text{III-33})$$

Par intégration, on obtient la trace du squelette sur une surface $\xi^3 = \text{cte}$ définie par :

$$\xi_{i,k+1/2}^2 = \xi_{m,k+1/2}^2 + \int_{\xi_m^1}^{\xi_i^1} \left(\frac{n_3}{n_2} \frac{W^\beta}{W^A} + \frac{W^2}{W^A} \right)_{k+1/2} d\xi^1 \quad (\text{III-34})$$

Dans cette expression, la valeur de $\xi_{m,k+1/2}^2 = \theta(\xi_m^1, \xi_k^3)$ peut être imposée comme fonction de ξ_k^3 pour une section ξ_m^1 présélectionnée et qui pourrait être par exemple la ligne d'empilement. Dans notre application, on se fixe une valeur de l'inclinaison nulle au bord de fuite des aubes, ce qui revient à considérer des pales dont le bord de fuite est situé dans le plan méridien. Ceci dit, on peut aussi bien imposer une distribution de $\theta = \theta(r)$ au bord de fuite dans la définition de la géométrie de l'aube.

III-4-2 Détermination des rapports de normale

Dès que la surface du squelette de l'aube est déterminée, il est donc possible de calculer n_1/n_2 en chaque nœud (i, k) en discrétisant par différences finies l'équation (III-33) comme suit :

$$\left(\frac{n_1}{n_2} \right)_{i,k} = - \frac{\partial \xi^2}{\partial \xi^1} = - \frac{\xi_{i+1,k}^2 - \xi_{i-1,k}^2}{\xi_{i+1}^1 - \xi_{i-1}^1} \quad (\text{III-35})$$

Après avoir déterminé la trace du squelette sur plusieurs surfaces $\xi^3 = \text{cte}$, on est en mesure de déduire la valeur de n_3/n_2 en chaque nœud (i, k) de l'espace grille en utilisant l'équation (III-32) :

$$\left(\frac{n_3}{n_2} \right)_{i,k} = - \frac{\partial \xi^2}{\partial \xi^3} = - \frac{\xi_{i,k+1}^2 - \xi_{i,k-1}^2}{\xi_{k+1}^3 - \xi_{k-1}^3} \quad (\text{III-36})$$

Il faut remarquer que si la résolution du champ Ψ est effectuée avec la modification itérative des surfaces de coordonnées $\xi^3 = \text{cte}$ de telle sorte que celles-ci soient confondues avec les nappes de courant $\Psi = \text{cte}$, la composante W^β tend vers zéro et la détermination du squelette devient plus facile. On peut alors écrire :

$$\xi_{i+1/2,k+1/2}^2 = \xi_{m-1/2,k+1/2}^2 + \sum_{l=m}^{l=i} \left[\frac{1}{W^A} (V_\theta r + \omega) \right]_{l,k+1/2}$$

III-4-3 Détermination de l'inclinaison du squelette par rapport au plan méridien

Convenons que \vec{u}_m représente le vecteur unitaire de \vec{e}_1 soit,

$$\vec{u}_m = \frac{\vec{e}_1}{|\vec{e}_1|} = \frac{\vec{e}_1}{\sqrt{\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_1}} = \frac{\vec{e}_1}{\sqrt{g_{11}}} \quad (\text{III-37})$$

De même \vec{u}_θ désigne le vecteur unitaire suivant le sens tangentiel de \vec{e}_2 soit,

$$\vec{u}_\theta = \frac{\vec{e}_2}{|\vec{e}_2|} = \frac{\vec{e}_2}{\sqrt{\vec{e}_2 \cdot \vec{e}_2}} = \frac{\vec{e}_2}{\sqrt{g_{22}}} = \frac{\vec{e}_2}{r} \quad (\text{III-38})$$

Désignons par β l'inclinaison de la trace du squelette sur la surface $\xi^3 = \text{cte}$ par rapport au plan méridien. La figure (III-1) montre une section de l'aube dans le plan (m, θ) . La valeur de $\cos \beta$ est déterminée par :

$$\cos \beta = \frac{\vec{n} \cdot \vec{u}_\theta}{|\vec{n}|} = \frac{\vec{n} \cdot \vec{u}_\theta}{\sqrt{(\vec{n} \cdot \vec{u}_\theta)^2 + (\vec{n} \cdot \vec{u}_m)^2}} = \frac{1}{r \sqrt{\left(\frac{1}{r}\right)^2 + \frac{1}{g_{11}} \left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2}} \quad (\text{III-39})$$

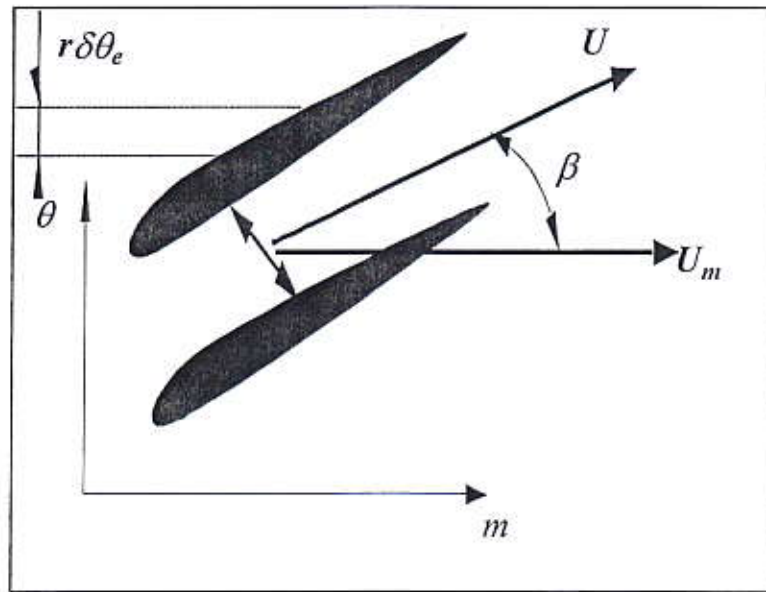


Figure (III-1) : Trace du squelette dans le plan (m, θ)

III-4-4 Détermination de l'épaisseur de l'aube dans le sens azimuthal

En problème inverse, on impose en général la loi d'épaisseur $H(z, r)$ de l'aube dans le sens normal à son squelette. L'équation (III-17) indique qu'il faut transposer $H(z, r)$ en $\delta \theta_e$ afin de déterminer la valeur de \tilde{g}_{22} pour prendre en compte l'effet de striction dû à l'épaisseur des aubes. La figure (III-2) montre la différence entre $H(z, r)$ et $\delta \theta_e$. On écrit :

$$E_{i,k} = \left[(\delta \theta_e) \vec{e}_2 \cdot \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|} \right]_{i,k} \quad (\text{III-40})$$

Par conséquent, et en utilisant l'équation (III-38), on a :

$$(\delta\theta_e)_{i,k} = \frac{E_{i,k}}{r \left[\vec{u}_\theta \cdot \frac{\vec{n}}{|\vec{n}|} \right]_{i,k}} \quad (\text{III-41})$$

Compte tenu de l'équation (III-39) :

$$(\delta\theta_e)_{i,k} = \frac{E_{i,k}}{(r \cos \beta)_{i,k}} = E_{i,k} \sqrt{\left(\frac{1}{r}\right)^2 + \frac{1}{g_{11}} \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2} \quad (\text{III-42})$$

III-4-5 Mise à jour de l'enthalpie H et de la rothalpie I

Les équations (III-11-12-13), peuvent s'écrire aussi sous la forme :

$$\frac{\partial I}{\partial m} = \frac{\vec{W}}{|\vec{W}|} \cdot \nabla I = (1 - \eta) \omega \left(\vec{W} \cdot \nabla (V_\theta r) \right) \quad \text{rotor} \quad (\text{III-43})$$

$$\frac{\partial H}{\partial m} = \frac{\vec{V}}{|\vec{V}|} \cdot \nabla H = (\eta - 1) \omega \left(\vec{V} \cdot \nabla (V_\theta r) \right) \quad \text{stator} \quad (\text{III-44})$$

$$\frac{\partial H}{\partial m} = \frac{\vec{V}}{|\vec{V}|} \cdot \vec{\nabla} H = 0 \quad \text{hors grille} \quad (\text{III-45})$$

En problème inverse, les lignes de coordonnées $\xi^3 = \text{cte}$ sont modifiées itérativement de façon qu'elles soient confondues avec les nappes de courant. Ainsi en appliquant les équations (III-43-44-45), pas à pas de l'amont vers l'aval sur chaque ligne $\xi^3 = \text{cte}$, on effectue au cours du calcul itératif la mise à jour des valeurs nodales de H et de I :

$$\begin{aligned} I_{i,k} &= I_{i-1,k} + (1 - \eta) \omega [V_\theta r]_{i-1,k}^{i,k} && \text{rotor} \\ H_{i,k} &= H_{i-1,k} + (\eta - 1) \omega [V_\theta r]_{i-1,k}^{i,k} && \text{stator} \\ H_{i,k} &= H_{i-1,k} && \text{hors grille} \end{aligned}$$

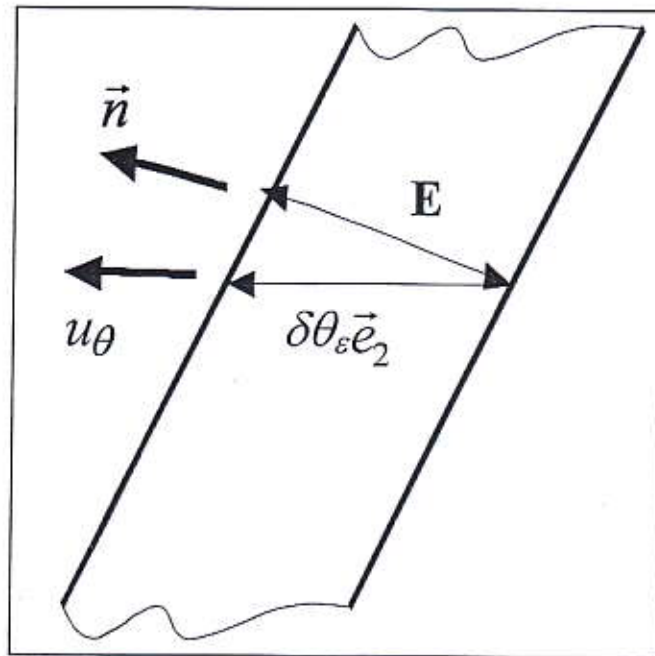


Figure (III-2) : Relation entre l'épaisseur suivant \vec{n} et celle selon \vec{u}_θ

III-4-6 Imposition du moment cinétique

On montre que la répartition du moment cinétique $V_\theta r$ dans une nappe de courant est liée à la circulation produite par les tourbillons liés engendrés par les sections d'aubes. En effet, si on considère un circuit fermé ($abcd$) autour d'une section d'aube, comme le schématise la figure (III-3) qui montre la relation entre la répartition de $V_\theta r$ et la circulation produite par les tourbillons liés, alors, compte tenu de la périodicité des circuits (bc) et (ad), la circulation de la vitesse absolue \vec{V} prise sur ce circuit fermé se réduit aux contributions prises sur ab et sur ca et est égale à :

$$\begin{aligned}\Gamma_{m,\psi} &= \int_0^{2\pi} ((V_\theta r)_{m,\psi} - (V_\theta r)_{BA,\psi}) d\theta \\ &= \frac{2\pi}{N_p} ((\bar{V}_\theta r)_{m,\psi} - (\bar{V}_\theta r)_{BA,\psi})\end{aligned}$$

Où \bar{V}_θ représente la valeur moyenne de V_θ dans le canal inter-pales. Il faut noter que dans le calcul méridien, on confond \bar{V}_θ avec V_θ compte tenu de l'hypothèse de l'axisymétrie de l'écoulement. De la même manière, on déduit la circulation globale Γ_ψ selon :

$$\Gamma_\psi = \frac{2\pi}{N_p} [(V_\theta r)_{BF,\psi} - (V_\theta r)_{BA,\psi}]$$

Comme $\Gamma_{m,\psi}$ représente la circulation produite par les tourbillons liés se trouvant entre le bord d'attaque et le point repéré par son abscisse curviligne m sur la nappe de courant de niveau ψ , alors elle doit être une fraction de la circulation globale Γ_ψ ; ce qui nous permet d'écrire :

$$\Gamma_{m,\psi} = \Gamma_\psi f(s, \psi)$$

Où s désigne l'abscisse curviligne réduite $s = \frac{(m - m_{BA})}{(m - m_{BF})}$, m étant l'abscisse curviligne longitudinale d'un point sur la surface $\psi = \text{cte}$. Par définition $f(s, \psi)$ représente cette fraction de circulation engendrée par les tourbillons liés répartis en amont de s . Il est évident que f doit être une fonction monotone croissante de s pour $0 \leq s \leq 1$:

$$df ds \geq 0, \text{ avec } f(0) = 0 \text{ et } f(1) = 1.$$

En écrivant la circulation locale sur le profil, on obtient la relation :

$$(V_t ds)^+ - (V_t ds)^- = \Gamma_\psi \frac{df}{ds}$$

Où $(V_t)^+$ et $(V_t)^-$ désignent respectivement les composantes tangentielles de la vitesse \vec{V} sur l'extrados et sur l'intrados de l'aube. Ce qui montre que la charge locale sur l'aube est reliée à $df ds$. D'où le nom de fonction de répartition de charge. Il existe une corrélation entre la géométrie de l'aube et la forme de la fonction de charge $f(s)$. Lorsque le bord d'attaque est adapté, la charge locale y est nulle, on a donc $f'(0) = 0$. Si $f'(0) \neq 0$, dans ce cas le bord d'attaque n'est plus adapté. Au bord de fuite, pour respecter la condition de Kutta-Joukowski, il convient d'y imposer la charge nulle. Ce qui conduit à $f'(1) = 0$ comme l'indique la figure (III-4). Pour réaliser un bon projet, on a intérêt à créer une géométrie ayant un bord d'attaque adapté au régime nominal. L'expérience montre que la répartition de la vitesse sur l'extrados de l'aube est influencée par la pente $f'(s)$. La retouche sur la forme de cette fonction permet d'optimiser efficacement un projet pour éviter soit l'apparition de la cavitation, soit le risque de décollement de la couche limite. D'autre part pour obtenir une géométrie d'aube convenable pour la fabrication, l'expérience montre qu'il faut introduire un certain gradient $\partial f / \partial \psi$ non nul suivant le sens transversal caractérisé par divers niveaux de ψ . Ce gradient indispensable est déterminé par un calcul direct effectué sur une géométrie issue du calcul inverse et retouchée de façon appropriée.

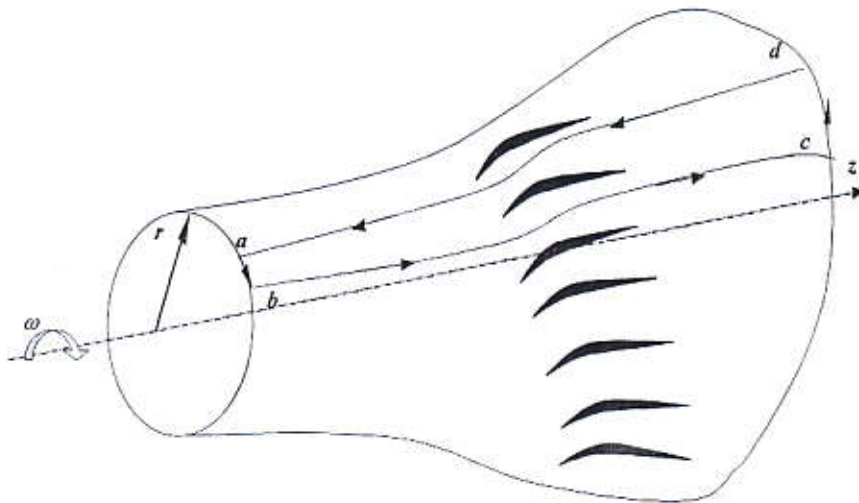


Figure (III-3) : Relation entre la répartition de rV_0 et la circulation produite par les tourbillons liés

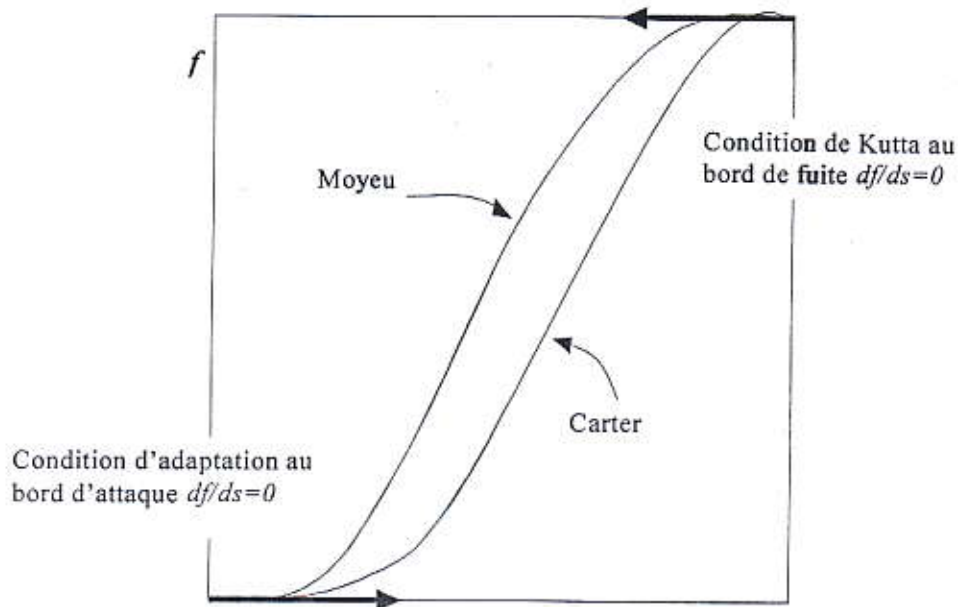


Figure (III-4) : Fonction de répartition de charge f

Au bord de fuite d'une aube allant du moyeu au carter si l'on impose la même valeur de $(V_{\theta}r)$ de bas en haut, il n'y a plus d'échappement de tourbillons libres issus du bord de fuite de l'aube en aval de la roue fixe ou mobile. Par contre, si la valeur de $(V_{\theta}r)$ assignée au bord de fuite varie le long de la hauteur de l'aube, il y a un échappement de tourbillons libres comme l'indique la figure (III-5).

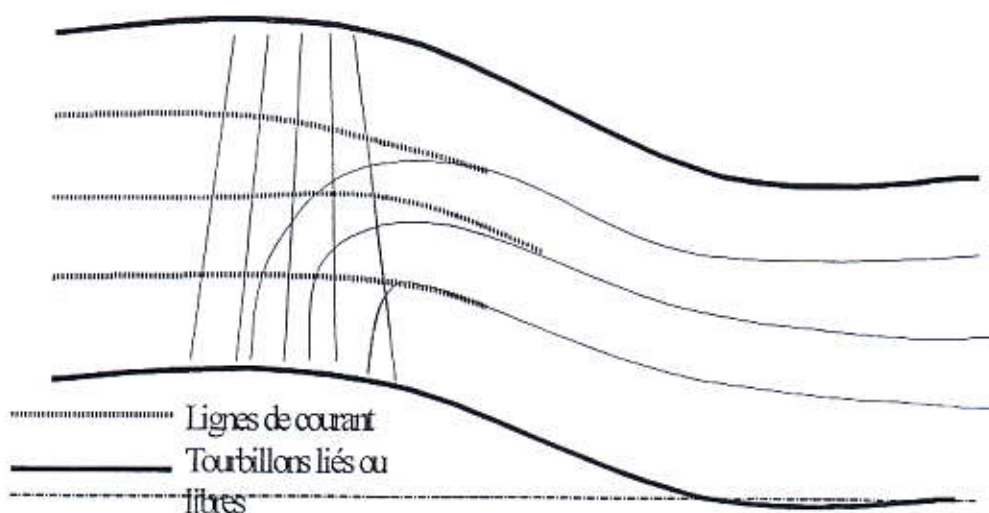


Figure (III-5) : Lignes de courant et lignes des tourbillons liés et libres

III-4-7 Modification du moment cinétique en cas de pertes

Au cas où le rendement η d'une grille est imposé différent de 1, le saut de pression totale ΔH souhaité n'est plus respecté. Il faut donc modifier le moment cinétique $V_{\theta} r$ à l'aval, de manière à l'augmenter dans le cas d'un rotor, ou le diminuer dans le cas d'un stator, afin de préserver le saut de pression totale désiré dans le projet. En particulier, dans le cas d'un stator, ceci permettrait de redresser l'écoulement. Dans le cas d'une machine multiétages, où coexistent à la fois des rotors et des stators servant à réaliser de grands taux de compression, il faut distinguer les trois types de configurations d'étages possibles, à savoir un étage compresseur formé d'un seul rotor suivi d'un seul stator ou un étage compresseur constitué cette fois-ci de deux rotors suivis d'un stator; ou finalement un type d'étage compresseur formé par un rotor suivi de deux stators.

a) Cas rotor + stator

Ce type d'étage correspond par exemple celui d'un compresseur centrifuge formé d'un rouet et d'un diffuseur occuper le maximum de pression statique. Désignons par $(rV_{\theta})_1$, $(rV_{\theta})_2$ et $(rV_{\theta})_3$ les valeurs de moments cinétiques imposés initialement dans les zones respectives 1, 2 et 3 : en amont du rotor, à la sortie du rotor, et en aval du stator. Comment modifier $(rV_{\theta})_2$ par exemple pour préserver les valeurs $(rV_{\theta})_1$, $(rV_{\theta})_3$ et le saut de pression totale $(\Delta H)_1^3$ récupéré à la sortie de l'étage qui lui est une grandeur initialement imposée par le constructeur et correspond au cas où l'on suppose qu'il n'y a pas de pertes dans tout l'étage? Pour cela, on écrit que dans le cas sans pertes, on a :

$$\begin{aligned}(\Delta H)_1^3 &= (\Delta H)_1^2 + (\Delta H)_2^3 \\ &= -\omega(\Delta(rV_{\theta}))_1^2 + 0\end{aligned}$$

Dans le cas avec pertes on a :

$$\begin{aligned}(\Delta H)_1^3 &= (\Delta H)_1^2 + (\Delta H)_2^3 \\ &= -\eta_1 \omega(\Delta(rV_{\theta}))_1^2 + (\eta_2 - 1)\omega(\Delta(rV_{\theta}))_2^3 \\ &= -\eta_1 \omega((rV_{\theta})_2^* - (rV_{\theta})_1) + (\eta_2 - 1)\omega((rV_{\theta})_3 - (rV_{\theta})_2^*)\end{aligned}$$

La préservation de $(\Delta H)_1^3$ dans les deux cas nous permet de calculer la nouvelle valeur de $(rV_{\theta})_2$ notée $(rV_{\theta})_2^*$:

$$(rV_{\theta})_2^* = \frac{(rV_{\theta})_2 + (\eta_1 - 1)(rV_{\theta})_1 + (\eta_2 - 1)(rV_{\theta})_3}{\eta_1 + \eta_2 - 1}$$

b) Cas rotor + rotor + stator

Ce type d'étage correspond par exemple celui d'un compresseur axial formé d'un inducteur constitué de deux grilles et d'un redresseur. L'inducteur, que l'on place généralement

à l'entrée de l'étage de compresseur centrifuge, est composé de deux rotors dont le rôle consiste à provoquer une prérotation adéquate pour le rouet du premier étage placé après le redresseur. Quand au stator redresseur situé en aval de la deuxième roue mobile, son rôle est de redresser l'écoulement en rajustant la rotation donnée par l'inducteur pour le rouet suivant et aussi doper l'énergie cinétique en pression statique.

Désignons par $(rV_\theta)_0$, $(rV_\theta)_1$, $(rV_\theta)_2$ et $(rV_\theta)_3$ les valeurs de moments cinétiques imposés initialement dans les zones respectives 0, 1, 2 et 3 : à l'entrée du premier rotor, à l'entrée du second rotor, à l'entrée du stator et en aval de celui-ci. Comment modifier $(rV_\theta)_1$ et $(rV_\theta)_2$ pour préserver le saut de pression totale $(\Delta H)_0^3$ récupérer à la sortie de l'étage qui lui est une grandeur initialement imposée par le constructeur et correspond au cas où l'on suppose qu'il n'y a pas de pertes dans tout l'étage? On montre facilement que :

$$(rV_\theta)_2^* = \frac{(rV_\theta)_2 + (\eta_1 - 1)(rV_\theta)_0 + (\eta_2 - 1)(rV_\theta)_1 + (\eta_3 - 1)(rV_\theta)_3}{\eta_2 + \eta_3 - 1}$$

On remarque que si on pose $\eta_2 = \eta_1$ on retrouve la formule concernant le premier type d'étage (rotor + stator). Pour le calcul de $(rV_\theta)_1^*$, il faut rajouter ici une relation supplémentaire reliant les rendements des rotors en remarquant que les sauts de (rV_θ) entre les deux rotors sont proportionnels aux rendements :

$$\frac{(rV_\theta)_1^* - (rV_\theta)_0}{\eta_1} = \frac{(rV_\theta)_2^* - (rV_\theta)_1^*}{\eta_2}$$

c) Cas rotor + stator + stator

Ce type d'étage correspond par exemple à celui d'un compresseur centrifuge formé d'un rouet, d'un diffuseur et prolongé par un canal de retour qui replace correctement l'écoulement à l'entrée de l'étage suivant. Le diffuseur permettant de récupérer l'énergie cinétique introduite par le rouet pour augmenter la pression statique et le canal de retour de canaliser l'écoulement provenant du coude afin d'avoir une prérotation adéquate pour le rotor du second étage.

Désignons par $(rV_\theta)_0$, $(rV_\theta)_1$, $(rV_\theta)_2$ et $(rV_\theta)_3$ les valeurs de moments cinétiques imposés initialement dans les zones respectives 0, 1, 2 et 3: à l'entrée du rotor, à l'entrée du premier stator, à l'entrée du second stator et en aval de celui-ci. De la même manière que précédemment, pour préserver le saut de pression totale $(\Delta H)_0^3$ à la sortie de l'étage, il faut modifier $(rV_\theta)_1$:

$$(rV_\theta)_1^* = \frac{(rV_\theta)_1 + (\eta_1 - 1)(rV_\theta)_0 + (\eta_2 - \eta_3)(rV_\theta)_2 + (\eta_3 - 1)(rV_\theta)_3}{\eta_1 + \eta_2 - 1}$$

On remarque que si on pose $\eta_2 = \eta_3$ on retrouve la formule concernant le premier type d'étage (rotor + stator).

III-5 Calcul du champ ψ

En caractérisant le champ d'écoulement par la fonction de courant ψ , l'équation de continuité est satisfaite automatiquement. L'équation (III-24) reliant la composante azimutale du rotationnel aux composantes covariantes de la vitesse méridienne est utilisée pour la résolution de la fonction de courant dans le champ, cette relation s'écrit:

$$\frac{1}{\sqrt{g}} \left(\frac{\partial W_1}{\partial \xi^3} - \frac{\partial W_3}{\partial \xi^1} \right) = \Omega^2 \quad (\text{III-46})$$

En remplaçant les composantes covariantes de la vitesse W_i par leur expression en fonction des composantes contravariantes W^i donnée par les relations (III-19), et en substituant ces dernières par leur expression en fonction de ψ , on obtient:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi^3} \left(\frac{g_{11}}{\sqrt{g}} \frac{\partial \psi}{\partial \xi^3} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi^1} \left(\frac{g_{33}}{\sqrt{g}} \frac{\partial \psi}{\partial \xi^1} \right) \\ - \frac{\partial}{\partial \xi^3} \left(\frac{g_{13}}{\sqrt{g}} \frac{\partial \psi}{\partial \xi^1} \right) - \frac{\partial}{\partial \xi^1} \left(\frac{g_{31}}{\sqrt{g}} \frac{\partial \psi}{\partial \xi^3} \right) = \sqrt{g} \Omega^2 \end{aligned} \quad (\text{III-47})$$

C'est l'équation régissant la fonction de courant ψ dans le système (ξ^i) où Ω^2 est déterminé par la condition d'équilibre transversal (III-29-30), et selon qu'il s'agit respectivement d'un rotor, d'un stator ou d'une zone hors grille.

On résout cette équation par un processus itératif qui consiste à évaluer le second membre, selon la zone considérée, avec la valeur de $\psi^{(n-1)}$, et à calculer une nouvelle valeur de ψ^n en résolvant l'équation avec un second membre estimé et à itérer ainsi jusqu'à convergence.

La résolution du champ ψ est effectuée itérativement en balayant colonne par colonne de l'infini amont jusqu'à l'infini aval. Pour cela, on utilise une technique de linéarisation locale qui consiste à se placer sur chaque colonne $i = \text{cte}$, et à déterminer toutes les corrections $\delta\psi_{i,k}$ à apporter à toutes les lignes de courant k afin de satisfaire l'équation nodale de ψ sur toute la colonne i .

III-5-1 Conditions aux limites sur ψ

L'équation (III-47) régissant ψ est résolue sur un maillage méridien curviligne (ξ^1, ξ^3) formé des lignes $\xi^1 = \text{cte}$ et $\xi^3 = \text{cte}$, comme le montre la figure (III-6).

Sur les parois, on impose les conditions de glissement traduits ici par une condition de Dirichlet :

$$\begin{cases} \psi = 0 & \text{sur moyeu} \\ \psi = \psi_{\max} & \text{sur carter} \end{cases}$$

La valeur de ψ sur le carter, notée ψ_{\max} , est intimement liée au débit massique du fluide à travers la machine connu à priori dans un projet. Et ceci selon la forme :

$$\lambda = \frac{V_{-\infty}}{\omega R_0} = \frac{2R_0^2}{r_c^2 - r_m^2} \psi_{\max}$$

où λ désigne le paramètre de fonctionnement de la machine lié au débit, et $V_{-\infty}$ représente la vitesse débitante moyennée dans la section de l'infini amont. Quant à r_c et r_m ils désignent respectivement les rayons du moyeu et du carter.

De plus, comme l'écoulement à l'infini amont est supposé axial, alors on a :

$$V_{-\infty}^{\theta} = 0$$

ce qui permet, compte tenu des équations (III-18-19-23), et de relier la valeur du profil de vitesse méridienne $[V_m]_{-\infty}$ imposée à celle de la fonction de courant $[\psi]_{-\infty}$, et ceci comme suit :

$$\frac{\partial \psi}{\partial \xi^3} = \frac{\rho \sqrt{g}}{\rho_0 \sqrt{g_{11}}} \left(\frac{V_m}{\omega R_0} \right) \quad (\text{III-48})$$

Ainsi par intégration numérique de l'équation (III-48), on obtient l'équation régissant l'évolution de ψ en fonction de ξ^3 correspondant à la vitesse méridienne imposée en infini amont, soit :

$$\psi_{1,k+1} = \psi_{1,k} + \left(\frac{\rho \sqrt{g}}{\rho_0 \sqrt{g_{11}}} \right)_{1,k+1/2} \left(\frac{V_m}{\omega R_0} \right)_{1,k+1/2}$$

A noter que si le profil de vitesse méridienne est constant, alors l'intégration de l'équation (III-48) donne la solution de l'écoulement uniforme axisymétrique pour lequel la fonction de courant varie comme le carré du rayon.

A l'infini aval, on suppose que l'écoulement est redevenu parallèle et ainsi on obtient donc la condition de Neumann :

$$\left[\frac{\partial \psi}{\partial \xi^1} \right]_{+\infty} = 0$$

III-5-2 Discrétisation de l'équation régissant ψ

La technique de résolution choisie consiste à résoudre le champ ψ itérativement en balayant colonne par colonne de l'infini amont jusqu'à l'infini aval. Cette méthode numérique est plus connue sous le nom de SLOR (Successive Line Over Relaxation). Pour déterminer les valeurs nodales de ψ , on considère un circuit fermé élémentaire $[(i-1/2, k+1/2)$,

$(i+1/2, k+1/2)$, $(i+1/2, k-1/2)$, $(i-1/2, k+1/2)$] d'un nœud (i, k) . L'égalité de la circulation de la vitesse méridienne autour de ce circuit, et du flux rotationnel le traversant se traduit par l'équation:

$$[V_1]_{i, k-1/2}^{i, k+1/2} + [V_3]_{i+1/2, k}^{i-1/2, k} = (\sqrt{g}\Omega^2)_{i, k} \quad (\text{III-49})$$

L'équation (III-49) n'est autre que (III-46) ou (III-47) traduite en différences finies. Pour résoudre le champ ψ on applique une technique de linéarisation locale dont le principe est le suivant :

Plaçons nous sur une colonne $i = \text{cte}$. Si l'équation (III-49) n'est pas satisfaite, c'est à dire si :

$$Res(k) = (\sqrt{g}\Omega^2)_{i, k} - [V_1]_{i, k-1/2}^{i, k+1/2} - [V_3]_{i+1/2, k}^{i-1/2, k} \quad (\text{III-50})$$

représentant le résidu évalué au nœud (i, k) n'est pas tout à fait nul, on cherche à modifier les valeurs nodales de ψ seulement sur la colonne i . On calcule $(\delta\psi)_{i, k}$ la correction désirée afin de réduire à zéro le résidu $Res(k)$ sur toute la colonne qui est obtenue en résolvant le système d'équation suivant:

$$\delta[V_1]_{i, k-1/2}^{i, k+1/2} + \delta[V_3]_{i+1/2, k}^{i-1/2, k} = Res(k)$$

Ce système peut s'écrire sous la forme suivante :

$$AU(k)\delta\psi_{i, k+1} + AD(k)\delta\psi_{i, k} + AL(k)\delta\psi_{i, k-1} = Res(k) \quad (\text{III-51})$$

Pour déterminer les matrices AU , AD et AL , on utilise l'équation (III-18) combinée à l'équation (III-19) et qui donne l'expression de $(V_1)_{i, k\pm 1/2}$ et de $(V_3)_{i\pm 1/2, k}$ en fonction des valeurs nodales de ψ :

$$\begin{cases} (V_1)_{i, k\pm 1/2} = \pm \left(\frac{g_{11}}{\sqrt{g}}\right)_{i, k\pm 1/2} [\psi]_{i, k}^{i, k\pm 1} - \left(\frac{g_{13}}{\sqrt{g}}\right)_{i, k\pm 1/2} \frac{[\psi]_{i-1, k\pm 1}^{i+1, k\pm 1} + [\psi]_{i-1, k}^{i+1, k}}{4} \\ (V_3)_{i\pm 1/2, k} = \mp \left(\frac{g_{33}}{\sqrt{g}}\right)_{i\pm 1/2, k} [\psi]_{i, k}^{i\pm 1, k} + \left(\frac{g_{31}}{\sqrt{g}}\right)_{i\pm 1/2, k} \frac{[\psi]_{i\pm 1, k-1}^{i\pm 1, k+1} + [\psi]_{i, k-1}^{i, k+1}}{4} \end{cases}$$

Leurs variations entraînées par le changement des valeurs nodales de ψ sur la colonne i sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta[V_1]_{i,k-1/2}^{i,k+1/2} = \left(\frac{g_{11}}{\sqrt{g}}\right)_{i,k+1/2} [\delta\psi]_{i,k}^{i,k+1} + \left(\frac{g_{11}}{\sqrt{g}}\right)_{i,k-1/2} [\delta\psi]_{i,k}^{i,k-1} \\ \delta[V_3]_{i+1/2,k}^{i-1/2,k} = - \left(\left(\frac{g_{33}}{\sqrt{g}}\right)_{i-1/2,k} + \left(\frac{g_{33}}{\sqrt{g}}\right)_{i+1/2,k} \right) [\delta\psi]_{i,k} \\ \quad + 0.25 \cdot \left(\left(\frac{g_{31}}{\sqrt{g}}\right)_{i-1/2,k} - \left(\frac{g_{31}}{\sqrt{g}}\right)_{i+1/2,k} \right) [\delta\psi]_{i,k-1}^{i,k+1} \end{array} \right.$$

En les portant dans l'équation (III-50), on tire les coefficients $AU_{inv}(k)$, $AD_{inv}(k)$ et $AL_{inv}(k)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} AU_{inv}(k) = \left(\frac{g_{11}}{\sqrt{g}}\right)_{i,k+1/2} + 0.25 \cdot \left(-\left(\frac{g_{31}}{\sqrt{g}}\right)_{i+1/2,k} + \left(\frac{g_{31}}{\sqrt{g}}\right)_{i-1/2,k} \right) \\ AD_{inv}(k) = -\left(\frac{g_{11}}{\sqrt{g}}\right)_{i,k+1/2} - \left(\frac{g_{11}}{\sqrt{g}}\right)_{i,k-1/2} - \left(\frac{g_{33}}{\sqrt{g}}\right)_{i+1/2,k} - \left(\frac{g_{33}}{\sqrt{g}}\right)_{i-1/2,k} \\ AL_{inv}(k) = \left(\frac{g_{11}}{\sqrt{g}}\right)_{i,k-1/2} + 0.25 \cdot \left(\left(\frac{g_{31}}{\sqrt{g}}\right)_{i+1/2,k} - \left(\frac{g_{31}}{\sqrt{g}}\right)_{i-1/2,k} \right) \end{array} \right.$$

La résolution du système tridiagonal (III-51) pour k variant de 2 à $k_{max} - 1$ détermine les corrections $(\delta\psi)_{i,k}$ sur toute la colonne i , tout en respectant la condition de $\Psi = cte$ sur le moyeu ($k=1$), et sur le carter ($k=k_{max}$)

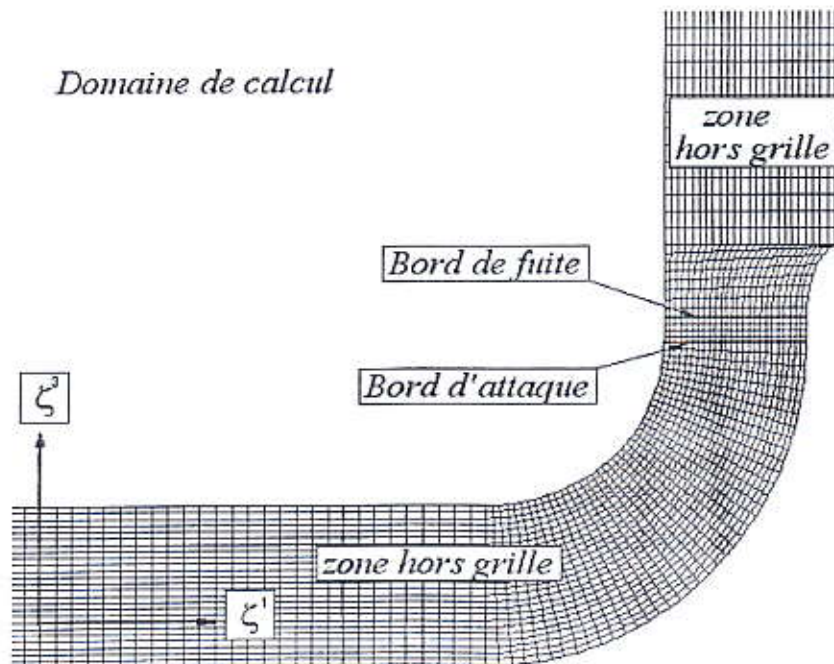


Figure (III-6) : Maillage de l'étage dans le plan méridien

III-6 Calcul du coefficient de pression et test de cavitation

Le calcul de l'écoulement permet de déterminer les valeurs nodales de H et de I dans tout le champ. Dans les zones hors grille et les zones grilles du stator, on utilise l'expression de H pour déterminer la pression en fonction de la vitesse absolue. Dans l'espace grille stator, on va montrer qu'on peut déterminer la différence de la vitesse absolue entre les deux faces d'une aube en liaison avec la variation de rV_θ , permettant ainsi de calculer la pression sur les deux faces d'une aube de stator. Dans les zones grilles du rotor, on utilise l'expression de I pour déterminer la pression en fonction de la vitesse relative. Dans l'espace grille rotor, la différence de la vitesse relative entre les deux faces d'une aube est liée à la variation locale de rV_θ , permettant ainsi de déterminer la pression sur les deux faces d'une aube de rotor.

a) Espace hors grille et espace grille stator :

Considérons l'expression qui relie la pression et la vitesse absolue locales. Dans cette expression, supposons que les valeurs nodales de H soient déterminées par la résolution du champ Ψ . On peut se demander quelle sera en chaque point de l'espace, la limite supérieure de la vitesse absolue qu'il ne faut pas dépasser pour que la pression locale reste supérieure à la pression de vapeur du fluide. Imaginons que dans l'expression de H , la pression locale atteigne la pression vapeur P_v du fluide, on peut alors déterminer la vitesse limite locale en écrivant que :

$$V_{\text{lim}} = \sqrt{-2 \frac{P_v}{\rho_0} + 2H}$$

Par définition, le coefficient de pression est donné par :

$$C_p = 2 \frac{P - P_0}{\rho_0 (\omega R_0)^2}$$

Dans cette expression, P et P_0 représentent respectivement la pression locale et la pression relevée sur le carter à la section d'entrée, ρ_0 la densité du fluide de référence. Après résolution, le module de la vitesse absolue est donnée par :

$$V = \sqrt{g_{11} V^1 V^1 + 2g_{13} V^1 V^3 + g_{33} V^3 V^3 + g^{22} (rV_\theta)^2}$$

Dans l'espace hors grille, en partant de l'expression de H qui est la relation entre la pression locale et la vitesse absolue sans dimension, on déduit le coefficient de pression C_p par :

$$C_p = 2H - V^2$$

Dans l'espace grille du stator, les vitesses V^+ et V^- relevées sur les faces supérieure et inférieure d'une aube, on peut écrire :

$$V^\pm = V \pm \frac{\Delta V}{2}$$

Par définition ΔV désigne $V^+ - V^-$, elle est l'intensité de tourbillons liés engendrés par l'aube. Pour une section d'aube découpée par une surface $\xi^3 = \text{cte}$, le flux de tourbillons liés engendrés par un élément $\delta\xi^1$ de l'aube est déterminée par le flux de $\vec{\Omega}$ traversant la surface $(\delta S)_3 \vec{e}_3 = \sqrt{g} \delta\xi^1 \delta\xi^2 \vec{e}_3$. Ω^3 est donné par $(1/\sqrt{g}) \partial(rV_\theta)/\partial\xi^1$. Imaginons que les tourbillons liés répartis d'une manière homogène suivant le sens périphérique sont ramenés sur les squelettes des aubes, on a la relation suivante :

$$\Delta V \delta s = (V^+ - V^-) \frac{\sqrt{g_{11}} \delta\xi^1}{\cos\beta} = \frac{2\pi}{N_p} \frac{\partial(rV_\theta)}{\partial\xi^1} \delta\xi^1$$

Ces expressions servent à déterminer la vitesse absolue locale sur l'extrados et sur l'intrados des aubes. Si la courbe $V(\xi^1)$ est située au-dessus de la courbe $V_{\text{lim}}(\xi^1)$, il y a alors risque de cavitation. Ayant déterminé le module de la vitesse absolue locale, on calcule ensuite la répartition du coefficient de pression sur l'aube. En partant de l'expression qui donne la relation entre la pression locale et la vitesse absolue, on déduit le coefficient de pression sur l'extrados et l'intrados au point $(i, k+1/2)$ par :

$$(C_p^\pm)_{i, k+1/2} = 2H_{i, k+1/2} - (V^\pm)_{i, k+1/2}^2$$

b) Grille du rotor :

Dans la zone grille d'un rotor, considérons l'expression de I qui relie la pression locale la vitesse relative locale. Dans cette expression, supposons que les valeurs nodales de I soient déterminées par la résolution du champ. On peut se demander quelle sera en chaque point de la zone grille, la limite supérieure de la vitesse relative qu'il ne faut pas dépasser pour que la pression locale reste supérieure à la pression vapeur P_v du fluide. La limite supérieure de la vitesse relative est donnée par :

$$W_{\text{lim}} = \sqrt{-2 \frac{P_v}{\rho_0} + r^2 + 2I}$$

Ayant déterminé le champ Ψ , le module de la vitesse relative moyennée est donnée par :

$$W = \sqrt{g_{11} V^1 V^1 + 2g_{13} V^1 V^3 + g_{33} V^3 V^3 + g^{22} (rV_\theta + \omega r^2)^2}$$

Les vitesses W^+ et W^- relevées sur les deux faces d'une aube sont données par :

$$W^\pm = W \pm \frac{\Delta W}{2}$$

De même que pour un stator la différence de vitesse entre les deux faces de l'aube est donnée par :

$$\Delta W \delta s = (W^+ - W^-) \frac{\sqrt{g_{11}} \delta \xi^1}{\cos \beta} = \frac{2\pi}{N_p} \frac{\partial(rV_\theta)}{\partial \xi^1} \delta \xi^1$$

Le coefficient de pression sur l'extrados et l'intrados en un point $(i, k + 1/2)$ est donné par :

$$(C_p^\pm)_{i,k+1/2} = 2I_{i,k+1/2} - (W^\pm)_{i,k+1/2}^2 + (r)_{i,k+1/2}^2$$

Connaissant la valeur de la pression vapeur P_v du fluide, on peut définir le niveau du coefficient de pression correspondant au risque de la cavitation en écrivant :

$$(C_p)_c = 2 \frac{P_v}{\rho_0 (\omega R_0)^2}$$

Ce niveau est report sur le graphique qui représente la répartition de C_p sur le contour de l'aube. A l'endroit où le coefficient de pression local est inférieur au niveau de $(C_p)_c$, il y aura risque de cavitation.

III-7 Condition de Kutta-Joukowski

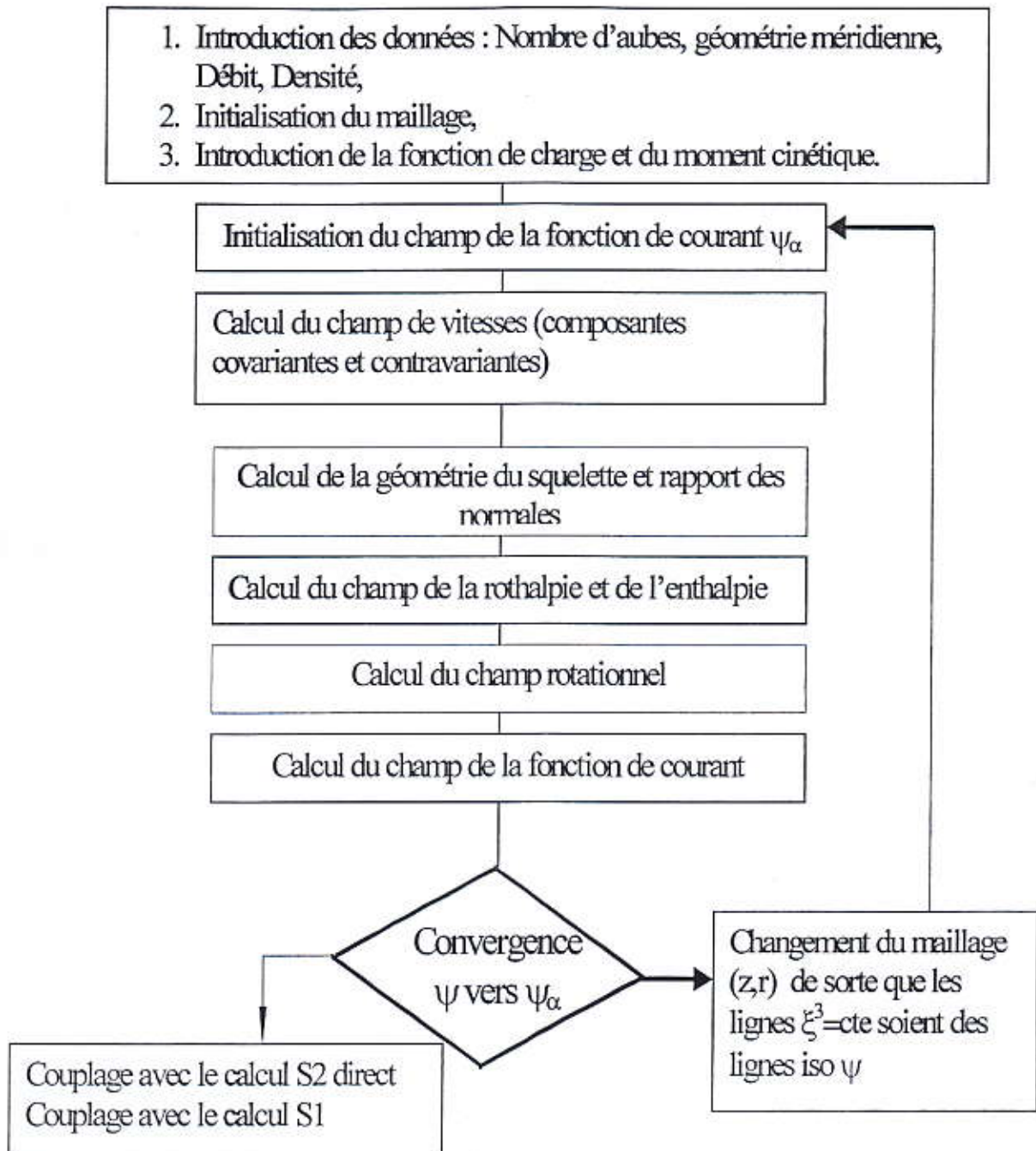
Cette condition exprime l'égalité des pressions de part et d'autre du bord de fuite de la pale. Ceci correspond à l'annulation de la charge locale sur l'élément d'une section de la pale associé au bord de fuite. Le coefficient de la charge locale est défini par:

$$0.5(C_p)_+ = p^- - p^+$$

On peut écrire :

$$p^- - p^+ = \frac{1}{2} (|\overline{W^+}|^2 - |\overline{W^-}|^2)$$

III-8 Organigramme du problème S2 inverse



Chapitre IV

Calcul numérique et résultats

IV-1 Introduction

Les logiciels de simulation numérique d'un milieu fluide par des méthodes numérique peuvent maintenant être considérés comme de véritables "expériences numériques" lorsque les simulations sont faites avec soin. L'avantage des "expériences numériques" est que toutes les quantités physiques liées à l'écoulement (champ de vitesse, températures, contraintes, ...etc.) sont immédiatement disponibles. Dans une expérience l'obtention de ces quantités en tous les points du champ ou du contour est souvent impossible ou très difficile en pratique. Aussi elles sont économiques par rapport à l'expérimentation, et elles permettent la rapidité d'exécution pour le développement. Le premier travail à accomplir dans la réalisation d'une simulation numérique est la définition d'un maillage adapté à l'écoulement. En particulier, le maillage doit être resserré dans les zones où l'on attend un gradient de vitesse ou de température très fort. Une connaissance a priori du champ de vitesse et de température tirée d'expériences sur des écoulements similaires est donc utile pour l'établissement du maillage. Le maillage peut être raffiné à partir des résultats obtenus en identifiant les zones de l'écoulement dans lesquelles le calcul ne converge pas parfaitement.

Nous allons utiliser dans notre première étude deux logiciels commerciaux très utilisés dans l'industrie : un mailleur, Gambit et le logiciel de calcul Fluent. Dans une simulation numérique, il est préférable de travailler sur des nombres, plutôt que sur des grandeurs physiques dimensionnelles. Bien que ceci paraisse contraignant, cela assure de pouvoir transposer plus facilement les résultats de calcul.

IV-2 Hypothèses simplificatrices et formulation mathématique

Nous considérons que la géométrie de la cheminée solaire est composée de deux cavités cylindriques ouvertes superposées l'une sur l'autre (la cheminée et les collecteurs), la symétrie de révolution du cylindre fait que la solution est bidimensionnelle (ne dépend que de r et z). Afin de simplifier le modèle mathématique, nous considérons quelques hypothèses et approximations :

- Le fluide est newtonien (ayant une relation linéaire entre le gradient de vitesse et les contraintes de cisaillement).
- L'écoulement est incompressible : pour des écoulements de fluide compressible à nombre de Mach relativement petit ($M < 0,2$ par exemple) on se ramène au cas d'écoulement de fluides incompressibles. [37]

- L'écoulement laminaire et stationnaire ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$).
- Le travail induit par les forces visqueuses et de pression est négligeable.
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- Il n'y a pas de source de chaleur et de réaction chimique.
- Toutes les propriétés du fluide sont constantes sauf la masse volumique qui varie linéairement avec le gradient de température selon l'approximation de Boussinesq :

$$\rho_T = \rho_0(1 - \beta[T - T_0])$$

où T est la température du fluide au point donné, T_0 est la température de référence, β est le coefficient de dilatation thermique défini par :

$$\beta = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$$

L'écoulement est régi par des équations de base exprimant en coordonnées cylindriques, qui sont respectivement l'équation de continuité (IV-1), les équations de Navier Stokes (IV-2-3) (selon la direction r et z respectivement) et l'équation d'énergie (IV-4).

$$\frac{u}{r} + \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (\text{IV-1})$$

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial z} = \nu \left(\frac{u}{r^2} + \nabla^2 u \right) + \frac{-1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (\text{IV-2})$$

$$\frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial z} = \nu \nabla^2 v + \frac{-1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\rho_T}{\rho} g \quad (\text{IV-3})$$

$$u \frac{\partial T}{\partial r} + v \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \nabla^2 T \quad (\text{IV-4})$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{\lambda}{\rho C_p}$$

Pour simplifier le problème, nous procédons à l'adimensionnement des équations gouvernantes. L'adimensionalisation d'un problème donné est très utile lorsqu'on veut étudier un phénomène élémentaire avec précision, elle permet de comparer les résultats les uns avec les autres, et de sortir des nombres adimensionnels qui caractérisent un phénomène donné. L'adimensionalisation nous permet aussi d'estimer l'ordre de difficulté de notre problème, elle nous fournit une mesure de l'importance relative des différents termes dans les équations

Les échelles caractéristiques utilisées pour le passage dimensionnel à adimensionnel sont les suivantes : constante de vitesse $U_0 = \frac{\alpha}{H}$, constante de longueur H, constante de pression P_0 , (En choisissant $P_0 = \text{pression dynamique} = \rho U_0^2$), constante de température $\Delta T = T_1 - T_2$. Les variables adimensionnelles sont donc :

$$u^* = \frac{u}{U_0} = u \frac{H}{\alpha} \quad v^* = \frac{v}{U_0} = v \frac{H}{\alpha} \quad p^* = \frac{p}{P_0} = \frac{p}{\rho U_0^2} \quad z^* = \frac{z}{H}$$

$$T^* = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} \quad r^* = \frac{r}{H}$$

On introduit les grandeurs adimensionnelles aux équations gouvernantes, on obtient l'équation de continuité (IV-5), les équations de Navier Stokes (IV-6-7) (selon la direction r et z respectivement) et l'équation d'énergie (IV-8) sous forme adimensionnelles.

$$\frac{u^*}{r^*} + \frac{\partial u^*}{\partial r^*} + \frac{\partial v^*}{\partial z^*} = 0 \quad (\text{IV-5})$$

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial r^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial z^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial r^*} + \text{Pr} \left(\frac{u^*}{r^{*2}} + \nabla^2 u^* \right) \quad (\text{IV-6})$$

$$u^* \frac{\partial v^*}{\partial r^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial z^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial z^*} + \text{Pr} (\nabla^2 v^*) + Ra \cdot \text{Pr} T^* \quad (\text{IV-7})$$

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*} = \nabla^2 T^* \quad (\text{IV-8})$$

Les paramètres qui caractérisent le problème sont : le nombre de Rayleigh et le nombre de Prandtl.

$$Ra = \frac{g \beta \Delta T H^3}{\alpha \nu} \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

Le nombre de Rayleigh est directement lié à la convection, et le nombre de Prandtl représente le rapport entre la viscosité cinématique et la diffusivité thermique. La viscosité cinématique représente la diffusion de la vitesse (qui dépend des forces visqueuses) alors que la diffusivité thermique est la capacité du fluide de conduire de la chaleur. Avec un Pr donné, il est possible de savoir à quel type de fluide nous avons affaire.

Dans le cas de convection naturelle, le gradient de température dans le champ de gravité (direction z), donc la convection a lieu lorsque la poussée d'Archimède (due à la hausse de température) crée le mouvement du fluide. Cependant, il faut que cette force d'Archimède soit assez grande pour contrer les forces visqueuses qui s'opposent au mouvement de la particule. De plus, si l'équilibre thermique est atteint, il n'y a plus de force d'Archimède. La capacité d'une particule d'entrer en équilibre avec son environnement plus ou moins rapidement dépend de sa diffusivité thermique (α). Le nombre de Rayleigh Ra nous donne le rapport entre le temps pour que la chaleur diffuse et celui pour que la particule entre en mouvement. Il y a une valeur critique de Ra , qui est celle où le mouvement, donc la convection débute.

Lorsqu'un fluide est en contact avec une surface solide dont la température est plus élevée, le transfert de chaleur s'effectue par convection. Pour cela on va définir le nombre de Nusselt qui nous donne une indication de la quantité de chaleur échangée par convection par rapport à celle échangée par conduction (au niveau des molécules de la matière solide) ;

$$\overline{Nu} = \frac{\int_0^R Nu_{loc} dx}{R} \quad \text{Où} \quad Nu_{loc} = \frac{h.l}{\lambda} \quad , \text{ où } R \text{ est le rayon du collecteur}$$

De plus, si Nu est connu, le coefficient de convection peut être déduit.

IV-3 Introduction au logiciel FLUENT

Le logiciel FLUENT est un code industriel qui comprend trois entités complémentaires utilisées dans le but de simuler, à l'aide de modèles mathématiques, des phénomènes physiques qui font intervenir du transfert de masse, de quantité de mouvement ou d'énergie. (a) Un pre-processeur qui permet de générer un maillage, de définir les fluides entrant en jeu ainsi que les conditions initiales et aux limites. Il permet de discrétiser l'étude en calculant les grandeurs recherchées en des points discrets du domaine. (b) un cœur qui permet d'itérer les calculs et de résoudre ainsi les équations qui décrivent le phénomène (équation de Navier Stokes, Energie,...). (c) un post processeur : qui permet de regrouper les résultats obtenus pour les visualiser. Il s'agit d'une interface graphique qui conditionne la flexion critique qui doit être portée sur les résultats obtenus à l'issue de la simulation.

IV-3-1 Caractéristique et domaine d'application

Le logiciel FLUENT possède les caractéristiques suivantes :

- La résolution des équations de Navier-Stokes dans des repères fixes ou tournants
- Technique de volumes finis précise au second ordre.
- Maillages structurés ou non, déformables, du triangle en 2D à l'hexaèdre en 3D permettant une construction simple, rapide et automatisée.
- Maillage dynamique, glissant et déformable.
- Maillage auto adaptative à la solution améliorant la précision des zones à forts gradients.
- Interpolation automatique de la solution sur le maillage affiné.
- Convergence accélérée par schéma de multi grille.
- Nombreuses conditions limites pour écoulements externes et internes.
- Programme parallélisée et vectorisés.
- Ecoulements stationnaires ou transitoires, en 2D, 2D axisymétriques ou 3D dans des géométries complexes.
- Ecoulements laminaires ou turbulents (modèles K-eps, RNG ou RSM).
- Transferts de chaleur couplés par conduction, convection et rayonnement avec ou sans source de chaleur internes.
- Ecoulements incompressibles ou compressibles (subsonique, transsonique et supersonique).
- Mélanges d'espèces avec ou sans réactions chimiques.
- Ecoulements diphasiques dispersés (particules, gouttelettes, bulle).
- Ecoulements diphasiques non dispersés (gaz, liquides, lits fluidisés).
- Ecoulements en repères tournants.
- Ecoulements laminaires non Newtoniens.
- Ecoulements en surface libre et changement de phase.
- Ecoulements avec des résistances (filtres, grilles, milieux poreux...).

FLUENT est largement utilisé dans le domaine de la mécanique des fluides , il permet de modéliser tous les écoulements fluides, compressibles ou incompressibles, impliquant des phénomènes physiques complexes tels que la turbulence, le transfert thermique ,les réactions chimiques, les écoulements multiphasiques et ce, sur les géométries complexes industrielles. La

solution Fluent inclut également un environnement CAO (Conception Assistée par Ordinateur) et un mailleur paramétrique, permettant de mettre en place les modèles numériques ou de s'intégrer aux outils de conception déjà existants. Les domaines d'application sont nombreux et variés tels que :

Air conditionné (chauffage), production d'énergie (électronique, informatique), turbomachines, chimie de procédés, automobiles, biotechnologie, fabrication de matériaux, aéronautique, environnement, géophysique, armement.

IV-3-2 Méthodes de résolution

Fluent permet de choisir l'une des deux méthodes numériques suivantes : la méthode de solveur couplé et la méthode de solveur séparé. Dans les deux méthodes Fluent résout les équations intégrales régissantes, (équation de continuité, de quantité de mouvement, et de l'énergie, et autres grandeurs scalaires telle : la turbulence). Dans les deux solveurs Fluent utilise une technique basée sur un volume de contrôle cette technique comprend les étapes suivantes :

- 1 -Division du domaine à des volumes de contrôle discrets par une intégration informatique.
- 2 -Intégration des équations régissantes sur des volumes de contrôle individuels pour construire des équations algébriques à des variables dépendantes (vitesse, pression...).
- 3 -La linéarisation des équations algébriques discrétisées et la résolution du système d'équations linéaires pour avoir les valeurs des variables dépendantes.

Les deux méthodes utilisent le même processus de discrétisation (volume finie), mais l'approche utilisée pour la linéarisation et la résolution des équations algébriques est différente. Fluent utilise une technique basée sur un volume de contrôle pour convertir les équations régissantes à des équations algébriques pouvant être résolues numériquement.

La discrétisation des équations régissantes peut être illustrée simplement si on considère l'équation de transport d'une quantité scalaire ϕ dans l'état stationnaire, cette équation est démontrée à la forme intégrale sur un volume de contrôle arbitraire comme suit :

$$\oint \rho \phi v \, dA = \oint_{\Gamma_\phi} \nabla \phi \, dA + \int_V S_\phi \, dV \quad (\text{IV-9})$$

ρ : La densité . v : Le vecteur vitesse. A : Vecteur de superficie. Γ_ϕ : Coefficient de diffusion pour ϕ . S_ϕ : Le terme de source par unité de volume.

Cette équation est appliquée dans chaque volume de contrôle, ou cellule dans le domaine de calcul.

La figure (IV-1) représente un exemple de volume de contrôle, la discrétisation de l'équation (IV-9) dans les cellules données donne :

$$\sum_f^{N_f} v_f \phi_f A_f = \sum_f^{N_f} \Gamma_\phi (\nabla \phi)_n A_f + S_\phi V \quad (\text{IV-10})$$

N_f : Nombre de faces.

ϕ_f : Valeur de ϕ convecté à travers la face f .

v_f : Débit massique à travers la face f

A_f : Surface de la face f .

$(\nabla \phi)_n$: Grandeur de $\nabla \phi$ normale a la face f $(\nabla \phi)_n$:

V : Le volume de la cellule.

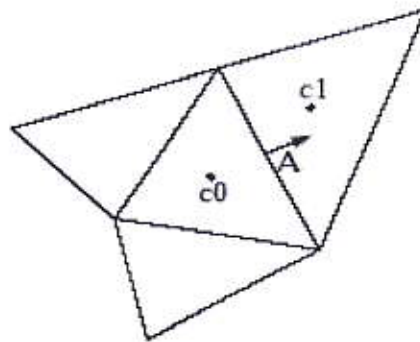


Figure (IV-1) : volume de contrôle utilisé pour illustrer la discrétisation de l'équation de transport

Fluent stocke les valeurs discrètes de la quantité ϕ dans les centres des cellules (c_0 et c_1), cependant les valeurs de ϕ_f des faces sont exigées pour le terme de convection dans l'équation (IV-9), et doivent être interpolées par les valeurs des centres des cellules.

IV-3-2 Procédure de modélisation :

Pour avoir une modélisation numérique avec le logiciel Fluent, il faut suivre quelques étapes (Ils ont déjà expliqués dans le chapitre précédent), le diagramme (IV-2) illustre en général la procédure simplifiée pour la modélisation et la simulation d'un problème donné [65].

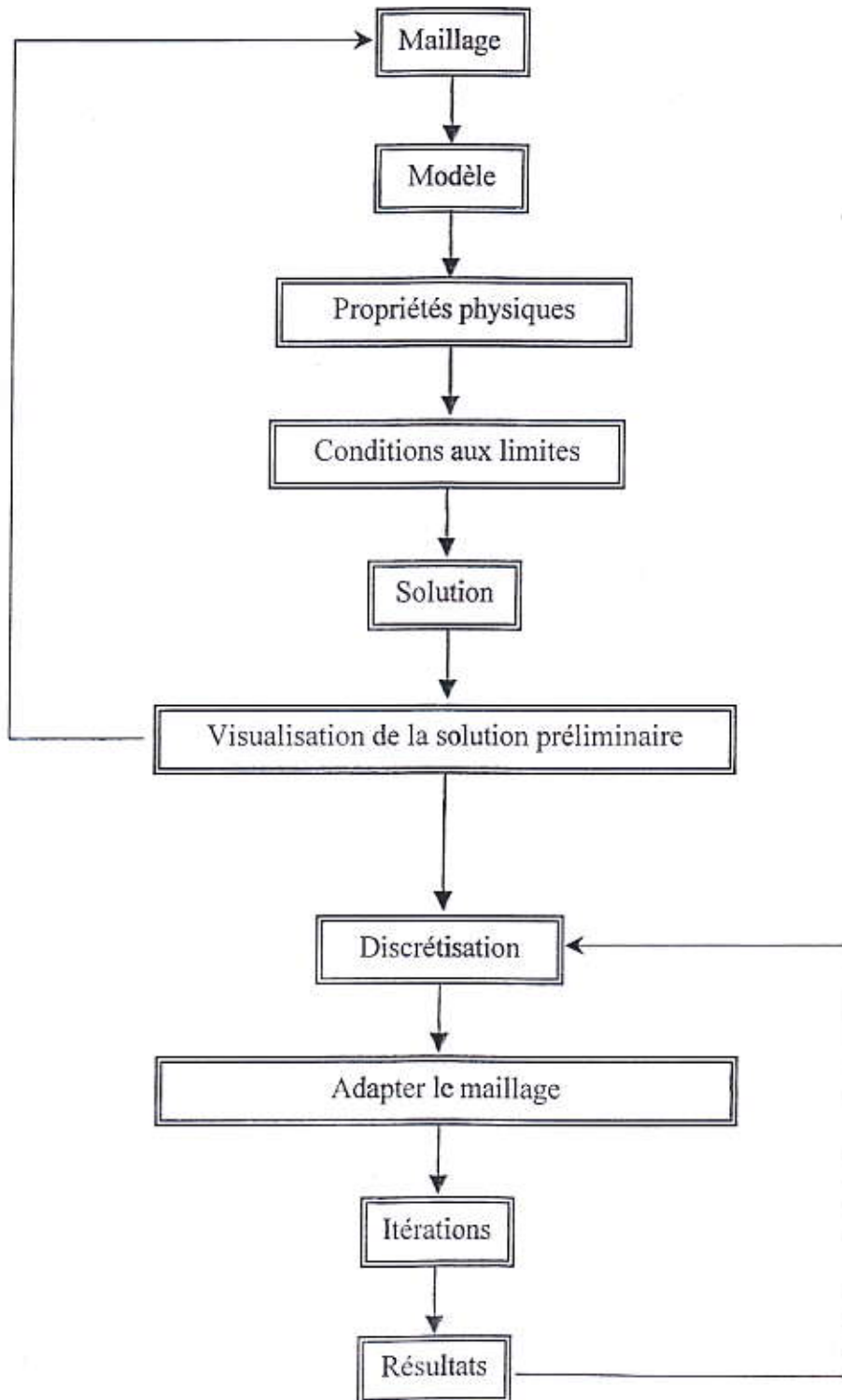


Figure (IV-2) : procédure de modélisation

IV-4 Géométrie du problème

La géométrie de notre problème est basée sur les dimensions globales du prototype de Manzanaras (figure (IV-3)) [13]. Pour créer le maillage, nous avons utilisé le logiciel Gambit. Le maillage Gambit est un prétraitement au logiciel de simulation. Il permet de générer un maillage structuré ou non structuré en coordonnées cartésiennes, polaires, cylindriques ou axisymétriques, Il peut réaliser des maillages complexes en deux ou trois dimensions avec des mailles de type rectangle ou triangle.

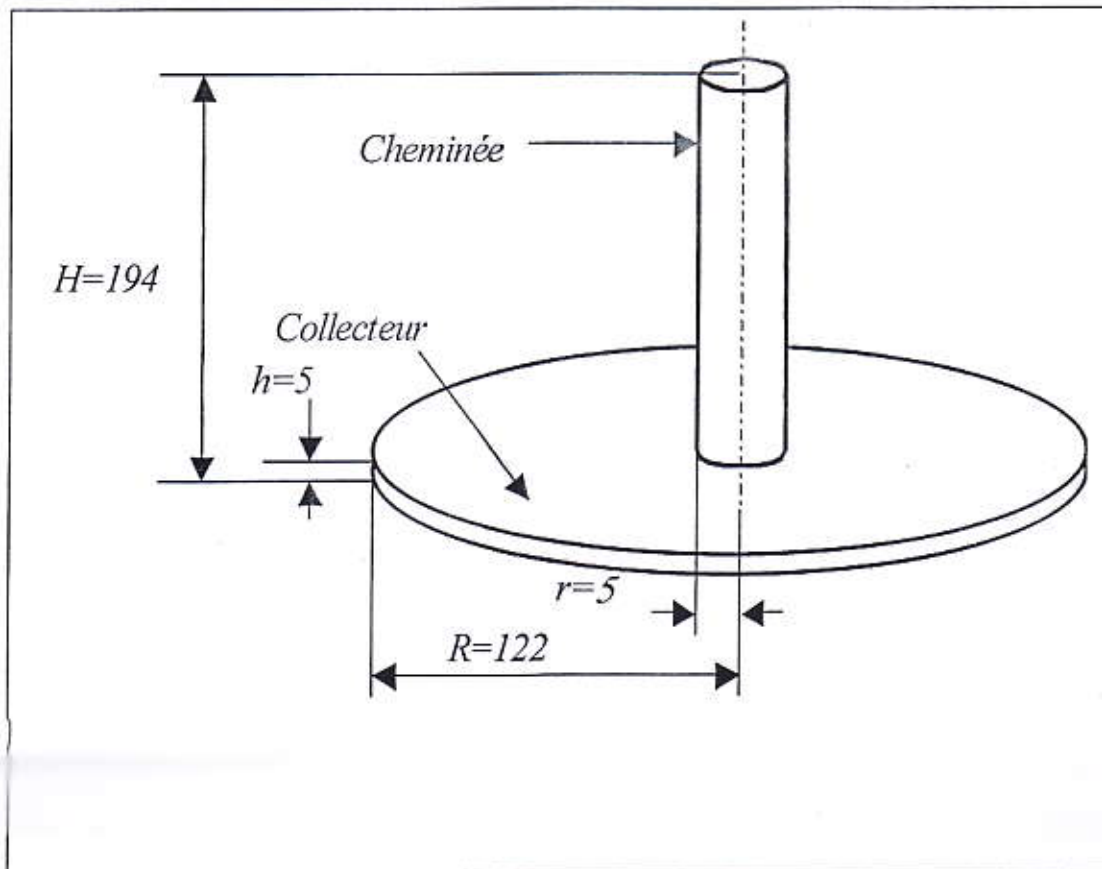


Figure (IV-3) : Les dimensions globales de la cheminée solaire

Pour construire un maillage, il est bon de suivre la démarche suivante :

- Définir la géométrie.
- Réaliser le maillage.
- Définir les cellules correspondant aux conditions aux limites et aux zones de calcul

Le maillage physique est l'ensemble des mailles générées pour remplir de petits éléments la zone définie par la géométrie. Ces éléments peuvent tous avoir la même forme ; carré ou rectangulaire pour des maillages cartésiens réguliers. Mais ils peuvent aussi être déformés par rapport à une forme de départ dans le cas d'un raffinement en maillage cartésien par exemple ou pour un maillage curviligne épousant la forme de la paroi.

Pour des maillages structurés, on peut faire la liaison entre la géométrie et le maillage. Aussi, avant de réaliser le maillage, il faut spécifier par écrit d'une part la géométrie adoptée pour définir la zone à mailler, d'autre part les numéros des mailles correspondant aux points caractéristiques de la géométrie. Un nœud pourra alors être repéré par ces coordonnées physiques x et y ou indices I et J .

Nous avons utilisé un maillage de (800x25), comme le montre la figure (IV-4).

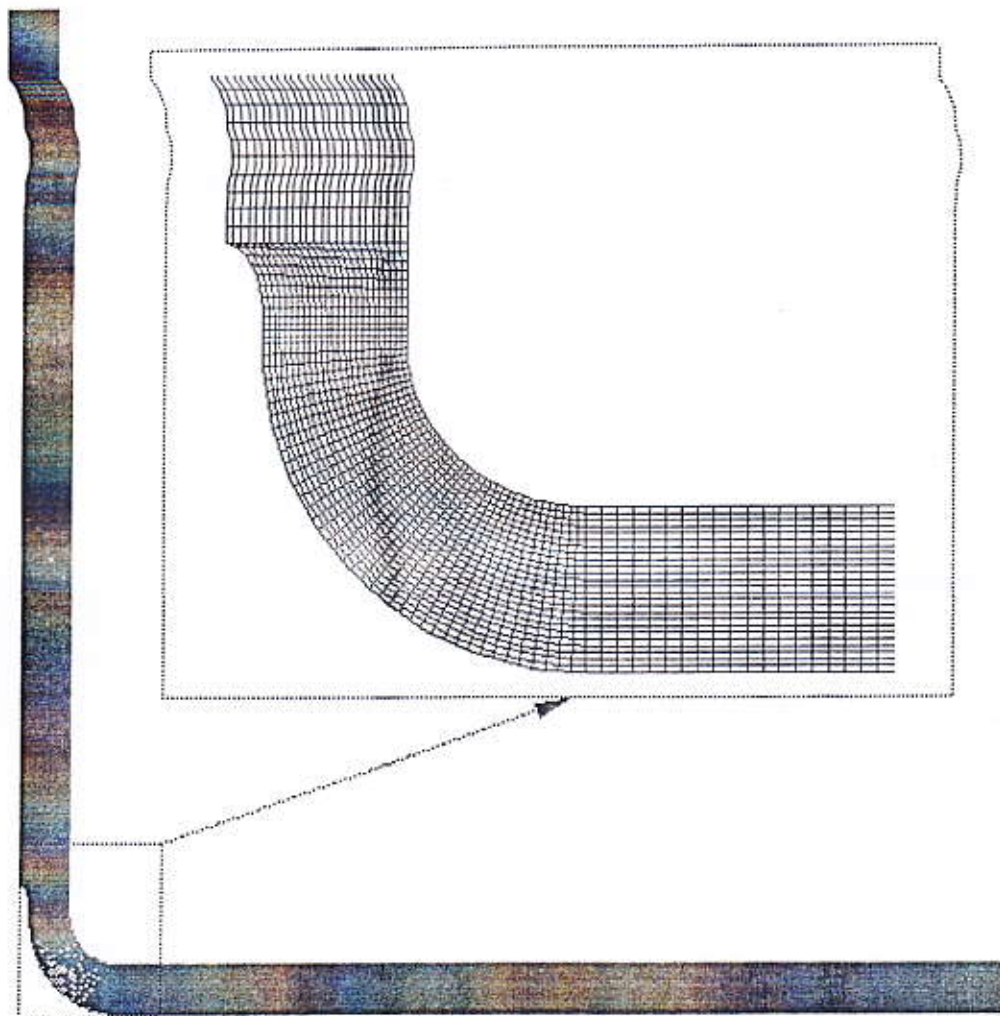
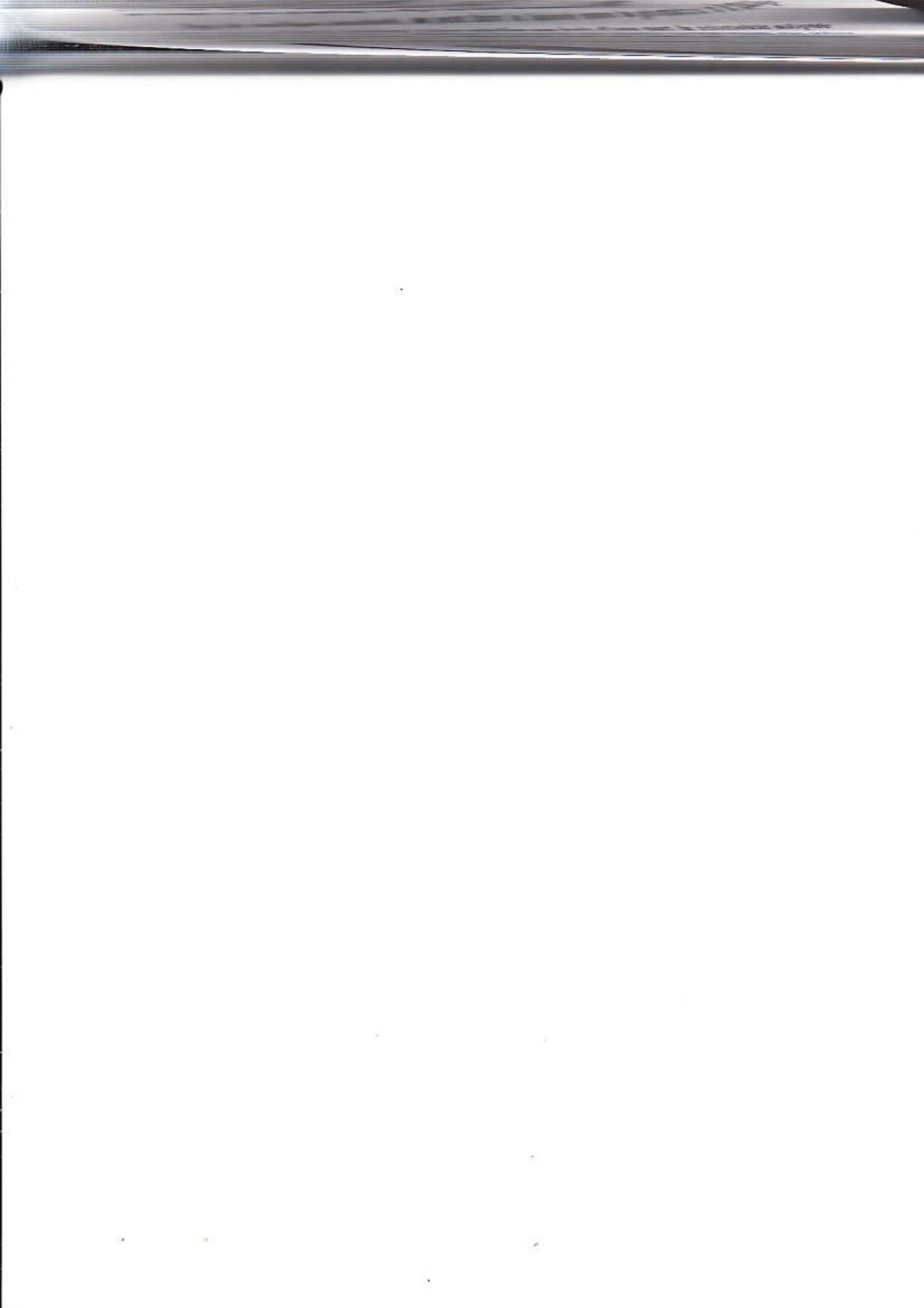


Figure (IV-4) : Le maillage utilisé (800x25)



Le maillage physique est l'ensemble des mailles générées pour remplir de petits éléments la zone définie par la géométrie. Ces éléments peuvent tous avoir la même forme ; carré ou rectangulaire pour des maillages cartésiens réguliers. Mais ils peuvent aussi être déformés par rapport à une forme de départ dans le cas d'un raffinement en maillage cartésien par exemple ou pour un maillage curviligne épousant la forme de la paroi.

Pour des maillages structurés, on peut faire la liaison entre la géométrie et le maillage. Aussi, avant de réaliser le maillage, il faut spécifier par écrit d'une part la géométrie adoptée pour définir la zone à mailler, d'autre part les numéros des mailles correspondant aux points caractéristiques de la géométrie. Un nœud pourra alors être repéré par ces coordonnées physiques x et y ou indices I et J .

Nous avons utilisé un maillage de (800x25), comme le montre la figure (IV-4).

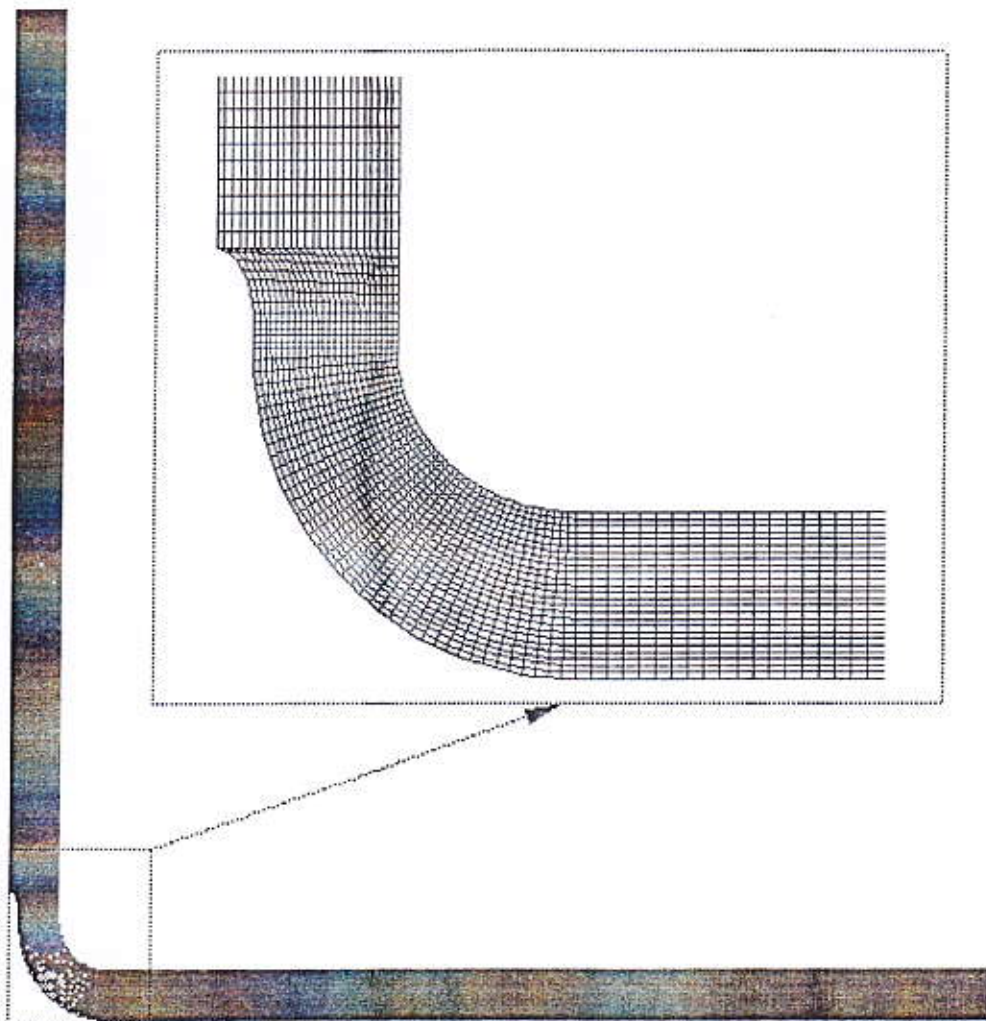


Figure (IV-4) : Le maillage utilisé (800x25)

La première étape concernant le maillage, et de l'optimiser, c'est-à-dire obtenir la meilleure précision possible dans le résultat (une erreur inférieure ou égale à 2%), en utilisant un nombre total minimum de nœuds. On peut utiliser par exemple dans le cas d'un écoulement de fluide, le débit massique à la sortie comme critère d'optimisation. Dans notre cas de la cheminée solaire, on peut calculer avec exactitude le débit à la sortie de la cheminée en fonction de la vitesse à l'entrée de la cheminée. Avec la conservation de masse on peut calculer le débit massique théorique à la sortie de la cheminée, et le comparer avec le débit massique adimensionnel donné par Fluent.

Les conditions aux limites adimensionnelles sont des conditions dynamiques représentées par les vitesses u et v , et des conditions thermiques représentées par la température T .

- a) Conditions aux limites à l'entrée : $u = 0$, $v = 0$, $T = T_0$
- b) Condition aux limites au sol : $u = 0$, $v = 0$, $T = T_1$
- c) Conditions aux limites au toit du collecteur : $u = 0$, $v = 0$, $T = T_0$
- d) Conditions aux limites à l'axe de symétrie : $\frac{\partial v}{\partial r} = \frac{\partial T}{\partial r} = 0$, $u = 0$
- e) Conditions aux limites à la paroi de cheminée : $u = 0$, $v = 0$, $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$
- f) Conditions aux limites à la sortie : $\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0$

IV-5 Résultats et discussions

La différence de température entre les deux collecteurs de la cheminée solaire, varie dans l'intervalle de 1 à 100 (K), donc il faut simuler des cas qui s'approchent des cas réels.

Pour cela on va prendre des valeurs satisfaisantes du nombre de Rayleigh, par exemple : $Ra = 10^6$, $Ra = 10^7$, $Ra = 10^8$, $Ra = 10^9$

Nous avons simulé le cas d'écoulement en convection naturelle, pour la valeur de $Ra=10^6$. On remarque que la convergence est atteinte après 1656 itérations figure (IV-5), elle oscille autour des valeurs insatisfaisantes.

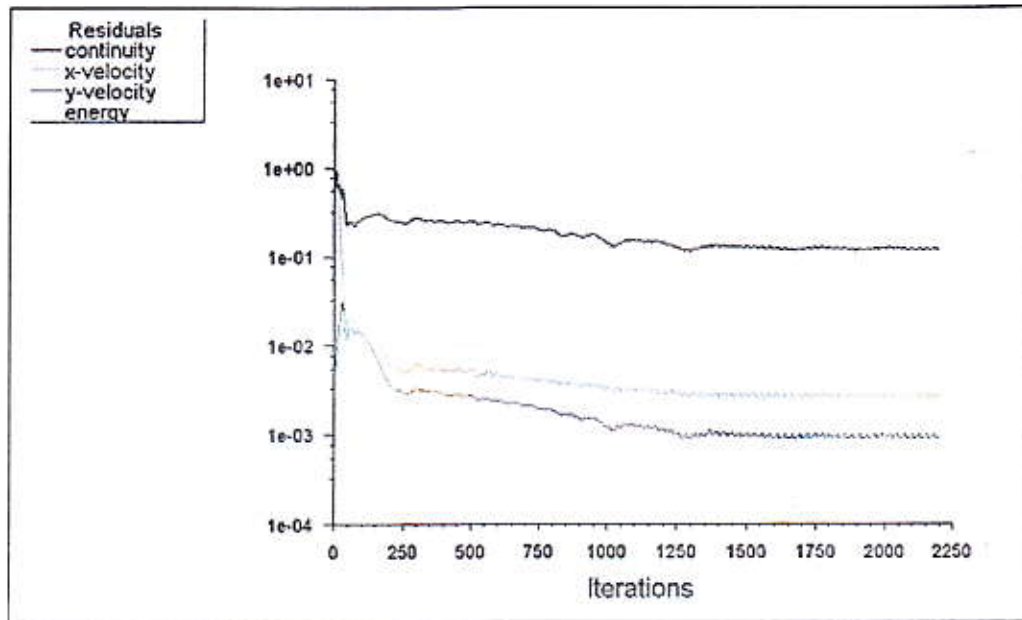


Figure (IV-5) : Évolution du résidu pour $Ra = 10^6$

IV-5-1 Les contours de vitesse et les isothermes

Les figures ci-dessous montrent les contours de vitesse et des températures, pour différents nombres de Rayleigh.

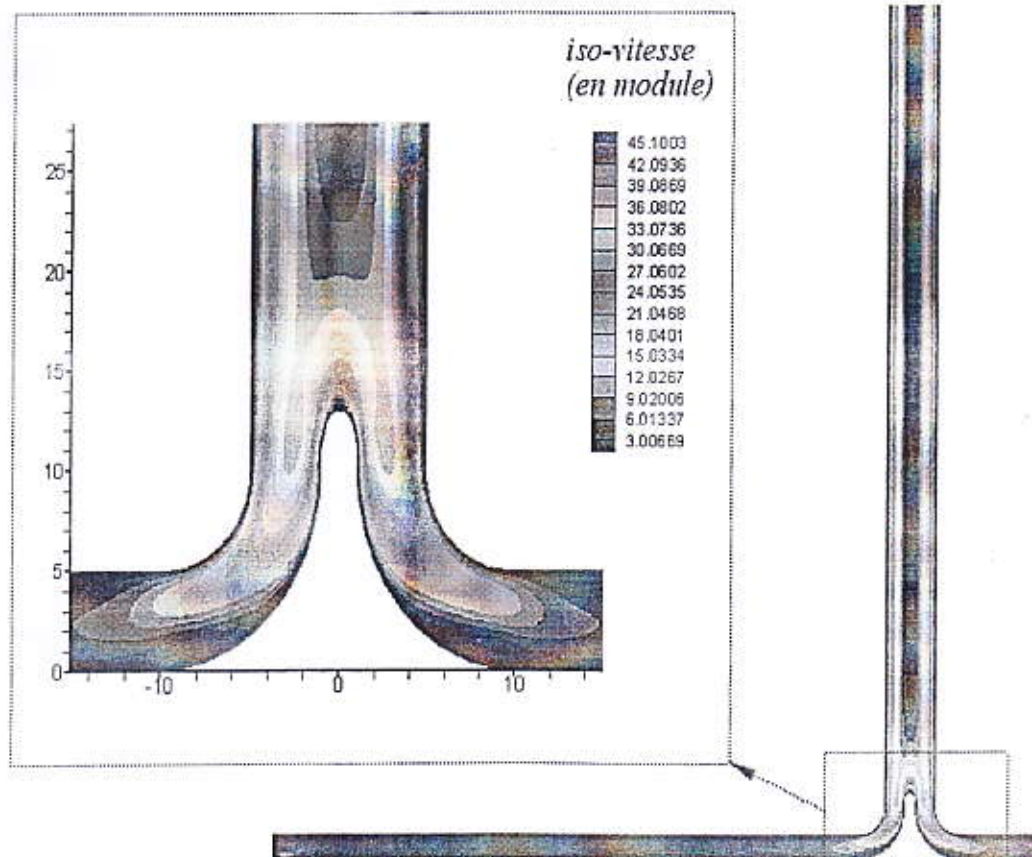


Figure (IV-6) : Les iso-vitesse pour $Ra = 10^6$

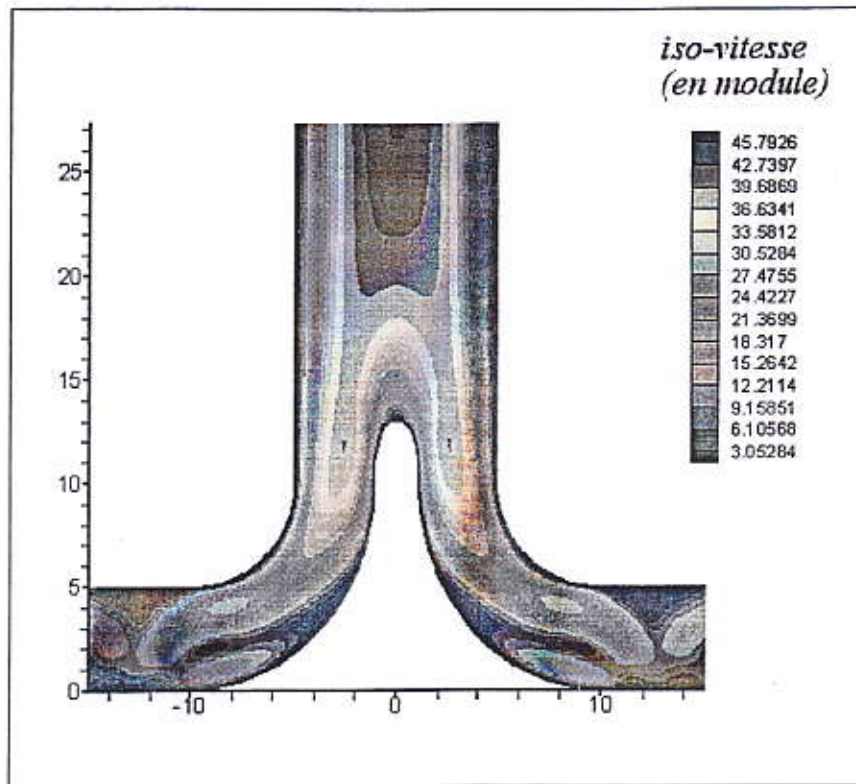


Figure (IV-7) : Les iso-vitesses pour $Ra=10^7$

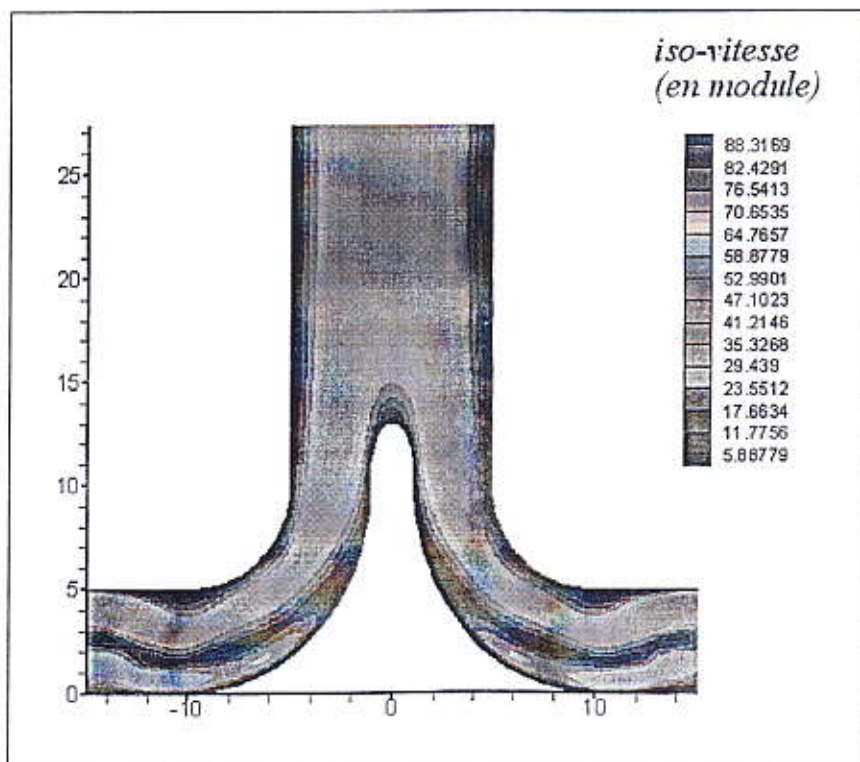


Figure (IV-8) : Les iso-vitesses pour $Ra=10^8$

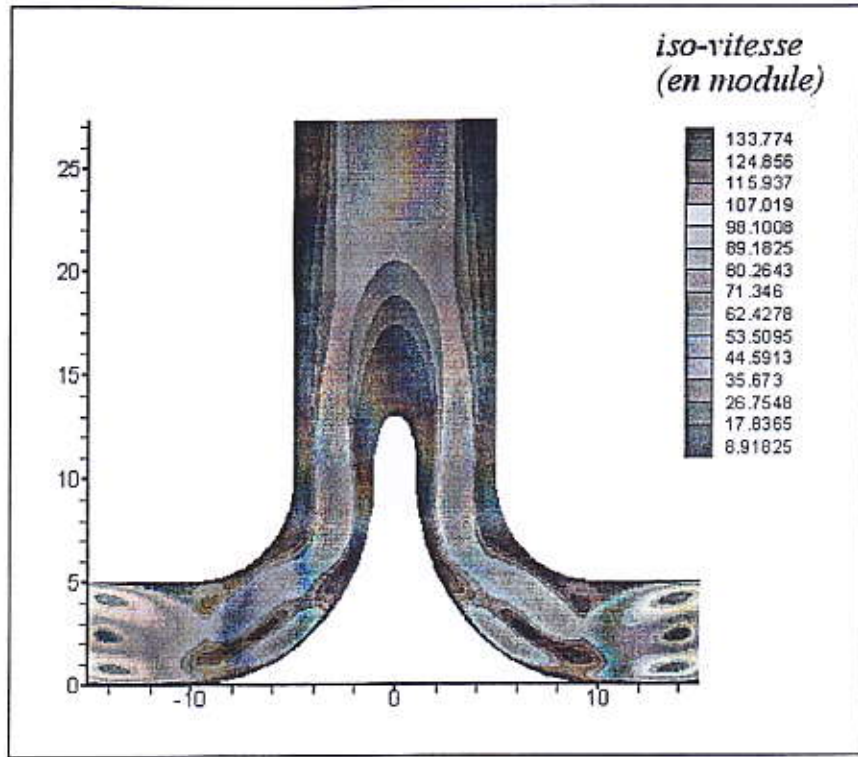


Figure (IV-9) : Les iso-vitesses pour $Ra=10^9$

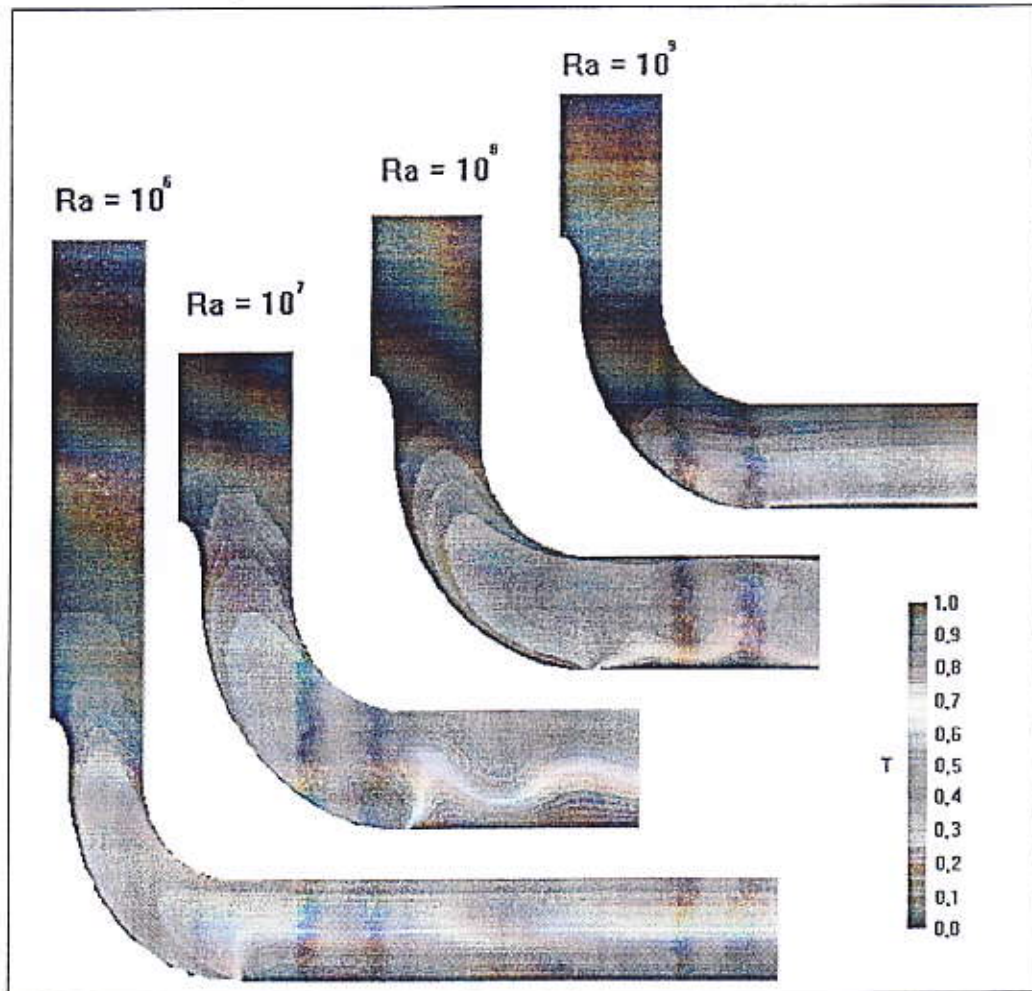


Figure (IV-10) : Les isothermes pour différents nombres de Rayleigh

D'après les figures (IV-6, 7, 8, 9), on constate que dans le cas de convection naturelle la vitesse du fluide est couplé à celui-ci, c'est-à-dire quand le nombre de Rayleigh augmente la vitesse d'écoulement augmente aussi et le nombre de Reynolds locale. Le phénomène de l'instabilité ne se produit pas. Pour les isothermes (figure (IV-10)), on remarque que pour la valeur de $Ra=10^6$, la stratification en température de l'air dans les collecteurs apparaît. Mais pour des valeurs de $Ra > 10^6$, une forte convection massique s'installe dans la zone du collecteur, ce qui induit une disparition de la zone de stratification thermique. La convection est devenue plus importante car l'écoulement devient plus rapide à des grands nombres de Rayleigh.

On peut conclure, que plus le nombre de Rayleigh augmente, plus l'écoulement devient accéléré, le transfert de chaleur par convection devient plus important.

Dans le cas de la convection naturelle, on n'a pas imposé une vitesse à l'entrée de la cheminée solaire, donc on ne peut pas calculer un débit massique adimensionnel à l'entrée de façon théorique. Le tableau (IV-1) représente les débits massiques adimensionnels à l'entrée et à la sortie de la cheminée calculés par le logiciel Fluent.

	<i>Débit massique adimensionnel à l'entrée de la cheminée solaire</i>	<i>Débit massique adimensionnel à la sortie de la cheminée solaire</i>	<i>Erreur relative</i>
$Ra=10^6$	145726,6	145773,3	0.00072
$Ra=10^7$	550555,6	550421,1	0.00054
$Ra=10^8$	1674633	1673689	0.00029
$Ra=10^9$	4863515	4862056	0.00042

Tableau (IV-1) : Débits massiques adimensionnels

On remarque que l'erreur relative commise entre le débit massique à l'entrée et à la sortie de la cheminée ne dépasse pas une valeur de 1% pour tous les nombres de Rayleigh étudiés. Donc on peut dire que notre maillage est optimisé. Nous avons étudié la variation du débit massique adimensionnel à la sortie de la cheminée solaire en fonction du nombre de Rayleigh. Comme le montre la figure (IV-11), la courbe indique que le débit augmente lorsque le Rayleigh augmente, il varie d'une manière exponentielle avec le nombre de Rayleigh. Ce dernier augmente avec l'augmentation du gradient de température imposé.

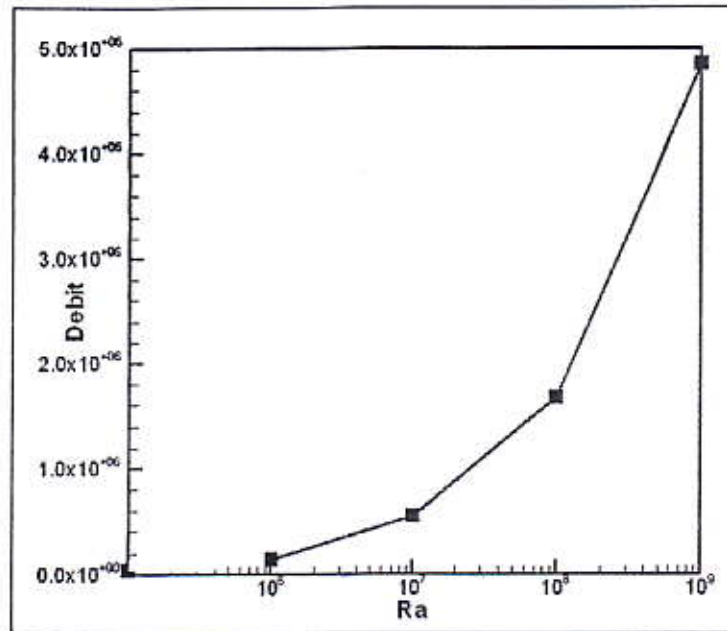


Figure (IV-11) : Variation du débit massique à différents nombre de Rayleigh

D'après les résultats précédents, nous remarquons l'importance de la veine méridienne dans la cheminée solaire en terme des contours de vitesse (énergie cinétique importante) et de température. Cela nous permet de choisir la zone, où on intègre la turbine juste à la limite supérieure de la jonction courbée.

Pour passer à la deuxième étude numérique, qui est la conception de la turbine et son analyse de fonctionnement, on a besoin de savoir quelques données tels que :

- La géométrie de la veine méridienne sous forme de maillage (z,r)
- Le débit massique à l'entrée de la cheminée solaire.
- La masse volumique de l'air dans la zone considérée.

Et d'autres données imposées, caractérisant la turbine, tels que : la loi d'épaisseur, la vitesse de rotation de la machine.

IV-6 Résultats de calcul S2 inverse

IV-6-1 Introduction

La méthode décrite dans les paragraphes précédentes (chapitre III) a été testée pour concevoir les aubages d'une turbine installée dans une cheminée solaire, basée sur les dimensions globales du prototype de Manzanares. La figure (IV-12) montre une vue de la veine méridienne choisie, dont le domaine de calcul est composé de deux zones hors grille, l'une à l'entrée du rotor et l'autre à la sortie. Le liquide considéré est de l'air. Les données imposées sont comme suit :

Débit (kg/s)	100 000
Rayon d'entrée (m)	4.83
Nombre de pales	4
Masse volumique (kg/m^3)	1.07
Vitesse de rotation (rad/s)	75

Dans un premier temps, on présentera les résultats obtenus par le calcul S2 inverse. On montrera l'effet de la variation du rendement η sur le calcul, où l'on verra le net changement de la forme des aubages calculées par l'inverse lorsque les pertes visqueuses sont prises en compte dans le calcul en terme de coefficient de rendement η .

Dans un second temps, on présentera les résultats du calcul S2 inverse, pour une nouvelle loi de charge f imposée. Et pour différents valeurs de rendement η , afin de voir l'effet du choix initial de la fonction de charge f .

Enfin, en dernier, on montrera les résultats du calcul S2 inverse, pour un domaine de calcul qui contient deux zone grille (stator+rotor). Afin de voir l'effet de l'orientation de l'écoulement causé par le stator.

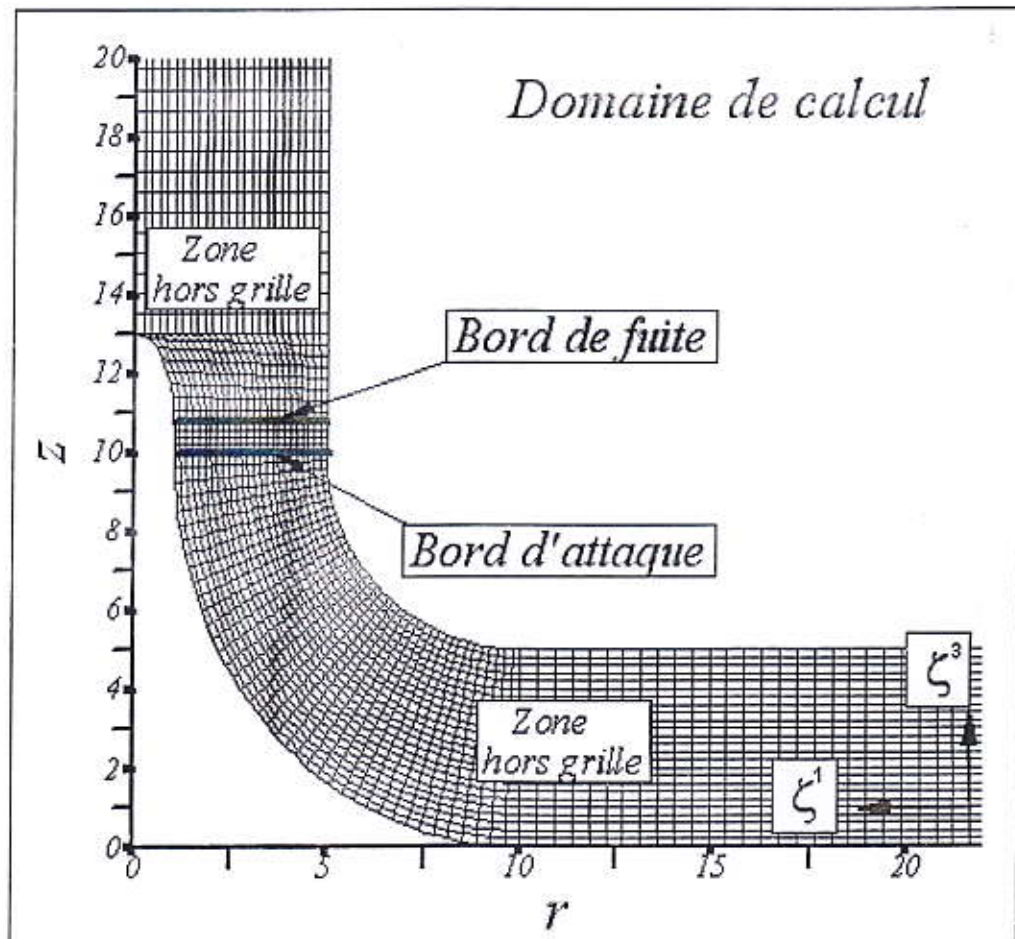


Figure (IV-12) : Maillage méridien du domaine de calcul

IV-6-2 Effet des pertes sur le calcul S2 inverse

On impose une loi de charge f comme celle indiquée sur la figure (IV-13), c'est-à-dire sous une forme analytique donnée par six paramètres de forme ($S_a, S_b, S_c, S_d, S_e, S_f$) dont les trois premiers paramètres définissent la branche de parabole à tangente horizontale en $S=S_a$ (condition d'adaptation du bord d'attaque), et les trois derniers caractérisent l'autre branche de parabole à tangente horizontale en $S=S_f$ (condition de Kutta-Joukowski), et qui reliée à la première parabole, entre S_c et S_d , par un simple segment de droite.

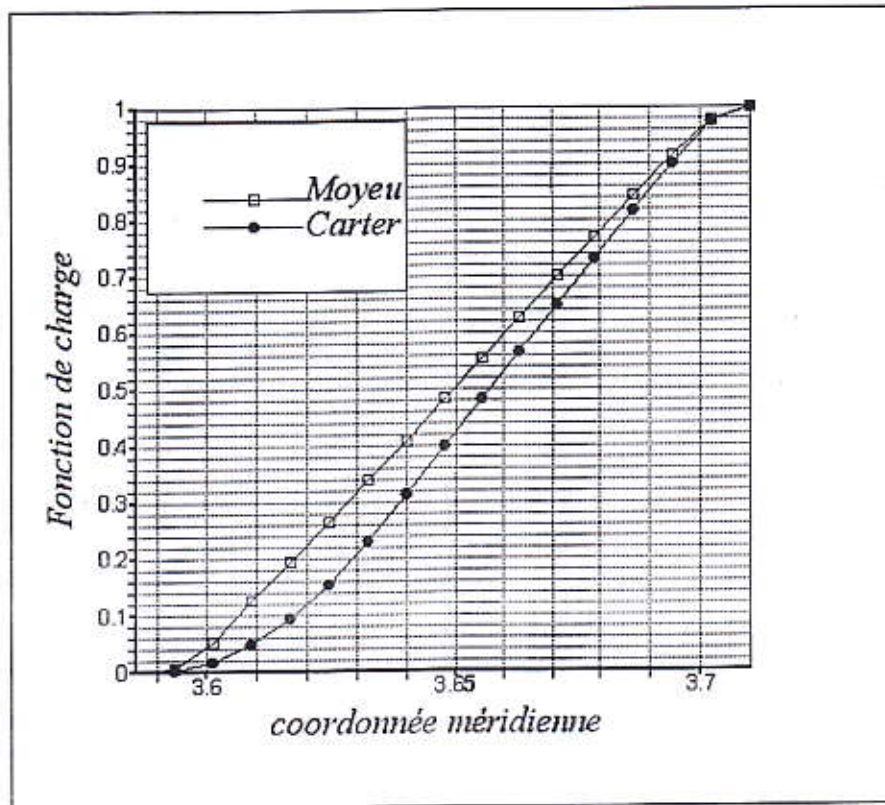
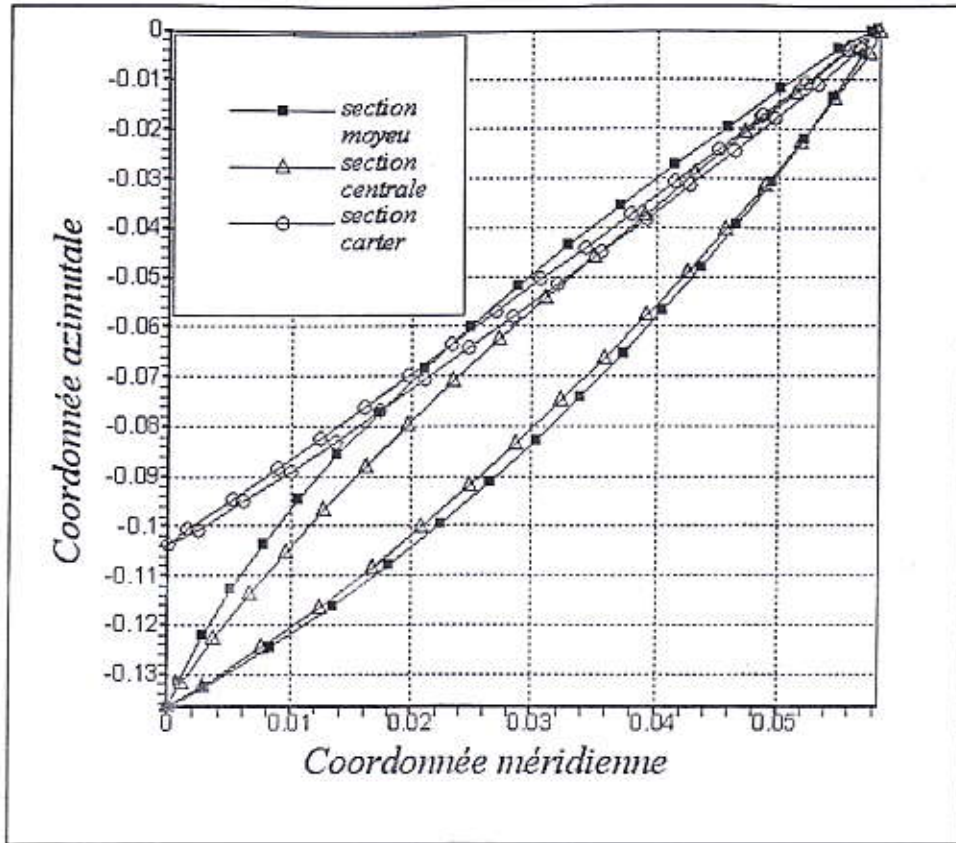
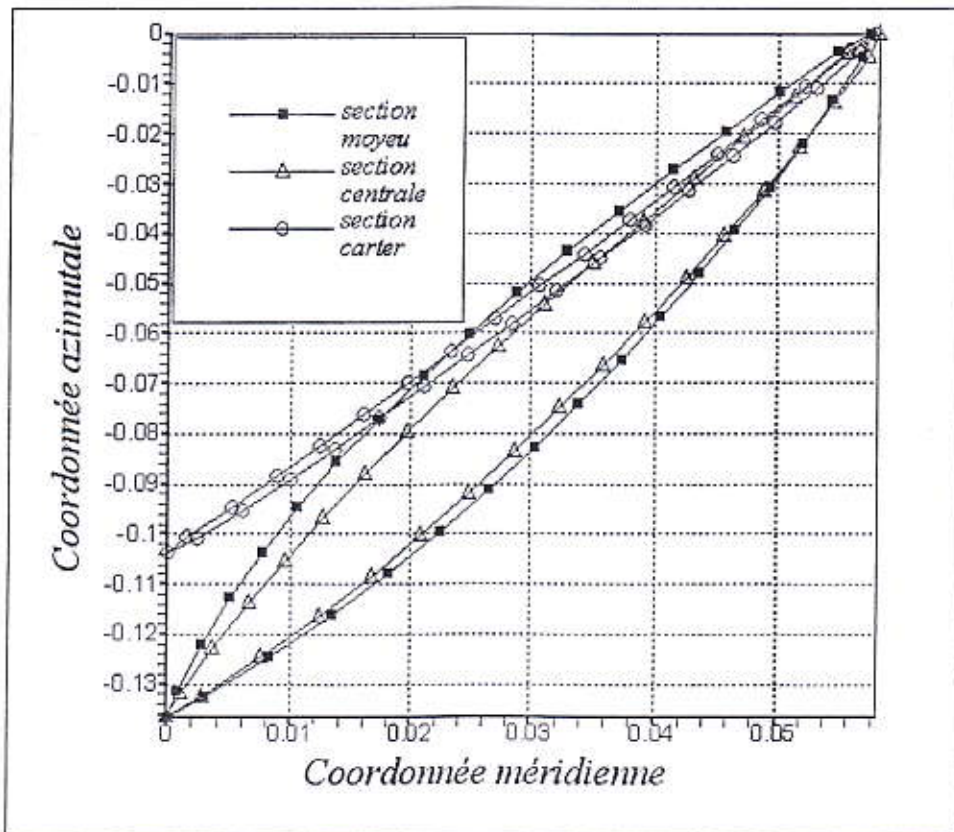


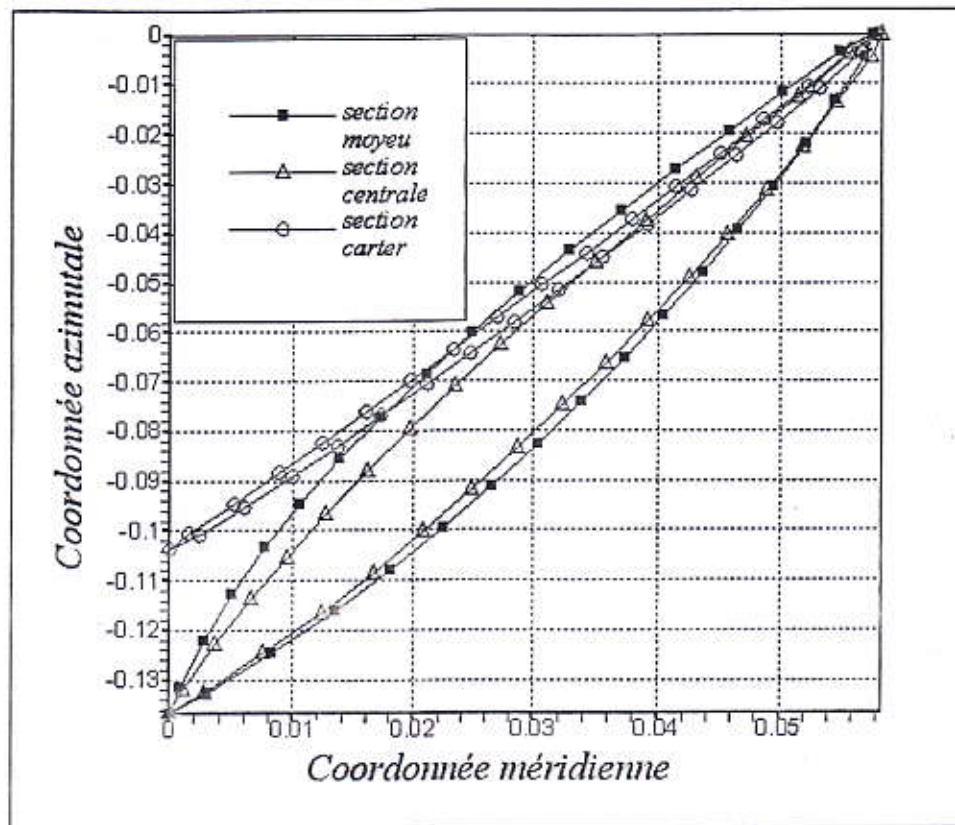
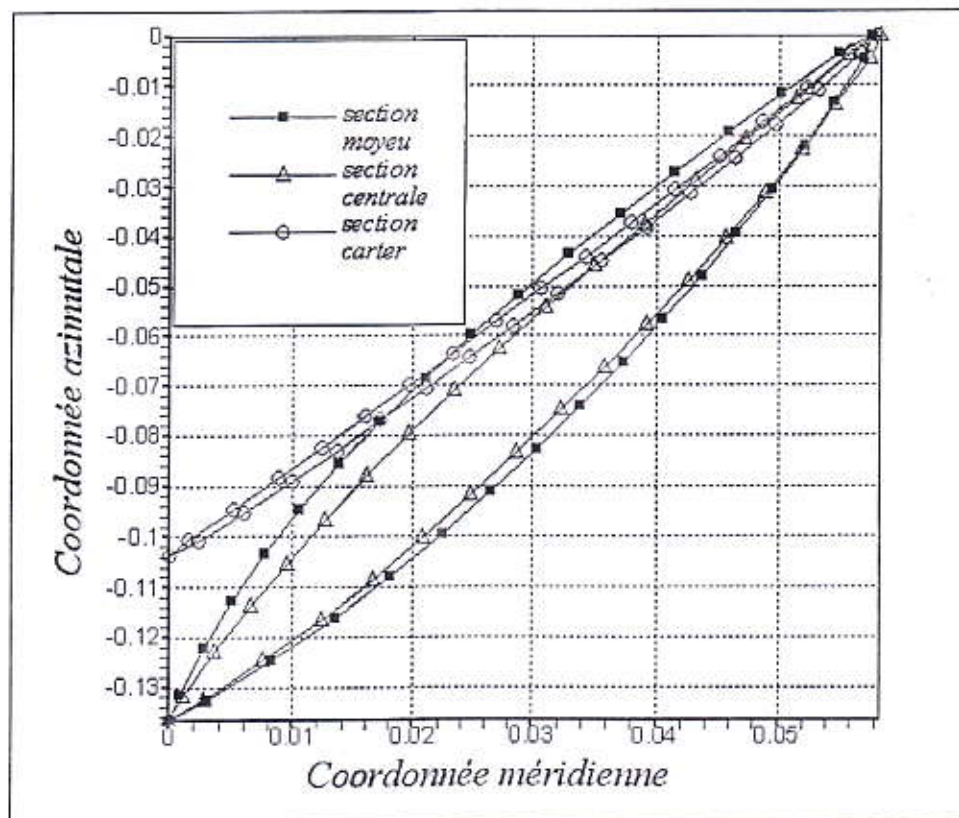
Figure (IV-13) : Fonction de charge f initialement imposée dans le calcul S2 inverse

On suppose que les pertes se produisent uniquement dans les zones grille et qu'elles sont exprimées en terme de rendement η supposé constant. Dans le but de déterminer l'effet des pertes, en zone grille, sur la forme du squelette d'aubes obtenue par le calcul S2 inverse, ce dernier a été effectué pour une série de valeurs du rendement prises entre 0.7 et 1.0, en conservant une même loi de fonction de charge f , c'est-à-dire celle qui a servi à obtenir des aubes avec un bord d'attaque adapté. La variation du rendement entraîne une augmentation du moment cinétique au bord de fuite de la roue, ce qui modifie toute la répartition de la charge sur l'aube.

La géométrie obtenue des aubes pour quelques sections du plan méridien est présentée dans les figures (IV-14-15-16-17), successivement pour les valeurs du rendement ($\eta=0.7, 0.8, 0.9, 1.0$), et les figures (IV-18-19-20) présentent la forme des courbes des pressions C_p , sur l'extrados et l'intrados de l'aube.

Nous remarquons que les géométries pour chacune de ses sections ne diffèrent pas énormément pour les valeurs choisies de rendements. Mais on peut noter que pour toutes les valeurs de rendements, les aubes prennent une forme inclinée au bord d'attaque avec un angle inférieur à zéro. Cet angle d'attaque va diminuer le long du coordonnée méridien de l'aube, jusqu'elle atteint la valeur de zéro au bord de fuite. L'écoulement de l'air à la sortie de roue sera donc aligné avec l'axe de la machine.

Figure (IV-14) : Géométrie des aubes pour $\eta = 0.7$ Figure (IV-15) : Géométrie des aubes pour $\eta = 0.8$

Figure (IV-16) : Géométrie des aubes pour $\eta=0.9$ Figure (IV-17) : Géométrie des aubes pour $\eta=1.0$

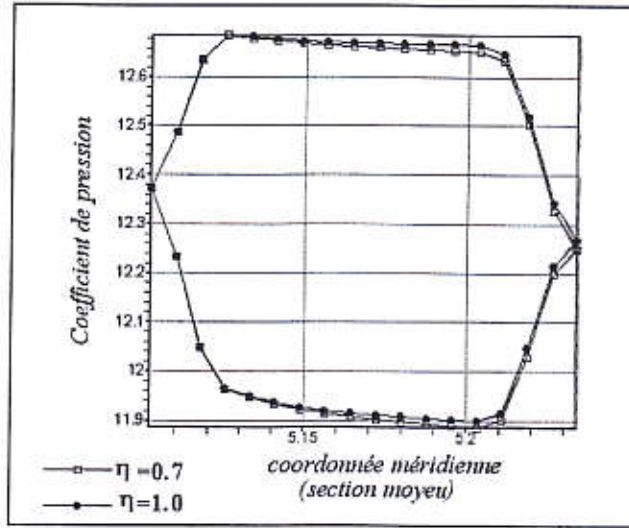


Figure (IV-18) : Coefficient de pression pour la section moyen

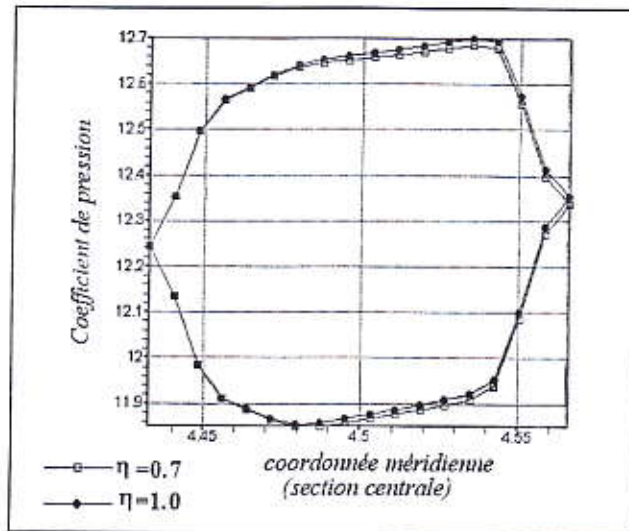


Figure (IV-19) : Coefficient de pression pour la section centrale

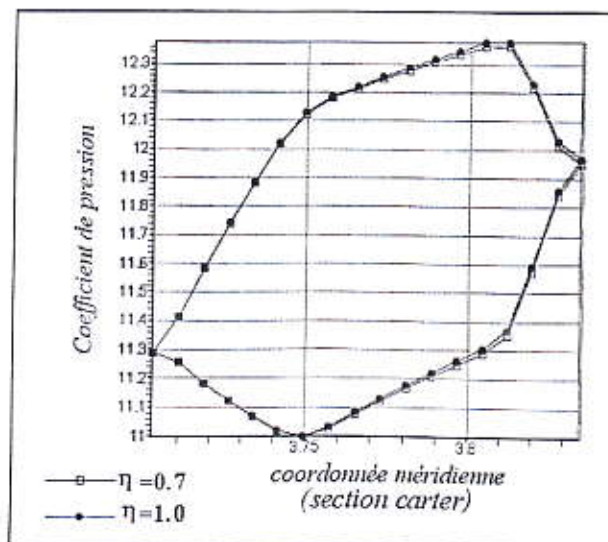


Figure (IV-20) : Coefficient de pression pour la section carter

Nous avons tracé les contours de pression sur l'aube à différents rendements. Les figures (IV-21-22-23-24) montrent clairement la différence de la distribution de pression entre l'extrados et l'intrados de l'aube.

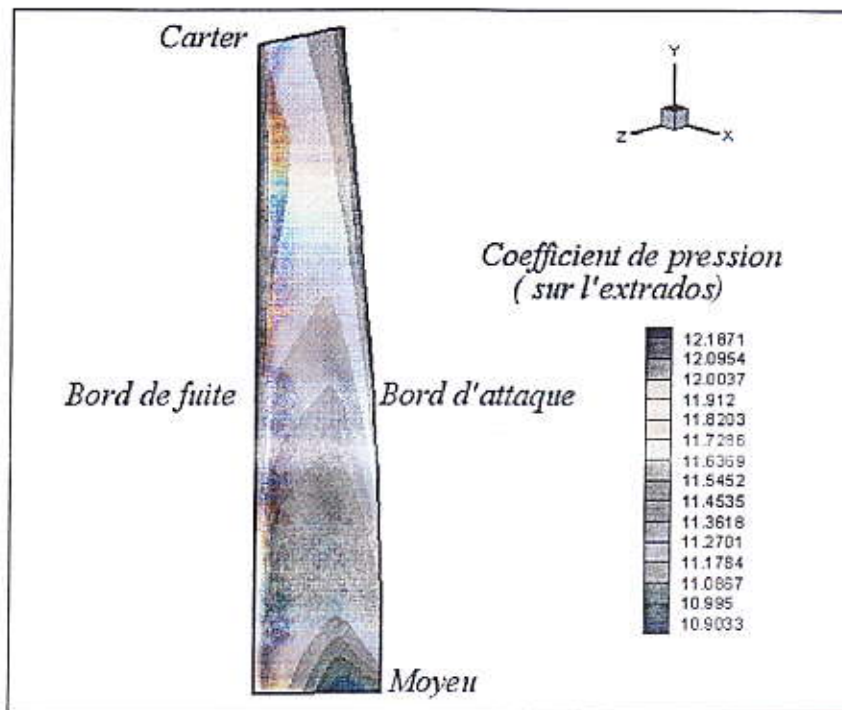


Figure (IV-21) : Coefficient de pression sur l'extrados $\eta=0.7$

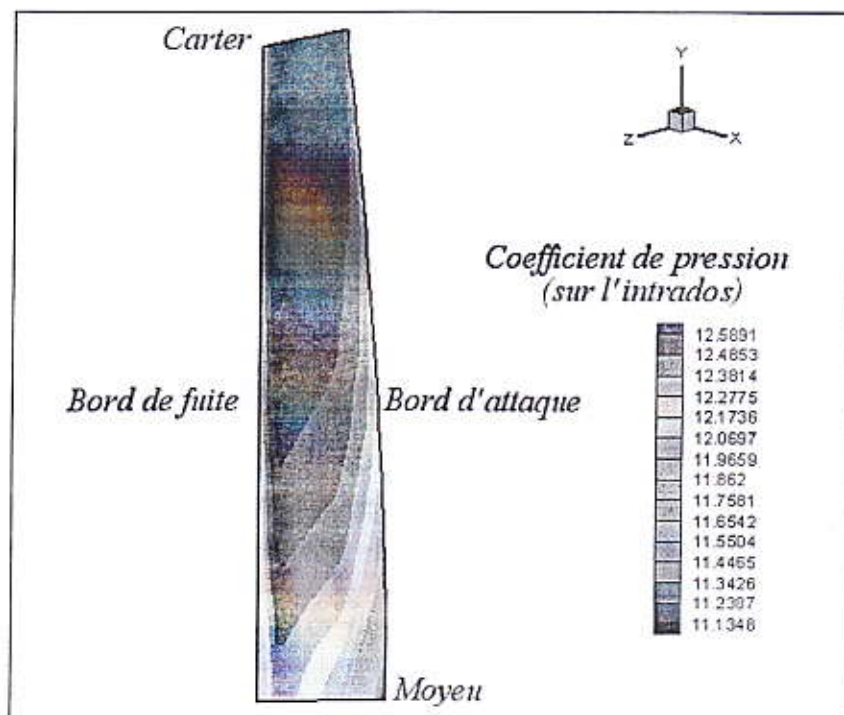
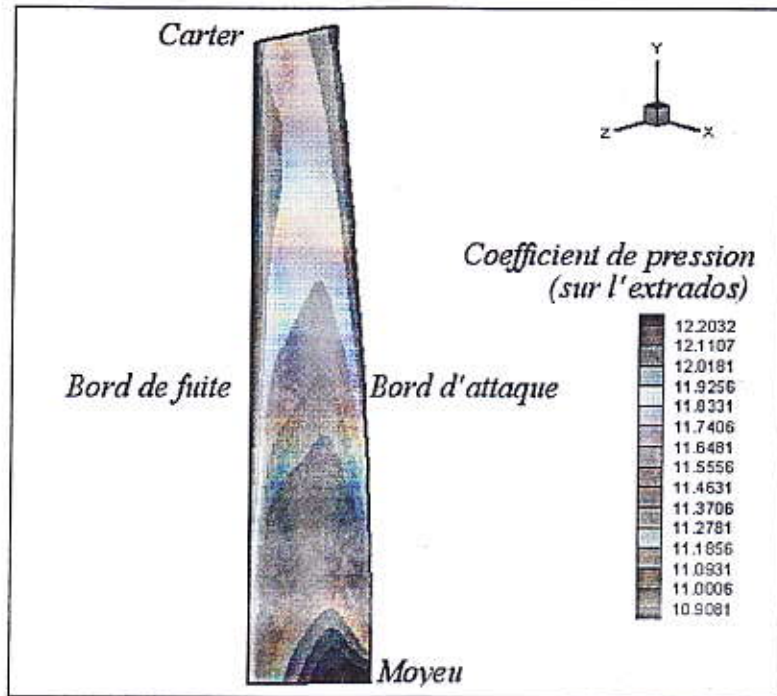
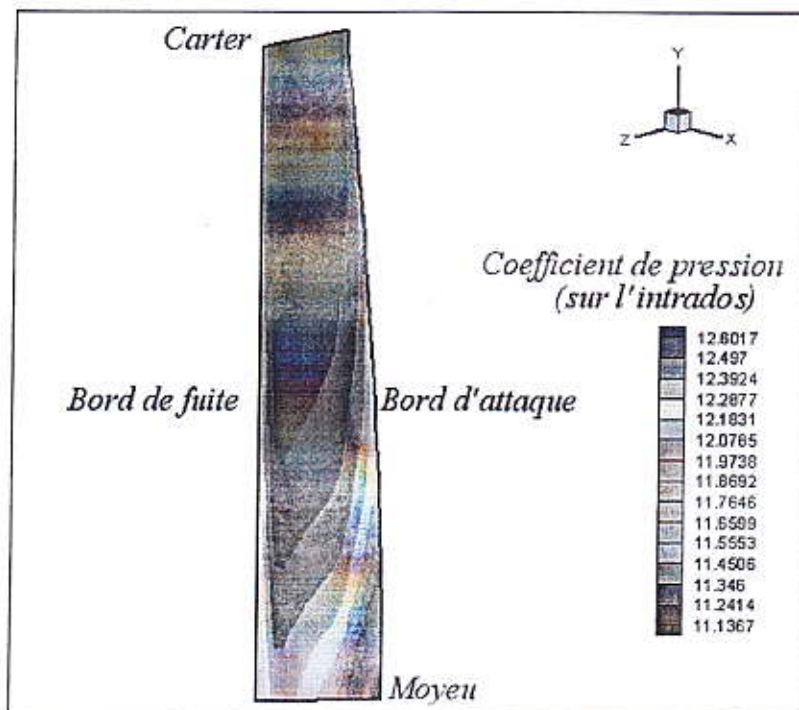
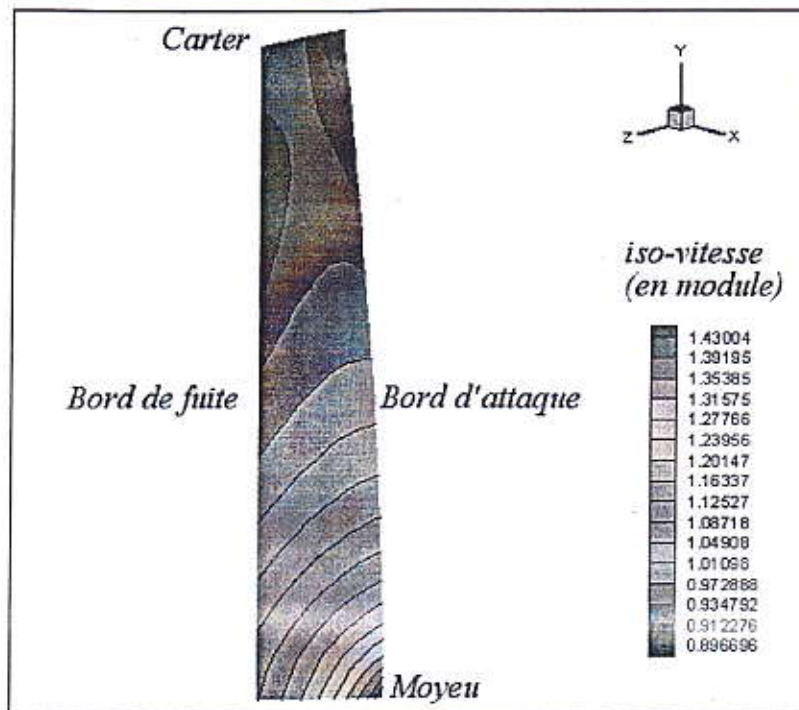
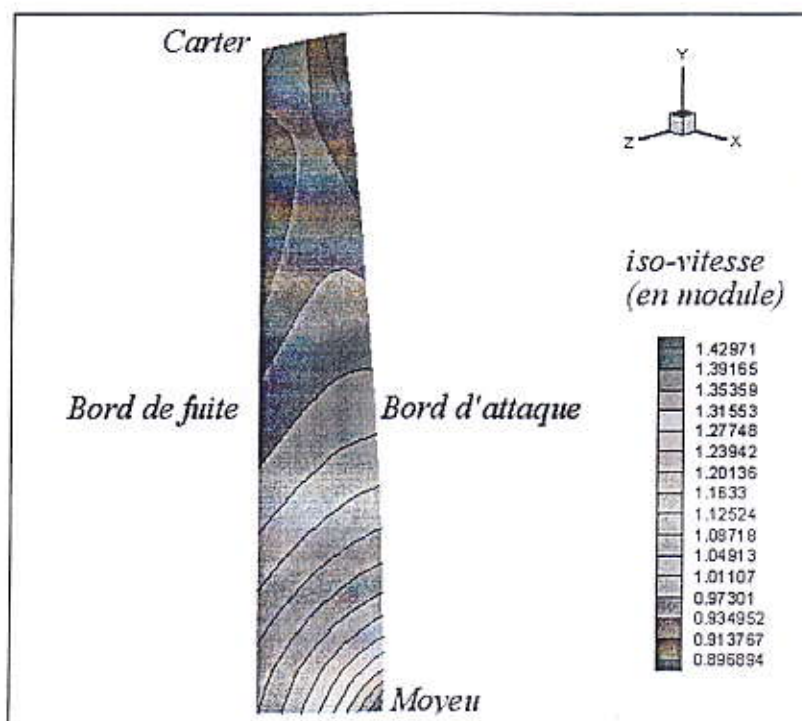


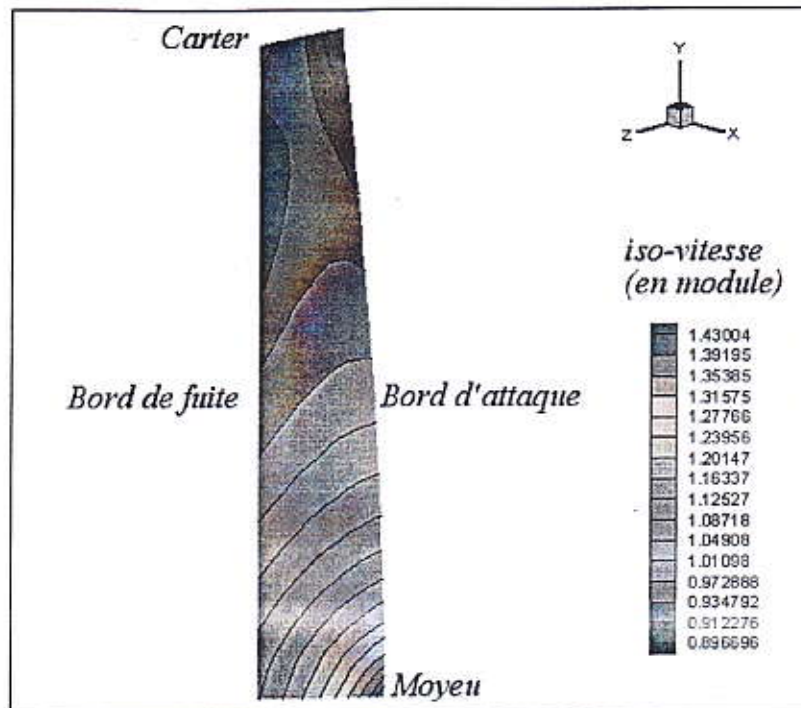
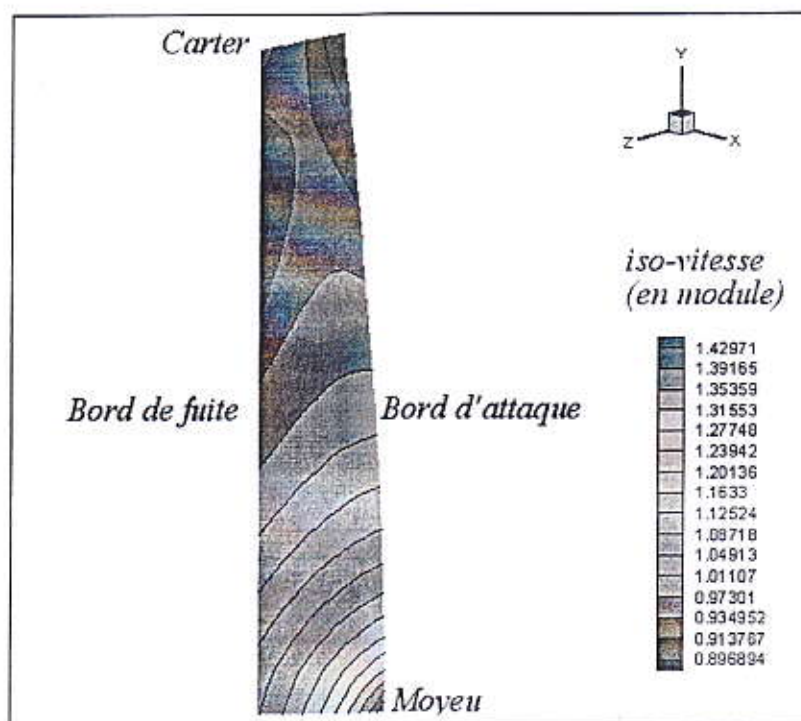
Figure (IV-22) : Coefficient de pression sur l'intrados $\eta=0.7$

Figure (IV-23) : Coefficient de pression sur l'extrados $\eta=1.0$ Figure (IV-24) : Coefficient de pression sur l'extrados $\eta=1.0$

Nous avons aussi tracé les contours de vitesse à différents rendements. Les figures (IV-25-26) montrent les iso-vitesses en module.

Figure (IV-25) : Contours de vitesse pour $\eta=0.7$ Figure (IV-26) : Contours de vitesse pour $\eta=1.0$

D'après les contours de vitesse obtenus, nous remarquons que la vitesse sera plus grande au bord d'attaque sur le moyeu que sur le carter. Sa s'explique par la conservation de la masse dans la zone grille. Lorsque la section de passage de l'air sur le carter sera plus importante que sur le moyeu.

Figure (IV-25) : Contours de vitesse pour $\eta=0.7$ Figure (IV-26) : Contours de vitesse pour $\eta=1.0$

D'après les contours de vitesse obtenus, nous remarquons que la vitesse sera plus grande au bord d'attaque sur le moyeu que sur le carter. Sa s'explique par la conservation de la masse dans la zone grille. Lorsque la section de passage de l'air sur le carter sera plus importante que sur le moyeu.

Les figures (IV-27-28) indiquent les courbes respectives de la rothalpie I et de l'enthalpie H obtenues le long d'une lignes de courant par exemple le moyeu de la turbine. Nous vérifions que, dans le cas sans pertes ($\eta = 1.0$), I se conserve dans le rotor et H dans le stator et dans la zone hors grille. Tandis qu'en cas de pertes ($\eta = 0.7$), il y a dégradation de I dans le rotor et de H dans le stator; on note également la conservation dans la zone hors grille de H et de I indépendamment du cas considéré (avec ou sans pertes).

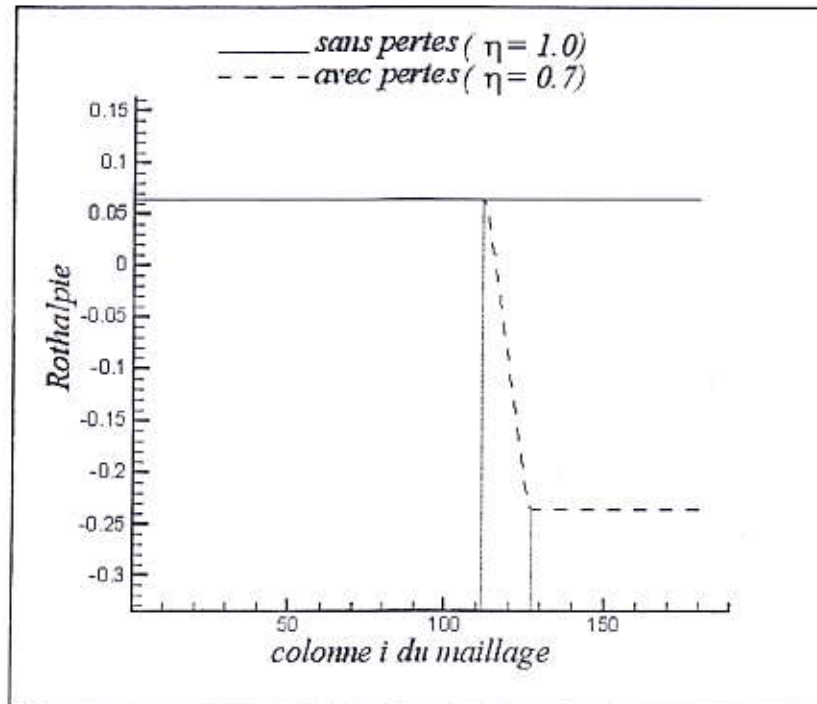


Figure (IV-27) : Effet du rendement sur la courbe de rothalpie

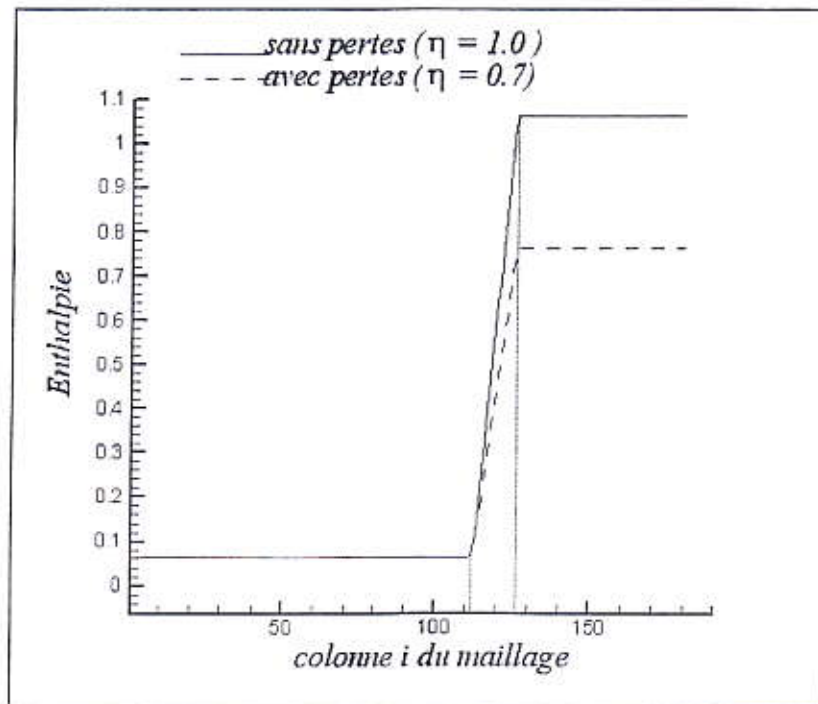


Figure (IV-28) : Effet du rendement sur la courbe d'enthalpie

Le calcul inverse effectué avec cette loi de charge donne une forme d'aube, indiquée en 3 dimensions dans les figures (IV-29-30).

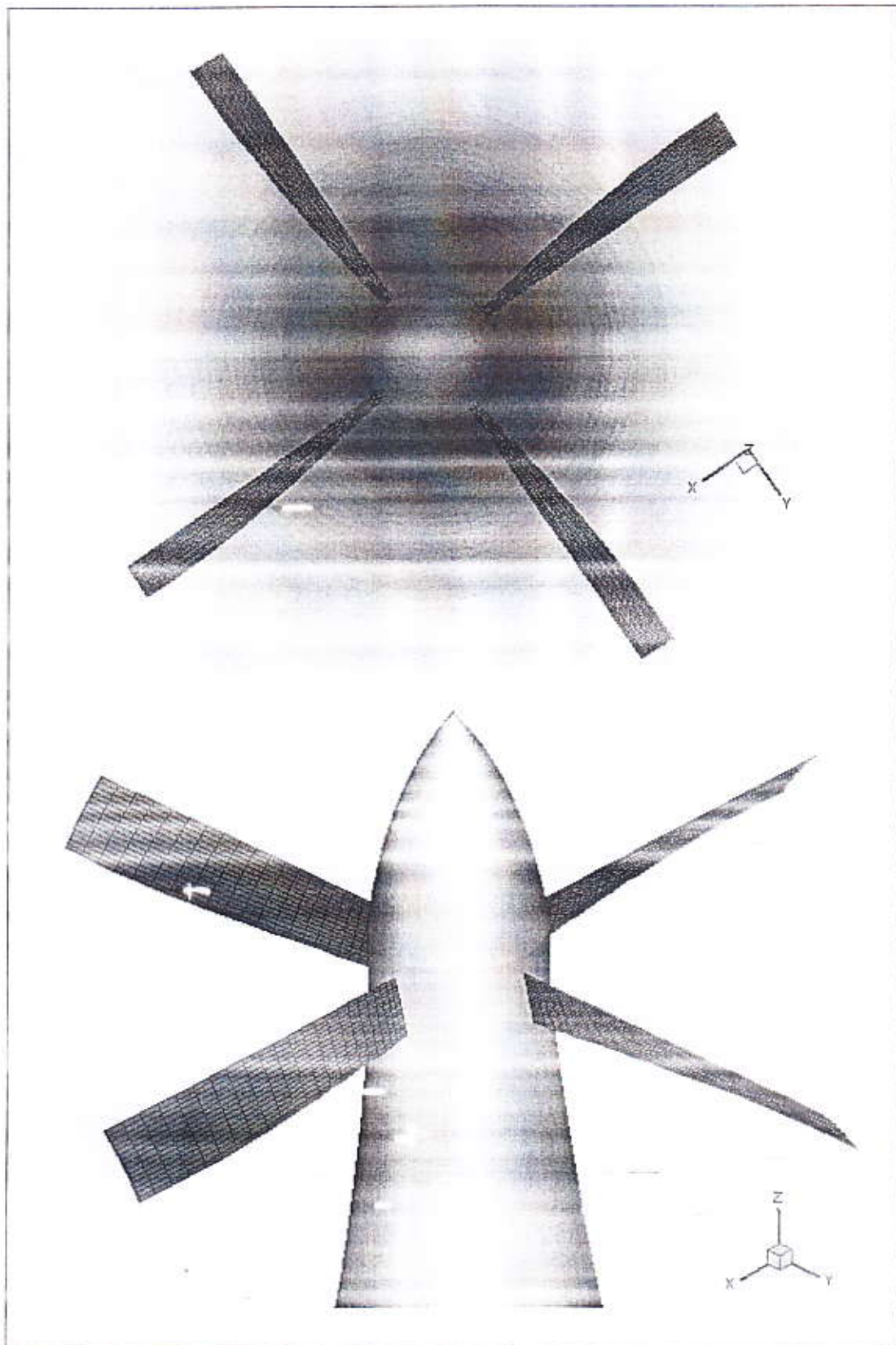


Figure (IV-29) : Visualisation 3D des aubes pour $\eta=0.7$

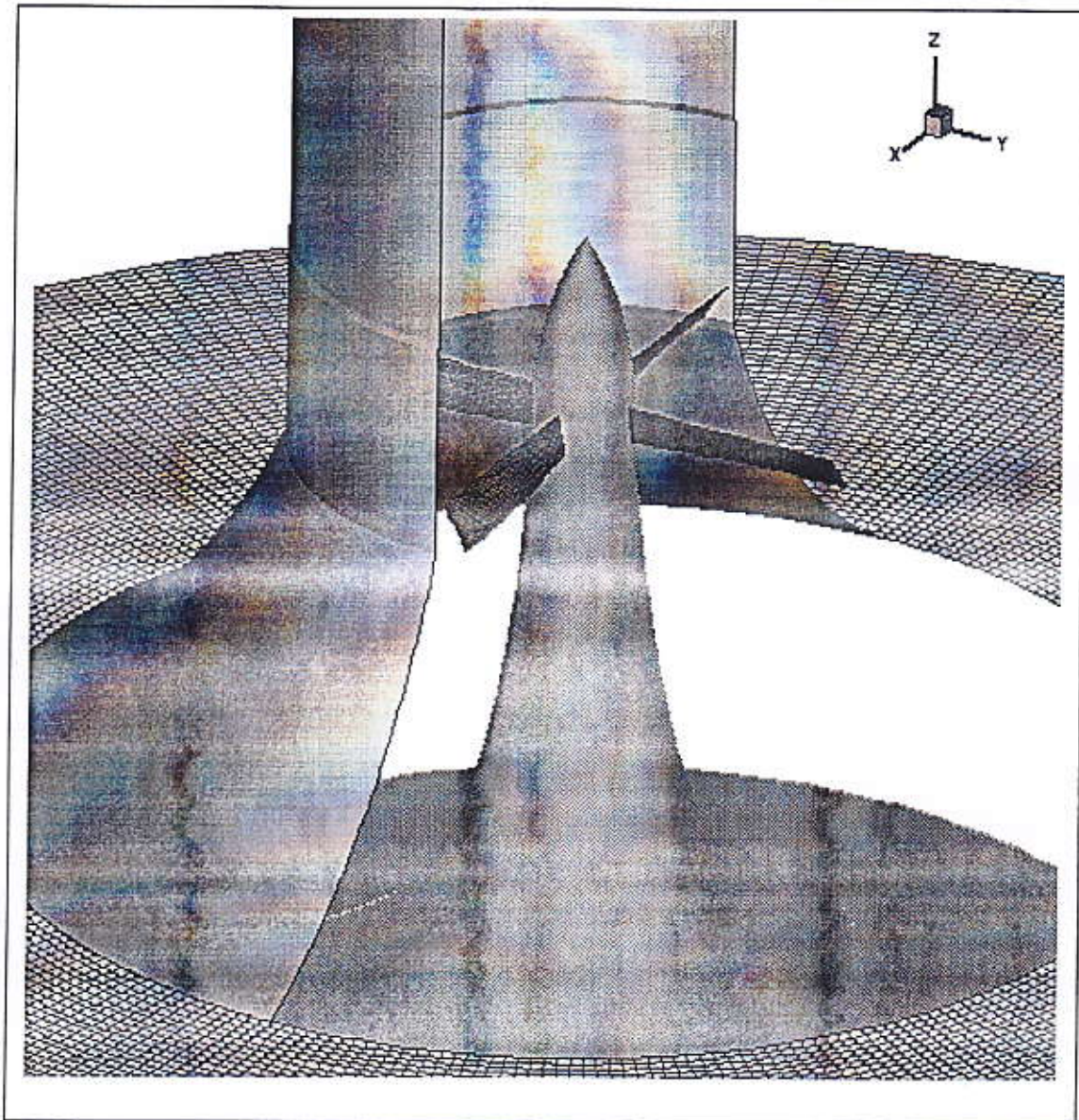


Figure (IV-30) : Visualisation 3D des aubes dans la cheminée solaire

Le tableau suivant présente les valeurs obtenues pour le coefficient de couple moteur (Q : couple moteur), la dissipation par effets visqueux ainsi que le coefficient de puissance (P : puissance de la machine).

Rendement	0.7	0.8	0.9	1.0
C_Q	0.31472	0.31479	0.31487	0.31495
Dissipation	0.00023	0.00015	0.00007	0.00000
C_W	0.22047	0.25196	0.28346	0.31495

En conclusion, nous pouvons dire que la prise en compte des effets de pertes dans la conception soit très importante pour le tracé de la géométrie des aubages d'une turbomachine.

IV-6-3 Effet de loi de charge imposée sur le calcul inverse

Pour voir l'effet du choix de la fonction de charge, nous avons imposé une autre loi de charge, qui est similaire sur le moyeu que sur le carter (figure (IV-31)). Le calcul inverse effectué avec cette nouvelle loi de charge donne une forme d'aubes, indiquée par les figures (IV-32-33). Sur les figures (IV-34-35-36) sont représentées la forme des courbes des pressions C_p , sur l'extrados et l'intrados des aubes, pour les valeurs de rendement $\eta=0.7$ et 1.

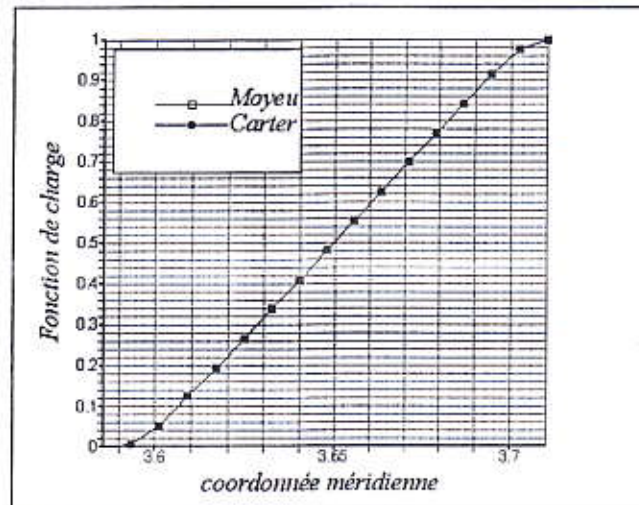


Figure (IV-31) : Deuxième fonction de charge imposée pour le calcul S2 inverse

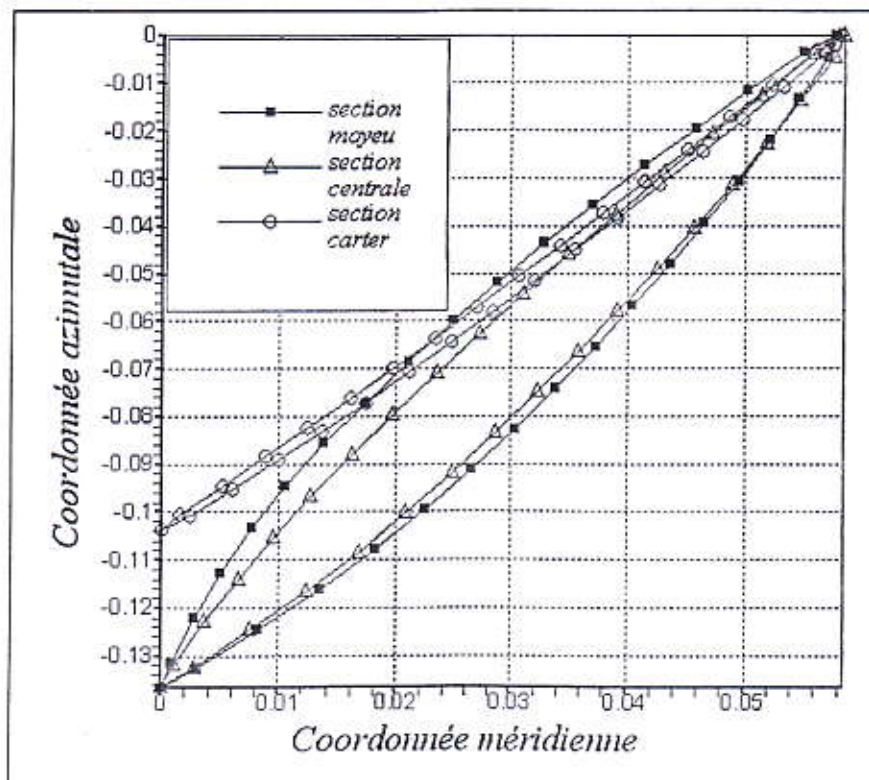


Figure (IV-32) : Section des aubes pour $\eta=0.7$

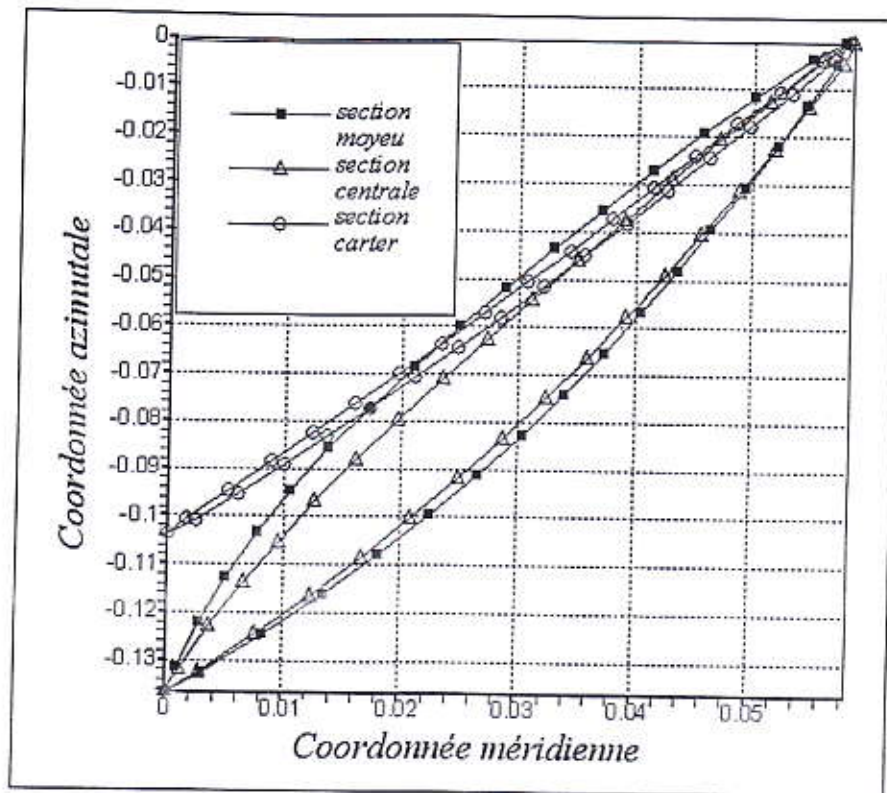


Figure (IV-33) : Section des aubes pour $\eta=1.0$

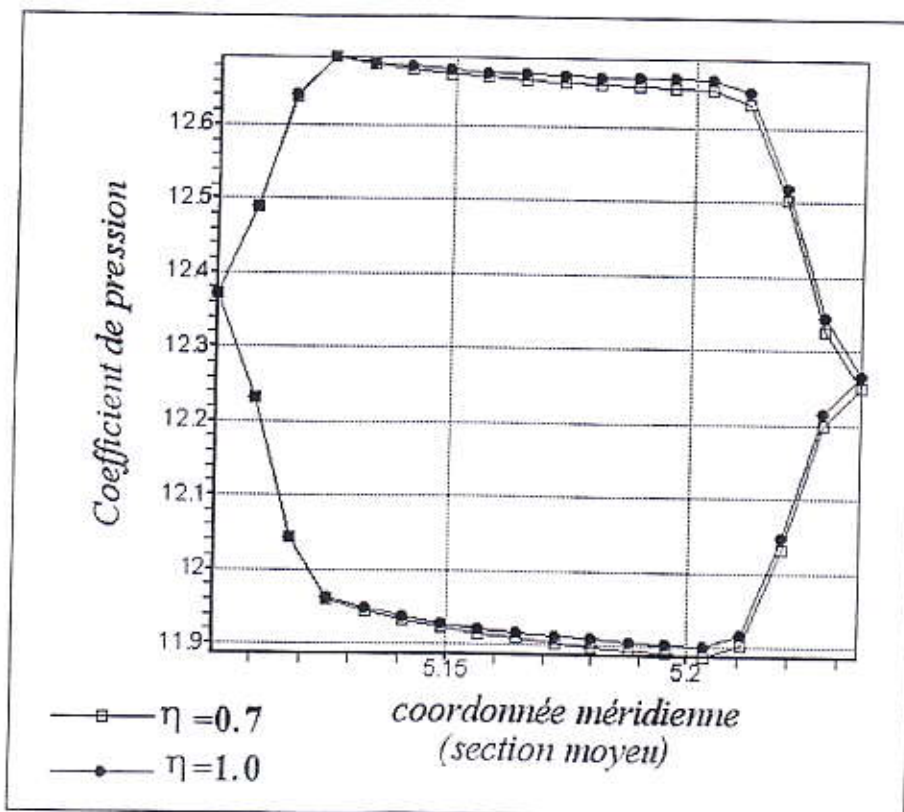


Figure (IV-34) : Coefficient de pression pour la section moyeu

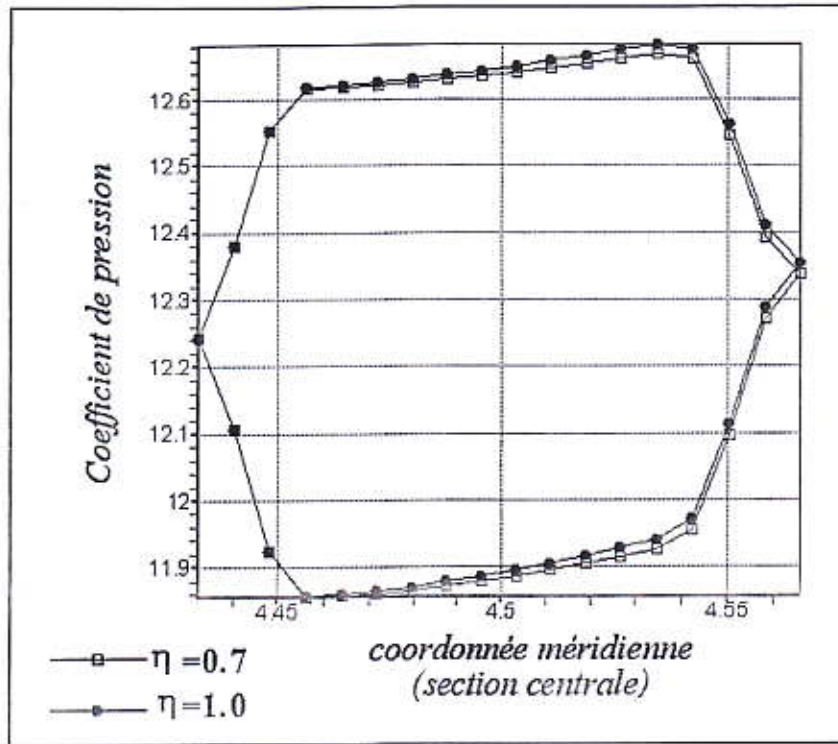


Figure (IV-35) : Coefficient de pression pour la section centrale

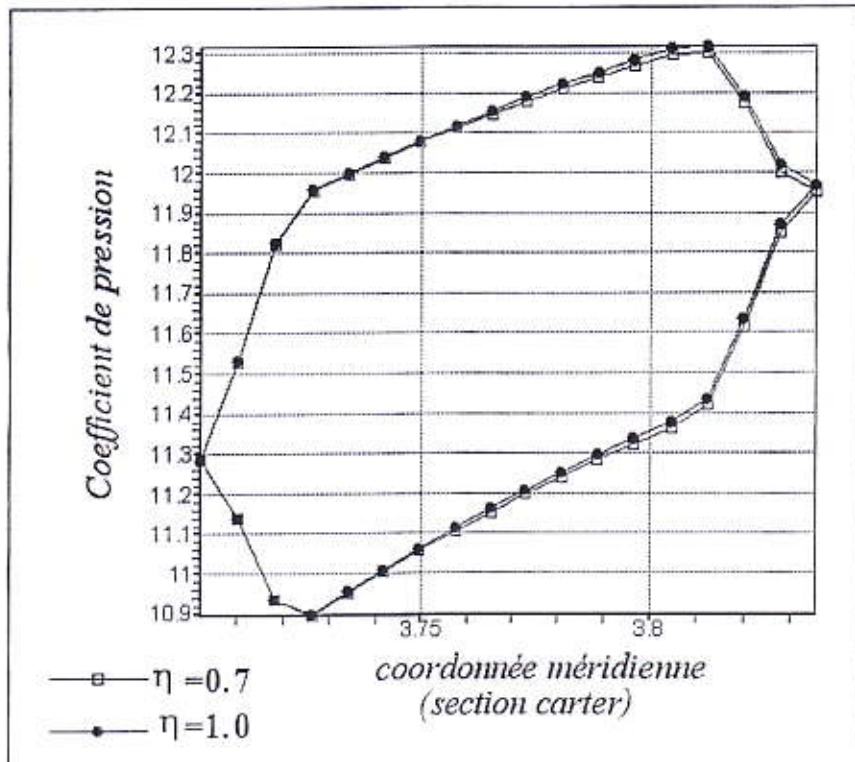


Figure (IV-36) : Coefficient de pression pour la section carter

Les figures (IV-37-38) montrent les contours de pression sur l'extrados et l'intrados de l'aube, pour le rendement $\eta=0.7$. Ainsi que les figures (IV-39-40) présentent les iso-vitesses.

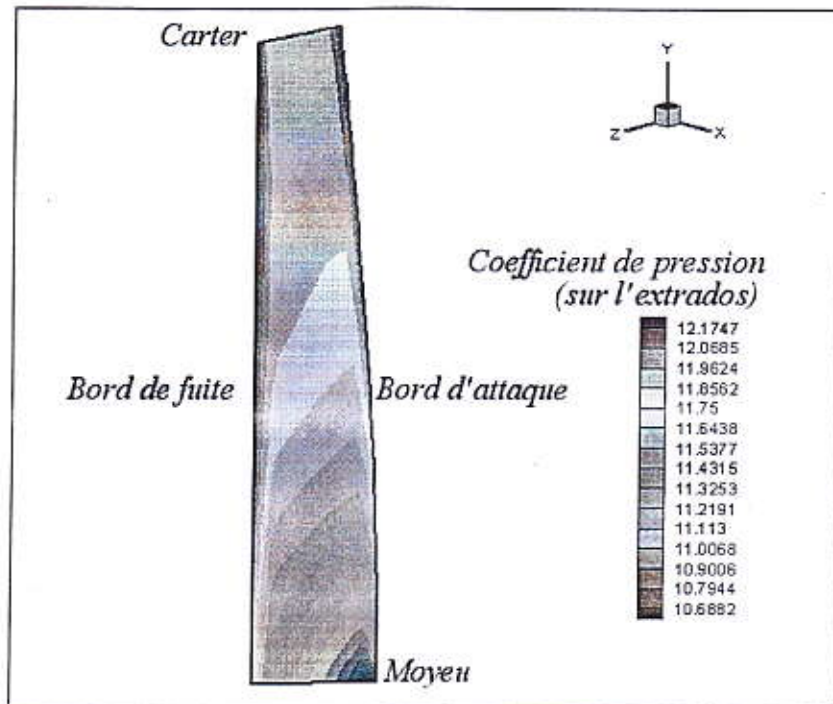


Figure (IV-37) : Coefficient de pression sur l'extrados $\eta=0.7$

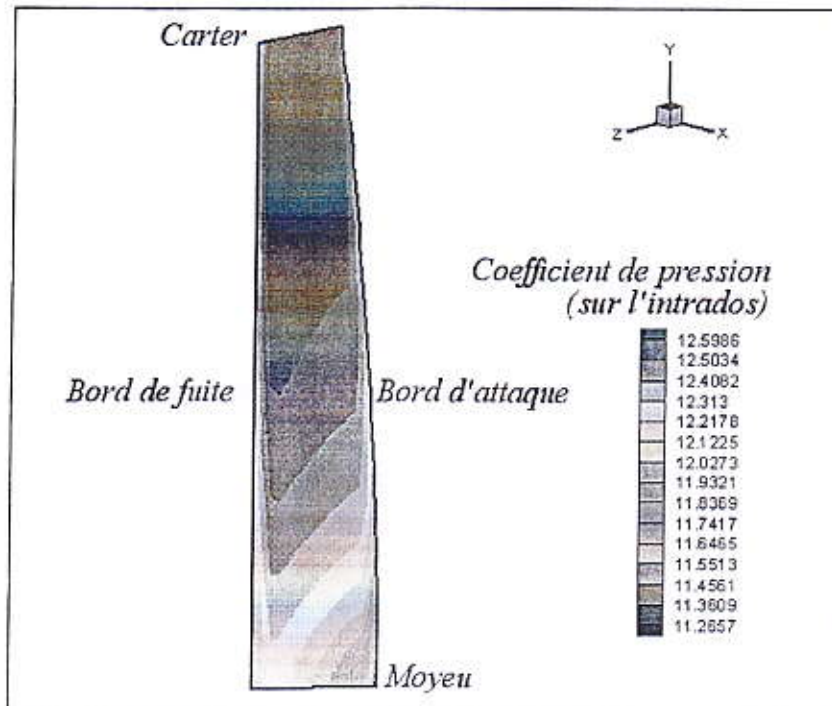


Figure (IV-38) : Coefficient de pression sur l'intrados $\eta=0.7$

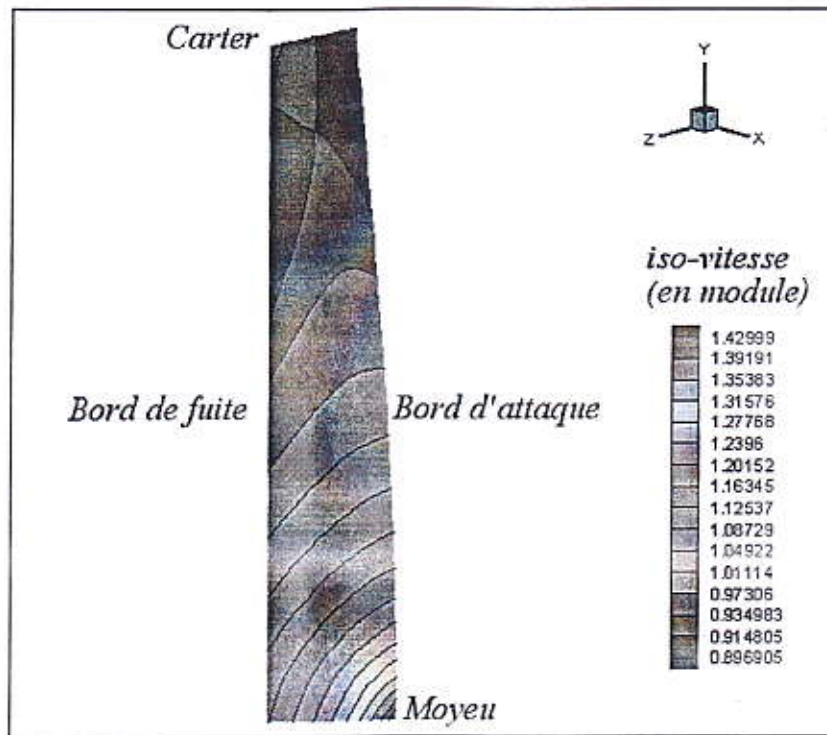


Figure (IV-39) : Contours de vitesse pour $\eta=0.7$

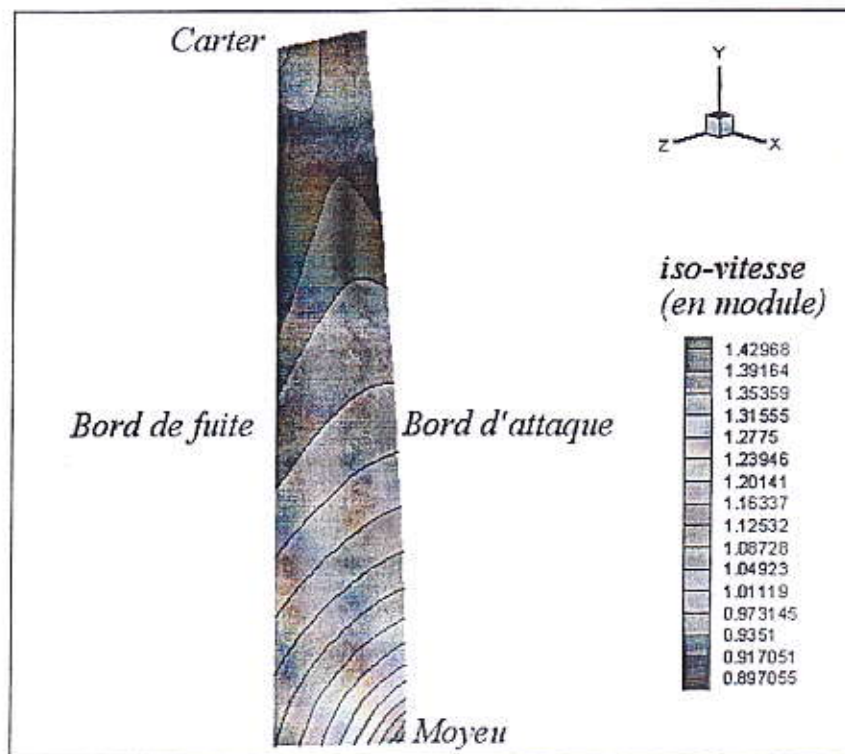


Figure (IV-40) : Contours de vitesse pour $\eta=1.0$

Le tableau suivant présente les valeurs obtenues pour le coefficient de couple moteur (Q : couple moteur), la dissipation par effets visqueux ainsi que le coefficient de puissance (P : puissance de la machine).

Rendement	0.7	0.8	0.9	1.0
C_Q	0.31471	0.31479	0.31487	0.31495
Dissipation	0.00023	0.00015	0.00007	0.00000
C_W	0.22047	0.25196	0.28346	0.31495

En conclusion, nous pouvons dire que le choix d'une loi de charge f imposée est très important pour la conception des géométries des aubes. Lorsque on impose une mauvaise répartition de charge, le calcul S2 inverse donne des profils d'aubes non physiques et irréalisables (profils soit trop minces ou soit, dans certains cas, ayant une forme de queue de poisson). D'où la nécessité d'imposer une répartition de charge optimisée, qui produit une distribution de pression statique sur l'aube permettant d'éviter soit la formation de cavitation, soit le décollement de la couche limite au régime nominal.

IV-6-4 Effet de l'orientation de l'écoulement sur le calcul inverse S2

Pour voir l'effet de la direction de l'écoulement sur le calcul S2 inverse, nous avons intégré dans le domaine de calcul une zone grille fixe (stator). Figure (IV-41).

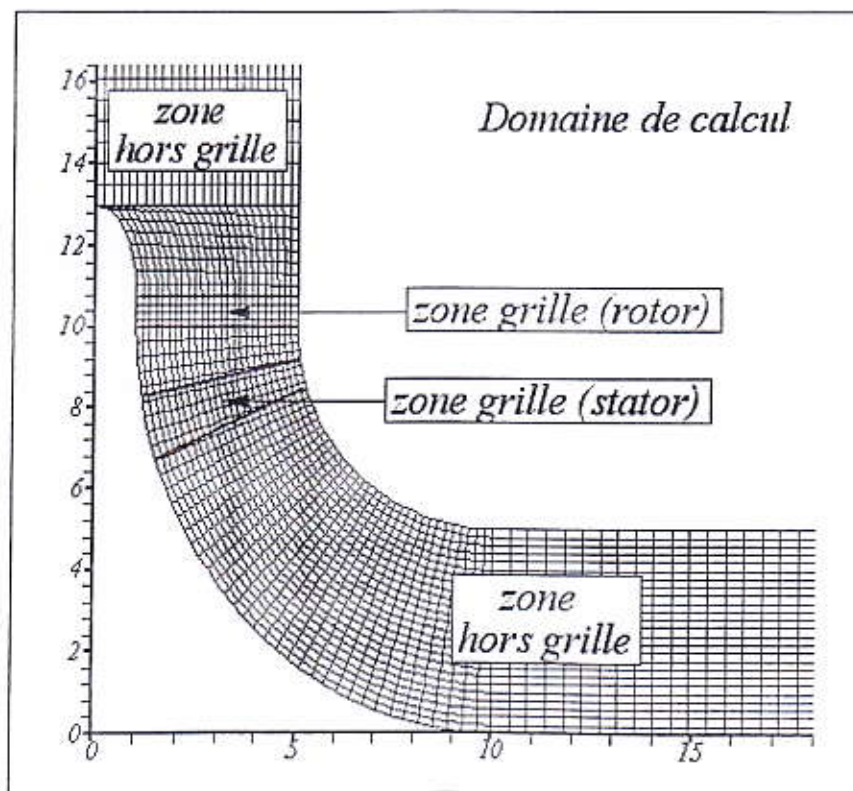


Figure (IV-41) : Domaine de calcul avec un stator

Le stator dans une turbine appelé distributeur, il est situé en amont de la roue mobile (rotor). Le rôle principal d'un distributeur est d'orienter l'écoulement de l'air vers le rotor avec une direction. Aussi il provoque une giration de l'écoulement, pour cela il transforme une partie de l'énergie de pression statique disponible sous forme d'énergie cinétique. Cette énergie est ensuite récupérée au niveau de la roue mobile (rotor).

Pour assurer une bonne direction de l'air sortant du stator, il est nécessaire de minimiser la section de passage de l'air à travers les aubes de stator. Pour cela, nous avons choisis un nombre de pales égal à 12.

Le calcul S2 inverse effectuée avec la loi de charge (figure IV-13)) et pour une valeur de rendement $\eta = 0.7$, donne une forme d'aube pour le stator comme le montre la figure (IV-42).

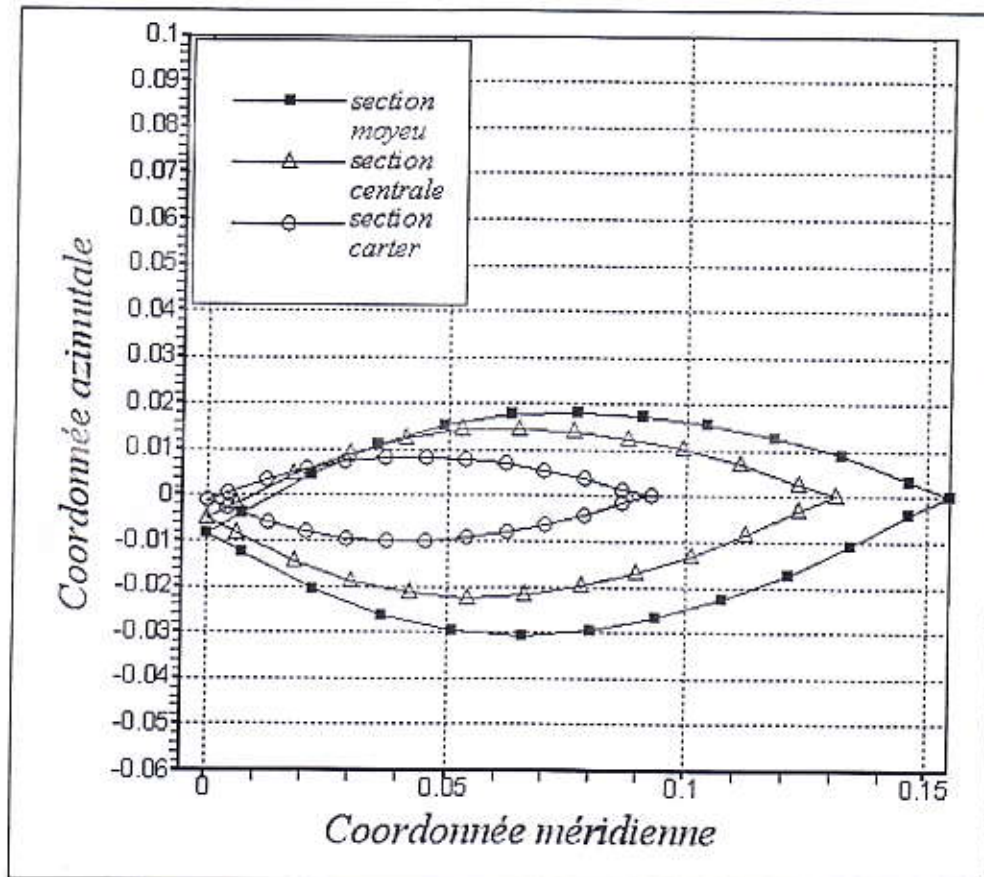


Figure (IV-42) : Géométrie des aubes pour le stator

Nous remarquons que l'inclinaison des aubes de stator sur toutes les sections (moyeu, centrale, carter) est très petites par rapport à l'inclinaison des aubes de rotor. Avec une sortie axiale (l'angle d'inclinaison égal à zéro au bord de fuite) ce qui donne de l'air une direction parfaitement axiale vers le rotor.

Les figures (IV-43-44) montrent les aubes de stator et de rotor avec une vue de face et une vue 3D dans la cheminée solaire respectivement.

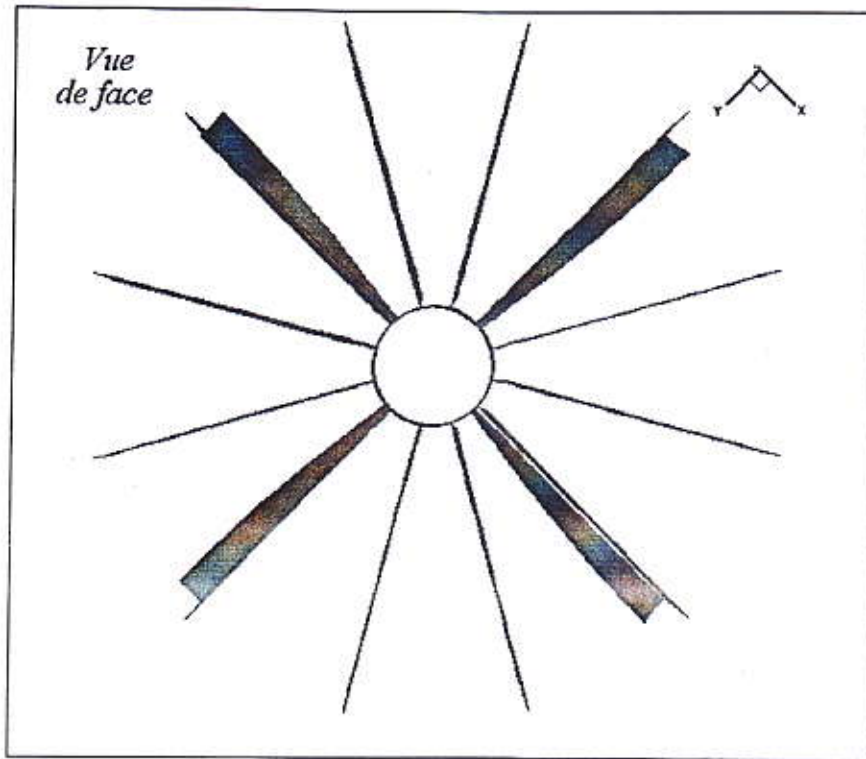


Figure (IV-43) : Vue de face des aubes de stator et de rotor

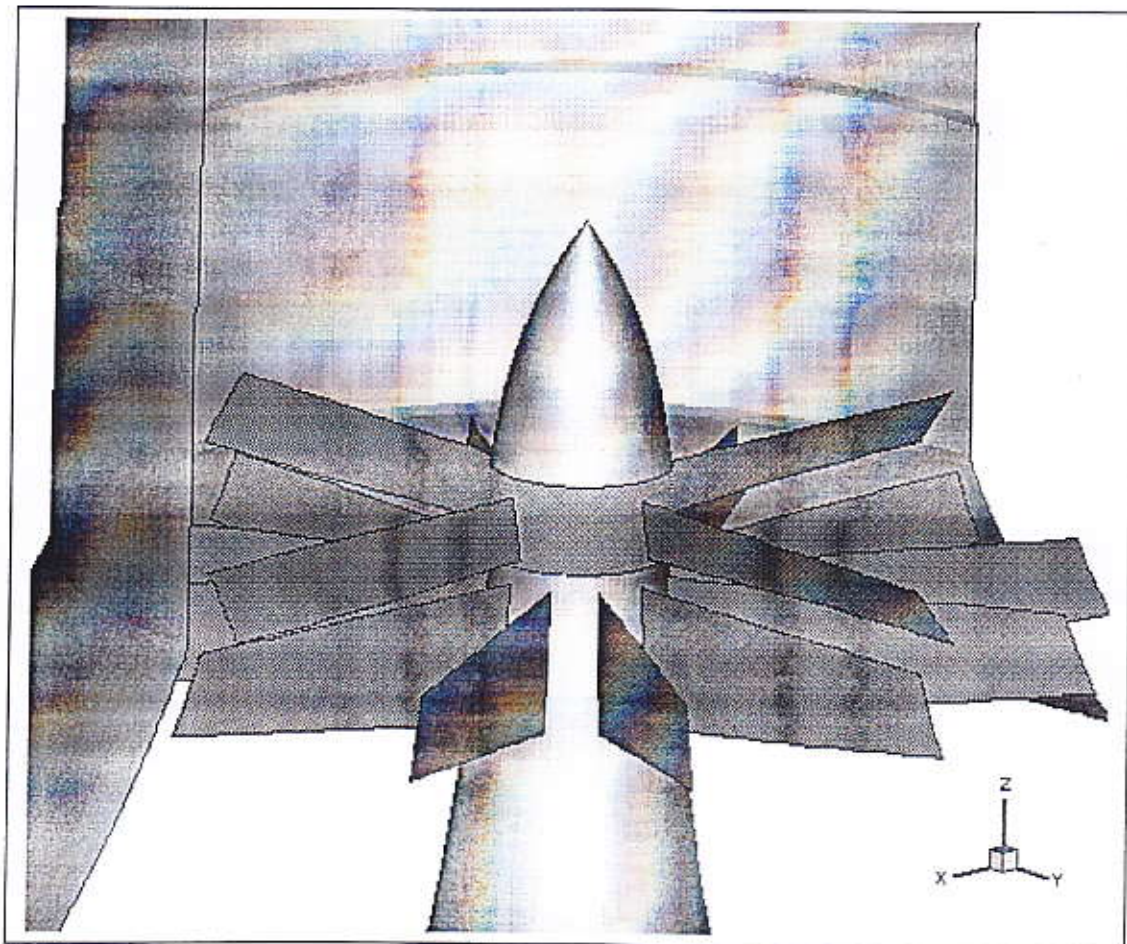


Figure (IV-44) : Visualisation 3D des aubes de stator et de rotor

La figure (IV-45) montre une comparaison sur le moyeu du rotor entre la forme d'aube obtenue sans stator et la forme obtenue avec stator, pour une valeur de rendement $\eta=0.7$.

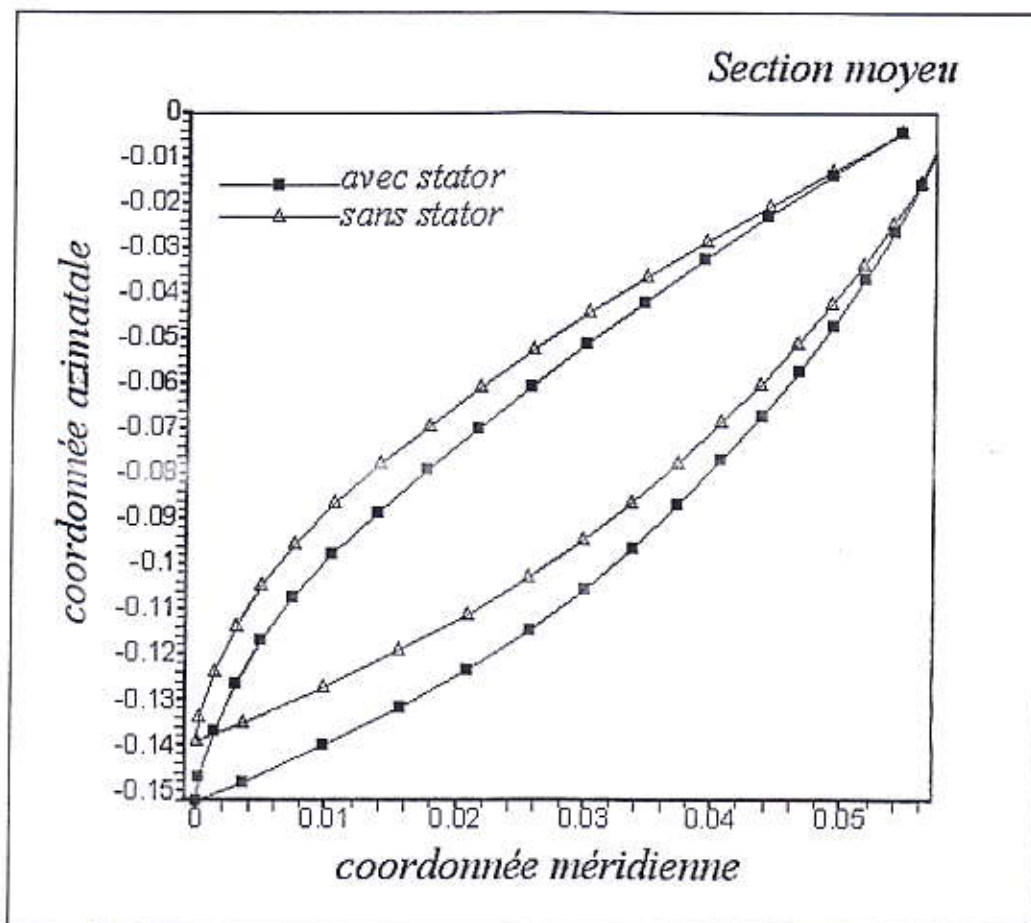


Figure (IV-45) : Comparaison des géométries des aubes du rotor pour $\eta=0.7$

Nous remarquons qu'il y a une différence dans l'inclinaison des aubes entre les deux cas. L'intégration de stator dans le domaine de calcul change l'orientation de l'air qui attaque le rotor, donc le moment cinétique va changer. Ce qui résulte une modification sur l'inclinaison des aubes.

Le tableau suivant présente les valeurs obtenues pour le coefficient de couple moteur (Q : couple moteur), la dissipation par effets visqueux ainsi que le coefficient de puissance (P : puissance de la machine) dans les deux zones grilles (stator et rotor).

	Stator	Rotor
Rendement	0.7	0.7
C_Q	0.24905	10.4180
Dissipation	0.00291	0.35384
C_w	0.76155	0.70702

IV-6-5 Présentation des résultats numériques

Nous allons passer en revue quelques résultats numériques obtenus par la méthode de calcul $S2$ inverse programmée sur Pentium4 MMX 3.40 GHZ :

Le test de convergence est porté sur l'écart entre la solution à l'étape n et la solution à l'étape $(n-1)$.

Avec un maillage (z,r) monoélément (un seul rouet) de 180×25 points, nous avons obtenu une solution précise après 27 itérations et un temps $CPU = 2mn$.

L'erreur obtenue sur l'inclinaison des aubes est égale à 10^{-5} . Quand aux erreurs obtenues sur le champ ψ et le champ $\sqrt{g\Omega^2}$ elles sont évaluée respectivement à :

$$|\psi^n - \psi^{n-1}| < 10^{-6} \quad \text{et} \quad |(\sqrt{g\Omega^2})^n - (\sqrt{g\Omega^2})^{n-1}| < 10^{-6}$$

Par ailleurs, pour assurer la convergence du calcul itératif $S2$ inverse, il est nécessaire de sous relaxer le champ rotationnel $\sqrt{g\Omega^2}$ par un facteur de sous relaxation que l'on optimise :

$$(\sqrt{g\Omega^2})^n = (\sqrt{g\Omega^2})^{n-1} + \omega_r |(\sqrt{g\Omega^2})^n - (\sqrt{g\Omega^2})^{n-1}|$$

La constante de sous relaxation ω_r est augmentée progressivement de 0.05 jusqu'à 1 par pas de 0.05 et toutes les 5 séquences.

Pour la même raison que précédemment, la résolution du champ ψ dans l'équation (III-47) est effectuée avec un facteur de sous relaxation que l'on a optimisé égale à 0.7.

Conclusion générale

L'objectif principal de notre étude est de développer un modèle simple pour la prévision des caractéristiques d'efficacité et de fonctionnement, qu'il nous aide dans l'optimisation de la conception d'une turbine installée dans une cheminée solaire.

Durant cette étude, nous avons mis au point une démarche générale d'optimisation dans la conception et l'analyse de fonctionnement d'une turbine. Cette démarche est composée en deux étapes de calcul numériques, où on utilise différents outils et méthodes.

La première étape est une analyse numérique des champs de vitesse et de température, dans une cheminée solaire basée sur les dimensions globales du prototype de Manzanares. Nous avons étudié l'écoulement laminaire et incompressible due à la variation de la masse volumique selon l'effet d'Archimède (convection naturelle). Avec la variation du nombre de Rayleigh ($Ra = 10^6, 10^7, 10^8, 10^9$), nous avons remarqué que plus le nombre de Rayleigh augmente, le débit massique augmente aussi donc les vitesses serrant plus grandes (énergie cinétique devient plus importante). Les contours de vitesse et de température dans la jonction courbée, nous donne une idée sur le choix de la veine méridienne où on veut intégrer la turbine. Cette zone est située juste à la limite supérieure de la jonction courbée.

Cette première étape est réalisée à l'aide du code de calcul *FLUENT* 6.1.22. Ce logiciel est l'un des grands codes commerciaux en CFD (Computational Fluid Dynamics). Une comparaison des débits massiques adimensionnels à l'entrée et à la sortie de la cheminée solaire, a été faite pour optimiser le maillage choisie, c'est à dire obtenir une meilleure précision possible dans les résultats, en utilisant un nombre total minimum de nœuds. Quelques données résultantes serrant utilisées pour la deuxième étapes concernant la conception de la turbine, tels que, la géométrie de la veine méridienne, le débit massique à l'entrée de la cheminée solaire et la masse volumique de l'air dans la zone considérée.

Pour déterminer la géométrie des aubes de turbomachine, il y a différents types de méthodes de calcul inverse. Parmi elles, on en cite d'abord les méthodes hodographiques, et des approches inverses *S2-S1* (quasi-tridimensionnelle), qui tenir compte de l'aspect tridimensionnel de l'écoulement.

Ce mémoire décrit une approche basée sur le calcul dynamique du rotationnel couplé au calcul de la vitesse qui consiste d'une part à déterminer le rotationnel par le biais de circuits de contrôle fermés permettant de mieux contrôler son évolution tout en assurant que sa divergence dans tout le champ est identiquement nulle dans le cadre où l'écoulement est considéré comme incompressible ; et d'autre part à calculer le champ de vitesse en introduisant une fonction de courant ψ qui permet de garantir la vérification automatique de l'équation de conservation de masse dans tout le champ, et dont l'équation la régissant est obtenue en utilisant la relation entre la vitesse et le rotationnel ainsi déterminé. Une des caractéristiques de cette approche est sa souplesse pour traiter aussi bien le problème inverse que direct. Ainsi, on l'a utilisée pour déterminer la géométrie des aubes de la turbine en traitant le problème *S2* inverse en fluide parfait afin de pouvoir utiliser la notion de tourbillons liés pour schématiser les aubes. Les principaux avantages de l'approche inverse résident sur la position correcte des conditions aux limites à imposer sur les profils d'aubes, et peuvent se résumer comme suit :

- Respect de la loi d'épaisseur de l'aube exigée par la structure.
- Contrôle de la déviation, liée au niveau d'échange énergétique souhaité, compte tenu de l'imposition du moment cinétique en entrée et en sortie de la roue.
- Possibilité d'optimiser le traçage des aubages pour répondre à des spécifications précises telles que les critères de fabrication, de non cavitation ou de non décollement de la couche limite ; ceci par l'imposition d'une répartition adéquate du moment cinétique dans la zone grilles. Cette opération est rendue possible moyennant un certain couplage entre les solutions inverse et directe pour connaître le niveau du

gradient transversal du moment cinétique indispensable à imposer afin d'avoir une aube usinable.

- Possibilité d'étudier sans distinction des machines axiales, radiales ou mixtes.
- Possibilité de traiter le cas de pales intercalaires lorsqu'on désire alléger la surcharge sur les aubes principales.
- Tenir compte des pertes au niveau des aubages pour déterminer leur traçage tout en conservant le saut de pression totale souhaité.

Le calcul $S2$ inverse effectué avec cette approche donne une forme d'aube inclinée au bord d'attaque, pour différents valeurs de rendements ($\eta=0.7, 0.8, 0.9, 1.0$), et pour deux loi de charge imposées. Au bord de fuite l'écoulement de l'air sera aligné avec l'axe de la turbine. L'intégration d'une zone grille fixe (stator) dans le domaine de calcul, donne de l'air une direction parfaitement axiale vers le rotor. Ce qui change la répartition du moment cinétique sur le rotor, et résulte une géométrie d'aube bien adaptée.

Les résultats obtenus jusqu'à présent sont très encourageants de faire continuer ce travail de conception et de fonctionnement, par des mesures très précises concernant les dimensions de la cheminée solaire et sa turbine. Nous espérons que se sera un prototype Algérien, qui va nous permettre de faire l'étude expérimentale en parallèle avec l'étude numérique, afin de pouvoir construire une cheminée solaire en Algérie.

Bibliographie

- [1] Dessus. B., Pharabod. F., Energie solaire PUF Paris 2002.
- [2] Labouret. A., Viloz M., Energie solaire Photovoltaïque, Dunod, Paris 2003.
- [3] Schlaich Bergermann und Partner, " The Solar Chimney". Structural Consulting Engineers 2005.
- [4] Schlaich. J., The solar Chimney: Electricity from the sun. In: Maurer C, editor. Germany: Geislingen; 1995.
- [5] Y.J.Dai, H.B.Huang and R.Z.Wang, "Case study of solar chimney power in Northwestern regions of China ". Renewable Energy 28. 1295-1304;2003
- [6] Treib. F., Langnib. O., Klaib. H., Solar Electricity Generation-Acomparative view of Technologie, Costs and Environmental Impact, Solar Energy 59,NOS,1-3,PP89-99,1997
- [7] AJ.Gannon, T.W.V. Backstrom, "Solar Chimney cycle analysis with system loss and solar collector performance".ASME, Journal of Solar Energy Engineering 122.133-7; 2000.
- [8] M.A.S.Bernardes et al " Numerical analysis of naturel laminaire convection in a radial solar heater ", International Journal Thermique 38,42-50 ELSEVIER, Paris 1999
- [9] N.Pasumarthi, S.A.Sherif " Experimental and theoretical performance of a demonstration solar chimney model – Part I Mathematical Model Development" international journal of energy research, 22,277-288(1998).
- [10] AJ.Gannon, T.W.V. Backstrom, "Compressible flow through solar power plant chimneys". ASME, Journal of Solar Energy Engineering 122:138-45; 2000
- [11] AJ.Gannon, T.W.V. Backstrom, "Solar chimney turbine performance". ASME, Journal of Solar Energy Engineering 125:101-45; 2003
- [12] AJ.Gannon, T.W.V. Backstrom, "Solar chimney turbine characteristics". ASME, Journal of Solar Energy Engineering : 235-241-76; 2004
- [13] Haaf, W., Schlaich. J., Solar Chimneys: Part 1: principal and construction of the pilot plant in Manzanares. In Journal of Solar Energy, 2, 20-3, 1983.
- [14] Mullet, L.B, The solar Chimney: overall efficiency, design and performance. In Journal of Ambient Energy 8, 35-40.
- [15] Wu, C. H., "A General Theory of Three-Dimensional Flow in Subsonic and Supersonic Turbomachine in Radial, Axial and Mixed Flow Types," NACA TN 2604. 1952.

- [16] Legendre., Tracé des ailettes pour fluide à densité constante, ATMA 1939.
- [17] Jacquotte O.P., Une méthode inverse pour la détermination d'aubes de turbomachines, AGARD C-P-463, Computational Methods for Aerodynamics Design (Inverse) an Optimization, pp. 1-16, 1989.
- [18] Legendre R., Calcul d'un profil ou d'une grille de profils pour une distribution de vitesse donnée en fonction du potentiel. Recherche Aérospatiale, No 4, pp. 213-232, 1972.
- [19] Karadimas G., Définition des profils d'aubages de turbomachine par une méthode analytique. 3ème Symposium Franco-Soviétique, Paris, December, 1-4, 1969.
- [20] Meauze G., Méthode de calcul aérodynamique inverse pseudo-instationnaire. La Recherche Aérospatiale, No. 1980-1, English translation, ESA TT 651, pp. 23-30, 1980.
- [21] Dulikravitch D.S. and Sobieczky H., A Computational Design Method for Transonic Turbomachinery Cascades, ASME Paper 82-GT-117, 1982.
- [22] Settou N., Luu T.S., Contribution à la conception des hélices marines', Quatrième Journées de l'Hydrodynamique, Nantes-France, 1-3 Mars 1993 .
- [23] Sovrano R., Ribaud Y., Approche des écoulements compressibles dans les turbomachines par une méthode de calcul axisymétrique, ONERA TP n ° 1970-60, 1979.
- [24] Borges J.E., A Three-dimensional Inverse Method for Turbomachinery: Part 1 Theory, Journal of Turbomachinery, ASME, 1994.
- [25] Agard, 1989, Blading Design for Axial Flow Turbomachines, AGARD LS 167.
- [26] Howard, M. A., Walton, J. H., et Uppington, D. C., 1987, "Computer System Aerodynamic and Thermal Design of Turbines," Institute of Mechanical Engineers, London, Pa C33/187
- [27] Nojima et al., 1988, "Development of Aerodynamic Design System for Centrifugal Compressors," Mitsubishi Heavy Industries, Technical Review, Vol. 25, No. 1.
- [28] Noguera, R., Bakir, F. et Rey, R., 1998, Dimensionnement des turbomachines, Tome II, ENSAM - Paris.
- [29] Rey, R., 1981, Méthode générale de détermination d'un étage de turbomachine axiale de compression, Th. d'Etat. Paris VI.
- [30] Bakir, F., 1992, "Méthode de dimensionnement et d'analyse des machines de compression hélico-centrifuges en régime incompressible", Th. Méc., ENSAM - Paris.

- [31] Abbott, I. H., Von Doenhoff, A. E., 1959, Theory of wind sections, Dover Publications.
- [32] Wilkinson, D. H. 1967, A numerical solution of the analysis and design problems for the flow past one or more aerofoils or cascades. A.R.C. R & M, No. 3545.
- [33] Lewis, R. L., 1982, "A Method for Inverse Aerofoil and Cascade Design by Surface Vorticity," ASME Paper 82-GT-154.
- [34] Lewis, R. L., 1991, Vortex Element Methods for Fluid Dynamic Analysis of Engineering system. Cambridge Engine Technology Series, Cambridge University Press.
- [35] Luu, T.S., Viney, L. Bencherif, 1992, Inverse problem using S2-S1 approach for the design of turbomachines with splitter blades, Revue Française de Mécanique, p. 209-224, n°.3, France.
- [36] Schlichting, H., 1979, Boundary Layer Theory, 7th ed., McGraw-Hill, New York.
- [37] Hirsch, C., 1990, Numerical Computation of Internal and External Flows, Vols. 1 et 2, John Wiley & Sons, New York.
- [38] Peyeret, R., et Taylor, T. D., 1983, Computational Methods for Fluid Flow, Springer-Verlag, New York.
- [39] Lakshminarayana, B., 1995, "Fluid Dynamics and Heat Transfer of Turbomachinery," A Wiley-Interscience Publication, New York.
- [40] Karamachetti, K., 1966, Principles of Ideal-Fluid Aerodynamics, John Wiley & Sons, New York.
- [41] Hirsch, C., et Warzee, G., 1976, "A Finite Element Method for Through Flow Calculations in Turbomachines," J. Fluids Eng., Vol. 98, 403-421.
- [42] Young, L., 1958, Runners of experimental turbo-machines, 185, 376, Engineering, London.
- [43] Cooper, P., et Bosch, H., 1966, "Three-Dimensional Analysis of Inducer Flow," NASA CR 54836.
- [44] Marsh, H. 1966, A digital computer program for the through-flow fluid mechanics of an arbitrary turbomachine using a matrix method. A. R. C. R. & M., No. 3509.
- [45] Denton, J. D. 1982, An improved time-marching method for turbomachinery flow calculation. ASME Int. Gas Turbine Conf., Wembley, England, Paper 82-GT-239
- [46] Potts, I. 1991 Projection techniques for quasi 3-D computation of blade-to-blade flow in axial turbomachines. Proc. 9th Conf. on Fluid Machinery, Budapest, Paper No. 49, 380.
- [47] Wislicenus, G. F., 1965, Fluid Mechanics of Turbomachinery, Dover, New York.

- [48] Weiss, P., 1996, Etude théorique et expérimentale de la compression diphasique. Application au pompage de liquides aérés, Th. Méc., ENSAM - Paris.
- [49] Scholz, N., 1965, Aerodynamik der Schaufelgitter, Band I, Vrelag G. Braun, Karlsruhe (traduit par A. Klein, AGARDograph No. AG 220, 1977).
- [50] Gostelow, J. P. 1984, Cascade Aerodynamics , Pergamon Press. Elmsford, NY.
- [51] Adler, D., 1980, "Status of Centrifugal Impeller Internal Aerodynamics, Part I: Inviscid Flow Prediction Methods," J. Eng. Power, Vol. 102, pp. 728-737; "Part II: Experiments and Influence of Viscosity," J. Eng. Power, Vol. 102, pp. 738-746.
- [52] McNally, W. D., et Sockol, P. M., 1981, "Computational Methods for Internal Flows with Emphasis on Turbomachinery," NASA TM82764 (condensed version in J. Fluids Eng., Vol. 107, 1985).
- [53] Lakshminarayana, B., 1986, "Turbulence Modelling for Complex Shear Flows," AIAA J., Vol. 24, No. 12, pp. 1900-1917.
- [54] Narashima, R., 1985, "The Laminar-Turbulent Zone in the Boundary Layer," Prog. Aerospace Sci., Vol. 22, p. 29.
- [55] Mayle, R. E., 1991, "The Role of Laminar-Turbulent Transition in Gas Turbine Engines," J. Turbomachinery, Vol. 113, p. 509.
- [56] Lyman, F. A., 1993, On the Conservation of Rothalpy in Turbomachinery, J. of Tubomachinery, Vol 115, p. 520.
- [57] Horlock, J. H., 1973, Axial Flow Compressors, Kreiger Publishing Co., Melbourne, FL.
- [58] Smith, L.H.Jr., 1966 "The Radial Equilibrium Equation of Turbomachinery," Trans ASME, J. Eng. Power 88, 1-12.
- [59] Hawthorne, W. R., et Horlock J. H., 1962, "Actuator Disc Theory of the pressible Flow in Axial Flow Compressors," Proc. Inst. Mech. Eng., Vol. 1 30 . 789.
- [60] Marble, F., 1964, "Three-Dimensional Flow in turbomachines," in Aerodynamics of Turbines and Compressors, W. R. Hawthorne, ed., Vol. 10, Princeton University Press, Princeton, NJ.
- [61] Oates, G. C., 1972, "Actuator Disc Theory for Incompressible Highly Rotating Flows," J. Basic, Vol. 94, p 613.
- [62] Horlock, J. H., et Marsh, H., 1971, "Flow Models for Turbomachines," J. Mech. Eng. Sci., Vol. 13, p. 358.
- [63] Sehra, A., Kerrebrock, 1981, Blade-to-blade Effects on Mean Flow in Transonic Compressors, AIAA J., v. 19, 476-483.

- [64] Jennions, I. Y., Stow, P., 1985, "A Quasi Three-Dimensional Turbomachine Blade Design System, Parts I and II," J. Eng. for Gas Turbines and Power, Vol., 107, pp. 301-316.
- [65] Documentation FLUENT" User's Guide" Fluent Inc. July 26,1998.
- [66] Luu T.S " Introduction au calcul tensoriel et résolution par différences finies en mécanique des fluides" LIMSI Orsay, 1983

annexe A

Opérateurs usuels dans un repère curviligne

Toutes ces généralités sur les coordonnées curvilignes sont détaillées dans le manuel de Luu [66], où sont développées les expressions explicites qui définissent, dans un repère curviligne, tous les opérateurs utilisés dans ce travail, et que nous rappelons brièvement ici afin de pouvoir écrire toutes les équations fondamentales dans le système curviligne (ξ^i) .

Dérivée covariante ou gradient d'une fonction scalaire

Considérons une fonction scalaire $\phi(M)$, la variation de ϕ due à la variation de M ($\overrightarrow{\delta M} = \delta \xi^i \vec{e}_i$) peut s'écrire :

$$\phi(M + \delta M) - \phi(M) = \frac{\partial \phi}{\partial \xi^i} \delta \xi^i = \overrightarrow{\delta M} \cdot \nabla \phi$$

où le vecteur $\nabla \phi$ défini par ses composantes covariantes est appelé le gradient de ϕ :

$$\nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial \xi^i} \vec{e}^i = \nabla_i \phi \vec{e}^i$$

L'opérateur ∇_i appliqué à un scalaire représente la dérivation partielle par rapport à ξ^i : $\partial(\dots)/\partial \xi^i$.

Divergence d'un vecteur

Aux termes du calcul tensoriel, la divergence de \vec{V} est obtenue par la contraction du tenseur $\nabla \vec{V}$, soit $\nabla \cdot \vec{V}$, on peut écrire :

$$\nabla \cdot \vec{V} = \nabla_k V^k = \frac{\partial V^k}{\partial \xi^k} + \Gamma_{kl}^k V^l$$

or on peut montrer que l'opération de contraction de l'indice haut avec l'un des indices bas appliquée au symbole de Christoffel donne :

$$\Gamma_{ik}^i = \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial \sqrt{g}}{\partial \xi^k}$$

La divergence d'un vecteur peut être donc écrite :

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{V} &= \frac{\partial V^k}{\partial \xi^k} + \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial \sqrt{g}}{\partial \xi^k} V^k \\ &= \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial (\sqrt{g} V^k)}{\partial \xi^k}\end{aligned}$$

Rotationnel d'un vecteur

En désignant par $\vec{\Omega}$ le rotationnel de \vec{V} , on peut écrire :

$$\vec{\Omega} = \nabla \times \vec{V}$$

Aux termes du calcul tensoriel, le vecteur rotationnel $\vec{\Omega}$ est appelé vecteur adjoint de \vec{V} obtenu par le produit contracté du tenseur de Lévy-chivita η avec le tenseur $\nabla \vec{V}$, on peut écrire :

$$\vec{\Omega} = \eta \cdot (\nabla \vec{V})$$

Il vient que :

$$\begin{aligned}\Omega^k &= \left(\frac{1}{\sqrt{g}} \right)^{ijk} [\nabla_i V_j - \nabla_j V_i] = \left(\frac{1}{\sqrt{g}} \right)^{ijk} \left[\frac{\partial V_j}{\partial \xi^i} - \Gamma_{ij}^l V_l - \frac{\partial V_i}{\partial \xi^j} + \Gamma_{ji}^l V_l \right] \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{g}} \right)^{ijk} \left[\frac{\partial V_j}{\partial \xi^i} - \frac{\partial V_i}{\partial \xi^j} \right]\end{aligned}$$

Il faut noter que $(g^{jl}\Gamma_{lm}^j - g^{jl}\Gamma_{lm}^i)$ n'est pas nul en général.

Produit vectoriel

Deux vecteurs \vec{U} et \vec{V} définis par $\vec{U} = U^i \vec{e}_i$ et $\vec{V} = V^i \vec{e}_i$ ont leur produit vectoriel $\vec{U} \times \vec{V}$ donné par :

$$\begin{aligned}\vec{U} \times \vec{V} &= (U^1 \vec{e}_1 + U^2 \vec{e}_2 + U^3 \vec{e}_3) \times (V^1 \vec{e}_1 + V^2 \vec{e}_2 + V^3 \vec{e}_3) \\ &= (U^2 V^3 - U^3 V^2)(\vec{e}_2 \times \vec{e}_3) + (U^3 V^1 - U^1 V^3)(\vec{e}_3 \times \vec{e}_1) \\ &\quad + (U^1 V^2 - U^2 V^1)(\vec{e}_1 \times \vec{e}_2)\end{aligned}$$

or, on sait que : $\vec{e}_i \times \vec{e}_j = \sqrt{g} \vec{e}^k$, le produit vectoriel devient alors :

$$\vec{U} \times \vec{V} = \sqrt{g}(U^2 V^3 - U^3 V^2) \vec{e}^1 + \sqrt{g}(U^3 V^1 - U^1 V^3) \vec{e}^2 + \sqrt{g}(U^1 V^2 - U^2 V^1) \vec{e}^3$$

Produit scalaire

Le produit scalaire de deux vecteurs peut s'écrire de façon différente à l'aide de leurs composantes contravariantes et covariantes :

$$\begin{aligned} \vec{U} \cdot \vec{V} &= U^i \vec{e}_i \cdot V^j \vec{e}_j = g_{ij} U^i V^j \\ &= U_j \vec{e}^j \cdot V^i \vec{e}_i = U_j V^j \\ &= U^i \vec{e}_j \cdot V_i \vec{e}^i = U^i V_i \\ &= U_i \vec{e}^i \cdot V_j \vec{e}^j = g^{ij} U_i V_j \end{aligned}$$

Dérivée contravariante

Jusqu'à maintenant, on n'a considéré que la dérivée covariante des quantités tensorielles : l'opérateur ∇_j , puisque dans cette opération figure $\partial(\dots)/\partial \xi^i$ que l'on peut traduire par une expression de différences finies, du fait que le maillage ξ^i est toujours défini dans l'espace physique. Par contre, le maillage ξ_i , ne peut être toujours tracé, ce qui ne veut pas dire que l'opérateur ∇^i qui contient $\partial(\dots)/\partial \xi_i$ n'existe pas, quand on en a besoin dans l'analyse, on peut écrire :

$$\nabla^i(A) = g^{im} \nabla_m(A)$$

annexe B

Résumé du calcul numérique à l'aide du logiciel
FLUENT

FLUENT

Version: axi, dp, segregated, lam (axi, double precision, segregated, laminar)

Release: 6.1.22

Title:

Models

Model	Settings
Space	Axisymmetric
Time	Steady
Viscous	Laminar
Heat Transfer	Enabled
Solidification and Melting	Disabled
Radiation	None
Species Transport	Disabled
Coupled Dispersed Phase	Disabled
Pollutants	Disabled
Soot	Disabled

Boundary Conditions

Zones

name	id	type
air	2	fluid
entrée	9	pressure-inlet
centre	3	wall
cheminée	4	wall
axe	5	axis
colecteurhaut	6	wall
colecteurbas	7	wall
sortie	8	pressure-outlet
default-interior	11	interior

Boundary Conditions

air

Condition	Value
Material Name	air
Specify source terms?	no
Source Terms	()
Specify fixed values?	no
Fixed Values	()
Motion Type	0
X-Velocity Of Zone	0
Y-Velocity Of Zone	0

Rotation speed	0
Porous zone?	no
X-Component of Direction-1 Vector	1
Y-Component of Direction-1 Vector	0
Direction-1 Viscous Resistance	0
Direction-2 Viscous Resistance	0
Direction-3 Viscous Resistance	0
Direction-1 Inertial Resistance	0
Direction-2 Inertial Resistance	0
Direction-3 Inertial Resistance	0
C0 Coefficient for Power-Law	0
C1 Coefficient for Power-Law	0
Porosity	1
Solid Material Name	aluminum

entrée

Condition	Value
Gauge Total Pressure	0
Supersonic/Initial Gauge Pressure	0
Total Temperature	0
Direction Specification Method	1
Axial-Component of Flow Direction	1
Radial-Component of Flow Direction	0
X-Component of Axis Direction	1
Y-Component of Axis Direction	0
Z-Component of Axis Direction	0
X-Coordinate of Axis Origin	0
Y-Coordinate of Axis Origin	0
Z-Coordinate of Axis Origin	0
is zone used in mixing-plane model?	no

centre

Condition	Value
Wall Thickness	0
Heat Generation Rate	0
Material Name	aluminum
Thermal BC Type	1
Temperature	0
Heat Flux	0
Convective Heat Transfer Coefficient	0
Free Stream Temperature	0
Wall Motion	0
Shear Boundary Condition	0
Define wall motion relative to adjacent cell zone?	yes
Apply a rotational velocity to this wall?	no
Velocity Magnitude	0
X-Component of Wall Translation	1
Y-Component of Wall Translation	0
Define wall velocity components?	no
X-Component of Wall Translation	0
Y-Component of Wall Translation	0
External Emissivity	1
External Radiation Temperature	300
Rotation Speed	0
X-component of shear stress	0
Y-component of shear stress	0
Surface tension gradient	0

cheminée

Condition	Value
Wall Thickness	0
Heat Generation Rate	0
Material Name	aluminum
Thermal BC Type	1
Temperature	300
Heat Flux	0
Convective Heat Transfer Coefficient	0
Free Stream Temperature	300
Wall Motion	0
Shear Boundary Condition	0
Define wall motion relative to adjacent cell zone?	yes
Apply a rotational velocity to this wall?	no
Velocity Magnitude	0
X-Component of Wall Translation	1
Y-Component of Wall Translation	0
Define wall velocity components?	no
X-Component of Wall Translation	0
Y-Component of Wall Translation	0
External Emissivity	1
External Radiation Temperature	300
Rotation Speed	0
X-component of shear stress	0
Y-component of shear stress	0
Surface tension gradient	0

axe

Condition	Value
-----------	-------

collecteurhaut

Condition	Value
Wall Thickness	0
Heat Generation Rate	0
Material Name	aluminum
Thermal BC Type	0
Temperature	0
Heat Flux	0
Convective Heat Transfer Coefficient	0
Free Stream Temperature	300
Wall Motion	0
Shear Boundary Condition	0
Define wall motion relative to adjacent cell zone?	yes
Apply a rotational velocity to this wall?	no
Velocity Magnitude	0
X-Component of Wall Translation	1
Y-Component of Wall Translation	0
Define wall velocity components?	no
X-Component of Wall Translation	0
Y-Component of Wall Translation	0
External Emissivity	1
External Radiation Temperature	300
Rotation Speed	0
X-component of shear stress	0

Relaxation

Variable	Relaxation Factor
Pressure	0.2
Density	1
Body Forces	1
Momentum	0.60000002
Energy	0.5

Linear Solver

Variable	Solver Type	Termination Criterion	Residual Reduction Tolerance
Pressure	V-Cycle	0.1	
X-Momentum	Flexible	0.1	0.7
Y-Momentum	Flexible	0.1	0.7
Energy	Flexible	0.1	0.7

Discretization Scheme

Variable	Scheme
Pressure	PRESTO!
Pressure-Velocity Coupling	SIMPLE
Momentum	First Order Upwind
Energy	First Order Upwind

Solution Limits

Quantity	Limit
Minimum Absolute Pressure	1
Maximum Absolute Pressure	5000000
Minimum Temperature	0
Maximum Temperature	1

Material Properties

Material: air (fluid)

Property	Units	Method	Value(s)
Density	kg/m ³	boussinesq	1
Cp (Specific Heat)	j/kg-k	constant	0.70999998
Thermal Conductivity	w/m-k	constant	1
Viscosity	kg/m-s	constant	1
Molecular Weight	kg/kgmol	constant	28.966
L-J Characteristic Length	angstrom	constant	3.711
L-J Energy Parameter	c	constant	1
Thermal Expansion Coefficient	1/k	constant	1
Degrees of Freedom		constant	0

annexe C

Cycle thermodynamique de la cheminée solaire

Le fonctionnement de la cheminée solaire exige la présence de l'air, qui transporte la chaleur obtenue dans le collecteur à partir des rayons solaires vers l'ensemble des dispositifs qui sont capables d'exploiter cette énergie thermique, en la transformant en énergie cinétique. L'air sort de la cheminée, ce qui permet d'introduire l'air frais au collecteur pour subir le cycle suivant. Donc l'air peut être considéré comme un fluide de fonctionnement d'un cycle d'une machine thermodynamique. L'analyse du cycle du fluide de fonctionnement de la cheminée solaire se fait sous les hypothèses suivantes [9] :

- ◆ Le fluide de fonctionnement est l'air sec et est considéré comme un gaz parfait;
- ◆ Le flux de chaleur dans le système est le gain net par l'air;
- ◆ Le débit massique de l'air est constant;
- ◆ Les conditions atmosphériques à l'entrée et à la sortie sont constantes;
- ◆ La différence de pression Δp_{23} dans le collecteur est nulle (elle est négligeable devant celle entre l'entrée et la sortie de cheminée).

Les différentes transformations du cycle théorique de la cheminée solaire sont :

- ◆ 1-2 : Compression isentropique dans l'atmosphère (Augmentation de la pression et de la température dans l'atmosphère vers le bas);
- ◆ 2-3 : Echauffement isobare dans le collecteur par les rayons solaires;
- ◆ 3-3_{st} : Détente isentropique dans la turbine;
- ◆ 3_{st}-4 : Détente isentropique dans la cheminée.

Le Cycle réel montre les pertes engendrées dans les différents organes de la cheminée solaire. On utilise ce cycle pour déterminer les efficacités de ces organes et par la suite déterminer la puissance électrique que la cheminée solaire peut produire. La figure (C-1) illustre les différents processus du cycle réel de la cheminée solaire.

Cheminée

La cheminée convertit l'énergie thermique rapportée au collecteur en énergie cinétique et en énergie potentielle. La différence de la densité de l'air causée par l'augmentation de température entraîne un mouvement d'air.

L'efficacité de la cheminée est définie par :

$$\eta_c = \frac{\text{la puissance utile}}{\text{la puissance solaire rapportée au collecteur}} \quad (\text{C-1})$$

$$\eta_c = \frac{P_{\text{utile}}}{P_{\text{solaire}}} \quad (\text{C-2})$$

Où :

$$Q = P_{solaire} = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_3 - T_2) = \dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta T_{23} \quad (C-3)$$

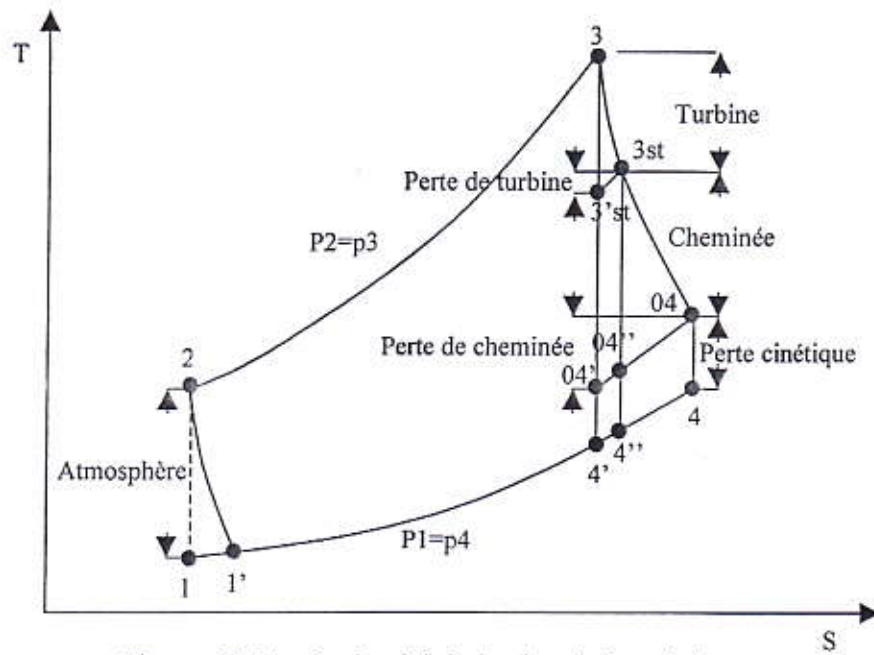


Figure (C-1) : Cycle réel de la cheminée solaire

La puissance (3-4) n'est pas exploitée en toute sa totalité, il y a une quantité P_{3st-4} exigée pour élever l'air vers le haut de la cheminée. [3]

$$P_{3-4} = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_3 - T_4) \quad (C-4)$$

$$P_{3st-4} = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_{3st} - T_4) = \dot{m} \cdot \Delta h \quad (C-5)$$

L'équation de conservation d'énergie est : [37]

$$dh = \partial W + \partial Q - gdz \quad (C-6)$$

Pour la transformation (3st-4) on a $\partial W = 0$ et $\partial Q = 0$, alors la relation (C-6) devient :

$$dh = -gdz \Leftrightarrow c_p \cdot dT = -gdz \quad (C-7)$$

La chute de l'enthalpie de 3st-4 est la même que celle de 1-2. [3] Donc d'après la relation (C-7) :

$$\Delta h = g \cdot \Delta z = c_p \cdot (T_2 - T_1) \quad (C-8)$$

$$P = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1) = \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_{3st} - T_4) = \dot{m} \cdot \Delta h$$

$$\begin{aligned} P_{utile} &= \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_3 - T_4) - \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_{3st} - T_4) \\ &= \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_3 - T_4) - \dot{m} \cdot c_p \cdot (T_2 - T_1) \end{aligned} \quad (C-9)$$

En remplaçant dans les équations (C-3) et (C-9) la proportion $c = T_2 / T_1 = T_3 / T_4$, donc l'efficacité de la cheminée sera :

$$\eta_c = \frac{P_{utile}}{Q} = 1 - \frac{1}{c} \quad (\text{C-10})$$

Et de même pour la relation de l'équation (C-7).

$$\Delta h = g \cdot \Delta z = c_p \cdot (T_2 - T_1) = c_p \cdot T_2 \cdot \left(1 - \frac{1}{c}\right) \Rightarrow 1 - \frac{1}{c} = \frac{g \cdot \Delta z}{c_p \cdot T_2}$$

Alors :

$$\eta_c = 1 - \frac{1}{c} = \frac{g \cdot \Delta z}{c_p \cdot T_2} \quad (\text{C-11})$$

On a aussi :

$$P_{utile} = \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot V_c^2 \quad (\text{C-12})$$

Alors :

$$\eta_c = \frac{P_{utile}}{Q} \Leftrightarrow \frac{g \cdot \Delta z}{c_p \cdot T_2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot V_c^2}{\dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta T_{23}} \quad \text{Avec } \Delta z = H_c$$

$$\Leftrightarrow V_c = \sqrt{2 \cdot g \cdot H_c \cdot \frac{\Delta T_{23}}{T_2}} \quad (\text{C-13})$$

La puissance utile peut être écrite aussi comme suit :

$$P_{utile} = \eta_c \cdot Q = \frac{g \cdot H_c}{c_p \cdot T_2} \cdot \rho_{coll} \cdot A_c \cdot V_c \cdot c_p \cdot \Delta T_{23} \quad (\text{C-14})$$

$$P_{utile} = \Delta p_{tot} \cdot V_c \cdot A_c \Rightarrow \Delta p_{tot} = \frac{P_{utile}}{V_c \cdot A_c}$$

Alors, la différence de pression totale qui est produite entre l'entrée et la sortie de cheminée est :

$$\Delta p_{tot} = \rho_{coll} \cdot g \cdot H_c \cdot \frac{\Delta T_{23}}{T_2} \quad (\text{C-15})$$

Collecteur

Le collecteur convertit les rayons solaires incidents sur sa surface en chaleur rapportée à l'air

On peut exprimer l'efficacité du collecteur par le rapport suivant :

$$\eta_{coll} = \frac{Q}{(A_{coll} \cdot E)} \quad (\text{C-16})$$

Q est la quantité de chaleur rapportée au collecteur par les rayons solaires

$$Q = \dot{m} \cdot c_p \cdot \Delta T_{23}$$

\dot{m} est le débit massique de l'air

$$\dot{m} = \rho_{coll} \cdot V_c \cdot A_c \quad (C-17)$$

Donc l'efficacité du collecteur devient :

$$\eta_{coll} = \frac{\rho_{coll} \cdot V_c \cdot A_c \cdot c_p \cdot \Delta T_{23}}{A_{coll} \cdot E} \quad (C-18)$$

On a aussi :

$$Q = \alpha^* \cdot A_{coll} \cdot E - k \cdot \Delta T_a \cdot A_{coll} \quad (C-19)$$

La variation de température ΔT_a peut être considérée comme suit: [9]

$$\Delta T_a = \frac{1}{2} \Delta T_{23} \quad (C-20)$$

Donc :

$$\eta_{coll} = \alpha^* - k \cdot \frac{\Delta T_a}{E} \quad (C-21)$$

Turbine

La turbine convertit l'énergie cinétique d'écoulement d'air en énergie mécanique, et le générateur entraîné par la turbine convertit l'énergie mécanique en énergie électrique.

La chute de pression dans la turbine est deux tiers la différence de pression totale. [9]

$$\Delta p_{turb} = \frac{2}{3} \Delta p_{tot} \quad (C-22)$$

Alors la puissance maximale rapportée à la turbine est :

$$P_{turb,max} = \frac{2}{3} \Delta p_{tot} \cdot V_c \cdot A_c \quad (C-23)$$

En remplaçant la relation (C-15) de Δp_{tot} , on trouve :

$$P_{turb,max} = \frac{2}{3} \rho_{coll} \cdot g \cdot H_c \left(\frac{\Delta T_{23}}{T_2} \right) \cdot V_c \cdot A_c \quad (C-24)$$

$$P_{turb,max} = \frac{2}{3} \frac{\eta_{coll} \cdot A_{coll} \cdot g \cdot E \cdot H_c}{c_p \cdot T_2} \quad (C-25)$$

Donc la puissance transformée au générateur est :

$$P_e = \frac{2}{3} \frac{\eta_{coll} \cdot \eta_{tur} \cdot A_{coll} \cdot g \cdot E \cdot H_c}{c_p \cdot T_2} \quad (C-26)$$

Exemple d'application numérique:

- ◆ Hauteur de cheminée : $H_c = 194$ m;
- ◆ Diamètre de collecteur : $D_{coll} = 224$ m;

- ◆ Eclairage solaire : $E = 1000 \text{ W/m}^2$;
- ◆ Rendement de turbine : $\eta_{turb} = 0.7$;
- ◆ Efficacité du collecteur : $\eta_{coll} = 0.5$;
- ◆ Chaleur spécifique d'air : $c_p = 1005 \text{ J/Kg.k}$;
- ◆ Température ambiante $T_2 = T_a = 25^\circ\text{C}$;
- ◆ Accélération de gravité : $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

$$P_e = 2/3.0,7.0,5.9,81/(1005.298).194.46736.1000=70\text{Mw}$$

Résumé : Des méthodes numériques qui vont du plus simplifié au plus complexe sont utilisées pour l'analyse. L'utilisation d'un code de CFD tels que Fluent pour l'analyse des champs de vitesse et de température dans une cheminée solaire, nous permet d'obtenir des résultats très précis. Ces derniers ont montrées l'importance de l'énergie cinétique dans la jonction courbée, et l'intérêt de choisir une veine méridienne pour intégrer la turbine. Pour déterminer la forme géométrique des aubes de la turbine possédant les caractéristiques requises, en utilisant une méthode quasi-tridimensionnel. Cette méthode est basée sur approche de calcul inverse, en traitant l'écoulement dans le plan méridien (problème S_2) en fluide parfait afin de pouvoir utiliser la notion de tourbillons liés pour schématiser les aubes. Le calcul S_2 inverse a été faite pour différentes valeurs du rendements, pour avoir une optimisation dans la conception et le fonctionnement de la turbine.

Mots clés : Conception, Calcul inverse, Conversion d'énergie, Turbomachine.

Abstract: Numerical methods which go more simplified to most complex are used for the analysis. The use of a code of CFD such as Fluent for the analysis of the velocity and the temperature fields solar chimney power plant, allows us to obtain a very precise results. These latter showed the importance of the kinetic energy in the curved junction, and the interest to choose a meridian vein to integrate the turbine. To determine the geometrical shape of the turbine blades having the required characteristics, we are using a quasi three-dimensional method. This method is based on the inverse computation approach, by treating the flow in the meridian plan (S_2 problem) in perfect fluid in order to be able to use the concept of dependent swirls to schematize the turbine blades. Inverse computation S_2 calculation was made for various values of the turbine efficiency, to have an optimization in the design and the performance of the turbine.

Key words: Conception, Inverse computation, Energy conversion, Turbomachinery.

ملخص: استعملنا في هذا التحليل العددي طرق بقدر ما كانت معقدة أسهمت في تبسيط المشكل المعالج. إن استعمال احد برامج CFD مثل Fluent في التحليل العددي لحقول السرعة و درجات الحرارة داخل المدخنة الشمسية يسمح لنا بالحصول على نتائج دقيقة. هذه الأخيرة تظهر أهمية الطاقة الحركية داخل الوصلة المنحنية و اختيار المكان المناسب لنتيبت التربين. لتعيين الشكل الهندسي لدواليب التربين و التي تتسم بالخصائص الأساسية، نستعمل طريقة شبه ثلاثية الأبعاد. هذه الطريقة تعتمد على الحساب العكسي، أين نقوم بمعالجة جريان سائل مثالي في معلم وسطي (S_2). استعملنا في هذا الحساب العكسي قيم مختلفة لفعالية التربين لكي نحصل على تحسين في التصميم و الأداء.

كلمات مفتاحية: تصميم، حساب عكسي، تغيير الطاقة، آلة عنفيه.