

**UNIVERSITE KASDI MERBAH-OUARGLA**

**Faculté des Mathématiques et des Sciences de la Matière**

**Département Physique**

Année : 2025/2026



N° d'enregistrement :

/...../...../...../.....

**THESE**

**Pour l'obtention du diplôme de Doctorat es-Sciences**

**en Physique Option : Physique Théorique**

**Effet du microchamp ionique sur les déplacements Stark  
des raies de l'hélium neutre dans les plasmas**

**Présentée et soutenue publiquement**

**Par :**

**M : AMIEUR Bachir**

**Le: 18/10/2025**

**Devant le jury composé de :**

<b>Chohra Thouria</b>	<b>Professeur</b>	<b>U.K.M. Ouargla</b>	<b>Président</b>
<b>Mohamed Tayeb Meftah</b>	<b>Professeur</b>	<b>U.K.M. Ouargla</b>	<b>Promoteur</b>
<b>Keltoum Chenini</b>	<b>Professeur</b>	<b>Université de Ghardaïa</b>	<b>Co-promoteur</b>
<b>Kaddour Abedalmadjid</b>	<b>M.R.A.</b>	<b>URAER Ghardaïa</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>Mosbah Difallah</b>	<b>Professeur</b>	<b>U. H.L. El-Oued</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>Zineb Korichi</b>	<b>M.C.A.</b>	<b>Ecole supérieure de Ouargla</b>	<b>Rapporteur</b>

# Remerciements

Ce travail a été élaboré dans les laboratoires LRPPS de l'université Kasdi Merbah -Ouargla, et MESTEL de l'université de Ghardaïa.

Je tiens à exprimer ma sincère gratitude envers mon directeur de thèse, le professeur Mohamed Tayeb Meftah, pour son soutien, ses précieuses orientations et sa patience constante durant toute la durée de ce projet de thèse.

Je remercie vivement mon co-directeur de thèse, Mme Keltoum Chenini, professeur à l'université de Ghardaïa, qui a généreusement accepté de superviser mon travail. Grâce à sa gentillesse, son aide précieuse, ainsi que ses critiques constructives et ses conseils éclairés, j'ai grandement bénéficié de son expertise.

Je remercie également les professeurs Said Douis et Yasmina Ben Nana de l'université Kasdi-Merbah de Ouargla pour leur aide et conseils précieux.

Je suis reconnaissant au professeur thouria Chohra pour l'honneur qu'elle m'a accordé en acceptant de présider le jury de cette thèse.

Je voudrais exprimer ma reconnaissance aux membres du jury, les professeurs Lazhar Ben Mabrouk, Mosbah Diffallah et Zineb Korichi, pour leur présence, leur examen minutieux de ma thèse et pour les observations qu'ils apporteront lors de cette soutenance dans le but d'améliorer mon travail.

# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 L'état plasma</b>	<b>4</b>
I Premiers concepts . . . . .	5
I.1 L'équation de Saha . . . . .	6
I.2 Degré d'ionisation . . . . .	7
II Grandeurs caractéristiques des plasmas . . . . .	8
II.1 Échelles temporelles . . . . .	8
II.1.1 Fréquence plasma électronique . . . . .	8
II.1.2 Gyrofréquence électronique . . . . .	9
II.2 Échelles spatiales . . . . .	10
II.2.1 Longueur de Debye électronique . . . . .	10
II.2.2 Longueur de Landau . . . . .	13
II.2.3 Libre parcours moyen . . . . .	13
II.2.4 Distance interparticulaire moyenne . . . . .	14
II.2.5 Longueur d'onde thermique de de Broglie . . . . .	15
II.2.6 Rayons de Larmor électronique et ionique . . . . .	15
II.3 Classification des plasmas . . . . .	17
III Modèles théoriques en physique des plasmas . . . . .	18
III.1 Théorie des orbites . . . . .	18
III.2 Théorie cinétique . . . . .	18
III.3 Théorie magnétohydrodynamique (MHD) . . . . .	20
<b>2 Rayonnement des plasmas et profil des raies spectrales</b>	<b>21</b>
I Élargissement et déplacement des raies spectrales . . . . .	22
I.1 Largeur naturelle . . . . .	22
I.2 Élargissement Doppler . . . . .	24
I.3 Élargissement par collisions (élargissement de pression) . . . . .	26
II Élargissement et déplacement Stark : Théorie générale . . . . .	27

III	Approximation semi-classique . . . . .	29
III.1	Approximation de couplage faible . . . . .	30
III.2	Approximation du chemin classique . . . . .	31
IV	Approximation des impacts . . . . .	33
IV.1	Approximation de non-extinction (no quenching) . . . . .	34
IV.2	Approximation binaire . . . . .	37
V	Approximation quasi-statique . . . . .	39
<b>3</b>	<b>Effet du microchamp ionique sur les déplacements Stark des raies de l'hélium neutre dans les plasmas</b>	<b>40</b>
I	Introduction . . . . .	40
II	Élargissements et déplacements Stark des raies de l'hélium neutre (HeI) . . . . .	40
III	Effet du microchamp ionique sur l'opérateur de collision . . . . .	44
<b>4</b>	<b>Résultats et discussions</b>	<b>51</b>
I	Introduction . . . . .	51
II	Données atomiques de L'hélium neutre . . . . .	51
III	Comparaison avec les calculs de Griem et la base de données Stark-b . . . . .	55
IV	Comparaison avec Gigosos, Dojic et Baćlawski . . . . .	59
	<b>Conclusion générale</b>	<b>63</b>

# Table des figures

1.1	La vue la plus détaillée de la nébuleuse du Crabe. "NASA,ESA/Hubble" . . . . .	5
1.2	Piliers de la création, la nébuleuse de l'Aigle. "NASA,ESA/Hubble" . . . . .	5
1.3	Oscillation d'une colonne d'électrons à la fréquence plasma $\omega_p$ . . . . .	8
1.4	Sphère de Debye et évolution du potentiel de Coulomb avec et sans effet d'écran . . .	12
1.5	Schéma d'un ion et d'un électron tournant dans un champ magnétique rectiligne . . .	16
1.6	classification des plasmas (exemple d'un gaz composé en grande partie d'hydrogène) .	17
1.7	Espace des phases . . . . .	19
2.1	Le spectre solaire enregistré par Fraunhofer. . . . .	21
2.2	Émission et absorption dans un système atomique à deux niveaux . . . . .	23
2.3	Profil lorentzien . . . . .	24
2.4	Les conditions physiques requises pour l'effet Doppler . . . . .	24
2.5	Profil gaussien . . . . .	26
2.6	Approximation de non-extinction . . . . .	34
3.1	Schéma représentative de la géométrie de collision entre un perturbateur électronique et l'émetteur . . . . .	42
4.1	Diagramme de Grotrian des transitions étudiées entre les états triplets de l'He I. Les sous-niveaux impliqués dans le calcul ont été marqués d'une double flèche. . . . .	52
4.2	Diagramme de Grotrian de la transition étudiées entre les états singulets de l'He I . Les sous-niveaux impliqués dans le calcul ont été marqués d'une double flèche. . . . .	54
4.3	Déplacement Stark : $Ne = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ , He I 3889 Å . . . . .	55
4.4	Déplacement Stark : $Ne = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ , He I 3188 Å . . . . .	56
4.5	Déplacement Stark : $Ne = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ , He I 3889 Å . . . . .	57
4.6	Déplacement Stark : $Ne = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ , He I 3188 Å . . . . .	57
4.7	Déplacement Stark : $Ne = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ , He I 3889 Å . . . . .	58
4.8	Déplacement Stark : $Ne = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ , He I 3188 Å . . . . .	58
4.9	Comparaison de nos résultats avec ceux de Dojic[28] . . . . .	60

4.10 Résultats relatifs au déplacement de la raie HeI 3889 Å à la densité électronique  $N_e = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  en fonction de la température : comparaison avec d'autres résultats.[25] . . . 62

# Liste des tableaux

3.1	Quadrature Gauss-Légendre $n = 10$ . . . . .	49
4.1	Données de la structure atomique de l'hélium neutre (états triplets). (Données extraites du NIST) . . . . .	53
4.2	Données de la structure atomique de l'hélium neutre (états singulets). (Données extraites du NIST) . . . . .	54
4.3	Déplacements Stark : $N_e = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ pour les raies 3889 Å et 3188 Å . . . . .	56
4.4	Déplacements Stark : $N_e = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ pour les raies 3889 Å et 3188 Å . . . . .	57
4.5	Déplacements Stark : $N_e = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ pour les raies 3889 Å et 3188 Å . . . . .	59
4.6	Comparaison de nos résultats avec les résultats expérimentaux de Gigosos[23] $N_e = 2.34 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ , $T = 16900 \text{ K}$ . . . . .	59
4.7	Résultats relatifs au déplacement de la raie HeI 3889 Å à une température de 26400 K : comparaison avec Dojic[28] . . . . .	60
4.8	Plasma d'hélium avec une densité électronique $N_e = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ à trois températures différentes. Comparaison avec Baclawski et al.[25] . . . . .	61

# Introduction générale

L'analyse des profils des raies spectrales est l'un des outils les plus importants pour le diagnostic des plasmas de laboratoire et des plasmas spatiaux. Historiquement, il est intéressant de noter que la théorie des profils des raies spectrales a commencé avec les premiers travaux de Michelson (1895) [1] qui a identifié le mécanisme d'élargissement de la pression comme étant l'interruption soudaine du rayonnement atomique par des collisions avec des atomes voisins. En 1906, Lorentz a jeté les bases de la théorie en publiant un profil qui porte désormais son nom [2]. La théorie a ensuite été développée par Debye (1919) et Holtsmark (1919) [3] pour être appliquée aux gaz ionisés (plasmas), où les collisions sont en grande partie dues à des particules chargées. Plusieurs travaux se sont succédés [4–12], et ce n'est qu'à la fin des années 50 et au début des années 60 que les principaux concepts de la spectroscopie des plasmas et la théorie des profils de raies spectrales ont émergé avec Baranger et Griem [13–17].

Dans les plasmas, outre l'élargissement naturel des raies spectrales, l'élargissement Doppler prédomine aux faibles densités d'électrons dans les plasmas chauds. Dans les plasmas plus froids ( $kT \approx 1$  à quelques eV.), dès que la densité électronique augmente ( $N_e \geq 10^{13} \text{cm}^{-3}$ ), la cause principale de l'élargissement est l'effet des particules entourant l'émetteur : il s'agit de l'élargissement par pression également connu sous le nom d'élargissement collisionnel ; le mot collision couvre ici toutes les formes possibles d'interaction entre l'émetteur et les interférents. En particulier, dans un plasma, lorsque le degré d'ionisation est suffisamment élevé, l'interaction la plus importante est celle qui implique des particules chargées. L'élargissement de la pression par les ions et les électrons est parfois connu sous le nom d'élargissement Stark, car il s'agit également de l'interaction fondamentale dans l'effet Stark [18].

L'interaction coulombienne à longue portée avec de nombreuses particules chargées dans le plasma rend les calculs très complexes, c'est pourquoi de nombreuses approximations ont été adoptées pour dériver la base de la théorie des profils de raies spectrales. La prise en compte des échelles de temps appropriées conduit à deux approximations qui sont utilisées avec succès [19]. La première est appelée approximation quasi-statique et est appliquée aux ions considérés comme immobiles pendant le temps d'émission d'un train d'ondes, et produisant un champ électrique statique responsable de la séparation Stark des niveaux atomiques quantifiés de l'émetteur. La seconde, appelée approximation d'impact, traite des électrons qui sont considérés comme des particules rapides dont les impacts indi-

viduels sur l'émetteur ont pour effet d'élargir les sous-niveaux de la décomposition statique de Stark. Bien sûr, les modèles combinent ces deux approximations de limites, mais ils le font en les traitant comme distinctes l'une de l'autre. Même à ce stade, le problème reste compliqué mais il peut être considérablement simplifié si l'on utilise l'approximation du chemin classique. Les paquets d'ondes électroniques sont supposés être suffisamment petits pour ne pas se chevaucher, ni entre eux, ni avec l'atome rayonnant. Cela nous permet de voir les électrons comme des points matériels évoluant sur des trajectoires classiques, droites si l'émetteur est neutre, hyperboliques dans le cas d'émetteurs ioniques [20, 21].

Deux caractéristiques essentielles des raies spectrales sont leur largeur et leur déplacement. Depuis des décennies, les largeurs spectrales ont fait l'objet de nombreuses études théoriques et expérimentales. L'intérêt pour les déplacements s'est accru récemment après une percée technologique dans les appareils de spectroscopie de haute précision. Ce regain d'intérêt se manifeste clairement en astrophysique. En effet, lorsqu'une étoile se déplace par rapport à un observateur sur Terre, ses raies spectrales peuvent être décalées en raison de l'effet Doppler. Toutefois, outre cet effet, d'autres peuvent contribuer aux déplacements spectraux observés, notamment le déplacement Stark, qui peut entraîner de petites déviations dans la position des raies spectrales pouvant être confondues avec des déplacements Doppler. Par conséquent, lorsqu'ils déterminent la vitesse des étoiles avec une grande précision, les astronomes doivent prendre en compte toutes les sources possibles de déplacement des raies spectrales, y compris celles causées par l'effet Stark.

Au début de ce siècle, les calculs théoriques du déplacement Stark des raies spectrales de l'hélium neutre sont effectués en tenant compte de l'écrantage de Debye. Les résultats de l'approche statistique quantique à plusieurs corps (QSA) ne sont publiés que pour de faibles densités électroniques  $N_e \leq 10^{14} \text{cm}^{-3}$  [22]. D'un point de vue expérimental, en utilisant un arc pulsé récemment construit, le déplacement Stark de nombreuses raies d'hélium neutre est mesuré. Récemment, des calculs théoriques plus avancés ont été effectués, soutenus par des progrès dans les algorithmes de simulations [23–25].

Le déplacement Stark est la partie imaginaire de l'opérateur de collision. Il est bien représenté par l'approximation de la trajectoire rectiligne de l'électron libre dans l'espace du plasma lorsque le système émetteur est composé d'atomes neutres. Cette approximation (hypothèse) peut être améliorée si l'on considère l'effet des ions du plasma sur la trajectoire des électrons libres. Dans notre travail, nous prenons en compte l'effet du micro-champ statique ionique sur le déplacement des raies spectrales, ce qui signifie que la trajectoire de l'électron entrant en collision ne sera pas une droite même si l'émetteur est un atome neutre. Cela affecte l'opérateur de collision et de nouveaux calculs doivent être effectués. Nous étudions comment cela affecte le déplacement Stark de certaines raies d'hélium neutre, sachant que l'impact sur l'élargissement électronique (collisionnel) a été étudié il y a quelques années [26, 27]. Notre travail se fait dans les conditions d'une densité électronique variant de  $N_e = 10^{16} \text{cm}^{-3}$  à  $N_e = 10^{17} \text{cm}^{-3}$  et d'une température variant d'environ  $0,5 \cdot 10^4$  à  $4 \times 10^4$  K (conditions qui nous permettent d'utiliser les approximations citées précédemment).

Dans un premier temps, nous avons comparé nos résultats avec les calculs classiques de Griem et ceux présent dans la base de données Stark-b. Les écarts étaient considérables et confirment ainsi l'importance de cet effet du micro-champ ionique sur les déplacements stark. La comparaison de nos calculs avec les résultats expérimentaux de Gigos et al. (2014) [23] ont consolidé notre modèle vu que l'écart ne dépassait pas 19%. La confrontation de notre travail avec celui récent de Dojic et al. (2020) [28] peut être considéré comme la pierre angulaire de cette thèse et qui nous a permis de valoriser notre nouvelle approche de calcul. Le couronnement de cet étude était la comparaison de nos résultats avec ceux très récent de Baklawski et Bartecka (2024) [25] où nous avons constaté une différence ne dépassant pas 22% ce qui est très tolérable. En fin de compte, il paraît bien que l'effet du micro-champ ionique est très important et ne peut donc pas être négligé.

Cette thèse est organisée en quatre chapitres. Le premier chapitre offre une introduction succincte à la physique des plasmas, exposant les concepts de base de manière qualitative ou par le biais de calculs simples (ou pas très poussés). Dans le deuxième chapitre, on énumère les différentes sources d'élargissement des raies spectrales. La théorie générale de l'élargissement Stark quant à elle est exposée en détail avec les principales approximations utilisées. Dans le chapitre trois, on entre dans le vif du sujet. Notre contribution au calcul théorique du déplacement Stark appliqué à l'Hélium neutre est abordé, couronnée par la dérivation de l'expression du déplacement Stark en fonction des nouveaux changements. Les résultats obtenus suivis de leur discussion sont le sujet du quatrième chapitre suivi d'une conclusion générale.

# L'état plasma

## Introduction

Le chimiste américain Irving Langmuir (1881 – 1957), lauréat du prix Nobel, a utilisé en 1927 pour la première fois le terme *plasma* en observant le comportement d'un gaz<sup>1</sup> ionisé dans des tubes à décharge. Son équipe a passé des jours à chercher des noms pour décrire au mieux ce qu'elle avait observé, jusqu'à ce que Langmuir fasse remarquer que la partie de la décharge en équilibre agissait comme une sorte de substrat transportant des particules de types particuliers, électrons à grande vitesse, molécules et ions tout comme le plasma sanguin transporte des globules rouges et blancs, des protéines, des hormones et des germes[29].

La physique des plasmas a été développée à partir de ces premières découvertes, mais également à partir des études sur les radiocommunications. La réflexion des ondes sur ce qu'il croyait être l'atmosphère, mais qui était en réalité l'ionosphère, avait été observée par G. Marconi dès 1901[30]. En 1902, Heaviside et Kennelly réalisent que l'état plasma était la clé pour comprendre la propagation des ondes radio à travers l'Atlantique [31, 32]. Appleton a proposé en 1925 l'idée que notre atmosphère est ionisée à partir d'une certaine altitude[33, 34], ce qui a donné lieu à l'étude des plasmas naturels qui est devenue peu à peu celle des plasmas astrophysiques. Le sujet a connu un nouvel essor au début des années 1950, avec le lancement des programmes de fusion thermonucléaire contrôlée (et non contrôlée). L'avènement de l'ère spatiale en 1957 a également donné le coup d'envoi de la physique expérimentale des plasmas dans l'espace. Plus récemment, les milieux interstellaires et intergalactiques au-delà du système solaire, ainsi que des objets astronomiques exotiques comme les quasars et les pulsars, nous ont permis d'observer des plasmas dans des conditions extrêmes, irréproductible en laboratoire. Actuellement, des études sont menées sur les interactions plasma-surface, en vue de traitements de surfaces en micro-électronique.

Les recherches sur les plasmas sont donc à la pointe de l'actualité, tant dans les domaines de l'astrophysique, de la fusion thermonucléaire que dans les applications industrielles quotidiennes.

---

1. Vapeur de mercure.

# I Premiers concepts

On a souvent dit que 99% de la matière détectable de l'univers était à l'état de plasma, c'est-à-dire sous la forme d'un gaz électriqué dont les atomes sont dissociés en ions positifs et en électrons négatifs. Cette estimation n'est peut-être pas très précise, mais elle est certainement raisonnable si l'on considère que l'intérieur et l'atmosphère des étoiles, les nébuleuses gazeuses et une grande partie de l'hydrogène interstellaire sont des plasmas.

Sur Terre, cependant, notre atmosphère limite notre expérience des plasmas à quelques exemples : l'éclair d'une foudre, la douce lueur d'une aurore boréale, la lumière d'un tube fluorescent, la légère ionisation des gaz d'échappement d'une fusée ou les pixels d'un téléviseur à plasma. Nous vivons dans une petite partie de l'univers où les plasmas n'existent pas à l'état naturel ; sinon, nous ne serions pas en vie. Dès que l'on quitte l'atmosphère terrestre, on rencontre le plasma des ceintures de radiation de Van Allen et du vent solaire. Il semblerait que nous vivions dans le 1% de l'univers où les plasmas ne se produisent pas naturellement. La raison en est l'équation de Saha, qui nous indique la quantité d'ionisation à laquelle on peut s'attendre dans un gaz en équilibre thermodynamique [35].

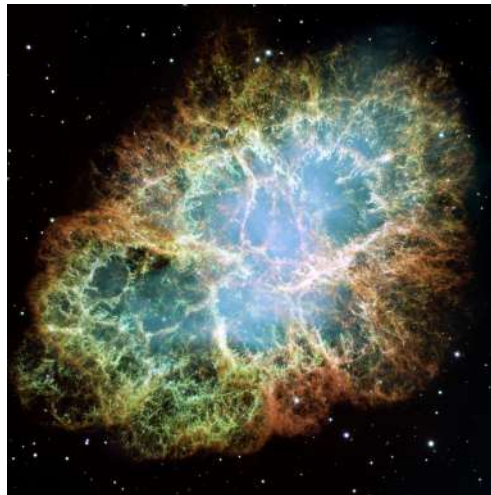


FIGURE 1.1 – La vue la plus détaillée de la nébuleuse du Crabe. "NASA,ESA/Hubble"



FIGURE 1.2 – Piliers de la création, la nébuleuse de l'Aigle. "NASA,ESA/Hubble"

## I.1 L'équation de Saha

L'équation d'ionisation de Saha, également connue sous le nom d'équation de Saha-Langmuir, a été développée par l'astrophysicien indien Megh Nad Saha en 1920 [36], et plus tard (1923) par Irving Langmuir[37]. L'équation est le résultat de la combinaison des idées de la mécanique quantique et de la mécanique statistique. Elle donne le degré d'ionisation d'un élément atomique donné en équilibre thermodynamique en fonction de la température et de la densité électronique.

Considérons la réaction réversible



où  $A$  est un atome neutre et  $A^+$  son premier ion. Soit  $N_0$ ,  $N_i$ ,  $N_e$  les nombres d'atomes neutres, d'ions et d'électrons respectivement, contenus dans une boîte de volume  $V$ . Alors

$$\frac{N_e N_i}{N_0} = S(T, P) \quad (1.2)$$

$S(T, P)$  est appelée fonction de Saha. Elle dépend de la température et de la pression, la haute température favorisant l'ionisation et la haute pression favorisant la recombinaison. L'équation nous indique les nombres relatifs des trois types de particules (c'est-à-dire le degré d'ionisation) dans une situation d'équilibre où le nombre d'ionisations par seconde est égal au nombre de recombinaisons par seconde.

Le nombre de particules dans un niveau d'énergie donné est proportionnel au facteur de Boltzmann pour ce niveau, et le nombre total de particules est proportionnel à la somme des facteurs de Boltzmann pour tous les niveaux, c'est-à-dire à la fonction de partition. Ainsi, en utilisant le symbole  $Z$  pour désigner les fonctions de partition, nous avons, pour l'équation de Saha :

$$\frac{N_e N_i}{N_0} = \frac{Z_e Z_i}{Z_0} \quad (1.3)$$

La fonction de partition est la somme des facteurs de Boltzmann sur tous les états, translationnels et internes (électroniques). Puisque l'énergie totale d'une particule est la somme de ses énergies de translation et interne alors la fonction de partition totale est le produit de ses fonctions de partition translationnelle et interne, pour laquelle on utilisera le symbole  $u$ . Donc on a

$$\frac{N_e N_i}{N_0} = \left( \frac{2\pi m k T}{h^2} \right)^{3/2} V \frac{u_e u_i}{u_0} \quad (1.4)$$

où  $m = \frac{m_e m_i}{m_0}$  et qui diffère très peu de  $m_e$ .

La fonction de partition interne de l'électron est simplement son poids statistique  $2s + 1 = 2$ .

Pour calculer les fonctions de partition internes de l'atome et de l'ion, il est bien sûr essentiel de mesurer toutes les énergies à partir du même niveau - le niveau fondamental de l'atome neutre, par exemple. Il faut bien sûr ajouter  $E_i$  (l'énergie d'ionisation) à chaque niveau de l'ion. Si nous calculons la fonction de partition de l'ion en utilisant des énergies supérieures au niveau fondamental de l'ion, nous devons alors multiplier  $u_i$  par  $e^{-E_i/kT}$  [38].

En utilisant le symbole  $n$  désignant le nombre de particules par unité de volume ( $n = N/V$ ) nous obtenons la forme habituelle de l'équation de Saha :

$$\frac{n_i n_e}{n_0} = \frac{2g_i}{g_0} \left( \frac{2\pi m k T}{h^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right) \quad (1.5)$$

$g_0$  et  $g_i$  étant les poids statistiques des atomes neutres et des ions.

En remplaçant les constantes par leurs valeurs numériques (S.I) l'équation 1.6 devient :

$$\frac{n_i n_e}{n_0} \approx 4.8 \times 10^{21} \frac{g_i}{g_0} T^{3/2} \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right) \quad (1.6)$$

Par exemple, pour l'air à température ambiante, on peut prendre  $n_0 \approx 3 \cdot 10^{25} \text{m}^{-3}$ ,  $T \approx 300 \text{ K}$ , et  $E_i \approx 14.5 \text{ eV}$  (azote). On trouve alors

$$\frac{n_i}{n_0} \approx 10^{-122}$$

Au fur et à mesure que la température augmente, le degré d'ionisation reste faible jusqu'à ce que  $kT$  soit du même ordre que  $E_i$ . Ensuite,  $n_i/n_0$  augmente brusquement et le gaz est à l'état de plasma. La création naturelle de plasmas à haute température est à l'origine de l'appellation "**quatrième état de la matière**"[35].

## I.2 Degré d'ionisation

On définit le degré d'ionisation d'un gaz comme étant le rapport

$$\alpha = \frac{n_e}{n_0 + n_e} \quad (1.7)$$

$n_0$  est la densité des atomes neutres et  $n_e$  est celle des électrons.

Les gaz ionisés peuvent être classés en deux grandes familles en fonction du degré d'ionisation, en se basant sur la nature des interactions dominantes. La théorie cinétique des gaz ionisés nous permet de calculer un degré d'ionisation critique  $\alpha_0$ <sup>2</sup>. Si  $\alpha < \alpha_0$ , le plasma est dit faiblement ionisé (plasma froid), autrement on dit qu'il est fortement ionisé (plasma chaud).

Dans les plasmas faiblement ionisés, les collisions entre électrons (ou ions) et particules neutres prédominent. Les plasmas fortement ionisés se caractérisent quant à eux par la prédominance des collision électron-électron et électron-ion, et on distingue alors :

- plasmas fortement ionisés sans interactions entre les particules, ou fortement dilués (comme les vents solaires). Dans ce cas, ce sont les champs électromagnétiques externes qui déterminent les trajectoires des particules chargées ;
- plasmas fortement ionisés avec interactions ; la dynamique du plasma est essentiellement déterminée par les interactions coulombiennes, dites collectives, entre un électron particulier et un grand nombre d'autres particules chargées [39].

---

2.  $\alpha_0$  est de l'ordre de  $10^{-4}$ .

## II Grandeurs caractéristiques des plasmas

### II.1 Échelles temporelles

#### II.1.1 Fréquence plasma électronique

La fréquence plasma est l'échelle de temps la plus fondamentale de la physique des plasmas. Il existe une fréquence plasma différente pour chaque espèce. Cependant, la fréquence relativement élevée des électrons est de loin la plus importante. Le premier traitement des oscillations plasma a été abordé par les deux scientifiques Tonk et Langmuir[40, 41].

Considérons un plasma (boite de profondeur  $\Delta z$  ; fig 1.3) où les ions sont fixes alors que les électrons peuvent subir de petites translations par rapport aux ions. Une telle hypothèse est raisonnable si l'échelle de temps de la translation des électrons est si courte que les ions ne peuvent pas suivre le mouvement des électrons en raison de leur grande inertie. En d'autres termes, nous considérons des oscillations électroniques à haute fréquence auxquelles les ions ne participent pas.

Nous perturbons maintenant ce système en transférant une colonne d'électrons d'une région donnée de l'espace vers une région voisine, en laissant derrière eux une charge positive nette (c'est-à-dire les ions, comme le montre la figure 1.3). Cette séparation locale des charges donne lieu à un champ électrique  $\vec{E}$ , qui exerce une force sur les électrons et les ions. Le champ électrique réduit la séparation des charges en ramenant les électrons à leur position initiale. Les électrons sont donc accélérés vers leurs positions initiales. Cependant, comme ils acquièrent de l'énergie cinétique au cours de ce processus, leur inertie les entraîne au-delà de leurs positions neutres. Le plasma devient à nouveau non neutre et un champ électrique est à nouveau créé pour retarder leur mouvement [42].

Nous examinons maintenant la fréquence de cette oscillation. Intuitivement, nous nous attendons à ce que la force électrique de rappel dépende de la quantité de charge déplacée  $Q_e$ .

$$Q_e = -n_e e L \Delta z dx \quad (1.8)$$

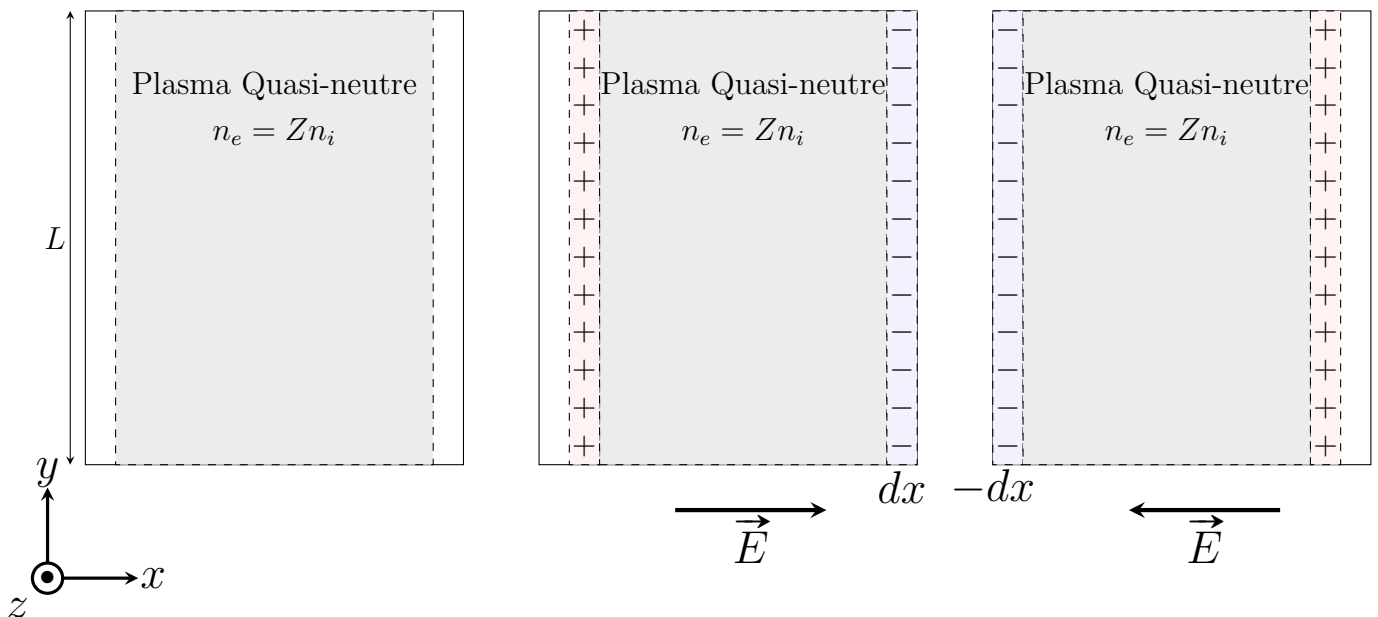


FIGURE 1.3 – Oscillation d'une colonne d'électrons à la fréquence plasma  $\omega_p$ .

L'équation du mouvement d'un électron unique en présence d'un champ électrique  $E$  est donnée par<sup>3</sup>

$$m_e \frac{d^2x}{dt^2} = -eE \quad (1.9)$$

En appliquant la loi de Gauss, nous pouvons écrire

$$\begin{aligned} \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} &= \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = -\frac{Q_e}{\varepsilon_0} \\ \implies \frac{dE}{dx} dx \cdot L\Delta z &= \frac{n_e e L \Delta z dx}{\varepsilon_0} \\ \implies E &= \frac{n_e e}{\varepsilon_0} x \end{aligned} \quad (1.10)$$

En substituant dans l'équation (1.9), on obtient

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{n_e e^2}{m_e \varepsilon_0} x = 0 \quad (1.11)$$

La solution de cette équation est une harmonique temporelle avec une pulsation  $\omega_{pe}$

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \varepsilon_0}} \quad (1.12)$$

$\omega_{pe}$  est appelée **fréquence plasma électronique**.

La fréquence des ions  $\omega_{pi}$ , étant donné le rapport des masses, même avec leurs racines carrées, est nettement inférieure à celle des électrons, ce qui explique pourquoi la fréquence plasma est pratiquement celle des électrons.

$$\omega_p \approx \omega_{pe} \quad (1.13)$$

## II.1.2 Gyrofréquence électronique

Un champ magnétique oblige les électrons à se déplacer sur des orbites hélicoïdales autour de la direction du champ, au lieu de se déplacer de façon rectiligne entre les collisions.

Si nous désignons le champ magnétique par  $\vec{B}$ , l'équation du mouvement d'un électron non relativiste est la suivante

$$m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{v} \times \vec{B} \quad , \quad (1.14)$$

qui donne lieu à une vitesse constante  $v_{\parallel}$  parallèle au champ magnétique et à un mouvement circulaire perpendiculaire au champ avec une vitesse angulaire notée  $\omega_{ce}$  et appelée **gyrofréquence électronique** (ou fréquence cyclotron des électrons)[43]. Pour  $|\vec{B}| = B$  constant, on écrit

$$\omega_{ce} = \frac{eB}{m_e} \quad (1.15)$$

La gyrofréquence des ions est plus petite comparée à celle des électrons (rapport des masses).

Pour des protons, elle est environ 2000 fois plus basse que celle des électrons.

---

3. Dans les plasmas de faible densité, l'amortissement collisionnel peut être négligé

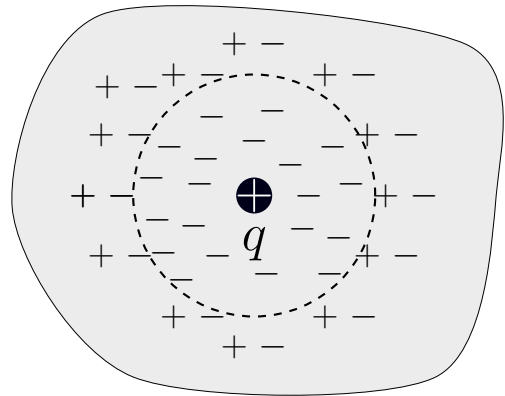
## II.2 Échelles spatiales

### II.2.1 Longueur de Debye électronique

La longueur de Debye<sup>4</sup> est une caractéristique fondamentale du plasma. Elle traduit sa capacité à faire écran aux potentiels électriques qui lui sont appliqués. Ce phénomène peut être considéré comme le résultat d'une conductivité élevée du plasma. Selon cette explication, le courant électrique peut généralement circuler assez librement dans un plasma pour court-circuiter tout champ électrique intérieur.

Cependant, il est plus utile de considérer l'écrantage comme un phénomène diélectrique. Selon cette explication, c'est la polarisation du milieu plasmatique et la redistribution associée de la charge spatiale qui empêchent la pénétration d'un champ électrique externe.

Supposons qu'une charge d'essai positive  $+q$  soit introduite dans le plasma. Elle va attirer autour d'elle des charges de signe opposé (les électrons) qui vont former un nuage négatif causant l'écrantage de son potentiel. On appelle *sphère de Debye* la sphère d'électrons qui se forme autour de l'ion et son rayon la **longueur de Debye**  $\lambda_D$ .



Si le plasma était froid et qu'il n'y avait pas de mouvement thermique, il y aurait suffisamment d'électrons dans le nuage pour écranter parfaitement le potentiel créé par l'ion. Au contraire, si la température est finie, les électrons au bord du nuage, où le champ est faible, ont suffisamment d'énergie thermique pour s'échapper. Le "bord" du nuage se situe là où l'énergie potentielle est approximativement égale à l'énergie thermique  $kT$ .

On se propose de calculer cette longueur de Debye. Soit  $n_i^0$  la densité moyenne des ions de charge  $Ze$  et  $n_e^0$  celle des électrons. Pour que la neutralité de charge globale soit maintenue, on a

$$Zn_i^0 = n_e^0 \quad (1.16)$$

Au sein du plasma, il existe des variations locales du potentiel électrique moyen  $\phi$ , auxquelles correspondront des variations des densités d'ions et d'électrons. Comme chaque particule est en équilibre thermodynamique avec sa propre température, les densités locales sont données par la distribution de Boltzmann

$$\begin{aligned} n_i(r) &= n_i^0 \exp\left(\frac{-Ze\phi(r)}{kT_i}\right) \\ n_e(r) &= n_e^0 \exp\left(\frac{e\phi(r)}{kT_e}\right) \end{aligned} \quad (1.17)$$

4. en référence au chimiste néerlandais Peter Debye

Considérons le champ au voisinage de l'ion test de charge  $Ze$  placé en  $r = 0$ . Sa charge positive attirera les électrons et repoussera les ions, donnant lieu à un déséquilibre net de charge au niveau local.

Si cette région de séparation des charges est grande par rapport à la distance de séparation interparticulaire  $n_i^{-1/3}$ , la "granulosité" inhérente aux particules est moyennée pour obtenir une distribution quasi-continue. La distribution statistique des électrons donnera un potentiel électrique  $\phi$  variant lentement, décrit par l'équation de Poisson [44] :

$$\nabla^2 \phi = -\frac{1}{\varepsilon_0} [Zn_i e - n_e e] \quad (1.18)$$

En supposant une symétrie sphérique du potentiel<sup>5</sup>, on peut écrire

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\phi}{dr} \right) = -\frac{n_e^0 e}{\varepsilon_0} \left[ \exp\left(\frac{-Ze\phi}{kT_i}\right) - \exp\left(\frac{e\phi}{kT_e}\right) \right] \quad (1.19)$$

Comme le champ est faible sauf à proximité de l'ion ( $Ze\phi \ll kT$ ), nous pouvons développer les exponentielles en ne conservant que les premiers termes.

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\phi}{dr} \right) = \frac{n_e^0 e^2}{\varepsilon_0} \left[ \frac{Z}{kT_i} + \frac{1}{kT_e} \right] \phi = \frac{\phi}{\lambda_D^2} \quad (1.20)$$

Avec des conditions aux limites telles que

$$\lim_{r \rightarrow 0} \phi(r) = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \quad (\text{le champ tend vers celui de l'ion seul}) \quad , \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \phi(r) = 0.$$

la solution est le **potentiel de Debye**

$$\phi(r) = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right) \quad (1.21)$$

Le terme de droite est le potentiel de Coulomb autour de la charge ponctuelle de l'ion. L'exponentielle est la manifestation d'un effet d'écran (voir figure 1.4).

La longueur de Debye a pour expression

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k}{n_e^0 e^2 \left( \frac{Z}{T_i} + \frac{1}{T_e} \right)}} \quad (1.22)$$

En négligeant le terme ionique (la température des ions est négligeable devant celle des électrons), on peut écrire

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k T_e}{n_e^0 e^2}} \quad (1.23)$$

On voit bien que le potentiel diminue rapidement lorsque  $r \gtrsim \lambda_D$ . Le potentiel de Coulomb est donc écranté et sa portée est réduite de  $\infty$  à  $\sim \lambda_D$ .

---

5. Près de l'ion, le champ est à symétrie sphérique.

Notons que, si nous définissons la vitesse moyenne de l'électron

$$\bar{v}_e = \left( \frac{kT_e}{m_e} \right)^{1/2} \quad (1.24)$$

alors

$$\omega_p = \frac{\bar{v}_e}{\lambda_D} \quad (1.25)$$

En d'autres termes, un électron parcourt environ une longueur de Debye au cours d'une période d'oscillation du plasma. Nous pouvons donc considérer la longueur de Debye comme la longueur de corrélation électrostatique et la période d'oscillation plasma comme le temps de corrélation électrostatique[43].

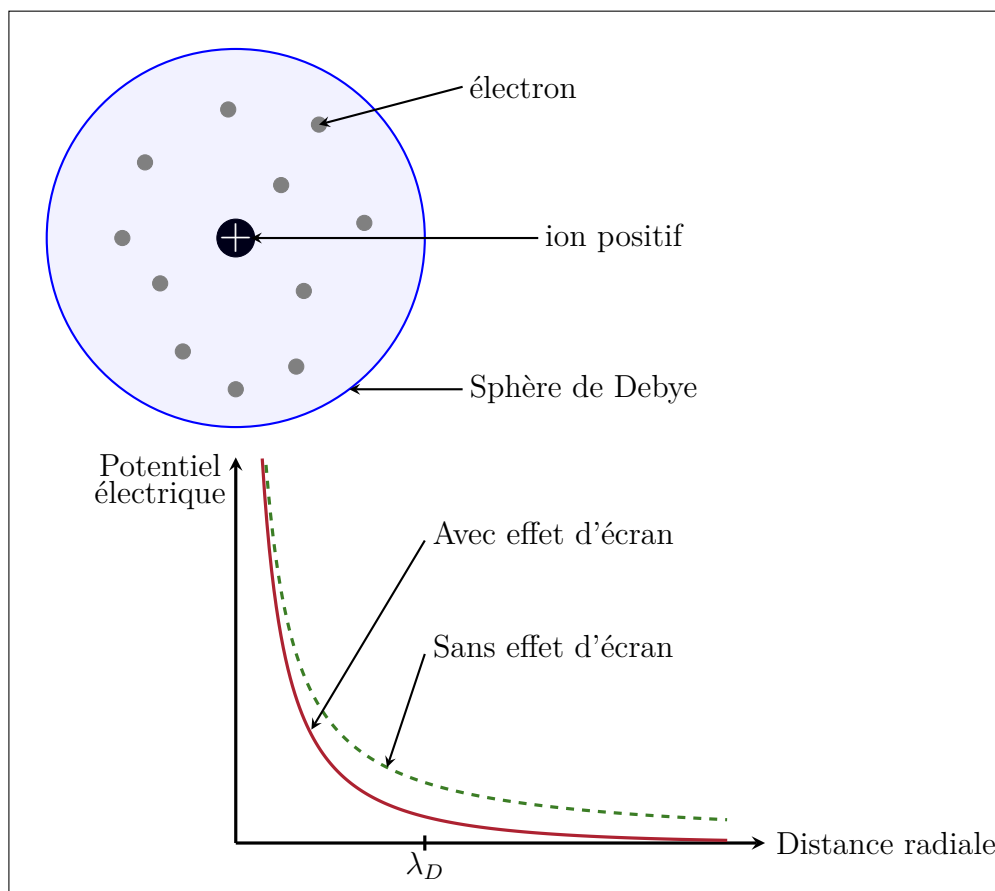


FIGURE 1.4 – Sphère de Debye et évolution du potentiel de Coulomb avec et sans effet d'écran

### Quasi-neutralité

Un plasma n'est pas un mélange strictement neutre d'électrons et d'ions positifs, mais des écarts par rapport à la neutralité peuvent apparaître sur de courtes échelles telle que la longueur de Debye. Par conséquent, nous disons que sur des échelles de longueur plus grandes que la longueur de Debye, le plasma est quasi-neutre si

$$\left| \sum_j Z_j n_{i_0,j} e - n_{e_0} e \right| \ll n_{e_0} e \quad (1.26)$$

Ici, la somme est étendue à toutes les espèces d'ions (positifs)  $j$  de nombre de charge  $Z_j$ [45].

## II.2.2 Longueur de Landau

La longueur de Landau  $\lambda_L$  est un concept fondamental de la physique des plasmas qui caractérise l'échelle spatiale sur laquelle l'interaction coulombienne entre les particules chargées est influencée de manière significative par l'agitation thermique du milieu environnant. C'est un paramètre essentiel pour comprendre le comportement des plasmas, notamment la dynamique des collisions, les phénomènes de transport ainsi que la validité des approximations dans la théorie cinétique des gaz.

Il s'agit de la distance critique entre deux particules chargées, pour laquelle l'énergie potentielle est égale à l'énergie cinétique [46] :

$$\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0\lambda_L} = kT \quad (1.27)$$

ce qui donne

$$\lambda_L = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0kT} \quad (1.28)$$

## II.2.3 Libre parcours moyen

Dans la théorie cinétique des gaz, la distance moyenne parcourue par une particule entre deux collisions successives définit le libre parcours moyen  $\ell_e$ . Elle est déterminée par la distance couverte par l'écart-type de la vitesse des particules  $\sqrt{\langle |\vec{v} - \vec{v}_b|^2 \rangle}$ , pendant le temps moyen entre deux collisions successives,  $\tau = 1/\nu_{ei}$ , où  $\nu_{ei}$  est la fréquence de collision (électron-ion),  $\vec{v}$  est la vitesse des particules et  $\vec{v}_b$  la vitesse d'écoulement. En posant  $\vec{v}_b = 0$  ( $\vec{v}$  est déterminé dans le référentiel s'écoulant avec le plasma), nous obtenons [47]

$$\ell_e = \frac{\sqrt{\langle v^2 \rangle}}{\nu_{ei}} \quad (1.29)$$

pour les plasmas décrits par une distribution de vitesse de Maxwell-Boltzmann, la fréquence de collision est [48]

$$\nu_{ei} = \frac{e^4 n_e \cdot \ln(9N_D)}{64\sqrt{2\pi}\epsilon_0^2 m_e^{1/2} (kT_e)^{3/2}} \quad (1.30)$$

avec  $N_D$  le nombre de particules dans la sphère de Debye

$$N_D = \left(\frac{4\pi}{3}\right) n_e \cdot \lambda_D^3 \quad (1.31)$$

d'où

$$\ell_e = \frac{64\sqrt{6\pi}\epsilon_0^2 (kT_e)^2}{e^4 n_e \cdot \ln(9N_D)} \quad (1.32)$$

En exprimant ce dernier résultat en termes de la longueur de Debye  $\lambda_D$  et le nombre de Debye  $N_D$ , on peut écrire

$$\frac{\ell_e}{\lambda_D} = 48\sqrt{\frac{6}{\pi}} \cdot \frac{N_D}{\ln(9N_D)} \quad (1.33)$$

## II.2.4 Distance interparticulaire moyenne

D'après des considérations très générales, la distance moyenne entre les particules est proportionnelle à la taille du volume par particule. Un ordre de grandeur suggéré est telque

$$d \sim n^{-1/3} \quad (1.34)$$

Pour un calcul rigoureux<sup>6</sup>, on se sert du formalisme de la physique statistique.

Soit  $w(r)dr$  la probabilité que le plus proche voisin d'une particule se trouve entre  $r$  et  $r + dr$ . Cette probabilité doit être clairement égale à la probabilité qu'aucune particule n'existe à l'intérieur de  $r$  multipliée par la probabilité qu'une particule existe dans la coquille sphérique entre  $r$  et  $r + dr$ . En conséquence, la fonction  $w(r)$  doit satisfaire la relation

$$w(r) = \left[ 1 - \int_0^r w(r)dr \right] 4\pi r^2 n, \quad (1.35)$$

$n$  étant la densité moyenne des particules. A partir de l'équation (1.35) on a

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{w(r)}{4\pi r^2 n} \right] = -4\pi r^2 n \frac{w(r)}{4\pi r^2 n} \quad (1.36)$$

Sachant que d'après l'équation (1.35),  $w(r) \rightarrow 4\pi r^2 n$  lorsque  $r \rightarrow 0$ , on a

$$w(r) = 4\pi r^2 n \cdot \exp\left(\frac{-4\pi r^3 n}{3}\right) \quad (1.37)$$

Nous pouvons dériver une formule exacte pour la distance interparticulaire moyenne  $d$  en utilisant la définition

$$d = \int_0^\infty r w(r) dr \quad (1.38)$$

Un changement de variable conduit à

$$\begin{aligned} d &= \left(\frac{3}{4\pi n}\right)^{1/3} \int_0^\infty e^{-t} t^{1/3} dt \\ &= \Gamma\left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(\frac{3}{4\pi n}\right)^{1/3} \end{aligned} \quad (1.39)$$

En remplaçant  $\Gamma(4/3)$  par sa valeur numérique approchée, on obtient [49]

$$d \approx 0.55396 \cdot n^{-1/3} \quad (1.40)$$

---

6. Á l'exception de quelques cas simples tels que le modèle du gaz parfait, des calculs précis du facteur de proportionnalité sont impossibles analytiquement.

## II.2.5 Longueur d'onde thermique de de Broglie

La longueur d'onde thermique de de Broglie d'une particule est simplement la longueur d'onde de de Broglie calculé à partir d'une quantité de mouvement moyenne associée à l'agitation thermique.

Dans le cas non-relativiste d'une particule de masse  $m$ , et pour une distribution maxwellienne [50], on a :

$$\lambda_{\text{th}} = \frac{h}{\sqrt{2\pi mkT}} \quad . \quad (1.41)$$

Lorsque la température augmente, la longueur d'onde thermique de Broglie diminue, ce qui indique que les particules se comportent de manière plus classique et sont décrits selon la statistique de Maxwell–Boltzmann. Lorsque la longueur d'onde thermique de Broglie devient comparable aux distances interparticulaires, les effets quantiques apparaissent et influencent de manière significative le comportement du plasma, et la statistique de Fermi-Dirac devient nécessaire [51].

## Degré de quantité $\eta$

Dans un plasma, on définit le degré de quantité  $\eta$  d'une particule comme le rapport de longueur d'onde thermique de de Broglie à la distance interparticulaire moyenne

$$\eta = \frac{\lambda_{\text{th}}}{d} = \frac{h}{d\sqrt{2\pi mkT}} \quad . \quad (1.42)$$

Les électrons, dont la masse au repos est faible, se dégènèrent plus facilement que les protons ou les autres particules présentes dans le plasma. La limite de dégénérescence est déterminée par l'exigence que le nombre moyen d'occupation des états quantiques à une particule des électrons ne soit pas  $\ll 1$ . En d'autres termes, le volume de l'espace de phase par électron - le produit des volumes de l'espace réel  $\sim d^3$  et de l'espace de quantité de mouvement  $\sim (m_e kT)^{3/2}$  occupés par chaque électron - devrait être comparable au volume de l'espace de phase de la mécanique quantique élémentaire, donné par le principe d'incertitude,  $h^3$ .

Lorsque les électrons deviennent dégénérés, comme c'est le cas dans un métal ou une naine blanche, les effets quantiques sont d'une importance considérable, et nous disons que **le plasma est dégénéré** [43].

## II.2.6 Rayons de Larmor électronique et ionique

Une particule chargée dans un champ magnétique uniforme se déplace librement dans la direction parallèle au champ, mais il existe une force dans la direction transversale qui oblige la particule à se placer sur une orbite circulaire. Le mouvement combiné de la particule est une trajectoire en spirale, ou hélicoïdale, le long de la direction du champ magnétique. Le rayon transversal de l'orbite hélicoïdale est appelé rayon de Larmor  $\rho_L$  (parfois également appelé rayon gyroscopique ou rayon cyclotronique) et dépend de la charge, de la masse et de la vitesse de la particule ainsi que de l'intensité du champ magnétique [52].

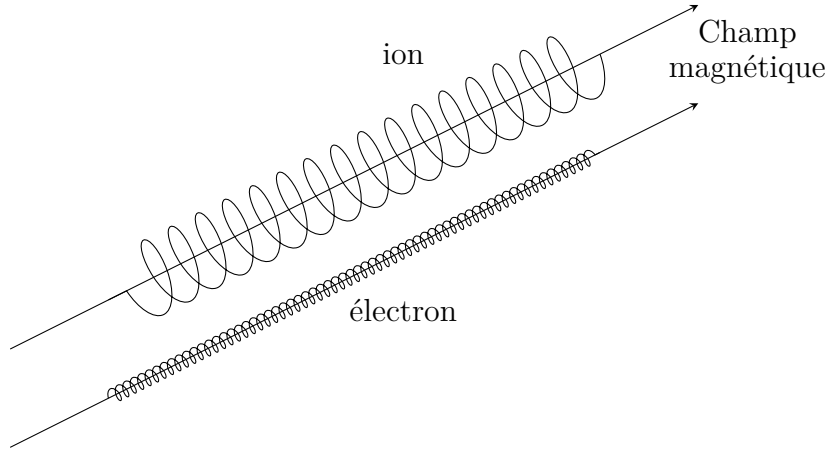
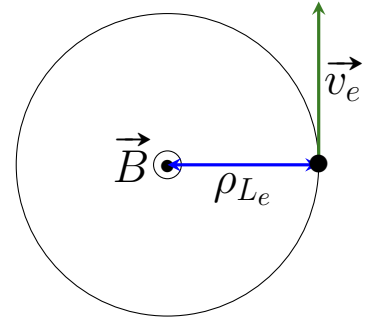


FIGURE 1.5 – Schéma d'un ion et d'un électron tournant dans un champ magnétique rectiligne

Dans un plasma non relativiste, le rayon de Larmor d'un électron est tel que

$$\begin{aligned} ev_e B &= \frac{m_e v_e^2}{\rho_{L_e}} \\ \implies \rho_{L_e} &= \frac{m_e v_e}{eB} = \frac{v_e}{\omega_{ce}} \end{aligned} \quad (1.43)$$

avec  $v_e = \sqrt{\frac{kT_e}{m_e}}$  (vitesse thermique électronique).



Pour les ions, l'image est la même, mais la giration se fait dans le sens inverse. Un ion ayant un nombre de charge  $Z$  et une masse  $m_i$  a un rayon de Larmor

$$\rho_{L_i} = \frac{m_i v_i}{ZeB} \quad (1.44)$$

Lorsque les températures des électrons et des ions sont comparables, le rayon de Larmor des électrons est nettement plus petit que celui des ions :

$$\rho_{L_e} \sim \frac{m_e}{m_i} \rho_{L_i} \quad (1.45)$$

Par exemple, le rayon de Larmor du proton est environ 40 fois plus grand que celui des électrons (racine du rapport des masses).

Un plasma est dit magnétisé si son échelle de longueur caractéristique,  $L$ , est grande par rapport au rayon de Larmor. Dans la limite opposée,  $\rho_L \ll L$ , les particules chargées ont essentiellement des trajectoires rectilignes. Ainsi, la capacité du champ magnétique à affecter de manière significative les trajectoires des particules est mesurée par le paramètre de magnétisation

$$\delta = \frac{\rho_L}{L} \quad (1.46)$$

Dans certains cas intéressants, les électrons sont magnétisés, mais les ions ne le sont pas. Cependant, un plasma "magnétisé" se réfère conventionnellement à un plasma dans lequel les deux espèces sont magnétisées. Cet état est généralement atteint lorsque [53]

$$\delta_i = \frac{\rho_{L_i}}{L} \ll 1 \quad (1.47)$$

## II.3 Classification des plasmas

Un plasma peut être classé sur la base de diverses propriétés, telles que la température, le degré d'ionisation et la densité électronique.

Dans un diagramme densité-température (voir 1.6), les séparatrices délimitent différents types de comportement des constituants des plasmas permettant ainsi de les distinguer.

### Limite relativiste

Ce sont les électrons qui ont des mouvements désordonnés très rapides. Cette limite apparaît donc lorsque les vitesses thermiques des électrons deviennent relativistes. Cela se produit lorsque [43]

$$T \sim \frac{m_e c^2}{k} \sim 6 \times 10^9 \text{ K} \quad (1.48)$$

Le plasma est dit **relativiste**.

### Limite quantique

Cette limite est telle que la longueur d'onde thermique de Broglie devient comparable aux distances interparticulaires. La statistique de Fermi-Dirac devient nécessaire et on parle alors de **plasma dégénéré**.

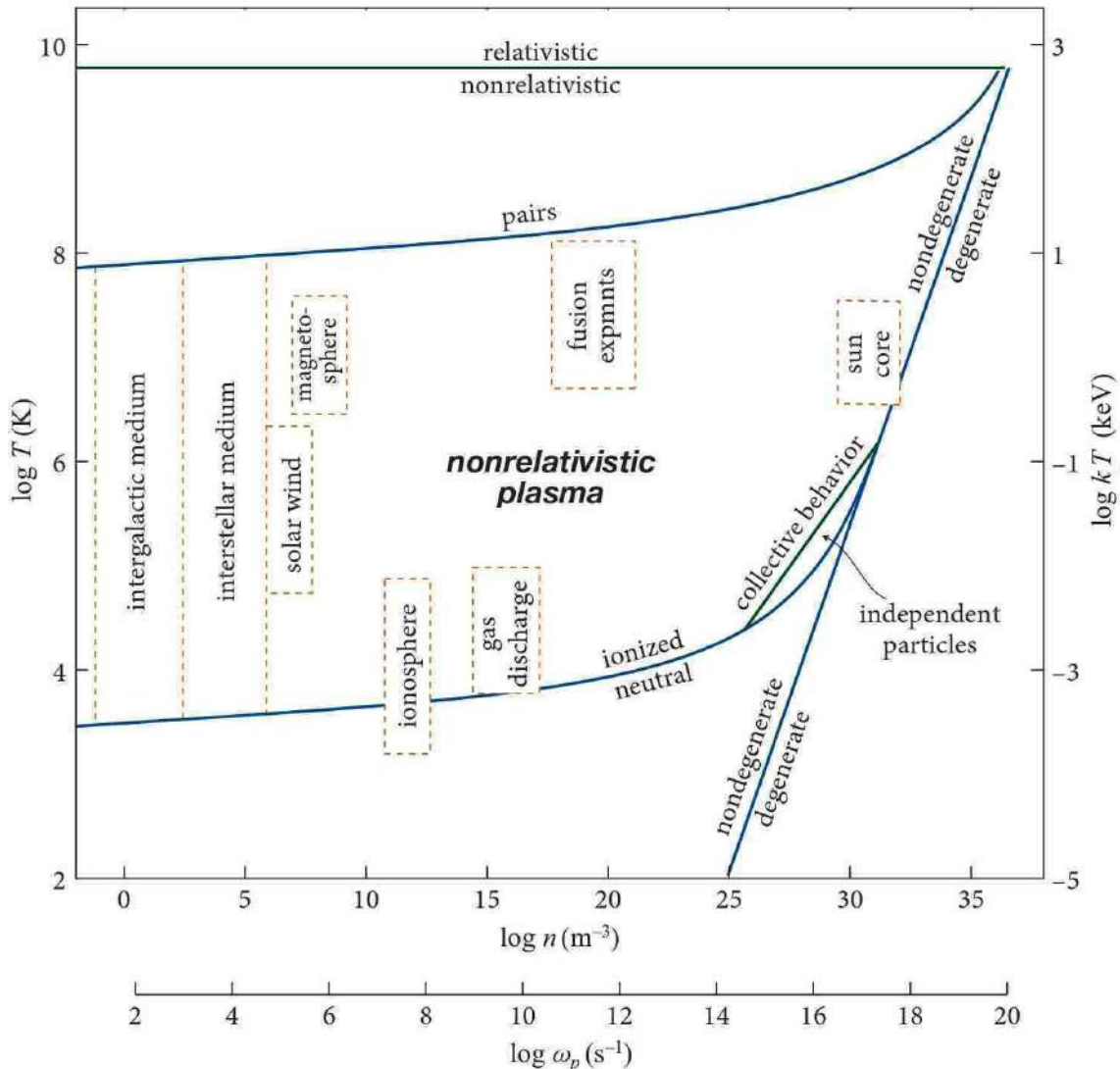


FIGURE 1.6 – classification des plasmas (exemple d'un gaz composé en grande partie d'hydrogène)

### III Modèles théoriques en physique des plasmas

Il existe différents modèles mathématiques pour différents types de processus plasmatiques. Le modèle à utiliser ou à appliquer dépend du type de phénomène à étudier. On peut distinguer trois types de descriptions théoriques sur la base de l'approche choisie [54].

#### III.1 Théorie des orbites

Cette théorie concerne l'étude du mouvement d'une particule chargée individuelle dans des champs magnétiques et électriques donnés. Ce mouvement, dans le cas non relativiste, est décrit par

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (1.49)$$

où  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  et  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  sont des solutions données des équations de Maxwell.

Ce modèle est utile pour décrire la giration des particules dans un champ magnétique et les invariants adiabatiques de ce mouvement cyclotronique, l'effet miroir magnétique, les dérives, etc... Mais les plasmas contiennent généralement beaucoup de particules, par exemple une grande éjection de masse coronale sur le soleil implique jusqu'à  $10^{30}$  particules, ce qui nécessite une approche différente de ce modèle [55].

Toutefois, cette méthode est importante pour saisir le comportement "fin" d'une particule, un comportement que l'on pourra ensuite généraliser dans certains contextes à un groupe de particules chargées. Cette théorie a démontré son efficacité pour les plasmas de densité faible où la dynamique est principalement guidée par l'interaction des particules avec les champs externes appliqués comme, par exemple, les rayons cosmiques, la ceinture de radiations de Van Allen, les tubes cathodiques et les accélérateurs de haute énergie.

#### III.2 Théorie cinétique

Le mouvement d'une seule particule chargée (non relativiste) dans des champs électriques et magnétiques est décrit par l'équation du mouvement (1.49). La théorie des orbites n'est valable que lorsque la densité des particules chargées est si faible que les interactions entre les particules peuvent être ignorées. Cependant, un plasma est constitué d'un très grand nombre de particules en interaction et, par conséquent, il est approprié d'utiliser une approche statistique pour son analyse. La théorie cinétique des plasmas a pour but de dériver des équations décrivant le comportement collectif des nombreuses particules chargées qui constituent un plasma en appliquant les méthodes de la mécanique statistique [54]. Dans le cadre de cette théorie cinétique statistique, il suffit de connaître la fonction de distribution. Le défi consiste à résoudre les équations régissant l'évolution de cette distribution dans l'espace des phases.

## Fonction de distribution

Dans la description statistique, l'information sur l'individualité des particules est perdue, mais l'information physique pertinente sur le plasma dans son ensemble est conservée et exprimée en termes de fonctions de distribution  $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$  dépendant des vecteurs vitesses et positions des particules ainsi que du temps. Elles sont définies comme la densité des points représentatifs des particules dans un espace de phase à six dimensions formé par les trois coordonnées de position  $(x, y, z)$  et les trois coordonnées de vitesse  $(v_x, v_y, v_z)$ . Dans cet espace à six dimensions, l'état dynamique de chaque particule est représenté par un seul point. Les coordonnées  $(\vec{r}, \vec{v})$  du point représentatif donnent la position et la vitesse de la particule. Lorsque la particule se déplace, son point représentatif décrit une trajectoire dans l'espace des phases. À chaque instant, l'état dynamique d'un système de  $N$  particules est représenté par  $N$  points dans l'espace des phases.

l'élément différentiel de volume  $d^3r = dx dy dz$  ne doit pas être pris comme une quantité mathématiquement infinitésimale, mais comme un élément fini de volume, suffisamment grand pour contenir un très grand nombre de particules, mais suffisamment petit par rapport aux longueurs caractéristiques associées à la variation spatiale des paramètres physiques d'intérêt tels que, par exemple, la densité et la température [56].

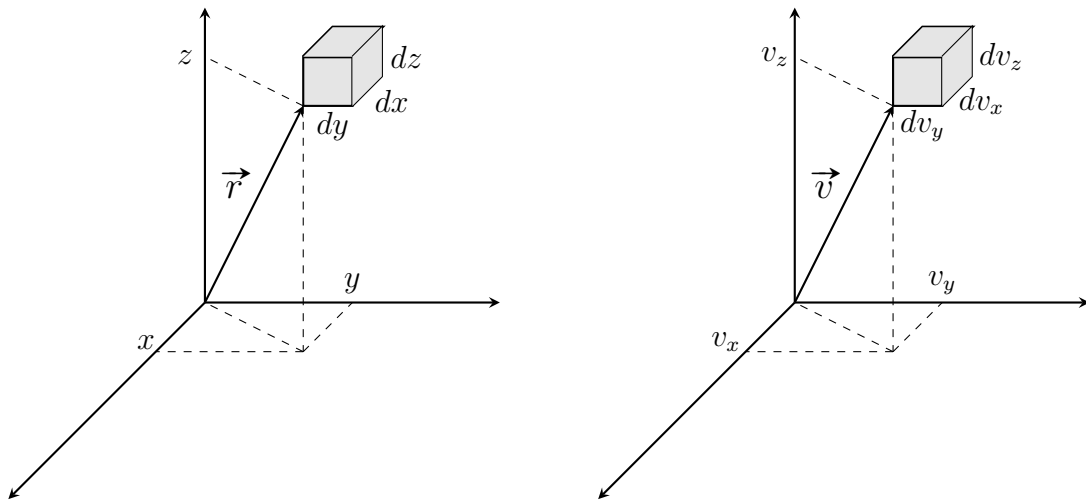


FIGURE 1.7 – Espace des phases

Soit  $d^6N$  le nombre de particules à l'intérieur de l'élément de volume  $d^3r d^3v$  autour des coordonnées de l'espace des phases  $(\vec{r}, \vec{v})$ , à l'instant  $t$ . La fonction de distribution dans l'espace des phases,  $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$ , est définie comme la densité des points représentatifs des particules dans l'espace des phases, c'est-à-dire,

$$f(\vec{r}, \vec{v}, t) = \frac{d^6N}{d^3r d^3v} \quad (1.50)$$

La densité de particules par unité de volume, indépendamment de la vitesse, est

$$n(\vec{r}, t) = \frac{1}{d^3r} \int_v d^6N = \int_v f(\vec{r}, \vec{v}, t) d^3v \quad (1.51)$$

Dans le cas isotrope on écrit :  $dn(\vec{r}, t) = 4\pi v^2 f(\vec{r}, \vec{v}, t) dv$  .

## Équation de Boltzmann

L'équation fondamentale à laquelle  $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$  doit satisfaire est l'**équation de Boltzmann** :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}_r f + \frac{\vec{F}}{m} \cdot \vec{\nabla}_v f = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll} \quad (1.52)$$

Ici,  $\vec{F}$  est la force agissant sur les particules et  $\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{coll}$  est le taux de variation temporelle de  $f$  due aux collisions.

La signification de l'équation de Boltzmann devient claire si l'on se souvient que  $f$  est une fonction de sept variables indépendantes. La dérivée totale de  $f$  en fonction du temps est

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial f}{\partial v_x} \frac{dv_x}{dt} + \frac{\partial f}{\partial v_y} \frac{dv_y}{dt} + \frac{\partial f}{\partial v_z} \frac{dv_z}{dt} \quad (1.53)$$

Ici,  $\frac{\partial f}{\partial t}$  est la dépendance explicite au temps. Les trois termes suivants sont simplement  $\vec{v} \cdot \vec{\nabla}_r f$ . Et avec l'aide de la troisième loi de Newton,

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} \quad (1.54)$$

les trois derniers termes sont reconnus comme  $\frac{\vec{F}}{m} \cdot \vec{\nabla}_v f$ .

Dans un plasma suffisamment chaud et de faible densité, les collisions peuvent être négligées. Si, de plus, la force  $\vec{F}$  est entièrement électromagnétique, l'équation (1.52) prend la forme particulière suivante

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}_r f + \frac{\vec{q}}{m} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{\nabla}_v f = 0 \quad (1.55)$$

C'est ce qu'on appelle l'*équation de Vlasov* [53].

### III.3 Théorie magnétohydrodynamique (MHD)

Dans de nombreux cas, il n'est pas nécessaire de connaître l'évolution exacte de la fonction de distribution, mais il suffit de déterminer l'évolution spatiale et temporelle des moments macroscopiques de la distribution, tels que les densités, les vitesses et les températures. En particulier, pour les variations temporelles lentes, les moments décrivent suffisamment bien l'état du plasma pour la plupart des cas d'intérêt. Il est clair qu'il sera plus simple d'étudier leur évolution que de déterminer celle de la fonction de distribution. Comme les moments macroscopiques sont des quantités déjà connues dans la dynamique des fluides et des gaz, la théorie qui en résulte relève du domaine des théories des fluides. Cette théorie sera appelée **magnétohydrodynamique (MHD)** car il s'agit de la théorie des fluides chargés électriquement et soumis à la présence de champs magnétiques externes et internes [48].

# Rayonnement des plasmas et profil des raies spectrales

En 1814, Joseph von Fraunhofer (1787-1826) utilise l'un des prismes de haute qualité qu'il a fabriqués pour diffracter sur un mur blanchi à la chaux un faisceau de lumière solaire provenant d'une fente dans ses volets. Outre les couleurs caractéristiques de l'arc-en-ciel, observées de cette manière depuis Newton, il vit de nombreuses lignes sombres. Il a méticuleusement répertorié la longueur d'onde exacte de chaque ligne sombre - qui sont encore connues aujourd'hui sous le nom de lignes de Fraunhofer - et a étiqueté les plus fortes d'entre elles avec des lettres. Beaucoup de ces étiquettes, telles que les raies D du sodium, sont encore utilisées aujourd'hui. Fraunhofer n'a pas seulement enregistré le premier spectre astronomique, il a aussi enregistré le tout premier spectre à haute résolution. Le spectre de Fraunhofer a été le premier à résoudre des transitions de raies discrètes. La première étape dans la compréhension des observations de Fraunhofer a été franchie au milieu du 19<sup>ième</sup> siècle avec les expériences de Gustav Kirchhoff (1824-1887) et de Robert Bunsen (1811-1899). Ils ont constaté que, dans certains cas, la longueur d'onde de la lumière émise correspondait exactement aux raies de Fraunhofer. Ces expériences ont démontré que les raies de Fraunhofer étaient une conséquence directe de la composition atomique du Soleil. Pour comprendre l'origine de ces raies, les scientifiques ont attendu l'arrivée la mécanique quantique au 20<sup>ième</sup> siècle[57].

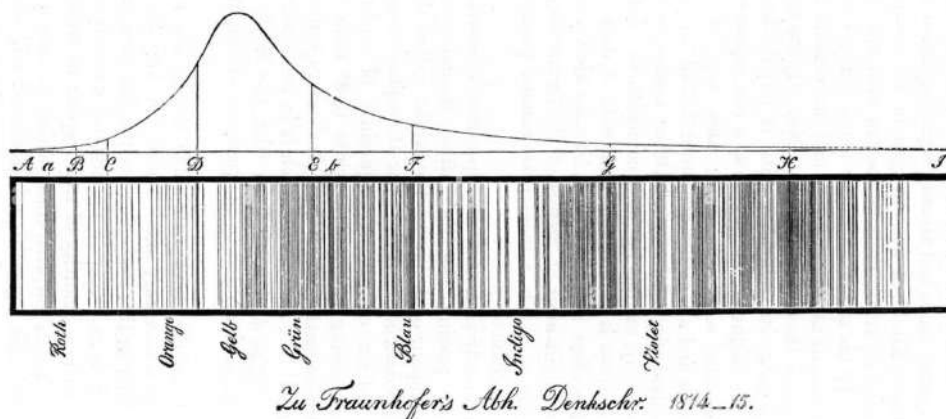


FIGURE 2.1 – Le spectre solaire enregistré par Fraunhofer.

Une première exploitation de ces spectres a permis d'identifier la composition du milieu dont est issue la lumière analysée. Avec l'avancée technologique, on a découvert que les raies spectrales avaient une certaine largeur indépendante des spectromètres utilisés. Ceci a ouvert un nouveau horizon pour les scientifiques leur permettant l'accès à d'autres informations très importantes des milieux sources des rayonnements électromagnétiques.

## I Élargissement et déplacement des raies spectrales

Les raies spectrales en émission ou en absorption sont une conséquence des transitions entre deux niveaux discrets d'un atome ou d'un ion (ou une molécule).

On introduit un profil de raie  $I(\nu)$ , normalisé et centré sur la fréquence  $\nu_0$  telle que

$$\nu_0 = \frac{E_2 - E_1}{h} \quad (2.1)$$

$E_2$  : énergie du niveau supérieur,  $E_1$  : énergie du niveau inférieur.

Ce profil n'est pas une fonction de Dirac (une raie infiniment mince) mais une fonction qui donne une répartition de l'intensité autour  $\nu_0$ . Cela est dû à trois sources principales d'élargissement :

- interaction de l'atome émetteur avec le champ de rayonnement, amortissement du rayonnement de l'oscillateur, entraînant une largeur de ligne naturelle,
- le mouvement thermique de l'atome émetteur, qui entraîne un élargissement Doppler,
- interaction de l'atome émetteur avec les particules environnantes provoquant un élargissement de pression (ou élargissement par collisions).

### I.1 Largeur naturelle

Selon les équations de Maxwell (théorie classique), un électron accéléré perd de l'énergie par rayonnement, et la raie émise a un profil lorentzien de la forme (figure 2.3) :

$$L(\nu) = \frac{\gamma}{2\pi} \frac{1}{4\pi^2 (\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2} \quad (2.2)$$

où  $\gamma$  est le coefficient d'amortissement.

$$\gamma = \frac{8\pi^2 e^2 \nu_0}{3m_e c^3} \quad (2.3)$$

$m_e$  étant la masse de l'électron.

$L(\nu)$  atteint sa valeur maximale à  $\nu = \nu_0$ , qui vaut

$$L_{max} = L(\nu_0) = \frac{2}{\pi\gamma} \quad (2.4)$$

et sa largeur naturelle totale à mi-hauteur en unité de fréquence ( $FWHM$ )

$$\Delta\nu_N = \frac{\gamma}{2\pi} = \frac{4\pi e^2 \nu^2}{3m_e c^2} \quad (2.5)$$

Du point de vue de la mécanique quantique, l'amortissement du rayonnement est une conséquence du fait qu'en raison de l'interaction avec le champ de rayonnement, le temps de vie des niveaux d'énergie est fini et, par conséquent, ces niveaux sont élargis conformément au principe d'incertitude d'Heisenberg ( $\Delta E \cdot \tau \sim \hbar$ ).

La constante d'amortissement  $\gamma$  pour un niveau  $m$  dépend de la durée de vie moyenne  $\tau$  de ce niveau et est donnée par  $\gamma_m = \tau^{-1}$ . D'autre part,  $\tau^{-1}$  est proportionnel à la somme de toutes les probabilités de transition impliquant le niveau  $m$  comme niveau de départ (figure 2.2).

Pour un niveau  $m$  :

$$\gamma_m = \tau^{-1} = \underbrace{\sum_n A_{nm}}_{\text{émission spontanée}} + \underbrace{\sum_n B_{nm} U_\nu}_{\text{émission induite}} + \underbrace{\sum_{n'} B_{n'm} U_\nu}_{\text{absorption}} \quad (2.6)$$

où  $A_{nm}$ ,  $B_{nm}$ ,  $B_{n'm}$  sont les probabilités d'Einstein et  $U_\nu$  désigne la densité du champ de radiation.

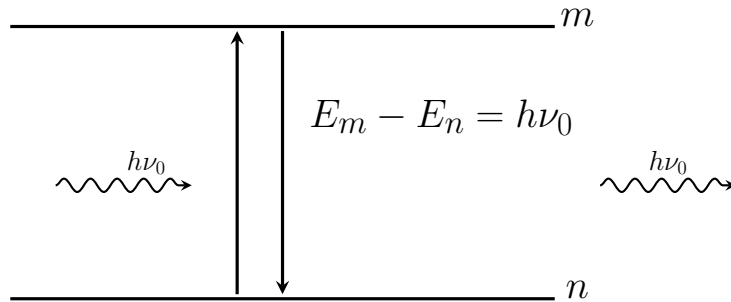


FIGURE 2.2 – Émission et absorption dans un système atomique à deux niveaux

Considérant les niveaux  $m$  et  $n$  (supérieur et inférieur) indépendants, le profil de la raie émise a une forme lorentzienne :

$$L(\nu) = \frac{\gamma_m + \gamma_n}{2\pi} \cdot \frac{1}{4\pi^2 (\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\gamma_n + \gamma_m}{2}\right)^2} \quad (2.7)$$

avec une largeur à mi-hauteur :

$$\Delta\nu_N = \frac{\gamma_n + \gamma_m}{2\pi} = \Delta\nu_{N_n} + \Delta\nu_{N_m} \quad (2.8)$$

La largeur naturelle de la raie, inversement proportionnelle à la durée de vie d'un état excité, est du même ordre de grandeur que celle donnée par la théorie classique.

Elle est généralement négligeable par rapport aux autres causes d'élargissement<sup>1</sup>, et ne dépend que de l'état de l'émetteur et non du milieu environnant[58].

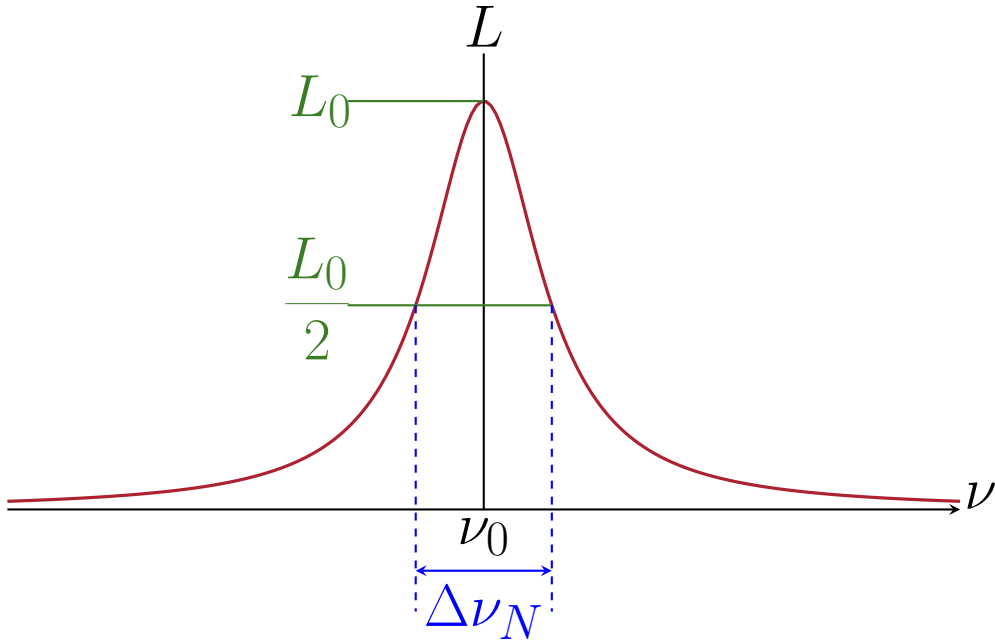


FIGURE 2.3 – Profile lorentzien

## I.2 Élargissement Doppler

Les atomes (ou molécules) d'un gaz sont animés de mouvements incessants dans toutes les directions (agitation thermique). En raison de l'effet Doppler, la lumière émise à une fréquence  $\nu_0$  dans le référentiel d'un atome en mouvement sera détectée à une fréquence  $\nu \neq \nu_0$  par un observateur  $O$  au repos (référentiel du laboratoire).

Soit un atome de masse  $M$  dont le vecteur vitesse,  $\vec{v}$ , fait un angle  $\theta$  avec la ligne de visée d'un observateur situé en  $O$  (l'axe de visée est  $z$ , figure 2.4).

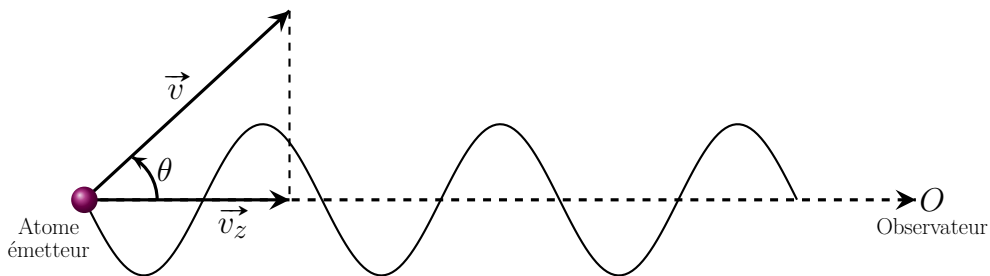


FIGURE 2.4 – Les conditions physiques requises pour l'effet Doppler

Le décalage en fréquence d'un atome émetteur ayant une vitesse relative le long de la ligne de visée  $v_z$  est tel que

$$\frac{\nu}{\nu_0} = \sqrt{\frac{c + v_z}{c - v_z}} \quad (2.9)$$

1. Cette source d'élargissement est importante dans les spectres nucléaires, tels que les spectres Mossbauer

pour des vitesses non relativistes ( $v_z \ll c$ ), on a approximativement

$$\frac{\nu}{\nu_0} \simeq 1 - \frac{v_z}{c} \quad (2.10)$$

ce qui conduit à

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{v_z}{c} = \frac{v \cos \theta}{c} \quad (2.11)$$

Selon la théorie cinétique des gaz, la distribution des vitesses est maxwellienne. Projetée sur la ligne de visée, elle s'écrit

$$f_{v_z}(v_z) = \sqrt{\frac{M}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{Mv_z^2}{2kT}\right) \quad (2.12)$$

La fraction des atomes émetteurs ayant une vitesse comprise entre  $v_z$  et  $v_z + dv_z$  est

$$\frac{dN}{N} = f_{v_z}(v_z)dv_z = \frac{1}{v_p\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{v_z^2}{v_p^2}\right) dv_z \quad (2.13)$$

où  $v_p$  est la vitesse la plus probable ( $\frac{1}{2}Mv_p^2 = kT$ ).

Puisque la correspondance (dans la limite non relativiste) entre  $v_z$  et  $\nu$  est linéaire, on obtient une expression du profil normalisé  $L(\nu)$  par un simple changement de variable de sorte que

$$L(\nu)|d\nu| = f_{v_z}(v_z)dv_z \quad (2.14)$$

Ce qui donne le profil de forme gaussienne (voir figure 2.5)

$$L(\nu) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_D} \exp\left(-\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D}\right) \quad (2.15)$$

avec une largeur à mi-hauteur

$$\Delta\nu_D = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{M}} \quad (2.16)$$

Notons qu'une étude très récente de Gossa et al. [59] a pris en compte les effets relativistes appliqués à un plasma ultra-chaud. Les calculs ont aboutit à un profil non gaussien et une largeur à demi-hauteur différente de l'équation 2.16.

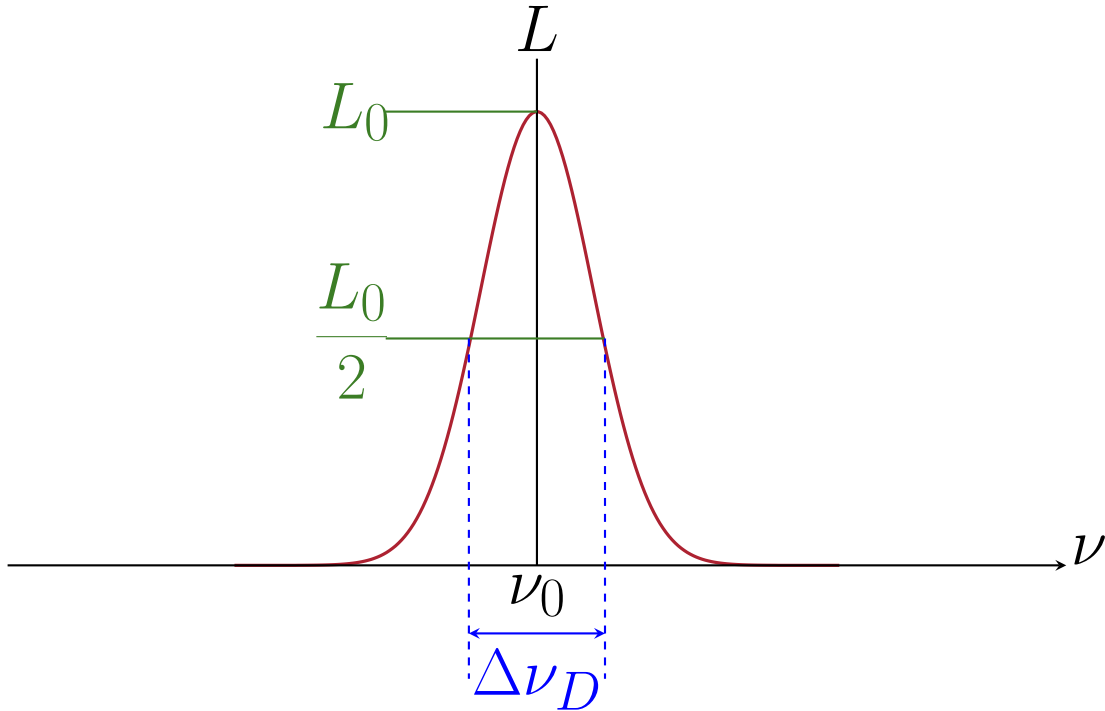


FIGURE 2.5 – Profil gaussien

### I.3 Élargissement par collisions (élargissement de pression)

Une autre cause d'élargissement de raie est due aux collisions de l'atome émetteur avec les particules environnantes et qui le perturbent pendant le processus d'émission. Le mot collision recouvre ici toutes les interactions possibles entre l'émetteur et les perturbateurs. La première suggestion intéressante pour étudier ce phénomène fut celle de Michelson (1895) [1] qui a identifié cet élargissement comme étant causé par l'interruption soudaine du rayonnement atomique suite aux collisions avec des particules voisines. En 1906, une première théorie de l'élargissement par collision a été élaborée, par Lorentz [2] impliquant seulement les collisions inélastiques (transfert d'énergie). Cette théorie fut couronnée par la publication de son célèbre profil. Lenz[8] et Weisskopf [7] démontrèrent, qu'en plus, les collisions élastiques agissent sur l'élargissement en introduisant des déphasages dans les trains d'ondes du rayonnement émis.

La théorie a ensuite été développée par Stark[60], Debye [61] et Holtsmark [3] pour être appliquée aux gaz ionisés (plasmas), où les collisions sont en grande partie dues à des particules chargées. On parle désormais d'élargissement Stark puisqu'il s'agit de l'interaction fondamentale dans l'effet Stark.

Plusieurs travaux se sont succédé [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12], et ce n'est qu'à la fin des années 50 et au début des années 60 que les théories quantiques modernes décrivant l'élargissement Stark ont émergé avec Kolb, Baranger et Griem[13, 14, 15, 16, 17].

## II Élargissement et déplacement Stark : Théorie générale

On considère les émetteurs (atomes ou ions) immobiles<sup>2</sup> et immergés dans un gaz de perturbateurs (électrons, ions, atomes neutres ou molécules). On divise virtuellement le système en cellules ne contenant chacune qu'un seul émetteur, et l'on admettra que ces cellules n'interagissent pas entre elles[15]. Une approche simple consiste à considérer la cellule comme un objet quantique unique, une gigantesque molécule, avec certains niveaux d'énergie et états stationnaires [4, 6].

La puissance totale rayonnée lors d'une transition dipolaire électrique<sup>3</sup> d'un état initial  $|m\rangle$  à un état final  $|n\rangle$  est donnée par la formule bien connue [62] (somme sur les états finaux et moyenne sur les états initiaux)

$$P(\omega) = \frac{\omega^4}{2\pi c^3} \sum_{m,n} \sum_{k=1}^2 \delta(\omega - \omega_{mn}) \left| \langle n | \vec{\varepsilon}_k \cdot \vec{D} | m \rangle \right|^2 \cdot \rho_m \quad (2.17)$$

Les états initiaux sont pondérés par leurs probabilités d'occupation  $\rho_m$ .

$\omega_{mn}$  : Pulsation de la transition radiative entre les états d'énergies  $E_m$  et  $E_n$ .

$\vec{D}$  : Opérateur du moment dipolaire total de la cellule (émetteur-perturbateurs).

$\vec{\varepsilon}_k$  : Polarisation du champ perturbateur.

Si l'émetteur est un atome (ion) à  $Z$  électrons, et le perturbateur de charge  $q$  on a :

$$\vec{D} = \sum_{j=1}^Z e \cdot \vec{r}_j + \sum_l q \cdot \vec{R}_l \quad (2.18)$$

$\vec{r}_j$  : vecteur position du  $j^{\text{ème}}$  électron de l'émetteur mesuré à partir du noyau.

$\vec{R}_l$  : vecteur position du  $l^{\text{ème}}$  perturbateur.

Le moment dipolaire total du système peut être remplacé par celui de l'émetteur, car nous nous intéressons à la forme des raies et non à la partie du spectre qui implique le rayonnement des perturbateurs et qui forme un continuum [18].

Ceci nous permet de modifier l'équation 2.17 en écrivant :

$$P(\omega) = \frac{\omega^4}{2\pi c^3} \sum_{m,n} \sum_{k=1}^2 \delta(\omega - \omega_{mn}) \left| \langle n | \vec{\varepsilon}_k \cdot \vec{d} | m \rangle \right|^2 \cdot \rho_m \quad (2.19)$$

$$\vec{d} = \sum_{j=1}^Z e \cdot \vec{r}_j = \sum_{j=1}^Z \vec{d}_j \quad (2.20)$$

2. On ne s'intéresse pas à l'effet Doppler.

3. L'élargissement Stark n'est important que pour les raies provenant de transitions dipolaires électriques [20].

En absence de champ électrique ou magnétique externes, le plasma est isotrope. Il suffit donc de considérer un axe de perturbation donné supposé  $Oz$ , et de prendre la moyenne sur l'angle entre  $\vec{d}$  et  $\vec{e}$ . Dans cette hypothèse on aura :

$$P(\omega) = \frac{\omega^4}{2\pi c^3} \frac{1}{3} \sum_{m,n,j} \delta(\omega - \omega_{mn}) \left| \langle n | \vec{d}_j | m \rangle \right|^2 \cdot \rho_m \quad (2.21)$$

Ou

$$P(\omega) = \frac{\omega^4}{2\pi c^3} \frac{1}{3} \sum_{m,n,j} \delta(\omega - \omega_{mn}) \left| \langle n | e \vec{r}_j | m \rangle \right|^2 \cdot \rho_m \quad (2.22)$$

On pourra aussi écrire :

$$P(\omega) = \frac{\omega^4}{2\pi c^3} \frac{1}{3} \cdot L(\omega) \quad (2.23)$$

L'expression  $L(\omega)$  est appelé profil de raie normalisé. Et on a alors :

$$L(\omega) = \sum_{m,n,j} \delta(\omega - \omega_{mn}) \left| \langle n | e \vec{r}_j | m \rangle \right|^2 \cdot \rho_m \quad (2.24)$$

Il est convenable également de définir la transformée de Fourier du profil normalisé que l'on désigne sous le nom de fonction d'autocorrélation :

$$\begin{aligned} C(s) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-i\omega s) L(\omega) d\omega \\ &= \sum_{m,n,j} \exp(-i\omega_{mn} s) \left| \langle n | e \vec{r}_j | m \rangle \right|^2 \cdot \rho_m \end{aligned} \quad (2.25)$$

Elle satisfait la relation

$$C(-s) = [C(s)]^* \quad (2.26)$$

ce qui nous permet d'écrire

$$L(\omega) = \frac{1}{\pi} \mathcal{R} \int_0^{\infty} e^{i\omega s} C(s) ds \quad (2.27)$$

( $\mathcal{R}$  = partie réelle de ...)

On introduit l'opérateur d'évolution, ce qui nous permet d'appliquer des techniques de la théorie des perturbations à la résolution de ce problème (représentation d'Heisenberg)

$$T(s, 0) = \exp\left(-\frac{iHs}{\hbar}\right) \quad (2.28)$$

qui agissant sur un vecteur propre  $|a\rangle$  de l'Hamiltonien  $H^4$ , donnera  $\exp\left(-\frac{iE_a s}{\hbar}\right) |a\rangle$ . On peut

---

4. Si  $H$  est indépendant du temps (on néglige l'effet du rayonnement sur les fonctions d'ondes).

transformer alors  $C(s)$  de manière à obtenir une trace (Tr) .

$$\begin{aligned} T|m\rangle &= \exp(-i\omega_m \cdot s)|m\rangle = \exp\left(-\frac{i.E_m \cdot s}{\hbar}\right)|m\rangle \\ \langle n|T^+ &= \langle n|\exp(+i\omega_n \cdot s) = \langle n|\exp\left(+\frac{i.E_n \cdot s}{\hbar}\right) \end{aligned} \quad (2.29)$$

La matrice densité est diagonale dans la base  $\{|m\rangle\}$  (on néglige l'effet du rayonnement sur les fonctions d'ondes), on a alors

$$\rho_m = \langle m|\rho|m\rangle \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} C(s) &= \sum_{m,n,j} \exp(-i\omega_{mn}s) \left| \langle n|\vec{d}_j|m\rangle \right|^2 \rho_m \\ &= \sum_{m,n,j} \exp\left(\frac{i.E_m \cdot s}{\hbar}\right) \exp\left(\frac{-i.E_n \cdot s}{\hbar}\right) \langle n|\vec{d}_j|m\rangle^* \langle n|\vec{d}_j|m\rangle \rho_m \\ &= \sum_{m,n,j} \langle m|\vec{d}_j|n\rangle \langle n|\exp\left(\frac{-i.E_n \cdot s}{\hbar}\right)\vec{d}_j \exp\left(\frac{+i.E_m \cdot s}{\hbar}\right)|m\rangle \rho_m \\ &= \sum_{m,n,j} \langle m|\vec{d}_j|n\rangle \langle n|T\vec{d}_jT^+|m\rangle \langle m|\rho|m\rangle \\ &= \sum_m \langle m|\vec{d}T\vec{d}T^+\rho|m\rangle \end{aligned} \quad (2.31)$$

$T^+$  étant le conjugué hermitique de  $T$ . On obtient alors la forme condensée suivante

$$C(s) = \text{Tr} \left[ \vec{d}T(s,0)\vec{d}T^+(s,0)\rho \right]. \quad (2.32)$$

Il est possible théoriquement de calculer  $C(s)$  dans un contexte purement quantique. Cependant, en général, ceci est un problème extrêmement difficile<sup>5</sup>. Pour simplifier les calculs, on se place dans le cas de l'approximation semi-classique.

### III Approximation semi-classique

La fonction d'onde du système total (une cellule) est solution de l'équation de Schrodinger :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{R}, \vec{x}, t) = H\psi(\vec{R}, \vec{x}, t) = (H_A + H_p + V)\psi(\vec{R}, \vec{x}, t) \quad (2.33)$$

$H_A$  est l'hamiltonien de l'émetteur non perturbé.

$H_P$  représente l'hamiltonien des perturbateurs, qui englobe l'énergie cinétique totale des particules autres que l'émetteur (perturbateurs), leurs interactions mutuelles, ainsi que l'interaction coulombienne entre les perturbateurs et l'émetteur si celui-ci est un ion.  $V$  représente toutes les interactions multipolaires excepté le terme monopolaire entre émetteur et perturbateurs [63].

5. Un traitement complètement quantique du problème de l'élargissement spectral doit tenir compte de l'hamiltonien et des fonctions d'onde du système pris dans son ensemble[18].

$\vec{x}$  est un 3 N-vecteur  $(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_N)$  qui représente les positions des  $N$  perturbateurs et  $\vec{R}$  représente les coordonnées internes de l'émetteur (par exemple, pour un atome,  $\vec{R}$  représente les positions des électrons orbitaux)[64].

### III.1 Approximation de couplage faible

On s'intéresse à un un atome rayonnant (sous-système  $A$ ), dans un état excité, qui se désexcite vers un état de moindre énergie grâce à son interaction avec le bain thermique composé de perturbateurs chargés (sous-système  $P$ ) et d'un champ de rayonnement.

Le système totale (atome rayonnant + perturbateurs) est représenté par la matrice densité  $\rho = \rho^{(A,P)}$ , dont chaque ligne ou colonne est repérée par deux indices  $(m, n)$  correspondant aux états propres  $\Psi_m^{(A)}$  et  $\Psi_n^{(P)}$  des deux sous-systèmes individuellement.

Un opérateur  $Q^{(A)}$ , relatif au sous-système  $A$  peut être considéré comme un opérateur du système totale lorsqu'il est multiplié (produit direct) par l'opérateur unitaire  $I^{(P)}$  du sous-système  $P$ .

La valeur moyenne de  $Q^{(A)}$  est la trace de la matrice produit suivante :

$$\begin{aligned} \langle Q^{(A)} \rangle &= \langle Q^{(A)} \otimes I^{(P)} \rangle = \text{Tr}_{AP} \left[ Q^{(A)} I^{(P)} \rho^{(A,P)} \right] \\ &= \sum_{m,m'} Q_{mm'}^{(A)} \left[ \sum_{nn'} \delta_{n'n} \rho_{mn,m'n'}^{(A,P)} \right] . \end{aligned} \quad (2.34)$$

En définissant la matrice densité réduite  $\rho_A$  telle que :

$$\begin{aligned} \rho_A &= \text{Tr}_P \left[ \rho^{(A,P)} \right] \\ \iff \rho_{mm'}^{(A)} &= \sum_n \rho_{mn,m'n}^{(A,P)} \quad , \end{aligned} \quad (2.35)$$

on obtient alors :

$$\langle Q^{(A)} \rangle = \text{Tr}_A \left[ Q^{(A)} \rho^{(A)} \right] \quad . \quad (2.36)$$

L'approximation du couplage faible suppose que l'énergie moyenne de l'interaction émetteur-perturbateur est faible comparée à l'énergie thermique des perturbateurs ( $V \ll kT$ )<sup>6</sup>. Dans ce cas, le facteur de Boltzmann relié au potentiel d'interaction  $V$  peut être approximé à l'unité<sup>7</sup>.

$$\exp \left( \frac{V(t)}{kT} \right) \approx 1 \quad (2.37)$$

Comme conséquence directe, les deux sous-systèmes ( $A$  et  $P$ ) seront statistiquement indépendants ce qui nous permet d'écrire :

$$\langle Q^{(A)} Q^{(B)} \rangle = \langle Q^{(A)} \rangle \langle Q^{(P)} \rangle \quad . \quad (2.38)$$

6. Cette approximation cesse d'être valide aux ailes de certaines raies[65].

7.  $\frac{V}{kT} \ll \frac{H_A + H_P}{kT}$

Dans ce cas, la matrice densité doit être écrite sous la forme [66, 67, 65]

$$\rho = \rho_A \cdot \rho_P \quad (2.39)$$

où  $\rho_A$  et  $\rho_P$  dépendent seulement des variables de l'émetteur et des perturbateurs respectivement.

On suppose aussi que chaque sous-système est en équilibre thermodynamique, ce qui nous permet d'écrire :

$$\rho \propto \exp -(H_A + H_p)/kT \quad (2.40)$$

Le système atomique peut donc se découpler du système des perturbateurs et l'équation (2.32) devient :

$$C(s) = \text{Tr}_A \left[ \text{Tr}_P \left[ \vec{d} T(s, 0) \vec{d} T^+(s, 0) \rho_P \right] \rho_A \right]. \quad (2.41)$$

où  $\text{Tr}_A$  et  $\text{Tr}_P$  sont les traces sur les états atomiques et les états perturbateurs respectivement.

### III.2 Approximation du chemin classique

Le problème est considérablement simplifié si on fait l'approximation du chemin classique qui consiste en l'introduction de deux hypothèses [14, 15, 16, 18].

La fonction d'onde des perturbateurs influence celle de l'émetteur sans subir une action réciproque considérable. Ceci nous permet d'écrire :

$$\psi(\vec{R}, \vec{x}, t) = \chi(\vec{R}, t) \varphi(\vec{x}, t) \quad (2.42)$$

On définit par  $\varphi(\vec{x}, t)$  une fonction d'onde décrivant le gaz de perturbateurs.

$\varphi(\vec{x}, t)$  est solution de l'équation de Shrödinger :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \varphi(\vec{x}, t) = H_P \varphi(\vec{x}, t) \quad (2.43)$$

$\chi(\vec{R}, t)$  est une fonctions décrivant l'état atomique de l'émetteur et obéissant à l'équation :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \chi(\vec{R}, t) = [H_A + V(t)] \chi(\vec{R}, t) \quad (2.44)$$

où le potentiel d'interaction  $V(t)$  est obtenu en moyennant  $V$  sur les fonctions d'onde des perturbateurs.

$$V(t) = \langle \varphi | V | \varphi \rangle \quad (2.45)$$

La deuxième hypothèse stipule que les perturbateurs sont des paquets d'ondes suffisamment petits pour qu'ils ne se chevauchent ni entre eux ni avec l'atome rayonnant<sup>8</sup>. Cela nous permet d'approximer les perturbateurs à des points matériels décrivant des droites si l'émetteur est neutre, et des trajectoires hyperboliques si c'est un ion .

---

8. l'extension du paquet d'onde du perturbateur doit être beaucoup plus petite que sa distance à l'atome émetteur ainsi qu'au libre parcours moyen.

On peut donc remplacer  $\varphi(\vec{x}, t)$  par un produit de fonctions de Dirac  $\delta(\vec{x} - \vec{x}_j)^9$ .

Dans ces conditions

$$V(t) = \sum_j V_j(t) \quad (2.46)$$

La trace sur les coordonnées des perturbateurs  $\text{Tr}_P[\dots \rho_P]$  est remplacée par une moyenne statistique sur les positions et les vitesses symbolisée par  $\{\dots\}_{AV}$ .

L'équation (2.41) devient alors :

$$C(s) = \text{Tr}_A \left\{ \vec{d} T_A(s, 0) \vec{d} T_A^+(s, 0) \rho_A \right\}_{AV}. \quad (2.47)$$

où  $T_A(s, 0)$  est l'opérateur d'évolution n'agissant que sur les fonction d'onde de l'émetteur perturbé d'hamiltonien  $H_A + V(s)$ .

Les champs électriques générés par les électrons et les ions autour de l'émetteur varient très différemment en raison de leurs mobilités. Effectivement, les ions à faibles vitesses vont générer un champ qui varie lentement, tandis que le champ créé par les électrons varie très rapidement. Deux modèles sont donc proposés pour traiter ces deux phénomènes, correspondant à deux cas asymptotiques de la théorie : l'approximation d'impact et l'approximation quasi-statique [18].

La moyenne  $\{\dots\}_{AV}$  s'effectue alors en deux étapes. L'une sur les électrons, l'autre sur les ions.

Pour valider cette démarche, on introduit deux intervalles de temps caractéristiques de cette théorie des profils des raies.

## Temps d'intérêt

D'après une propriété générale de la transformée de Fourier, l'intervalle de temps  $\tau_i$  qui détermine le calcul du profil en un point de fréquence  $\omega$ , est telque :

$$\tau_i \approx \frac{1}{|\Delta\omega|}, \quad \Delta\omega = \omega - \omega_0 \quad (\omega_0 \text{ étant le centre de la raie}) \quad (2.48)$$

C'est le **temps d'intérêt** pendant lequel une prise en compte des détails de l'interaction émetteur-perturbateurs est impérative. Ce temps est un paramètre qui dépend de la fréquence  $\omega$ , car il peut varier entre un intervalle de temps très grand au centre de la raie et un intervalle aussi court que l'on veut si on se situe assez éloigné du centre de la raie (aile de la raie).

De cette manière, tous les événements qui affectent le profil de raie ont des temps caractéristiques inférieurs ou égaux à  $\tau_i$ ; ainsi, le calcul de la transformée de Fourier peut être restreint au temps d'intérêt.

$$L(\omega) = \frac{1}{\pi} \mathcal{R} \int_0^{\tau_i} e^{i\omega s} C(s) ds \quad (2.49)$$

---

9. L'indice  $j$  indiquant le  $j^{\text{ème}}$  perturbateur.

## Temps de collision

On peut interpréter la demi-largeur  $w$  de la raie comme la probabilité que l'atome émetteur subisse un choc, c'est à dire une fréquence de collision [2]. Ainsi  $1/w$  caractérise l'intervalle entre deux collisions successives (temps de collision).

En optant pour une trajectoire rectiligne pour le perturbateur (pour simplifier le calcul), nous définissons le **temps de collision**  $\tau_c$  par :

$$\tau_c = \frac{\rho_w}{v} \quad (2.50)$$

où  $\rho_w$  est un paramètre d'impact typique dépendant de la portée du potentiel d'interaction appelé **paramètre de Weisskopf** [6], et  $v$  est la vitesse thermique la plus probable du perturbateur.

Si  $\tau_c \ll \tau_i$  (cas des électrons perturbateurs très rapides) on applique l'approximation des impacts, autrement si  $\tau_c \gg \tau_i$  on est dans l'approximation quasi-statique (cas des ions perturbateurs).

## IV Approximation des impacts

Selon cette approximation, la durée de collision entre l'émetteur et le perturbateur est très courte par rapport à la durée de vie de l'émetteur. Dans ce cas, de nombreuses collisions auront eu lieu pendant la désexcitation de l'émetteur. En plus, si les collisions sont faibles en moyenne, il faudra beaucoup de collisions faibles, ou une seule collision forte pour que la lumière perde la mémoire de sa phase initiale, ce qui permet d'appliquer une statistique sur ces collisions[18].

L'importance de cette approximation est due au fait que, dans la pratique, elle est toujours valable pour le traitement des perturbateurs électroniques. Pour s'en convaincre, considérons un électron typique ayant une vitesse  $v$  et un paramètre d'impact  $\rho$ , entrant en collision avec un atome excité constitué d'un électron sur une orbite de nombre quantique principal  $n$  et d'un noyau de charge  $Ze$ . Un élément typique de la matrice de transition dipolaire dans l'atome émetteur est de l'ordre de  $e^2 n^2 a_0 / Z$ . Par conséquent, l'énergie d'interaction est de l'ordre de  $e^2 n^2 a_0 / (Z \rho^2)$ .

Pour que l'approximation d'impact soit bonne, une collision typique doit être faible, c'est-à-dire que le produit de l'énergie d'interaction par le temps de collision soit petit devant  $\hbar$ . Par conséquent

$$\frac{e^2 n^2 a_0}{Z \rho^2} \cdot \frac{\rho}{v} \ll \hbar \quad \text{ou} \quad \frac{v^3 \rho^3 \hbar^3 Z^3}{e^6 n^6 a_0^3} \gg 1 \quad (2.51)$$

En estimant  $\rho$  comme étant la distance moyenne,  $4\pi\rho^3/3 = N_e^{-1}$ ,  $v$  comme  $(kT/m)^{1/2}$ , l'équation 2.51 donne en omettant quelques facteurs numériques

$$\frac{AZ^3}{n^6} \gg 1 \quad (2.52)$$

avec

$$A = \frac{2(2\pi m k T)^{3/2}}{N_e h^3} \quad (2.53)$$

$A$  est le nombre d'états quantiques accessibles pour chaque électron perturbateur. De grande valeurs de  $A$  par rapport à l'unité signifie qu'on peut appliquer une statistique classique de Maxwell-Boltzmann. Dans les cas typiques de cette étude,  $A$  est évidemment très grand. Par exemple, si la température est de 1 eV et que la densité est de  $10^{16} \text{cm}^{-3}$ ,  $A$  est de l'ordre de  $6 \times 10^5$  [68].

## IV.1 Approximation de non-extinction (no quenching)

Les transitions radiatives se produisent entre deux groupes de niveaux d'énergie de l'émetteur, un groupe de niveaux supérieur appelé "a" composé des sous-niveaux  $\alpha, \alpha', \alpha'', \dots$ , et un groupe de niveaux inférieur noté "b" composé des sous-niveaux  $\beta, \beta', \beta'', \dots$ <sup>10</sup>. La séparation en énergie entre deux états d'un même groupe (sous-niveaux) est très petite devant celle des deux groupes de niveaux :  $E_{\alpha\alpha'} \ll E_{\beta\alpha}$  et  $E_{\beta\beta'} \ll E_{\beta\alpha}$ .

Notre intérêt se porte sur les transitions radiatives se faisant entre un sous-niveau du groupe "a" et un sous-niveau du groupe "b" (figure 2.6).

Il existe deux types de collisions perturbant l'émetteur : celles qui provoquent des transitions entre les deux groupes de niveaux  $a$  et  $b$ , et celles qui provoquent des transitions entre les sous-niveaux  $\alpha, \alpha'$  ou  $\beta, \beta'$ . L'énergie requise pour la transition  $a \rightarrow b$  est généralement plus importante que l'énergie moyenne des perturbateurs, ce qui signifie qu'il y a peu d'électrons capables de provoquer de telles transitions. Cela nous permet d'approuver l'hypothèse que les seuls éléments de matrice non nuls de l'opérateur d'évolution de l'émetteur  $T_A(s, 0)$  sont ceux qui font partie d'un même groupe de niveaux. C'est l'*approximation de non-extinction (no quenching)*[13].

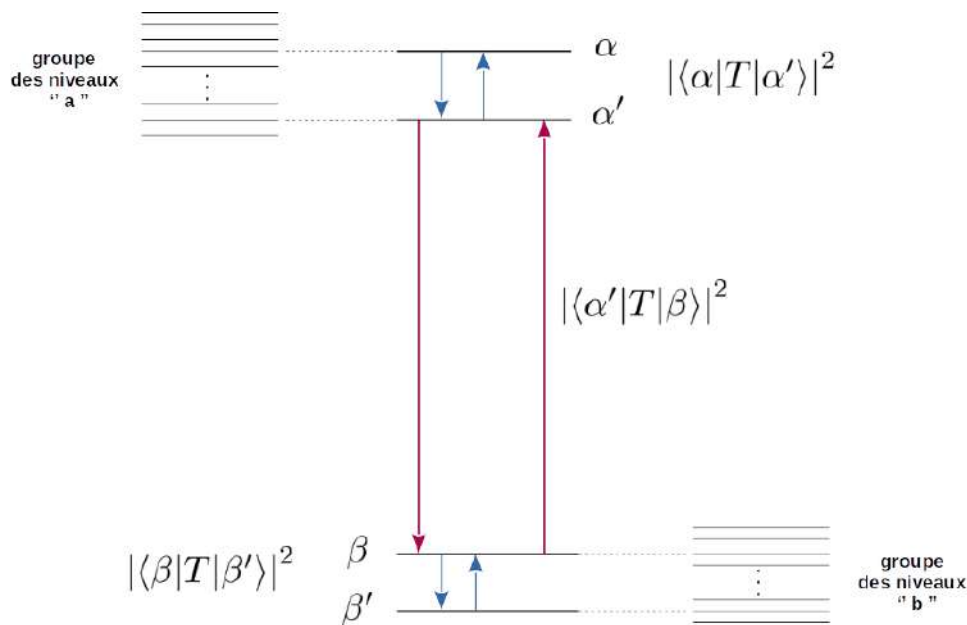


FIGURE 2.6 – Approximation de non-extinction

10. Les états  $|\alpha\rangle, |\beta\rangle$  sont des états propres de  $H_A$ .

En notation matricielle, l'équation (2.47) devient <sup>11</sup> :

$$\begin{aligned}
C(s) &= \sum_{\alpha\alpha'\beta\beta'} \rho_\alpha \left\{ \langle \alpha | \vec{d} | \beta \rangle \langle \beta | T_b(s, 0) | \beta' \rangle \langle \beta' | \vec{d} | \alpha' \rangle \langle \alpha' | T_a^*(s, 0) | \alpha \rangle \right\}_{AV} \\
&= \sum_{\alpha\alpha'\beta\beta'} \rho_\alpha \left\{ \vec{d}_{\alpha\beta} \langle \beta | T_b(s, 0) | \beta' \rangle \vec{d}_{\beta'\alpha'} \langle \alpha' | T_a^*(s, 0) | \alpha \rangle \right\}_{AV} \\
&= \sum_{\alpha\alpha'\beta\beta'} \rho_\alpha \left\{ \vec{d}_{\alpha\beta} \langle \beta | T_b(s, 0) | \beta' \rangle \langle \alpha' | T_a^*(s, 0) | \alpha \rangle \vec{d}_{\alpha'\beta'}^* \right\}_{AV}
\end{aligned} \tag{2.54}$$

( $T_a(s, 0)$  et  $T_b(s, 0)$ ) sont des opérateurs d'évolution des états supérieurs "a" et inférieurs "b".)

En supposant les états initiaux de l'émetteur également probables, on peut omettre la matrice densité dans l'équation (2.54) et en écrivant simplement  $T$  au lieu de  $T(s, 0)$ , on obtient :

$$\begin{aligned}
C(s) &= \sum_{\alpha\alpha'\beta\beta'} \left\{ \vec{d}_{\alpha\beta} \langle \beta | T_b | \beta' \rangle \langle \alpha' | T_a^* | \alpha \rangle \vec{d}_{\alpha'\beta'}^* \right\}_{AV} \\
&= \sum_{\alpha\alpha'\beta\beta'} \left\{ \vec{d}_{\alpha\beta} \langle \langle \alpha\beta | T_b T_a^* | \alpha'\beta' \rangle \rangle \vec{d}_{\alpha'\beta'}^* \right\}_{AV}
\end{aligned} \tag{2.55}$$

On utilise la représentation d'interaction de l'opérateur d'évolution (plus convenable) :

$$U(s, 0) = \exp\left(\frac{iH_A s}{\hbar}\right) T(s, 0) \tag{2.56}$$

qui d'après l'équation (2.44) , est régit par l'équation de Schrödinger suivante :

$$i\hbar \frac{dU(s, 0)}{ds} = \exp\left(+\frac{iH_A s}{\hbar}\right) V(s) \exp\left(-\frac{iH_A s}{\hbar}\right) U(s, 0) = V'(s) U(s, 0) \tag{2.57}$$

$V'(s)$  est l'hamiltonien d'interaction en représentation d'interaction représentant l'ensemble des perturbateurs.

Donc : ( $U(0, 0) = 1$ )

$$U(s, 0) = 1 - \frac{i}{\hbar} \int_0^s ds_1 V'(s_1) U(s_1, 0) \tag{2.58}$$

et la solution formelle de cette équation est la série Dyson (solution sous forme itérative) :

$$\begin{aligned}
U(s, 0) &= 1 - \frac{i}{\hbar} \int_0^s ds_1 V'(s_1) + \left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 \int_0^s ds_1 V'(s_1) \int_0^{s_1} ds_2 V'(s_2) + \dots \\
&+ \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^n \int_0^s ds_1 V'(s_1) \int_0^{s_1} ds_2 V'(s_2) \dots \int_0^{s_{n-1}} ds_n V'(s_n) + \dots
\end{aligned} \tag{2.59}$$

L'équation (2.55) devient <sup>12</sup> :

$$C(s) = \sum_{\alpha\alpha'\beta\beta'} \exp\left[\frac{i(E_\alpha - E_\beta)s}{\hbar}\right] \vec{d}_{\alpha\beta} \langle \langle \alpha\beta | \left\{ U_b(s, 0) U_a^*(s, 0) \right\} | \alpha'\beta' \rangle \rangle \vec{d}_{\alpha'\beta'}^* \tag{2.60}$$

11. Pour évaluer  $\text{Tr}_A$  , il est convenable d'utiliser les états propres de  $H_A$  .

12. La moyenne statistique n'affecte que  $U_b(s, 0) U_a^*(s, 0)$  .

Afin de calculer cette moyenne, nous considérons sa variation dans un intervalle de temps  $\Delta s$ ,

$$\begin{aligned}\Delta \left\{ U_b(s, 0) U_a^*(s, 0) \right\} &= \left\{ U_b(s + \Delta s, 0) U_a^*(s + \Delta s, 0) - U_b(s, 0) U_a^*(s, 0) \right\} \\ &= \left\{ \left[ U_b(s + \Delta s, s) U_a^*(s + \Delta s, s) - 1 \right] \times \left[ U_b(s, 0) U_a^*(s, 0) \right] \right\}\end{aligned}\quad (2.61)$$

D'après (2.59), on a

$$U(s + \Delta s, s) = 1 - \frac{i}{\hbar} \int_s^{s+\Delta s} ds_1 V'(s_1) + \left( \frac{i}{\hbar} \right)^2 \int_s^{s+\Delta s} ds_1 V'(s_1) \int_s^{s_1} ds_2 V'(s_2) + \dots \quad (2.62)$$

En utilisant le changement de variables  $t_1 = s_1 - s$ ,  $t_2 = s_2 - s$ ,  $\dots$ , et la définition de  $V'(s)$  dans (2.57), on arrive à :

$$\begin{aligned}U(s + \Delta s, s) &= 1 - \exp \left( + \frac{i H_A s}{\hbar} \right) \left[ \frac{i}{\hbar} \int_0^{\Delta s} dt_1 V(t_1) \right. \\ &\quad \left. - \left( \frac{i}{\hbar} \right)^2 \int_0^{\Delta s} dt_1 V(t_1) \int_0^{t_1} dt_2 V(t_2) + \dots \right] \exp \left( - \frac{i H_A s}{\hbar} \right)\end{aligned}\quad (2.63)$$

Si on choisit l'intervalle de temps  $\Delta s$  assez grand pour que les deux facteurs de la dernière ligne de l'équation (2.61) soient statistiquement indépendants, mais suffisamment petit pour que l'équation aux différences puisse être remplacée par une équation différentielle, on peut alors écrire [68] :

$$\begin{aligned}\frac{d}{ds} \left\{ U_b(s, 0) U_a^*(s, 0) \right\} &= \exp \left[ + \frac{i(H_b - H_a)s}{\hbar} \right] \Phi_{ab} \\ &\quad \exp \left[ - \frac{i(H_b - H_a)s}{\hbar} \right] \left\{ U_b(s, 0) U_a^*(s, 0) \right\}\end{aligned}\quad (2.64)$$

où  $H_a$  et  $H_b$  sont les projections de  $H_A$  sur les sous espaces supérieur et inférieur de la transition.  $\Phi_{ab}$  est l'opérateur de collisions électroniques indépendant du temps et du microchamp ionique.

Les équations (2.61) et (2.64) combinées avec l'équation (2.63) et son complexe conjugué, nous permettent d'écrire

$$\begin{aligned}\Phi_{ab} &= \frac{1}{\Delta s} \left\{ - \frac{i}{\hbar} \int_0^{\Delta s} [V_b(t_1) - V_a^*(t_1)] dt_1 \right. \\ &\quad + \left( \frac{i}{\hbar} \right)^2 \left[ \int_0^{\Delta s} V_b(t_1) dt_1 \int_0^{t_1} V_b(t_2) dt_2 \right. \\ &\quad \quad \left. + \int_0^{\Delta s} V_a^*(t_1) dt_1 \int_0^{t_1} V_a^*(t_2) dt_2 \right. \\ &\quad \quad \left. \left. - \int_0^{\Delta s} V_b(t_1) dt_1 \int_0^{\Delta s} V_a^*(t_2) dt_2 \right] + \dots \right\}\end{aligned}\quad (2.65)$$

## IV.2 Approximation binaire

Une simplification significative réside dans l'hypothèse que les  $N$  perturbateurs sont statistiquement indépendants. Le problème de  $N + 1$  corps est ramené à celui de deux corps. L'hamiltonien d'interaction  $V(t)$  concerne désormais l'émetteur et un perturbateur.

Comme première conséquence de ces simplifications, la moyenne dans l'équation (2.65) se réduit à un produit par le nombre de collisions pendant le temps  $\Delta s$  (propriété de la transformée de Fourier). Ce nombre de collisions avec un paramètre d'impact  $\rho$  et une vitesse  $v$  s'écrit sous la forme [17] :

$$N \cdot \Delta s \cdot v f(v) d^3 v \cdot 2\pi \rho d\rho \quad (2.66)$$

où  $N$  est la densité électronique et  $f(v)$  leur distribution de vitesses (supposée maxwellienne).

La deuxième conséquence, est due à l'hypothèse des collisions complètes dans l'intervalle de temps  $\Delta s$ , ce qui nous permet l'intégration sur le temps entre  $-\infty$  et  $+\infty$ .

$$(s = -\infty, s + \Delta s = +\infty)$$

L'équation (2.65) devient alors

$$\begin{aligned} \Phi_{ab} = & 2\pi N \int_0^{+\infty} v f(v) d^3 v \int_0^{+\infty} \rho d\rho \left[ -\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} [V_b(t_1) - V_a^*(t_1)] dt_1 \right. \\ & + \left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} V_b(t_1) dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} V_b(t_2) dt_2 \right. \\ & \quad + \int_{-\infty}^{+\infty} V_a^*(t_1) dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} V_a^*(t_2) dt_2 \\ & \quad \left. \left. - \int_{-\infty}^{+\infty} V_b(t_1) dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} V_a^*(t_2) dt_2 \right] + \dots \right]_{ang} \end{aligned} \quad (2.67)$$

La moyenne notée  $[\dots]_{ang}$  est sur les angles entre  $\vec{\rho}$ ,  $\vec{v}$ , et le dipôle de l'émetteur.

la solution de l'équation (2.64) est

$$\left\{ U_b(s, 0) U_a^*(s, 0) \right\} = \exp \left[ +\frac{i(H_b - H_a)s}{\hbar} \right] \times \exp \left[ -\frac{i(H_b - H_a)s}{\hbar} + \Phi_{abs} \right] \quad (2.68)$$

qu'on peut vérifier par substitution.

La fonction d'autocorrélation dans (2.60) devient donc

$$C(s) = \sum_{\alpha\alpha'\beta\beta'} \vec{d}_{\alpha\beta} \left\langle \left\langle \alpha\beta \left| \exp \left[ -\frac{i(H_b - H_a)s}{\hbar} + \Phi_{abs} \right] \right| \alpha'\beta' \right\rangle \right\rangle \vec{d}_{\alpha'\beta'}^* \quad (2.69)$$

Finalement, avec l'équation (2.49), le profil de raie est

$$L(\omega) = \frac{1}{\pi} \text{Re} \left( \sum_{\alpha\alpha'\beta\beta'} \vec{d}_{\alpha\beta} \left\langle \left\langle \alpha\beta \left| \left[ i\omega - \frac{i(H_b - H_a)}{\hbar} - \Phi_{ab} \right]^{-1} \right| \alpha'\beta' \right\rangle \right\rangle \vec{d}_{\alpha'\beta'}^* \right) \quad (2.70)$$

(les éléments de matrice de  $\Phi_{ab}$  ont une partie réelle négative)

avec une construction des éléments de matrice comme :

$$\begin{aligned}
\langle\langle\alpha\beta|(H_b - H_a)|\alpha'\beta'\rangle\rangle &= \langle\langle\alpha\beta|(\mathbf{1}^a \otimes H_b - H_a \otimes \mathbf{1}^b)|\alpha'\beta'\rangle\rangle \\
&= \langle\langle\alpha\beta|\mathbf{1}^a \otimes H_b|\alpha'\beta'\rangle\rangle - \langle\langle\alpha\beta|H_a \otimes \mathbf{1}^b|\alpha'\beta'\rangle\rangle \\
&= \langle\alpha|\mathbf{1}^a|\alpha'\rangle \langle\beta|H_b|\beta'\rangle - \langle\alpha|H_a|\alpha'\rangle \langle\beta|\mathbf{1}^b|\beta'\rangle \\
&= \delta_{\alpha\alpha'} \langle\beta|H_b|\beta'\rangle - \delta_{\beta\beta'} \langle\alpha|H_a|\alpha'\rangle
\end{aligned}$$

et on a

$$\vec{d}_{\alpha\beta} = \langle\alpha|\vec{d}|\beta\rangle \quad (2.71)$$

Les éléments de la matrice représentant l'opérateur de collision sont de la forme :

$$\begin{aligned}
\langle\langle\alpha\beta|\Phi_{ab}|\alpha'\beta'\rangle\rangle &= 2\pi N \int_0^{+\infty} v f(v) d^3v \int_0^{+\infty} \rho d\rho \left\langle\left\langle\alpha\beta\left|\left(\frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} [V_b(t_1) - V_a^*(t_1)] dt_1 \right.\right.\right. \\
&\quad - \left(\frac{1}{\hbar}\right)^2 \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} V_b(t_1) dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} V_b(t_2) dt_2 \right. \\
&\quad \quad \quad \left. + \int_{-\infty}^{+\infty} V_a^*(t_1) dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} V_a^*(t_2) dt_2 \right. \\
&\quad \quad \quad \left. \left. - \int_{-\infty}^{+\infty} V_b(t_1) dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} V_a^*(t_2) dt_2 \right] + \dots \right) \left. \left. \right. \right\rangle \left. \left. \right. \right\rangle \quad (2.72)
\end{aligned}$$

On aura par exemple

$$\begin{aligned}
\left\langle\left\langle\alpha\beta\left|\frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} V_b(t_1) dt_1 \right|\alpha'\beta'\right\rangle\right\rangle &= \left\langle\left\langle\alpha\beta\left|\frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{1}^a \otimes V_b(t_1) dt_1 \right|\alpha'\beta'\right\rangle\right\rangle \\
&= \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \langle\langle\alpha\beta|\mathbf{1}^a \otimes V_b(t_1)|\alpha'\beta'\rangle\rangle \\
&= \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \langle\alpha|\mathbf{1}^a|\alpha'\rangle \langle\beta|V_b(t_1)|\beta'\rangle \\
&= \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \delta_{\alpha\alpha'} \langle\beta|V_b(t_1)|\beta'\rangle \quad (2.73)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left\langle\left\langle\alpha\beta\left|\left(\frac{1}{\hbar}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} V_b(t_1) dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} V_a^*(t_2) dt_2 \right|\alpha'\beta'\right\rangle\right\rangle &= \left(\frac{1}{\hbar}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_2 \langle\langle\alpha\beta|V_b(t_1)V_a^*(t_2)|\alpha'\beta'\rangle\rangle \\
&= \left(\frac{1}{\hbar}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_2 \langle\beta|V_b(t_1)|\beta'\rangle \langle\alpha|V_a^*(t_2)|\alpha'\rangle \quad (2.74)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left\langle \left\langle \alpha\beta \left| \left( \frac{1}{\hbar} \right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} V_a^*(t_1) dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} V_a^*(t_2) dt_2 \right| \alpha'\beta' \right\rangle \right\rangle \\
&= \left( \frac{1}{\hbar} \right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_2 \left\langle \left\langle \alpha\beta \left| V_a^*(t_1) V_a^*(t_2) \otimes \mathbf{1}^b \right| \alpha'\beta' \right\rangle \right\rangle \\
&= \left( \frac{1}{\hbar} \right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_2 \langle \alpha | V_a^*(t_1) V_a^*(t_2) | \alpha' \rangle \delta_{\beta\beta'} \tag{2.75}
\end{aligned}$$

## V Approximation quasi-statique

L'équation 2.70 nous permet de calculer le profil de raie correspondant à la seule partie du bain thermique formée par les électrons. Tenant compte des ions perturbateurs, l'hamiltonien du système dépendra du micro-champ ionique  $F$ .

Le calcul du profil de raie se fera donc en deux étapes :

- i) Dans un premier temps, on néglige les mouvements ioniques et on utilise l'approximation d'impact pour calculer l'élargissement électronique des raies correspondant aux transitions entre les états d'Hamiltonien  $H_A(F)$ , qui est maintenant déterminé par l'intensité du champ électrique  $F$  créé par les ions perturbateurs. Pour chaque valeur du champ électrique  $F$ , on aura un profil  $L(\omega, F)$ .<sup>13</sup>
- ii) Le micro-champ ionique est réparti selon une fonction de distribution  $W(F)$ . Le spectre d'une transition est obtenu en moyennant les profils de toutes les composantes de la transition sur toutes les configurations possibles du micro-champ ionique  $F$ .

La nouvelle forme du profil est alors :

$$\begin{aligned}
L(\omega) &= \int W(F) dF L(\omega, F) \\
&= \frac{1}{\pi} \int W(F) dF \operatorname{Re} \left( \sum_{\alpha\alpha'\beta\beta'} \vec{d}_{\alpha\beta} \left\langle \left\langle \alpha\beta \left| \left[ i\omega - \frac{i[H_a(F) - H_b(F)]}{\hbar} - \Phi_{ab} \right]^{-1} \right| \alpha'\beta' \right\rangle \right\rangle \vec{d}_{\alpha'\beta'}^* \right) \tag{2.76}
\end{aligned}$$

---

13. Les perturbateurs interagissent avec l'émetteur se trouvant dans un état Stark déterminé par  $F$

# Effet du microchamp ionique sur les déplacements Stark des raies de l'hélium neutre dans les plasmas

## I Introduction

Dans ce chapitre nous allons traiter l'effet du microchamp-ionique sur les déplacements Stark des raies de l'hélium neutre. On exposera au début le travail fondateur de Griem qui néglige cet effet, ensuite, on se basera sur un travail récent [26] qui a exploré l'influence du micro-champ ionique sur la partie réelle de l'opérateur de collision (élargissement des raies). Dans notre travail, on s'intéresse à la partie imaginaire qui permet le calcul de ces déplacements Stark.

## II Élargissements et déplacements Stark des raies de l'hélium neutre (HeI)

Dans le cas des raies de l'hélium neutre, la dégénérescence par rapport aux nombres quantiques orbitaux est levée. Les éléments de la matrice  $[H_a(F) - H_b(F)]/\hbar$  décrivent des raies séparées qui ne sont que légèrement décalées par l'effet Stark quadratique provoqué par le champ ionique.

Si on néglige l'élargissement du niveau inférieur  $b$ , le profil de raie est (concernant le sous-niveau  $\alpha$ ) [17] :

$$L_\alpha(\omega) = -\frac{1}{\pi} \text{Re} \left[ i\omega - i\omega_{\alpha\beta} + \langle \alpha | \Phi_a | \alpha \rangle \right]^{-1} \quad (3.1)$$

la largeur  $w$  et le déplacement  $d$  sont reliés aux éléments diagonaux de l'opérateur de collision par

$$w = -\text{Re} \langle \alpha | \Phi_a | \alpha \rangle \quad (3.2)$$

$$d = -\text{Im} \langle \alpha | \Phi_a | \alpha \rangle \quad (3.3)$$

On a :

$$\begin{aligned} \left[ i\omega - i\omega_{\alpha\beta} + \langle \alpha | \Phi_a | \alpha \rangle \right]^{-1} &= \frac{1}{i\omega - i\omega_{\alpha\beta} + \langle \alpha | \Phi_a | \alpha \rangle} = \frac{1}{i\omega - i\omega_{\alpha\beta} - (w + id)} \\ &= \frac{1}{-w + i(\omega - \omega_{\alpha\beta} - d)} = \frac{-w - i(\omega - \omega_{\alpha\beta} - d)}{(\omega - \omega_{\alpha\beta} - d)^2 + w^2} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Ce qui nous conduit à :

$$L_\alpha(\omega) = -\frac{1}{\pi} \left( \frac{-w}{(\omega - \omega_{\alpha\beta} - d)^2 + w^2} \right) = \frac{w}{\pi} [(\omega - \omega_{\alpha\beta} - d)^2 + w^2]^{-1} \quad (3.5)$$

En terme de la matrice  $S$  on écrit :

$$\langle \alpha | \Phi_a | \alpha \rangle = N_e \int v f(v) d^3v \int 2\pi\rho d\rho \{ \langle \alpha | (S_a(0) - 1) | \alpha \rangle \} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \{ \langle \alpha | (S_a(0) - 1) | \alpha \rangle \} &= - \left\{ \frac{e^2}{\hbar^2} \sum_{\sigma\nu\alpha'} \langle \alpha | r_\sigma | \alpha' \rangle \langle \alpha' | r_\nu | \alpha \rangle \right. \\ &\quad \times \left. \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \cdot e^{i(\omega_{\alpha\alpha'} \cdot t_1 + \omega_{\alpha'\alpha} \cdot t_2)} E_{1\sigma}(t_1) \cdot E_{1\nu}(t_2) + \dots \right\} \end{aligned} \quad (3.7)$$

avec  $\vec{E}_i(t) = \frac{e\vec{r}_i(t)}{r_i^3(t)}$  et  $r_{i\sigma}(t) = \rho_{i\sigma} + v_{i\sigma}(t)$  on écrira :

$$\begin{aligned} \{ \langle \alpha | (S_a(0) - 1) | \alpha \rangle \} &= -\frac{e^4}{\hbar^2} \left\{ \sum_{\sigma\nu\alpha'} \langle \alpha | r_\sigma | \alpha' \rangle \langle \alpha' | r_\nu | \alpha \rangle \right. \\ &\quad \times \left. \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \cdot e^{i(\omega_{\alpha\alpha'} \cdot t_1 + \omega_{\alpha'\alpha} \cdot t_2)} \cdot \frac{\rho_{1\sigma} \cdot \rho_{1\nu} + v_{1\sigma} \cdot v_{1\nu} \cdot t_1 \cdot t_2 \dots}{|\vec{r}_1(t_1)|^3 |\vec{r}_1(t_2)|^3} \dots \right\} \end{aligned} \quad (3.8)$$

la moyenne des termes contenant  $\rho_{1\sigma} \cdot v_{1\nu}$  ou  $\rho_{1\nu} \cdot v_{1\sigma}$  est nulle. De même pour les termes contenant  $\rho_{1\sigma} \cdot \rho_{1\nu}$  ou  $v_{1\sigma} \cdot v_{1\nu}$  avec  $\sigma \neq \nu$ .

Utilisant  $\{ \rho_{1\sigma} \rho_{1\sigma} \} = \frac{1}{3} \rho^2$  ,  $\{ v_{1\sigma} v_{1\sigma} \} = \frac{1}{3} v^2$  et  $|r_1|^2 = \rho^2 + v^2 t^2$  on a alors :

$$\begin{aligned} \{ \langle \alpha | (S_a(0) - 1) | \alpha \rangle \} &= -\frac{e^4}{\hbar^2} \left\{ \sum_{\sigma\alpha'} \langle \alpha | r_\sigma | \alpha' \rangle \langle \alpha' | r_\sigma | \alpha \rangle \right. \\ &\quad \times \left. \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \cdot e^{i(\omega_{\alpha\alpha'} \cdot t_1 + \omega_{\alpha'\alpha} \cdot t_2)} \cdot \frac{\rho_{1\sigma} \cdot \rho_{1\sigma} + v_{1\sigma} \cdot v_{1\sigma} \cdot t_1 \cdot t_2 \dots}{|\vec{r}_1(t_1)|^3 |\vec{r}_1(t_2)|^3} \dots \right\} \end{aligned} \quad (3.9)$$

ce qui donne :

$$\begin{aligned} \{\langle \alpha | (S_a(0) - 1) | \alpha \rangle\} &= -\frac{1}{3} \left( \frac{e^2}{\hbar} \right)^2 \sum_{\sigma \alpha'} \langle \alpha | r_\sigma | \alpha' \rangle \langle \alpha' | r_\sigma | \alpha \rangle \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \cdot e^{i\omega_{\alpha\alpha'}(t_1-t_2)} \cdot \frac{\rho^2 + v^2 \cdot t_1 \cdot t_2}{(\rho^2 + v^2 t_1^2)^{3/2} \cdot (\rho^2 + v^2 t_2^2)^{3/2}} \end{aligned} \quad (3.10)$$

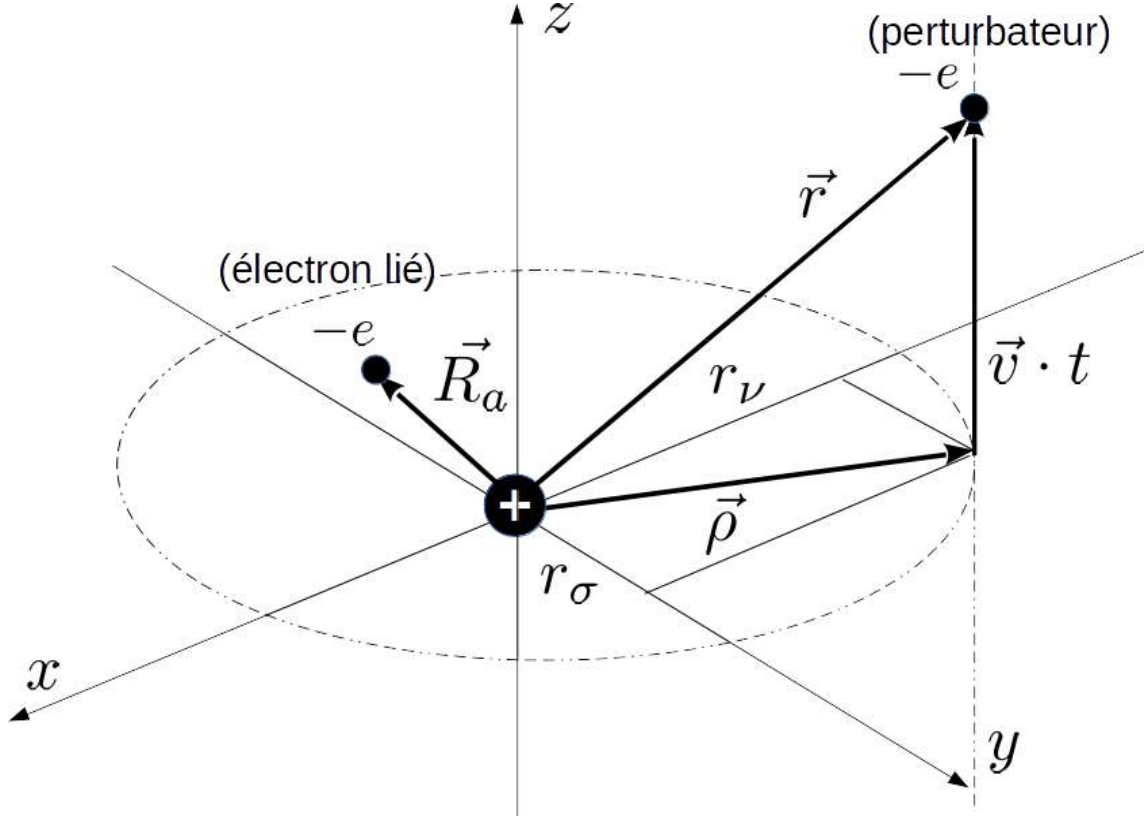


FIGURE 3.1 – Schéma représentative de la géométrie de collision entre un perturbateur électronique et l'émetteur

En procédant les changements de variables  $z_{\alpha\alpha'} = \frac{\omega_{\alpha\alpha'}\rho}{v}$  et  $x = \frac{vt}{\rho}$  on obtient :

$$\begin{aligned} \{\langle \alpha | (S_a(0) - 1) | \alpha \rangle\} &= -\frac{1}{3} \left( \frac{e^2}{\hbar\rho v} \right)^2 \sum_{\sigma \alpha'} \langle \alpha | r_\sigma | \alpha' \rangle \langle \alpha' | r_\sigma | \alpha \rangle \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{x_1} dx_2 \cdot e^{iz_{\alpha\alpha'}(x_1-x_2)} \cdot \frac{1 + x_1 x_2}{(1 + x_1^2)^{3/2} \cdot (1 + x_2^2)^{3/2}} \end{aligned} \quad (3.11)$$

qu'on pourra aussi écrire comme :

$$\{\langle \alpha | (S_a(0) - 1) | \alpha \rangle\} = -\frac{2}{3} \left( \frac{e^2}{\hbar\rho v} \right)^2 \sum_{\sigma \alpha'} \langle \alpha | r_\sigma | \alpha' \rangle \langle \alpha' | r_\sigma | \alpha \rangle \times [A(z_{\alpha\alpha'}) + iB(z_{\alpha\alpha'})] \cdots \quad (3.12)$$

$A(z_{\alpha\alpha'})$  et  $B(z_{\alpha\alpha'})$  étant des fonctions réelles.

$$\begin{aligned} A(z) &= \left( \int_0^{+\infty} \frac{\cos(zx)}{(1+x^2)^{3/2}} dx \right)^2 + \left( \int_0^{+\infty} \frac{x \sin(zx)}{(1+x^2)^{3/2}} dx \right)^2 \\ &= \left( \int_0^{+\infty} \frac{\cos(zx)}{(1+x^2)^{3/2}} dx \right)^2 + \left( \frac{d}{dz} \int_0^{+\infty} \frac{x \cos(zx)}{(1+x^2)^{3/2}} dx \right)^2 \end{aligned} \quad (3.13)$$

On a :

$$\int_0^{+\infty} \frac{\cos(zx)}{(1+x^2)^{3/2}} dx = |z| \cdot k_1(|z|) \quad , \quad \frac{d}{dz} \int_0^{+\infty} \frac{\cos(zx)}{(1+x^2)^{3/2}} dx = -z \cdot k_0(|z|) \quad (3.14)$$

$K_0(z)$  et  $K_1(z)$  étant les fonctions de Bessel d'ordre zéro et du premier ordre.

donc :

$$A(z) = z^2 \left[ K_0^2(|z|) + K_1^2(|z|) \right] \quad (3.15)$$

La partie imaginaire  $B(z)$ , peut être obtenue directement à partir de la valeur principale de Cauchy ( $P$ ) :

$$B(z) = \frac{2z}{\pi} P \int_0^{+\infty} \frac{A(z')}{z^2 - z'^2} dz' \quad (3.16)$$

qu'on peut réécrire sous une forme adaptable au calcul numérique, telle que : [17]

$$\begin{aligned} B(z) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \left[ (z+z') \ln|z+z'| + (z-z') \ln|z-z'| \right] \\ &\quad \times \left[ 2K_0^2(z') - 8z'K_0(z')K_1(z') + 4z'^2 \left( K_0^2(z') + K_1^2(z') \right) \right] dz' \end{aligned} \quad (3.17)$$

L'intégration sur le paramètre d'impact  $\rho$  fait intervenir les fonctions :

$$a(z) = \int_z^{+\infty} \frac{A(z')}{z'} dz' \quad , \quad b(z) = \int_z^{+\infty} \frac{B(z')}{z'} dz' \quad (3.18)$$

Pour les faibles collisions, on a alors [20] :

$$\begin{aligned} \langle \alpha | \Phi_a | \alpha \rangle &\approx -\frac{4\pi}{3} N_e \left( \frac{\hbar}{m} \right)^2 \int \frac{dv}{v} f(v) \sum_{\sigma\alpha'} |\langle \alpha | r_\sigma | \alpha' \rangle|^2 \\ &\quad \times \left[ a \left( z_{\alpha\alpha'}^{\min} \right) + ib \left( z_{\alpha\alpha'}^{\min} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.19)$$

où  $z_{\alpha\alpha'}^{\min} = \frac{\omega_{\alpha\alpha'} \rho_{\min}}{v}$  correspond à un paramètre d'impact minimal assurant l'application de la théorie de perturbation impliquant l'unitarité de la matrice  $S$ .

### III Effet du microchamp ionique sur l'opérateur de collision

Si on inclut l'influence du microchamp électrique (dû aux ions), le profil de raie devient :

$$L(\omega) = \frac{1}{\pi} \text{Re} \int W(F) dF \left( \sum_{\alpha\alpha'\beta\beta'} \vec{d}_{\alpha\beta} \left\langle \left\langle \alpha\beta \left| \left[ i\omega - i\omega_{\alpha\beta} + i\vec{d} \cdot \vec{F} - \Phi(F) \right]^{-1} \right| \alpha'\beta' \right\rangle \right\rangle \vec{d}_{\alpha'\beta'}^* \right) \quad (3.20)$$

où  $F$  est le microchamp électrique dû aux ions perturbateurs, et  $W(F)$  la fonction de distribution de ce microchamp.

Ce qui est nouveau dans cette étude est cette dépendance de l'opérateur de collision vis à vis du microchamp  $F$  [26].

Pour le cas où l'émetteur est un atome d'hélium neutre, la trajectoire suivie par un perturbateur n'est plus une ligne droite mais sera représentée par un vecteur position telque

$$\vec{r}(t) = \vec{p} + \vec{v}t - \frac{e}{2m} \vec{F}t^2 \quad (3.21)$$

### Calcul du déplacement

Le déplacement  $D_\alpha$  est relié au éléments diagonaux de la matrice  $\Phi_a$  par [17] :

$$\begin{aligned} D_\alpha &= -\text{Im} \langle \alpha | \Phi_a | \alpha \rangle \\ &= -N_e \int v f(v) d^3v \int 2\pi\rho d\rho \int W(\epsilon) d\epsilon \text{Im} \{ \langle \alpha | (S_a(0) - 1) | \alpha \rangle \} \end{aligned} \quad (3.22)$$

et

$$\begin{aligned} \{ \langle \alpha | (S_a(0) - 1) | \alpha \rangle \} &= - \left\{ \frac{e^2}{3\hbar^2} \sum_{\sigma\alpha'} \langle \alpha | R_\sigma | \alpha' \rangle \langle \alpha' | R_\sigma | \alpha \rangle \right. \\ &\quad \left. \times \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \cdot e^{i\omega_{\alpha\alpha'}(t_1-t_2)} \vec{E}(t_1) \cdot \vec{E}(t_2) + \dots \right\} \end{aligned} \quad (3.23)$$

En utilisant

$$\begin{aligned} e^{i\omega_{\alpha\alpha'}(t_1-t_2)} &= \cos(\omega_{\alpha\alpha'}t_1 - \omega_{\alpha\alpha'}t_2) + i \sin(\omega_{\alpha\alpha'}t_1 - \omega_{\alpha\alpha'}t_2) \\ &= \cos(\omega_{\alpha\alpha'}t_1) \cos(\omega_{\alpha\alpha'}t_2) + \sin(\omega_{\alpha\alpha'}t_1) \sin(\omega_{\alpha\alpha'}t_2) \\ &\quad + i \left[ \sin(\omega_{\alpha\alpha'}t_1) \cos(\omega_{\alpha\alpha'}t_2) - \cos(\omega_{\alpha\alpha'}t_1) \sin(\omega_{\alpha\alpha'}t_2) \right] \end{aligned} \quad (3.24)$$

on aura :

$$\begin{aligned} \text{Im} \{ \langle \alpha | (S_a(0) - 1) | \alpha \rangle \} &= -\frac{e^2}{3\hbar^2} \sum_{\sigma\alpha'} \langle \alpha | R_\sigma | \alpha' \rangle \langle \alpha' | R_\sigma | \alpha \rangle \\ &\quad \times \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \left[ \sin(\omega_{\alpha\alpha'}t_1) \cos(\omega_{\alpha\alpha'}t_2) - \cos(\omega_{\alpha\alpha'}t_1) \sin(\omega_{\alpha\alpha'}t_2) \right] \vec{E}(t_1) \cdot \vec{E}(t_2) \end{aligned} \quad (3.25)$$

où  $\vec{E}(t) = -e \frac{\vec{r}(t)}{|\vec{r}(t)|^3}$  (dans le système C.G.S).

En considérant que  $\vec{\rho}$  est perpendiculaire à  $\vec{v}$ , on aura :

$$\vec{E}(t) = -e \frac{\vec{\rho} + \vec{v}t - \frac{e}{2m} \vec{F} t^2}{\left( \rho^2 + v^2 t^2 - \frac{e \vec{F}}{m} (\vec{\rho} + \vec{v}t) t^2 + \frac{e^2 F^2}{4m^2} t^4 \right)^{3/2}} \quad (3.26)$$

Le produit scalaire  $\vec{E}(t_1) \cdot \vec{E}(t_2)$  s'écrira alors :

$$\vec{E}(t_1) \cdot \vec{E}(t_2) = e^2 \frac{\left( \vec{\rho} + \vec{v}t_1 - \frac{e}{2m} \vec{F} t_1^2 \right) \cdot \left( \vec{\rho} + \vec{v}t_2 - \frac{e}{2m} \vec{F} t_2^2 \right)}{\left( \rho^2 + v^2 t_1^2 - \frac{e \vec{F}}{m} (\vec{\rho} + \vec{v}t_1) t_1^2 + \frac{e^2 F^2}{4m^2} t_1^4 \right)^{3/2} \left( \rho^2 + v^2 t_2^2 - \frac{e \vec{F}}{m} (\vec{\rho} + \vec{v}t_2) t_2^2 + \frac{e^2 F^2}{4m^2} t_2^4 \right)^{3/2}} = e^2 \frac{U}{D}$$

On considère  $\vec{\rho}$  le long de l'axe des  $z$  et  $\vec{v}$  le long de l'axe des  $x$ , le microchamp électrique  $\vec{F}$  faisant un angle  $\theta$  avec  $\vec{\rho}$  c.à.d. avec l'axe  $z$ .

On a alors :

$$U = \rho^2 + v^2 t_1 t_2 - \frac{e F_z}{2m} \rho t_1^2 - \frac{e F_z}{2m} \rho t_2^2 - \frac{e F_x}{2m} v t_1^2 t_2 - \frac{e F_x}{2m} v t_2^2 t_1 + \left( \frac{e F}{2m} \right)^2 t_1^2 t_2^2 \quad (3.27)$$

$$D = \left( \rho^2 + v^2 t_1^2 - \frac{e}{m} (F_z \rho + F_x v t_1) t_1^2 + \frac{e^2 F^2}{4m^2} t_1^4 \right)^{3/2} \cdot \left( \rho^2 + v^2 t_2^2 - \frac{e}{m} (F_z \rho + F_x v t_2) t_2^2 + \frac{e^2 F^2}{4m^2} t_2^4 \right)^{3/2} \quad (3.28)$$

où  $F_z = \vec{F} \cdot \frac{\vec{\rho}}{\rho}$  et  $F_x = \vec{F} \cdot \frac{\vec{v}}{v}$ .

Nous nous contenterons d'admettre l'approximation qui consiste à remplacer les composantes  $F_x$  et  $F_z$  du microchamp électrique par leurs moyennes  $\langle F_x \rangle$  et  $\langle F_z \rangle$  qui sont toutes deux nulles.

Alors on aura :

$$\vec{E}(t_1) \cdot \vec{E}(t_2) \simeq e^2 \frac{\rho^2 + v^2 t_1 t_2 + \left( \frac{e F}{2m} \right)^2 t_1^2 t_2^2}{\left( \rho^2 + v^2 t_1^2 + \frac{e^2 F^2}{4m^2} t_1^4 \right)^{3/2} \left( \rho^2 + v^2 t_2^2 + \frac{e^2 F^2}{4m^2} t_2^4 \right)^{3/2}} \quad (3.29)$$

Ceci nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned}
\text{Im} \{ \langle \alpha | (S_a(0) - 1) | \alpha \rangle \} &= -\frac{e^2}{3\hbar^2} \sum_{\sigma\alpha'} \langle \alpha | R_\sigma | \alpha' \rangle \langle \alpha' | R_\sigma | \alpha \rangle \\
&\times \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \left[ \sin(\omega_{\alpha\alpha'} t_1) \cos(\omega_{\alpha\alpha'} t_2) - \cos(\omega_{\alpha\alpha'} t_1) \sin(\omega_{\alpha\alpha'} t_2) \right] \\
&\quad e^2 \frac{\rho^2 + v^2 t_1 t_2 + \left(\frac{eF}{2m}\right)^2 t_1^2 t_2^2}{\left(\rho^2 + v^2 t_1^2 + \frac{e^2 F^2}{4m^2} t_1^4\right)^{3/2} \left(\rho^2 + v^2 t_2^2 + \frac{e^2 F^2}{4m^2} t_2^4\right)^{3/2}}
\end{aligned} \tag{3.30}$$

En procédant les changements de variables  $z_{\alpha\alpha'} = \frac{\omega_{\alpha\alpha'} \rho}{v} \sqrt{2}$ ,  $x_i = \frac{v t_i}{\rho \sqrt{2}}$  et en utilisant la notation  $R_\sigma^{\alpha,\alpha'} = \langle \alpha | R_\sigma | \alpha' \rangle$  cette dernière équation devient :

$$\begin{aligned}
\text{Im} \{ \langle \alpha | (S_a(0) - 1) | \alpha \rangle \} &= -\frac{2e^4}{3\hbar^2 v^2 \rho^2} \sum_{\sigma\alpha'} R_\sigma^{\alpha,\alpha'} R_\sigma^{\alpha',\alpha} \\
&\times \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{x_1} dx_2 \left[ \sin(z_{\alpha\alpha'} x_1) \cos(z_{\alpha\alpha'} x_2) - \cos(z_{\alpha\alpha'} x_1) \sin(z_{\alpha\alpha'} x_2) \right] \\
&\times \left( \frac{1 + 2x_1 x_2 + \left(\frac{eF\rho}{mv^2}\right)^2 x_1^2 x_2^2}{\left(1 + 2x_1^2 + \left(\frac{eF\rho}{mv^2}\right)^2 x_1^4\right)^{3/2} \left(1 + 2x_2^2 + \left(\frac{eF\rho}{mv^2}\right)^2 x_2^4\right)^{3/2}} \right)
\end{aligned} \tag{3.31}$$

d'où :

$$\begin{aligned}
\text{Im} \{ \langle \alpha | (S_a(0) - 1) | \alpha \rangle \} &= -\frac{2e^4}{3\hbar^2 v^2 \rho^2} \sum_{\sigma\alpha'} R_\sigma^{\alpha,\alpha'} R_\sigma^{\alpha',\alpha} \\
&\times \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{x_1} dx_2 \cdot \sin(z_{\alpha\alpha'} (x_1 - x_2)) \left( \frac{1 + 2x_1 x_2 + \left(\frac{eF\rho}{mv^2}\right)^2 x_1^2 x_2^2}{\left(1 + 2x_1^2 + \left(\frac{eF\rho}{mv^2}\right)^2 x_1^4\right)^{3/2} \left(1 + 2x_2^2 + \left(\frac{eF\rho}{mv^2}\right)^2 x_2^4\right)^{3/2}} \right)
\end{aligned}$$

Pour faire réapparaître le terme  $\omega_{\alpha\alpha'}$  on écrira alors :

$$\begin{aligned}
\text{Im} \{ \langle \alpha | (S_a(0) - 1) | \alpha \rangle \} &= -\frac{2e^4}{3\hbar^2 v^2 \rho^2} \sum_{\sigma\alpha'} R_\sigma^{\alpha,\alpha'} R_\sigma^{\alpha',\alpha} \\
&\times \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{x_1} dx_2 \cdot \sin\left(\omega_{\alpha\alpha'} \sqrt{2} \frac{\rho}{v} (x_1 - x_2)\right) \left( \frac{1 + 2x_1 x_2 + \left(\frac{eF\rho}{mv^2}\right)^2 x_1^2 x_2^2}{\left(1 + 2x_1^2 + \left(\frac{eF\rho}{mv^2}\right)^2 x_1^4\right)^{3/2} \left(1 + 2x_2^2 + \left(\frac{eF\rho}{mv^2}\right)^2 x_2^4\right)^{3/2}} \right)
\end{aligned}$$

En posant  $\Omega_{\alpha\alpha'} = \frac{\omega_{\alpha\alpha'}}{\omega_p}$  on obtient finalement :

$$\text{Im} \{ \langle \alpha | (S_a(0) - 1) | \alpha \rangle \} = -\frac{2e^4}{3\hbar^2 v^2 \rho^2} \sum_{\sigma, \alpha'} R_{\sigma}^{\alpha, \alpha'} R_{\sigma}^{\alpha', \alpha}$$

$$\times \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{x_1} dx_2 \cdot \sin \left( \Omega_{\alpha\alpha'} \sqrt{2} \frac{\omega_p \rho}{v} (x_1 - x_2) \right) \left( \frac{1 + 2x_1 x_2 + \left( \frac{eF\rho}{mv^2} \right)^2 x_1^2 x_2^2}{\left( 1 + 2x_1^2 + \left( \frac{eF\rho}{mv^2} \right)^2 x_1^4 \right)^{3/2} \left( 1 + 2x_2^2 + \left( \frac{eF\rho}{mv^2} \right)^2 x_2^4 \right)^{3/2}} \right)$$

Le déplacement est donc :

$$\begin{aligned} D_{\alpha} &= -\text{Im} \langle \alpha | \Phi_a | \alpha \rangle \\ &= -N_e \int v f(v) d^3 v \int 2\pi \rho d\rho \int W(\epsilon) d\epsilon \text{Im} \{ \langle \alpha | (S_a(0) - 1) | \alpha \rangle \} \\ &= -4\pi N_e \int W(\epsilon) d\epsilon \int v^3 f(v) dv \int 2\pi \rho d\rho \times \left[ -\frac{2e^4}{3\hbar^2 v^2 \rho^2} \sum_{\sigma, \alpha'} R_{\sigma}^{\alpha, \alpha'} R_{\sigma}^{\alpha', \alpha} \right] \\ &\quad \times \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{x_1} dx_2 \cdot \sin \left( \Omega_{\alpha\alpha'} \sqrt{2} \frac{\omega_p \rho}{v} (x_1 - x_2) \right) \left( \frac{1 + 2x_1 x_2 + \left( \frac{eF\rho}{mv^2} \right)^2 x_1^2 x_2^2}{\left( 1 + 2x_1^2 + \left( \frac{eF\rho}{mv^2} \right)^2 x_1^4 \right)^{3/2} \left( 1 + 2x_2^2 + \left( \frac{eF\rho}{mv^2} \right)^2 x_2^4 \right)^{3/2}} \right) \\ &= \frac{16\pi^2 e^4 N_e}{3\hbar^2} \sum_{\sigma, \alpha'} R_{\sigma}^{\alpha, \alpha'} R_{\sigma}^{\alpha', \alpha} \cdot I(\Omega_{\alpha\alpha'}) \end{aligned} \quad (3.32)$$

avec

$$\begin{aligned} I(\Omega_{\alpha\alpha'}) &= \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_0^{\infty} W(\epsilon) d\epsilon \int_0^{\infty} v \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv \int_{\rho_{min} = \frac{n^2 \hbar}{mv}}^{\rho_{max} = \lambda_D} \frac{d\rho}{\rho} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{x_1} dx_2 \cdot \sin \left( \Omega_{\alpha\alpha'} \sqrt{2} \frac{\omega_p \rho}{v} (x_1 - x_2) \right) \\ &\quad \times \left( \frac{1 + 2x_1 x_2 + \left( \frac{eF\rho}{mv^2} \right)^2 x_1^2 x_2^2}{\left( 1 + 2x_1^2 + \left( \frac{eF\rho}{mv^2} \right)^2 x_1^4 \right)^{3/2} \left( 1 + 2x_2^2 + \left( \frac{eF\rho}{mv^2} \right)^2 x_2^4 \right)^{3/2}} \right) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Dans notre application, nous prenons  $\rho_{max} = \lambda_D$  (la longueur de Debye), ce qui signifie que nous supposons que les collisions impliquant des électrons hors de la sphère de Debye sont négligées.

Nous considérons également que le paramètre d'impact minimal est égal à  $\rho_{min} = \frac{n^2 \hbar}{mv}$ . C'est ce qu'on appelle coupure de collision forte. Il assure l'unitarité de la matrice S ( $n$  est le nombre quantique principal du niveau supérieur).

### Adimensionner l'intégrande

Pour intégrer numériquement il serait préférable d'adimensionner les variables dimensionnées de notre intégrande (la vitesse, le paramètre d'impact et le champs électrique).

On effectue alors les changements de variables suivants :

$$v = V \cdot v_{th} = V \sqrt{\frac{2kT}{m}}, \quad \rho = r \cdot a, \quad \epsilon = \frac{F}{F_0} = \frac{a^2}{e} F \quad (a : \text{distance moyenne interélectronique})$$

On pourra alors écrire :

$$I(\Omega_{\alpha\alpha'}) = \frac{2kT}{m} \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_0^\infty W(\epsilon) d\epsilon \int_0^\infty V \cdot e^{-V^2} dV \int_{r_{min}=\frac{n^2\hbar}{Va}\sqrt{\frac{1}{2mkT}}}^{r_{max}=\frac{\lambda_D}{a}} \frac{dr}{r} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{x_1} dx_2 \cdot \sin \left( \Omega_{\alpha\alpha'} \frac{\omega_p a r}{V} \sqrt{\frac{m}{kT}} (x_1 - x_2) \right) \times \left[ \frac{1 + 2x_1x_2 + \left( \frac{e^2}{2kTa} \frac{\epsilon r}{V^2} \right)^2 x_1^2 x_2^2}{\left( 1 + 2x_1^2 + \left( \frac{e^2}{2kTa} \frac{\epsilon r}{V^2} \right)^2 x_1^4 \right)^{3/2} \left( 1 + 2x_2^2 + \left( \frac{e^2}{2kTa} \frac{\epsilon r}{V^2} \right)^2 x_2^4 \right)^{3/2}} \right] \quad (3.34)$$

Soient  $C_1 = \omega_p a \sqrt{\frac{m}{kT}}$  et  $C_2 = \frac{e^2}{2kTa}$   
D'où

$$I(\Omega_{\alpha\alpha'}) = \frac{2kT}{m} \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \int_0^\infty W(\epsilon) d\epsilon \int_0^\infty V \cdot e^{-V^2} dV \int_{r_{min}=\frac{n^2\hbar}{Va}\sqrt{\frac{1}{2mkT}}}^{r_{max}=\frac{\lambda_D}{a}} \frac{dr}{r} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{x_1} dx_2 \cdot \sin \left( C_1 \Omega_{\alpha\alpha'} \frac{r}{V} (x_1 - x_2) \right) \times \left[ \frac{1 + 2x_1x_2 + \left( C_2 \frac{\epsilon r}{V^2} \right)^2 x_1^2 x_2^2}{\left( 1 + 2x_1^2 + \left( C_2 \frac{\epsilon r}{V^2} \right)^2 x_1^4 \right)^{3/2} \left( 1 + 2x_2^2 + \left( C_2 \frac{\epsilon r}{V^2} \right)^2 x_2^4 \right)^{3/2}} \right] = \frac{2kT}{m} \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} J(\Omega_{\alpha\alpha'}) \quad (3.35)$$

avec

$$J(\Omega_{\alpha\alpha'}) = \int_0^\infty W(\epsilon) d\epsilon \int_0^\infty V \cdot e^{-V^2} dV \int_{r_{min}=\frac{n^2\hbar}{Va}\sqrt{\frac{1}{2mkT}}}^{r_{max}=\frac{\lambda_D}{a}} \frac{dr}{r} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{x_1} dx_2 \cdot \sin \left( C_1 \Omega_{\alpha\alpha'} \frac{r}{V} (x_1 - x_2) \right) \times \left[ \frac{1 + 2x_1x_2 + \left( C_2 \frac{\epsilon r}{V^2} \right)^2 x_1^2 x_2^2}{\left( 1 + 2x_1^2 + \left( C_2 \frac{\epsilon r}{V^2} \right)^2 x_1^4 \right)^{3/2} \left( 1 + 2x_2^2 + \left( C_2 \frac{\epsilon r}{V^2} \right)^2 x_2^4 \right)^{3/2}} \right] \quad (3.36)$$

L'équation (3.32) s'écrit alors :

$$D_\alpha = \frac{16\pi^2 e^4 N_e}{3\hbar^2} \cdot \frac{2kT}{m} \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \sum_{\sigma, \alpha'} R_\sigma^{\alpha, \alpha'} R_\sigma^{\alpha', \alpha} \cdot J(\Omega_{\alpha\alpha'}) \quad (3.37)$$

$$= A \frac{N_e}{\sqrt{T}} \sum_{\sigma, \alpha'} R_\sigma^{\alpha, \alpha'} R_\sigma^{\alpha', \alpha} \cdot J(\Omega_{\alpha\alpha'})$$

avec  $A = \frac{32\pi^2 e^4}{3\hbar^2} \left( \frac{1}{2\pi} \right)^{3/2} \sqrt{\frac{m}{k}} \approx 8.21 \cdot 10^{11} (\text{C.G.S})$ .

Soit  $d_\alpha$  le déplacement exprimé en Ångström. On a :

$$\boxed{d_\alpha = \frac{\lambda_0^2 D_\alpha}{2\pi c}} \quad (3.38)$$

$\lambda_0$  étant la longueur d'onde de la raie en question .

Reste à déterminer les termes  $R_{\sigma}^{\alpha,\alpha'} R_{\sigma}^{\alpha',\alpha}$  en choisissant les sous-niveaux  $\alpha'$  (Il suffit en général de prendre 3 à 5 sous-niveaux) .

On utilisera la formule suivante [69] :

$$R^{\alpha,\alpha_i} R^{\alpha_i,\alpha} = \frac{3 \hbar \cdot \hbar(\text{eV})}{2 m} (2J_{L_i} + 1) \frac{f_{\alpha\alpha_i}}{\Delta E_i(\text{eV})} \quad (3.39)$$

$J_{L_i}$  étant la valeur propre du moment cinétique<sup>1</sup> et son indice  $L_i$  indique le niveau inférieur de la transition ( $L$  pour "lower").

$f_{\alpha\alpha_i}$  : force d'oscillateur .

## Calcul de $J(\Omega_{\alpha\alpha'})$

On obtient  $J(\Omega_{\alpha\alpha'})$  à partir du calcul numérique de l'intégrale à cinq dimensions. Pour ce fait, nous avons utilisé la méthode de quadrature de Gauss-Légendre à dix points (voir tableau ci-dessous).

Concernant la distribution de Holtsmark et puisqu'elle est définie par une intégrale, on a appliqué la méthode de Simpson à 100 points pour la calculer ensuite l'injecter dans la fonction à intégrer.

$i$	Poids $w_i$	Abscisse $x_i$
1	0.2955242247147529	-0.1488743389816312
2	0.2955242247147529	0.1488743389816312
3	0.2692667193099963	-0.4333953941292472
4	0.2692667193099963	0.4333953941292472
5	0.2190863625159820	-0.6794095682990244
6	0.2190863625159820	0.6794095682990244
7	0.1494513491505806	-0.8650633666889845
8	0.1494513491505806	0.8650633666889845
9	0.0666713443086881	-0.9739065285171717
10	0.0666713443086881	0.9739065285171717

TABLE 3.1 – Quadrature Gauss-Légendre  $n = 10$

## Conclusion

Notre point de départ était l'équation décrivant le profil de raie de l'atome d'hélium établie par Griem et al. [17]. La nouveauté qu'on a introduite était la dépendance de l'opérateur de collision vis-à-vis du microchamp ionique ce qui oblige les électrons perturbateurs à suivre des trajectoires qui ne sont plus rectilignes. On obtient le déplacement stark à partir de la partie imaginaire des éléments diagonaux de la matrice représentant l'opérateur de collision. En se basant sur l'équation 3.22 nous avons aboutit à la formule 3.36, et vue qu'elle est adaptable au calcul numérique, elle va nous permettre l'obtention des déplacements Stark des quelques raie d'hélium neutre sujets de notre étude.

---

1. Plus précisément, nombre quantique lié au moment cinétique total

Start

Initialize physical constants  
(pi, me, elec, h0, hbar, kbltz)

Set parameters  
(e.g. Tempr = 26.4E+3, dens\_e = 0.98E+17)

Compute derived quantities  
(LamdaDebye\_e/i, Vmoy, Nprincip, R\_0, F\_0, OmegaP, etap\_e, C1, C2, Zmin)

Print:  
- Temperature  
- Electron density  
- Plasma frequency

Set OmegaG  
(e.g., 24.835 or 5.7295)

Set outer bounds  
x1 = 0, x2 = 10

I = quad5d(x1, x2)

Print OmegaG and I

End

Note: Uses global variables  
X, Y, Z, W, U  
to pass values between nested calls.  
Repeated for multiple OmegaG values.

### 10D Nested Gauss-Legendre Quadrature (with inner Simpson's rule)

ggauss(H, x1, x2)  
10-point Gauss-Legendre  
for x ∈ [0, 10]

For each Gauss point x\_j:  
Set global X = x\_j  
Call H(X)

H(x)

qgauss(G, y1(X), y2(X))  
10-point Gauss-Legendre  
for y ∈ [0, 5]

y1(x) = 0  
y2(x) = 5  
For each y\_j:  
Set global Y = y\_j  
Call G(Y)

G(y)

qgauss(F, z1(X,Y), z2(X,Y))  
10-point Gauss-Legendre  
for z ∈ [Zmin/Y, etap\_e]

z1(x,y) = Zmin / y  
z2(x,y) = etap\_e  
For each z\_j:  
Set global Z = z\_j  
Call F(Z)

F(z)

qgauss(T, w1(X,Y,Z), w2(X,Y,Z))  
10-point Gauss-Legendre  
for w ∈ [-5, 5]

w1(x,y,z) = -5  
w2(x,y,z) = 5  
For each w\_j:  
Set global W = w\_j  
Call T(W)

T(w)

qgauss(P, u1(X,Y,Z,W), u2(X,Y,Z,W))  
10-point Gauss-Legendre  
for u ∈ [-5, W]

u1(x,y,z,w) = -5  
u2(x,y,z,w) = w  
For each u\_j:  
Set global U = u\_j  
Call P(U)

P(u)

Simpson's Rule (n=100 points)  
 $\int_{s=0}^{s=1} f(s) ds$   
h = (10-0)/100 = 0.1  
SMT =  $\sum_{i=1}^{100} h (f(x_{i-1}) + f(x_i))$   
for i=1 to 100  
 $f(s) = (2^s/n) * s * \sin(s^2) * \exp(-s^2)$

holts(X)

func(X, Y, Z, W, U)  
= holts(X) \* Y \* exp(-Y^2) \* (1/Z) \* sin(OmegaG \* C1 \* Z \* (W - U) / Y)  
\* (1 + 2^W \* U + (C2 \* X \* Z \* W \* U / Y^2)^2)  
/ [(1 + 2^W \* W^2 + C2 \* X \* Z \* W^4 / Y^2)^(1.5)]  
\* (1 + 2^U \* U^2 + C2 \* X \* Z \* U^4 / Y^2)^(1.5)]

# Résultats et discussions

## I Introduction

Se basant sur l'équation 3.36, nous avons élaboré un programme informatique permettant de calculer l'intégrale de cinq dimensions et ceci en utilisant la quadrature de Gauss-Légendre. Ensuite, nous avons calculé les déplacements Stark de quelques raies de l'hélium neutre et ce en incluant les données atomiques nécessaires pour l'application de l'équation 3.39. Ces calculs ont été élaborés pour des températures variant de 5000 K à 40000 K, ainsi que des densités électroniques comprises entre  $10^{16}$  et  $10^{17}$   $\text{cm}^{-3}$  (conditions qui nous permettent d'utiliser les approximations citées précédemment).

La comparaison de nos résultats a été effectuée avec les résultats classiques de Griem [17, 20, 21] ainsi que la base de données Stark-b [70, 71, 72]. On a ensuite confrontés les déplacements Stark obtenus avec des résultats récents de Gigoso et al. [23] et de Dojic et al. [28] ainsi que ceux très récents de Baławski et al. (avril 2024) [25].

## II Données atomiques de L'hélium neutre

Nous nous intéressons aux quatre raies de l'atome d'hélium neutre suivantes : 3188 Å, 3889 Å , 7065 Å et 6678 Å (figures 4.1 , 4.2 et tableaux 4.1,4.2).

Dans la figure 4.1, nous avons présenté les trois raies correspondantes aux transitions entre des états triplets de l'He I. Des détails supplémentaires apparaissent dans le tableau 4.1. Dans la première colonne, on a la notation spectroscopique des états, dans la deuxième et la troisième colonne leurs énergies en  $\text{cm}^{-1}$  et en électron-volt respectivement. La quatrième colonne est réservée à la valeur propre du moment cinétique totale.

La transition entre les états singulets  $1s3d$  et  $1s2p$  (raie 6678.1 Å) est représentée dans la figure 4.2 , les détails étant explicités dans le tableau 4.2.

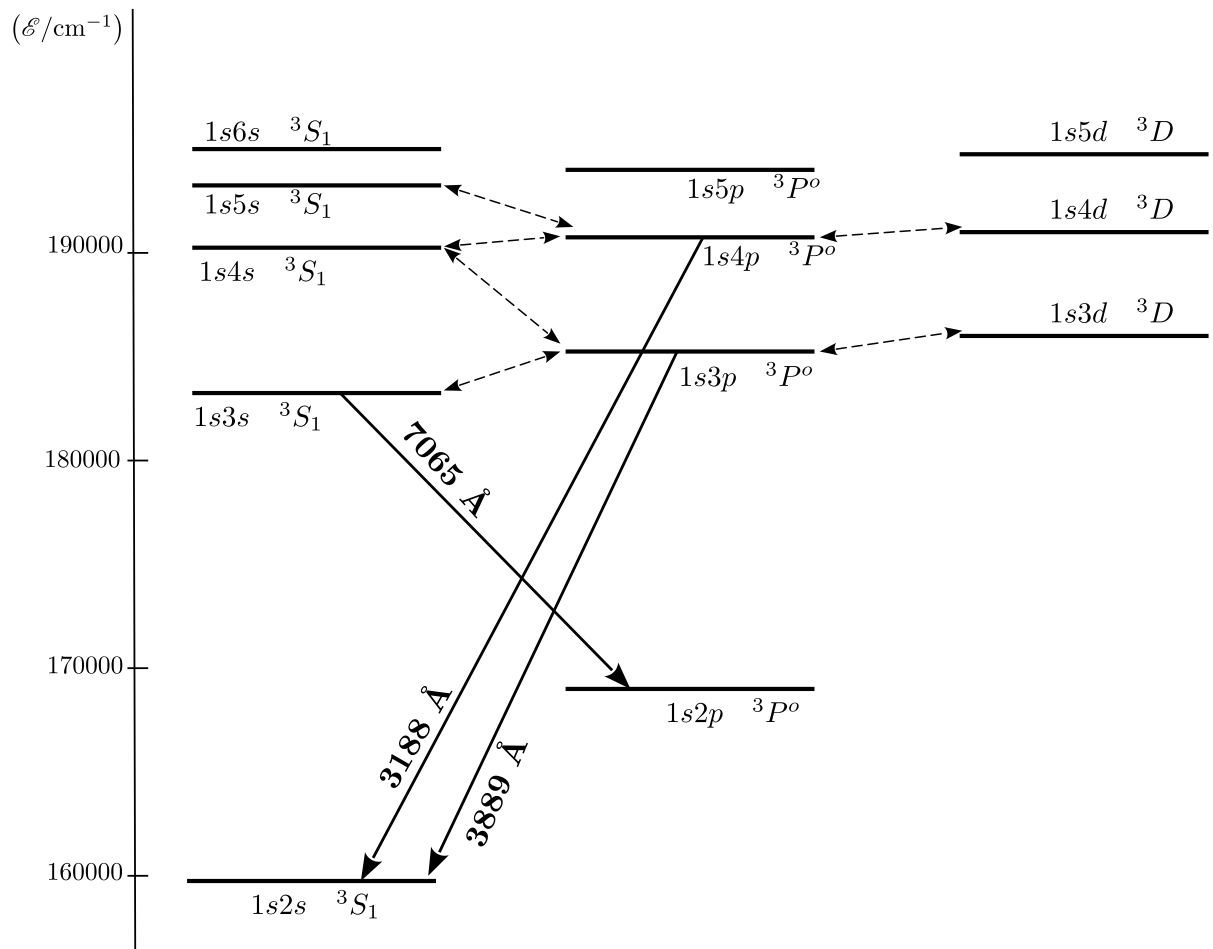


FIGURE 4.1 – Diagramme de Grotrian des transitions étudiées entre les états triplets de l'He I. Les sous-niveaux impliqués dans le calcul ont été marqués d'une double flèche.

État	Énergie ( $cm^{-1}$ )	Énergie (eV)	$J$
$1s2s \quad ^3S$	159855.9743297	19.81961484203	1
$1s2p \quad ^3P^o$	169086.7664725	20.96408720675	2
	169086.8428979	20.96409668230	1
	169087.8308131	20.96421916817	0
$1s3s \quad ^3S$	183236.79170	22.718466742	1
$1s3p \quad ^3P^o$	185564.561920	23.0070734673	2
	185564.583895	23.0070761918	1
	185564.854540	23.0071097475	0
$1s3d \quad ^3D$	186101.5461767	23.07365102990	3
	186101.5486891	23.07365134140	2
	186101.5928903	23.07365682165	1
$1s4s \quad ^3S$	190298.113260	23.593959036	1
$1s4p \quad ^3P^o$	191217.040967	23.7078915511	2
	191217.049963	23.7078926664	1
	191217.160290	23.7079063452	0
$1s4d \quad ^3D$	191444.4809292	23.73609051247	3
	191444.4821307	23.73609066143	2
	191444.5006512	23.73609295768	1
$1s5s \quad ^3S$	193346.991344	23.9719717413	1
$1s5p \quad ^3P^o$	193800.707595	24.0282253870	2
	193800.712118	24.0282259477	1
	193800.767563	24.0282328220	0
$1s5d \quad ^3D$	193917.15128741	24.042662564819	3
	193917.15192855	24.042662644310	2
	193917.16138710	24.042663817021	1
$1s6s \quad ^3S$	194936.119697	24.1689985463	1

TABLE 4.1 – Données de la structure atomique de l'hélium neutre (états triplets).  
(Données extraites du NIST)

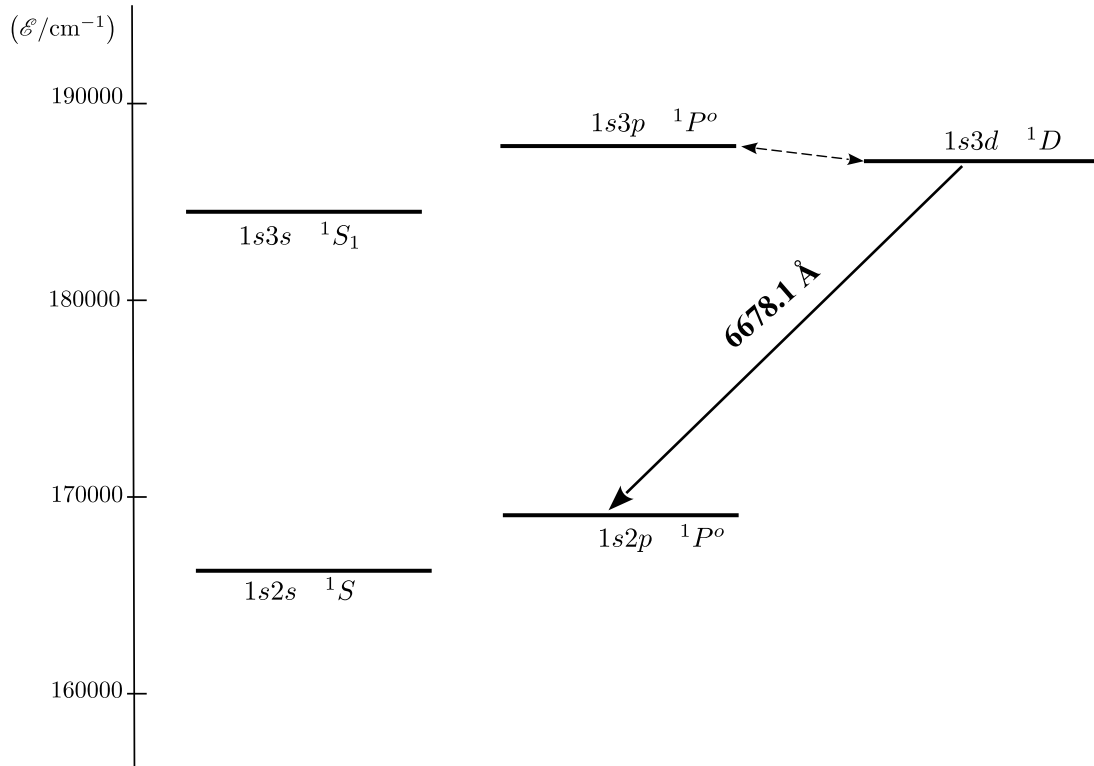


FIGURE 4.2 – Diagramme de Grotrian de la transition étudiées entre les états singulets de l’He I . Les sous-niveaux impliqués dans le calcul ont été marqués d’une double flèche. .

État	Énergie ( $cm^{-1}$ )	Énergie ( $eV$ )	$J$
$1s2s \ ^1S$	166277.440141	20.6157751334	0
$1s2p \ ^1P^o$	171134.896946	21.2180230218	1
$1s3s \ ^1S$	184864.82932	22.920317682	0
$1s3d \ ^1D$	186104.9666893	23.07407511941	2
$1s3p \ ^1P^o$	186209.364940	23.0870188528	1

TABLE 4.2 – Données de la structure atomique de l’hélium neutre (états singulets). (Données extraites du NIST)

### III Comparaison avec les calculs de Griem et la base de données Stark-b

Nous notons que dans les tableaux 4.3, 4.4, 4.5 ,  $d_{ow}$  est le déplacement obtenu à partir de notre calcul,  $d_{Griem}$  est le déplacement obtenu par Griem[17, 20, 21],  $d_{sb}$  est le déplacement obtenu par le calcul stark-b [70, 71, 72],  $\Delta D_{Gr} = \left| \frac{d_{Griem} - d_{ow}}{d_{Griem}} \right|$  et  $\Delta D_{sb} = \left| \frac{d_{sb} - d_{ow}}{d_{sb}} \right|$ .

Pour la raie correspondant à la transition ( $1s2s \ ^3S - 1s3p \ ^3P^o$ ) centrée à  $\lambda_0 = 3889 \text{ \AA}$ , on peut observer que pour une densité  $N_e = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  et une température  $T = 5000 \text{ K}$ , nos résultats sont plus grands que ceux de Griem : la différence est d'environ 9 % . Cette différence augmente avec la température et atteint 60 % pour  $T = 40000 \text{ K}$  . La comparaison avec Stark-b montre aussi que nos déplacements Stark sont supérieurs et atteignent une différence de 64 % pour  $T = 40000 \text{ K}$  (figure 4.3 et tableau 4.3).

Nous présentons dans la figure 4.4 le déplacement Stark de la raie centrée à  $\lambda_0 = 3188 \text{ \AA}$  (transition  $1s2s \ ^3S - 1s4p \ ^3P^o$ ) en fonction de la température pour une densité électronique  $N_e = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ . Nous remarquons qu'à une température de 20000 K, nos résultats sont plus grands que ceux de Griem, la différence variant de 33 % environ pour  $T = 5000 \text{ K}$  jusqu'à 40 % pour une température de 40000 K. Par rapport à Stark-b, à  $T = 40000 \text{ K}$ , notre déplacement  $d_{our}$  est plus grand que  $d_{sb}$  et la différence atteint environ 90 % (tableau 4.3).

Cela prouve que nos calculs basés sur la nouvelle formule (équation 3.36) sont remarquables et que l'effet du micro-champ ionique n'est plus négligeable.

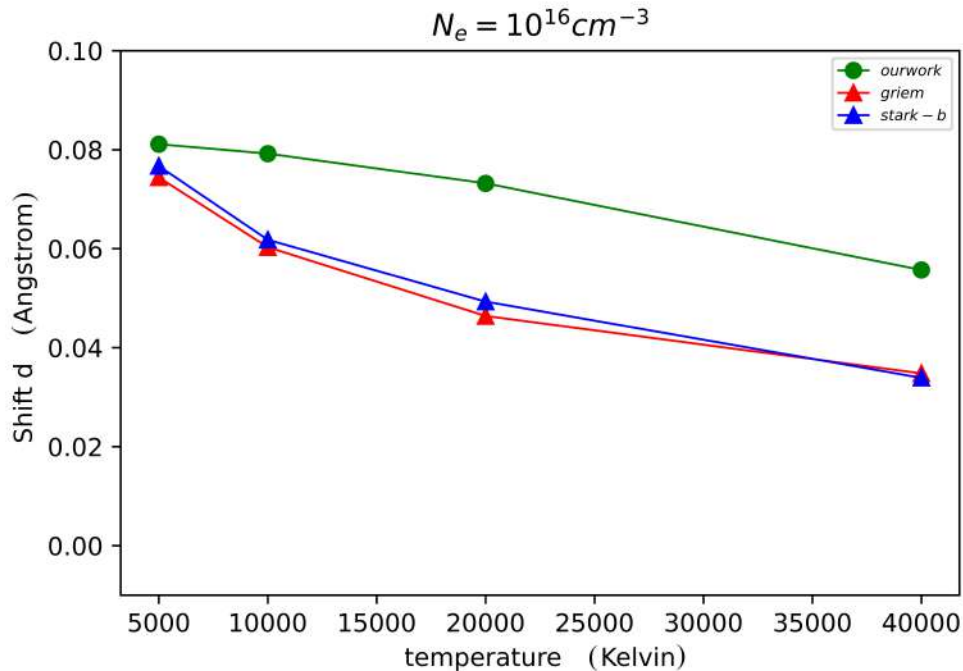


FIGURE 4.3 – Déplacement Stark :  $N_e = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  , He I 3889 Å

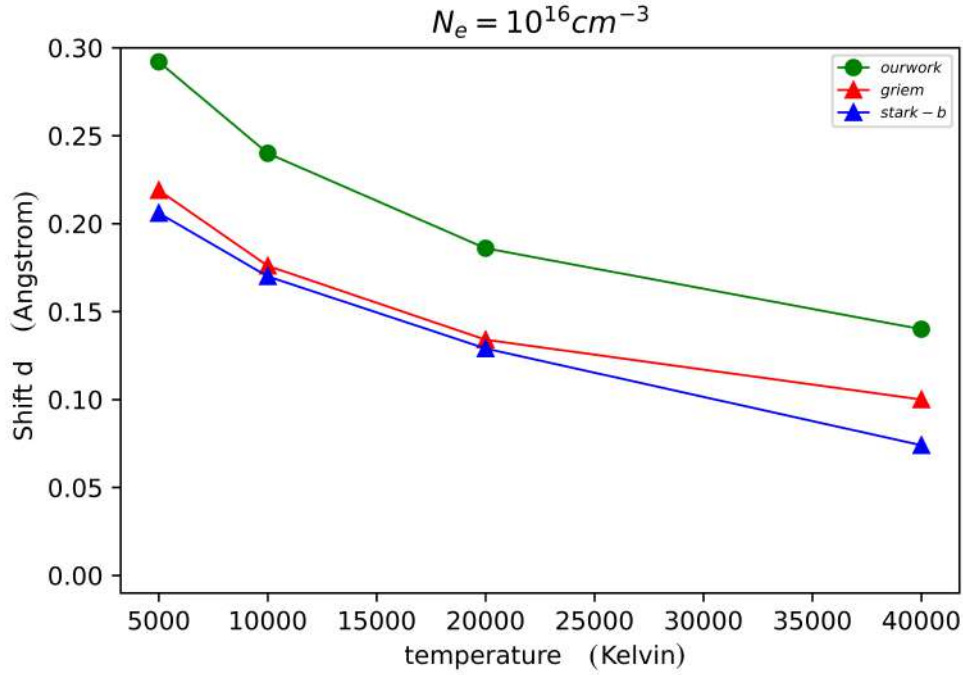


FIGURE 4.4 – Déplacement Stark :  $N_e = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  , He I 3188 Å

Transition	Temperature (K)	Shifts (Å)			$\Delta D_{Gr}$	$\Delta D_{Sb}$
		$d_{ow}$	$d_{Griem}$	$d_{Sb}$		
$1s2s \ ^3S - 1s3p \ ^3P^o$ $\lambda_0 = 3889 \text{ Å}$	5000	$8.11 \cdot 10^{-2}$	$7.44 \cdot 10^{-2}$	$7.67 \cdot 10^{-2}$	9.00 %	5.73 %
	10000	$7.95 \cdot 10^{-2}$	$6.03 \cdot 10^{-2}$	$6.18 \cdot 10^{-2}$	31.84 %	28.64 %
	20000	$7.32 \cdot 10^{-2}$	$4.64 \cdot 10^{-2}$	$4.93 \cdot 10^{-2}$	57.76 %	48.48 %
	40000	$5.57 \cdot 10^{-2}$	$3.48 \cdot 10^{-2}$	$3.39 \cdot 10^{-2}$	60.06 %	64.31 %
$1s2s \ ^3S - 1s4p \ ^3P^o$ $\lambda_0 = 3188 \text{ Å}$	5000	$2.92 \cdot 10^{-1}$	$2.19 \cdot 10^{-1}$	$2.06 \cdot 10^{-1}$	33.33 %	41.75 %
	10000	$2.40 \cdot 10^{-1}$	$1.76 \cdot 10^{-1}$	$1.70 \cdot 10^{-1}$	36.36 %	41.18 %
	20000	$1.86 \cdot 10^{-1}$	$1.34 \cdot 10^{-1}$	$1.29 \cdot 10^{-1}$	38.81 %	44.19 %
	40000	$1.40 \cdot 10^{-1}$	$1.00 \cdot 10^{-1}$	$0.74 \cdot 10^{-1}$	40.00 %	89.19 %

TABLE 4.3 – Déplacements Stark :  $N_e = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  pour les raies 3889 Å et 3188 Å

On constate la même tendance pour une densité électronique  $N_e = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ .

Concernant la raie centrée sur 3889 Å, nos résultats sont plus grands que ceux de Griem<sup>1</sup> et atteignent une différence d'environ 15% à  $T = 10000 \text{ K}$  et 36% pour  $T = 40000 \text{ K}$ . La Comparaison avec Stark-b montrent aussi que nos déplacements sont supérieurs. La différence varie d'environ 14% lorsque la température est 5000 K, jusqu'à 41% pour  $T = 40000 \text{ K}$  (figure 4.5 et tableau 4.4).

Dans la figure 4.6, on a représenté le déplacement Stark de la raie correspondante à la transition  $1s2s \ ^3S - 1s4p \ ^3P^o$  (centrée à  $\lambda_0 = 3188 \text{ Å}$ ) en fonction de la température pour une densité électronique  $N_e = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ . La différence entre nos calculs et ceux de Griem varie entre environ 6% et 18% pour des températures égales à 5000 K et 40000 K respectivement. La différence atteint 63% pour une température de 5000 K lorsqu'on compare nos résultats avec ceux de Stark-b (tableau 4.4).

1. exception faite pour  $T = 5000 \text{ K}$  où on constate des valeurs presque égales.

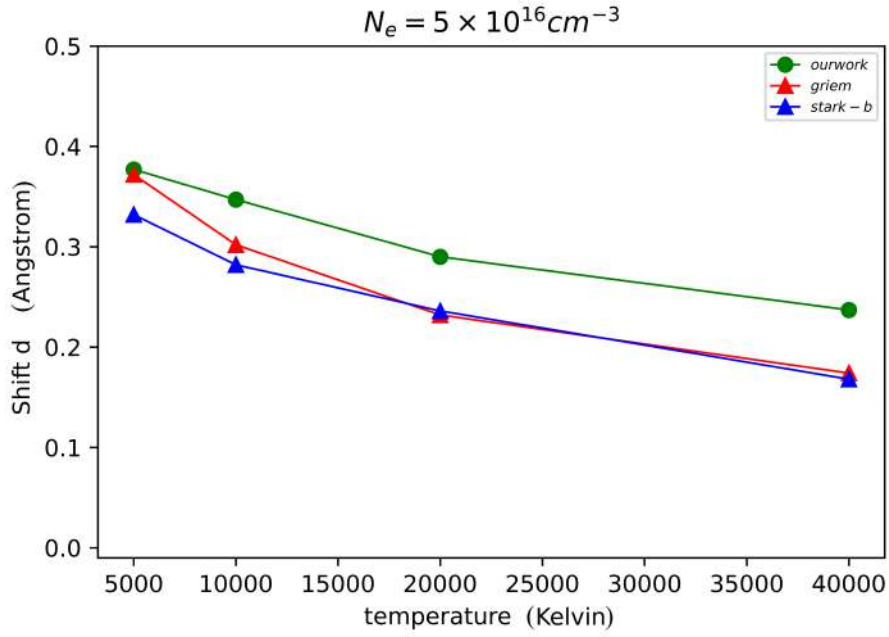


FIGURE 4.5 – Déplacement Stark :  $N_e = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ , He I 3889 Å

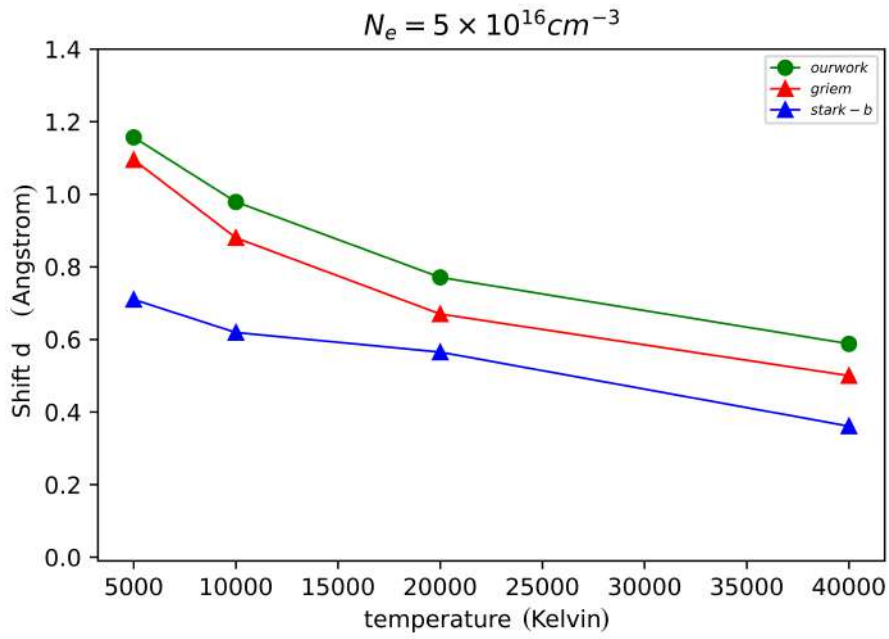


FIGURE 4.6 – Déplacement Stark :  $N_e = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ , He I 3188 Å

Transition	Temperature (K)	Shifts (Å)			$\Delta D_{Gr}$	$\Delta D_{Sb}$
		$d_{ow}$	$d_{Griem}$	$d_{Sb}$		
$1s2s \ ^3S - 1s3p \ ^3P^o$ $\lambda_0 = 3889 \text{ Å}$	5000	0.377	0.372	0.332	01.34 %	13.55 %
	10000	0.347	0.302	0.282	14.90 %	23.05 %
	20000	0.290	0.232	0.236	25.00 %	22.88 %
	40000	0.237	0.174	0.168	36.21 %	41.07 %
$1s2s \ ^3S - 1s4p \ ^3P^o$ $\lambda_0 = 3188 \text{ Å}$	5000	1.157	1.095	0.710	05.66 %	62.96 %
	10000	0.979	0.880	0.619	11.25 %	58.16 %
	20000	0.771	0.670	0.565	15.07 %	36.46 %
	40000	0.588	0.500	0.361	17.60 %	62.88 %

TABLE 4.4 – Déplacements Stark :  $N_e = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  pour les raies 3889 Å et 3188 Å

Les figures 4.7, 4.8 et le tableau 4.5 résumant les résultats pour une densité électronique  $N_e = 10^{17} \text{cm}^{-3}$ .

Pour la raie  $\lambda_0 = 3889 \text{ \AA}$ , nos résultats sont plus grand que ceux de Stark-b atteignant une différence de 30 % pour  $T = 40000 \text{ K}$ . Concernant la raie centrée sur  $\lambda_0 = 3188 \text{ \AA}$ , la différence atteint environs 46 % lorsque la température est 10000 K.

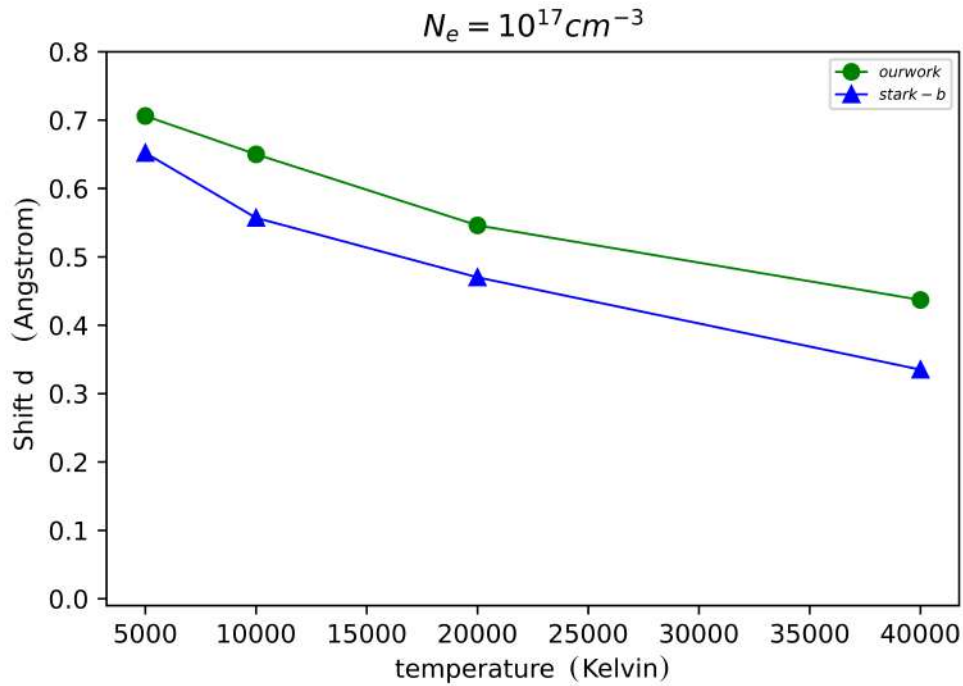


FIGURE 4.7 – Déplacement Stark :  $N_e = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  , He I 3889 Å

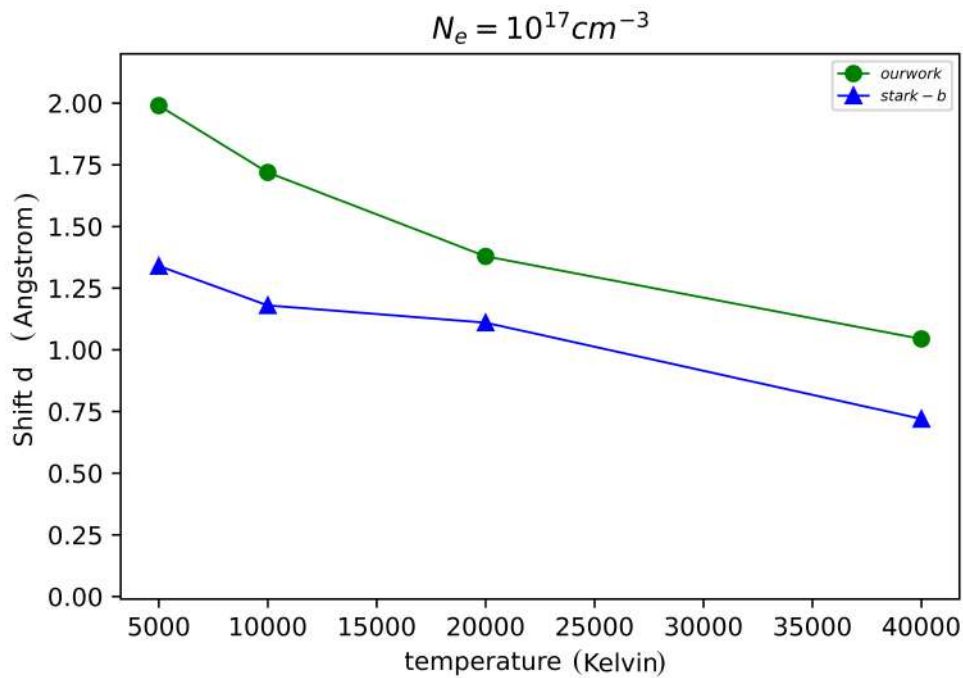


FIGURE 4.8 – Déplacement Stark :  $N_e = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  , He I 3188 Å

Transition	Temperature (K)	Shifts (Å)		$\Delta D_{Sb}$
		$d_{ow}$	$d_{Sb}$	
$1s2s\ ^3S - 1s3p\ ^3P^o$ $\lambda_0 = 3889\ \text{Å}$	5000	0.706	0.652	08.28 %
	10000	0.650	0.557	16.70 %
	20000	0.546	0.470	16.17 %
	40000	0.437	0.335	30.45 %
$1s2s\ ^3S - 1s4p\ ^3P^o$ $\lambda_0 = 3188\ \text{Å}$	5000	1.990	1.340	48.51 %
	10000	1.719	1.180	45.68 %
	20000	1.379	1.110	24.23 %
	40000	1.044	0.720	45.00 %

TABLE 4.5 – Déplacements Stark :  $N_e = 10^{17}\ \text{cm}^{-3}$  pour les raies 3889 Å et 3188 Å

## IV Comparaison avec Gigosos, Dojic et Baćlawski

Pour consolider notre modèle nous avons comparé nos résultats avec les travaux récents de Gigosos [23], Dojic [28] et Baćlawski [25].

Dans le tableau 4.6, nous comparons notre travail avec les résultats expérimentaux de Gigosos et al. pour certaines raies HeI dans des conditions expérimentales telles que  $T = 16900\ \text{K}$  et  $N_e = 2.34 \times 10^{17}\ \text{cm}^{-3}$ . Les mesures expérimentales ont été effectuées dans un plasma d'hélium pur généré dans un tube en T à entraînement électromagnétique [23].

$$\text{Notons que } \Delta D_{Gig} = \left| \frac{d_{Gigosos} - d_{ow}}{d_{Gigosos}} \right|.$$

Pour les transitions  $1s2s\ ^3S - 1s3p\ ^3P^o$  ( $\lambda_0 = 3889\ \text{Å}$ ) et  $1s2p\ ^3P^o - 1s3s\ ^3S^1$  ( $\lambda_0 = 7065\ \text{Å}$ ), il est clair que nos résultats sont en bon accord avec les résultats expérimentaux, l'écart ne dépassant pas 19%. Pour la raie centrée sur  $\lambda_0 = 6678\ \text{Å}$ , un écart de 33% est observé. Il est dû en grande partie à la fonction de l'appareil instrumental.

Line	$d_{our}$ (nm)	$d_{Gigosos}$ (nm)	$\Delta D_{Gig}$
He I 3889 Å	0.130	0.151	13.91%
He I 6678 Å	0.215	0.324	33.64%
He I 7065 Å	0.431	0.530	18.68%

TABLE 4.6 – Comparaison de nos résultats avec les résultats expérimentaux de Gigosos[23]  
 $N_e = 2.34 \times 10^{17}\ \text{cm}^{-3}$ ,  $T = 16900\ \text{K}$

Dans le tableau 4.7 et la figure 4.9, nos calculs sont comparées aux résultats expérimentaux de Dojic et al. [28] pour la raie centrée sur  $\lambda_0 = 3889\ \text{Å}$ . La température du plasma en considération est estimée à  $T = (26400 \pm 1300)\ \text{K}$  et les densités électroniques varient entre  $0.24 \times 10^{17}\ \text{cm}^{-1}$  et  $4.86 \times 10^{17}\ \text{cm}^{-1}$ . Notons que  $\Delta D_{Doj} = \left| \frac{d_{Dojic} - d_{ow}}{d_{Dojic}} \right|$ .

La différence entre nos déplacements et ceux de Dojic varie entre 12% pour  $N_e = 1.99 \times 10^{17}\ \text{cm}^{-1}$  jusqu'à 23% pour  $N_e = 1.62 \times 10^{17}\ \text{cm}^{-1}$ . Cette différence est due en partie à l'incertitude sur la température ( $\pm 1300\ \text{K}$ ).

On voit bien que nos résultats sont proches des résultats expérimentaux, exception faite pour  $N_e = 0.24 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  qui peut simplement être une erreur expérimentale ne cadrant pas avec les résultats correspondant aux autres densités électroniques.

$N_e$ ( $10^{17} \text{ cm}^{-3}$ )	$d_{ow}$ (pm)	$d_{Dojic}$ (pm)	$\Delta D_{Doj}$
4.86	240	300	20.00%
4.00	233	270	13.70%
3.25	175	210	16.67%
2.43	138	160	13.75%
1.99	114	130	12.31%
1.62	93	120	22.50%
0.98	59	69	14.49%
0.24	13	91	85.71%

TABLE 4.7 – Résultats relatifs au déplacement de la raie HeI 3889 Å à une température de 26400 K : comparaison avec Dojic[28]

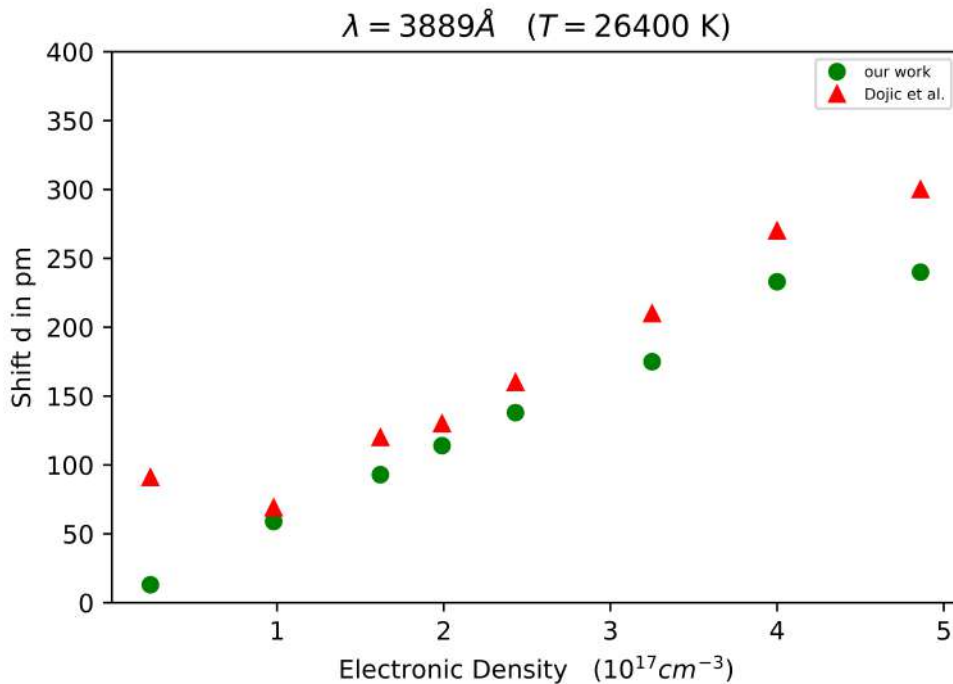


FIGURE 4.9 – Comparaison de nos résultats avec ceux de Dojic[28]

la comparaison de nos calculs concernant la raie centrée sur  $\lambda_0 = 3889 \text{ Å}$  avec les résultats théoriques très récents de Baclawski et al. [25] sont résumés dans le tableau 4.8 pour une densité électronique  $N_e = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  et une température prenant trois valeurs : 10000 K, 20000 K et 40000 K.

Les résultats de Baclawski sont le fruit d'une méthode de simulation sur ordinateur. Dans cette méthode, le plasma est représenté par un modèle de gaz idéal d'ions et d'électrons. La forme du volume simulé est une sphère au centre de laquelle se trouve l'émetteur électriquement neutre. Le rayon de cette sphère est égal à trois longueurs de Debye.

On peut observer que les déplacements de la raie He I 3889 étudiée présentent des écarts ne dépassant pas 9% pour des températures inférieures à 20000 K. la différence est plus prononcée, atteignant 29% pour une température de 40000 K, ce qui est tolérable dans des études théoriques.

Dans la figure 4.10, en plus de nos calculs et ceux de Baclawski, sont regroupés les résultats relatifs au déplacement de la raie HeI 3889 Å à la densité électronique  $N_e = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  en fonction de la température pour plusieurs auteurs. On fera la remarque que les résultats de Gigosos présentée dans cette figure sont des résultats issus de calculs théoriques. Notons aussi que nous avons redessiné cette figure en se basant sur celle de Baclawski [25].

On remarque que généralement le déplacement Stark diminue avec la température et que nos calculs sont très proches de ceux de Gigosos pour des températures allant de 10000 à 20000 K.

	Temperature (K)	Shifts (pm)		$\Delta D_{Bac}$
		$d_{our}$	$d_{Bac}$	
He I 3889 Å	10000	7.95	8.69	8.51 %
	20000	7.32	7.84	6.63 %
	40000	5.57	7.76	28.22 %

TABLE 4.8 – Plasma d’hélium avec une densité électronique  $N_e = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  à trois températures différentes. Comparaison avec Baclawski et al.[25]

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté en détail les déplacements Stark de quelques raies de l’hélium neutre en prenant en compte l’effet du micro-champ ionique régnant dans un plasma d’hélium. On constate qu’en général le déplacement Stark obtenu par nos calculs diminue lorsque la température augmente et croit lorsque la densité électronique diminue. La comparaison de nos calculs avec ceux de Griem et Strak-b (résultats classiques) montrent clairement l’impact de l’effet du micro-champ ionique sur les déplacements Stark. La comparaison avec d’autres résultats théoriques et expérimentaux récents révèlent aussi que cet effet du micro-champ ionique sur le déplacement des raies n’est pas négligeable et doit être pris en considération.

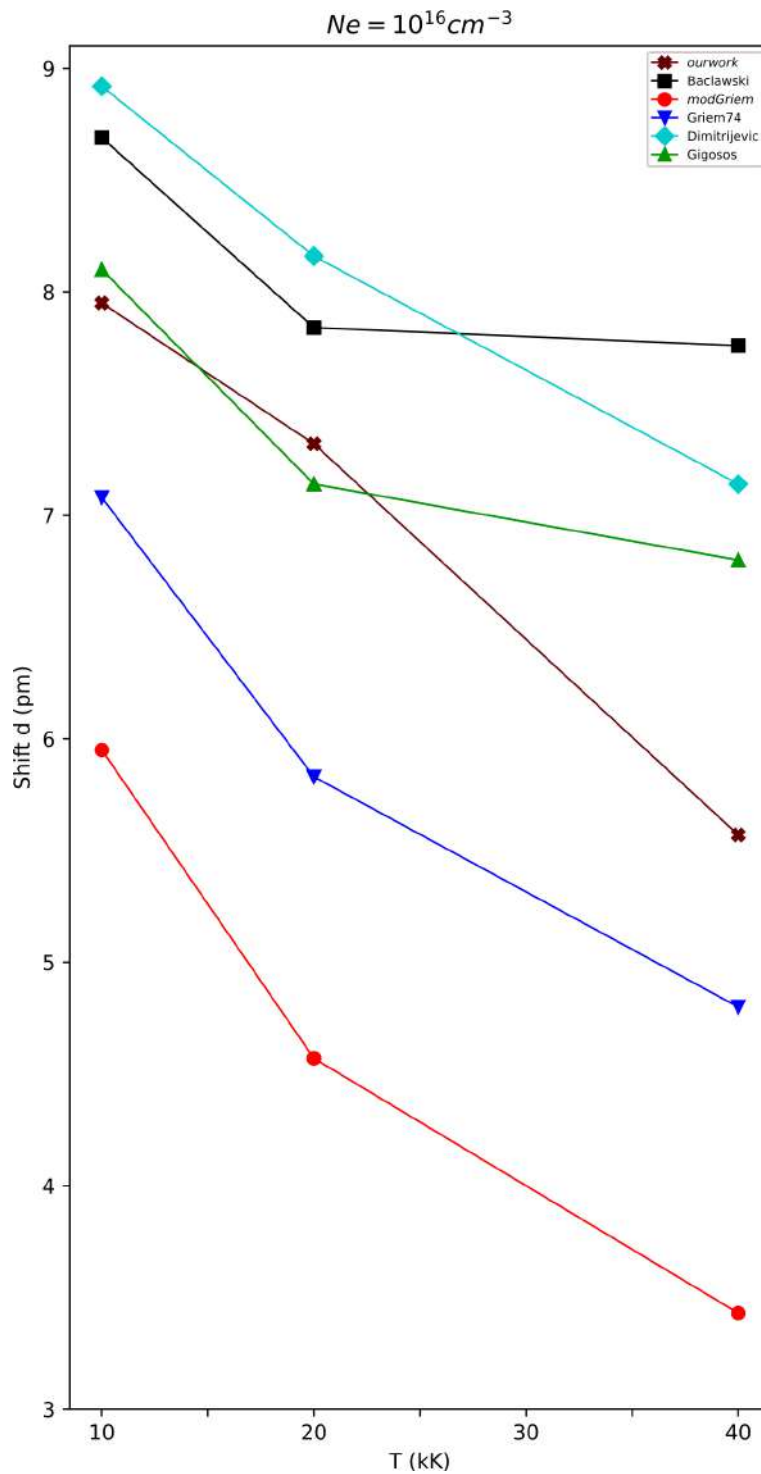


FIGURE 4.10 – Résultats relatifs au déplacement de la raie HeI 3889 Å à la densité électronique  $N_e = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  en fonction de la température : comparaison avec d'autres résultats.[25]

# Conclusion générale

Les objectifs de ce travail comprenaient d'une part le développement d'un formalisme permettant le calcul du déplacement Stark concernant les raies de l'hélium neutre, en prenant en compte le micro-champ statique ionique régnant dans le plasma, d'autre part, l'application des résultats à certaines raies isolées HeI dont les longueurs d'onde sont : 3188 Å, 3888 Å, 6678 Å et 7065 Å. Les densités électroniques ainsi que les températures utilisées dans nos calculs permettaient l'utilisation de l'approximation d'impact.

Dans le premier chapitre, nous avons introduit les propriétés essentielles de l'état plasma qui est le milieu où baignent les particules sujets de notre étude. Une section de ce chapitre a été consacrée aux échelles temporelles et spatiales caractéristiques des plasmas et qui sont à la base de plusieurs approximations utilisées ultérieurement.

Au début du chapitre deux, nous avons cité les différentes sources qui façonnent les profils des raies spectrales. Dans la deuxième section de ce chapitre, la théorie générale de l'élargissement et déplacement Stark est exposée en détail.

Dans le chapitre trois nous avons exposé la théorie fondatrice de Griem qui ne prenait pas en compte l'effet du micro-champ ionique sur le déplacement des raies spectrales. Se basant sur le travail récent de E. S Lari et al. [26] nous avons pris en compte l'influence du micro-champ ionique statique pour calculer le déplacement des raies spectrales. L'effet de ce micro-champ se manifeste dans la modification de la trajectoire de l'électron perturbateur considéré dans les précédents travaux comme étant rectiligne lorsque l'émetteur est neutre.

Nous avons effectué nos calculs en se basant sur une distribution maxwellienne des vitesses des perturbateurs électroniques tandis que notre micro-champ ionique était modélisé par la distribution célèbre de Holtsmark. Les paramètres d'impact limites choisis sur des bases physiques bien discutées dans les articles fondateurs, assurent quant à eux la convergence des résultats numériques.

Dans le chapitre quatre, les déplacements Stark résultant de nos calculs sont comparés aux données expérimentales et théoriques d'autres auteurs. Dans un premier temps, la comparaison était avec les résultats théoriques classiques présents dans les travaux de Griem et dans la base de données Stark-b, et nous avons observés que nos résultats sont très remarquablement supérieurs. Par exemple, concernant la raie 3889 Å, pour une densité électronique  $N_e = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  et une température  $T = 20000 \text{ K}$ , la différence relative atteint presque 58% comparée à Griem et 49% comparée à la base de données

Stark-b. Les résultats liés à la raie 3188 Å affichent la même tendance sachant que pour une densité  $N_e = 5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  et une température de 40000 K, la différence est de l'ordre de 18% comparé à Griem et 63% pour la base de donnée Stark-b.

Ensuite, on a comparé nos déplacements Stark aux résultats expérimentaux récents de Gigos et Dojic [23, 28]. La comparaison était en très bon accord. On peut expliquer la non concordance exacte en incluant les effets Doppler et instrumentaux. Concernant Gigos, la différence relative liée à la raie 7065Å, ne dépasse pas 19% ce qui est très tolérable. La comparaison avec les résultats de Dojic constitue la pierre angulaire de notre travail. En effet, la plus grande différence relative atteint 23% pour une densité électronique  $N_e = 1.62 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  ce qui est très remarquable. Enfin, nos calculs théoriques sont confrontés à ceux très récents de Baclawski [25], et les différences peuvent être expliqués par notre effet du micro-champ ionique, ce qui prouve que ce dernier ne peut pas être négligé.

En général, on peut affirmer que l'influence du microchamp statique ionique sur les déplacements Stark donne des résultats remarquables, ce qui est très important pour les recherches en astronomie et en astrophysique et essentiellement pour la détermination exacte des vitesses des astres.

Dans l'avenir, on sera tenté d'appliquer différents modèles pour la fonction de distribution du micro-champ ionique autres que celui de Holtmark [73, 74].

Une voie plus laborieuse serait l'étude de cet effet sur les déplacements des raies spectrales des éléments plus lourds que l'hélium.

Les avancées technologiques en matière d'instruments de mesure utilisés en spectroscopie stimuleront certainement la recherche dans ce secteur en constante progression.

# Bibliographie

- [1] A. A. Michelson. On the broadening of spectral lines. *The Astrophysical Journal*, 2 :251, 11 1895.
- [2] H.A. Lorentz. The absorption and emission lines of gaseous bodies. *Proceedings Royal Acad. Amsterdam*, 8 :591, 1906.
- [3] J. Holtsmark. Über die verbreiterung von spektrallinien. *Annalen der Physik*, 363, 1919.
- [4] A. Jabłoński. Über die stoßverbreiterung der spektrallinien und den energieaustausch bei zusammenstoßen. *Zeitschrift für Physik*, 70, 1931.
- [5] Henry Margenau. Pressure shift and broadening of spectral lines. *Physical Review*, 40, 1932.
- [6] V. Weisskopf. Zur theorie der kopplungsbreite und der stoßdämpfung. *Zeitschrift für Physik*, 75 :287–301, 5 1932.
- [7] V. Weisskopf. Die streuung des lichts an angeregten atomen. *Zeitschrift für Physik*, 85 :451–481, 7 1933.
- [8] W. Lenz. Allgemeine theorie der verbreiterung von spektrallinien. *Zeitschrift für Physik*, 80 :423–447, 2 1933.
- [9] L. Spitzer. Impact broadening of spectral lines. *Physical Review*, 58 :348–357, 8 1940.
- [10] E. Lindholm. Pressure broadening of spectral lines. *Arkiv for Math., Astr., och Fysik*, 32A, No. 17, 1945.
- [11] H. M. Foley. The pressure broadening of spectral lines. *Physical Review*, 69 :616–628, 6 1946.
- [12] P. W. Anderson. Pressure broadening in the microwave and infra-red regions. *Physical Review*, 76 :647–661, 9 1949.
- [13] A. C. Kolb and H. Griem. Theory of line broadening in multiplet spectra. *Physical Review*, 111 :514, 1958.
- [14] Michel Baranger. Simplified quantum-mechanical theory of pressure broadening. *Physical Review*, 111 :481, 1958.
- [15] Michel Baranger. Problem of overlapping lines in the theory of pressure broadening. *Physical Review*, 111 :494, 1958.

- [16] Michel Baranger. General impact theory of pressure broadening. *Physical Review*, 112 :855, 1958.
- [17] H. R. Griem, M. Baranger, A. C. Kolb, and G. Oertel. Stark broadening of neutral helium lines in a plasma. *Physical Review*, 125 :177, 1962.
- [18] M. Baranger. *Chapter 13 in "Atomic and Molecular Processes", D. R. Bates.* Academic Press New York and London, 1962.
- [19] Hans-Joachim Kunze. *Introduction to Plasma Spectroscopy (Springer Series on Atomic, Optical, and Plasma Physics, 56).* Springer, 3 2012.
- [20] Hans R. Griem. *Plasma Spectroscopy.* McGraw Hill; 1st Edition (January 1, 1964), New York, 1964.
- [21] Hans R. Griem. *Spectral line Broadening by Plasmas.* Academic Press; 1st Edition ( 1974), New York, 1974.
- [22] Banaz Omar, Sibylle Günter, August Wierling, and Gerd Röpke. Neutral helium spectral lines in dense plasmas. *Physical Review E*, 73 :056405, 5 2006.
- [23] M. A. Gigosos, S. Djurović, I. Savić, D. González-Herrero, Z. Mijatović, and R. Kobilarov. Stark broadening of lines from transition between states  $n = 3$  to  $n = 2$  in neutral helium : An experimental and computer-simulation study. *Astronomy and Astrophysics*, 561, 2014.
- [24] Patrick Tremblay, A. Beauchamp, and P. Bergeron. New calculations of stark-broadened profiles for neutral helium lines using computer simulations. *The Astrophysical Journal*, 901 :104, 9 2020.
- [25] A. Baćławski and A. Bartecka. Experimental and theoretical investigations of the stark width and shift of the he i 388.865 nm spectral line. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 317, 2024.
- [26] E. Sadeghzadeh Lari, H. R. Askari, M. T. Meftah, and S. Douis. Estimative study of the influence of the ionic electric microfield on the spectral line broadening by electron collisions in plasmas. *High Energy Density Physics*, 26 :68, 2018.
- [27] Yasmina Ben Nana, Fethi Khelfaoui, Said Douis, Eshrat Sadeghzadeh Lari, and Mohammed Tayeb Meftah. Effect of the ions on the electron collision operator through electronic trajectory modification. *Atoms*, 7 :77, 8 2019.
- [28] Dejan Dojić, Miloš Skočić, Srdjan Bukvić, and Stevan Djeniže. Stark broadening measurements of al ii, al iii and he i 388.86 nm spectral lines at high electron densities. *Spectrochimica Acta - Part B Atomic Spectroscopy*, 166, 2020.
- [29] Harold M. Mott-Smith. History of "plasmas". *Nature*, 233, 1971.
- [30] G. Marconi. The progress of electric space telegraphy. *Scientific American*, 54, 1902.
- [31] O. Heaviside. Telegraphy. *Encyclopaedia Britannica*, page 214, 1902.
- [32] J. Kennelly. Research in telegraphy. *Elect. World Eng.* 6, page 473, 1902.

- [33] E. V. Appleton and M. A.F. Barnett. Local reflection of wireless waves from the upper atmosphere. *Nature*, 115, 1925.
- [34] E. V. Appleton and M. A.F. Barnett. On some direct evidence for downward atmospheric reflection of electric rays. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 109, 1925.
- [35] Francis F. Chen. *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*. Springer, 2016.
- [36] M. N. Saha. On a physical theory of stellar spectra. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 99, 1921.
- [37] Irving Langmuir. The effect of space charge and initial velocities on the potential distribution and thermionic current between parallel plane electrodes. *Physical Review*, 21, 1923.
- [38] J. Tatum. *Stellar Atmospheres*. LibreTexts, 2021.
- [39] Jean-Loup Delcroix and Abraham Bers. *Physique des plasmas (Vol. I)*. EDP Sciences, 1994.
- [40] Irving Langmuir. Oscillations in ionized gases. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 14, 1928.
- [41] Lewi Tonks and Irving Langmuir. Oscillations in ionized gases. *Phys. Rev.*, 33 :195–210, 1929.
- [42] Umran Inan and Marek Gołkowski. *Principles of plasma physics for engineers and scientists*. Cambridge University Press, 2010.
- [43] Kip S. Thorne and Roger D. Blandford. *Modern Classical Physics : Optics, Fluids, Plasmas, Elasticity, Relativity, and Statistical Physics*. Princeton University Press, 2017.
- [44] Geoffrey J. Pert. *Foundations of Plasma Physics for Physicists and Mathematicians*. Wiley, 2021.
- [45] Alexander Piel. *Plasma physics : An introduction to laboratory, space, and fusion plasmas*. Springer, 2017.
- [46] A. Dinklage. *Plasma Physics : Confinement, Transport and Collective Effects*, volume 670. Springer, 2005.
- [47] G. Livadiotis. Collision frequency and mean free path for plasmas described by kappa distributions. *AIP Advances*, 9, 2019.
- [48] W. Baumjohann and R. A. Treumann. *Basic Space Plasma Physics*. Imperial College Press, 2012.
- [49] S. Chandrasekhar. Stochastic problems in physics and astronomy. *Reviews of Modern Physics*, 15, 1943.
- [50] F. Reif. *Fundamentals of Statistical and Thermal Physics*. McGraw Hill, 1965.
- [51] Fernando Haas. *Quantum Plasmas, An Hydrodynamic approach*. Springer, 2013.
- [52] Garry McCracken and Peter Stott. *Fusion : The Energy of the Universe : Second Edition*. Academic Press, Elsevier, 2012.

- [53] Richard Fitzpatrick. *Plasma Physics : An Introduction*. CRC Press, 2022.
- [54] Hans Goedbloed, Rony Keppens, and Stefaan Poedts. *Magnetohydrodynamics : Of laboratory and astrophysical plasmas*. Cambridge University Press, 2019.
- [55] Stefaan Poedts. Introduction to kinetic plasma theory with applications to the solar wind. *Trilateral Euregio Cluster (TEC)*, 2021-09-22.
- [56] J. A. Bittencourt. *Fundamentals of Plasma Physics*. Springer, 2004.
- [57] Jonathan Tennyson. *Astronomical spectroscopy : An introduction to the atomic and molecular physics of astronomical spectroscopy : 3rd edition*. 2019.
- [58] W. Lochte-Holtgreven. *Plasma Diagnostics*. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1968.
- [59] H. Gossa, M. T. Meftah, K. Chenini, D. E. Zenkhri, B. Amieur, and H. Guerrida. The spectral line asymmetry of the doppler effect in relativistic plasmas. *EPL*, 139, 2022.
- [60] J. Stark. *Elektrische Spektralanalyse chemischer Atome*. Hirzel, Leipzig, 1914.
- [61] P. Debye. Das molekulare elektrische feld in gasen. *Physikalische Zeitschrift*, 1919.
- [62] Leonard I. Schiff. *Quantum Mecanics*. McGraw-Hill Education ; 3Rev Ed edition, 1968.
- [63] S Sahal-Brechot. Theorie de l’elargissement et du deplacement des raies spectrales sous l’effet des chocs avec les electrons et les ions dans l’approximation des impacts. *Astronomy and astrophysics*, 1, 1969.
- [64] E. Smith, C. Vidal, and John Cooper. Classical path methods in line broadening. i. the classical path approximation. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 73A :389–404, 1969. JILA Pub. 457.
- [65] Earl W. Smith and C. F. Hooper. Relaxation theory of spectral line broadening in plasmas. *Physical Review*, 157, 1967.
- [66] U. Fano. Description of states in quantum mechanics by density matrix and operator techniques. *Reviews of Modern Physics*, 29, 1957.
- [67] U. Fano. Pressure broadening as a prototype of relaxation. *Physical Review*, 131, 1963.
- [68] T. M. Meftah. *Thèse de Doctrat, Université de Provence Marseille (France)*. Mars 1996.
- [69] S. Alexiou and Y. Maron. Theoretically based closed form formulas for the collision operator for isolated ion lines in the standard stark-broadening theory. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 53 :109, 1995.
- [70] M. S. Dimitrijevic and S. Sahal-Brechot. Tables for He I lines Stark broadening parameters. *Bulletin de l’Observatoire Astronomique de Belgrade*, 141 :57–86, January 1989.
- [71] M. S. Dimitrijevic and S. Sahal-Brechot. Stark broadening of He I lines. *aaps*, 82 :519–529, March 1990.
- [72] N. Terzi, S. Sahal-Bréchet, and Z. Ben Lakhdar. Stark profiles of infrared helium lines. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, 133, 1998.

- [73] A. V. Demura. Physical models of plasma microfield. *International Journal of Spectroscopy*, 2010, 2010.
- [74] H. Adaika and M. T. Meftah. Angular velocity distribution of the electric microfield in plasma. *Contributions to Plasma Physics*, 54, 2014.

## ملخص :

في هذا العمل، قنا بتطوير صيغة لحساب إزاحة ستارك لخطوط معينة لذرات الهيليوم في البلازما مع الأخذ بعين الاعتبار الحقل المجهري الأيوني الساكن في البلازما. يعدل هذا الحقل مسار الإلكترونات، مما يؤدي إلى تعديل معادلة انزياح ستارك التي تم تطويرها سابقاً باستخدام المسارات المستقيمة في حالة المشع المحايد. تم تطبيق مساهمتنا الأخيرة على حساب انزياح ستارك لبعض خطوط الهيليوم : 3188 Å , 3888 Å , 6678 Å , 7065 Å . قورنت نتائجنا بالبيانات التجريبية والنظرية للعديد من الباحثين. وتُظهر النتائج بوضوح أن تأثير المجال الكهربي الجزئي المحلي الناتج عن الأيونات على انزياح ستارك كبير ولا ينبغي إهماله. الكلمات المفتاحية: أشكال الخطوط الطيفية، مؤثر التصادم الإلكتروني، الحقل المجهري الأيوني، انزياح ستارك .

## Résumé :

Dans ce travail, on a développé un formalisme permettant le calcul du déplacement Stark concernant les raies de l'hélium neutre, en prenant en compte le microchamp statique ionique régnant dans le plasma. Ce microchamp modifie la trajectoire des électrons perturbateurs, ce qui entraîne une modification de la formule du déplacement Stark développée précédemment en utilisant les trajectoires rectilignes dans le cas d'un émetteur neutre.

Notre récente contribution est appliquée au calcul du déplacement Stark de certaines raies de l'hélium I : 3188 Å, 3888 Å, 6678 Å et 7065 Å.

Nos résultats sont confrontés aux données expérimentales et théoriques de plusieurs chercheurs. Ils montrent clairement que l'effet du microchamp électrique local engendré par les ions sur le déplacement Stark est significatif et ne doit pas être négligé.

**Mots clés:** Profil de raie spectrale, Opérateur de collision électronique, Microchamp ionique, Déplacement Stark.

## Abstract :

In this work, we have developed a formalism for calculating the Stark shift for neutral helium lines, taking into account the ionic static micro-field prevailing in the plasma. This micro-field modifies the trajectory of the colliding electrons, leading to a modification of the Stark shift formula developed previously using straight trajectories in the case of a neutral emitter.

Our recent contribution is applied to the calculation of the Stark shift of certain helium I lines: 3188 Å, 3888 Å, 6678 Å and 7065 Å.

Our results are compared with experimental and theoretical data from a number of researchers. They clearly show that the effect of the local electric micro-field generated by the ions on the Stark shift is significant and should not be neglected.

**Keywords:** Spectral line profile, Electron collision operator, Ion microfield, Stark shift.