

**UNIVERSITE DE KASDI MERBAH  
OUARGLA**

**FACULTE DES SCIENCES APPLIQUEES**

**DEPARTEMENT DE GENIE DES PROCEDES**



**Mémoire présentée pour l'obtention du diplôme de Master**

**Domaine : Sciences et Technologie**

**Option : Génie des procédés de l'environnement**

**Thème**

**Modélisation mathématique des procédés de bio-  
séchage et de déchets ménagers**

**Présentée par :**

Abdelali BENAMOR

Chahira BENATALLAH

**18 Juin 2025  
Devant les jurys**

**Président:** Mr R CHERRAYE MCA

Université de Kasdi Merbah, Ouargla

**Examineur:** Mr A BENARIMA MCA

Université de Kasdi Merbah, Ouargla

**Promoteur:** Mr D MENNOUCHE Pr

Université de Kasdi Merbah, Ouargla

**2024/2025**

# Remerciements

Louange à Allah, qui a éclairé notre chemin vers la science et nous a permis d'accomplir ce travail.

En premier lieu, je souhaite exprimer ma sincère gratitude au Professeur **Djamel MENNOUCHE**, qui a agréablement accepté d'être le directeur de cette mémoire. Sa profonde expertise dans le domaine et son expérience scientifique ont joué un rôle très important dans la conception de ce travail.

Mes plus vifs remerciements vont à monsieur **Rida CHARRAYE**, Docteur à l'université de Kasdi Merbah Ouargla pour m'avoir fait l'honneur d'accepter de présider le jury de cette mémoire.

Je tiens à exprimer ma gratitude au monsieur **Abdelhakim BENARIMA**, Docteur à l'université de Ouargla d'avoir acceptés d'examiner ce travail.

Ma profonde gratitude va à toute la famille du département de Génie des procédés de l'université de Kasdi Merbah Ouargla.

Enfin, je tiens à remercier mes chers amis, collègues et tous ceux qui m'ont soutenu de près ou de loin dans la réalisation de ce travail.

Grand merci à tous

A decorative border with intricate floral and scrollwork patterns surrounds the text. The border is composed of repeating motifs of leaves, flowers, and scrolls, creating a frame for the central text.

## Dédicace

Je dédie ce modeste travail

A ma chère mère

A la personne absente mais toujours présente dans  
mon cœur mon père Mohammed (Allah yerhmo)

A mon frère Yacine

A mes belles sœurs

A tous mes collègues et mes amis

A tous ceux qui mon aider de près ou loin pour la  
Réalisation de ce Modest travail.

Abdelali

A decorative border with intricate black scrollwork and floral motifs surrounds the text. The border features repeating patterns of leaves, flowers, and scrolls, creating a classic and elegant frame.

# *Dédicace*

Je dédie ce modeste travail

A ma chère mère

A la personne absente mais toujours présente dans  
mon cœur mon père Djemoi (Allah yerhmo)

A mes frères

A mes belles sœurs

La famille "père" et "mère"

A tous mes collègues et mes amis particulièrement  
Ghofran et Ahlam

A tous ceux qui mon aider de près ou loin pour la  
Réalisation de ce Modest travail.

Chahira

## Résumé

Ce mémoire a pour objectif d'étudier le procédé de bio-séchage des déchets ménagers à travers l'utilisation de la modélisation mathématique, afin d'optimiser ses performances et d'analyser l'effet de différents facteurs tels que la température et l'humidité. Le bio-séchage est une technique prometteuse qui permet de réduire la masse et l'humidité des déchets de manière naturelle, sans consommation énergétique importante, grâce à l'activité microbienne. Ce travail aborde les caractéristiques des déchets, les principes du bio-séchage et l'importance de la modélisation mathématique dans la représentation des phénomènes liés à ce procédé

## **Abstract**

This thesis aims to study the bio-drying process of household waste using mathematical modeling, in order to optimize its performance and analyze the impact of various factors such as temperature and humidity. Bio-drying is a promising technique that reduces the mass and moisture of waste naturally, without significant energy consumption, through microbial activity. This work explores the characteristics of waste, the principles of bio-drying, and the importance of mathematical modeling in representing the phenomena related to this process.

## المخلص

تهدف هذه المذكرة إلى دراسة عملية التجفيف الحيوي للنفايات المنزلية من خلال استخدام النمذجة الرياضية، بهدف تحسين أداء هذه التقنية ومعرفة تأثير العوامل المختلفة مثل الحرارة والرطوبة. يُعد التجفيف الحيوي تقنية واعدة تساهم في تقليل كتلة ورطوبة النفايات بطريقة طبيعية ودون استهلاك طاقة كبير، وذلك عبر النشاط الميكروبي. تم خلال هذا العمل التطرق إلى خصائص النفايات، مبادئ التجفيف الحيوي، وأهمية النمذجة الرياضية في تمثيل الظواهر المرتبطة بهذه العملية

## Table of Contents

Dédicace.....	3
Résumé .....	5
Abstract.....	6
الملخص .....	7
Table of Contents.....	8
Liste des figures/ tableaux.....	10
Introduction générale .....	13
I.1. Introduction .....	15
I.2. Déchets .....	15
I.2.1. Définition générale .....	15
I.2.2. Déchets ménagers .....	16
I.3. Caractéristiques des déchets ménagers .....	16
I.3.1. Densité .....	16
I.3.2. Humidité .....	16
I.3.3. Valeur calorifique.....	16
I.3.4. Rapport entre la teneur en carbone et en azote .....	16
I.4. Bio-séchage.....	17
I.4.1. Définition .....	17
I.4.2. Principes fondamentaux du processus .....	18
<b>I.4.3.1. Teneur en humidité</b> .....	19
<b>I.4.3.2. Débit d'air</b> .....	19
<b>I.4.3.3. Température</b> .....	20
<b>I.4.3.4. Agents de charge</b> .....	20
I.4.4. Technologies de valorisation énergétique des déchets.....	21
I.4.5. Avantages et inconvénients du bio-séchage.....	21
<b>I.4.5.1. Avantages</b> .....	21
<b>I.4.5.2. Limites ou inconvénients</b> .....	21
<b>I.5. Conclusion</b> .....	22
Chapitre II.....	23
II.1. Introduction .....	24
II.2. Généralités sur la modélisation de séchage .....	24
II.2.1. Définition générale d'un modèle mathématique .....	24

II.2.2. Définition de modélisation mathématique de séchage solaire .....	24
II.3. Le rôle et l'importance de modèles mathématiques de séchage.....	24
II.4. Développement historique de la modélisation mathématique de séchages .....	25
II.5. Classifications des modèles de séchage.....	26
II.1.5.1. Modèles empiriques .....	26
II.1.5.2. Modèles diffusifs.....	26
II.1.5.3. Modèles basés sur les transferts couples de chaleur et de masse .....	27
II.2. Modèles mathématiques de la cinétique de séchage des dattes.....	27
II.3. Source des données expérimentales .....	28
II.4. Méthode utilisée pour le lissage des courbes expérimentales de séchage[23]. .....	28
III.5. Formulation mathématique des critères de choix[24]. .....	29
III.6. Coefficient effectif de diffusion ( <b>Deff</b> ) [17] :.....	30
Chapitre III.....	32
III.1. Introduction .....	33
III.2. Figures représentatives et interprétation.....	33
III.3. Paramètres statistiques .....	33

## Liste des figures/ tableaux

<b>Tableau II.1.</b> Développement historique de la modélisation. ....	26
<b>Tableau II.2:</b> Modèles description de séchage appliqués à la description des courbes de séchage.....	28
<b>Tableau III.1 :</b> Résultats statistiques obtenus à partir des modèles choisis pour les différentes....	32
<b>Tableau III.2 :</b> Les valeurs des paramètres de cette équation pour chacune des températures de bio-séchage et le type de déchets sont détaillées sur le tableau 1 ci-dessous.....	36
<b>Tableau III.3 :</b> les fonctions de tendance pour chacun des paramètres de l'équation 1 comme récapitulés sur le tableau 2 ci-dessous.....	37
<b>Tableau (III.4):</b> Le tableau présente les valeurs du coefficient de diffusion effectif (Deff) pour différents types d'échantillons (B) à des températures de 35°C, 40°C et 45°C .....	42
<b>Tableau (III.5):</b> La modélisation mathématique de la diffusion effective est basée sur un plan factoriel complet à trois niveaux .....	43
<b>Tableau (III.6)</b> Optimisation .....	46
<b>Tableau (III.7):</b> Ea représente l'énergie d'activation, qui est l'énergie minimale requise pour initier une réaction chimique ou physique. Dans le contexte de ce tableau .....	47
<b>Figure I.1.</b> Déchets ménagers recyclables. ....	16
<b>Figure I.2.</b> Déchets ménagers non-recyclables. ....	16
<b>Figure I.3.</b> Taux de croissance de différents organismes.....	19
<b>Figure I.4.</b> Schéma de flux du processus de bio-séchage.....	20
<b>Figure III.1 :</b> Effet de la température sur le séchage des déchets ménagers en absence de bactéries selon le modèle logarithmique.....	34
<b>Figure III.2 :</b> Effet de la température sur le séchage (1/3 B) – Modèle logarithmique...	35
<b>Figure III.3:</b> Cinétique de séchage à 1/5 B selon la température.....	36

<b>Figure III.4</b> :Évolution de la teneur en eau réduite (XR) en fonction du temps de séchage à différentes température .....	39
<b>Figure III.5</b> : Étude de la Cinétique de Décroissance de LN(XR) en Fonction du Temps pour Différentes Conditions de B à 35°C.....	40
<b>Figure III.6</b> : Étude de la Cinétique de Décroissance de LN(XR) en Fonction du Temps pour Différentes Conditions de B à 40°C.....	41
<b>Figure III .7</b> :Étude de la Cinétique de Décroissance de LN(XR) en Fonction du Temps pour Différentes Conditions de B à 45°C.....	42
<b>Figure III.8</b> : Analyse par diagramme de Pareto des facteurs influençant le D eff Prédominance de l'effet de la température et des interactions complexes .....	44
<b>Figure III.9</b> : Effets principaux de la température (T) et du facteur QB sur le D eff.....	44
<b>Figure III.10</b> : Surface de réponse tridimensionnelle du Deff en fonction de T et QB.....	45
<b>Figure III.11</b> :Courbes de niveau de la surface de réponse : Influence de la température (T) et du facteur QB sur le Deff.....	45
<b>Figure III.12</b> Étude Cinétique et Opérationnelle de la Diffusion Effective sous l'Influence de la Température et de Différents Types d'Échantillons (B).....	47

## Nomenclatures

Symboles	Désignations	Unités
$a_w$	Activité de l'eau	-
$D$	Coefficient de diffusion de l'eau dans le produit	$m^2/s$
$D_{eff}$	Coefficient effectif de diffusion de l'eau dans le produit	$m^2/s$
$D_0$	Facteur pré-exponentiel d'Arrhenius	$m^2/s$
$E_a$	Energie d'activation	J/mol
$E_p$	Epaisseur du produit	m
$H_a$	Humidité absolue de l'air	kg eau / kg as
$L$	Demi-épaisseur du produit	m
$M_a$	Masse de l'eau	kg
$M_e$	Masse de l'air sèche	kg
$R$	Constante des gaz parfaits	8.314 J/mol.K
$r$	Coefficients de corrélation	-
$S$	Erreur standard de l'évaluation	-
$S_s$	La surface de séchage	$m^2$
$T$	Température	$^{\circ}C$
$t$	Le temps	h
$h$		
$X$	Teneur en eau du produit	kg eau/ kg Ms
$XR$	Teneur en eau réduite	kg eau/ kg Ms
$X(t)$	Teneur en eau instantanée	kg eau/ kg Ms
$V_s$	Vitesse de séchage	kg eau / kg MS.s

## Introduction générale

Dans le cadre des enjeux actuels liés à la transition écologique et à la gestion durable des déchets, la valorisation des matières organiques devient prioritaire. Le bio-séchage s'impose comme une technique innovante et complémentaire aux méthodes classiques de traitement des déchets solides. Ce procédé aérobie associe dégradation biologique de la matière organique et séchage thermique, réduisant ainsi simultanément l'humidité, le volume et la masse des déchets.

Le fonctionnement repose sur l'activité microbienne qui génère de la chaleur en dégradant les fractions biodégradables. La chaleur produite sert ensuite à évaporer l'eau des déchets, sans apport énergétique externe important. Cette technologie présente plusieurs avantages comme la réduction des lixiviats, limitation des nuisances olfactives et possibilité de valorisation du produit final sous forme de combustible ou d'amendement.

Pour améliorer l'efficacité et le contrôle du bio-séchage, il est indispensable de suivre et prévoir l'évolution de paramètres essentiels comme la température et l'humidité. C'est dans cette optique que la modélisation mathématique intervient comme outil stratégique.

Elle permet de représenter les phénomènes physiques, chimiques et biologiques du procédé et de simuler son comportement selon différentes conditions. Divers types de modèles existent : empiriques, phénoménologiques ou hybrides, adaptés aux objectifs et aux données disponibles. Ce travail s'inscrit ainsi dans la démarche d'optimisation du bio-séchage à travers une modélisation mathématique rigoureuse. Cette étude s'articule autour de trois chapitres :

Le premier chapitre de cette mémoire s'intéresse à une synthèse bibliographique sur les déchets particulièrement les déchets ménagers et leurs caractéristiques, in addition du bio-séchage, son principe de fonctionnement, les facteurs influents et illustrer quelques avantages et des inconvénients.

Le deuxième chapitre, discute sur la modélisation mathématique de séchage, sa définition, son importance, développement historique de cette modélisation et classification des modèles utilisé  
Le dernier chapitre illustre les résultats obtenus à partir Résultats et Discussions

# **Chapitre I**

## **Synthèse bibliographique**

## I.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons réaliser une étude globale afin de donner un aperçu des caractéristiques des déchets et des différentes méthodes employées pour lutter contre ce phénomène, en mettant l'accent sur le bio-séchage et les éléments qui l'influencent.

## I.2. Déchets

### I.2.1. Définition générale

D'après l'article 3 de la loi du 12 décembre 2001, il s'agit de tout résidu issu d'un processus de production, de transformation ou d'utilisation. Et de manière plus générale, toute substance, tout produit et toute propriété mobilière dont le propriétaire ou le détenteur se débarrasse, prévoit de se débarrasser ou qu'il possède[1].

L'obligation de se débarrasser ou d'éliminer. Néanmoins, le terme déchet peut être défini de multiples façons, en fonction de l'aspect examiné. Du point de vue sociologique, environnemental, systémique, juridique et économique, le terme « déchet » revêt différentes significations.



**Figure I.1.** Déchets ménagers recyclables.



**Figure I.2.** Déchets ménagers non-recyclables.

## **I.2.2. Déchets ménagers**

Conformément à l'article 3 de la loi du 12 décembre 2001, tous les déchets ménagers ainsi que les déchets similaires provenant d'activités industrielles, commerciales, artisanales et autres qui, par leur nature et leur composition, sont comparables aux déchets ménagers[1]. Les déchets ménagers comprennent :

- Une portion recyclable : verre, carton, papier, etc.
- Une partie dite ultime qui n'est pas recyclable : destinée à finir dans une décharge.

## **I.3. Caractéristiques des déchets ménagers**

### **I.3.1. Densité**

La densité met en évidence le lien entre la masse des déchets et le volume qu'ils occupent. C'est un paramètre important tant dans la sélection que dans la conception des moyens de transport des déchets urbains. Toutefois, comme les déchets ménagers sont essentiellement compressibles, mais aussi soumis à une certaine expansion, sa densité peut varier considérablement au cours de sa manipulation.

### **I.3.2. Humidité**

Les déchets ménagers recèlent une quantité d'eau correspondant à celle présente dans leurs éléments, de sorte que la teneur globale en eau fluctue principalement selon les proportions de ces éléments. On constate souvent que l'humidité des déchets ménagers dans les pays en développement (DC) est très élevée, se situant généralement entre 60 et 80%, en raison de la fraction organique putrescible importante qui les compose.

### **I.3.3. Valeur calorifique**

La valeur calorifique nette (NCV) des déchets ménagers correspond à la quantité de chaleur générée par la combustion d'une unité de poids de déchets bruts. En règle générale, plus la teneur en eau est élevée, plus l'indice de pouvoir calorifique est bas.

### **I.3.4. Rapport entre la teneur en carbone et en azote**

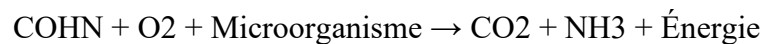
On a sélectionné le rapport C/N comme critère de qualité pour les produits issus du compostage des déchets. La détermination régulière de ce ratio est essentielle pour suivre l'évolution des déchets en fermentation, ce qui est crucial pour leur traitement biologique.

## **I.4. Bio-séchage**

### **I.4.1. Définition**

Le bio-séchage est un processus d'évaporation convective aérobique qui diminue la teneur en humidité des déchets, tout en limitant leur dégradation aérobique[2]. Ce processus se distingue du compostage en ce que le produit final du compostage est une matière organique stabilisée, mais le produit du processus de bio-séchage est seulement partiellement stabilisé, ce qui est bénéfique pour la production d'énergie[3].

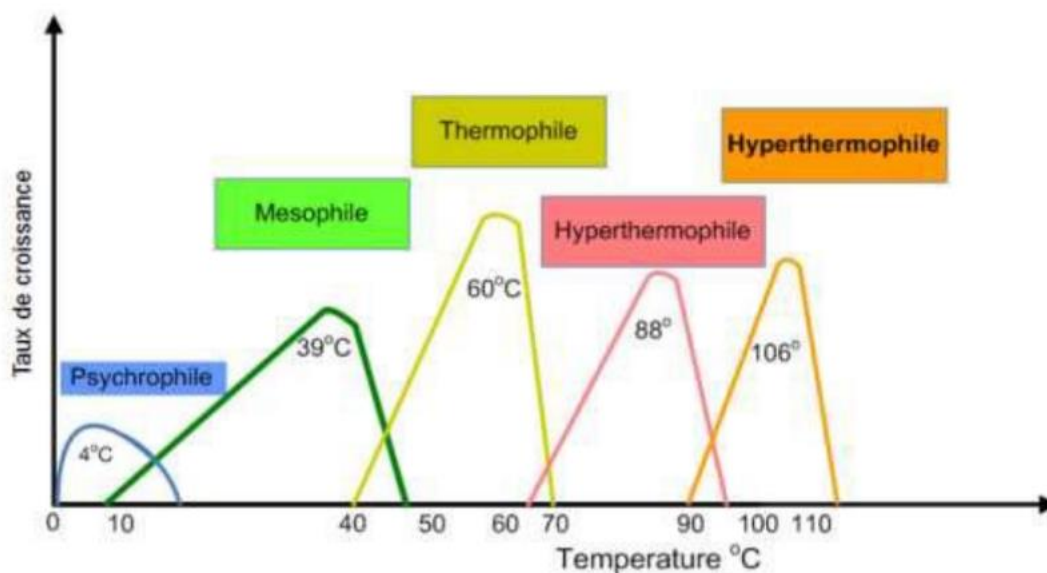
Ce mécanisme s'accomplit grâce à l'utilisation de microorganismes, notamment des bactéries et des champignons, pour dégrader biologiquement la composante organique[4]. D'après la réaction globale habituelle à la biodégradation :



La boue mixte renferme généralement des organismes mésophiles et thermophiles. Le taux de croissance et de mortalité des différents types de microorganismes dépend fortement de la température.

Le rôle des micro-organismes dans le bio-séchage se divise de la manière suivante : (1) Les microorganismes psychrophiles atteignent leur taux de croissance maximal en dessous de 20°C ; (2) Les microorganismes mésophiles entre 20°C et 42°C et (3) Les organismes thermophiles au-dessus de 40 °C avec une limite de croissance à 70 °C[5].

Les microorganismes mésophiles ne peuvent pas survivre à des températures supérieures à 45 oC. Quant aux microorganismes thermophiles, ils périssent à des températures supérieures à 70 °C. Ce type de bactérie se développe faiblement lorsque la température est inférieure à 40 °C ; la croissance des organismes mésophiles est donc indispensable d'atteindre des températures adéquates pour les thermophiles. Les microorganismes hyper-thermophiles ne peuvent survivre à des températures inférieures à 60°C et ils sont généralement absents dans le sludge lorsqu'il est introduit dans le séchoir. Par conséquent, la température maximale du bio-séchoir est restreinte à 70 °C par les microorganismes thermophiles figure I.3 :

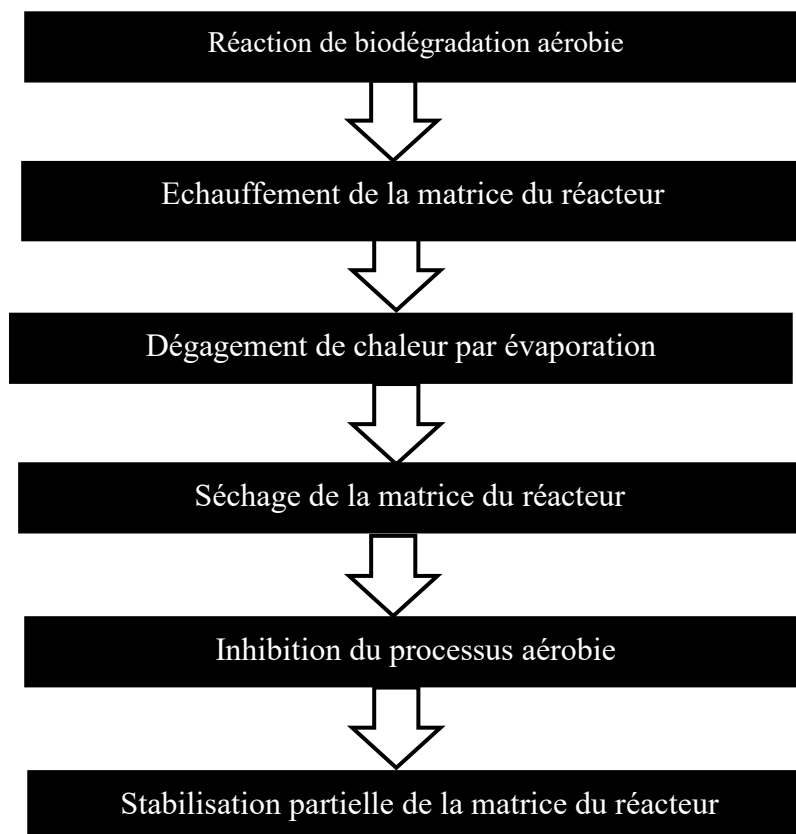


**Figure I.3.** Taux de croissance de différents organismes[6].

#### I.4.2. Principes fondamentaux du processus

Le principe du processus de bio-séchage est que l'utilisation efficace de l'énergie thermique générée lors de la réaction auto-réchauffant des déchets solides municipaux peut être exploitée pour l'évaporation de l'eau présente dans ces derniers. La source d'énergie pour la réaction auto-chauffante est la matière facilement biodégradable.

Les ingrédients et la chaleur libérée lors de leur dégradation aérobie peuvent être utilisés pour le séchage. D'un autre point de vue, la transition du substrat dans le processus de biodrying se produit lorsque la chaleur nécessaire est produite sur le chemin biochimique[7]. Figure I.4 illustre le flux de processus de base durant le bio-séchage :



**Figure I.4.** Schéma de flux du processus de bio-séchage.

### I.4.3. Facteurs influents

#### I.4.3.1. Teneur en humidité

Le taux d'humidité des déchets est considéré comme un paramètre crucial pour évaluer l'efficacité du processus de bio-dry. Le taux d'humidité affecte l'activité microbienne et la biodégradation de la composante organique durant le processus de séchage biologique. La plupart des déchets organiques tels que les boues d'épuration déshydratées, les déchets alimentaires et les déchets de jardin contiennent une quantité considérable d'eau avec un taux d'humidité typique de 80% ou plus. Cette humidité excessive influence l'agglomération des particules, provoque l'empaquetage et diminue l'espace vide, ce qui entrave le mouvement efficace de l'air à travers la matrice et limite la décomposition aérobie[8, 9].

#### I.4.3.2. Débit d'air

Selon les travaux de recherche, le débit d'air est l'élément opérationnel principal. Paramètre utilisé à la fois dans les applications de laboratoire et commerciales pour le contrôle

des processus dans le procédé de bio-dry. Le débit d'air a un impact direct sur la température de la matrice et le séchage.

Skourides et al.[10] ont étudié le bio-séchage agité de la fraction organique des déchets solides municipaux. Les résultats ont démontré que le taux de séchage maximum a été atteint pour les taux d'aération les plus élevés (120 m<sup>3</sup>/h), ce qui a permis d'obtenir des niveaux d'humidité finale plus bas (20% en poids à partir d'un niveau initial).

40% en poids) avec un temps de conservation court, inférieur à 7 jours. Dans une recherche similaire visant à étudier l'impact du débit d'air sur le bio-séchage des déchets de jardinage, on a découvert que des taux de flux d'air plus élevés correspondent à une perte de poids plus importante (40-57% de perte de poids) et à la production d'effluents à faible débit d'air.

### **I.4.3.3. Température**

Selon Frei et al. [11]et Navaee-Ardeh et al [12], des températures élevées (>55°C) durant le processus de biodrying favorisent la transformation de l'humidité en vapeur et facilitent également la capacité de l'air traversant la matrice à transporter une plus grande quantité d'humidité. Ainsi, le potentiel de biodégradation d'un agent de remplissage (AC) aurait une influence significative sur le processus de séchage biologique par la chaleur générée biologiquement.

### **I.4.3.4. Agents de charge**

L'utilisation d'un agent de masse ou de charge (AM ou AC) est essentielle dans le processus de biodrying. L'emploi de AC modifie le taux d'humidité initial et favorise le mouvement de l'air grâce à l'accroissement du rapport des vides. Certains auteurs ont démontré ses effets sur le séchage biologique. Plusieurs différentes études ont utilisé des matériaux en tant qu'agents de remplissage, parmi lesquels on peut citer l'écorce pour le séchage biologique des boues d'épuration [11] et les sciures de bois et/ou la paille[13, 14].

De plus, le AC joue un rôle crucial dans la régulation de la porosité de la matrice et permet à l'air de transporter l'humidité qui traverse cette dernière. Pour un bio-séchage efficace, il est essentiel de prendre en compte la structure physique et la biodégradabilité de l'agent de remplissage. Dans une autre recherche, des résidus de paille de riz de tailles variées ont été utilisés comme AC dans

le processus de bio-dessèchement des boues. Il a été signalé que la AC à particules fines a permis de réduire davantage la teneur en eau de 0,3% par rapport à la grande taille des particules AC[15]. Il est démontré que la paille possède un potentiel substantiel de biodégradation dans le processus de bio-séchage, tandis que les sciures ont une capacité de dégradation limitée[14]. Afin d'améliorer le Pour évaluer l'efficacité du bio-séchage, il est essentiel de prendre en compte la structure physique et la biodégradabilité lors du choix d'un matériau comme AC.

#### **I.4.4. Technologies de valorisation énergétique des déchets**

Les technologies de transformation des déchets en chaleur, électricité ou carburant utilisables sont communément appelées technologies de valorisation énergétique des déchets (WTE). La technologie de valorisation énergétique des déchets (WTE) peut, selon la composition, réduire le volume initial des déchets jusqu'à 90% en récupérant l'énergie[16, 17]. Dans la hiérarchie de la gestion des déchets solides, l'énergie à partir des déchets (WTE) est positionnée avant l'élimination finale, soulignant les contraintes de cette option en termes d'avantages économiques et environnementaux[18]. Les processus de valorisation énergétique (WTE) récupèrent l'énergie du déchet soit par combustion directe (comme l'incinération, la pyrolyse et la gazéification), soit par la production de combustibles tels que le méthane, l'hydrogène et d'autres carburants synthétiques (comme la digestion anaérobie, le traitement biologique mécanique et le combustible dérivé des déchets)[19].

#### **I.4.5. Avantages et inconvénients du bio-séchage**

##### **I.4.5.1. Avantages**

La déshydratation de ce genre de déchet diminue son poids global et facilite sa manipulation, ce qui contribue également à réduire les coûts liés au transport et à la manutention[13]. On peut l'utiliser pour produire certains biocarburants à partir de déchets. Le bio-séchage est une méthode d'économie d'énergie puisqu'elle réduit la dépendance aux énergies fossiles et/ou à l'électricité.

##### **I.4.5.2. Limites ou inconvénients**

Cela est plus efficace dans les régions chaudes. Cela prend plus de temps que les techniques utilisant une source électrique ou thermique conventionnelle (ou solaire dans les régions ensoleillées). Ce produit n'a pas de véritable pouvoir désinfectant et ne stabilise pas les déchets biologiques (s'ils sont encore biodégradables). Les déchets qui sont entreposés dans une décharge

ou dans des conditions humides continueront à se décomposer et finiront par produire du méthane (un gaz à effet de serre qui contribue au changement climatique).

### **I.5. Conclusion**

Le processus de bio-séchage, en diminuant le taux d'humidité dans la matrice des déchets et en sauvegardant la plus grande partie de la valeur calorifique ou du contenu énergétique de la matière organique présente, a tendance à accroître le contenu énergétique du matériau bio-déshydraté.

# **Chapitre II**

## **Modélisation mathématique de séchage**

## **II.1. Introduction**

Dans ce chapitre, nous allons présenter une vue d'ensemble sur la modélisation mathématique du séchage, en mettant l'accent sur le séchage solaire et les phénomènes physiques qui y sont liés.

## **II.2. Généralités sur la modélisation de séchage**

### **II.2.1. Définition générale d'un modèle mathématique**

Un modèle mathématique est une représentation d'une observation permettant l'utilisation des outils, techniques et théories mathématiques, suivie généralement de la conversion des résultats mathématiques en prévisions ou actions dans le monde concret[20].

### **II.2.2. Définition de modélisation mathématique de séchage solaire**

La modélisation mathématique du séchage solaire consiste à transcrire divers phénomènes physiques liées au processus de séchage solaire (variation d'humidité, transfert de masse, transfert thermique, etc.) sous forme d'équations mathématiques. Ces équations constituent des représentations mathématiques du comportement qui expliquent les divers phénomènes physiques liés au séchage solaire.

## **II.3. Le rôle et l'importance de modèles mathématiques de séchage**

Le modèle de la cinétique de séchage repose sur une formule empirique connue sous le nom de « modèle phénoménologique ». Ce modèle est habituellement pertinent pour déterminer la valeur du contenu en humidité du produit à n'importe quelle étape du processus de séchage, après avoir attribué des paramètres spécifiques tels que la température de l'air chaud, l'humidité relative, la circulation d'air et les dimensions du produit[21].

**II.4. Développement historique de la modélisation mathématique de séchages**

Le tableau ci-dessous représente le développement historique de la modélisation mathématique de séchage[20].

**Tableau II.1: Développement historique de la modélisation**

Auteur(s) / Année	Contribution / Modèle proposé	Caractéristiques principales
<b>Lewis (1921) &amp; Sherwood (1931)</b>	Premier modèle basé sur la diffusion de l'eau liquide	Modélisation simple du transfert d'humidité
<b>Fisher (1935)</b>	3 relations pour le séchage de la laine	1ère étape à vitesse constante, 2 étapes suivantes à vitesse décroissante
<b>Ceaglske &amp; Hougén (1937)</b>	Théorie de la capillarité	Migration de l'eau par capillarité dans matériaux granulaires
<b>Henry (1939)</b>	Théorie de l'évaporation-condensation	Déplacement d'humidité exclusivement en phase gazeuse ; couplage diffusion de chaleur et de masse
<b>Pabis &amp; Henderson (1961)</b>	Variation de la diffusion influencée par le taux d'humidité local	Importance de l'humidité locale sur les transferts
<b>Luikov (1966)</b>	Modèle détaillé des transferts conjoints de chaleur et de masse en milieu poreux	Utilisation d'équations couplées
<b>Harmathy (1969)</b>	Théorie de l'évapo-condensation perfectionnée	Migration de l'humidité en phase gazeuse uniquement ; système quasi-monophasé à l'échelle macroscopique
<b>Crank (1975)</b>	Solutions analytiques de l'équation de diffusion	Géométries simples (sphère, plaque) ; diffusivité constante ou variable
<b>King (1986)</b>	Désorption de l'eau dans les aliments poreux	Transfert de masse en phase vapeur et prise en compte simultanée de la chaleur
<b>Chen &amp; Pei (1989)</b>	Modèle multiphasique (chaleur et masse)	Structure interne du solide et formes d'eau multiples (produits hygroscopiques et non hygroscopiques)
<b>Balaban (1989)</b>	Intégration de la contraction du matériau pendant le séchage	Lois de Fick et Fourier ; méthode par différences finies ; validé sur séchage de poisson
<b>Fusco (1991)</b>	Modèle basé sur la seconde loi de Fick avec variation de volume	Variation du volume durant la phase à vitesse décroissante
<b>Hernandez (2000)</b>	Prise en compte de la contraction des grains	Réduction linéaire du volume en fonction de la teneur en eau instantanée

## II.5. Classifications des modèles de séchage

Les modèles de séchage sont classés en trois types[22] :

### II.1.5.1. Modèles empiriques

La détermination des paramètres de séchage se fait sur la base d'expérimentations avec ces modèles. Cependant, l'application de ces modèles est restreinte parce que chaque modèle est adapté au type de produit et aux conditions spécifiques de son processus de séchage. Ainsi, on ne peut pas appliquer les modèles au-delà du cadre de l'expérience.

### II.1.5.2. Modèles diffusifs

Ces modèles, qui servent de fondement à la théorie du séchage, sont basés sur la loi de Fick. Cette équation suivante illustre la provenance des mouvements moléculaires :

$$\frac{\partial X}{\partial t} = \nabla(D \cdot \nabla X) \quad (\text{II.1})$$

Avec :

D : Le coefficient de diffusion de l'eau dans le produit qui est fonction de l'humidité (m<sup>2</sup>/s),

X : Teneur en eau du produit,

t: Le temps.

Les premiers à avoir employé les modèles de diffusion en dimension un sont Neuman, 1931 et Sherwood. Si l'on considère la diffusivité massique comme étant constante, l'équation (III.4) se reformule comme suit :

$$\frac{\partial X}{\partial t} = D \frac{\partial^2 X}{\partial X^2} \quad (\text{II.2})$$

**II.1.5.3. Modèles basés sur les transferts couples de chaleur et de masse**

Les modèles fondés sur les transferts de chaleur et de masse en couple sont ceux qui exposent le plus minutieusement les divers phénomènes impliqués lors du processus de séchage. Ils rendent possible la distinction des phénomènes de transport internes en employant une série d'équations de conservation de masse et de chaleur. Les modèles basés sur les transferts conjoints de chaleur et de masse ont été utilisés dans les travaux de Luikov, Philipet De Varies, Krischer, Glaser et Whitaker.

**II.2. Modèles mathématiques de la cinétique de séchage des dattes**

Divers modèles mathématiques empiriques ou semi-empiriques sont employés pour illustrer les dynamiques de séchage et anticiper la diminution de l'humidité absolue ou la teneur en eau réduite d'un produit en mince couche, selon la durée du séchage. Afin de caractériser le processus de séchage des déchets et d'établir l'équation empirique la plus appropriée, nous avons fait appel à treize modèles de séchage en couches minces spécifiquement conçus pour les produits agro-alimentaires. Le tableau (III.1) compile les équations empiriques de séchage mises en œuvre dans la modélisation.

**Tableau II.2:** Modèles de séchage appliqués à la description des courbes de séchage.

Numéro	Modèle	Equation de modèle	Références
1	Henderson et Pabis	$XR(t) = a \exp(-kt)$	[20]
2	Logarithmique	$XR(t) = a \exp(-kt) + c$	[20]
3	Deux termes	$XR(t) = a \exp(-k_0t) + b \exp(-k_1t)$	[20]
4	Deux termes exponentiels	$XR(t) = a \exp(-kt) + (1 - a) \exp(-kat)$	[20]

Tel que:

- $A, a, b, c, n$  : Constantes empiriques dans les modèles de séchage.
- $k, k_0, k_1$  : Coefficients empiriques dans les modèles de séchage ( $h^{-1}$ ).
- $t$  : Le temps de séchage (h).
- $k$  et  $n$  dépend de la température de l'air et la nature du produit.
- $XR$  : Humidité réduite ou teneur en eau réduite du produit donnée par la relation suivante :

$$XR(t) = \frac{X(t) - X_{eq}}{X_0 - X_{eq}} \tag{III.3}$$

Où :

- $X(t)$ : Dénote la teneur en eau instantanée en kg eau/ kg de matière sèche
- $X_0$ : Dénote la teneur en eau initiale en kg eau/ kg de matière sèche
- $X_{eq}$ : Représente la teneur en eau d'équilibre calculée (selon la référence [20]) par la relation donnée ci-dessous :

$$\frac{X_{eq}}{X_m} = \frac{C.K.HR}{(1-K.HR).(1-K.HR+C.K.HR)} \quad (III.4)$$

Avec :

- $C = 1.514.10^{-09}. \exp(61089/ R.T)$
- $K = 72.765. \exp(-11710/ R.T)$
- $X_m = 1.067. 10^{-09}. \exp(47614/ R.T)$

Où :

- $R$  : Constante des gaz parfaits (8.314 J/mol.K)
- $T$  : Température absolue (°K)
- $X_m$  : Teneur en eau de la monocouche
- $HR$  : Humidité relative de l'air

### II.3. Source des données expérimentales

Les données exploitées dans cette partie de notre étude présentent les résultats expérimentaux de mémoire de Master de B. SAID[20].

### II.4. Méthode utilisée pour le lissage des courbes expérimentales de séchage[23].

La régression est une technique statistique qui examine la relation entre différentes variables et qui est fréquemment employée comme instrument de prévision. Dans un scénario le plus élémentaire, on examine le lien linéaire entre une variable indépendante (ou prédicteur) et une variable dépendante (critère) pour voir si la compréhension des résultats de la première peut permettre d'anticiper, avec une précision acceptable, les résultats qu'on devrait retrouver concernant la seconde. Ce genre de prédiction s'effectue grâce à une équation spécifique (appelée équation de régression), dont les paramètres sont déterminés selon les propriétés statistiques (moyennes, écarts-types et coefficient de corrélation) des deux variables en question.

L'erreur utilisée pour les courbes de régression appropriées est définie par l'erreur standard et le coefficient de corrélation. Ces instruments ne sont pas infaillibles, toutefois, ils fournissent une appréciation utile du rendement de la forme de la courbe.

### III.5. Formulation mathématique des critères de choix[24].

Le modèle adéquat pour décrire le profil de l'humidité absolue réduite de la boue est sélectionné en fonction des paramètres statistiques suivants :

- Coefficient de corrélation (r) élevé (tendant vers 1)
- Erreur standard de l'évaluation (S) minimale (tendant vers 0)
- Ces paramètres statistiques sont définis par:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_{point}} (y_i - f(x_i))^2}{n_{points} - n_{param}}} \quad (III.5)$$

$$r = \sqrt{\frac{S_t - S_r}{S_t}} \quad (III.5-a)$$

Où  $S_t = \sum_{i=1}^{n_{point}} (\bar{y} - y_i)^2$  (III.5-b)

$$\bar{y} = \frac{1}{n_{point}} \sum_{i=1}^{n_{point}} y_i \quad (III.5-c)$$

Et  $S_r = \sum_{i=1}^{n_{point}} (y_i - f(x_i))^2$  (III.5- d)

Où  $y = f(x_i)$ : Dénote la valeur calculée par le modèle de régression.

$y_i$  : Dénote les données mesurées.

$n_{param}$  : Est le nombre de paramètres dans le modèle particulier.

$\bar{y}$  (y bar): La moyenne des données pointe.

**III.6. Coefficient effectif de diffusion (  $D_{eff}$  ) [17] :**

L'équation de diffusion de Fick peut être utilisée pour traiter les résultats expérimentaux. L'expression analytique de la seconde loi de Fick, dans le contexte d'une géométrie en galette et en supposant une distribution initiale de l'humidité uniforme, à travers une simplification du déplacement de l'humidité par diffusion, un rétrécissement négligeable, des coefficients de diffusion constants et une température donnée, peut être formulée comme suit :

$$XR = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp\left[-(2n+1)^2 \frac{\pi^2 D_{eff} t}{4L^2}\right] \quad (\text{III. 7})$$

Où :

$D_{eff}$  : Coefficient de diffusion effectif (m<sup>2</sup>/s)

L : La demi-épaisseur du produit (m)

n=1, 2,3... Le nombre de limites prises en compte.

Lorsque le temps est suffisamment grand, tous les termes de la série sont négligeables devant le premier et on obtient :

$$XR \cong \frac{8}{\pi^2} \exp\left[-\frac{\pi^2 D_{eff} t}{4L^2}\right] \quad (\text{III. 8})$$

L'équation (III. 8) peut s'écrire :

$$\text{Ln}(XR) \cong \text{Ln}\left(\frac{8}{\pi^2}\right) - \frac{\pi^2 D_{eff} t}{4L^2} \quad (\text{III. 9})$$

Pour chaque température de séchage, le coefficient de diffusion a été déterminé en intégrant les données expérimentales dans l'équation susmentionnée. On détermine le coefficient de diffusion en représentant les données expérimentales de séchage sous forme de Ln(XR) en relation avec la durée du séchage. L'équation (III. 9) représente une ligne droite avec une pente [21] .

**Conclusion :**

À la fin de ce chapitre, il ressort que la modélisation mathématique constitue un outil efficace pour comprendre et analyser les phénomènes de séchage, notamment dans le cas du séchage solaire. Ces modèles permettent également de représenter le comportement du système dans différentes conditions, ce qui contribue à améliorer le contrôle du processus et à en augmenter l'efficacité

# **Chapitre III**

## **Résultats et Discussions**

**III.1. Introduction**

Dans cette partie de travail, on va présenter les résultats obtenus et l'interprétation des figures à partir de la modélisation mathématique.

**III.2. Figures représentatives et interprétation**

Les calculs de  $XR(t)$  basés sur l'équation III.3 ont été réalisés avec (Excel 2016). Les graphiques correspondants (Figures représentatives) ont ensuite été créés en utilisant (Origin 2018) grâce à une méthode de régression par le biais de l'option « Define a user model ».

**III.3. Paramètres statistiques**

Les résultats des critères statistiques d'évaluation pour chacun des 4 modèles investis, sont regroupés dans le tableau III.1 ci-dessous. Les différents modèles sont comparés en s'appuyant sur leurs coefficients de corrélation ( $r$ ) et l'erreur standard ( $S$ ).

**Tableau III.1** : Résultats statistiques obtenus à partir des modèles choisis pour les différentes.

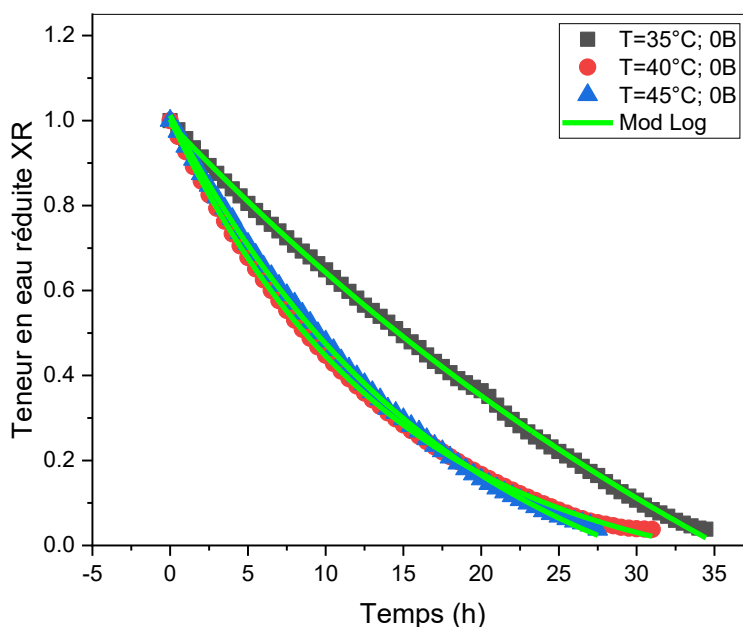
Modèle	T (°C)	TYPE DE DECHET	Coefficients	r	S
Henderson et Paibs	35	0B	a=1.0797±0.01881 k=0.05942±0.00167	0.96625	0.00282
		1/3B	a=1.0797±0.01881 k=0.05942±0.00167	0.98359	0.00113
		1/5B	a=1.02668±0.00687 k=0.04704±8.07873E-4	0.9905	0.000320417
	40	0B	A=6,86373 ± 0,05908 K=0,0891 ± 0,00116	0,99417	0,02045
		1/3B	A=1,01179 ± 0,00605 K=0,07966 ± 8,18835E-4	0,99663	2,12273E-4
		1/5B	A=1,06615 ± 0,0156 K=0,06892 ± 0,00169	0,97835	0,00164
	45	0B	K=1.06673±0.0142 a=0.08777±0.00182	0.98622	0.00117
		1/3B	K=1.08653±0.0190 a=0.08526±0.0025	0.97508	0.002
		1/5B	K=1.084±0.02124 a=0.10875±0.0038	0.97473	0.00194
Logarithmique	35	0B	A=2,05434 ± 0,04174 K=0,01868 ± 5,34742E-4 C=-1,06147 ± 0,04315	0.99961	3,26896E-5
		1/3B	K=1.74381±0.04662 a=0.02688±0.00104 c=-0.73615±0.04845	0.99938	0.0000437963
		1/5B	A=2,01311 ± 0,04289 B= 0,01915 ± 5,67807E-4 C=-1,00932 ± 0,04425	0,99964	2,83392E-5
	40	0B	A=7,32956 ± 0,01632 B=0,06974 ± 4,61039E-4 C=-0,70178 ± 0,01941	0,99983	6,07637E-4
		1/3B	A=1,149 ± 0,00874 K=0,0598 ± 9,32702E-4 C=-0,16266 ± 0,00985	0,99972	1,83138E-5
		1/5B	A=1,75874 ± 0,03159 K=0,02757 ± 7,37592E-4 C=-0,75991 ± 0,033	0,99965	2,69727E-5
	45	0B	a = 1,26525 ± 0,009 k = 0,05531 ± 9,02735E-4 c= -0,2531 ± 0,01045	0,99949	4,36719E-5
		1/3B	a=2,42462 ± 0,16125 k=0,03091 ± 0,00262 c=-1,40732 ± 0,16401	0.99924	6,05993E-5
		1/5B	a=1.98495±0.04969 k=0.02985±0.00105	0.99964	0.0000295628

			$c=-0.97026\pm 0.05134$		
Deux terms	35	0B	$K_0=0.53988\pm 330310.0343$ $a=0.05943\pm --$ $b=0.05943\pm --$ $K_1=0.53988\pm 330310.0343$	0.96625	0.00291
		1/3b	$K_0=0.532\pm -$ $a=0.06356\pm 62228.86863$ $b=0.532\pm -$ $K_1=0.06356\pm 62228.86863$	0.98359	0.00117
		1/5B	$K_0=0.51335\pm 154511.09197$ $a=0.51335\pm 154511.09197$ $b=0.04704\pm -$ $K_1=0.04704\pm -$	0.9905	0.000339265
	40	0B	$A=3,43202 \pm 838159,93301$ $B=0,08911 \pm --$ $C=3,43202 \pm 838159,92956$ $D=0,08911 \pm --$	0,99417	0,02115
		1/3B	$A=0,5059 \pm --$ $B=0,07966 \pm 0,10622$ $C=0,5059 \pm --$ $D=0,07966 \pm 0$	0,99663	2,22628E-4
		1/5B	$A=0,53311 \pm 389610,99955$ $B=0,06893 \pm --$ $C=0,53311 \pm 389610,99955$ $D=0,06893 \pm --$	0,97835	0,00171
	45	0	$K_0=0.53338\pm 209973.11142$ $a=0.08778\pm 58689.26628$ $b=0.053338\pm 209973.11142$ $K_1=0.08778\pm 58689.26628$	0.98622	0.00121
		1/3	$K_0=0.54201\pm --$ $a=0.10875\pm --$ $b=0.54201\pm --$ $K_1=0.10875\pm --$	0.97473	0.00208
		1/5	$K_0=0.54327\pm --$ $a=0.08526\pm --$ $b=0.54327\pm --$ $K_1=0.08526\pm --$	0.97508	0.0021
	35	0B	$A=1,86806 \pm 0,03098$ $K=0,08165 \pm 0,00173$	0,98607	0,00116
			$A=1,82065 \pm 0,01543$ $K=0,08806 \pm 9,90074E-4$	0,99713	1,97312E-4
			$A=1,86529 \pm 0,02213$ $K=0,07859 \pm 0,00122$	0,99251	5,74461E-4
40		0B			
		1/3 B			
		1/5 B			

	45	0B		
		1/3 B		
		1/5 B		

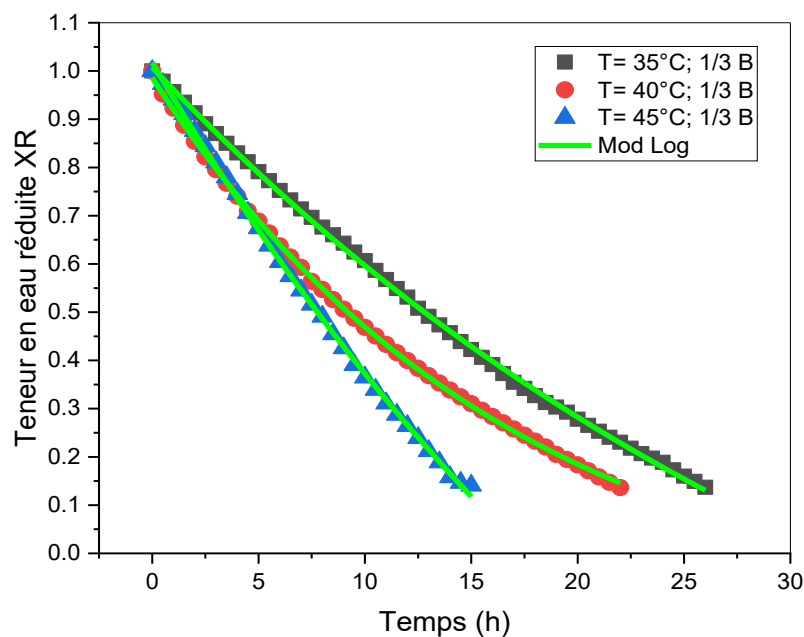
L'expression de l'équation du modèle approprié est donnée par :

$$XR(t) = A \cdot \exp(-K \cdot t) + C \dots 1$$



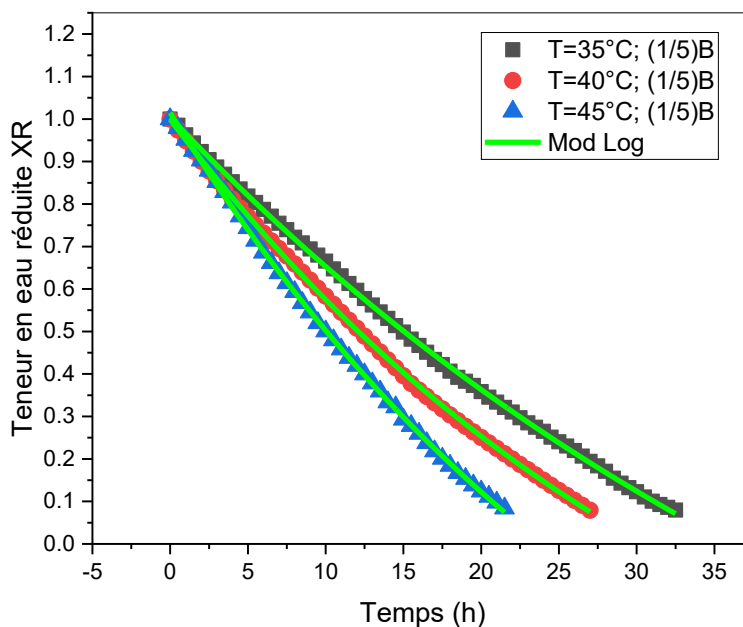
**Figure III.1 : Effet de la température sur le séchage des déchets ménagers en absence de bactéries selon le modèle logarithmique**

Cette courbe montre l'effet de la température sur le séchage des déchets ménagers sans présence bactérienne. Le séchage s'accélère avec l'augmentation de la température, étant plus rapide à 45°C. Le modèle logarithmique (Mod Log) s'ajuste bien aux données expérimentales. Comparé aux échantillons contenant des bactéries, le temps de séchage ici est plus long, ce qui suggère que la présence bactérienne pourrait faciliter la perte d'humidité. Ces résultats confirment l'importance de la température et du rôle des composants biologiques dans les procédés de séchage.



**Figure III.2: Effet de la température sur le séchage (1/3 B) – Modèle logarithmique**

Cette courbe illustre l'évolution de la teneur en eau réduite (XR) d'un substrat organique contenant 1/3 de bactéries issues des déchets ménagers, soumis à trois températures de séchage (35°C, 40°C et 45°C). Les résultats obtenus mettent en évidence l'effet significatif de la température sur la cinétique de séchage : plus la température augmente, plus la vitesse de réduction de l'humidité est élevée. Ainsi, le séchage est nettement plus rapide à 45°C. En outre, le bon ajustement du modèle logarithmique (Mod Log) aux données expérimentales confirme sa capacité à décrire de manière fiable le comportement du séchage dans ces conditions. Ces observations soulignent l'importance du paramètre thermique dans l'optimisation des procédés de traitement des déchets organiques, en particulier ceux présentant une charge bactérienne notable.



**Figure III.3: Cinétique de séchage à 1/5 B selon la température**

Le graphique montre que l’augmentation de la température accélère le séchage, la perte d’humidité étant plus rapide à 45°C qu’à 40°C et 35°C. La présence de 1/5 de bactéries contribue également à une déshydratation plus rapide par rapport aux échantillons sans bactéries. Le modèle logarithmique (Mod Log) s’ajuste bien aux données expérimentales, confirmant sa pertinence pour représenter ce type de comportement. Ces résultats soulignent l’importance de la température et de la concentration bactérienne dans l’optimisation des procédés de séchage des déchets organiques

**Tableau III.2 :** Les valeurs des paramètres de cette équation pour chacune des températures de bio-séchage et le type de déchets sont détaillées sur le tableau 2 ci-dessous.

Type de déchets	T	a	k	C
0B	35	2.05216	0.01871	-1.05925
	40	7.32956	0.06974	-0.70178
	45	1,26525	0,05531	-0,2531
1/3B	35	1.74381	0.02688	-0.73615
	40	1,149	0,0598	-0,16266
	45	2,42462	0,03091	-1,40732
1/5B	35	2,01311	0,01915	-1,00932
	40	1,75874	0,02757	-0,75991
	45	1.98495	0.02985	-0.97026

Le Tableau 1 présente les paramètres calculés (a, k, C) pour la modélisation de la diffusion pour différents types d'échantillons (0B, 1/3B, 1/5B) à diverses températures. Le paramètre 'a' montre une variabilité significative, tandis que 'k' représente probablement la constante de vitesse, affichant un comportement complexe avec la température (augmentation puis diminution pour la plupart des types). Les valeurs négatives de 'C' reflètent la décroissance de LN(XR). Ces paramètres confirment l'influence du type d'échantillon et de la température sur le processus de diffusion.

**Généralisation de l'équation de bio-séchage des différents déchets**

Utilisant les données du tableau 3 et moyennant la fonction lissage de courbes sur Origine 18 permettant de rechercher un meilleur modèle nous avons obtenu les fonctions de tendance pour chacun des paramètres de l'équation 1 comme récapitulés sur le tableau 2 ci-dessous.

**Tableau III.3**

Type Déchets	Paramètres	Equation appropriée	Erreur Standard (S)	Coeff. de corrélation (r)
Déchets à 0B	A	$A=a+bT+cT^2$	1	0
	K	$K=a+bT+cT^2$	1	0
	C	$C=a+bT+cT^2$	1	0
Déchets à 1/3B	A	$A=a+bT+cT^2$	1	0
	K	$K=a+bT+cT^2$	1	0
	C	$C=a+bT+cT^2$	1	0
Déchets à 1/5B	A	$A=a+bT+cT^2$	1	0
	K	$K=a+bT+cT^2$	1	0
	C	$C=a+bT+cT^2$	1	0

**Expressions de l'équation générale et des paramètres du modèle :**

$$XR(t, T) = A(T) * exp(-K(T) * t) + C(T)$$

Avec :

1. Déchets à 0% Boues

$$A(T) = -352,37904 + 18,06434 * T - 0,22679 * T^2$$

$$K(T) = -2,17246 + 0,10845 * T - 0,00131 * T^2$$

$$C(T) = -1,08758 - 0,06155 * T + 0,00178$$

2. Déchets à 1/3 Boues

$$A(T) = 58,27952 - 2,92461 * T + 0,03741 * T^2$$

$$K(T) = -1,93424 + 0,0993 * T - 0,00124 * T^2$$

$$C(T) = -55,65878 + 2,84192 * T - 0,03636 * T^2$$

3. Déchets à 1/5 Boues

$$A(T) = 17,24994 - 0,77174 * T + 0,00961 * T^2$$

$$K(T) = -0,21171 + 0,01089 * T - 1,228E-4 * T^2$$

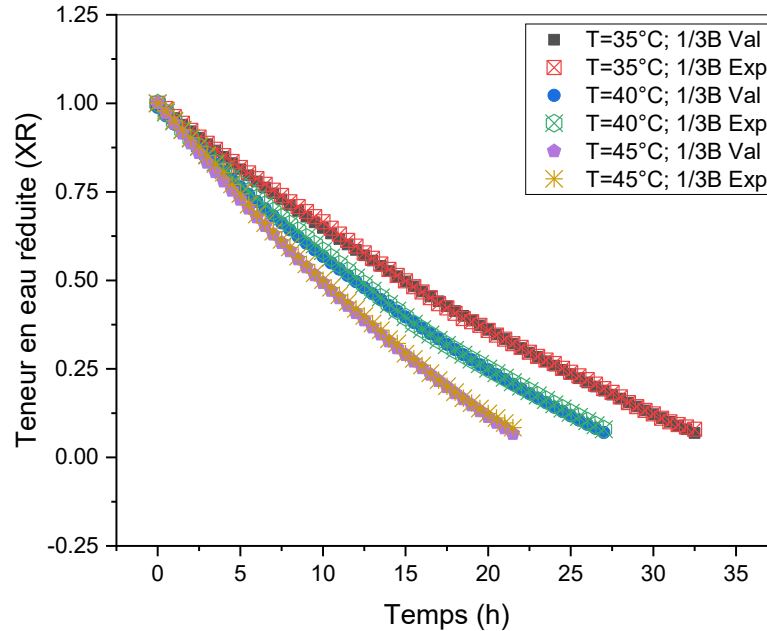
$$C(T) = -15,62847 + 0,73952 * T - 0,0092 * T^2$$

#### Validation de l'équation générale

L'équation générale est validée par un programme en langage Fortran :

```
real K
dimension Xr(100),t(100)
open (12,file="Xrent35-1-5.dat")
open (13,file="Xrsort35-1-5.dat")
read(*,*)n,TT
do i=1,n
read(12,*)t(i)
end do
A = -352.45752 + 18.06805*TT -0.22683*(TT**2)
K = -2.17138 + 0.1084 *TT -0.00131*(TT**2)
C = -1.00766 -0.06532 *TT + 0.00182*(TT**2)
Do i=1,n
Xr(i) = A*exp(-K*t(i)) + C
end do
Do i=1,n
write(13,11)Xr(i),t(i)
end do
11 format( 5x,f15.5,5x,F8.1)
End
```

#### Exemple de validation



**Figure III.4 :Évolution de la teneur en eau réduite (XR) en fonction du temps de séchage à différentes températures**

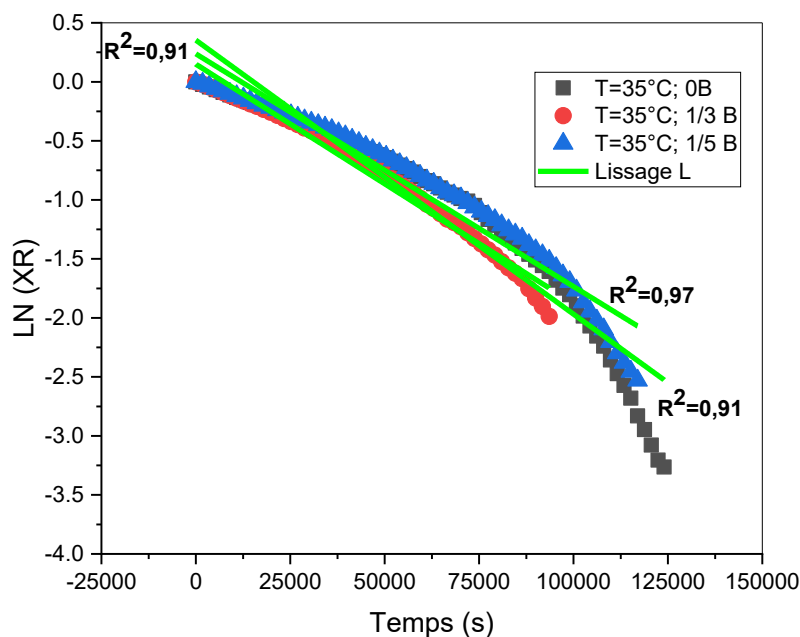
Le graphique montre une bonne concordance entre les données expérimentales et les valeurs modélisées pour les températures de 35 °C, 40 °C et 45 °C. L'augmentation de la température accélère la réduction de la teneur en eau (XR), conformément au comportement typique du séchage. Les courbes suivent une tendance décroissante non linéaire, avec un ajustement global satisfaisant des modèles appliqués.

#### Calcul du Coefficient effectif de diffusion

Le calcul de  $D_{eff}$  est basée sur 4 étape

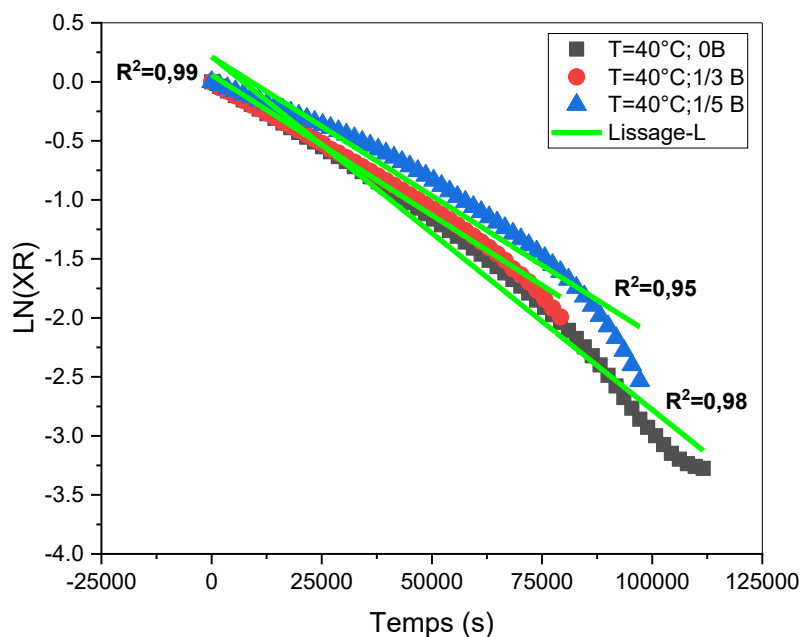
1. On Calcul du logarithme N de la teneur réduite expérimentales de chaque type de déchets à différent température  $\ln(XR)$
2. On trace la courbe  $\ln(XR)$  en fonction du temps de bioséchage
3. On tire la pente de chaque courbe et calcul  $D_{eff}$  à partir de l'équation ci-dessous

$$\left( - \frac{\pi^2 D_{eff} t}{4L^2} \right)$$



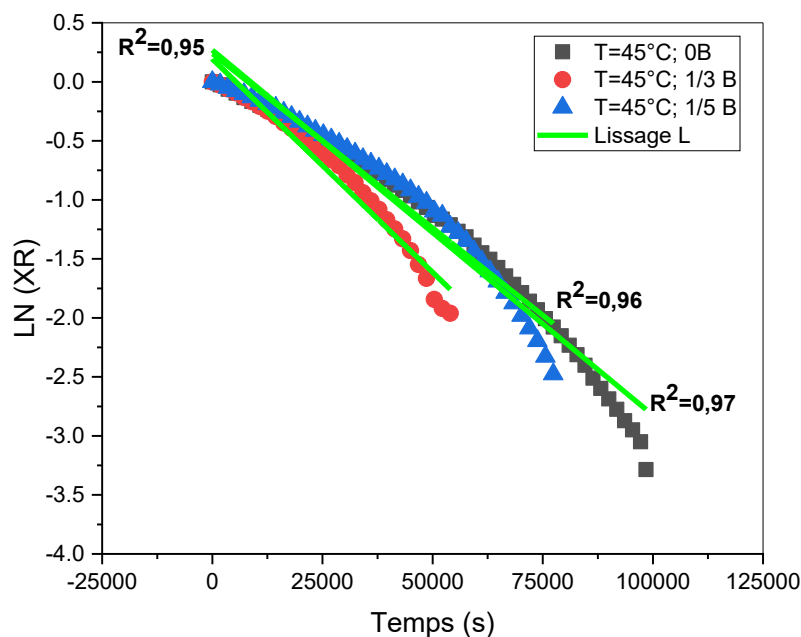
**Figure III.5 : Étude de la Cinétique de Décroissance de LN(XR) en Fonction du Temps pour Différentes Conditions de B à 35°C**

La courbe révèle une relation linéaire décroissante très forte entre LN(XR) et le temps à 35°C, avec des valeurs de R<sup>2</sup> élevées. Elle démontre que la décroissance est généralement plus lente à cette température par rapport aux températures plus élevées. La condition 0B présente toujours le taux de décroissance le plus rapide, ce qui confirme l'influence continue du paramètre B et de la température sur la vitesse du processus.



**Figure III.6 : Étude de la Cinétique de Décroissance de LN(XR) en Fonction du Temps pour Différentes Conditions de B à  $40^\circ\text{C}$**

La courbe illustre une relation linéaire décroissante très forte (avec une valeur de  $R^2$  élevée) entre  $\ln(XR)$  et le temps pour trois conditions différentes de B à  $40^\circ\text{C}$ . Cela indique que le processus représenté suit un comportement de décroissance exponentielle. Les différences dans les pentes des droites suggèrent que la valeur de B influence la vitesse du processus, la condition  $0B$  présentant le taux de décroissance le plus rapide.



**Figure III .7 :Étude de la Cinétique de Décroissance de LN(XR) en Fonction du Temps pour Différentes Conditions de B à 45°C**

La courbe présente une relation linéaire décroissante très forte entre LN(XR) et le temps à 45°C, avec d'excellentes valeurs de R2. Le graphique indique que la décroissance est généralement plus rapide à 45°C qu'à 40°C. La condition 0B maintient le taux de décroissance le plus rapide, tandis que les deux autres conditions (1/3B et 1/5B) montrent des taux plus lents, confirmant ainsi l'influence de la température et du paramètre B sur la vitesse du processus.

Tableau des résultats : **Tableau III.4**

T (C°)	Type de déchet	D <sub>eff</sub>
35	0B	1,50693E-08
35	(1/3)B	1,31593E-08
35	(1/5) B	1,27981E-08
40	0B	1,94199E-08
40	(1/3)B	1,54303E-08
40	(1/5)B	1,52839E-08
45	0B	2,00829E-08
45	(1/5)B	2,34646E-08
45	(1/3)B	1,91877E-08

Le tableau présente les valeurs du coefficient de diffusion effectif (Deff) pour différents types d'échantillons (B) à des températures de 35°C, 40°C et 45°C. Généralement, Deff augmente avec l'élévation de la température. Les résultats indiquent que la condition 0B possède le Deff le plus élevé à 35°C et 40°C, tandis que la condition (1/5)B présente une valeur de Deff exceptionnellement plus élevée à 45°C. Ce tableau confirme l'influence de la température et de la valeur de B sur l'efficacité de la diffusion.

**Modélisation de la diffusion effective**

La modélisation mathématique de la diffusion effective est basée sur un plan factoriel complet à trois niveaux

**Tableau III.5**

N° Essai	T	QB	Deff
1	-1	-1	1,50693E-08
2	-1	1	1,31593E-08
3	-1	0	1,27981E-08
4	0	-1	1,94199E-08
5	0	1	1,54303E-08
6	0	0	1,52839E-08
7	1	-1	2,00829E-08
8	1	1	2,34646E-08
9	1	0	1,91877E-08
Niveau -1	35	0 B	
Niveau 0	40	1/5 B	
Niveau +1	45	1/3 B	

L'analyse des résultats est effectuée à l'aide du logiciel Stagraphics .

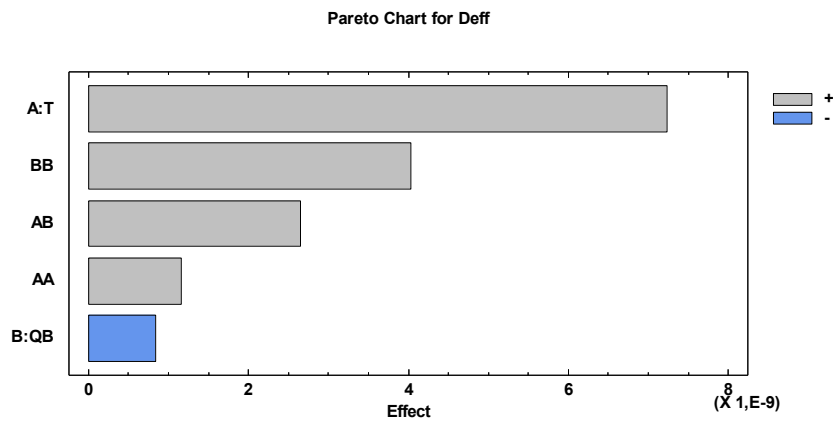
Le tableau détaille le plan expérimental (plan factoriel complet à trois niveaux) pour la modélisation de la diffusion effective, en présentant les niveaux codés de la température (T) et du facteur QB (représentant B), leurs valeurs réelles correspondantes, ainsi que les valeurs de Deff pour chaque essai. Le tableau confirme la méthodologie robuste employée dans l'étud

**Les résultats :**

**1. Le modèle mathématique :**

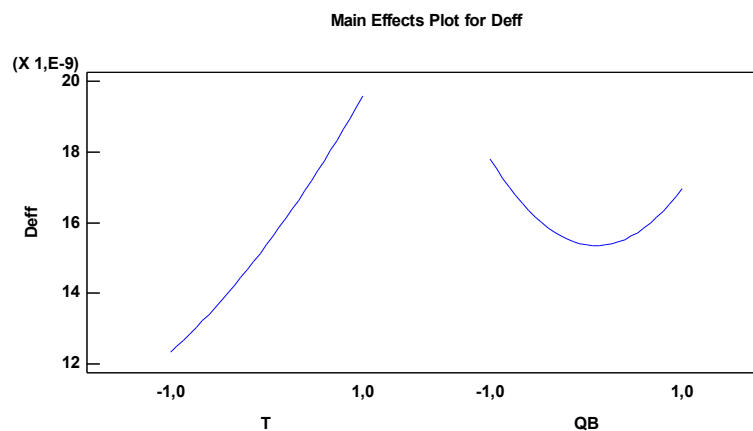
$$Deff = 1,53684E-8 + 3,61808E-9*T - 4,1965E-10*QB + 5,82283E-10*T^2 + 1,32292E-9*T*QB + 2,01448E-9*QB^2.$$

**2. Les effets de température et de type de déchet :**



**Figure III.8 :** Analyse par diagramme de Pareto des facteurs influençant le D eff  
Prédominance de l'effet de la température et des interactions complexes.

Le diagramme de Pareto révèle que la **température (A:T)** est le facteur le plus influent et le plus positif sur le Deff, suivie par les effets quadratiques (BB et AA) et d'interaction (AB). Le facteur linéaire de B (B:QB) a un effet négatif mais de moindre importance. Ceci indique que la relation entre ces facteurs et le Deff est complexe, et que la température est le principal moteur des variations du Deff.



**Figure III.9 :** Effets principaux de la température (T) et du facteur QB sur le D eff

Le graphique montre que la température (T) augmente le D eff de manière significative et non linéaire (accélérée). Quant au facteur QB (représentant B ), il a un effet plus complexe,

entraînant d'abord une diminution puis une augmentation du  $D_{eff}$ , ce qui suggère l'existence d'une valeur optimale minimale de  $B$  influençant la diffusion. Cela confirme que les deux facteurs affectent le  $D_{eff}$ , avec une nette prédominance de la température.

3. Surfaces de réponse

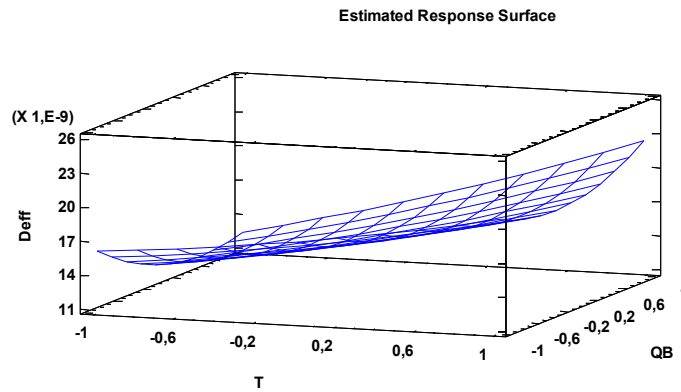
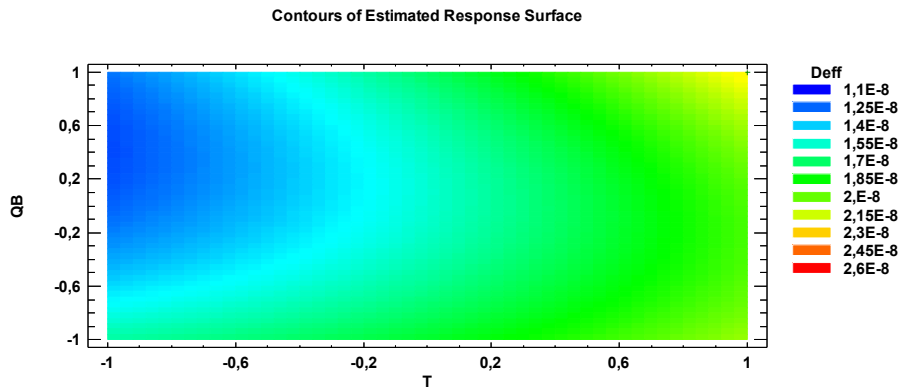


Figure III.10 : Surface de réponse tridimensionnelle du  $D_{eff}$  en fonction de  $T$  et  $QB$

La surface en 3D illustre que le  $D_{eff}$  augmente significativement avec l'élévation de la température ( $T$ ), confirmant ainsi l'effet positif et dominant de la température. Tandis que le facteur  $QB$  (représentant  $B$ ) affiche un comportement non linéaire avec la présence d'un point minimum, où le  $D_{eff}$  diminue puis augmente. La surface matérialise l'interaction entre les deux facteurs, confirmant la relation complexe entre la température,  $B$ , et l'efficacité de la diffusion.



**Figure III.11** : Courbes de niveau de la surface de réponse : Influence de la température (T) et du facteur QB sur le Deff

Le graphique montre que le Deff augmente significativement avec l'élévation de la température (T), les couleurs passant du bleu (valeurs basses) au jaune/rouge (valeurs élevées) à mesure que T augmente. Pour le facteur QB, les courbes de niveau révèlent un comportement non linéaire avec une zone de valeurs minimales au milieu, le Deff augmentant ensuite vers les extrémités. Cela confirme que les deux facteurs influencent le Deff, avec une nette prédominance de l'effet de la température.

4. Optimisation :

**Optimize Response**

Goal: maximize Deff

Optimum value = 2,24865E-8

**Tableau III.6**

<i>Factor</i>	<i>Low</i>	<i>High</i>	<i>Optimum</i>
T	-1,0	1,0	1,0
QB	-1,0	1,0	1,0

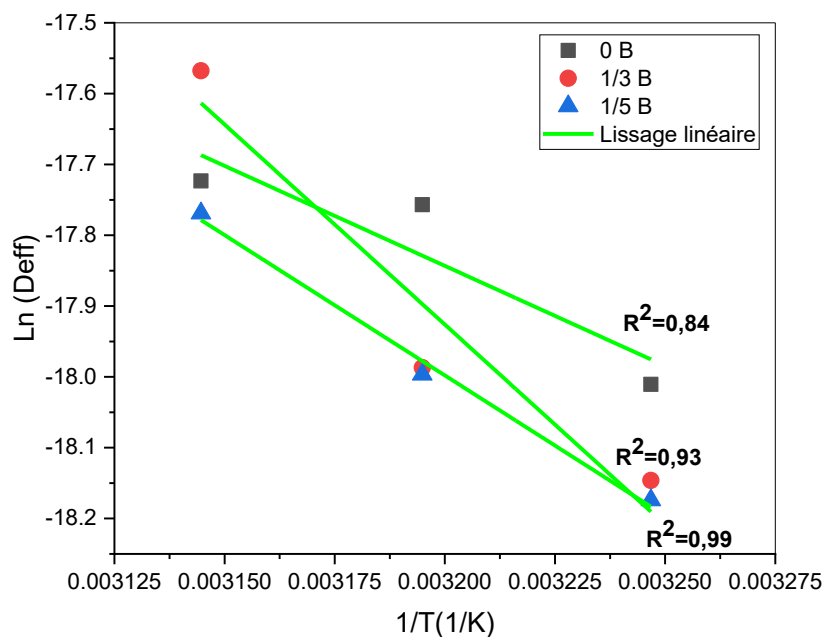
**Calcul de l'énergie d'activation:**

La détermination de l'énergie d'activation est nécessaire pour prédire l'énergie thermique nécessaire à la transmission de l'humidité pendant l'opération de bio- séchage. En termes de thermodynamique, Ea est l'énergie cinétique des molécules d'eau qui franchissent la plus petite barrière énergétique lors de leur migration à l'intérieur du produit.

1. L'énergie d'activation est calculée en représentant le logarithme népérien des valeur expérimentales de la diffusivité effective Deff (Eq 5 ) en fonction de l'inverse de la température

$$\ln (D_{eff}) = \ln (D_0) - \frac{E_a}{R} \left( \frac{1}{T} \right)$$

2. La courbe obtenue présente une droite, à partir de la pente de cette droite on calcule l'énergie d'activation



**Figure III.12** Étude Cinétique et Opérationnelle de la Diffusion Effective sous l'Influence de la Température et de Différents Types d'Échantillons (B)

Le diagramme d'Arrhenius montre une relation linéaire décroissante entre  $\text{Ln}(D_{\text{eff}})$  et l'inverse de la température pour tous les échantillons, confirmant que le  $D_{\text{eff}}$  suit l'équation d'Arrhenius. Les valeurs de  $R^2$  sont élevées, notamment pour 1/5B (0.99). Les pentes différentes des droites indiquent que la valeur de B influence l'énergie d'activation apparente, où 0B présente la plus faible sensibilité à la température (énergie d'activation la plus basse), tandis que 1/5B est la plus sensible (énergie d'activation la plus élevée).

**Tableau III.7**

T(°C)	Type de déchet	E <sub>a</sub> (Kw/h)	D <sub>0</sub> (m <sup>2</sup> /s)
35	0B	23,48104995	1,50E-04
40			
45			
23	1/3 B	46,97985179	1,16897
40			
45			
35	1/5 B	32,95272049	4,92E-03
40			
45			

E<sub>a</sub> représente l'énergie d'activation, qui est l'énergie minimale requise pour initier une réaction chimique ou physique. Dans le contexte de ce tableau, elle fait référence à l'énergie nécessaire pour que le processus de diffusion se produise. Plus l'énergie d'activation est faible, plus le processus est facile et rapide à une température donnée, et vice-versa.

## Conclusion

Cette étude démontre que le processus de diffusion suit un modèle exponentiel fortement influencé par la température (considérée comme le facteur le plus significatif et positif) et la composition de l'échantillon (représentée par le facteur B). Les deux contribuent à déterminer le coefficient de diffusion effectif (Deff) selon la relation d'Arrhenius. Les résultats révèlent une interaction complexe entre les facteurs, les énergies d'activation et les valeurs de Deff variant en fonction de la température et du type d'échantillon, ce qui fournit des informations cruciales pour l'optimisation de l'efficacité du processus.

## Conclusion générale

Le présent travail s'inscrit dans le cadre de la valorisation et de l'optimisation des procédés de traitement des déchets ménagers par le biais du bio-séchage, appuyé par une modélisation mathématique rigoureuse. L'objectif principal était de mieux comprendre les mécanismes physiques et biologiques intervenant durant ce procédé, ainsi que d'identifier les paramètres influents sur son efficacité, notamment la température, l'humidité et la présence de micro-organismes.

Les résultats obtenus ont démontré que le bio-séchage représente une méthode performante et respectueuse de l'environnement pour la réduction de la masse et de la teneur en eau des déchets, tout en conservant leur potentiel énergétique. L'application des modèles mathématiques s'est révélée pertinente pour décrire la cinétique du séchage et prédire le comportement du système sous différentes conditions opératoires. Le modèle logarithmique, en particulier, a montré une bonne corrélation avec les données expérimentales, confirmant sa fiabilité pour la simulation du processus.

Ainsi, cette étude contribue à une meilleure compréhension du bio-séchage en tant que technologie de pré-traitement des déchets solides, et ouvre la voie à des perspectives prometteuses pour son optimisation à l'échelle industrielle. Des recherches futures pourraient s'orienter vers l'intégration de modèles dynamiques plus complexes, prenant en compte l'interaction entre les transferts de chaleur et de masse, afin d'améliorer le contrôle et l'efficacité énergétique du procédé.

## Référence:

1. JORA, N., 77. *Loi n 01-19 du 12 décembre 2001 relative à la gestion, au contrôle et à l'élimination des déchets [Internet]. 01–19 décembre, 2001 p. 7–15.*
2. Velis, C., et al., *Biodrying for mechanical–biological treatment of wastes: A review of process science and engineering.* Bioresource technology, 2009. **100**(11): p. 2747-2761.
3. Rada, E.C., et al. *An example of collaboration for a technology transfer: municipal solid waste bio-drying.* in *Sardinia 2005: tenth international waste management and landfill symposium: abstracts.* 2005. CISA, Environmental Sanitary Engineering Centre.
4. Sadaka, S., *Partial composting for biodrying organic materials.* 2017: Cooperative Extension Service, University of Arkansas.
5. Schlegel, H.G. and C. Zaborosch, *General microbiology.* 1993: Cambridge university press.
6. Madigan, M.T. and J. Martinko, *Brock biology of microorganisms, 11th edn.* 2005, SciELO Espana.
7. Bartha, B., J. Brummack, and W. Kloden, *Control of a reactor for the treatment of waste with biogenic components.* Final report on the DBU project, 2002. **14736.**
8. Luo, W., et al., *Effect of moisture adjustments on vertical temperature distribution during forced-aeration static-pile composting of sewage sludge.* Resources, Conservation and Recycling, 2008. **52**(4): p. 635-642.
9. Chang, J.I. and Y. Chen, *Effects of bulking agents on food waste composting.* Bioresource technology, 2010. **101**(15): p. 5917-5924.
10. Skourides, I., et al., *Optimisation of advanced technology for production of consistent auxiliary fuels from biodegradable municipal waste for industrial purposes.* Proceedings of the Waste, 2006. **41.**
11. Frei, K.M., D. Cameron, and P.R. Stuart, *Novel drying process using forced aeration through a porous biomass matrix.* Drying Technology, 2004. **22**(5): p. 1191-1215.
12. Navaee-Ardeh, S., F. Bertrand, and P.R. Stuart, *Emerging biodrying technology for the drying of pulp and paper mixed sludges.* Drying Technology, 2006. **24**(7): p. 863-878.
13. Choi, H., T. Richard, and H. Ahn, *Composting high moisture materials: Biodrying poultry manure in a sequentially fed reactor.* Compost science & utilization, 2001. **9**(4): p. 303-311.
14. Zhao, L., et al., *Biodegradation potential of bulking agents used in sludge bio-drying and their contribution to bio-generated heat.* Water Research, 2011. **45**(6): p. 2322-2330.
15. Zhao, L., et al., *Sludge bio-drying process at low ambient temperature: effect of bulking agent particle size and controlled temperature.* Drying Technology, 2012. **30**(10): p. 1037-1044.
16. Wang Li'ao, W.L.a., et al., *Emission reductions potential for energy from municipal solid waste incineration in Chongqing.* 2009.
17. Kathirvale, S., et al., *Energy potential from municipal solid waste in Malaysia.* Renewable energy, 2004. **29**(4): p. 559-567.
18. Fricke, K., H. Santen, and R. Wallmann, *Comparison of selected aerobic and anaerobic procedures for MSW treatment.* Waste management, 2005. **25**(8): p. 799-810.
19. Cheng, H. and Y. Hu, *Municipal solid waste (MSW) as a renewable source of energy: Current and future practices in China.* Bioresource technology, 2010. **101**(11): p. 3816-3824.
20. Said, B., *Modélisation mathématique de séchage solaire indirect des dattes Deglet-Nour réhumidifiées.* 2015.
21. Boussalia, A., *'Contribution à l'étude de séchage solaire de produits agricoles locaux'.* Mémoire présenté en vue de l'obtention du Diplôme de Magister en Génie Climatique, Alger, 2010. **7.**
22. Touati, B., *Etude théorique et expérimentale du séchage solaire des feuilles de la menthe verte (Mentha viridis).* 2008.

23. BERREBEUH, M.H., *Etude de validité des cinétiques de séchage en convection forcée pour les applications de séchage solaire de certains produits alimentaires*. 2009.
24. Boubekri, A., *Optimisation des traitements thermiques de la datte algérienne*. 2010, Batna.