

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

CENTRE UNIVERSITAIRE DE OUARGLA

Institut de Chimie Industrielle

MEMOIRE

Présenté en vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état
Option GENIE CHIMIQUE

Thème

**TRANSFERT
THERMIQUE EN MILIEU
POREUX DANS UNE CAVITE**

Proposé et encadré par :

Dr. SETTOU Noureddine

Mr. BOUBEKRI Abdelghani
(Centre universitaire de Ouargla)

Etudié par :

KORICHI Med Nadji
&
CHENNOUF Nasreddine

Promotion 1997

97/1001

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

CENTRE UNIVERSITAIRE DE OUARGLA

Institut de Chimie Industrielle

MEMOIRE

*Présenté en vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état
Option GENIE CHIMIQUE*

Thème

**TRANSFERT
THERMIQUE EN MILIEU
POREUX DANS UNE CAVITE**

Proposé et encadré par :

Dr. SETTOU Nouredine

Mr. BOUBEKRI Abdelghani
(Centre universitaire de Ouargla)

Etudié par :

KORICHI Med Nadji

**&
CHENNOUF Nasreddine**

Promotion 1997

Remerciements

A l'issue de ce travail de recherche, nous tenons à remercier, tout d'abord, Dr.SETTOU Noureddine, d'avoir bien voulu accepté de diriger notre étude, malgré ses nombreuses charges qu'il trouve, ici, l'expression de notre profond respect et de notre sincère reconnaissance, pour les judicieux conseils qu'il n'a cessé de nous prodiguer tout au long de notre stage.

Que, Mr.BOUBEKRI-Abdelghani, reçoive notre reconnaissance la plus sincère, pour les orientations et conseils qu'il a bien voulu nous donner.

A Monsieur le président de jury et les membres du jury d'avoir accepté d'évaluer ce travail.

Nous remercions également Mr.KORICHI-Zakaria directeur du C.I.A.J. de Ouargla ainsi que les cadres et travailleurs de cet établissement pour les précieux services administratifs, qu'il nous ont rendus.

Nos remerciements s'adressent aussi à l'ensemble des responsables du Centre Universitaire de Ouargla, à l'ensemble du corps professoral, et, à tous les cadres et travailleurs de l'Institut de .CHIMIE Industrielle.

Que tous ceux qui nous ont aidés à accomplir ce travail et particulièrement

*Mr.KORICHI-Mourad; Mr.GUERRAICHE-B; Mr Ouahrani-M;
Mr.OUNISSI-S; Mr.BENKHETOU-A; Mr.DADENE-A;Mr KINA-M;
BECHKI Djamel Mr.SIDROUHOU-H;Mr.BENHAMZA-Med,Mr
LADJEL-S,Mr SAOULI-S.*

Trouvent ici l'expression de notre vive gratitude. Qu'ils soient remerciés pour leur sincère collaboration leur encouragement et leur soutien moral.

Que tous ceux dont nous avons oublié de mentionner le nom nous pardonnent. Notre espoir est qu'ils se montrent compréhensifs et cléments à notre égard.

Enfin à tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin, à notre formation en général, et à notre formation universitaire, en particulier, nous exprimons ici notre profonde reconnaissance, et leur disons:

Merci

Dédicace

je dédie ce mémoire à :

Mes grands parents, que dieu leur accorde sa miséricorde particulièrement (Kheltoum)

A mes chères parents (mohamed, fatma.z).

Mes frères et Soeurs.

La famille Chennouf moncef (zouka), La famille chennouf djilani.

Toute la famille chennouf.

Les familles: Bouras(ghanaja), Bouras (Djamel), Ben Amor(A), Korichi(A), Settou(T), Tijani(S), Ben sidi aissa(S), Helilou(A), Khelifa(M),

La famille du 40 villa (A.S.C.O), particulièrement (Makhlouf, Echati, Kouider, Mostafa, Gouchi, Omar(k), Karim.

A Djamel, Rachid, khoudir, Aissa(h), Aissa(B), Bachir(B), Lahcen, Boualame, Abdelwahabe, Mabrouk, Samir, Tayeb(C), Tayeb(L), Omar(H), Abdel -malek et Salim, Koul (F), Said .

Les étudiants du Centre Universitaire de Ouargla.

A tous mes amis , ainsi que la promotion '97 Chimie Industrielle.

A vous tous.....

NASREDDINE

Merci

.....

Dédicace

Je dédie ce modeste travail à:

aux êtres qui m'ont les plus chers au monde :

- *Mes grands parents,*
- *Mes très chers parents (KORICHI Ahmed & KORICHI EL-Hadja) qui ont toujours rêvé de ma réussite,*
- *Mes frères et soeurs,*
- *Ma petite soeur Safaa,*
- *Mon frère Assaad.*

*A tous mes oncles et mes tantes,
A toute la famille KORICHI,
A toute la promotion " 97 ",
A mes proches grandes et petits,
A notre chère pays L'ALGERIE.*

KORICHI Nadji

Merci.....

Sommaire

NOMENCLATURE	
INTRODUCTION.....	01
CHAPITRE I	
Présentation du problème.....	03
<i>I-1 HISTORIQUE.....</i>	<i>03</i>
<i>I-2 PROBLEME DE CONSERVATION.....</i>	<i>04</i>
<i>I-3 CONFIGURATION PHYSIQUE DE PROBLEME A RESOUDRE.....</i>	<i>06</i>
CHAPITRE II	
Etude théorique de la convection naturelle en milieu poreux confiné.....	08
<i>II-1 GENERALITES.....</i>	<i>08</i>
<i>II-1-1 MILIEU POREUX ET APPROCHE MACROSCOPIQUE.....</i>	<i>08</i>
<i>II-1-2 FONDAMENTALE DE LA FORMULATION MATHEMATIQUE.....</i>	<i>09</i>
<i>II-2 ETUDE THEORIQUE.....</i>	<i>10</i>
<i>II-2-1 TRANSFERT DE CHALEUR SIMPLE.....</i>	<i>11</i>
CHAPITRE III	
Mise en équation du problème.....	19
<i>III-1 EQUATIONS GENERALES.....</i>	<i>19</i>
<i>III-2 CONDITIONS INITIALES ET AUX LIMITES.....</i>	<i>22</i>
<i>III-3 ADIMENSIONALISATION DES EQUATIONS.....</i>	<i>24</i>
CHAPITRE IV	
Résolution numérique.....	27
<i>IV-1 DISCRETISATION DES EQUATIONS AUX LIMITES.....</i>	<i>27</i>
<i>IV-2 DISCRETISATION DES EQUATIONS DE TRAVAIL.....</i>	<i>29</i>
<i>IV-3 ALGORITHME DE RESOLUTION.....</i>	<i>40</i>
CHAPITRE V	
Résultats et interprétations.....	43
<i>V-1 INFLUENCE DE LA DUREE DE STOCKAGE.....</i>	<i>43</i>
<i>V-2 INFLUENCE DE LA TEMPERATURE AUX PAROIS.....</i>	<i>55</i>
CONCLUSION GENERALE.....	60
ANNEXES	
BIBLIOGRAPHIE	

Nomenclature

C	Chaleur massique	kJ.kg.K^{-1}
g	Accélération	m.s^{-2}
H	Hauteur de la cavité	m
K	Perméabilité du milieu	m^2
L	Largeur de la cavité	m
Lv	Chaleur latente de vaporisation	kJ.kg^{-1}
P	Pression	Pa
Pr	Nombre de prandtl	Adim
Ra	Nombre de Rayleigh de filtration	Adim
T	Température	K
t	Temps	s
u,v	Composantes du vecteur vitesse	m.s^{-1}
V	Vitesse de filtration	m.s^{-1}
X	Teneur en eau	kg eau/kg produit sec
Y	Humidité de l'air	kg eau/kg air sec

Lettres grecs :

β	Coefficient d'expansion thermique	K^{-1}
ΔT	Différence de température pariétale	degré K
ε	Porosité	Adim
λ	Conductivité thermique	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
λ^*	Conductivité thermique équivalente	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
μ	Viscosité dynamique	N.s.m^{-2}
ν	Viscosité cinématique	$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$
ρ	Masse volumique	kg.m^3
ζ	Vorticité	s^{-1}
ψ	Fonction de courant	

Indices

a	air
f	Fluide
p	produit
s	solide
w	eau
+	Grandeur adimensionnel

Introduction

Introduction

Les produits granulaires , les fruits, les légumes.....,ont toujours constitué la principale ressource alimentaire de l'homme.

La consommation quotidienne est assurée généralement par une seule récolte, quelque fois par deux dans l'année. Les pertes dues à une mauvaise conservation sont très importantes et dépendent du niveau technologique du pays, elles sont estimées à *entre* 5% à 10% environ de la production mondiale selon La F.A.O. [3]

Le problème de stockage soit en silo, soit en cavité, ou en tas, est déterminé par la nature des sollicitations thermiques à la frontière du stock; La nature des parois, le cycle des variations de températures jour/nuit et saisonnière, déterminent des températures de surface en fonction du temps: La paroi transmet cette sollicitation au stock de grains, fruits, ou légumes....avec un certain effet de « filtrage » qui dépend de sa nature et de son épaisseur.

L'échauffement du grain au voisinage de la paroi se traduit par une convection naturelle de l'air interstitiel et un dégagement d'humidité par déplacement du point d'équilibre grain/air. Le mécanisme de redistribution de l'humidité est donc lié à la convection naturelle thermique et massique. Le problème général posé par la conservation des grains relève donc physiquement du transfert de chaleur et de masse instationnaires en convection naturelle.

Notre travail ici représente une modeste contribution à l'étude du phénomène de convection naturelle et de son effet sur un amas de dattes assimilé à un milieu poreux confiné. Nous avons procédé à la simulation numérique suivant un modèle mathématique instationnaire à humidité constante et à champ variable de température, tout en considérant le transfert de chaleur simple.

Ce modèle de simulation sera comparé ultérieurement à un modèle de couplage de transfert de masse et de chaleur pour des conditions de stockage identiques, et ce

dans le but d'examiner le domaine de validité de celui-ci après certaines modifications apportées sur le modèle couplé.

Bien que le modèle à adopter puisse être valide pour un large domaine d'application (céréales, produits granulaires, quelques fruits.....). On est seulement intéressé au stockage de la datte *DEGLET NOOR* du fait de son importance marchande et du pouvoir productif national, en la matière.

Le premier chapitre de ce mémoire traitera des généralités concernant l'historique, le problème de conservation, et de configuration physique du problème à résoudre.

Dans le deuxième chapitre il sera présenté un résumé sur les études théoriques traitant de la convection naturelle dans les milieux poreux, les équations de mouvement, d'énergie et de conservation de masse.

Le troisième chapitre sera consacré quant à lui à la mise en équation du problème en posant les équations de base, suivant le modèle mathématique adopté, à l'explication mathématique des conditions physiques (initiales et aux limites) ainsi qu'à la lecture adimensionnelle de l'équation de base .

Dans le quatrième chapitre on s'intéressera à la résolution numérique ainsi qu'à la discrétisation des équations aux limites, et on présentera l'algorithme de résolution.

Le cinquième chapitre sera destiné à l'interprétation des résultats et à leur comparaison avec ceux obtenus avec le modèle couplé.

La conclusion de ce mémoire consistera en fin, en la récapitulation de l'ensemble des remarques et recommandations tirées de cette étude.

Chapitre I
Présentation du problème

I-1 - HISTORIQUE [6]

Les dattes étaient et sont une ressource alimentaire précieuse, leur consommation quotidienne est assurée par une seule récolte dans l'année. Le patrimoine phoenicol algérien, estimé aujourd'hui à plus de 10 millions de palmiers se caractérise par une diversité exceptionnelle aussi bien dans les variétés cultivées que dans les techniques utilisées. En Algérie, les palmeraies commencent bien avant la zone saharienne, puisqu'on les retrouve au niveau de la zone steppique, dans une bande de transition encadrée au nord par l'isohyète 200 et 100 mm au Sud. Selon les régions, on rencontre différents types de palmeraies dont les principales sont DEGLA BAYDA, DEGLET NOOR, GHARS, HAMRAYA.... Ainsi ce qui nous intéresse c'est Deglet Noor elle présente 46% de la production dattière de l'Algérie. Une bonne partie de cette production est exportable en raison de sa qualité très appréciée à l'étranger. On donne quelques caractéristiques chimiques de la Deglet Noor.

E A U	C E N D R E	ACIDE	PECTINE	Taux de Sucre Soluble
%	% m s	g/kg	% m s	% m s
24.65	1	1.6	2.1	84

Sucre Réducteur	Saccharose	Sucre Total	Sucre
%m s	% m s	%m s E A U
27.1	42	71.37	2.89

I-2 : PROBLEME DE CONSERVATION [1]

La datte est un fruit de grande valeur nutritive, sujet de nombreuses altérations qui modifient ses qualités. Entre autre la conservation des caractères de la datte pose encore un problème important.

Les altérations en question peuvent être de différents types et dont on cite ici les plus couramment rencontrées.

a)- Altérations d'ordre physique: telles que les chocs, les dessèchements, les éclatements,..

b)-Altérations d'ordre biologique: telles que les attaques d'insectes.

c)-Altérations d'ordre microbiologique: telles que les fermentations et les pourrissements.

d)-Altérations d'ordre biochimique: par les oxydations qui provoquent les brunissements et par l'inversion du saccharose qui provoque une modification de saveur.

Actuellement, les deux meilleures méthodes de conservation de la datte sont :

1/- l'entreposage frigorifique à des températures de 2°C et une humidité relative supérieure à 80 % pour des fruits ayant une teneur en eau comprise entre 23% et 27%.

Les essais menés par les chercheurs aux U.S.A. ont permis de définir des températures de conservation de dattes Deglet-Noor pour des temps déterminés, montrés dans le tableau suivant:

Température de conservation	Durée maximale
+ 26 ° C à + 27 ° C	01 mois.
+ 15 ° C à + 16 ° C	03 mois.
+ 04 ° C à + 05 ° C	08 mois.
- 03 ° C à - 02 ° C	01 an.
- 18 ° C à - 17 ° C	plus d'un an.

TABLEAU 1-1

2/- la deuxième méthode de conservation est la mise en boîte hermétique en atmosphère neutre d'azote.

Ces deux procédés permettent d'accroître la durée de conservation de la datte Deglet-Noor au delà d'une année facilitant son transport lointain ainsi que le report d'une récolte d'une année sur l'autre, stabilisant ainsi les prix et les fixant à une valeur rémunératrice.

Un autre problème se pose en cas d'une année pluvieuse ou légèrement humide où la teneur en eau des dattes mûres dépasse les normes admises pour la conservation et l'exportation (soit 25 %). Dans ces conditions, le séchage permettra de sauver une partie de la récolte.

En pratique les meilleurs résultats sont obtenus par un séchage en couche mince avec circulation d'air chaud de température 65°C et humidité relative de 20% à 50%.

La vitesse de circulation de l'air doit être entre 2 et 5 m/s.

I-3 CONFIGURATION PHYSIQUE DU PROBLEME A RESOUDRE

Comme en milieu fluide, la convection naturelle en milieu poreux est due aux forces engendrées par des gradients de densité dans le champ de gravitation terrestre. L'existence d'un gradient de température orthogonal au vecteur gravité entraîne toujours l'existence d'un mouvement du fluide.

L'intérêt porté à la convection naturelle ou mixte (naturelle et forcée) dans les milieux poreux est justifié par l'importance de ces phénomènes dans le cadre des évolutions naturelles ou dans l'industrie.

Le rôle joué par la convection naturelle dans la nature est très important dans la mesure où ce phénomène, associé aux autres modes de transfert de chaleur conditionne les échanges thermiques au niveau du globe terrestre. Plus précisément la convection en milieu poreux se retrouve dans les nappes phréatiques qui sont souvent d'une épaisseur suffisante pour que le gradient de température géothermique y joue un rôle non négligeable [4].

Dans le cas du stockage des dattes, les variations de températures jour /nuit et saisonnières font échauffer la datte stockée et provoquent le séchage de celle-ci .Cela se traduit par un dégagement de vapeur d'eau qui par la suite se condense en des points froids et humidifie par endroit les autres dattes en contact .

Le but de notre étude est d'apporter une meilleure compréhension sur le mécanisme de transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité remplie de produit granulaire assimilé à un milieu poreux continu.

Pour cela on considère une boîte rectangulaire Fig (1-1) de hauteur H et de largeur L remplie de datte Deglet-Noor, les parois supérieure et inférieure sont thermiquement isolées tandis que les parois latérales sont maintenues à des températures constantes T_1, T_2 telles que T_2 reste toujours supérieure à T_1 . Tout en considérant qu'il n'y a pas de transfert de matière.

Un modèle numérique bidimensionnel transitoire nous permettra de déterminer la redistribution des fonctions de courant, et des températures dans la boîte remplie de datte Deglet-Noor pour des durées d'entreposage, des conditions limites différents.

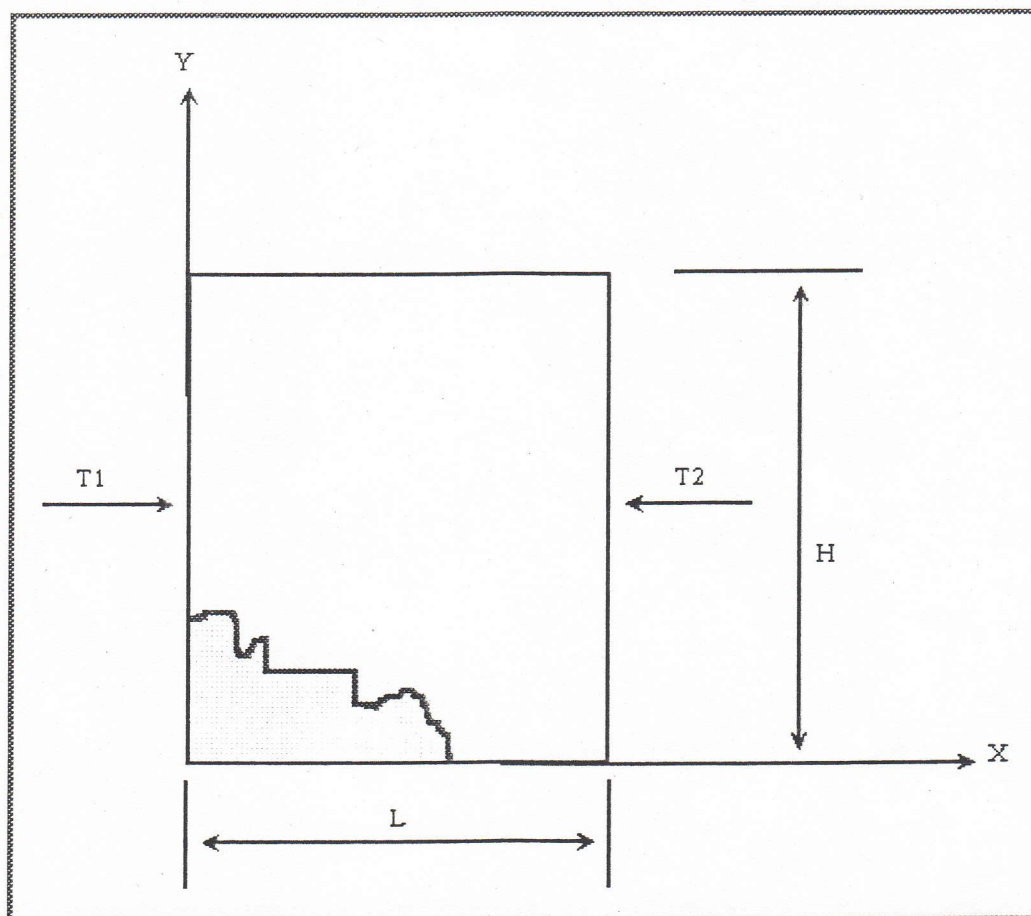


Fig.1-1 : Configuration physique du problème.

Chapitre II
*Etude théorique de la convection
naturelle en milieu poreux confiné*

II-1- GENERALITES

II-1-1 Milieux poreux et approche macroscopique

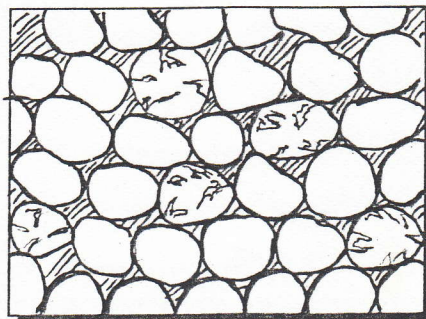
On appelle milieu poreux un corps comportant un squelette solide englobant des cavités appelées pores, en général, interconnectées, susceptibles de contenir un ou plusieurs phases fluides.

Des phénomènes de transfert de chaleur peuvent avoir lieu dans les phases fluides et dans la phase solide, ainsi qu'à l'occasion du transfert de matière dans les phases fluides contenues dans les pores.

Dans le cadre de cette étude, nous nous intéressons au transfert de chaleur simple.

A l'échelle des pores, les phénomènes sont mathématiquement décrits par les équations classiques de la mécanique de fluide et de transfert de chaleur. Mais le problème se pose au niveau des conditions aux limites imposées par la géométrie exacte des pores. L'approche macroscopique s'avère alors nécessaire, de manière que les utilisateurs puissent s'intéresser aux aspects globaux.

On définit la porosité comme étant le rapport entre le volume offert au gaz/se. limite aux surfaces des produits et ne comprend pas de fissures ou vides internes au produit. fig (2-1) et le volume total



$$\varepsilon = \frac{Vol_{(vide)}}{Vol_{(Totale)}}$$

Fig. 2-1 : définition de la porosité ε

En effet, depuis plus d'un siècle, les chercheurs ont procédé à la description des phénomènes en milieux poreux, au moyen d'équations valables à l'échelle macroscopique.[1]

Dans de telles équations, le milieu poreux est traité comme un milieu continu fictif décrit à l'aide d'un certain nombre de paramètres, telles que vitesse de filtration perméabilité; viscosité, qui n'ont de sens qu'à l'échelle macroscopique.

L'échelle macroscopique du milieu continu fictif équivalent est définie à partir d'un élément de volume poreux, dit volume élémentaire représentatif dont les dimensions sont grandes relativement à celles des pores.

II-1-2 Fondement de la formulation mathématique :

Dans la suite de ce chapitre, on va considérer un volume poreux Ω limité par la surface Σ , le substrat solide immobile de chaleur volumique $(\rho c)_s$ et de conductivité λ_s est caractérisé par sa porosité ε et sa perméabilité K .

Le fluide saturant totalement le substrat a une chaleur volumique (ρc) une conductivité thermique λ , un coefficient d'expansion β et une viscosité cinématique ν .

Le milieu poreux ainsi constitué possède une chaleur volumique $(\rho c)^*$ telle que:

$$(\rho c)^* = \varepsilon (\rho c)_f + (1 - \varepsilon) (\rho c)_s \quad (2-1)$$

La conductivité thermique effective ou équivalente λ^* est une fonction relativement complexe dépendant des propriétés thermophysiques des constituants (solide, fluideetc), ainsi que d'un certain nombre de paramètres comme la texture du milieu poreux et des conditions d'expériences.

Depuis longtemps de nombreux chercheurs se sont intéressés au calcul de ce paramètre dans le cas de transferts de chaleur en milieu poreux.

Divers modèles ont été proposés mais le modèle poreux choisi dans notre étude est le modèle le plus simple. La détermination des paramètres

En effet la résolution de ce type de problèmes se fait sur la base de le modèle suivant :

* Ecoulement de type potentiel soumis à la loi de *DARCY*.

Dans ce qui suit nous allons exposer brièvement les équations de base et les conditions aux limites et initiales pour le modèle retenu.

II-2-1 Transfert de chaleur simple

II-2-1-1 Ecoulement potentiel suivant la loi de *DARCY*

A) Equation de mouvement :

La loi de *DARCY* est généralement acceptée comme équation régissant le mouvement macroscopique des fluides newtoniens en milieux poreux avec nombre de Reynolds assez petits .

Cette loi établie, empiriquement, par *DARCY* en (1856) considère que l'écoulement dépend linéairement du gradient de pression et de la force de gravité .

MUSKAT (1937) a prouvé le lien entre la constante de l'équation de *DARCY* avec la perméabilité du milieu poreux et l'équation du mouvement prend ainsi la forme suivante:

$$\vec{V} = -\frac{K}{\mu} \nabla P + \rho \vec{g} \quad (2 - 4)$$

où K est la perméabilité du milieu poreux exprimée en (m^2) et déterminée expérimentalement. et où \vec{V} représente la vitesse de filtration de *DARCY* relative au fluide fictif s'écoulant dans le milieu poreux. ρ et μ représentent respectivement la masse volumique et la viscosité dynamique du fluide interstitiel.

HUBERT et *HALL* (1956) ont été les premiers à déduire la loi de *DARCY* par une méthode mécanique en intégrant les équations de *NAVIER-STOKES* sur un volume représentatif d'un milieu poreux.

Parmi d'autres chercheurs qui ont retrouvé la loi de *DARCY* de manière rigoureuse on compte *PORCH* et *ELATE* (1966), *WHITTAKER* (1966) et *AHMED* et *SUNADA* (1969).

L'équation de *DARCY* généralisée déduite d'une opération macroscopique des équations ponctuelles appliquées au fluide interstitiel, s'écrit :

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{\rho}{\varepsilon^2} (\vec{V} \cdot \text{grad}) \vec{V} = -\text{grad} P + \rho \vec{g} - \frac{\mu}{K} \vec{V} \quad (2-5)$$

Forcheimer avait légèrement modifié cette équation par l'introduction d'un terme proportionnel au carré de la vitesse ce qui a été confirmé expérimentalement.

L'équation dite de *DARCY. FORCHEIMER* devient :

$$\text{grad} p = \rho \vec{g} - \frac{\mu}{K} \vec{V} - \rho b \frac{|\vec{V}|}{K} \vec{V} \quad (2-6)$$

Le paramètre *b* en convection forcée a été déterminé par *ERGUN* pour caractériser le milieu poreux, par exemple pour un lit de diamètre *d* et de porosité ε on a :

$$K = \frac{d^2 \varepsilon^3}{150(1-\varepsilon)^2} \quad \text{et} \quad b = \frac{1,75 d}{150(1-\varepsilon)} \quad (2-7, a-b)$$

La loi de *DARCY* généralisée appropriée lorsqu'un terme transitoire intervient s'écrit comme :

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = -\text{grad} P + \rho \vec{g} - \frac{\mu}{K} \vec{V} \quad (2-8)$$

La validité de l'équation sous sa forme (2-8) est vérifiée dans le cas de faibles vitesses de filtration et faible perméabilité du milieu poreux. En d'autre cas les modifications appropriées par *FORCHEIMER* (effet d'inertie) et par *BRINKMAN* (frottement à la paroi) sont à considérer.

B- Equation de conservation d'énergie : [4]

Pour rendre compte des phénomènes de transfert à l'échelle macroscopique au sein du milieu poreux, il est nécessaire d'adopter des modèles. Le modèle le plus simple consiste à introduire le concept de fluide fictif unique de chaleur volumique

$(\rho c)^*$ et de conductivité thermique λ^* mais où seul le fluide de chaleur volumique $(\rho c)_f$ se déplace au sein du substrat immobile . Un modèle plus élaboré permet de tenir compte de manière globale des échanges d'énergie entre phases.

a) Modèle de fluide fictif unique :

C'est le modèle qui considère qu'en un point la température des phases fluide et solide est la même ($T_s = T_f = T$) ; l'échange de chaleur entre le fluide et le solide s'effectuant avec un coefficient d'échange infini.

Le bilan d'énergie pour un volume élémentaire représentatif s'écrit :

$$(\rho c)^* \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c)_f \vec{V} \cdot \nabla T = \lambda^* \nabla^2 T \quad (2 - 9)$$

b) Modèle à deux températures :

Une alternative au modèle précédant est donné par M. COBARNOUS et S. BORIES en introduisant une description plus fine du transfert de chaleur et distinguent les températures T_s et T_f des phases liquide et solide . L'échange entre les phases s'effectuant par convection à l'aide d'un coefficient d'échange h fini. Dès lors l'équation de l'énergie se scinde en deux équations ayant pour variables les températures T_f et T_s des deux phases supposées isotropes et homogènes :

$$\varepsilon (\rho c)_f \frac{\partial T_f}{\partial t} + (\rho c)_f \vec{V} \cdot \nabla T_f = \lambda_f^* \nabla^2 T_f - h(T_f - T_s) \quad (2 - 10)$$

$$(1 - \varepsilon)(\rho c)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \lambda_s^* \nabla^2 T_s - h(T_s - T_f) \quad (2 - 11)$$

où λ_s^* et λ_f^* sont les conductivités thermiques équivalentes fonction de λ_f et de λ_s mais aussi du degré de dispersion hydrodynamique de la phase fluide et de l'état de division de la phase solide . Il en résulte pour l'ensemble des deux phases une conductivité équivalente :

$$\lambda^* = \lambda_f^* + \lambda_s^*$$

En écrivant l'égalité des températures $T_s = T_f$ et en sommant terme à terme les trois équations (2-1), (2-10) et (2-11) on retrouve l'équation d'énergie unique (2-9).

Cette description plus fine des phénomènes est à conseiller pour obtenir une représentation plus réaliste du transfert de chaleur en milieu poreux et des résultats correspondant mieux aux expériences. Si, dans le cas de la convection stationnaire cette description ne semble pas changer fondamentalement les résultats, il n'en est pas de même lorsque le nombre de Rayleigh devient important et où l'écoulement devient oscillant. Dans ce cas c'est la nature même du phénomène qui est remise en cause. La difficulté principale de ce modèle réside dans la détermination des grandeurs thermophysiques évoquées : tenseur des conductivités thermiques λ^*_f , λ^*_s et coefficient d'échange entre phase h .

C) Equation de conservation de masse :

La vitesse moyenne du fluide v dans les pores est appelée vitesse interstitielle; la vitesse définie en absence du substrat solide est appelée la vitesse de filtration V

Il existe une relation entre ces deux vitesses :

$$V = \varepsilon v_i$$

Le bilan intégral à la masse dans un volume élémentaire représentatif s'écrit :

$$\varepsilon \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho V) = 0 \quad (2-12)$$

où ρ est la masse volumique du fluide

D)- Equation d'état du fluide :

L'équation d'état du fluide peut se mettre, après linéarisation, sous la forme suivante :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (2-13)$$

Où ρ_0 représente la masse volumique du fluide à une température de référence T_0 et β représente le coefficient d'expansion thermique donné par la relation (2-14).

$$\beta = - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (2 - 14)$$

Remarque : simplification de BOUSSINESQ

L'expérience a montré que les valeurs du coefficient β pour les liquides et les gaz sont généralement très petites (ordre de 10^{-4} K^{-1}) [2] de sorte que si les écarts des températures enregistrés dans le système physique sont petits, il est possible de négliger les variations de la masse volumique en fonction de la température dans les équations posées sauf dans le terme (ρg) de l'équation de DARCY, terme moteur de la convection naturelle. Les autres caractéristiques thermiques et thermophysique ν, c, λ^* sont supposées indépendantes de la température.

Pour le cas du transfert de chaleur couplé avec le transfert de masse, les équations de base détaillées ci-dessus seront établies en annexe A.

II-2-1-2 Hypothèses simplificatrices du modèle

Le modèle mathématique permettant de décrire ce genre de transfert pour un phénomène bidimensionnel instationnaire, se base sur les hypothèses simplificatrices suivantes:

a/-Le tassement du produit au cours du séchage est négligé.

b/-Du fait des faibles vitesses d'air mise en jeu par la convection naturelle, la différence entre les températures de l'air et du produit est négligeable (modèle à une température).

c/-La masse volumique de l'air sec est considérée constante. Cependant, les faibles variations de celle-ci sont conservées seulement l'orsqu'elles provoquent le mouvement. C'est l'approximation dite de *Boussinesq*, déjà vue dans le paragraphe précédent.

d/-Les gradients de température sont faibles à l'intérieur des particules solides.

II-2-1-3 Formulation des équations de base

L'écriture des équations de bilan s'effectue à partir de la formulation générale suivante, si f représente une grandeur physique dispersée en volume dans l'air et le produit, on peut écrire :

$$f = \varepsilon f_a + (1 - \varepsilon) f_p \quad (2 - 15)$$

où a et p sont respectivement les indices de l'air et du produit, le bilan de f dans volume V s'écrit :

$$\frac{D}{Dt} \iiint_V [\varepsilon f_a + (1 - \varepsilon) f_p] dV = \iiint_V \phi dV + \iint_S \vec{\varphi} \vec{n} ds \quad (2 - 16)$$

où ϕ et φ sont respectivement la production volumique et surfacique de f .

D/Dt exprime la dérivée particulière de la formulation eulérienne du mouvement.

d'après GAUSS-OSTROGRADSKI on peut écrire :

$$\iint_S \vec{\varphi} \vec{n} ds = \iiint_V \text{div } \vec{\varphi} dV \quad (2 - 17)$$

après l'identification des deux membres de l'équation (2-15) on aura :

$$\varepsilon \frac{\partial f_a}{\partial t} + \text{div } f_a \cdot \vec{V} + (1 - \varepsilon) \frac{\partial f_p}{\partial t} = \phi + \text{div } \vec{\varphi} \quad (2 - 18)$$

A : Equation de conservation d'énergie :

Suivant la même formulation de base on peut écrire :

$$\begin{cases} f_a = \rho_a [c_a T_a + Y (c_w T_a + L_v)] \\ f_p = \rho_p (c_p + X c_w) T_p \\ \phi = 0 \\ \varphi = \lambda_a \text{grad } T_a + \lambda_p \text{grad } T_p \end{cases} \quad (2 - 19)$$

Où X et Y représentant les humidités respectives du produit et de l'air et L_v la chaleur latente de vaporisation de l'eau c_a , c_w expriment les chaleurs massiques de l'air et de l'eau respectivement.

Considérons les hypothèses simplificatrices (modèle à une température $T_a = T_p$) on écrira plus simplement;

$$\varphi = (\lambda_a + \lambda_p) \text{grad} T \quad (2-20)$$

si on prend $\lambda^* = \lambda_a + \lambda_p$ avec λ^* est la conductivité thermique équivalente du milieu:

$$\varphi = \lambda^* \text{grad} T \quad (2-21)$$

suisant la même logique :

$$\frac{\partial f_a}{\partial t} = \rho_a [(c_a + Y c_w) \left(\frac{\partial T_a}{\partial t} \right)] \quad (2-22)$$

$$\text{div} f_a \vec{V} = \rho_a (c_a + Y c_w) \text{div} \vec{V} \cdot T_a + (c_w T_a + L_v) \text{div} \vec{V} \cdot Y \quad (2-23)$$

$$\frac{\partial f_p}{\partial t} = \rho_p (c_p + X c_w) \frac{\partial T_p}{\partial t} \quad (2-24)$$

Suisant la formulation de base ($T_a = T_p$) et le regroupement des équations on obtient :

$$(\rho c)^* \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_a (c_a + Y c_w) \text{div} T \vec{V} = \lambda^* \nabla^2 T \quad (2-25)$$

où $(\rho c)^*$ représente la chaleur volumique équivalente du milieu poreux donné par:

$$(\rho c)^* = \varepsilon \rho_a (c_a + Y c_w) + (1 - \varepsilon) \rho_p (c_p + X c_w) \quad (2-26)$$

Mais pour l'équation de conservation de mouvement, on s'intéresse à la loi de Darcy. On utilise la même écriture pour l'équation du fluide :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (2-27)$$

II-2-1-4 Les conditions aux limites

Comme la configuration du système, forme et nature des interfaces, il convient de formuler les conditions aux limites thermiques et hydrodynamiques, pour un problème instationnaire, il faut connaître l'état du système à un instant donné, nommé instant initial.

Ces conditions aux limites et initiales permettent de trouver des solutions particulières des équations générales précédentes.

Les conditions aux limites thermiques généralement rencontrées dans les problèmes de transfert de chaleur sont de deux types :

- température posée (condition de Dirichlet) $T = T_1$.
- flux imposée (condition de Neumann) $-\lambda^* \mathbf{n} \cdot \nabla T + q = 0$.

A part quelques applications particulières, les surfaces limitant les milieux poreux ont une conductivité thermique supérieure à ceux-ci et les conditions aux limites sont le plus souvent isothermes.

Les conditions aux limites hydrodynamiques s'appliquent à la vitesse de filtration V :

- * - surface imperméable : au contact d'une telle paroi, la composante normale de la vitesse doit s'annuler $\mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = 0$
- * - surface libre : la surface est à pression constante, $p = \text{cte}$.

Chapitre III
Mise en équation du problème

Nous allons traiter le problème de transfert par convection naturelle, dans une boîte remplie de dattes *DEGLET - NOOR*. Nous établirons le système d'équations suivant le modèle adopté, les conditions initiales et aux limites et l'adimensionalisation des équations.

III-1- EQUATIONS GENERALES

A) équation de mouvement :

L'équation adoptée régissant le mouvement de l'air à travers les pores est l'équation de *DARCY*, donnée comme suit :

$$\left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right) \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = - \text{grad } P + \rho \vec{g} - \left(\frac{\mu}{k}\right) \vec{V} \quad (3-1)$$

pour simplifier on utilise la fonction de vorticité ζ telle que :

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3-2)$$

où u et v représentent les composantes de la vitesse de filtration horizontale et verticale.

La projection de l'équation du mouvement dans les deux directions :

$$\left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right) \frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{\partial P}{\partial x} - \left(\frac{\mu}{k}\right) u \quad (3-3)$$

$$\left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right) \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial P}{\partial y} - \left(\frac{\mu}{k}\right) v + \rho g \quad (3-4)$$

En dérivant l'équation (3-3) par rapport à y , nous obtenons :

$$\left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t \partial y}\right) = -\left(\frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y}\right) - \left(\frac{\mu}{k}\right)\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) \quad (3-5)$$

et en dérivant l'équation (3-4) par rapport à x , nous obtenons :

$$\left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right)\left(\frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x}\right) = -\left(\frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y}\right) - \left(\frac{\mu}{k}\right)\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) + g\left(\frac{\partial \rho}{\partial x}\right) \quad (3-6)$$

après les simplifications (3-5) (3-6) avec l'équation de vorticité (3-2) on aura :

$$\left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right)\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\left(\frac{\mu}{k}\right)\zeta + g\left(\frac{\partial \rho}{\partial x}\right) \quad (3-7)$$

avec les simplifications de boussinesq, on est conduit à l'équation de mouvement sous la forme :

$$\left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right)\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\left(\frac{\mu}{k}\right)\zeta - \rho_0 g \beta \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) \quad (3-8)$$

En vue de faciliter la résolution numérique et permettre le calcul des composantes de vitesse u , v à partir de vorticité ζ . On va introduire la fonction de courant Ψ sous la forme suivante :

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (3-9 \text{ a,b})$$

la combinaison de (a,b) avec (3-2) nous donne l'équation de Poisson :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\zeta \quad (3-10)$$

B) Equation de conservation d'énergie :

On retient l'équation (2-25) du paragraphe (II-2-1-4) , soit

$$(\rho c)^* \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_a (c_a + Yc_w) \text{div} T \vec{V} = \lambda^* \nabla^2 T \quad (3-11)$$

C'est ainsi que le système à résoudre est le suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\zeta \\ u = \frac{\partial \psi}{\partial y} & v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \\ \left(\frac{\rho}{\varepsilon}\right) \frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\left(\frac{\mu}{k}\right) \zeta - \rho_0 g \beta \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right) \\ (\rho c)^* \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_a (c_a + Yc_w) \text{div} T \vec{V} = \lambda^* \nabla^2 T \end{cases} \quad (3-12)$$

III -2 CONDITIONS INITIALES ET AUX LIMITES

III-2-1- Conditions initiales

On considère le moment de stockage des dattes comme instant initial, les conditions à cet instant le mois d'octobre, novembre où la teneur en eau de la datte DEGLET-NOOR 24,65 % l'humidité de l'air est de l'ordre de 50 % et la température moyenne est entre (20°C et 30°C).

Sous forme d'équations les conditions initiales peuvent être ordonnées de la manière suivante :

$$\text{A) vitesse :} \quad \text{à } t = 0 \quad u(x,y,0) = 0 \quad (3-13)$$

$$v(x,y,0) = 0 \quad (3-14)$$

$$\text{B) fonction de courant :} \quad \text{à } t = 0 \quad \Psi(x,y,0) = 0 \quad (3-15)$$

$$\text{C) vorticité :} \quad \text{à } t = 0 \quad \zeta(x,y,0) = 0 \quad (3-16)$$

$$\text{D) température :} \quad \text{à } t = 0$$

$$T(x,y,0) = 27^\circ\text{C} \quad \text{pour } 0 < x < L \text{ et } 0 < y < H \quad (3-17)$$

III-2-2 Conditions aux limites :

A) Fonction de courant et de vitesse :

Aux parois solide, on a la fonction de courant et les composantes de vitesse suivant x, y nulles partout dans la boîte.

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi(x,0,t) = \psi(0,y,t) = \psi(x,H,t) = \psi(L,y,t) = 0 \end{array} \right. \quad (3-18)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u(x,0,t) = u(0,y,t) = u(x,H,t) = u(L,y,t) = 0 \end{array} \right. \quad (3-19)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v(x,0,t) = v(0,y,t) = v(x,H,t) = v(L,y,t) = 0 \end{array} \right. \quad (3-20)$$

B) vorticité :

Le développement de la fonction de courant par les série de *Taylor* avec quelques simplifications conduit à la formulation de la condition limite pour la vorticité, formulation dite de *Wood*, bien vérifiée surtout pour les faibles nombres de Reynolds. est donnée comme suit :

$$\zeta_l = \frac{3}{h^2}(\psi_n - \psi_l) - \frac{1}{2}\zeta_n \quad (3-21)$$

Les indices l, n sont respectivement relatifs à un point limite et un point voisin de la limite à l'intérieur du maillage. h le pas spatial du maillage.

C) Température

Parois supérieure et inférieure sous les conditions adiabatiques.

$$\frac{\partial T}{\partial y}(x, 0, t) = \frac{\partial T}{\partial y}(x, H, t) = 0 \quad (3-22)$$

Parois latérales maintenues à des températures constantes

$$T(0, y, t) = T_1 \quad (3-23)$$

$$T(L, y, t) = T_2 \quad (3-24)$$

III -3 ADIMENSIONNALISATION DES EQUATIONS

La mise sous forme adimensionnelle des équations de travail est faite d'après les variables adimensionnelles suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_+ = \frac{x}{H} \\ y_+ = \frac{y}{H} \\ u_+ = \frac{u H \rho_a c_a}{\lambda^*} \\ v_+ = \frac{v H \rho_a c_a}{\lambda^*} \\ t_+ = \frac{t \lambda^*}{\rho_a c_a H^2} \\ T_+ = \frac{(T - T_1)}{\Delta T} \end{array} \right.$$

où H représente la hauteur de la boîte et $\Delta T = T_1 - T_2$

le signe (+) est l'indice relatif aux variables adimensionnelles.

A partir de cette adimensionalisation on obtient les équations suivantes :

A) Equation de mouvement (Equation DARCY)

$$\left(\frac{\lambda^* k}{\lambda_a H^2 \epsilon P_r} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial t} = -Ra \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) - \zeta \quad (3-25)$$

avec P_r : nombre de Prandlt donné par :

$$P_r = \frac{\mu c_a}{\lambda_a} \quad (3-26)$$

et Ra : nombre de Rayleigh de filtration

$$Ra = \frac{g\beta\rho_c a^2}{\mu \lambda^*} \Delta T H \quad (3-27)$$

D'après J.P CALTAGIRONE [4] la perméabilité des milieux poreux rencontrés en pratique est de l'ordre de 10^{-8} m^2 de sorte que le terme en (∂t) de l'équation de DARCY se trouve quasiment négligeable. A cet effet l'équation de mouvement sera utilisée en négligeant le terme transitoire, l'équation (3-25) devient:

$$\zeta = -Ra \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3-28)$$

B) Equation de conservation d'énergie :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \left(\frac{c_a}{\varepsilon [\gamma(c_p + Xc_w) + (c_a + Yc_w)]} \right) \left[- \left(1 + \frac{c_w}{c_a} Y \right) (\vec{V} \cdot \nabla T + \nabla^2 T) \right] \quad (3-29)$$

où
$$\gamma = \frac{(1-\varepsilon)\rho_p}{\rho_a \varepsilon} \quad (3-30)$$

Ainsi le système à résoudre, sous forme adimensionnelle devient:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\zeta \\ u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \\ \zeta = -Ra \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial T}{\partial t} = \left(\frac{c_a}{\varepsilon [\gamma(c_p + Xc_w) + (c_a + Yc_w)]} \right) \left[- \left(1 + \frac{c_w}{c_a} Y \right) (\vec{V} \cdot \nabla T + \nabla^2 T) \right] \end{array} \right. \quad (3-31)$$

D) Adimensionalisation des équations aux limites

La transformation est pour les équations (3-21) (3-23) (3-24) et la température initiale T_0 de la boîte qui doit être transformée

$$\zeta_l = \frac{3H^2}{h^2} (\psi_n - \psi_l) - \frac{1}{2} \zeta_n \quad (3-32)$$

$$T^+(0, y, t) = 1.0 \quad (3-33)$$

$$T^+(L, y, t) = 0.0 \quad (3-34)$$

Chapitre IV
Résolution numérique

La discrétisation est faite en utilisant des schémas aux différences finies. Ce choix a été adopté pour résoudre le système d'équations (3-31) relatif au transfert de chaleur simple.

Le type de maillage régulier est considéré dans toute la résolution, soit $\Delta x = \Delta y = h$, Fig (4-1) [1].

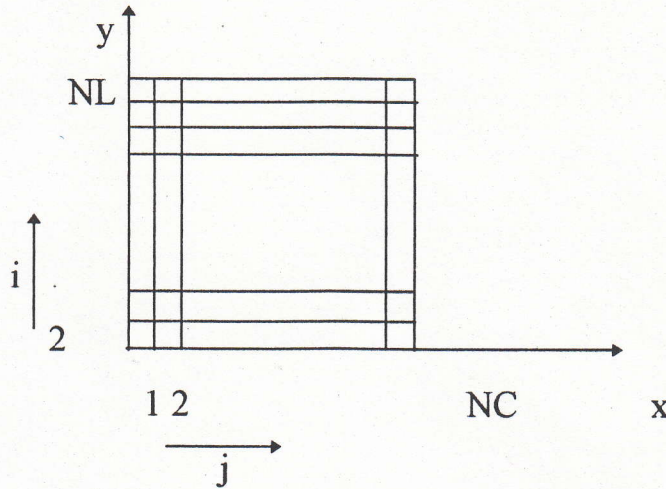


Fig 4-1 : Configuration du maillage

IV-1 DISCRETISATION DES EQUATIONS AUX LIMITES

Si on considère le maillage de la figure (4-1) où n_l représente le nombre de lignes et n_c le nombre de colonnes, on peut présenter les équations aux limites sous forme d'écriture indicielle explicitée par les relations données ci-après.

A) Vitesse :

* - Paroi inférieure $u_{1j} = 0 \quad v_{1j} = 0 \quad (4-1)$

* - Paroi supérieure $u_{n_l j} = 0 \quad v_{n_l j} = 0 \quad (4-2)$

* - Paroi latérale gauche $u_{i,1} = 0 \quad v_{i,1} = 0 \quad (4-3)$

* - Paroi latérale droite $u_{i,n_c} = 0 \quad v_{i,n_c} = 0 \quad (4-4)$

B) Fonction de courant :

$$* - \text{Paroi inférieure} \quad \psi_{1,j} = 0 \quad (4-5)$$

$$* - \text{Paroi supérieure} \quad \psi_{nl,j} = 0 \quad (4-6)$$

$$* - \text{Paroi latérale gauche} \quad \psi_{i,1} = 0 \quad (4-7)$$

$$* - \text{Paroi latérale droite} \quad \psi_{i,nc} = 0 \quad (4-8)$$

C) Vorticité

* - Paroi inférieure:

$$\zeta_{1,j} = \frac{3L^2}{h^2} (\psi_{2,j} - \psi_{1,j}) - \frac{1}{2} \zeta_{2,j} \quad (4-9)$$

* - Paroi supérieure:

$$\zeta_{nl,j} = \frac{3L^2}{h^2} (\psi_{nl-1,j} - \psi_{nl,j}) - \frac{1}{2} \zeta_{nl-1,j} \quad (4-10)$$

* - Paroi latérale gauche:

$$\zeta_{i,1} = \frac{3L^2}{h^2} (\psi_{i,2} - \psi_{i,1}) - \frac{1}{2} \zeta_{i,2} \quad (4-11)$$

* -Paroi latérale droite:-

$$\zeta_{i,nc} = \frac{3L^2}{h^2} (\psi_{i,nc-1} - \psi_{i,nc}) - \frac{1}{2} \zeta_{i,nc-1} \quad (4-12)$$

D)Températures

$$* - \text{Paroi inférieure} \quad T_{2,j} = T_{1,j} \quad (4-13)$$

$$* - \text{Paroi supérieure} \quad T_{nl,j} = T_{nl-1,j} \quad (4-14)$$

$$* - \text{Paroi latérale gauche} \quad T_{i,1} = 0.0 \quad (4-15)$$

$$* - \text{Paroi latérale droite} \quad T_{i,nc} = 1.0 \quad (4-16)$$

IV-2. DISCRETISATION DES EQUATIONS DE TRAVAIL

IV-2-1 Equation d'énergie :

Il s'agit de l'équation (3-29) du paragraphe (§III-3) auquel cas les dérivées temporaires sont mises sous forme de différences à droite tandis que les dérivées spatiales sont exprimées par des schémas aux différences centrées .

La procédure de résolution de cette équation est faite suivant la méthode implicite à directions alternées . Cette méthode consiste à écrire les dérivées en x à l'instant $(k+1)$ et les dérivées en y à l'instant précédent (k) puis calculer les températures $T_{ij}^{(k+1)}$ en fonction des T_{ij}^k supposées connues par leurs dernières valeurs calculées. Les vitesses sont aussi supposées connues par leurs valeurs à l'instant (k) .

Ce travail se fait en premier lieu pour une traversée horizontale ligne par ligne puis, en second lieu, la même procédure est refaite pour une traversée verticale colonne par colonne, à la différence près d'exprimer cette fois les dérivées en y à l'instant $(k+2)$; Celles en x restant à l'instant $(k+1)$. Il s'ensuit que la formulation de l'équation de l'énergie discrétisée diffère quelque peu pour chacune des traversées.

1/ Traversée Horizontale :

Suivant la logique de résolution précédemment, l'équation (3-29) discrétisée s'écrit :

$$\frac{T_{i,j}^{k+1} - T_{i,j}^k}{\Delta t} = D \left[- \left(1 + \frac{C_w}{C_a} Y u_{i,j} \frac{T_{i,j+1}^{k+1} - T_{i,j-1}^{k+1}}{2\Delta x} + v_{i,j} \frac{T_{i+1,j}^{k+1} - T_{i-1,j}^{k+1}}{2\Delta y} \right) + \frac{T_{i,j+1}^{k+1} - 2T_{i,j}^{k+1} + T_{i,j-1}^{k+1}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i+1,j}^k - 2T_{i-1,j}^k + T_{i,j}^k}{\Delta y^2} \right] \quad (4-17)$$

La prise en compte des considérations déjà citées, conduit à une nouvelle forme de l'équation (4-17) après rassemblement de termes :

$$a_{i,j-1} T_{i,j-1}^{k+1} + a_{i,j} T_{i,j}^{k+1} + a_{i,j+1} T_{i,j+1}^{k+1} = a_{i-1,j} T_{i-1,j}^k + a_{0,i,j} T_{i,j+1}^k + a_{i+1,j} T_{i+1,j}^k \quad (4-18)$$

Avec :

$$D = ca / \varepsilon \left[\gamma (c_p + c_w X) + c_w Y + ca \right] \quad (4-19)$$

$$a_{i,j+1} = \frac{u}{2h} \left(1 + \frac{c_w}{c_a} Y \right) - \frac{1}{h^2} \quad (4-20)$$

$$a_{i,j} = \frac{1}{\Delta t \cdot D} + \frac{2}{h^2} \quad (4-21)$$

$$a_{i,j-1} = -\frac{u_{i,j}}{2h} \left(1 + \frac{c_w}{c_a} Y \right) - \frac{1}{h^2} \quad (4-22)$$

$$a_{i+1,j} = -\frac{v_{i,j}}{2h} \left(1 + \frac{c_w}{c_a} Y \right) + \frac{1}{h^2} \quad (4-23)$$

$$a_{0,i,j} = \frac{1}{\Delta t - D} - \frac{2}{h^2} \quad (4-24)$$

$$a_{i-1,j} = -\frac{v_{i,j}}{2h} \left(1 + \frac{c_w}{c_a} Y \right) + \frac{1}{h^2} \quad (4-25)$$

En posant le second membre de l'équation (4-18) sous la forme suivante :

$$\theta_{i,j} = a_{i-1,j} T_{i-1,j}^k + \omega_{i,j} T_{i,j}^k + a_{i+1,j} T_{i,j+1}^k \quad (4-26)$$

on peut écrire plus simplement que :

$$a_{i,j-1} T_{i,j-1}^{k+1} + a_{i,j} T_{i,j}^{k+1} + a_{i,j+1} T_{i,j+1}^{k+1} = \theta_{i,j} \quad (4-27)$$

Résolution :

Ecrivons l'équation (4-27) pour (j = 2) paroi inférieure:

$$a_{i,1} T_{i,1} + a_{i,2} T_{i,2} + a_{i,3} T_{i,3} = \theta_{i,2} \quad (4-28)$$

Or d'après la condition (4-15), on a $T_{i,1} = 0$, d'où

$$a_{i,2} T_{i,2} + a_{i,3} T_{i,3} = \theta_{i,2} \quad (4-29)$$

Ecrivons maintenant l'équation (4-27) pour (j=nc-1) paroi supérieure:

$$a_{i,nc-2} T_{i,nc-2} + a_{i,nc-1} T_{i,nc-1} + a_{i,nc} T_{i,nc} = \theta_{i,nc-1} \quad (4-30)$$

Or $T_{i,nc} = 1.0$ d'après la condition (4-16), d'où :

$$a_{i,nc-2} T_{i,nc-2} + a_{i,nc-1} T_{i,nc-1} = \theta_{i,nc-1} - a_{i,nc} \quad (4-31)$$

Il faudra donc à chaque instant résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} a_{i,2}T_{i,2} + a_{i,3}T_{i,3} = \theta_{i,2} \\ \vdots \\ a_{i,j-1}T_{i,j-1}^{k+1} + a_{i,j}T_{i,j}^{k+1} + a_{i,j+1}T_{i,j+1}^{k+1} = \theta_{i,j} \\ \vdots \\ a_{i,nc-2}T_{i,nc-2} + a_{i,nc-1}T_{i,nc-1} + a_{i,nc}T_{i,nc} = \theta_{i,nc-1} \end{cases} \quad (4-32)$$

L'écriture matricielle de ce système est donnée ci-après :

$$\begin{bmatrix} \alpha_{i,2} & \gamma_{i,2} & & & & & & \\ \beta_{i,3} & \alpha_{i,3} & \gamma_{i,3} & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & \beta_{i,j} & \alpha_{i,j} & \gamma_{i,j} & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \gamma_{i,nc-2} \\ & & & & & & \beta_{i,nc-1} & \alpha_{i,nc-1} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} T_{i,2} \\ \vdots \\ T_{i,j} \\ \vdots \\ T_{i,nc-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{i,2} \\ \vdots \\ \theta_{i,j} \\ \vdots \\ \theta_{i,nc-1} \end{bmatrix} \quad (4-33)$$

Avec $\beta_{i,2}=0$

$$\beta_{i,j} = -\frac{1}{h^2} - \frac{u_{i,j}}{2h} \left(1 + \frac{c_w}{c_a} Y\right) \quad j=3, nc-1$$

$$\alpha_{i,j} = \frac{1}{DN} + \frac{2}{h^2} \quad j=2, nc-2$$

$$\gamma_{i,nc-1} = 0$$

$$\gamma_{i,j} = -\frac{1}{h^2} + \frac{u_{i,j}}{2h} \left(1 + \frac{C_\omega}{C_a} Y \right) \quad j=2, nc-2$$

$$\theta_{i,j} = an_{i,j} T_{i+1,j} + ap_{ij} T_{ij} + as_{ij} T_{i-1,j} \quad j=2, nc-2$$

$$an_{i,j} = \frac{1}{h^2} - \frac{v_{i,j}}{2h} \left(1 + \frac{C_\omega}{C_a} Y \right)$$

$$ap_{i,j} = \frac{1}{D \Delta} - \frac{2}{h^2}$$

$$as_{i,j} = \frac{1}{h^2} + \frac{v_{i,j}}{2h} \left(1 + \frac{C_\omega}{C_a} Y \right)$$

pour $j=nc-1$

$$\theta_{i,nc-1} = an_{i,nc-1} T_{i+1,nc-1} + ap_{i,nc-1} T_{i,nc-1} + as_{i,nc-1} T_{i-1,nc-1} + ae_{i,nc-1}$$

et

$$ae_{i,nc-1} = \frac{u_{i,j}}{2h} \left(1 + \frac{C_\omega}{C_a} Y \right) - \frac{1}{h^2}$$

Le système matriciel (4-33) sera résolu pour une méthode itérative utilisant l'algorithme de *THOMAS* (cf. annexe B.) qui consiste à la bidiagonalisation de la matrice tridiagonale du système (4-33).

2) Traversée verticale :

Ecrivons cette fois l'équation d'énergie discrétisée en utilisant l'instant (k+1) pour les dérivées en x et l'instant (k+2) pour les dérivées en y.

$$\frac{T_{i,j}^{k+2} - T_{i,j}^{k+1}}{\Delta t} = D \left[-\left(1 + \frac{C_w}{C_a} Y\right) u_{i,j} \frac{T_{i,j+1}^{k+1} - T_{i,j-1}^{k+1}}{2\Delta x} + v_{i,j} \frac{T_{i+1,j}^{k+2} - T_{i-1,j}^{k+2}}{2\Delta y} + \frac{T_{i,j+1}^{k+1} - 2T_{i,j}^{k+1} + T_{i,j-1}^{k+1}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i+1,j}^{k+2} - 2T_{i,j}^{k+2} + T_{i-1,j}^{k+2}}{\Delta y^2} \right] \quad (4-34)$$

l'équation (4-34) peut se mettre sous une forme plus simple comme :

$$a_{i-1,j} T_{i-1,j}^{k+2} + a_{i,j} T_{i,j}^{k+2} + a_{i+1,j} T_{i+1,j}^{k+2} = V_{i,j} \quad (4-35)$$

Avec :

$$V_{i,j} = a_{i,j+1} T_{i,j+1} + a_{i,j} T_{i,j} + a_{i,j-1} T_{i,j-1} \quad (4-36)$$

Les facteurs a_{ij} des équations (4-35) et (4-36) sont données pour les relations suivantes:

$$a_{i+1,j} = -\frac{v_{i,j}}{2h} \left(1 + \frac{c_w}{c_a} Y \right) - \frac{1}{h^2} \quad (4-37)$$

$$a_{i,j} = \frac{1}{\Delta t D} + \frac{2}{h^2} \quad (4-38)$$

$$a_{i-1,j} = -\frac{v_{i,j}}{2h} \left(1 + \frac{c_w}{c_a} Y \right) - \frac{1}{h^2} \quad (4-39)$$

$$a_{i,j+1} = -\frac{u_{i,j}}{2h} \left(1 + \frac{c_w}{c_a} Y \right) + \frac{1}{h^2} \quad (4-40)$$

$$a_{0,i,j} = \frac{1}{\Delta D} - \frac{2}{h^2} \quad (4-41)$$

$$a_{i,j-1} = +\frac{u_{i,j}}{2h} \left(1 + \frac{c_w}{c_a} Y \right) + \frac{1}{h^2} \quad (4-42)$$

Résolution :

Ecrivons maintenant l'équation d'énergie discrétisée (4-34) pour $i=2$ (limite partielle gauche)

$$a_{1,j} T_{1j} + a_{2,j} T_{2j} + a_{3,j} T_{3j} = V_{2,j}$$

Or d'après la condition (4-13), on a $T_{2j} = T_{1j}$, d'où :

$$(a_{1,j} + a_{2,j}) T_{1j} + a_{3,j} T_{3j} = V_{2,j} \quad (4-43)$$

Ecrivons ensuite la même équation (4-34) pour $i = nl-1$ (parois droite)

$$a_{nl-2,j} T_{nl-2,j} + a_{nl-1,j} T_{nl-1,j} + a_{nl,j} T_{nl,j} = V_{nl-1,j}$$

d'après la condition (4-14) on a $T_{nl,j} = T_{nl-1,j}$ d'où :

$$a_{nl-2,j} T_{nl-2,j} + (a_{nl-1,j} + a_{nl,j}) T_{nl-1,j} = V_{nl-1,j} \quad (4-44)$$

le système à résoudre à chaque instant sera :

$$\begin{cases} (a_{1,j} + a_{2,i})T_{2,i} + a_{3,i}T_{3,i} = V_{2,j} \\ \dots \\ a_{i-1,j}T_{i-1,j}^{k+2} + a_{i,j}T_{i,j}^{k+2} + a_{i+1,j}T_{i+1,j}^{k+2} = V_{i,j} \\ \dots \\ a_{nl-2,j}T_{nl-2,j} + (a_{nl-1,j} + a_{nl,j})T_{nl,j} = V_{nl-1,j} \end{cases} \quad (4-45)$$

En écriture matricielle le système (4-45) devient :

$$\begin{bmatrix} \alpha_{2,j} & \gamma_{2,j} & & & & & & & & & \\ \beta_{3,j} & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & \beta_{i,j} & \alpha_{i,j} & \gamma_{i,j} & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \gamma_{nl-2,j} & & \\ & & & & & & & & \beta_{nl-1,j} & \alpha_{nl-1,j} & \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} T_{2,j} \\ \dots \\ T_{i,j} \\ \dots \\ T_{nl-1,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{2,j} \\ \dots \\ V_{i,j} \\ \dots \\ V_{nl-1,j} \end{bmatrix} \quad (4-46)$$

Avec $\beta_{2,j} = 0$

$$\beta_{i,j} = \frac{u_{i,j}}{2h} \left(1 + \frac{c_w}{c_a} Y \right) - \frac{1}{h^2} \quad i = 3, nl-1$$

$$\alpha_{i,j} = \frac{1}{D\Delta} + \frac{2}{h^2} \quad i = 3, nl-2$$

$$\alpha_{2,j} = \frac{1}{\Delta t D} + \frac{1}{h^2} - \frac{v_{i,j}}{2h} \left(1 + \frac{c_w}{c_a} Y \right)$$

$$\gamma_{i,j} = \frac{u_{i,j}}{2h} \left(1 + \frac{c_w}{c_a} Y \right) - \frac{1}{h^2} \quad i=2, nl-3$$

$$\gamma_{nl-1,j} = 0$$

$$\gamma_{nl-2,j} = \frac{1}{\Delta t D} + \frac{1}{h^2} + \frac{u_{i,j}}{2h} \left(1 + \frac{c_w}{c_a} Y \right) \quad i = nl-2$$

$$V_{i,j} = ae_{i,j} T_{i,j+1} + ap_{i,j} T_{i,j} + aw_{i,j} T_{i,j-1} \quad i=nl-2$$

$$ae_{i,j} = -\frac{u_{i,j}}{2h} \left(1 + \frac{c_w}{c_a} Y \right) + \frac{1}{h^2}$$

$$ap_{i,j} = \frac{1}{D\Delta t} - \frac{2}{h^2}$$

$$aw_{i,j} = \frac{u_{i,j}}{2h} \left(1 + \frac{c_w}{c_a} Y \right) + \frac{1}{h^2}$$

De même que pour la traversée horizontale, on utilisera l'algorithme de THOMAS pour résoudre le système (4-46)

IV-2-2 Equation de mouvement :

L'équation de DARCY utilisée sera celle mentionnée sous le numéro (3-28). Elle a été discrétisée sous forme explicite utilisant les différences centrées, le terme transitoire étant négligé (CF § III-3). Ainsi l'équation (3-28) devient plus simplement :

$$\zeta_{i,j}^k = -Ra \frac{T_{i,j+1}^k - T_{i,j-1}^k}{2h} \tag{4-47}$$

Dans le programme informatique , établi pour la résolution . Un sous programme ZE est destiné à la détermination des vorticités $\zeta_{i,j}$ en résolvant à chaque instant l'équation (4-47).

IV-2-3 : Equation elliptique de Poisson

L'utilisation des différences centrées transforme l'équation (3-10) pour s'écrire comme:

$$\frac{\psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i,j-1}}{\Delta x^2} + \frac{\psi_{i-1,j} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i+1,j}}{\Delta y^2} = \zeta_{i,j} \tag{4-48}$$

Si on considère un maillage régulier avec des pas spaciaux identiques $\Delta x = \Delta y = h$, l'équation (4-48) devient :

$$\psi_{i,j+1} + \psi_{i,j-1} + \psi_{i-1,j} + \psi_{i+1,j} - 4\psi_{i,j} = h^2 \zeta_{i,j}$$

soit :

$$\psi_{i,j} = \frac{1}{4} (\psi_{i,j+1} + \psi_{i,j-1} + \psi_{i-1,j} + \psi_{i+1,j} - h^2 \zeta_{i,j}) \tag{4-49}$$

Le sous programme utilisée pour la résolution de l'équation de *Poisson* (4-49) se base sur la méthode itérative de Liebmann.

Pour motiver le processus de convergence, on peut utiliser un facteur de sur-relaxation ω ou même à $\omega_{optimum}$ tel que [5]

$$\omega_{opt} = \frac{1}{2 + \sqrt{4 - c^2}} \tag{4-50}$$

ou' $c = \cos\left(\frac{\pi}{p}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{q}\right)$

et où p et q représentent les nombres de divisions du maillage suivant les deux directions x et y .

Si on utilise la méthode de sur-relaxation de *Southwell*, on aura à résoudre l'équation de poisson sous sa nouvelle forme (4-51).

$$\psi_{i,j}^{k+1} = \psi_{i,j}^k + \frac{\omega}{4} (\psi_{i+1,j}^k + \psi_{i-1,j}^k + \psi_{i,j+1}^k + \psi_{i,j-2}^k - 4\psi_{i,j}^k - h^2 \zeta_{i,j}^k) \quad (4-51)$$

IV-2-4 Détermination des composantes de vitesse :

La détermination des composantes u, v du vecteur vitesse se fait à partir des fonctions de courant en utilisant les équation (3-9 a,b) dont la discrétisation en schémas de différences centrées donne :

$$u_{i,j}^k = \frac{\psi_{i+1,j}^k - \psi_{i-1,j}^k}{2h} \quad (4-52)$$

$$v_{i,j}^k = -\frac{\psi_{i,j+1}^k - \psi_{i,j-1}^k}{2h} \quad (4-53)$$

IV-3 ALGORITHME DE RESOLUTION

- Etape1 : Lire les données du problème à partir du fichier de données
 Etape2 : Introduire les champs initiaux $t, time, u, v, T, X, Y..$
 Etape3 : Aller à l'itération suivante pour $time=time+1; t = t + dt$
 Etape4 : Si $time$ égale première durée de stockage faire étape 5
 Etape5 : Ecrire sur le fichier résultat pour $i = 1, nl$ et $j = 1, nc$
 $j; i, Tp(k); X, Psi(k)$ avec $k = (i-1)nc + j$ sinon continue
 Etape6 : Si $time$ égale, seconde durée de stockage, faire étape 5
 Sinon continue (jusqu'à dernière durée du stockage).
 Etape7 : Si $time > timeMax$ aller à étape (27) , Sinon continue.
 Etape 8 : Si $time$ égale 1 continu
 Sinon aller à l'étape (23)
 Etape 9 : Calculer les nouvelles valeur de la fonction du courant PSI en appelant
 le sous programme SORLX
 Etape 10 : Calculer les vitesses u, v à partir des valeur de PSI , calcul du champs
 de température
 Etape 11 : Pose $iter=1$
 Etape 12 : Pour $i=2, nl-1$ faire étape 13,14
 Etape 13 : Calculer les coefficients de la matrice tridiagonale
 (subroutine COEFT) pour le traversée horizontale.
 Etape 14 : Résoudre le système tridiagonale par l'algorithme de Thomas pour
 déterminer les valeur de $Tc(k)$
 Etape 15 : Calculer en introduisant les condition au limite $Tc(k)$ pour:
 $K=(i-1)nc+j \quad i=1, nl \quad j=1, nc$
 $K=(i-1)nc+j \quad j=1, j=nc \quad i=1, nl$
 Etape 16 : Calculer les coefficient de matrice tridiagonale pour la traversée
 verticale (Subroutine COEFTV)
 Etape 17 : Résoudre le système tridiagonale par l'algorithme de Thomas pour
 déterminer les nouvelles valeurs de $Tc(k)$
 Etape 18 : Faire étape 15
 Etape 19 : Test de convergence, si le champ de température à convergé aller
 étape 21
 Sinon faire pour $k=1, nc, nl \quad Tp(k)=\alpha \cdot Tp(k)+(1-\alpha)Tc(k)$
 Etape 20 : Poser $iter = iter + 1$ et aller à étape (12)
 Etape 21 : Faire pour $i=1, nl \quad j=1$ avec $k=(i-1)nc + j \quad Tp(k) = Tc(k)$
 Etape 22 : Aller à étape (3)
 Etape 23 : Calculer les valeur de la fonction de Vorticité pour
 $i=2, nl-1 \quad j=2, nc-1$ avec $k=(i-1)nc+j$
 en appelant le sous programme FUNCTION ZE
 Etape 24 : Introduire les conditions aux limites pour complète les valeurs de la
 vorticité
 $K=(i-1)nc+j \quad i=1 \quad i=nl \quad j=1 \quad j=nc$
 $j=1, nc \quad i=1, nl$
 Etape 25 : Attribuer les nouvelles valeur de la vorticité à la variable Zêta
 Etape 26 : Aller à l'étape (9)
 Etape 27 : Stop.

IV-4.1 Remarques générales :

a/ L'écriture vectorielle, au lieu de celle matricielle a été choisie pour balayer les noeuds du maillage et ce en vue d'économiser en cases mémoire et d'avoir une meilleure rapidité d'exécution. Une illustration schématique de cette remarque est montrée sur la figure (4-2).

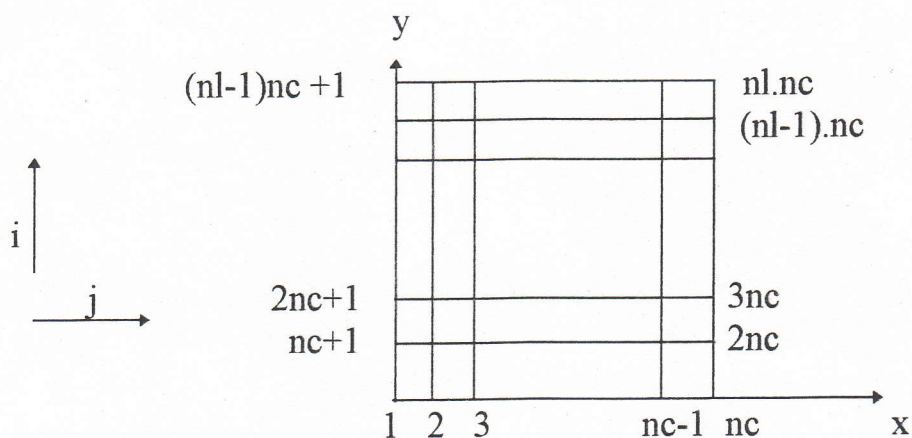


Fig 4-2. : Numérotation des noeuds
du maillage

b/ Avant chaque passage à une nouvelle itération dans le temps, un test de convergence doit être vérifié sur le champ de température calculées.

c/ Le même programme a été utilisée pour différentes températures aux limites à l'aide de simples changements effectuées sur les fichiers de données.

d/ Pour l'affichage des résultats, on a choisit un format correspondant à un data accepté par le *SURFER* (Logiciel utilisé pour le traçage des isocontours).

IV-3.2 Variables principales utilisées.

<u>Variable</u>	<u>Définition</u>
Psi	Fonction de courant.
Tc, Tp	Températures calculée et précédente.
u, v	Composantes horizontale et verticale de la vitesse.
Zeta, Zetac	Vorticités calculée et précédente

IV-3.3 Sous programmes :

- SUBROUTINE COEFT : Calcule les coefficients de la matrice tridiagonale pour les Tp (Traversée horizontale)
- SUBROUTINE COEFTV : Calcule les coefficients de la matrice tridiagonale pour les Tc (Traversée verticale)
- SUBROUTINE TCAL : Calcule les températures aux limites
Résoudre le système tridiagonal suivant l'algorithme de *Thomas* (annexe B)
- SUBROUTINE SORLX : Résoudre l'équation de *Poisson* et détermine les valeurs de la fonction de courant par la méthode de sur-relaxation successive dite (*S.O.R*)
- FUNCTION ZE : Calcule les valeurs du vecteur vorticité.

Chapitre V
Résultat et interprétation

Pour étudier le transfert de chaleur dans une cavité confinée, on a utilisé alternativement deux programmes écrits en langage FORTRAN, le premier programme DATTE [1], du modèle couplé (transferts de chaleur et de masse), et un programme (SIMPLE) développé lors de ce travail pour le cas de transfert de chaleur simple.

Le programme SIMPLE a été déduit du programme DATTE modifié suite aux simplifications apportées sur le modèle mathématique qui néglige le transfert de masse en considérant l'humidité de l'air et la teneur en eau des dattes comme facteurs constants.

Les deux programmes ont été exécutés sur un micro ordinateur de type (UNIKA DX4 avec 8Mo de RAM).

Les résultats obtenus sont des graphiques sous forme de tableaux comparatifs ont été traités par le logiciel SURFER pour sortir sous forme d'isocontours visualisant les champs de température et des fonction des courants.

En vue d'examiner les facteurs majeurs influant sur le phénomène de transfert dans le stock de dattes tels que la durée de stockage, les températures aux parois, il a été procédé à quelques applications numériques.

Ces essais numériques ont permis d'aboutir aux résultats que nous décrivons ci après.

V-1-INFLUENCE DE LA DUREE DU STOCKAGE

L'application numérique considère une boîte carrée (facteur de forme $H/L=1$) avec un nombre de Rayleigh de filtration de l'ordre de ($Ra = 28$) et un maillage régulier ($16*16$), les parois latérales sont à une température de 20°C et 40°C respectivement à gauche et à droite, les dattes étant initialement stockées à une température de 20°C .

Dans les figures (5-1) à (5-6) on présente les isothermes et les lignes de courant après deux semaines jusqu'à trois mois de stockage.

Les premières constatations montrent une cohérence de résultats pour les deux modèles (couplé et simple), concernant le stockage pour une durée comprise entre deux semaines à trois mois, le phénomène de conduction pure l'emporte dans les deux cas. En effet au début de l'entreposage, les isothermes étant pratiquement parallèles aux parois latérales et plus serrées aux voisinages de celles-ci où les températures T_1 et T_2 sont imposées, en outre les lignes de courant paraissent assez régulières et indiquent de très faibles vitesses de filtration de l'air interstitiel. Toutefois le serrage de celles-ci auprès des parois indique un écoulement relativement intense dans ces régions où les gradients de températures sont assez importants.

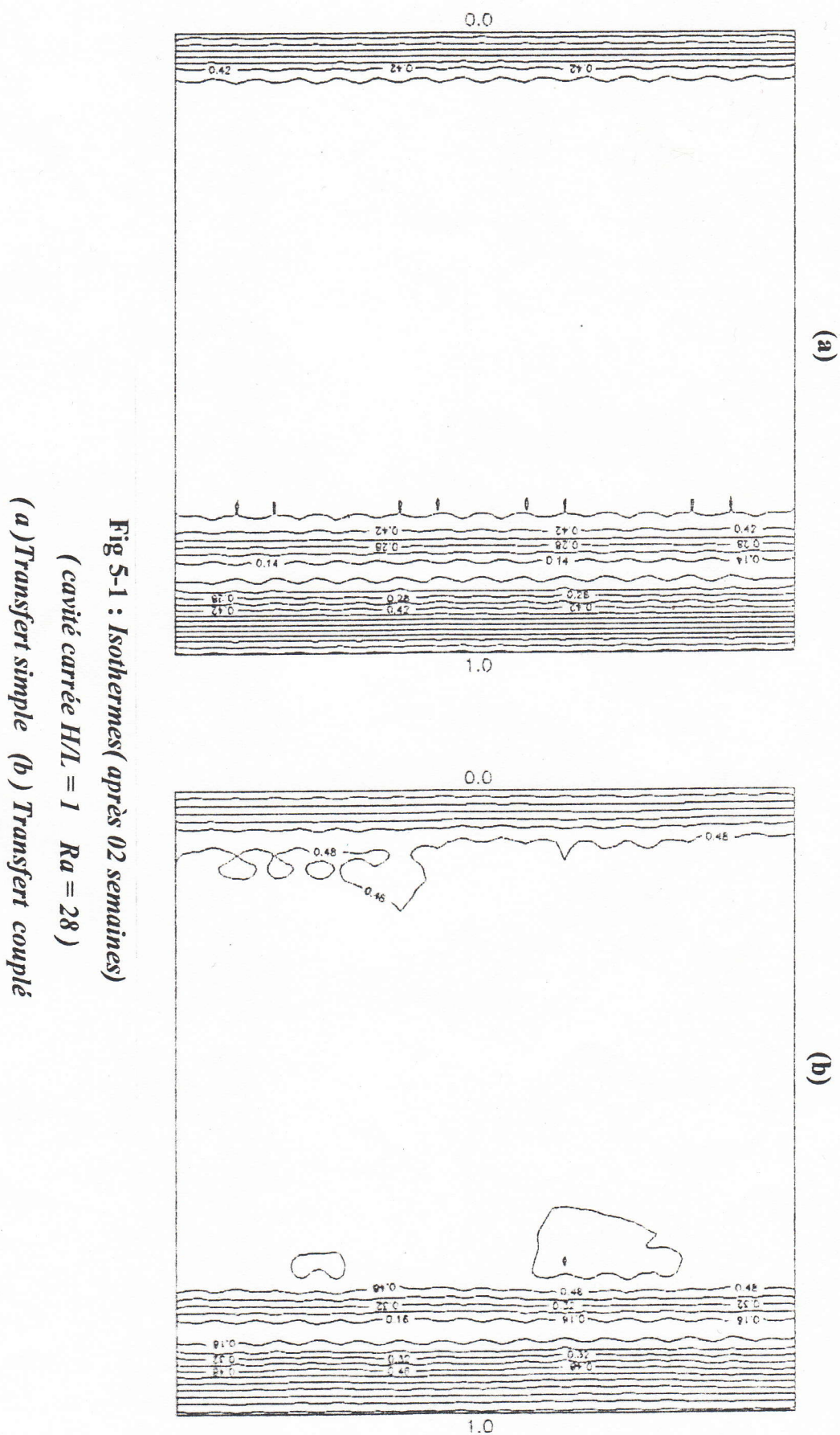


Fig 5-1 : Isothermes (après 02 semaines)

(cavité carrée $H/L = 1$ $Ra = 28$)

(a) Transfert simple (b) Transfert couplé

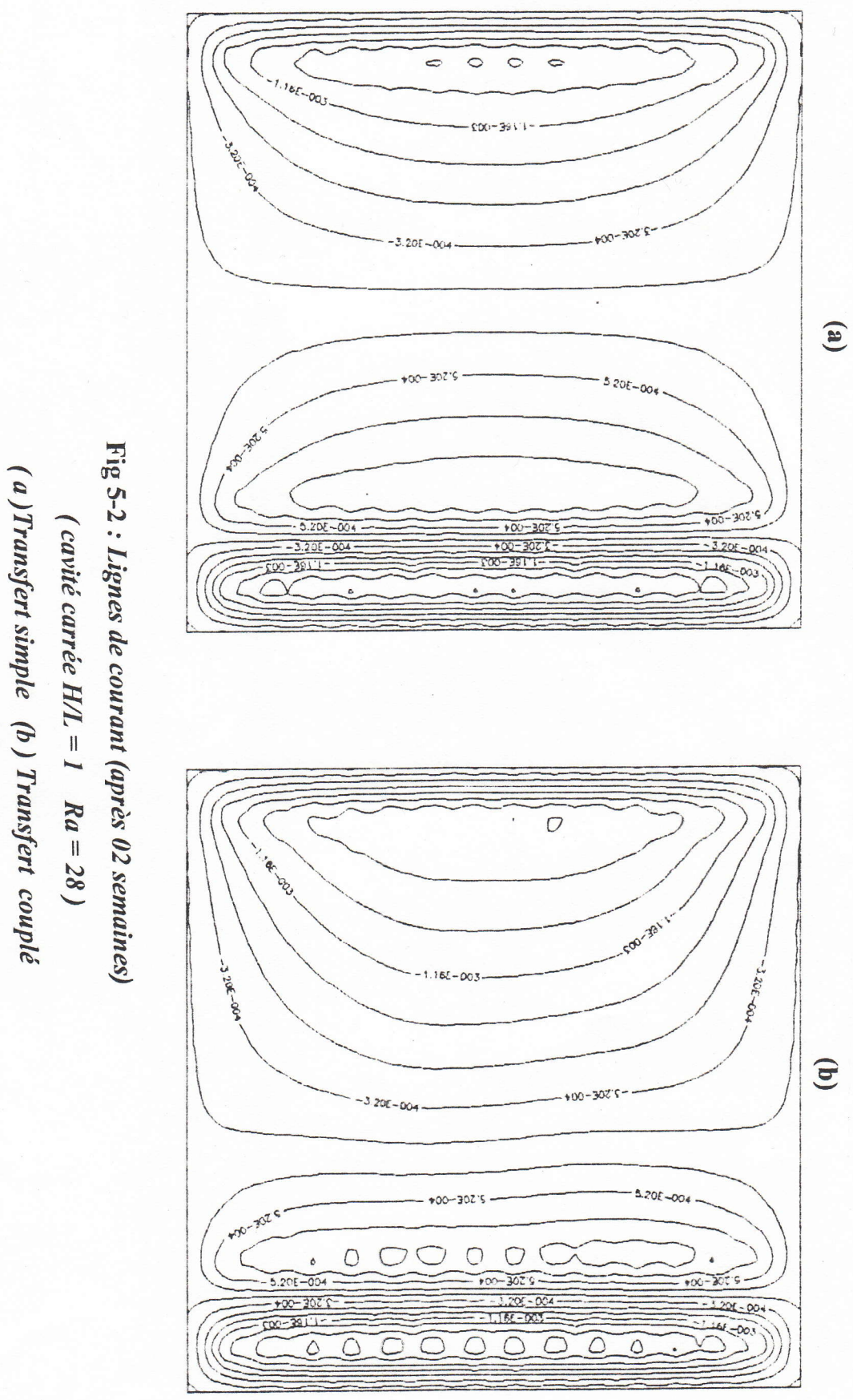


Fig 5-2 : Lignes de courant (après 02 semaines)

(cavité carrée $H/L = 1$ $Ra = 28$)

(a) Transfert simple (b) Transfert couplé

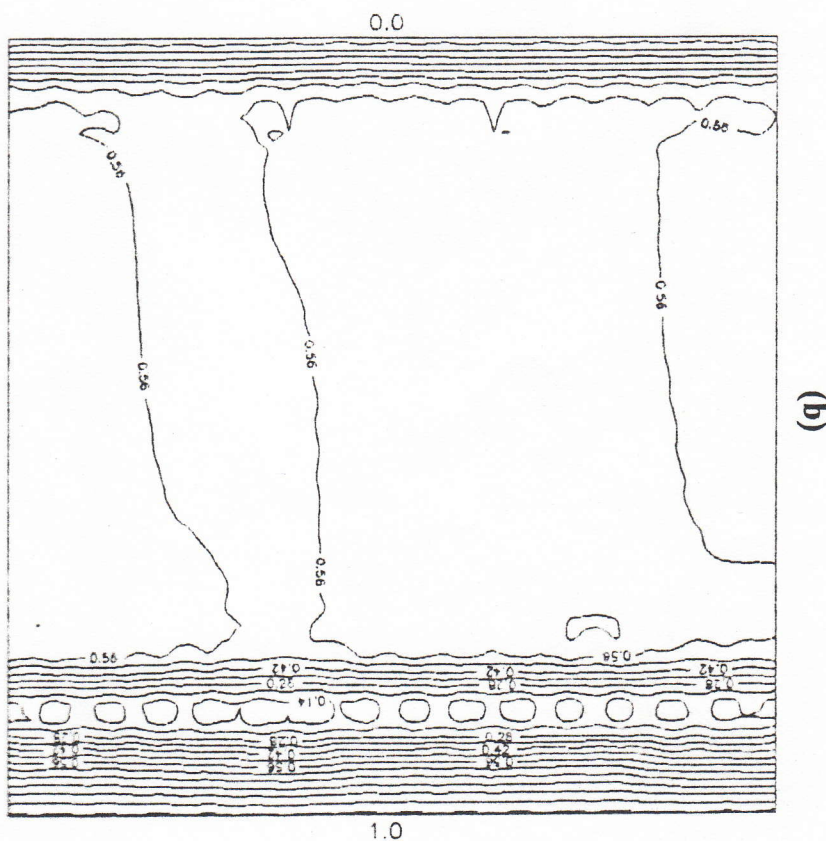
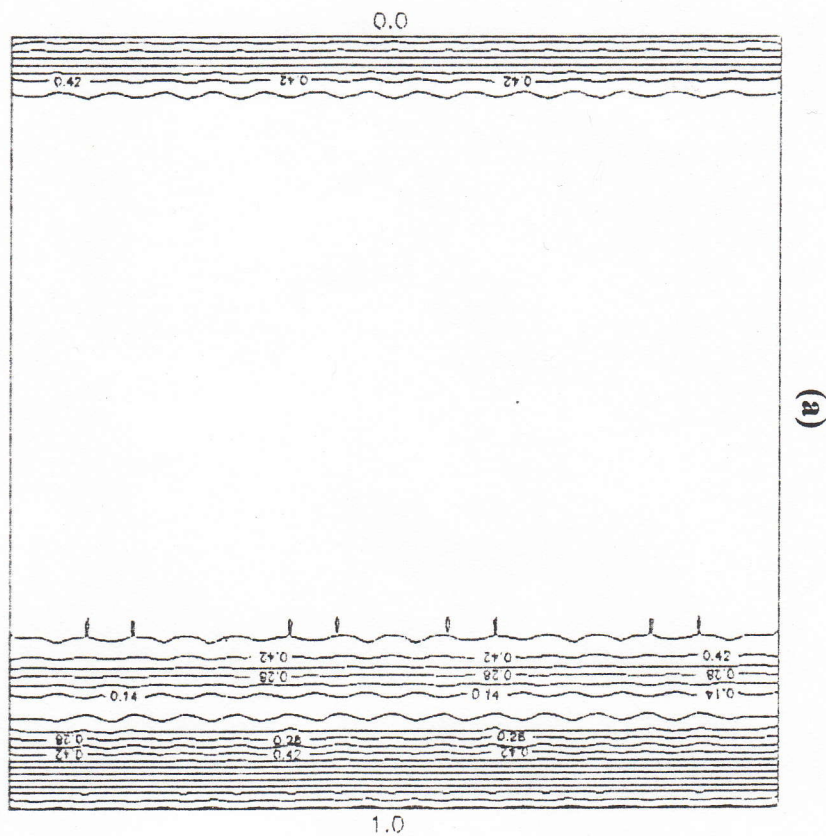


Fig 5-3 : Isothermes (après 01 mois)

(cavité carrée $H/L = 1$ $Ra = 28$)

(a) Transfert simple (b) Transfert couplé

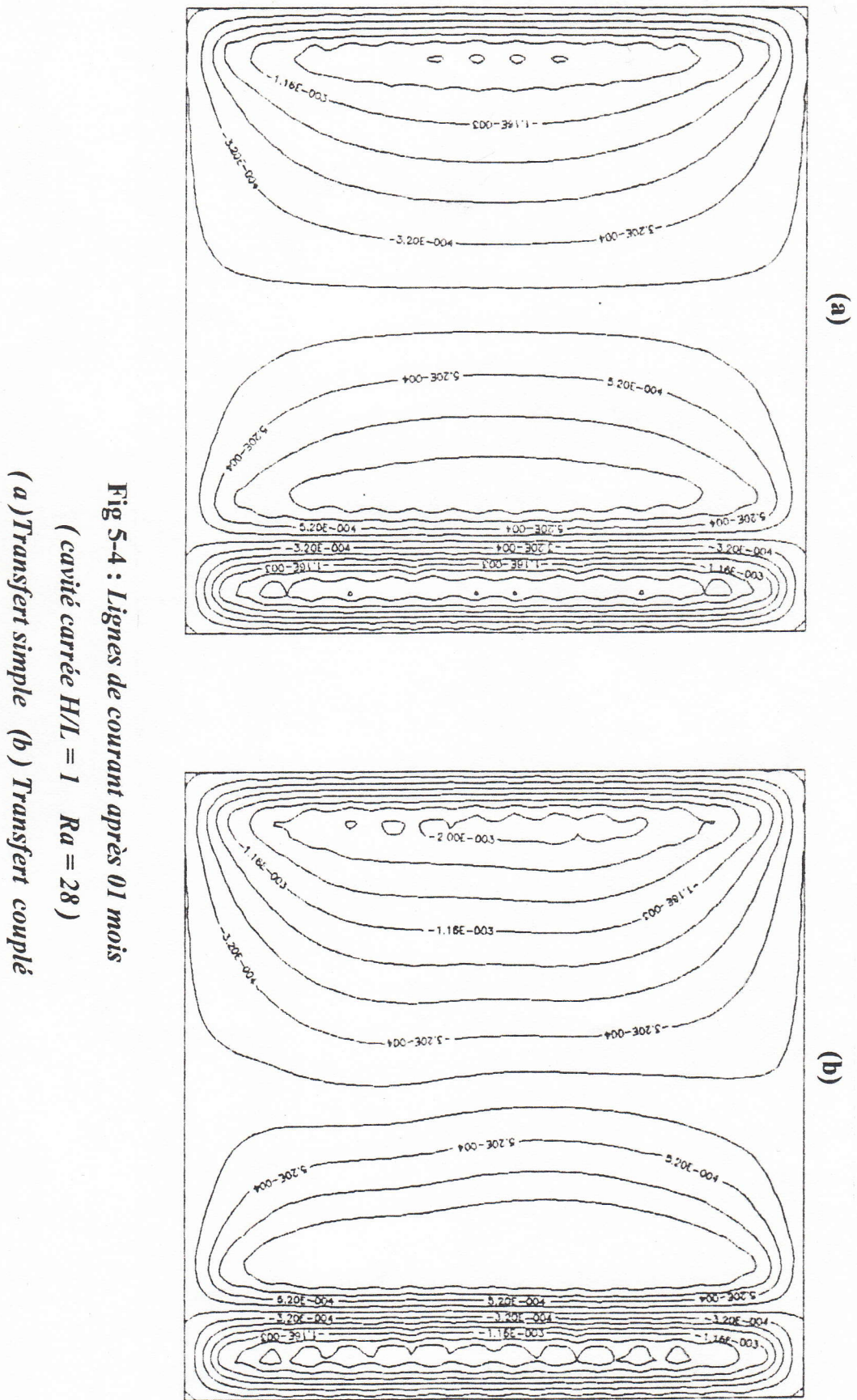
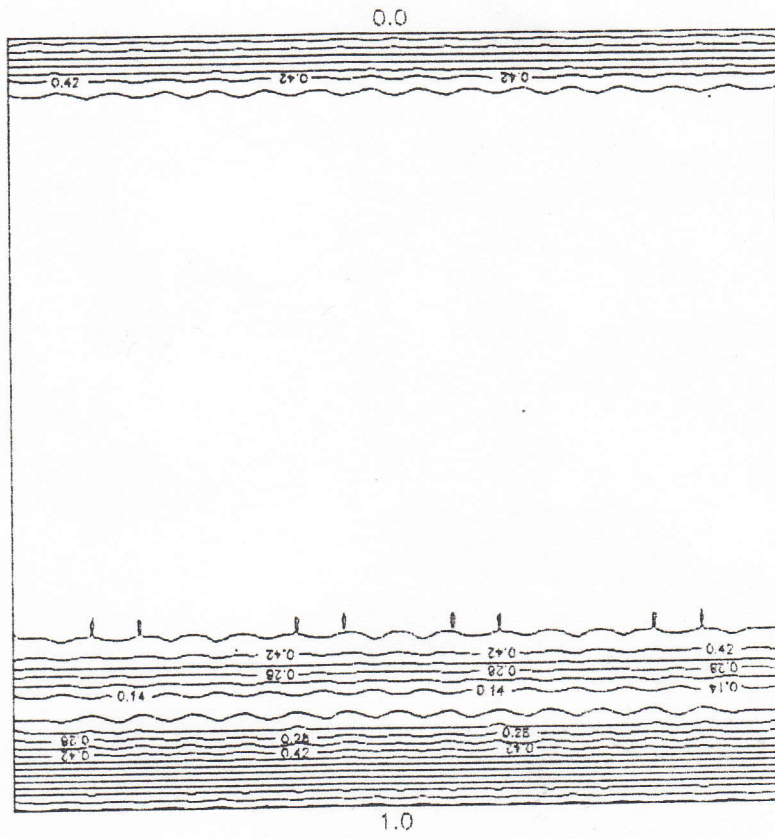
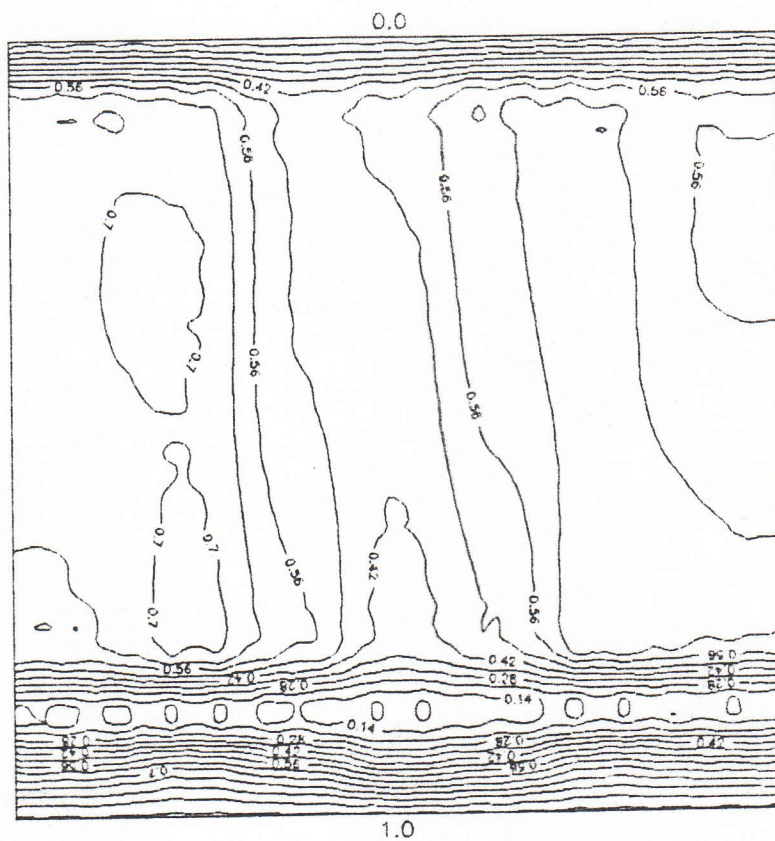


Fig 5-4 : Lignes de courant après 01 mois
 (cavité carrée $H/L = 1$ $Ra = 28$)

(a) Transfert simple (b) Transfert couplé



(a)



(b)

Fig 5-5 : Isothermes (après 03 mois)

(cavité carrée $H/L = 1$ $Ra = 28$)

(a) Transfert simple (b) Transfert couplé

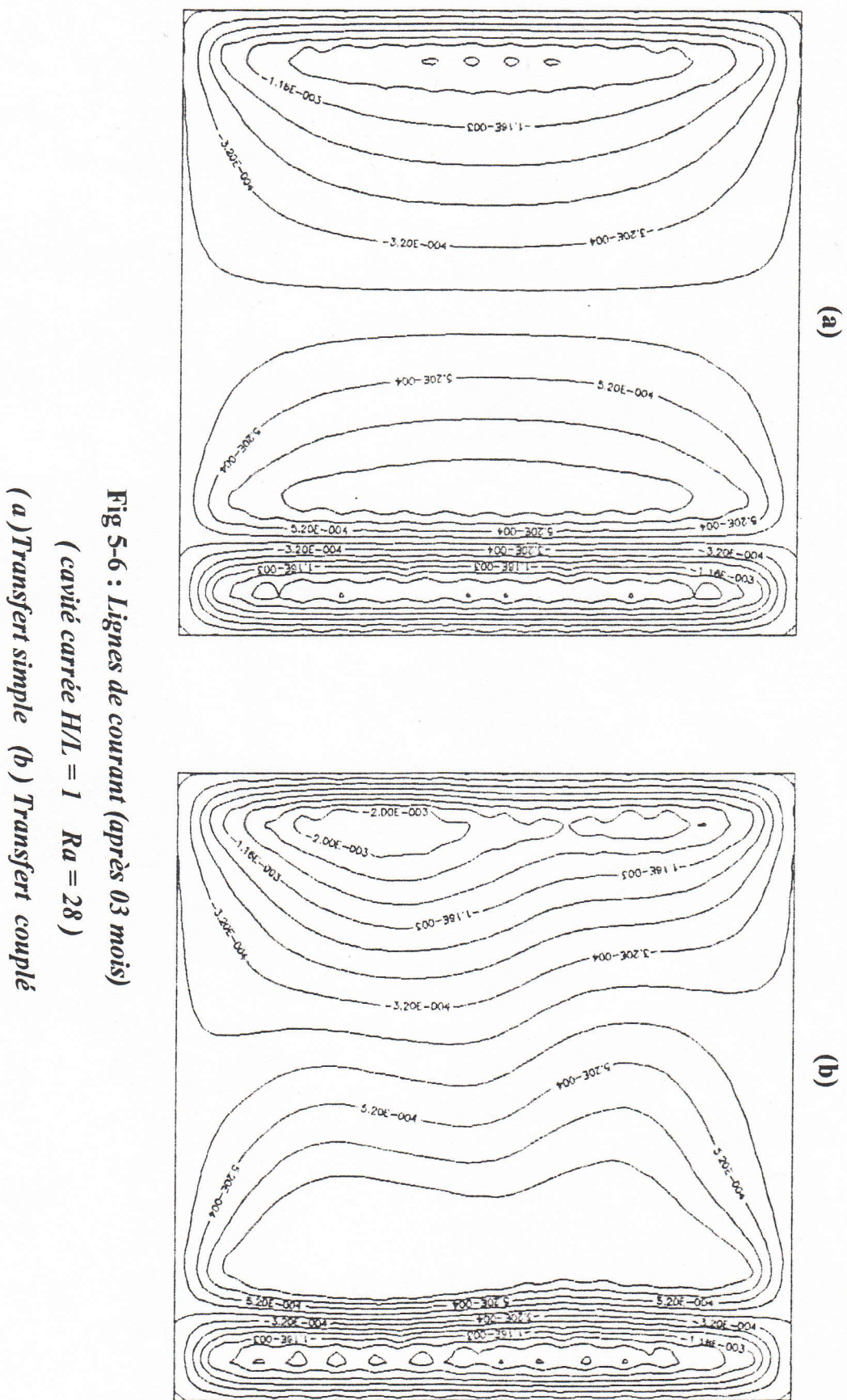


Fig 5-6 : Lignes de courant (après 03 mois)
 (cavité carrée $H/L = 1$ $Ra = 28$)

(a) Transfert simple (b) Transfert couplé

Les mêmes isocntours donnés par les figures (5-7) à (5-10) pour des durées de stockage de six mois et neuf mois, montrent que dans le cas coulé l'écoulement intensif s'accroît et se propage lentement pour occuper la majorité des régions centrales de la cavité, les autres zones de circulation étant alors rétrécies contre les parois latérales.

L'importance des courants convectifs , dans ce cas se traduit par une distorsion des isothermes qui ne sont plus parallèles aux parois . Par contre pour le cas de transfert de chaleur simple on remarque qu'il n'y a pas de changement notable , les isothermes restant presque de même que pour la période de stockage de deux semaines à trois mois. La seule différence toute relative d'ailleurs consiste en un écoulement de l'air plus intense lorsque la durée de l'entreposage augmente.

On peut conclure que pour le cas de courte durée de stockage (jusqu' a trois mois) on peut s'enpasser du transfert de masse , le modèle de transfert simple étant d'une validité acceptable.

Ce même modèle s'éloigne de la réalité des mécanismes de transfert lorsqu'il s'agit d'une durée de stockage assez longue.

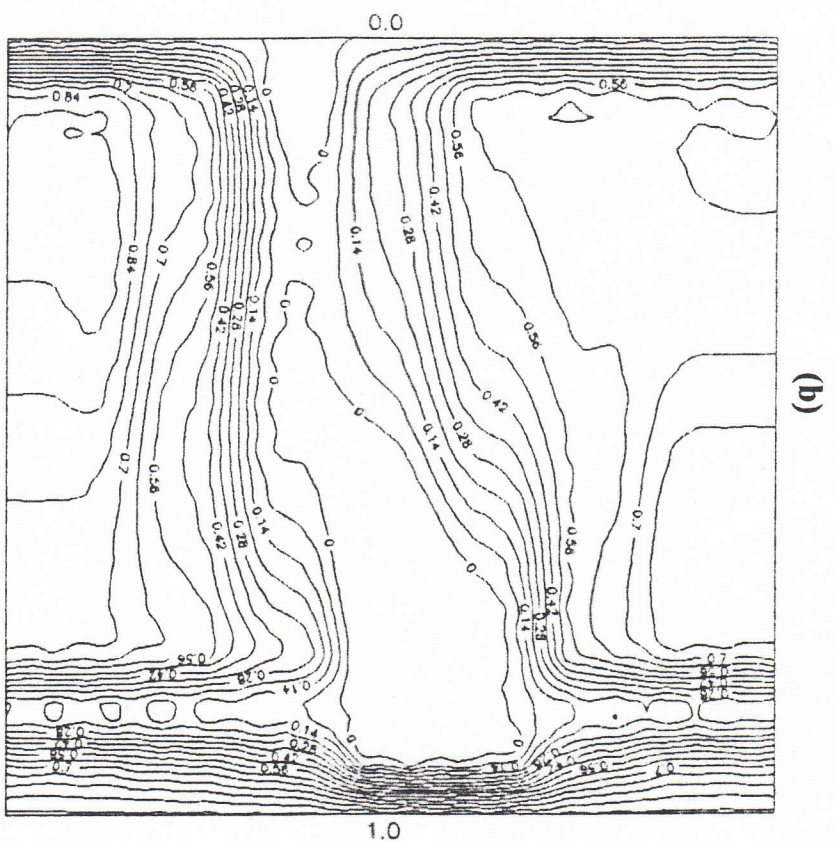
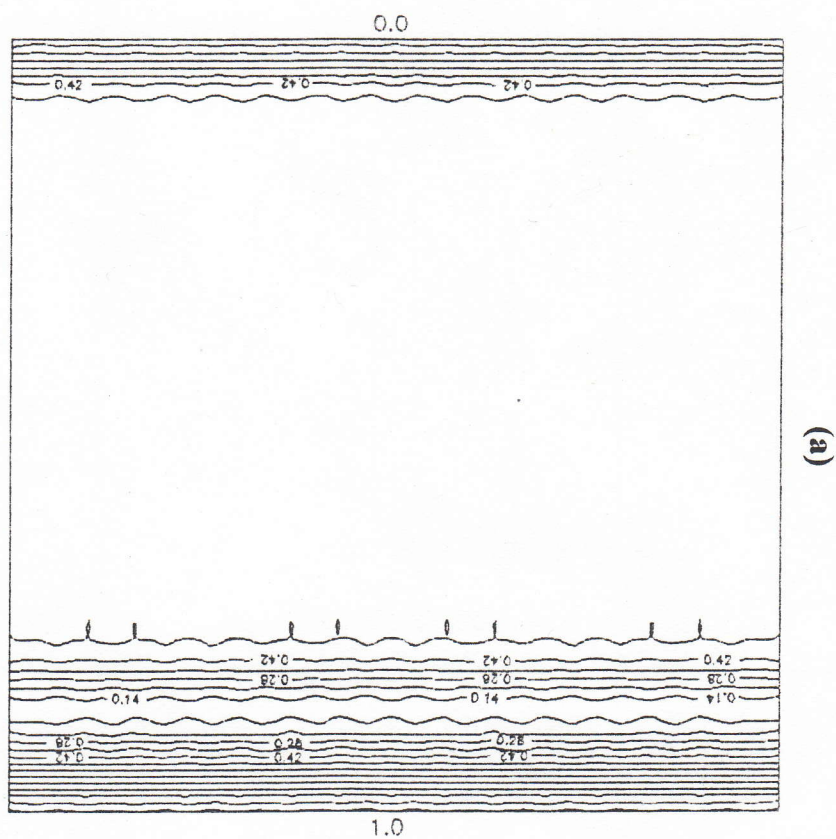


Fig 5-7 : Isothermes (après 06 mois)
(cavité carrée $H/L = 1$ $Ra = 28$)
(a) Transfert simple (b) Transfert couplé

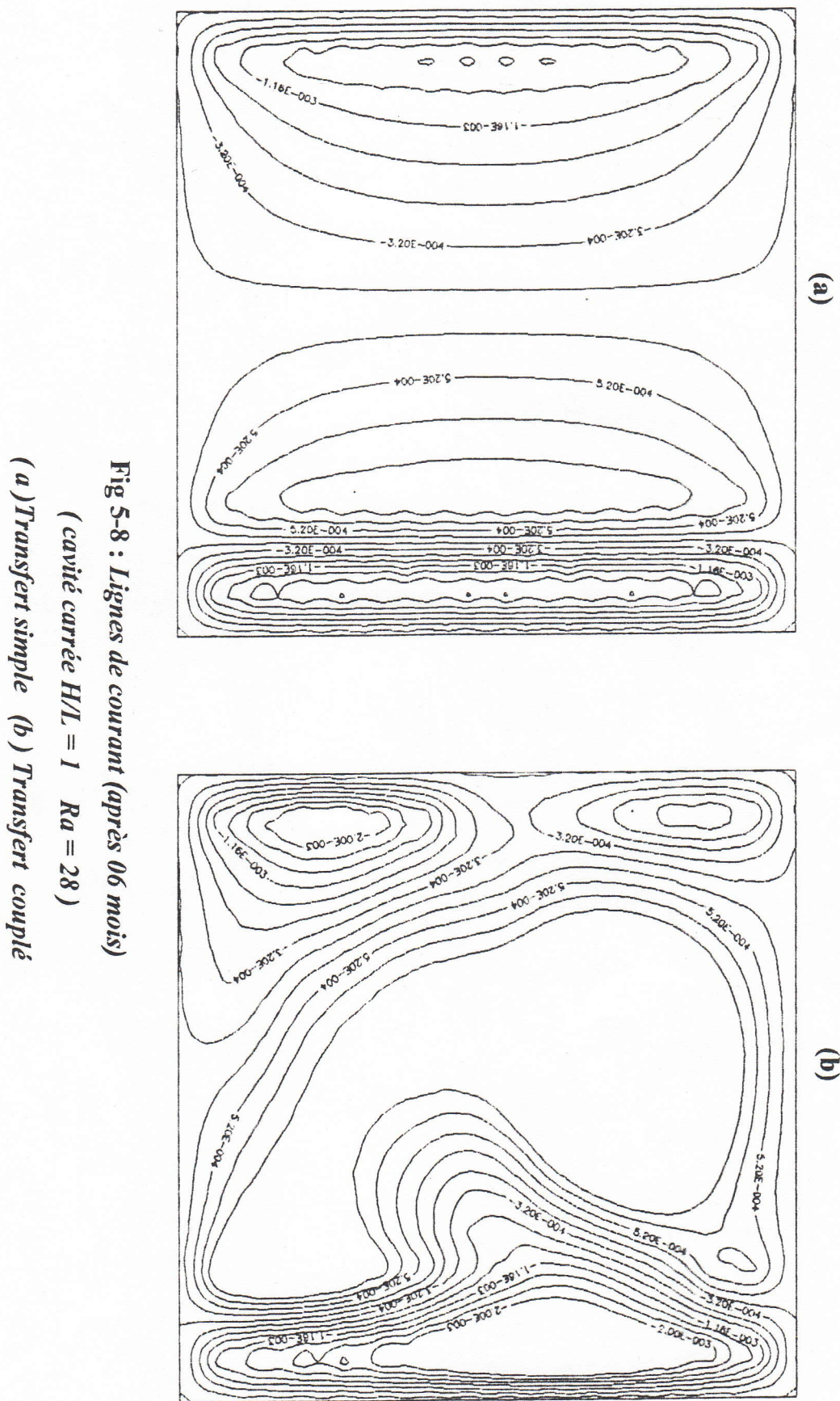
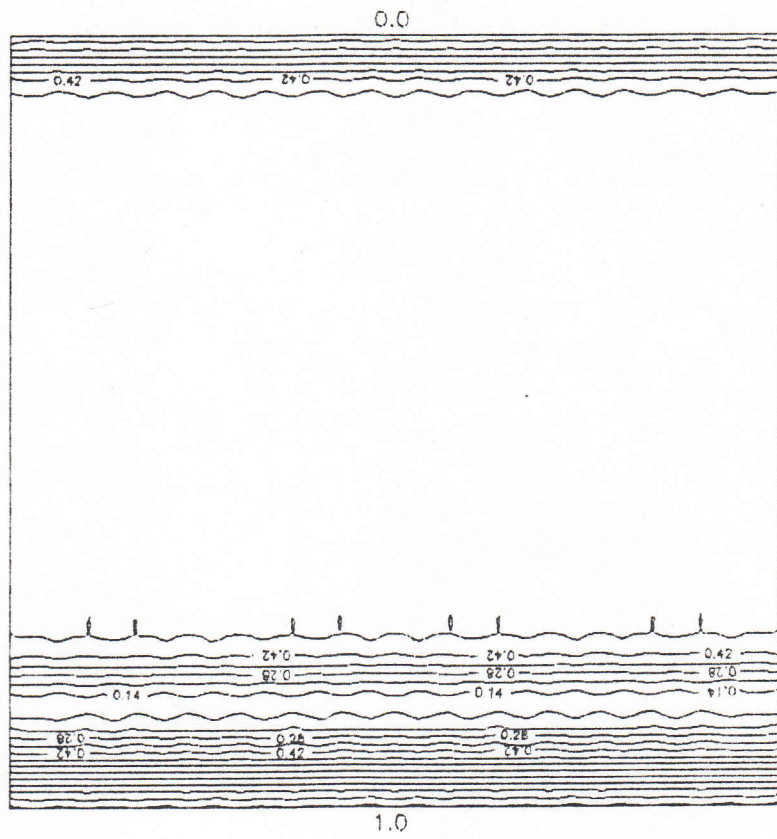
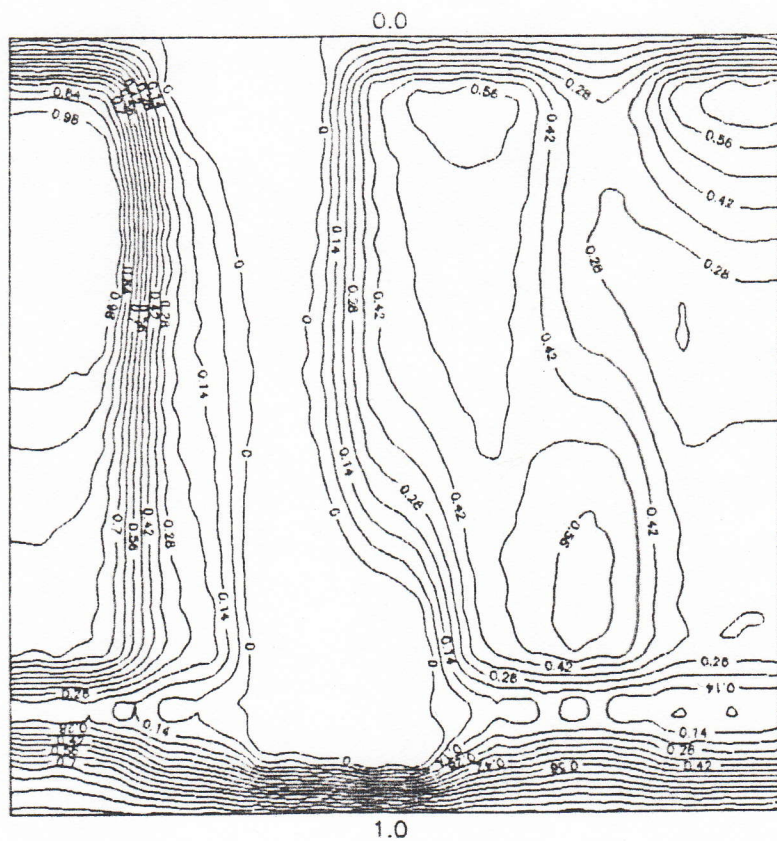


Fig 5-8 : Lignes de courant (après 06 mois)
(cavité carrée $H/L = 1$ $Ra = 28$)

(a) Transfert simple (b) Transfert couplé



(a)



(b)

Fig 5-9 : Isothermes (après 09 mois)
(cavité carrée $HL = 1$ $Ra = 28$)
(a) Transfert simple (b) Transfert couplé

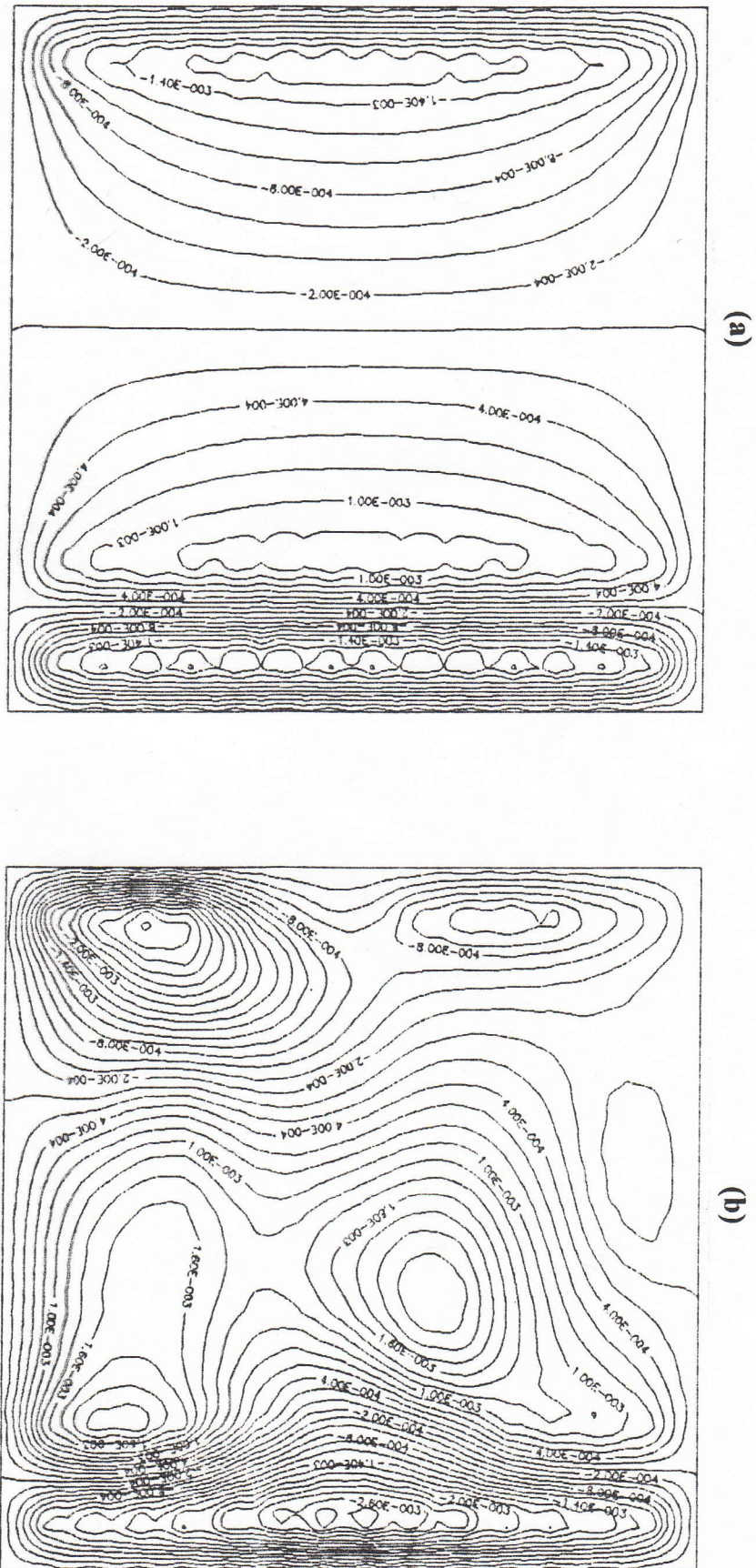


Fig 5-10 : Lignes de courant (après 09 mois)
 (cavité carrée $H/L = 1$ $Ra = 28$)
 (a) Transfert simple (b) Transfert couplé

V-2-INFLUENCE DE LA TEMPERATURE AUX PAROIS:

Pour étudier l'effet de température imposée aux parois latérales, on s'est servi de la même géométrie carrée ($H/L=1$), mais pour une durée de stockage de six mois. La température de la paroi gauche étant maintenue à 20°C , on a expérimenté numériquement, trois cas, en faisant varier la température sur la paroi droite entre les valeurs $T_2=30^{\circ}\text{C}$, 40°C et 50°C

1/- $T_2= 30^{\circ}\text{C}$ où ($Ra= 14$) et où les figures (15-11) et (15-12) représentent respectivement les isothermes et les lignes de courants.

Il a été constaté que pour les deux modèles « couplé et simple » le gradient de température pariétal induit un faible courant de recirculation, le fluide étant chauffé très lentement essentiellement par la conduction.

2/- $T_2= 40^{\circ}\text{C}$, ($Ra=28$)

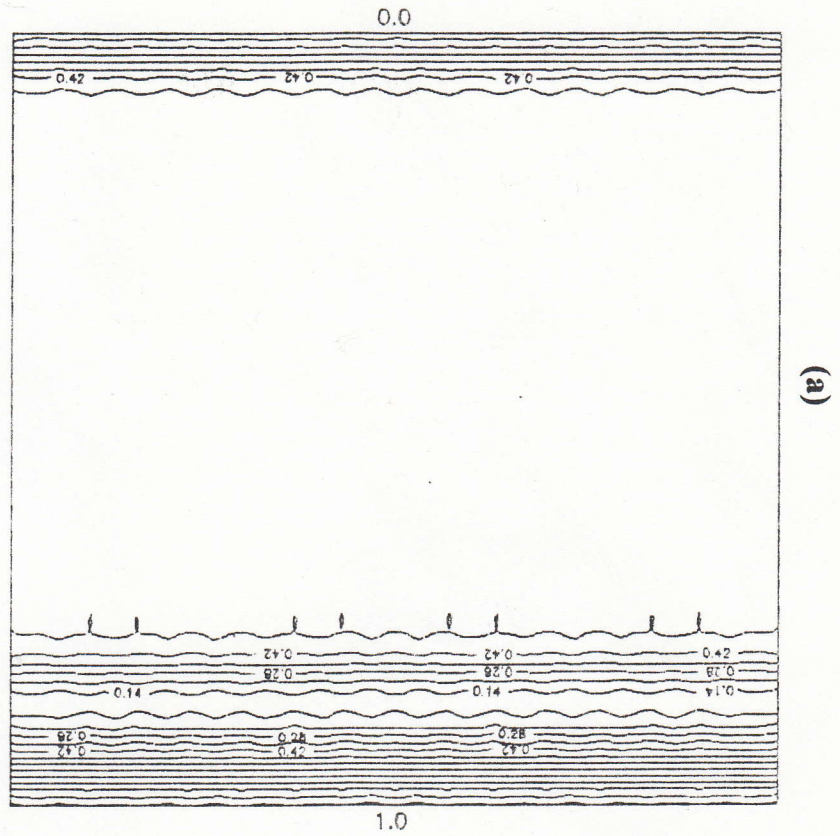
Dans ce cas, déjà examiné (cf fig.(5-7) et (5-8)), on remarque facilement l'importance du phénomène convectif traduit par la propagation et l'intensification du courant de recirculation de l'air essentiellement dans le cas couplé. Par contre, dans le cas simple on observe un écoulement de l'air plus intensif dans les lignes de courants, d'où l'importance de l'influence du gradient de température.

3/- $T_2=50^{\circ}\text{C}$, ($Ra=42$), figures (5-13) et (5-14).

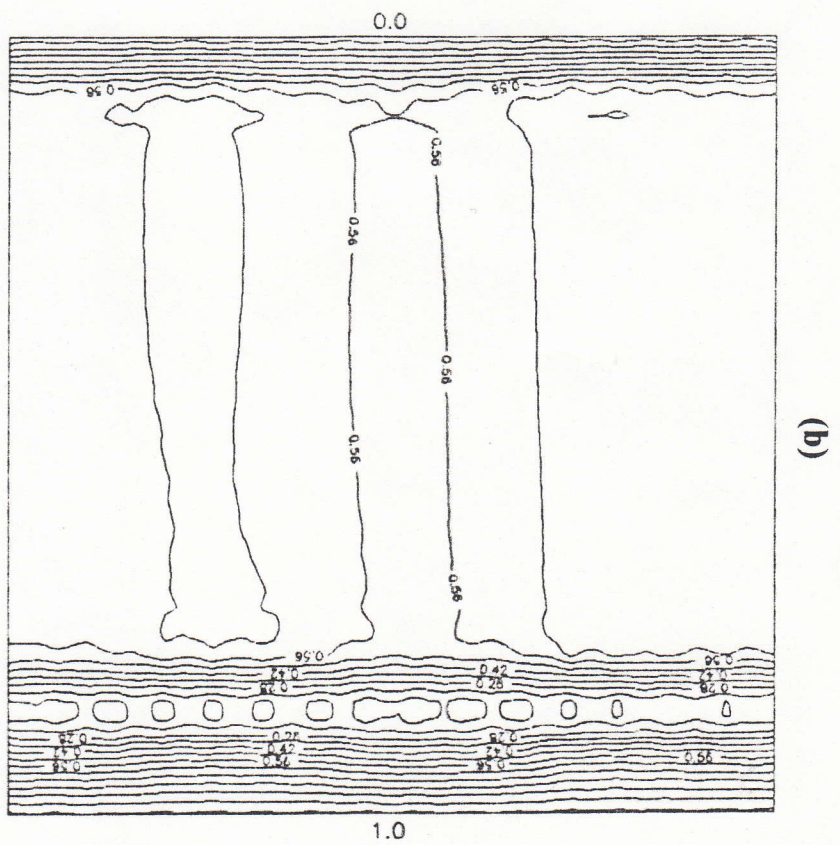
On constate le même effet que celui rencontré dans le cas précédent, avec davantage de clarté; ce qui confirme encore l'influence du gradient de température.

Il en résulte des tests ci-dessus présentés, que les modèles de transferts simple et couplé se distinguent lorsque le gradient de température latéral devient assez important.

Dans les conditions de notre étude on peut accepter le gradient de 10°C à 15°C comme limite supérieure de validité du modèle de transfert de chaleur simple.



(a)



(b)

Fig 5-11 : Isothermes (après 06 mois)
 (cavité carrée $H/L = 1$ $Ra = 14$)
 Paroi latérale droite à $30^{\circ}C$
 (a) Transfert simple (b) Transfert couplé

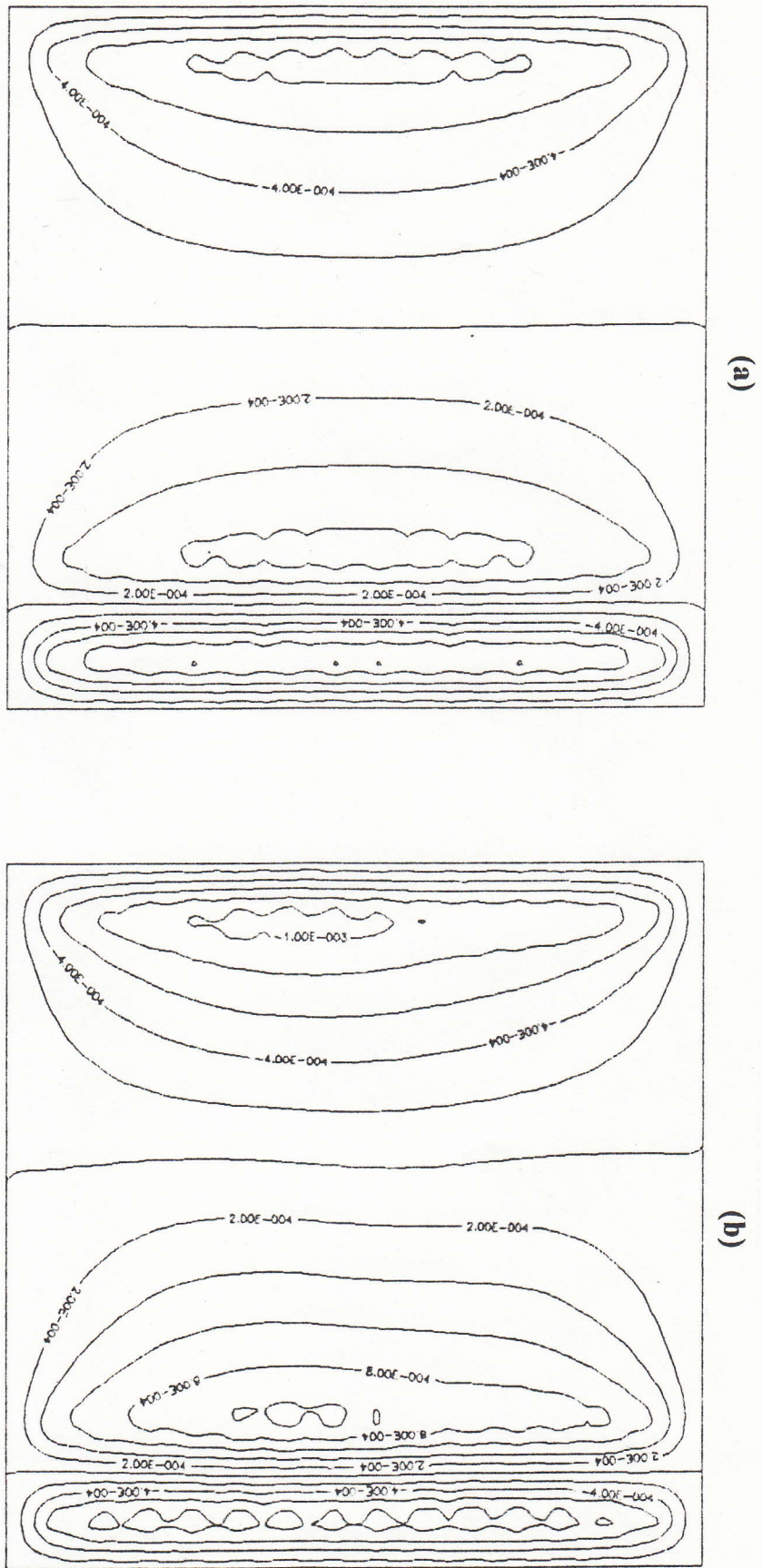


Fig 5-12 : Lignes de courant (après 06 mois)

(cavité carrée $H/L = 1$ $Ra = 14$)

Pareil latérale droite à 30°C

(a) Transfert simple (b) Transfert couplé

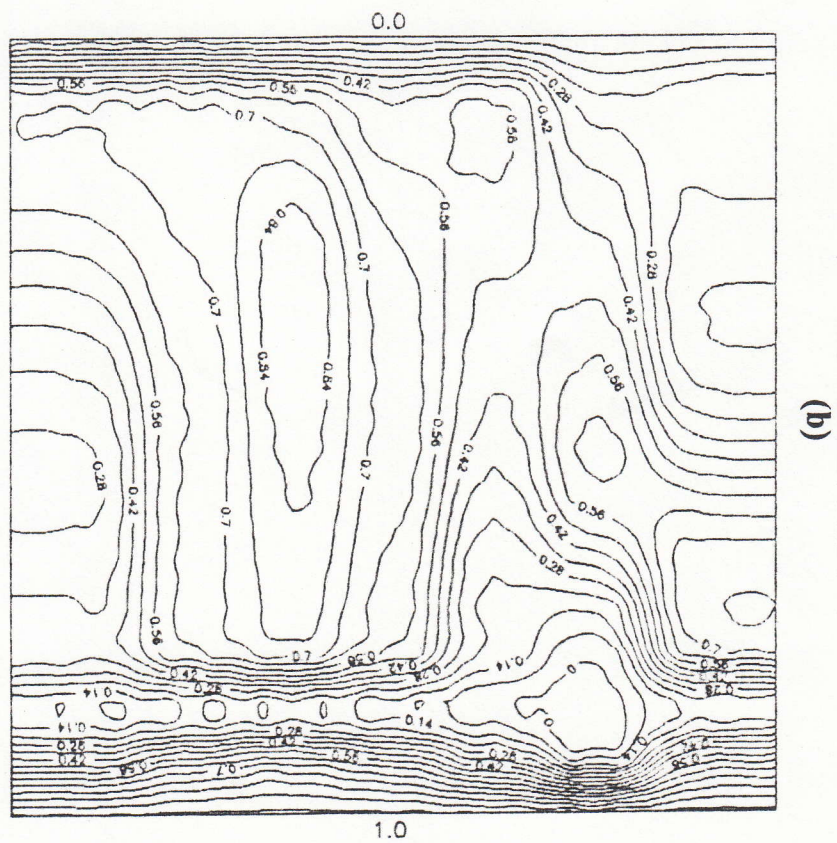
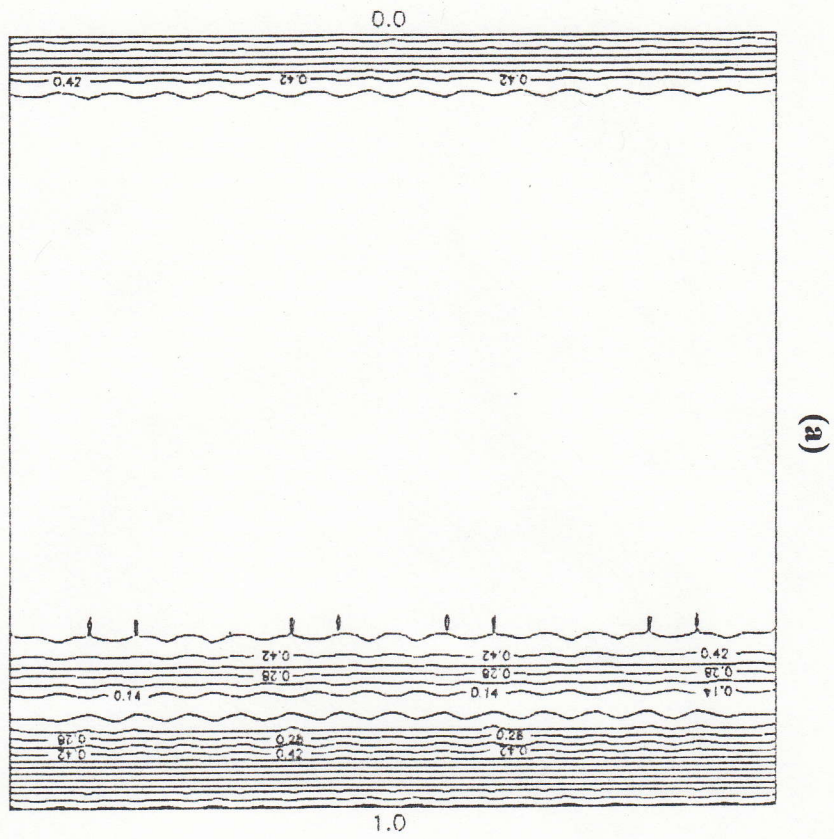


Fig 5-13 : Isothermes (après 06 mois)
 (cavité carrée $H/L = 1$ $Ra = 42$)
 Paroi latérale droite à 50°C
 (a) Transfert simple (b) Transfert couplé

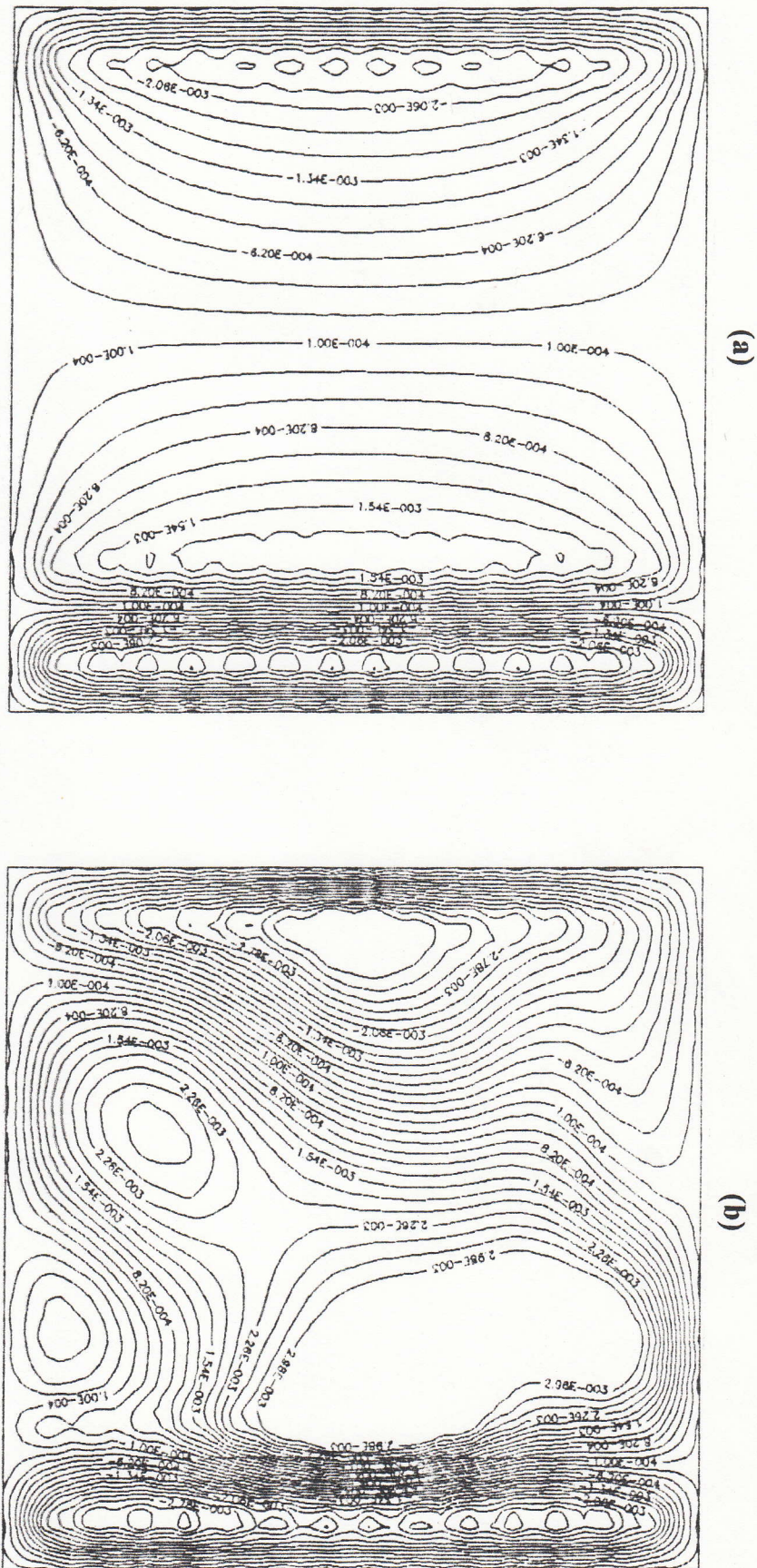


Fig 5-14 : Lignes de courant (après 06 mois)

(cavité carrée $H/L = 1$ $Ra = 42$)

Paroi latérale droite à 50°C

(a) Transfert simple (b) Transfert couplé

Conclusion générale

Conclusion Générale

Le problème de transfert en milieu poreux étant extrêmement complexe, toutes les études théoriques et numériques adoptent des modèles simplifiés permettant la concrétisation de certains résultats.

Le présent mémoire propose une étude numérique du transfert de chaleur dans un milieu poreux . Le travail que nous avons réalisé représente une contribution à l'étude du phénomène de convection naturelle en milieu poreux et son importance, notamment dans le stockage ou le transport des produits granulaires ou des fruits et légumes secs .

On a procédé à la simulation numérique suivant un modèle mathématique instationnaire à humidité constante à champ variable de température, (transfert de chaleur simple).

Les résultats des essais numériques discutés et comparés à ceux du transfert couplés indiquent que le modèle de transfert de chaleur simple se montre d'une validité acceptable pour des durées de stockage et des gradients de température assez limités, ce qui montre l'importance du transfert de masse pour la description des mécanismes régissant de telles situations .

Malgré les difficultés rencontrées dans cette étude sur le plan numérique et mathématique ainsi le manque d'information sur certains paramètres (perméabilité, conductivité, porosité.....etc.), en peut affirmer que les résultats de notre travail vont en bonne cohérence avec les prédictions théoriques et les travaux expérimentaux et numérique publiés dans le domaine.

En outre cette étude nous a permis d'aborder , d'un pas , un domaine tellement stratégique dans la vision de l'économie nationale ; il s'agit du domaine de séchage appliqué aux industries alimentaires .

Annexes

ANNEXE A

	Transfert simple	Transfer couplé
Equation de conservation d'énergie	$(\rho c)^* \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_a (c_a + Y c_w) \text{div} T \vec{V}$ $= \lambda^* \nabla^2 T$	$(\rho c)^* \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_a (c_a + Y c_w) \text{div} \vec{V}$ $= \frac{\lambda^*}{\varepsilon \rho_a} \nabla^2 T + \gamma L_v \frac{\partial X}{\partial t}$
Equation de conservation de masse	$\text{div} \vec{V} = 0$	$\varepsilon \frac{\partial Y}{\partial t} + \varepsilon \gamma \frac{\partial X}{\partial t} + u \frac{\partial Y}{\partial x} + v \frac{\partial Y}{\partial y}$ $= 0$

où $\gamma = \frac{(1 - \varepsilon)}{\varepsilon \rho_a} \rho_p$ (facteur adimensionnel)

avec X et Y représentent les humidités respectives du produit et de l'air.

et L_v est la chaleur latente de vaporisation de l'eau, et dans les deux cas (simple et couplé) les deux équations de mouvement et de l'état de fluide sont les mêmes.

Equation de mouvement :

$$\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = - \text{grad} P + \rho \vec{g} - \frac{\mu}{K} \vec{V}$$

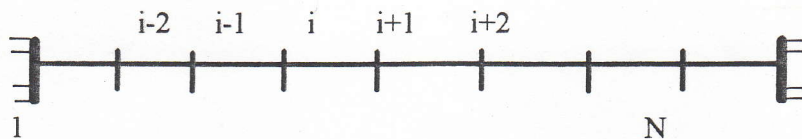
Equation d'état de fluide :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)]$$

ALGORITHME DE THOMAS [1] .

C'est l'algorithme dit T.D.M.A (Tridiagonale matrice algorithme), convenable pour les systèmes d'équations écrits sous forme de matrice tridiagonale.

Considérant le maillage de la figure (B), avec les noeuds de 1, 2 à n;



*Figure B : Maillage pour un cas
unidimensionnel*

Les points limités étant 1 et N, et soit à résoudre les équations:

$$a_i T_i = b_i T_{i+1} + c_i T_{i-1} + d_i \quad \text{pour } i=1, \dots, n \text{ (B-1)}$$

où T est la grandeur physique à déterminer (ex: température) les points limites importants que c_1 et b_n s'oient nuls et aussi T_0 et T_{n+1} n'auront pas de sens .

On sera amené à commencer la procédure de réduction de manière à obtenir T_{N-1} à partir de T_N , T_{N-2} à partir de T_{N-1} ,, T_2 de T_3 et R_1 de T_2 .

Supposons avoir durant le processus l'équation :

$$T_i = P_i T_{i+1} + Q_i \quad \text{(B-2)}$$

parés juste d'avoir eu

$$T_{i-1} = P_{i-1} T_i + Q_{i-1} \quad \text{(B-3)}$$

La substitution de (B-3) dans (B-1) donne :

$$a_i T_i = b_i T_{i+1} + C_i (P_{i-1} T_i + Q_{i-1}) + d_i \quad \text{(B-4)}$$

En l'arrangeant comme (B-2) et par identification on obtient les équations de récurrence à utilises, suivante :

$$P_i = \frac{b_i}{a_i - C_i P_{i-1}} \quad \text{(B-5)}$$

$$Q_i = \frac{d_i + C_i Q_{i-1}}{a_i - C_i P_{i-1}}$$

En posant $C_1=0$ dans (B-1) on obtient :

$$P_1 = \frac{b_1}{a_1} \quad \text{et} \quad Q_1 = \frac{d_1}{a_1} \quad (\text{B-6})$$

Pour l'autre limite $b_n=0$ entraîne $P_N = 0$, et d'après (B-2) on aboutit sur

$$T_N = Q_N \quad (\text{B-7})$$

Récapitulation de l'algorithme de résolution :

- 1- calculer P_1 et Q_1 à partir de (B-6)
- 2- Utiliser les équation de récurrence (B-5) pour obtenir P_i et A_i pour $i=2,3,\dots,n$
- 3- Poser $T_N = Q_N$
- 4- Utiliser l'équation (B-2) pour $i=N+1, N+2, \dots, 2, 1$ pour obtenir $T_{N-1}, T_{N-2}, \dots, T_2, T_1$

Bibliographie

Bibliographie

- [1] A. BOUBEKRI.
« Simulation numérique des transferts de chaleur et de masse dans un stock de dattes en cavité confinée »
(Thèse de magister de l'université de Batna).1966 .
- [2] S.BORIES.
« Convection en milieu poreux »
école d'été sur la convection naturelle en milieu confiné.
Groupement universitaire de thermique LUMINY 1 - 10 juillet 1982 .
Institut de mécanique des fluides de Toulouse
- [3] H. BENMOUSSA.
« Etude des transferts de chaleur et de masse dans un silo à grains soumis à un flux de chaleur pariétal instationnaire »
(Thèse de docteur de l'université de poitiers) . Dec. 1989.
- [4] J. P CALTADIRONE .
« Convection naturelle en milieu poreux dans les espaces confinés » .
« Modélisation numérique et stabilité des écoulement en milieu poreux » .
Ecole d'été sur les transferts en milieux poreux .
Institut de mécanique des fluides de Toulouse
- [5] S.L. OPISO
« Applied numerical Analysis »
Fifth edition 1978 by addision - wesley Publishing company
- [6] M. BELGUEDJ
« Caractéristiques des cultivars de dattiers du Sud-Est du Sahara Algérien » volume I (1996).
Institut Technique de développement de l'agronomie saharienne (ITDAS)

