



Université Kasdi Merbah Ouargla

N° d'ordre :
N° de série :

**FACULTE DES SCIENCES
ET SCIENCES DE L'INGENIEUR**

DEPARTEMENT DE GENIE DES PROCÉDES

Mémoire

Présenté pour l'obtention du diplôme de

MAGISTER

Spécialité : Génie des Procédés

Option : Génie Chimique

Présenté par :

Chennouf Nasreddine

Thème

**Simulation numérique des écoulements dans
une cavité ouverte et application à la cheminée
solaire**

Soutenu publiquement le : 19 / 06 / 2006

Devant le jury composé de :

Mr. LADJEL Segni	Maître de Conférence	Université de Ouargla	Président
Mr. BENMOUSSA Hocine	Maître de Conférence	Université de Batna	Examinateur
Mr. SAOULI Salah	Maître de Conférence	Université de Ouargla	Examinateur
Mr. SETTOU Nouredine	Maître de Conférence	Université de Ouargla	Rapporteur

DEDICACES

*Je dédie ce modeste travail à mes chers parents,
ma femme, mes frères et mes sœurs, mes amis et
mes collègues d'étude.*

Nasreddine CHENNOUF

REMERCIEMENTS

L'élaboration de ce mémoire n'aurait pu, sans doute, aboutir, sans l'aide et l'encouragement de nombreuses personnes. Qu'elles veuillent bien trouver ici l'expression de ma vive gratitude et de mes sincères remerciements.

Je tiens à exprimer, plus particulièrement, ma profonde reconnaissance et mon grand estime à mon encadreur, le Dr **SETTOU Nouredine**, pour son précieux concours, sa longue patience et le grand intérêt qu'il a porté à mon travail. Avec abnégation, et continuité, il a suivi pas à pas la structuration de ce mémoire. Ses critiques, suggestions et encouragements m'ont été d'un grand apport. Qu'il en soit ici très vivement remercié.

Un merci spécial va également à mon père Mr : Chennouf Mohamed pour son support moral et ses judicieux conseils.

Je remercie vivement Monsieur le Dr LADJEL. S qui ma fait l'honneur de présider le jury.

Mes vives remerciements vont à Monsieur le Dr BENMOUSSA. H pour ses précieux conseils et sa participation au jury. Je remercie également Mr le Dr SAOULI. S pour sa participation au jury.

Mes remerciements vont également, à tous les collègues de la Faculté, et en particulier à MM : Nigro.B, Thokha.M, Menouche.D, Chennouf.f qui n'ont jamais cessé de m'encourager, et à tous mes collègues de travail (D.R.C) et particulièrement le Directeur Régionale Mr : Hacini Djamel.,

TABLES DES MATIERES

DEDICACES.....	i
REMERCIEMENTS.....	iii
TABLES DES MATIERES.....	iv
LISTE DES FIGURES	vii
LISTE DES TABLEAUX.....	x
NOMENCLATURE.....	xi
Introduction générale.....	01
CHPITRE I : Modélisation mathématique	
1-Introduction.....	04
2-Principe d'hydrodynamique.....	04
2-1-Principe de conservation de la masse.....	04
2-2-Principe de conservation des quantités de mouvement.....	05
2-3-Principe de conservation de l'énergie.....	07
2-4-Equation d'état du fluide.....	07
3-Hypothèses de calcul	08
3-1- Equation simplifiées en coordonnées cartésiennes.....	08
3-2-Système de coordonnées curvilignes.....	10
3-3-Transformation en coordonnées cylindriques	11
4- Les équations adimensionnées	13
4-1-Transformations des équations	13
5- Conditions aux limites.....	19
CHAPITRE II : Méthode des volumes finis	
1- Introduction.....	21
2- Méthode des volumes finis	22
2-1- Principe de la méthode.....	22
2-2-Calculs des surfaces.....	24
2-3- Application à l'intégration d'une équation de convection-diffusion.....	25
2-4-Discretisation spatiale.....	25
2-4-1-Le terme de temporelle.....	25
2-4-2- Le terme de diffusion.....	25
2-4-3- Le terme de convection.....	27
2-4-3-1- Schémas de discrétisation des termes convectifs.....	28
1) Schémas aux différences centrées CDS.....	28
2) Schémas Upwind UDS1.....	29
3) Schémas hybride.....	31
4) Schémas de loi de puissance.....	31
2-4-3-2- Conclusion sur les schémas de discrétisation du terme de convection....	32
2-4-3-Le terme source.....	32
2-5- Résolution par méthode de balayage.....	32
2-6- Algorithme SIMPLE.....	34
2-6-1-Introduction.....	34
2-6-2- Calcul des champs de vitesses.....	34
2-6-3- Equation de correction de la vitesse.....	37
2-6-4 Equation de correction de la pression.....	38
2-7- Algorithme SIMPLE-R.....	39
2-7-1-Principe de l'algorithme.....	39
2-7-2- Equation de la pression.....	39

2-8- Stabilité et convergence.....	40
2-8-1-Nature de la procédure d'itération et technique de sous relaxation.....	40
2-8-2-Critères de convergence.....	41

CHAPITRE III : Simulation numérique

1-Introduction	44
2-Géométrie du problème.....	45
3-Initiation au logiciel Gambit.....	46
3-1 Construction d'un maillage.....	46
3-2 Réalisation du maillage	46
3-2-1-Maillage des lignes.....	46
3-2-2-Maillage des surfaces.....	47
3-3-Définition des conditions aux limites.....	48
4-Initiation au logiciel Fluent.....	49
4-1- La discrétisation.....	50
4-2 Procédure de modélisation.....	51

CHAPITRE IV : Résultats et discussions

1-Introduction.....	52
2- Effet de nombre de Reynolds.....	57
3- Étude comparative	62
4- Effet de gradient de la température.....	63
5- Effet de la géométrie.....	66

CHAPITRE V : Les sources d'énergies et la cheminée solaire

1-Introduction.....	68
2- Les énergies non renouvelables.....	69
2-1- Le pétrole et le gaz	69
2-2-Le charbon	69
2-3- L'énergie nucléaire.....	70
3- Les énergies renouvelables	70
3-1- L'énergie hydroélectrique.....	70
3-2- L'énergie des marées.....	71
3-3- L'énergie des vagues	72
3-4- Biomasse et déchet.....	72
3-4-a- Le bois.....	72
3-4-b- Déchets organiques et bio gaz.....	73
3-5- L'énergie éolienne.....	73
3-6- L'énergie géothermique.....	74
3-7- L'énergie solaire.....	75
4- La Cheminée solaire.....	77
4-1-Principe de fonctionnement.....	78
4-2-Etude de la performance de la cheminée solaire.....	79

CHAPITRE VI : Système d'échangeur de chaleur

1- Introduction.....	82
2-Système de stockage.....	83
3-Principe du système d'échange de chaleur.....	83
4- Bilans énergétiques.....	84
4-1-Calcul h_{int} coefficient de convection de l'eau chaude.....	90

4-2-Calcul h_{ext} coefficient de convection de l'air.....	91
5-Application de calcul	97
5-1- Influence du rayon du collecteur sur le nombre de Reynolds Re	97
5-2- Influence du rayon du collecteur sur le rapport Gr/Re^2	98
6- Amélioration le niveau d'énergie électrique.....	99
Conclusion et recommandations	102
BIBLIOGRAPHIE	104
ANNEXE A	107
ANNEXE B	109
ANNEXE C	116

LISTE DES FIGURES

Figure (I-1) : Volume élémentaire (parallélépipédique)	04
Figure (I-2) : Distribution des conditions aux limites	20
Figure (II-1) : volumes de contrôle sur r	23
Figure (II-2) : volumes de contrôle sur z	23
Figure (II-3) : volumes de contrôle sur le plan transversale	23
Figure (II-4) : volume de contrôle dans l'espace	26
Figure (II-5) : Approximation linéaire	36
Figure (II-6) : Localisation décalée pour u et w	43
Figure (II-7) : Algorithme SIMPLE-R	43
Figure (III-1) : Dimensions de la cheminée solaire	45
Figure (III-2) : Maillage des lignes pour la géométrie cartésienne	46
Figure (III-3) : Maillage de la géométrie cartésienne	47
Figure (III-4) : Distribution des conditions aux limites	48
Figure (III-5) : Procédure de modélisation numérique avec le logiciel Fluent	51
Figure (IV-1) : Évolution du résidu pour le cas ($Re=1$)	52
Figure (IV-2) : Évolution du résidu pour le cas ($Re=10$)	53
Figure (IV-3) : Évolution du résidu pour le cas ($Re=50$)	53
Figure (IV-4) : Évolution du résidu pour le cas ($Re=100$)	54
Figure (IV-5) : Évolution du résidu pour le cas ($Re=300$)	54
Figure (IV-6) : Évolution du résidu pour le cas ($Re=400$)	55
Figure (IV-7) : Évolution du résidu pour le cas ($Re=600$)	55
Figure (IV-8) : Évolution du résidu pour le cas ($Re=1000$)	56
Figure (IV-9) : Évolution du résidu pour le cas ($Re=2000$)	56
Figure (IV-10) : Isothermes ($T_s= 302$ K, $T_c=300$ K) a) $Re=1$, b) $Re=10$	57
Figure (IV-11) : Lignes de courant ($T_s= 302$ K, $T_c=300$ K), a) $Re=1$, b) $Re=10$	58
Figure (IV-12) : Isothermes ($T_s= 302$ K, $T_c=300$ K), a) $Re=50$, b) $Re=100$	58
Figure (IV-13) : Lignes de courant ($T_s= 302$ K, $T_c=300$ K), a) $Re=50$, b) $Re=100$	59
Figure (IV-14) : Isothermes ($T_s= 302$ K, $T_c=300$ K), a) $Re=300$, b) $Re=400$	60
Figure (IV-15) : Lignes de courant ($T_s= 302$ K, $T_c=300$ K), a) $Re=300$, b) $Re=400$	60
Figure (IV-16) : Isothermes ($T_s= 302$ K, $T_c=300$ K), a) $Re=600$, b) $Re=2000$	61
Figure (IV-17) : Lignes de courant ($T_s= 302$ K, $T_c=300$ K), a) $Re=600$, b) $Re=2000$	61
Figure (IV-18) : Isothermes pour $Re=400$, a) $T_s= 302$ K, $T_s=303$ K	63
Figure (IV-19) : Isothermes pour $Re=400$, a) $T_s= 304$ K, $T_s=310$ K	63
Figure (IV-20) : Isothermes pour $Re=400$, a) $T_s= 320$ K, $T_s=350$ K	64
Figure (IV-21) : Isothermes pour $Re=400$, a) $T_s= 400$ K.	64
Figure (IV-22) : Isothermes pour $Re=1000$, a) $T_s= 302$ K, $T_s=310$ K	65
Figure (IV-23) : Isothermes pour $Re=2000$, a) $T_s= 302$ K, $T_s=310$ K	65
Figure (IV-24) : Lignes de courant pour $Re=1000$ dans la géométrie simple	66
Figure (IV-25) : lignes de courant pour $Re=1000$ dans la géométrie courbe.	67
Figure (V-1) : Réaction de fission nucléaire.	70
Figure (V-2) : Schéma simplifié d'une centrale hydroélectrique.	71
Figure (V-3) : Photographie de l'usine marémotrice de l'estuaire de la Rance.	72
Figure (V-4) : Eolienne.	74
Figure (V-5) : Sources des énergies primaires.	76
Figure (V-6) : Prototype de la cheminée solaire de Manzanares.	77
Figure (V-7) : principe de fonctionnement de la cheminée solaire.	78

Figure (V-8) : L'effet de la température ambiante et de l'éclairement solaire sur la production d'énergie électrique.	79
Figure (V-9) : L'effet de la hauteur de la cheminée et du diamètre du collecteur sur la production d'énergie électrique.	80
Figure (V-10) : L'effet du débit massique sur la production de la puissance électrique.	81
Figure (VI-1) : la radiation solaire journalière à son maximum à midi comparée à la production de l'énergie électrique	82
Figure (VI-2) : Système de stockage de la chaleur dans le collecteur	83
Figure (VI-3) : Principe du système d'échangeur	84
Figure (VI-4) : Projection du prototype proposé	84
Figure (VI-5) : Représentation partielle du modèle proposé	85
Figure (VI-6) : Echange de chaleur élémentaire.	85
Figure (VI-7) : Prototype proposé par l'amélioration de l'énergie électrique de la cheminée solaire	89
Figure (VI-8) : Variation du nombre de Reynolds en fonction du diamètre du collecteur	98
Figure (VI-9) : Variation du nombre d'Archimède en fonction du diamètre du collecteur.	98
Figure (VI-10) : Répartition énergétique journalière	99

LISTE DES TABLEAUX

Tableau (I-1) : Forme des Termes de l'équation en coordonnées cartésiennes	9
Tableau (I-2) : Forme des Termes de l'équation en coordonné cylindriques	12
Tableau (IV-1) : Les valeurs de Reynolds et des rapports de Gr/Re^2 par rapport à R	97
Tableau (IV-2) : Paramètres de modèles des cheminées solaires étudiées	100
Tableau (IV-3) : Les Résultat obtenu de l'application	101

Nomenclature

A_r	: Nombre d'Archimède
c_{pe}	: Chaleur spécifique de l'eau J/kg.K
c_{pa}	: Chaleur spécifique de l'air J/kg.K
D_h	: Diamètre hydraulique m
D_{ext}	: Diamètre extérieure du tuyau m
D_{int}	: Diamètre intérieur du tuyau m
g	: Accélération de pesanteur m/s^2
Gr	: Nombre de Grashof
H_c	: Hauteur de la cheminée m
H'	: Hauteur du collecteur m
H	: Distance entre deux tuyaux m
h_{ext}	: Coefficient de convection interne de l'eau W/m^2K
h_{int}	: Coefficient de convection externe de l'air W/m^2K
\dot{m}_{af}	: Débit massique de l'air frais kg/s
\dot{m}_{ec}	: Débit massique de l'eau chaude kg/s
\overline{Nu}	: Nombre de Nusselt moyen
Nu_{loc}	: Nombre de Nusselt local
p^*	: Pression adimensionnelle
P_r	: Nombre de Prandtl
Pe	: Nombre de Péclet
P_0	: Constante de pression Pas
R	: Rayon du collecteur m
R_0	: Rayon de la cheminée m
Re	: Nombre de Reynolds
r	: Coordonnée radiale dans la cheminée solaire m
S_{ext}	: Surface externe de tuyau m^2
S_{int}	: Surface interne de tuyau m^2
T	: Température K
T_a	: Température de l'air K
T_{ae}	: Température de l'air à l'entrée K
T_{as}	: Température de l'air à la sortie K
T_e	: Température de l'eau chaude K
T_{ee}	: Température de l'eau chaude à l'entrée K
T_{es}	: Température de l'eau chaude à la sortie K
T_{pext}	: Température du paroi externe K
T_{pint}	: Température du paroi interne K
T^+	: Température adimensionnelle

u	: Composant de vitesse dans la direction (r) m/s
u^+	: Composant de vitesse adimensionnelle dans la direction (r)
U_0	: Constante de vitesse m/s.
w	: Composant de vitesse dans la direction (z) m/s
w^+	: Composant de vitesse adimensionnelle dans la direction (z)
z	: Coordonnée verticale dans la cheminée solaire m

Symboles grecs

α	: Diffusivité thermique m^2 / s
β	: Coefficient de dilatation thermique $1/\text{K}$
ϕ	: Quantité scalaire.
μ	: Viscosité dynamique $\text{Kg}/\text{m} \cdot \text{s}$
ν	: Viscosité cinématique m^2/s
λ	: Conductivité thermique $\text{W}/\text{m} \cdot \text{K}$
ρ	: Masse volumique Kg / m^3
η_{turb}	: Rendement de la turbine

Introduction générale

INTRODUCTION GENERALE

Le transfert de chaleur peut être défini comme la transmission de l'énergie d'une région à une autre, sous l'influence d'une différence de température. Comme les écarts de températures existent dans tout l'univers, les phénomènes d'écoulement de chaleur sont aussi universels que ceux associés aux attractions de gravitation. Cependant, contrairement à la pesanteur, l'écoulement de chaleur est régi non seulement par une relation unique, mais plutôt par une combinaison de différentes lois physiques indépendantes. Les transferts généralement connus sont la conduction, le rayonnement et la convection [1,2].

Il est particulièrement important, dans les études industrielles, d'être informé du concours des différents modes de transfert de chaleur, car, en pratique, lorsqu'un des mécanismes domine quantitativement, des solutions approchées utilisables sont obtenues, en négligeant tous les mécanismes sauf, les plus importants.

Les phénomènes associés à la convection naturelle ont fait l'objet de plusieurs travaux de recherches. La plupart de ces travaux portent sur la convection naturelle dans les cavités.

La convection naturelle au sein d'un fluide à l'intérieur des cavités, dépend des gradients de température imposés et de la géométrie de la cavité, des propriétés du fluide et de l'interaction entre la gravité et le gradient de la masse volumique [3,4].

Les problèmes d'écoulement de chaleur en régime variable sont plus complexes que ceux en régime permanent, et, souvent, ils ne peuvent être résolus que par des méthodes approchées.

Le modèle adapté dans ce mémoire est considéré comme une convection naturelle dans une cavité ouverte où la différence de température entre l'intérieur et l'extérieur produit un gradient de la masse volumique de l'air interne qui se relève alors, en raison de la force d'Archimède.

Les études de ce modèle sont régies par les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie [5,6,7]. Elles exigent une modélisation mathématique des équations, dans un système de coordonnées curviligne [8] pour avoir plus de précisions sur la résolution du problème, et faciliter l'écriture des conditions aux limites, et ainsi obtenir une solution numérique de bonne qualité.

Avant la simplification de ce modèle, des hypothèses et des approximations seront considérées, en utilisant la méthode de volumes finis [9] qui est la plus appropriée pour la discrétisation des équations de conservation dans des domaines à trois dimensions.

Le logiciel FLUENT sera utilisé pour résoudre le problème ainsi posé et des validations numériques seront testées avec la méthode développée.

Des politiques de développement ont été menées avec succès, dans de nombreux pays (tels les USA, la France, et le Canada...), [10] pour à la fois réduire leur consommation nationale et les déperditions énergétiques et augmenter leur capacité de renouvellement des énergies existantes.

Les sources d'énergie, matières ou phénomènes naturels, sont employées pour produire les énergies électriques et thermiques. Parmi les énergies renouvelables, on relève l'énergie géothermique, l'énergie hydroélectrique, l'énergie marémotrice, l'énergie éolienne et l'énergie solaire. Cette dernière source est d'une grande importance pour les programmes de recherches. Parmi ses applications, on compte la cheminée solaire (production de l'électricité, à partir de l'énergie solaire) [11].

L'application choisie dans ce travail est d'améliorer le niveau de production de l'énergie électrique développée par la turbine éolienne (cheminée solaire), la nuit, ou en absence de radiations solaires. Pour cela, nous proposons un modèle pour la conversion thermique par l'effet de serre où on utilise l'énergie géothermique en l'absence de l'énergie solaire, en vue d'améliorer la productivité électrique.

Le travail que nous présentons dans ce document se divise en deux parties :

La première partie comporte quatre chapitres :

- Dans le premier chapitre, nous présentons la mise en équation du problème qui est tiré des principes de conservation, puis nous présentons la forme adimensionnelle de ces équations.

- Dans le deuxième chapitre, nous évoquons la méthode des volumes finis, décrite par Patankar S.V, et qui consiste à discrétiser le domaine de l'écoulement, en un nombre fini de volumes élémentaires, où l'on vérifie les équations du problème déjà décrit.

- Le troisième chapitre traite de la résolution numérique, à l'aide du logiciel **Fluent** (version 6.1.22), utilisé pour modéliser et réaliser une simulation numérique avec une quantité importante de résultats, d'une grande précision.

Introduction générale

- Le quatrième chapitre expose les résultats que certaines applications nous ont permis d'obtenir, résultats que nous avons préféré faire suivre d'interprétations et de commentaires, pour plus de clarté.

La deuxième partie de ce travail comporte deux chapitres, soient les 5^e et 6^e chapitres de cette étude :

-Le cinquième chapitre relate les principales sources d'énergie existantes, parmi les quelles nous avons choisi d'insister plus particulièrement sur une application de l'énergie solaire, à savoir la cheminée solaire.

-Le sixième chapitre porte sur l'amélioration du niveau de production de l'énergie électrique par introduction d'une autre forme d'énergie renouvelable (l'énergie géothermique), en tant qu'énergie d'appoint, la nuit, ou en absence de radiations solaires.

En conclusion, nous dressons le bilan du travail réalisé et ouvrons des perspectives sur la suite du projet.

CHAPITRE I :

Modélisation mathématique

1-Introduction :

L'étude de la dynamique de fluide est basé sur trois principes fondamentaux qui sont le principe de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie, qui permettent d'établir des relations entre des variables qui ont découlent dans le cas plus générale sont la masse volumique ρ , la température du fluide T , les trois composantes de vitesse u, v, w et la pression p ces variables sont toutes en fonction des coordonnées de l'espace et de temps.

2-Principe d'hydrodynamique :**2-1-Principe de conservation de la masse :**

C'est le principe de physique, qui permet d'établir une relation entre certaines caractéristiques du fluide et ses mouvements, indépendamment des causes qui le provoquent. Il se traduit par l'équation de continuité qui exprime que la variation de la masse pendant un certain temps contenu dans un volume donné doit être égale à la somme de masse de fluide qui entre diminuée de celle en sorte pendant le temps t .

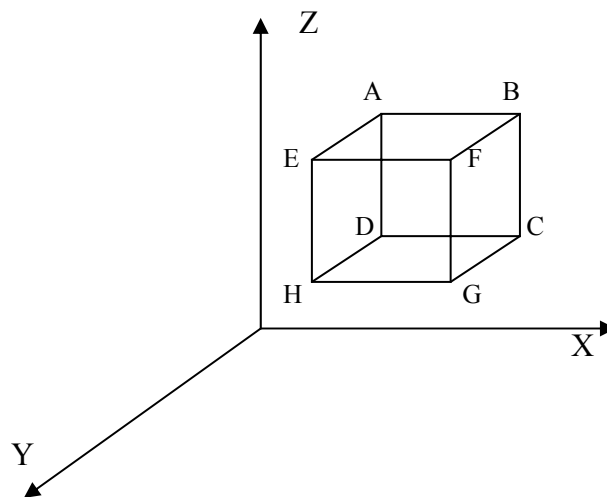


Figure (I-1) : Volume élémentaire (parallélépipédique)

On considère dans le repère cartésien un volume élémentaire (parallélépipédique)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho dx dy dz) dt = \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz dt$$

Cette variation de la masse est égale à la somme de fluide qui entre pendant dt par les six faces [5].

En associant les six faces deux à deux, nous trouvons de quantité sous la forme

$$(\rho u) dy dz dt - \left(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \right) dy dz dt = - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} dx dy dz dt$$

La relation mathématique correspondante est la suite

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

Ou en écriture vectorielle

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \rho \vec{V} = 0 \quad (\text{I-1})$$

2-2-Principe de conservation des quantités de mouvement :

C'est le principe de mécanique, qui permet d'établir des relations entre les caractéristiques du fluide, celles de causes qui produisent.

Il se traduit par les équations des quantités de mouvement ou par l'équation fondamentale de la dynamique.

Nous allons considérer le mouvement des fluides compressibles et visqueux.

Les trois équations de mouvement sont écrites sous la forme suivante [6]

$$(x = x_1, y = x_2, z = x_3), (u = u_1, v = u_2, w = u_3)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho \frac{\partial U}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad i,j = 1,2,3 \quad (\text{I-2})$$

Force de volume $\rho \overrightarrow{\text{grad}} U$

Force de pression - $\overrightarrow{\text{grad}} p$

Force de viscosité $\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$

Les τ_{ij} sont appelées les fonctions de taux de déformation locale.

Dans le cas ou l'écoulement est tridimensionnel le taux de déformation est composé de déformation linéaire et taux de déformation volumique.

Le taux de déformation linéaire à 9 composantes dans le cas tridimensionnel est noté par e_{ij}

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right]$$

La déformation volumique est donnée par

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = \text{div} \vec{V}$$

Dans le cas où notre fluide est Newtonien les forces de viscosités sont proportionnelles aux taux de déformation.

Les 9 composantes de forces de viscosité sont

$$\tau_{ij} = 2\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \gamma \text{div} \vec{V} \quad i = 1, 2, 3$$

$$\tau_{ij} = 2\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad i, j = 1, 2, 3 \text{ et } i \neq j$$

Tel que

μ Pour le déformation linéaire

γ Pour le déformation volumique.

Nous substituons ces équation dans l'équation (I-2) on obtient

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} \\ + \rho \frac{\partial U}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \delta_i^j \gamma \text{div} \vec{V} \right] \end{aligned} \quad (\text{I-3})$$

L'équation (I-3) après la simplification devienne

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} \\ - \rho g_i + \text{div}(\mu \overrightarrow{\text{grad}} u_i) + S_{M_i} \end{aligned} \quad i = 1, 2, 3 \quad (\text{I-4})$$

$$\text{Tel que } S_{M_i} = \text{div} \left(\mu \frac{\partial \vec{V}}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\gamma \text{div } \vec{V})$$

2-3-Principe de conservation de l'énergie :

D'après le premier principe de thermodynamique et avec l'introduction de la fonction Φ (fonction de dissipation) et mesurant la quantité de chaleur, provenant de l'énergie mécanique [6], l'équation de conservation d'énergie s'écrit :

$$\frac{\partial (\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i T)}{\partial x_i} = \text{div} \left(\frac{\lambda}{C_p} \overrightarrow{\text{grad } T} \right) + q + \phi \quad (\text{I-5})$$

Avec

C_p Chaleur massique du fluide.

λ Conductivité thermique du fluide.

Φ Fonction de dissipation visqueuse.

q Source de chaleur interne.

2-4-Equation d'état du fluide :

L'équation d'état du fluide peut se mettre, après linéarisation, sous la forme suivante :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta (T - T_0)] \quad (\text{I-6})$$

Ou ρ_0 représente la masse volumique du fluide à une température de référence T_0 ; et β représente le coefficient d'expansion thermique donné par la relation suivante.

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)$$

Remarque : simplification de Boussinesq

L'expérience a montré que les valeurs du coefficient β pour les liquides et les gaz sont généralement très petites (ordre de 10^{-4}) de sorte que si les écarts de températures enregistrés dans le système physique sont petits, il est possible de négliger les variations de la masse volumique en fonction de la température dans les équations posées sauf le terme ρg de l'équation de mouvement.

3-Hypothèses de calcul :

Les hypothèses considérées dans ces formulations sont :

- que l'écoulement est laminaire : lorsque le nombre de Reynolds est très faible, les forces d'inertie sont négligeables devant les forces de Viscosité.
- Le fluide est newtonien : le fluide ayant une relation linéaire entre le gradient de vitesse et les contraintes de cisaillement.
- L'écoulement de l'air provient du seul phénomène de la convection naturelle.
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- Pas de dissipation visqueuses.
- Pas de source de chaleur interne.
- Approximation de Boussinesq.

3-1-Equations simplifiées en coordonnées cartésien :

En se plaçant dans le cadre de ces hypothèses, les équations précédentes deviennent.

- équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (\text{I-7})$$

- Equation de conservation de quantité de mouvement :

Sur l'axe Ox :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v u)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w u)}{\partial z} = \\ - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu \partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu \partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu \partial u}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (\text{I-8})$$

Sur l'axe Oy :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w v)}{\partial z} = \\ - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu \partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu \partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu \partial v}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (\text{I-9})$$

Sur l'axe Oz :

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u w)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v w)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w w)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu \partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu \partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu \partial w}{\partial z} \right) + \rho_0 g \beta (T - T_0) \quad (\text{I-10})$$

- Equation de conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v T)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w T)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\lambda}{C_p} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k}{C_p} \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k}{C_p} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (\text{I-11})$$

On peut écrire une équation générale qui exprime les équations (7), (8), (9), (10), (11) sous la forme suivante :

$$\frac{\partial(\rho \phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u \phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \phi)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w \phi)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\Gamma^\phi \partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\Gamma^\phi \partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Gamma^\phi \partial \phi}{\partial z} \right) + S^\phi \quad (\text{I-12})$$

L'équation de	ϕ	Γ^ϕ	S^ϕ
continuité	1	0	0
Mouvement suivant x	u	μ	$-\frac{\partial p}{\partial x}$
Mouvement suivant y	v	μ	$-\frac{\partial p}{\partial y}$
Mouvement suivant z	w	μ	$-\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_0 g \beta (T - T_0)$
énergie	T	$\frac{\lambda}{C_p}$	0

Tableau (I-1) : Forme des Termes de l'équation en coordonnées cartésiennes

3-2 Système de coordonnées curviligne :**Matrice de passage :**

Désignons par $(\zeta^1, \zeta^2, \zeta^3)$ notre système de coordonnées curvilignes [8] de la base covariante $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$, et par (ξ^1, ξ^2, ξ^3) un autre système de coordonnées curviligne de la base $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$, la transformation du système ζ^i au système ξ^i est caractérisée par la matrice de passage de la base $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$ à la base $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ dont les composantes sont :

$$\alpha_i^m = \frac{\partial \zeta^m}{\partial \xi^i}$$

Les composantes $(g_{ij})_\xi$ du tenseur métrique dans le système ξ^i s'obtiennent à partir des composantes covariantes $(g_{mn})_\zeta$ du tenseur métrique dans le système ζ^i par la formule

$$(g_{ij})_\xi = \alpha_i^m \alpha_j^n (g_{mn})_\zeta$$

L'équation traduit l'invariance de la norme d'un vecteur quelconque par rapport au choix du système de coordonnées.

Sachant que la longueur d'un élément de vecteur \vec{dP} s'écrit :

$$\begin{aligned} |\vec{dP}| &= dS^2 = \left(\frac{\partial x_i}{\partial \zeta^m} \partial \zeta^m \right) \left(\frac{\partial x_i}{\partial \zeta^n} \partial \zeta^n \right) \\ &= d\zeta^m d\zeta^n \frac{\partial x_i}{\partial \zeta^m} \frac{\partial x_i}{\partial \zeta^n} = d\zeta^m d\zeta^n (g_{mn})_\zeta \end{aligned}$$

Si $(g^{ij})_\xi$ les composantes covariantes du tenseur métrique elles se déduisent de composantes $(g_{ij})_\xi$ par la relation :

$$g_{im} g^{mj} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

On peut écrire cette relation sous une forme matricielle :

$$g^{ij} = g^{ji} = \frac{\text{cof}(g^{ij})}{|\mathbf{g}_{pq}|} = \frac{\text{cof}(\mathbf{g}_{ij})}{\mathbf{g}}$$

3-3-Transformation en coordonnées cylindriques :

Pour étudiée l'écoulement autour d'un axe de symétrie Oz , il suffit d'étudier l'écoulement dans un plant varie rationnellement par rapport à l'axe Oz , pour ça il faut transformer les équations de base en coordonnées cylindriques pour préciser notre étude sur le plan (Orz) par l'application de

La condition d'axisymétrique $\frac{\partial ()}{\partial \theta} = 0$

La transformation en coordonnées cylindriques (r, θ, z) tel que

($x = r \cos \theta, y = r \sin \theta, z = z$) est caractérisée par la matrice de tenseur métrique

$$g_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et le Jacobien} \quad [J] = \begin{bmatrix} \cos \theta & -r \sin \theta & 0 \\ \sin \theta & r \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La transformation en coordonnées cylindriques s'écrit sous la forme suivante ($J = r$)

- équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r\rho u)}{\partial r} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (\text{I-13})$$

- Equation de conservation de quantité de mouvement :

Sur l'axe Or :

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho u)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r\rho u u)}{\partial r} + \frac{\partial (\rho w u)}{\partial z} = \\ - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \frac{2\mu u}{r^2} \end{aligned} \quad (\text{I-14})$$

Sur l'axe Oz :

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho w)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r\rho u w)}{\partial r} + \frac{\partial (\rho w w)}{\partial z} = \\ - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) + g \rho_0 \beta (T - T_0) \end{aligned} \quad (\text{I-15})$$

- Equation de conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho u T)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho w T)}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\lambda}{C_p} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k}{C_p} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (\text{I-16})$$

On peut écrire une équation générale qui exprime les équations (13), (14), (15),(16), sous la forme suivante

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho u\phi)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho w\phi)}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\Gamma^\phi r \frac{\partial\phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma^\phi \frac{\partial\phi}{\partial z} \right) + S^\phi \quad (\text{I-17})$$

L'équation de	ϕ	Γ^ϕ	S^ϕ
continuité	1	0	0
Mouvement suivant r	u	μ	$-\frac{\partial p}{\partial r} - \frac{2\mu u}{r^2}$
Mouvement suivant z	w	μ	$-\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_0 g \beta (T - T_0)$
énergie	T	$\frac{\lambda}{C_p}$	0

Tableau (I-2) : Forme des Termes de l'équation en coordonnées cylindriques

Pour la transformation en coordonnées curviligne voir (annexe A)

4- Les équations adimensionnées :

Pour simplifier le problème, nous procédons à une adimensionnement des équations gouvernantes le problème donné, pour cela il est nécessaire de définir des variables réduites. le système de variables réduites permet d'approcher la réalité physique car leur existence et leur déroulement sont indépendants du système d'unité choisi.

La mise sous forme adimensionnelle des équations et fait d'après le système de variables adimensionnelles suivantes :

- une unité de vitesse U_0 , à partir des données ou caractéristiques du problème.
- une unité de longueur D_0 , à partir des données ou caractéristiques du problème.
- une unité de masse volumique ρ_0 , à partir des données ou caractéristiques du problème.
- La température sera adimensionnée à partir des températures extrêmes T_0 et T_p définies à partir des données du problème.

$$\rho^+ = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad p^+ = \frac{p}{\rho_0 U_0^2}, \quad r^+ = \frac{r}{D_0}, \quad z^+ = \frac{z}{D_0}, \quad t^+ = t \frac{V_0}{D_0}$$

$$u^+ = \frac{u}{U_0}, \quad w^+ = \frac{w}{U_0}, \quad \mu^+ = \frac{\mu}{\mu_0}, \quad T^+ = \frac{T - T_0}{T_p - T_0} = \frac{T - T_0}{T_1} \quad (\text{I-18})$$

μ_0 viscosité dynamique du fluide

4-1-Transformations des équations :

a) Transformation de l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho u)}{\partial r} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (\text{I-19})$$

On introduit les grandeurs adimensionnelles on obtient :

$$\left(\frac{\rho_0 U_0}{D_0} \right) \left[\frac{\partial \rho^+}{\partial t^+} + \frac{1}{r^+} \frac{\partial (r^+ \rho^+ u^+)}{\partial r^+} + \frac{\partial (\rho^+ w^+)}{\partial z^+} \right] = 0 \quad (\text{I-20})$$

Donc :

$$\frac{\partial \rho^+}{\partial t^+} + \frac{1}{r^+} \frac{\partial (r^+ \rho^+ u^+)}{\partial r^+} + \frac{\partial (\rho^+ w^+)}{\partial z^+} = 0 \quad (\text{I-21})$$

On remarque qu'il n'y a pas de données réduites pour l'équation de continuité.

b) Transformation de l'équation de quantité de mouvement sur Or :

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho u u)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho w u)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \frac{2 \mu u}{r^2} \quad (\text{I-22})$$

Cela devient :

$$\left(\frac{\rho_0 U_0^2}{D_0} \right) \left[\frac{\partial(\rho^+ u^+)}{\partial t^+} + \frac{1}{r^+} \frac{\partial(r^+ \rho^+ u^+ u^+)}{\partial r^+} + \frac{\partial(\rho^+ w^+ u^+)}{\partial z^+} \right] = - \left(\frac{\rho_0 U_0^2}{D_0} \right) \frac{\partial P^+}{\partial r^+} + \left(\frac{\mu_0 U_0}{D_0^2} \right) \left[\frac{1}{r^+} \frac{\partial}{\partial r^+} \left(\mu^+ r^+ \frac{\partial u^+}{\partial r^+} \right) + \frac{\partial}{\partial z^+} \left(\mu^+ \frac{\partial u^+}{\partial z^+} \right) - \frac{2 \mu^+ u^+}{r^{+2}} \right] \quad (\text{I-23})$$

Après la simplification

$$\frac{\partial(\rho^+ u^+)}{\partial t^+} + \frac{1}{r^+} \frac{\partial(r^+ \rho^+ u^+ u^+)}{\partial r^+} + \frac{\partial(\rho^+ w^+ u^+)}{\partial z^+} = - \frac{\partial p^+}{\partial r^+} + \left(\frac{\mu_0}{D_0 U_0 \rho_0} \right) \left[\frac{1}{r^+} \frac{\partial}{\partial r^+} \left(\mu^+ r^+ \frac{\partial u^+}{\partial r^+} \right) + \frac{\partial}{\partial z^+} \left(\mu^+ \frac{\partial u^+}{\partial z^+} \right) - \frac{2 \mu^+ u^+}{r^{+2}} \right] \quad (\text{I-24})$$

c) Transformation de l'équation de quantité de mouvement sur Oz :

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho u w)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho w w)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) + g \rho_0 \beta (T - T_0) \quad (\text{I-25})$$

Cela devient :

$$\left(\frac{\rho_0 U_0^2}{D_0} \right) \left[\frac{\partial(\rho^+ w^+)}{\partial t^+} + \frac{1}{r^+} \frac{\partial(r^+ \rho^+ w^+ u^+)}{\partial r^+} + \frac{\partial(\rho^+ w^+ w^+)}{\partial z^+} \right] =$$

$$-\left(\frac{\rho_0 U_0^2}{D_0}\right) \frac{\partial p^+}{\partial z^+} + \left(\frac{\mu_0 U_0}{D_0^2}\right) \left[\frac{1}{r^+} \frac{\partial}{\partial r^+} \left(\mu^+ r^+ \frac{\partial w^+}{\partial r^+} \right) + \frac{\partial}{\partial z^+} \left(\mu^+ \frac{\partial w^+}{\partial z^+} \right) \right] - \rho_0 g \beta (T_p - T_0) T^+ \quad (\text{I-26})$$

Après la simplification

$$\frac{\partial(\rho^+ w^+)}{\partial t^+} + \frac{1}{r^+} \frac{\partial(r^+ \rho^+ w^+ u^+)}{\partial r^+} + \frac{\partial(\rho^+ w^+ w^+)}{\partial z^+} = -\frac{\partial p^+}{\partial z^+} + \left(\frac{\mu_0}{D_0 U_0 \rho_0}\right) \left[\frac{1}{r^+} \frac{\partial}{\partial r^+} \left(\mu^+ r^+ \frac{\partial w^+}{\partial r^+} \right) + \frac{\partial}{\partial z^+} \left(\mu^+ \frac{\partial w^+}{\partial z^+} \right) \right] + \frac{g \beta (T_p - T_0) D_0}{U_0^2} T^+ \quad (\text{I-27})$$

c) Transformation de l'équation d'énergie :

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho u T)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho w T)}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\lambda}{C_p} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k}{C_p} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (\text{I-28})$$

Ceci devient :

$$\left(\frac{\rho_0 U_0 T_1}{D_0}\right) \left[\frac{\partial(\rho^+ T^+)}{\partial t^+} + \frac{1}{r^+} \frac{\partial(r^+ \rho^+ u^+ T^+)}{\partial r^+} + \frac{\partial(\rho^+ w^+ T^+)}{\partial z^+} \right] = \left(\frac{\lambda T_1}{C_p D_0^2}\right) \left[\frac{1}{r^+} \frac{\partial}{\partial r^+} \left(r^+ \frac{\partial T^+}{\partial r^+} \right) + \frac{\partial}{\partial z^+} \left(\frac{\partial T^+}{\partial z^+} \right) \right] \quad (\text{I-29})$$

En multipliant par $\frac{D_0}{\rho_0 U_0 T_1}$ il vient :

$$\left[\frac{\partial(\rho^+ T^+)}{\partial t^+} + \frac{1}{r^+} \frac{\partial(r^+ \rho^+ u^+ T^+)}{\partial r^+} + \frac{\partial(\rho^+ w^+ T^+)}{\partial z^+} \right] = \left(\frac{\lambda}{\rho_0 C_p D_0 U_0} \right) \left[\frac{1}{r^+} \frac{\partial}{\partial r^+} \left(r^+ \frac{\partial T^+}{\partial r^+} \right) + \frac{\partial}{\partial z^+} \left(\frac{\partial T^+}{\partial z^+} \right) \right] \quad (\text{I-30})$$

Donc les équations en adimensionnel, deviennent :

- L'équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho u)}{\partial r} + \frac{\partial (\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (\text{I-31})$$

- l'équation de continuité de mouvement sur Or :

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho u)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho u u)}{\partial r} + \frac{\partial (\rho w u)}{\partial z} = - \frac{\partial p}{\partial r} + \\ \left(\frac{1}{\text{Re}} \right) \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) - \frac{2 \mu u}{r^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{I-32})$$

- l'équation de continuité de mouvement sur Oz :

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho w)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho w u)}{\partial r} + \frac{\partial (\rho w w)}{\partial z} = \\ - \frac{\partial p}{\partial z} + \left(\frac{1}{\text{Re}} \right) \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] + \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} T \end{aligned} \quad (\text{I-33})$$

- l'équation d'énergie :

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial (\rho T)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho u T)}{\partial r} + \frac{\partial (\rho w T)}{\partial z} \right] = \\ \frac{1}{\text{Pe}} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{I-34})$$

Les paramètres qui caractérisent le problème, le nombre de Reynolds et le nombre Grashof et le nombre de Péclet sont définis de la façon suivante.

Le nombre de Reynolds est défini comme le rapport des forces d'inertie sur les forces de viscosité, il caractérise la nature de l'écoulement (laminaire ou turbulent).

$$Re = \frac{\text{Forces d'inertie}}{\text{Forces de viscosité}} = \frac{D_0 U_0 \rho_0}{\mu_0}$$

Le nombre de Grashof compare les forces d'Archimède (ou forces de flottabilité) aux forces visqueuses qui s'exercent sur un élément de fluide dont la température diffère de celle du milieu environnant.

$$Gr = \frac{\text{Force de pesanteur}}{\text{Force de viscosité}}$$

$$Gr = \frac{g \beta \Delta T D_0^3}{\nu^2} = \frac{g \beta \Delta T D_0^3 \rho_0^2}{\mu_0^2}$$

Le nombre de Péclet compare les transferts de chaleur convectif et conductif au sein d'un écoulement. Ce nombre peut être exprimé en fonction des nombres de Reynolds et de Prandtl. $Pe = Re Pr$

$$Pe = \frac{D_0 U_0 \rho_0 c_p}{\lambda}$$

Le nombre de Prandtl est donc le rapport de deux grandeurs ayant les mêmes dimensions, la diffusivité de quantité de mouvement (qui dépend des forces visqueuses) et la diffusivité thermique (capacité du fluide de conduire de la chaleur). Aussi, le nombre de Prandtl nous donnera une indication sur le rapport des effets thermiques et visqueux.

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\text{Diffusivité de quantité de mouvement}}{\text{Diffusivité thermique}}$$

Où :

ν : représente la viscosité cinématique.

$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p}$: Diffusivité thermique

Avec un nombre de Prandtl donné, il est possible de savoir à quelle type de fluides nous avons affaire.

Dans tous les phénomènes de transmission de chaleur, il apparaît des gradients de densité et se forment des courants de convection naturelle en présence d'un champ de force. Si les effets de la convection forcée sont très importants, on peut négliger les courants dus à la convection naturelle et, réciproquement, lorsque les forces de convection naturelle sont très grandes, on peut négliger les effets de la convection forcée.

$$\frac{Gr}{Re^2} = \frac{\text{Force d'Archimède}}{\text{Force d'inertie}} = \frac{\frac{g \beta \Delta T D_0^3 \rho_0^2}{\mu_0^2}}{\left(\frac{D_0 U_0 \rho_0}{\mu_0} \right)^2}$$

Cette combinaison des deux paramètres est souvent appelée nombre d'Archimède (abréviation Ar), ou encore (dans la littérature anglo-saxonne), le nombre de Richardson (abréviation Ri)

- si $\frac{Gr}{Re^2} > 16$ la convection naturelle est nettement dominante. [12]

- si $\frac{Gr}{Re^2} < 0.1$ la convection forcée est nettement dominante.

- si $0.1 < \frac{Gr}{Re^2} < 16$ la convection est du type « mixte ».

Remarque :

Lorsqu'un fluide est en contact avec une surface solide dont la température est plus élevée, le transfert d'énergie s'effectue par convection. Pour cela on va définir le nombre de Nusselt qui nous donne une indication de la quantité de chaleur échangée par convection par rapport à celle échangée par conduction (au niveau des molécules de la matière solide) ;

$$\overline{Nu} = \frac{\int_0^R Nu_{loc} dR}{R_0} \quad \text{Où} \quad Nu_{loc} = \frac{h.l}{\lambda}$$

Où R_0 est rayon du collecteur

De plus, si Nu est connu, le coefficient de convection peut être déduit.

5- Conditions aux limites:

Les conditions aux limites adimensionnelles sont des conditions dynamiques représentées par les vitesses u et w , et des conditions thermiques représentées par la température T . La figure (I-2) montre la distribution des conditions aux limites sur la cavité ouverte (la forme d'une cheminée solaire).

a) Conditions aux limites des vitesses et de température à l'entrée sont les conditions aux limites de Dirichlet, ou :

$$u = U_0 \quad , \quad w = 0$$

$$T = T_0$$

b) Conditions aux limites des vitesses et de température au sol sont les conditions aux limites de Dirichlet, ou :

$$u = 0 \quad , \quad w = 0$$

$$T = T_{sl}$$

c) Conditions aux limites des vitesses et de température prises au toit du collecteur sont les conditions aux limites de Dirichlet, ou :

$$u = 0 \quad , \quad w = 0$$

$$T = T_c$$

d) Conditions aux limites des vitesses et de température à l'axe de symétrie sont les conditions aux limites de Neumann, et Dirichlet, ou : $\frac{\partial w}{\partial r} = 0$, $\frac{\partial T}{\partial r} = 0$ alors que les conditions aux limites de vitesse u sont celles de Dirichlet, ou $u = 0$

e) Conditions aux limites des vitesses et de température prises à la paroi de la cheminée sont les conditions aux limites de Dirichlet, ou :

$$u = 0 \quad , \quad w = 0$$

$$T = T_c$$

f) Conditions aux limites des vitesses et de température à la sortie de la cheminée sont les conditions aux limites de Neumann, ou :

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

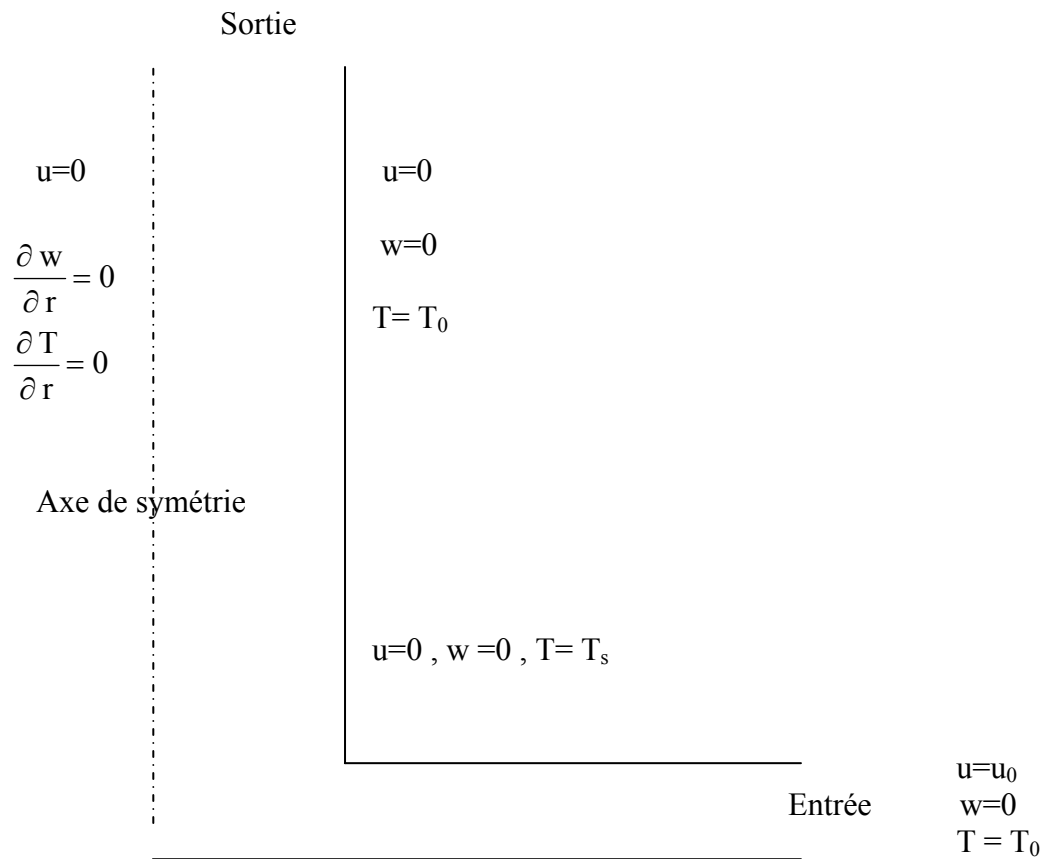


Figure I-2 : Distribution des conditions aux limites

CHAPITRE II :

Méthode des volumes finis

1-Introduction :

Les trois grandes méthodes numériques utilisées dans les codes tridimensionnels sont les volumes finis, les différences finies et les éléments finis.

La méthode des différences finies consiste à discrétiser les équations continues aux nœuds d'un maillage prédéfini en calculant chaque dérivée partielle à l'aide des séries de Taylor tronquée pour obtenir des équations linéaire reliant la valeur des inconnues en un nœud aux valeurs de ces mêmes inconnues aux nœuds voisins.

La technique des éléments finis discrétise l'espace à l'aide d'éléments géométriques simples (triangle ou quadrangle en générale). Comme elle permet de modéliser des géométries très complexes, elle est parfois préférée par la méthode des volumes finis.

Ensuite, la forme forte des équations est remplacée par la forme faible dans laquelle les inconnues sont approximées par une combinaison linéaire de fonctions de base dont le support est un des éléments.

La méthode des volumes finis, choisie par notre programme et largement décrite par Patankar S.V. [9], consiste à discrétiser le domaine de l'écoulement en une multitude de volumes de contrôle (i.e. cellules) puis d'effectuer des bilans (de masse, de quantité de mouvement...) sur ces petits volumes. Pour cette raison, la formulation fait apparaître des intégrales triples de volume.

L'avantage déterminant des volumes finis par rapport aux autres méthodes est qu'ils sont conservatifs; en bref, tout ce qui sort d'un volume de contrôle entre dans un autre.

En pratique, il est courant de procéder dans l'autre sens. Chaque équation continue est intégrée sur chaque volume de contrôle puis le théorème d'Ostrogratsky est utilisé a fin de transformer certaines intégrales de volume en intégrales de surface :

$$\iiint_V \frac{\partial B_j}{\partial x_i} dV = \iint_A B_j \cdot n_j dA \quad (\text{II-1})$$

où \vec{B} est un vecteur quelconque.

\vec{n} est un vecteur unitaire normal à la surface A quelconque du volume V.

Ainsi donc, la contribution de ce travail, qui se situe sur plan numérique, consiste à adopter la formulations suivantes :

- une méthode de type volume de contrôle qui a pour qualité principale de réduire les instabilités numérique. Elle a été développée par Patankar (1980). Celui-ci garde les équations de Navier Stokes sous leur forme primitive, combine des schémas aux différences finies centrés et décentrés, et développe un algorithme numérique consistant à prédire un champ de vitesse intermédiaire et à résoudre une équation elliptique pour la pression [4].

2-Méthode des volumes finis :

2-1-Principe de la méthode :

La formulation différences finies adoptée ici, consiste en une approche du type volume de contrôle. Son principe est basé sur le fait de proposer un champ de pression qui permet d'obtenir une première approximation du champ de vitesse de l'écoulement. Puis, on applique des corrections du champ de pression dans le but de rendre le champ de vitesse résultant conforme avec l'équation de continuité. Cette procédure a été réexaminée par la suite et adapté à de multiples problèmes de convection diffusion [4].

D'abord, rappelons que nous pouvons écrire les équations sous la forme générale suivante :

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho u\phi)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho w\phi)}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\Gamma r \frac{\partial\phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial z} \right) + S \quad (\text{II-2})$$

Pour nous donner une idée de la forme des termes à discrétiser, nous allons utilisé le tableau (I-2).

Pour aborder l'intégration de l'équation (II-2), nous commençons par définir à l'intérieur du domaine de calcul un maillage constitué d'un réseau de points $P_{IJ}(I \cdot \Delta r, J \cdot \Delta z)$ dans un repère à coordonnées cylindriques.

L'approche du type volume de contrôle exige que l'on définisse autour du point P_{IJ} un volume élémentaire sur lequel on va intégrer l'équation aux dérivées partielles. Pour deux points voisins, les volumes de contrôle respectifs doivent posséder un côté commun. Il s'en suit que la réunion de tous les volumes de contrôle couvre l'ensemble du domaine de calcul.

Cette propriété fondamentale va nous permettre de mettre en évidence des propriétés de conservation des flux locaux et globaux, propriétés d'un grand intérêt en ce qui concerne la résolution numérique des équations [4].

Par ailleurs afin de donner une description suffisamment claire des méthodes de discrétisation employées, nous allons nous appuyer sur les figures suivantes.

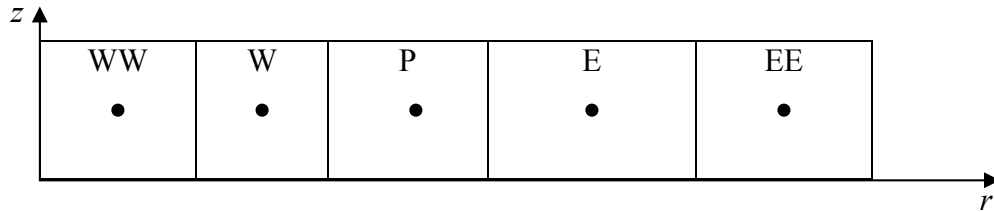


Figure (II-1) : Volumes de contrôle sur r .

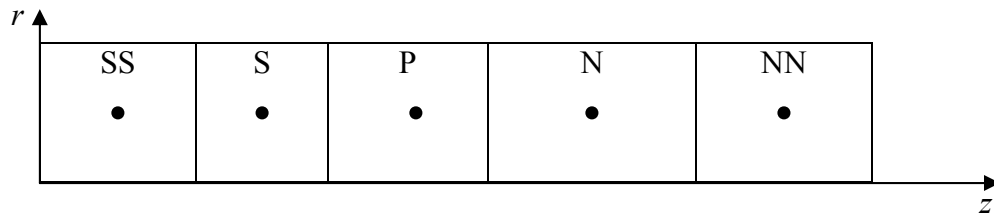


Figure (II-2) : Volumes de contrôle sur z .

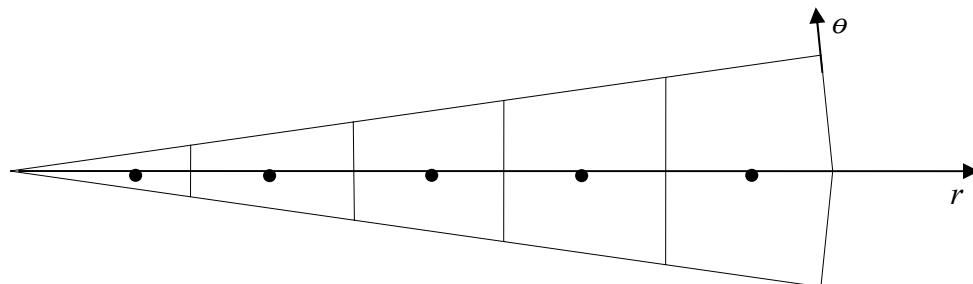


Figure (II-3) : Volumes de contrôle sur le plan transversale.

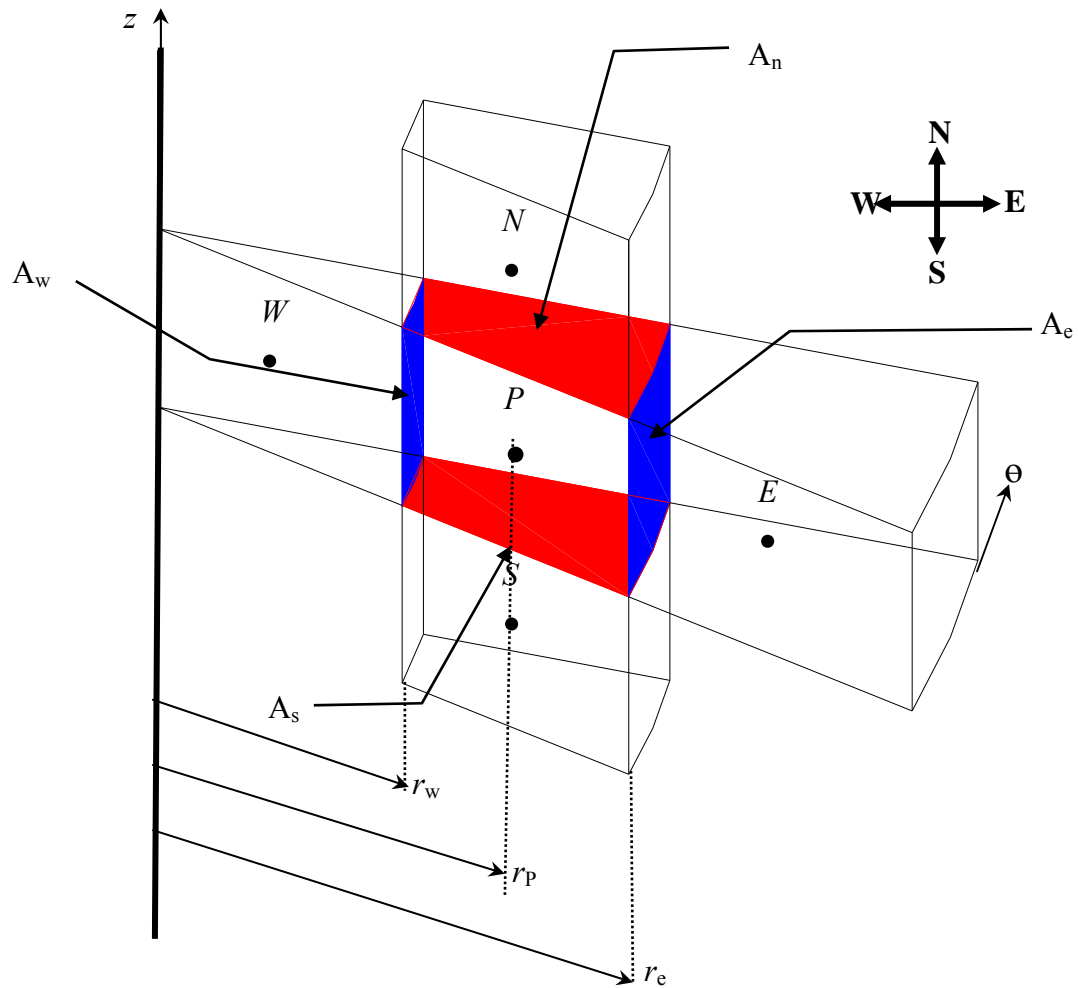


Figure (II-4) : Volume de contrôle dans l'espace

2-2-Calcul des surfaces :

Pour l'élément de volume cylindrique ci-dessus, on peut déterminer les quatre surfaces suivantes :

$$A_e = r_e \cdot \Delta\theta \cdot \Delta z$$

$$A_w = r_w \cdot \Delta\theta \cdot \Delta z$$

$$A_n = A_s = r_p \cdot \Delta\theta \cdot \Delta r$$

Pour $\Delta\theta = 1$, on retrouve :

$$A_e = r_e \cdot \Delta z$$

$$A_w = r_w \cdot \Delta z$$

$$A_n = A_s = r_p \cdot \Delta r$$

2-3-Application à l'intégration d'une équation de convection-diffusion :

Pour illustrer la méthode du volume de contrôle, nous allons l'appliquer sur une équation de type convection-diffusion.

Ainsi donc, l'intégration de l'équation (II-2) sur un volume de contrôle V de frontière A , donne :

$$\begin{aligned} & \int_{w_s}^e \int_{s_t}^{t+\Delta t} \frac{\partial(\rho \phi)}{\partial t} r dr dz dt + \int_{w_s}^e \int_{s_t}^{t+\Delta t} \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho u \phi)}{\partial r} r dr dz dt + \int_{w_s}^e \int_{s_t}^{t+\Delta t} \frac{\partial(\rho w \phi)}{\partial z} r dr dz dt = \\ & \int_{w_s}^e \int_{s_t}^{t+\Delta t} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\Gamma r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) r dr dz dt + \int_{w_s}^e \int_{s_t}^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) r dr dz dt + \int_{w_s}^e \int_{s_t}^{t+\Delta t} S r dr dz dt \quad (\text{II-3}) \end{aligned}$$

L'évaluation des différentes intégrales de l'équation (II-3) demande que l'on fasse un certain nombre d'approximations de façon à former un système d'équations linéaires liant entre elles les valeurs de la fonction ϕ aux points P_{IJ} . L'une des difficultés de cette évaluation est le choix des profils adéquats exprimant l'évolution de ϕ entre les points du maillage.

2-4-Discretisation spatiale :**2-4-1-le terme de temporelle :**

L'intégration de terme temporelle de l'équation (II-3) donne :

$$\int_{w_s}^e \int_{s_t}^{t+\Delta t} \frac{\partial(\rho \phi)}{\partial t} r dr dz dt = \frac{r_p \Delta r \Delta z}{\Delta t} (\rho_p \phi_p - \rho_p^0 \phi_p^0) \quad (\text{II-4})$$

Où ϕ_p et ρ_p représentent les valeurs de ϕ et ρ pour le volume de contrôle est l'exposant 0 représente ces grandeurs au temps initial.

2-4-2-le terme de diffusion :

Dans un premier temps, le terme de diffusion est décomposé selon les quatre faces du volume du contrôle étudié :

$$\begin{aligned} & \int_{w_s}^e \int_{s_t}^{t+\Delta t} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\Gamma r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) r dr dz dt + \int_{w_s}^e \int_{s_t}^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) r dr dz dt = \\ & \Delta t \Delta w \int_w^e \frac{\partial}{\partial r} \left(\Gamma r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) dr + r_p \Delta t \Delta r \int_s^n \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) dz = \\ & \Delta t \Delta z \left[\left(\Gamma r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_e - \left(\Gamma r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right)_w \right] + r_p \Delta t \Delta r \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_s \right] \quad (\text{II-5}) \end{aligned}$$

Dans un deuxième temps, chaque terme est calculé indépendamment des autres. Nous ne développons ici que le terme de la face e , le calcul des autres termes s'effectuant de manière tout à fait analogue.

Pour obtenir une valeur au centre de la face e , le schéma centré utilise le centre de la maille amont P et le centre de la maille aval E afin d'effectuer une approximation linéaire entre ces deux points.

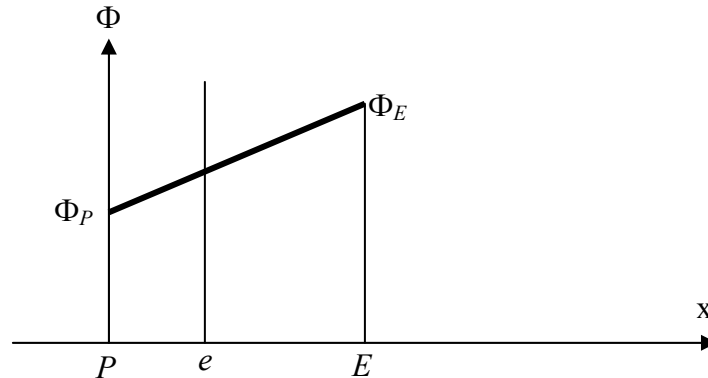


Figure (II-5) : Approximation linéaire.

Cette technique permet de connaître le coefficient de diffusion au centre de la face e dans un maillage non uniforme avec une précision d'ordre deux dans la mesure où elle fait intervenir les distances entre le centre de la face et les deux centres de mailles voisines :

$$\Gamma_{\Phi_e} = \frac{\overline{eE} \cdot \Gamma_{\Phi_P} + \overline{Pe} \cdot \Gamma_{\Phi_E}}{\overline{eE} + \overline{Pe}} \quad (\text{II-6})$$

Le gradient en e est également déterminé grâce à cette approximation linéaire :

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_e = \frac{\Phi_E - \Phi_P}{PE} \quad (\text{II-7})$$

Il est intéressant de noter qu'avec cette approximation, le gradient est identique en tous les points placés entre les deux centres de la maille P et E . la discrétisation du gradient sur la face e est donc effectuée identiquement pour un maillage uniforme ou non uniforme.

Néanmoins, l'évaluation du gradient avec la formule précédente perd en précision pour un maillage non uniforme. La discrétisation n'est du second ordre que lorsque la face e se trouve à égale distance des deux points P et E , c'est-à-dire dans un maillage uniforme [13].

Les dérivées partielles $\left(\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{r}} \right)_e$, $\left(\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{r}} \right)_w$, $\left(\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{z}} \right)_n$, $\left(\frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{z}} \right)_s$ sont approximées comme nous l'avons indiquée par un développement en série de Taylor à l'ordre 2 autour des points e, w, n et s .

Donc le second membre de l'expression précédente devient :

$$D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W) + D_n(\phi_N - \phi_P) - D_s(\phi_P - \phi_S) \quad (\text{II-8})$$

Expression dans laquelle :

$$\begin{aligned} D_e &= \frac{A_e \Gamma_e}{\Delta r_e} \\ D_w &= \frac{A_w \Gamma_w}{\Delta r_w} \\ D_n &= \frac{A_n \Gamma_n}{\Delta z_n} \\ D_s &= \frac{A_s \Gamma_s}{\Delta z_s} \end{aligned} \quad (\text{II-9})$$

Les termes D_m ($m = e, w, n, s$) s'appellent les termes de diffusion et sont toujours positifs.

2-4-3-Le terme de convection :

Les termes à déterminer sont les suivants :

$$\begin{aligned} &\int_w^e \int_s^n \int_t^{t+\Delta t} \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho u \phi)}{\partial r} r dr dz dt + \int_w^e \int_s^n \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial (\rho w \phi)}{\partial z} r dr dz dt = \\ &\Delta t \Delta z \int_w^e \frac{\partial (r \rho u \phi)}{\partial r} dr + r_p \Delta t \Delta r \int_s^n \frac{\partial (\rho w \phi)}{\partial z} dz = \\ &\Delta t \Delta z (r_e \rho_e u_e \phi_e - r_w \rho_w u_w \phi_w) + r_p \Delta t \Delta r (\rho_n w_n \phi_n - \rho_s w_s \phi_s) \end{aligned} \quad (\text{II-10})$$

De la même manière que les termes diffusifs, nous intégrons les termes convectifs de cette équation, on retrouve :

$$C_e \phi_e - C_w \phi_w + C_n \phi_n - C_s \phi_s \quad (\text{II-11})$$

Expression dans laquelle :

$$\begin{aligned} C_e &= \rho_e u_e A_e \\ C_w &= \rho_w u_w A_w \\ C_n &= \rho_n w_n A_n \\ C_s &= \rho_s w_s A_s \end{aligned} \quad (\text{II-12})$$

En utilisant un développement en série de Taylor de ϕ_m ($m = e, w, n, s$) à l'ordre 2, l'équation (II-11) est approximée par :

$$C_e \frac{\phi_E + \phi_P}{2} - C_w \frac{\phi_P + \phi_W}{2} + C_n \frac{\phi_N + \phi_P}{2} - C_s \frac{\phi_P + \phi_S}{2} \quad (\text{II-13})$$

Avant de définir les vitesses aux centres des surfaces, il faut connaître le schéma de discrétisation des termes convectifs.

2-4-3-1-Schémas de discrétisation des termes convectifs :

1) Schéma aux différences centrées CDS :

Ainsi donc, l'expression définitive en l'absence du terme source qui correspond à une discrétisation CDS de l'équation de conservation de quantité de mouvement dans la direction z est alors :

$$\begin{aligned} \frac{r_p \Delta r \Delta z}{\Delta t} (\rho_p \phi_p - \rho_p^0 \phi_p^0) + C_e \frac{\phi_E + \phi_P}{2} - C_w \frac{\phi_P + \phi_W}{2} + C_n \frac{\phi_N + \phi_P}{2} - C_s \frac{\phi_P + \phi_S}{2} + \\ D_e(\phi_E - \phi_P) - D_w(\phi_P - \phi_W) + D_n(\phi_N - \phi_P) - D_s(\phi_P - \phi_S) = 0 \end{aligned} \quad (\text{II-14})$$

Cette dernière équation peut être regroupée sous la forme générale suivante :

$$ap\phi_p = ae\phi_E + aw\phi_W + an\phi_N + as\phi_S + b \quad (\text{II-15})$$

En identifiant cette équation à l'équation précédente, on obtient :

$$\begin{aligned} ae &= D_e - \frac{C_e}{2} \\ aw &= D_w + \frac{C_w}{2} \\ an &= D_n - \frac{C_n}{2} \\ as &= D_s + \frac{C_s}{2} \\ ap &= \sum_m a_m + S_C + S_p \\ S_C &= C_e - C_w + C_n - C_s \\ S_p &= \frac{r_p \Delta r \Delta z}{\Delta t} \end{aligned} \quad (\text{II-16})$$

Les coefficients a_m ($m = e, w, n, s$) représentent l'influence de la convection et de la diffusion aux quatre faces du volume de contrôle, en terme du débit massique C_m et de la diffusion D_m .

Etant donné que suivant la grandeur et le signe des termes C_m , et plus précisément ceux de la composante respective de la vitesse, les coefficients a_m peuvent être positifs ou négatifs.

Cependant, il a été montré pour un problème unidimensionnel [9] que la réalité physique des problèmes des écoulements et/ou de transfert de chaleur exige que leurs valeurs soient positifs ou nulles.

Des solutions non physiques peuvent être apparaître si les coefficients a_m deviennent négatifs, c'est-à-dire que, chaque fois que, en un point du réseau, on aura :

$$|\text{Pe}_m| > 2$$

Avec :

$$\text{Pe}_m = \frac{C_m}{D_m} \quad (\text{II-17})$$

Appelé nombre de Péclet de la grille, indique le rapport du transfert de la matière et/ou de la chaleur par convection au transfert par diffusion. Il est toujours théoriquement possible, en choisissant un maillage suffisamment fin, de se placer dans ces conditions telles que la discrétisation d'une équation de type convection diffusion par un schéma CDS. Cependant, pour des valeurs élevées du module de la vitesse, ces possibilités restent malheureusement théoriques puisque une augmentation du nombre de points du maillage a toujours des limite parce qu'elle se traduit souvent par des encombrements en mémoire et du temps de calcul sur ordinateur qui peuvent rapidement devenir prohibitifs [4].

La formulation centrée des flux convectifs n'est donc généralement employée que dans le cas des écoulements modérés pour lesquels les problèmes de stabilité numérique ne sont pas critiques. Aussi, pour que tous les coefficients a_m soient positifs, les nombres de Péclet locaux Pe_m doivent être inférieurs à 2 en valeur absolue.

2) Schéma Upwind UDS1 :

L'un des remèdes pour pallier les difficultés citées précédemment est l'utilisation des schémas décentrés (schéma Upwind) dans lesquels le bilan des flux convectifs calculé à l'aide d'une formulation non symétrique. La justification des schémas décentrés se trouve dans le fait que le terme dérivée particulière représente le transport d'une quantité le long d'une caractéristique de l'écoulement, et que le transfert d'information se fait donc de l'amont vers l'aval [13].

Ceci signifie que, si U_e est positive, une meilleure approximation de la valeur de U au point e , U_e (dans le cas générale Φ_e), est celle qui existe au point P , $U_p(\Phi_p)$, au lieu de la moyenne des deux valeurs adjacentes ($\frac{\Phi_E + \Phi_P}{2}$). De plus, lorsque la valeur de la vitesse de l'écoulement est élevée, la quantité de (chaleur ou matière) converti entre les points E et P est plus importante que celle diffusée entre ces deux points, de telle manière que le flux diffusif à travers la face e peut être légitimement négligé vis-à-vis au flux convectif.

Soit, suivant la direction $E \rightarrow W$:

$$\text{Si } u_e > 0 : \Phi_e = \Phi_P \quad \text{et} \quad \Phi_w = \Phi_W \quad (\text{II-18})$$

$$\text{Si } u_e < 0 : \Phi_e = \Phi_E \quad \text{et} \quad \Phi_w = \Phi_P$$

Donc, la discrétisation des termes convectifs devient :

$$\begin{aligned} C_e \phi_e - C_w \phi_w + C_n \Phi_n - C_s \phi_s = & \phi_p \cdot \sup(C_e, 0) - \phi_E \cdot \sup(-C_e, 0) \\ & - \phi_W \cdot \sup(C_w, 0) + \phi_P \cdot \sup(-C_w, 0) \\ & + \phi_p \cdot \sup(C_n, 0) - \phi_N \cdot \sup(-C_n, 0) \quad (\text{II-19}) \\ & - \phi_s \cdot \sup(C_s, 0) + \phi_P \cdot \sup(-C_s, 0) \end{aligned}$$

sup. désigne l'opérateur maximum.

Cette expression montre que, suivant le sens de l'écoulement dynamique, on ne tient compte que des effets de la maille juste en amont de l'interface. La maille en aval ne contribue pas au calcul des flux convectifs.

Maintenant, nous identifions l'expression qui correspond à une discrétisation UDS1 de l'équation (II-15).

Nous obtenons :

$$\begin{aligned} a_e &= D_e + \sup(-C_e, 0) \\ a_w &= D_w + \sup(C_w, 0) \\ a_n &= D_n + \sup(-C_n, 0) \quad (\text{II-20}) \\ a_s &= D_m + \sup(C_s, 0) \\ a_p &= \sum_m a_m + S_C + S_p \end{aligned}$$

Le schéma UDS1, de précision spatiale de premier ordre, vérifie donc la condition de transport (un schéma numérique aux différences finies est dit transportif lorsque l'effet d'une perturbation d'une grandeur, telle que la température, est sensible dans la même direction que la vitesse). De ce point de vue, le schéma décentré paraît plus logique que le schéma centré,

mais c'est surtout à des vitesses d'écoulement élevées dans des maillages grossiers qu'on obtient des solutions physiquement acceptables.

L'utilisation du schéma UDS1 dans les zones de l'écoulement où la condition sur le nombre de Péclet local (Pe_m) vérifie :

$$|Pe_m| < 2$$

est superflue car cela revient à dégrader la précision du schéma alors qu'on sait que la formulation CDS ne poserait pas ce problème. Cette remarque est à la base de la discrétisation hybride, exposé au paragraphe suivant.

3) Schéma hybride :

Ce schéma, dont la précision spatiale est réduite au premier ordre, possède les propriétés de transport et de convection.

Le schéma hybride se réduit à l'approximation centrée CDS lorsque $|Pe_m| < 2$, mais il devient identique au schéma Upwind UDS1 lorsque $|Pe_m| > 2$.

Il se présente donc comme étant une combinaison de ces deux schémas.

Les coefficients a_m sont donnés par :

$$\begin{aligned} a_e &= \sup\left(-C_e, D_e - \frac{C_e}{2}, 0\right) \\ a_w &= \sup\left(C_w, D_w + \frac{C_w}{2}, 0\right) \\ a_n &= \sup\left(-C_n, D_n - \frac{C_n}{2}, 0\right) \\ a_s &= \sup\left(C_s, D_s + \frac{C_s}{2}, 0\right) \\ a_p &= \sum_m a_m + S_C + S_p \end{aligned} \quad (\text{II-21})$$

Il est à noter que cette formulation est valable pour n'importe quelle localisation des interfaces entre les mailles. Elle permet de fournir des solutions physiquement acceptables aux divers problèmes sans toutefois garantir la précision des solutions obtenues [13].

4) Schéma de loi de puissance :

La meilleure approximation de la solution exacte est donnée par le schéma de loi de puissance, laquelle a été décrite par Patankar [9]. Bien que un peu plus compliqué que le schéma hybride, les formules du schéma de loi de puissance ne sont pas particulièrement

coûteuses en temps de calcul; elles ne fournissent une très bonne représentation de la solution exacte. Pour $|\text{Pe}_m| > 10$, ce schéma devient identique au schéma hybride.

Par exemple, a la maille E :

$$ae = D_e \sup \left(0, \left(1 - \frac{0.1 - |C_e|}{D_e} \right)^5 \right) + \sup(0, -C_e) \quad (\text{II-22})$$

La formulation loi de puissance est conseillée dans les problèmes de convection-diffusion. Cependant, le schéma hybride peut être utilisé dans n'importe quelle situation.

2-4-3-2-Conclusion sur les schémas de discrétisation du terme de convection :

Tous les schémas, à l'exception des différences centrées, donnent des solutions physiquement acceptables. Mais puisque c'est le nombre de Péclet de la grille qui caractérise le comportement d'un schéma numérique, il est possible de raffiner le maillage de sorte que Pe_m devienne assez petit (< 2) pour le schéma aux différences centrées ce qui permet d'obtenir des solution raisonnables.

2-4-4-Le terme source :

Au même titre que le terme de convection, le terme source est calculé à l'aide de schéma centré de second ordre.

Pour commencer, le terme source est mis sous la forme suivante :

$$\iiint_V S_\phi dV = \overline{S_\phi} \cdot V \quad (\text{II-23})$$

où : $\overline{S_\phi}$ est la valeur moyenne de la source S_ϕ sur la cellule.

V est le volume de la cellule.

Pour cela, toutes les variables intervenant dans S_ϕ prennent la valeur de la variable au centre de la maille et tous les gradients, y compris celui de la pression pour les équations de la quantité de mouvement, sont discrétisés au centre de la maille à l'aide de schéma centré du second ordre.

Puis, le terme $\overline{S_\phi} \cdot V$ est écrit sous la forme linéaire suivante :

$$\overline{S_\phi} \cdot V = S_u + S_p \Phi_p \quad (\text{II-24})$$

2-6-Algorithmme SIMPLE ("Semi-Implicite Method for Pressure – Linked Equation") :**2-6-1-Introduction:**

Les équations aux différences finies des deux composantes de la vitesse u et w sont couplées entre elles par l'intermédiaire du champ de pression P . la résolution de ces équations couplées conduit à des systèmes matriciels pleins en raison de la nature elliptique de l'équation de pression dans le cas d'un écoulement incompressible. Si l'on veut éviter de résoudre des équations couplées, il faut avoir recours à un processus itératif, ce qui permet d'appliquer à chacune des deux composantes de vitesse le même algorithme de résolution. Ce processus itératif suppose que l'on se donne un champ de pression estimé P^* et ainsi on peut en déduire un champ de vitesse correspondant \vec{U}^* . Dans ces conditions le champ \vec{U}^* peut ne pas satisfaire l'équation de conservation de la masse. Il faut donc trouver un algorithme qui permet de modifier P^* et par conséquent \vec{U}^* de manière à ce que l'équation de continuité soit satisfaite [9].

Ceci est l'objet du présent algorithme. Le calcul des champs de vitesse et de pression se fait à l'aide des équations de quantité de mouvement et de continuité, discrétisées sur un maillage dont le choix se révèle être un élément essentiel à la bonne marche de l'algorithme.

2-6-2-Calcul des champs de vitesses :

La discrétisation de l'équation de conservation de la quantité de mouvement dans la direction r sera obtenue de la même manière que celle de l'équation de conservation de l'énergie en introduisant tous qui est terme source dans le terme B dans l'équation(II-26). Comme l'algorithme SIMPLE est basé sur l'utilisation d'un champ de pression estimé pour pouvoir déterminer une première approche du champ de vitesse, il intéressant de ne pas introduire les gradient de pression dans le terme source B durant la discrétisation des équations de quantité de mouvement [9].

Afin de rendre possible l'application de l'algorithme, il est intéressant de ne pas discrétiser les champs de vitesse et de pression sur la même grille. Ainsi, nous allons décrire les deux réseaux de points utilisés pour discrétiser les différentes équations aux dérivées partielles gouvernant le problème physique. Le choix de la grille favoriser, d'une part les propriétés de conservation en passant d'un volume de contrôle à un autre et d'autre part faciliter la résolution numérique du système d'équations et le traitement des conditions aux limites. Les deux grille différentes sont donc définies de la manière suivante :

- une grille dite principale pour le calcul des variables P et T .
- une grille dite décalée pour évaluer les champs de vitesse et dont les nœuds sont localisés à mi-distance de ceux de la grille principale (figure (8)). Chaque composante du vecteur vitesse U ou V est seulement décalée dans sa propre direction [9].

Dans le cas des deux maillage, les propriétés de conservation restent vérifiées et les approximations doivent être choisies de telle façon que les expressions algébriques puissent représenter au mieux la variable en question.

Supposons maintenant que nous connaissons un champ de pression P , défini aux différents points du réseau fig. (II-6) a. L'intégration des deux équations de quantité de mouvement sur le volume de contrôle des figures (II-6) b et c entraîne le système d'équations suivant :

$$(a_p)_U U_P = \sum_m (a_m)_U U_m + B_U + A_{ew} (P_W - P_P) \quad (\text{II-29})$$

$$(a_m)_V W_P = \sum_m (a_m)_V W_m + B_V + A_{ns} (P_S - P_P) \quad (\text{II-30})$$

Tel que a_{ew} et a_{ns} sont des surfaces moyennes dans les deux directions.

Le terme $A_{ew} (P_W - P_P)$ est la force de pression agissant sur le volume de contrôle de la composante U , avec A_{ew} la surface sur laquelle agit la différence de pression.

Pour la composante de la vitesse W , le terme source B_V est calculé de la même façon que dans le cas de la composante U .

L'expression du coefficient $(a_m)_V (m = E, W, N, S)$ sont généralement de la même forme que celle calculée dans l'autre direction. Les composantes des champs de vitesse intermédiaires, calculées à partir d'un champ de pression estimé P^* seront notées U^* , W^* tant qu'elles ne vérifient pas l'équation de continuité.

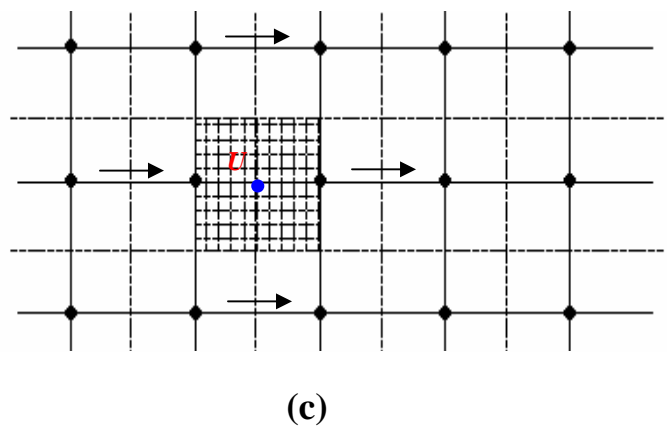
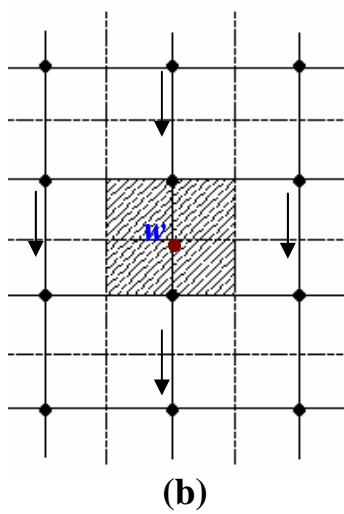
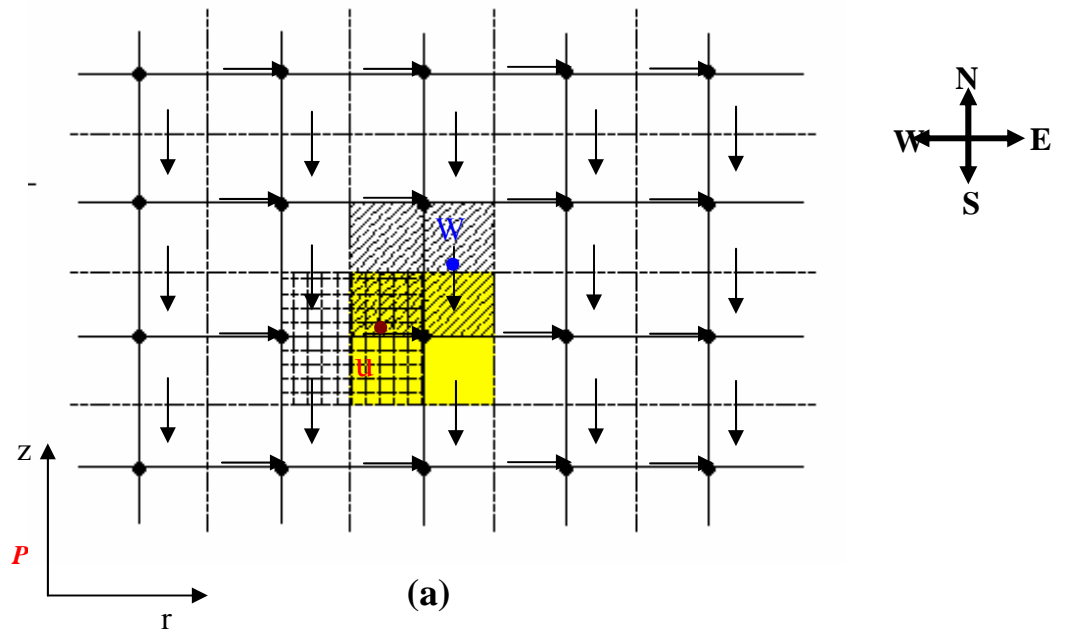


Figure (II-6) : (a)- Localisation décalée pour u et w .
 \downarrow : u , \rightarrow : w , \bullet : pour P, T
 (b)- Volume de contrôle pour w .
 (c)- Volume de contrôle pour u .

2-6-3-Equation de correction de la vitesse :

Nous l'avons dit, notre objectif fondamental est de trouver un moyen permettant de corriger le champ de pression estimé P^* de telle façon que le champ de vitesse calculé (U^*, W^*) puisse progressivement s'améliorer jusqu'à ce que la condition d'incompressibilité soit remplie. Soit P' la correction de pression cherchée : cette correction entraîne, par conséquent, la modification du champ de vitesse calculé de sorte que, si U' et W' représentent les composantes des corrections de U et W , on puisse écrire les champs corrects de pression et de vitesse comme suit [9]:

$$\begin{aligned} P &= P^* + P' \\ U &= U^* + U' \\ W &= W^* + W' \end{aligned} \quad (\text{II-31})$$

En remplaçant U et V par leur expressions dans les équations précédentes, il vient que :

$$\begin{aligned} a_e U'_e &= \sum_m a_m U'_m + A_{ew} (P'_P - P'_E) \\ a_n W'_n &= \sum_m a_m W'_m + A_{ns} (P'_P - P'_N) \end{aligned} \quad (\text{II-32})$$

A ce stade, on annule carrément les termes $\sum_m a_m U'_m$ et $\sum_m a_m W'_m$, ($m = e, w, n, s$) afin que le système d'équation final puisse s'écrire sous la forme d'un système matriciel facile à résoudre à l'aide de la méthode d'élimination de Gauss-Seidel. En effet, si ces termes avaient été retenus, ils auraient dû être exprimés en fonction des termes de correction de pression et de vitesse des voisins U'_m et W'_m . Ces voisins prennent à leur tour les leurs et ainsi de suite.

Finalement, la formule de correction de la vitesse fournit la correction de pression sur toutes les mailles du domaine de calcul et l'équation de correction de la pression devient intraitable. Les équation de correction de U et W aux mailles e et n se réduisent à :

$$\begin{aligned} U_e &= U^* + \frac{A_{ew}}{a_e} (P'_P - P'_E) \\ W_n &= W^* + \frac{A_{ns}}{a_n} (P'_P - P'_N) \end{aligned} \quad (\text{II-33})$$

Ces équations seront utilisées pour obtenir l'équation de correction de la pression établie dans le paragraphe suivant.

2-6-4-Equation de correction de la pression :

Cette équation est faite à partir de l'équation de continuité, écrite sous la forme discrétisée suivante :

$$(U_e - U_w)A_{ew} + (W_n - W_s)A_{ns} = 0 \quad (\text{II-34})$$

En substituant les équations de correction de vitesse dans cette dernière équation, on obtient une équation en P' qui s'écrit sous la forme :

$$a_p \cdot P' = \sum_m a_m \cdot P'_m + B_p \quad (\text{II-35})$$

Avec :

$$\begin{aligned} a_E &= \frac{A_{ew}}{a_e} \cdot A_e \\ a_W &= \frac{A_{ew}}{a_w} \cdot A_e \\ a_N &= \frac{A_{ns}}{a_n} \cdot A_n \\ a_S &= \frac{A_{ns}}{a_s} \cdot A_s \\ a_p &= \sum_m a_m \\ B_p &= (U_w^* - U_e^*)A_{ew} + (W_s^* - W_n^*)A_{ns} \end{aligned} \quad (\text{II-36})$$

B_p représente la source masse produite par le champ de vitesse $\overline{U^*}$ et que les corrections successives de la pression doivent anéantir. Si, au cours de la résolution numérique du système d'équation, la valeur de ce terme devient assez faible, le champ de vitesse pourra vérifier la condition d'incompressibilité et la correction de la pression ne sera plus nécessaire.

Comme l'équation générale en Φ , l'équation de correction de la pression sera résolue itérativement à l'aide de la méthode de balayage. Mais, pour cette équation, le coefficient A_p est identiquement égal à la somme des coefficients voisins a_m ($m = E, W, N, S$), contrairement au cas des équations de conservation de l'énergie et de quantité de mouvement.

2-7-Algorithmme SIMPLE-R (SIMPLE Revised) :**2-7-1-Principe de l'algorithme :**

Cet algorithme a été créé pour donner une solution convergente plus rapidement que SIMPLE. Dans ce dernier, le champ de pression P' obtenu à l'aide de l'équation de correction de la pression est approché à cause de l'omission des termes $\sum_m a_m U'_m$ et $\sum_m a_m W'_m$. Ceci a pour conséquence l'obtention de corrections mauvaise et exagérées de champ de pression P ce qui peut pénaliser la convergence de la procédure de résolution. Ainsi, il paraît plus intéressant d'introduire un champ de vitesse permettant de calculer une distribution de pression plutôt, que d'introduire directement un champ de pression estimé [9].

Ceci est l'objet de l'algorithme de SIMPLE-R qui, premièrement, utilise l'équation de correction de la pression uniquement pour corriger les composantes de la vitesse et deuxièmement, déterminer le champ de pression établie ci-dessous.

2-7-2-Equation de la pression :

L'équation de quantité de mouvement (II-29) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$U_e = \frac{\sum_m a_m U_m + B_U}{a_e} + \frac{A_{ew}}{a_e} (P_P - P'_E) \quad (\text{II-37})$$

On définit une pseudo-vitesse, fonction uniquement des vitesses des points voisins, définie par :

$$\hat{U}_e = \frac{\sum_m a_m U_m + B_U}{a_e} \quad (\text{II-38})$$

L'équation précédente devient alors :

$$U_e = \hat{U}_e + \frac{A_{ew}}{a_e} (P_P - P'_E) \quad (\text{II-39})$$

De la même façon, nous pouvons écrire que :

$$W_e = \hat{W}_e + \frac{A_{ns}}{a_n} (P_P - P'_N) \quad (\text{II-40})$$

Il est facile de voir la similarité entre ces équations et les équations de l'algorithme SIMPLE écrites en fonction des composantes U^* et W^* . Il s'ensuit alors que, si la formulation de l'équation de correction de pression est effectuée avec ces nouvelles relations, l'équation pour la pression P serait de la forme :

$$a_p P_p = \sum_m a_m P_m + B_p \quad (\text{II-41})$$

Les coefficients a_m ($m = P, E, W, N, S$) sont donnés par les équations (II-36). Quant au terme source B_p , il est donné par :

$$B_p = (\hat{U}_w - \hat{U}_e) A_{ew} + (\hat{V}_s - \hat{V}_n) A_{ns} \quad (\text{II-42})$$

La formulation du terme source B_p est la seule différence entre l'équation de pression et l'équation de correction de pression. Mais, la différence fondamentale est marquée par le fait qu'aucune approximation n'a été introduite durant l'établissement de l'équation de pression. Ainsi, si on utilise un champ de vitesse correcte pour calculer les pseudo- vitesses, l'équation de pression pourra donner un champ de pression correcte en un petit nombre d'itérations [4].

2-8-Stabilité et convergence :

2-8-1-Nature de la procédure d'itération et technique de sous-relaxation :

La technique d'itération simplifiée énormément la construction de méthode numérique et fournit un moyen pour traiter le caractère non-linéaire et couplé les équations algébriques.

Dans cette technique, il est souvent souhaitable d'accélérer (sur-relaxer) ou de ralentir (sous-relaxer) les variations des variables dépendantes d'une itération à une autre. La sur-relaxation est généralement utilisée en conjonction avec la méthode standard de Gauss Seidel; le schéma résultant est connu sous le nom de SLOR ("Successive Line Over-Relaxation"). Pour éviter la divergence des solutions itératives des équations à fort caractère non-linéaire, la sous-relaxation est vivement conseillée [4].

En supposant b et a_p constantes entre deux itérations successives, nous pouvons écrire que la variable ϕ_p à l'itération $(K + 1)$ est :

$$\Phi_p^{(K+1)} = \Phi_p^{(K)} + \left(\frac{\sum_m a_m \Phi_m^{(K+1)} + B}{a_p} - \Phi_p^{(K)} \right) \quad (\text{II-43})$$

La quantité entre parenthèses représente en fait la variation de Φ produite par une itération courante. Cette variation peut être modifiée par l'introduction du facteur de relaxation α_ϕ , de sorte qu'on se permette d'écrire :

$$\Phi_p^{(K+1)} = \Phi_p^{(K)} + \alpha_\phi \left(\frac{\sum_m a_m \Phi_m^{(K+1)} + B}{A_p} - \Phi_p^{(K)} \right) \quad (\text{II-44})$$

Ou encore :

$$\frac{a_p}{\alpha_\Phi} \Phi_p^{(K+1)} = \sum_m a_m \Phi_m^{(K+1)} + B + (1 - \alpha_\Phi) \frac{a_p}{\alpha_\Phi} \Phi_p^{(K)} \quad (\text{II-45})$$

Il est évident que la convergence est atteinte quand $\Phi_p^{(K+1)}$ devient identique à $\Phi_p^{(K)}$, ce qui implique que la valeur convergente finale de Φ_p satisfait l'équation d'origine. N'importe quel schéma de relaxation doit, bien sûr, posséder cette propriété : la solution convergente, bien que obtenue par l'utilisation de facteurs de relaxation arbitraires, doit encore satisfaire l'équation de base.

Dans notre cas, les variations de U , W et T ont été sous relaxées à la manière de l'équation précédente, cependant la pression l'a été comme suit :

$$P = P^* + \alpha_p (P' - P_{ref}) \quad (\text{II-46})$$

Dans la méthode de volume de contrôle adoptée ici, il n'y avait pas de différence fondamentale entre la résolution d'un problème stationnaire et celle d'un problème instationnaire.

Dans le premier cas, nous commençons par estimer des valeurs de la variable Φ et nous procédons afin d'obtenir une solution finale convergente. Cependant, dans le second cas, étant donné les valeurs de Φ à l'instant précédent t , nous estimons les valeurs de Φ à l'instant $t + \Delta t$ et nous cherchons itérativement les bonnes valeurs convergentes de Φ à ce même instant.

Ainsi, la solution dans le cas d'un problème instationnaire parait exiger un effort équivalent à celui nécessaire pour la résolution d'une succession de problèmes stationnaires.

2-8-2-Critères de convergence :

Afin de mieux approcher la solution stable du système d'équations en un nombre optimum d'itérations, nous avons adopté un test significatif d'arrêt du processus itératif, portant sur les résidus de quantité de mouvement, de la masse et de la température. Ces résidus peuvent être définis par :

$$R_\Phi = \sum_m a_m \cdot \Phi_m + B_\Phi - a_p \cdot \Phi_p \quad (\text{II-47})$$

Evidemment, quand l'équation discrétisée est satisfaite, R_Φ tendra vers zéro. Un critère convenable de convergence est donc d'exiger que :

$$|R_\Phi| < \varepsilon_\Phi$$

ε_ϕ étant un infiniment petit fixé qui caractérise l'erreur sur la solution obtenue.

Pour accélérer la convergence du processus itératif, en particulier dans le cas des valeurs élevées du nombre de Reynolds, il est intéressant d'assurer la stabilité du schéma numérique.

L'analyse linéaire de la stabilité a montré que la formulation adoptée pour intégrer les termes convectifs des équations aux dérivées partielles garantit la stabilité de l'algorithme de résolution [15], mais il est hors de question, dans le cadre de ce travail, d'étudier la stabilité du schéma numérique.

Algorithme SIMPLE-R (Semi-Implicit Methode for Pressure-Linked Equations revised)

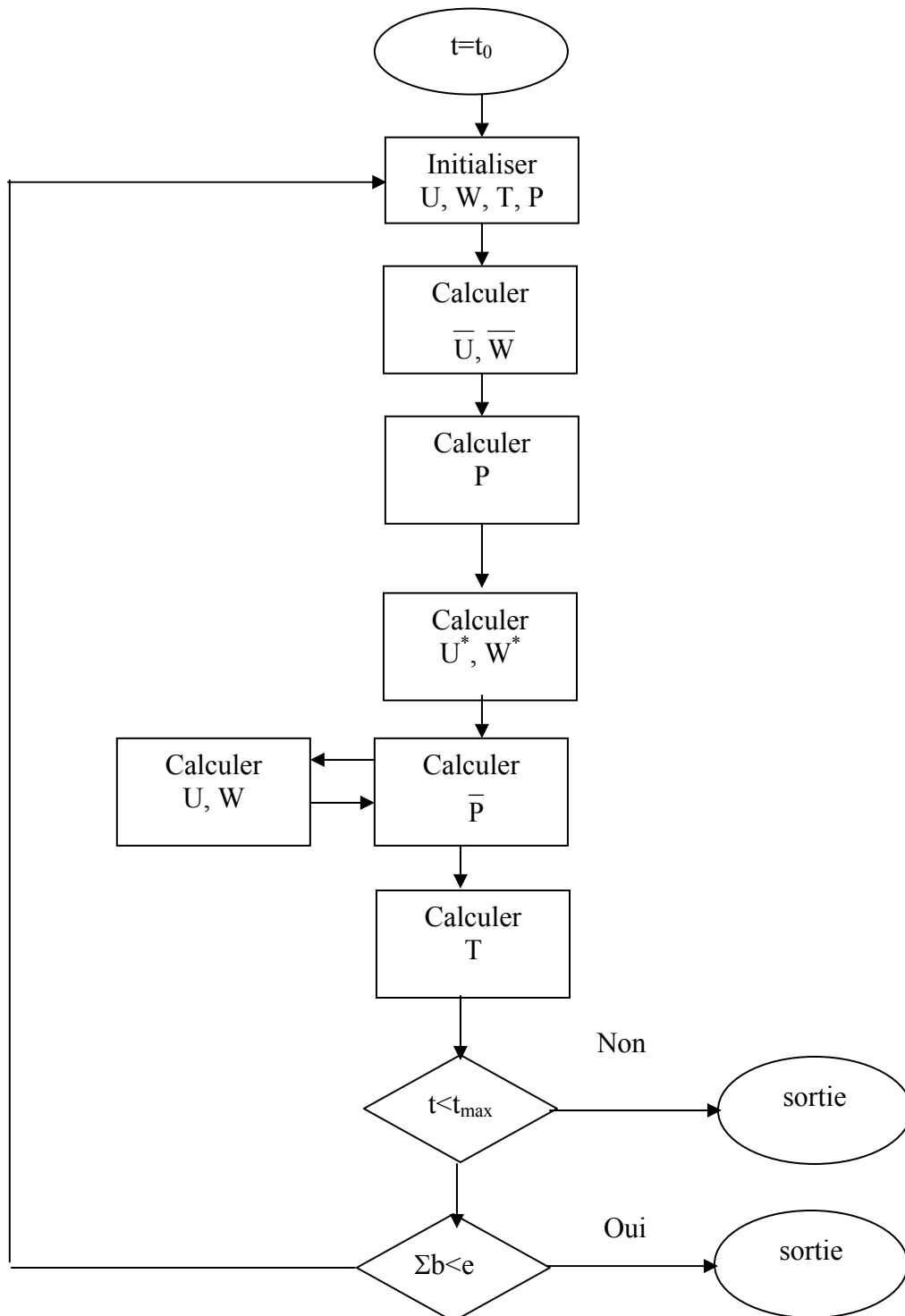


Figure (II-7) : Algorithme SIMPL-R

CHAPITRE III :

Simulation numérique

1-Introduction :

Les logiciels de simulation numérique d'un milieu fluide par des méthodes numérique peuvent maintenant être considérés comme de véritables "expériences numériques" lorsque les simulations sont faites avec soin.

L'avantage des "expériences numériques" est que toutes les quantités physiques liées à l'écoulement (champ de vitesse, températures, contraintes, ...etc.) sont immédiatement disponibles. Dans une expérience l'obtention de ces quantités en tous les points du champ où de contour est souvent impossible ou très difficile en pratique. Aussi elles sont économiques par rapport à l'expérimentation, et elles permettent la rapidité d'exécution pour le développement.

Le premier travail à accomplir dans la réalisation d'une simulation numérique est la définition d'un maillage adapté à l'écoulement. En particulier, le maillage doit être resserré dans les zones où l'on attend un gradient de vitesse où de température très fort. Une connaissance a priori du champ de vitesse et de température tirée d'expériences sur des écoulements similaires est donc utile pour l'établissement du maillage. Le maillage peut être raffiné à partir des résultats obtenus en identifiant les zones de l'écoulement dans lesquelles le calcul ne converge pas parfaitement.

Nous allons utiliser deux logiciels commerciaux très utilisés dans l'industrie : un mailleur, Gambit et le logiciel de calcul Fluent.

Dans une simulation numérique, il est préférable de travailler sur des nombres, plutôt que sur des grandeurs physiques dimensionnelles. Bien que ceci paraisse contraignant, cela assure de pouvoir transposer plus facilement les résultats de calcul. On sait que Fluent est un logiciel qui résout les équations dimensionnelles de Navier Stokes, de continuité et d'énergie, le résultat est donc des quantités dimensionnelles, mais on peut aussi traiter des cas adimensionnels et avoir des résultats adimensionnels.

2-Géométrie du problème :

On va choisir la cheminée solaire avec les dimensions suivantes :

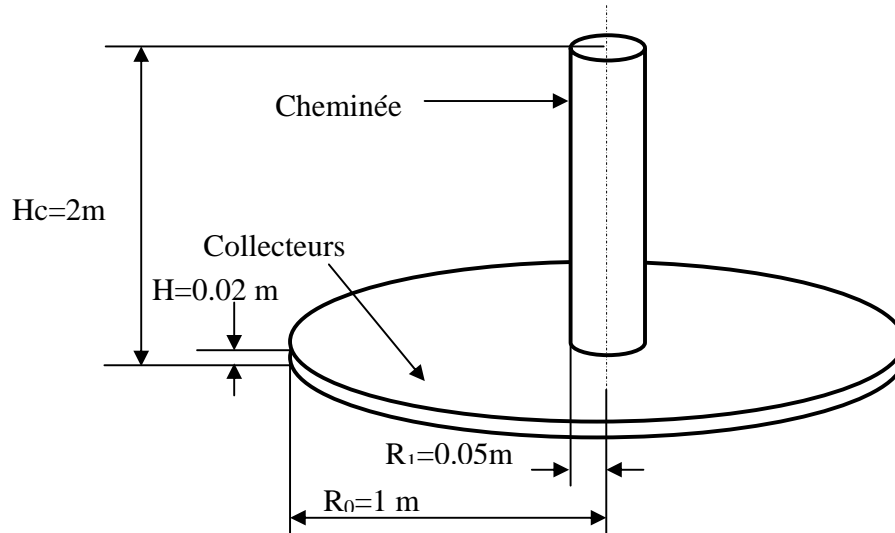


Figure (III-1) : Dimensions de la cheminée solaire

Cette géométrie est utilisée pour tous les cas de simulations détaillés dans le chapitre suivant. Comme le problème est axisymétrique, on va traiter seulement la géométrie bidimensionnelle qui correspond à la moitié du domaine d'écoulement.

Le logiciel Fluent prend par défaut l'axe Ox comme axe de symétrie, ceci nous conduit à adapter le domaine de calcul en appliquant une rotation des axes pour le domaine choisi.

3-Initiation au logiciel Gambit :

Le code de calcul GAMBIT est un logiciel qui permet de créer des maillages pouvant être utilisés en particulier sous FLUENT.

Ce programme est un prétraitement au logiciel de simulation. Il permet de générer un maillage structuré ou non structuré en coordonnées cartésiennes, polaires ou cylindriques. Il peut réaliser des maillages complexes en deux ou trois dimensions avec des mailles de type rectangle ou triangle.

3-1 Construction d'un maillage :

Pour construire un maillage, il est bon de suivre la démarche suivante :

1) Définir la géométrie.

Pour définir la géométrie sur Gambit il faut suivre la démarche suivante :

- Création des points : créer les points qui caractérisent la géométrie figure (III-2).
- Création des Lignes : créer les lignes qui relient les points déjà créés.
- Création des Surface : créer les surfaces limitées par les lignes déjà créées.
- Réaliser le maillage.

3-2- Réalisation du maillage :

Pour réaliser le maillage sur Gambit il faut suivre la démarche suivante :

3-2-1-Maillage des lignes :

Nous avons utilisé un maillage raffiné avec l'utilisation des ratios comme le montre la figure (III-2).

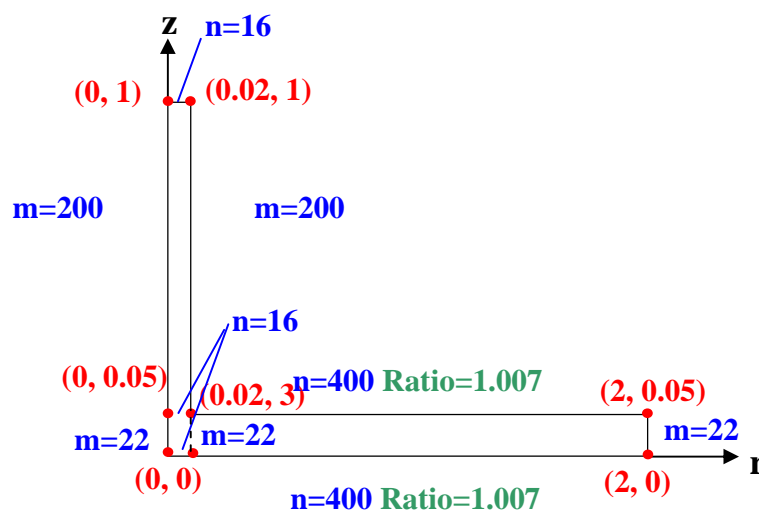


Figure (III-2) : Maillage des lignes pour la géométrie cartésienne

(En bleu m,n c'est le nombre de nœuds, et en vert c'est le ratio)

Le ratio défini par :

$$Ratio = \frac{L_{i+1}}{L_i}$$

Où L_i et L_{i+1} : les longueurs de deux mailles successives.

3-2-2-Maillage des surfaces :

On va mailler les trois rectangles qui forment le domaine, et après on aura le maillage suivant :

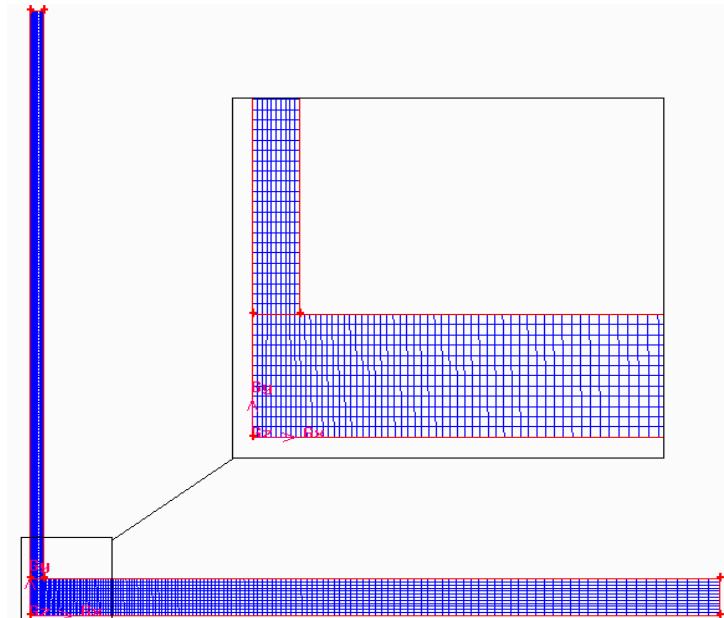


Figure (III-3) : Maillage de la géométrie cartésienne

3-3-Définition des conditions aux limites :

On va définir les conditions aux limites et les noms de chaque paroi.

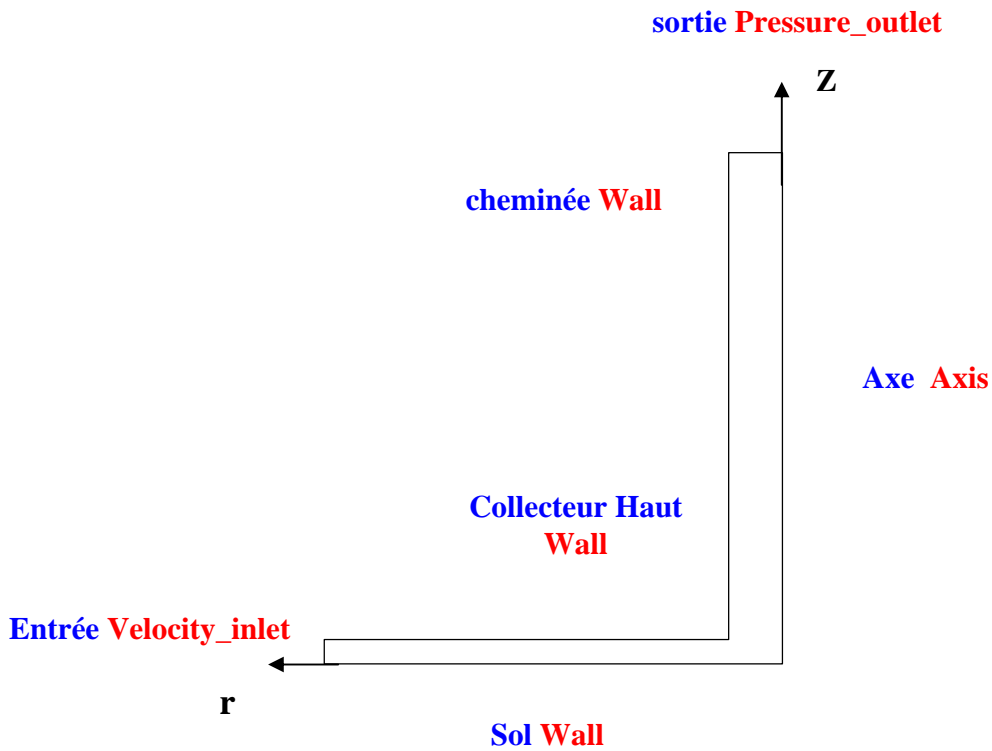


Figure (III-4): Distribution des conditions aux limites

Il faut aussi définir l'intérieur du domaine comme un fluide, définir chaque rectangle comme étant un fluide qui se nomme « Air ».

4-Initiation au logiciel Fluent :

Le logiciel FLUENT est un code industriel largement utilisé dans le domaine de la mécanique des fluides, il permet de modéliser tous les écoulements fluides, compressibles ou incompressibles, impliquant des phénomènes physiques complexes tels que la turbulence, le transfert thermique, les réactions chimiques, les écoulements multiphasiques et ce, sur les géométries complexes industrielles. La solution Fluent inclut également un environnement CAO et un maillage paramétrique, permettant de mettre en place les modèles numériques ou de s'intégrer aux outils de conception déjà existants.

- Les domaines d'application sont nombreux et variés tels que :
 - Mécanique des fluides, Chimie procédés, Production d'énergie, Electronique, Environnement informatique, Turbomachines.....ect.
 - Le logiciel FLUENT possède les caractéristiques suivantes :
 - La résolution des équations de Navier-Stokes dans des repères fixes ou tournants
 - Technique de volumes finis précise au second ordre.
 - Maillages structurés ou non, déformables, du triangle en 2D à l'hexaèdre en 3D permettant une construction simple, rapide et automatisée.
 - Maillage dynamique, glissant et déformable.
 - Maillage auto adaptative à la solution améliorant la précision des zones à forts gradients.
 - Interpolation automatique de la solution sur le maillage affiné.
 - Convergence accélérée par schéma de multi grille.
 - Nombreuses conditions limites pour écoulements externes et internes.
 - Programme parallélisée et vectorisés.
- Types d'écoulements :
 - Stationnaires ou transitoires, en 2D, 2D axisymétriques ou 3D dans des géométries complexes.
 - Laminaires ou turbulents (modèles K-eps, RNG ou RSM).
 - Transferts de chaleur couplés par conduction, convection et rayonnement avec ou sans source de chaleur internes.
 - Incompressibles ou compressibles (subsonique, transsonique et supersonique).
 - Mélanges d'espèces avec ou sans réactions chimiques.
 - Ecoulements diphasiques dispersés (particules, gouttelettes, bulle).

- Ecoulements diphasiques non dispersés (gaz, liquides, lits fluidisés).
- Ecoulements en repères tournants.
- Ecoulements laminaires non Newtoniens.
- Ecoulements en surface libre et changement de phase.
- Ecoulements avec des résistances (filtres, grilles, milieux poreux...).

4-1- La discrétisation:

Fluent utilise une technique basée sur un volume de contrôle pour convertir les équations régissantes à des équations algébriques pouvant être résolues numériquement.

La discrétisation des équations régissantes peut être illustrée simplement si on considère l'équation de transport d'une quantité scalaire ϕ dans l'état stationnaire, cette équation est démontrée à la forme intégrale sur un volume de contrôle arbitraire.

Dans les cas où l'utilisation du solveur couplé implicite est désirée mais la machine n'a pas la mémoire suffisante on peut utiliser le solveur couplé explicite, cela prendra plus de temps pour atteindre une solution convergée.

4-2 Procédure de modélisation :

Pour avoir une modélisation numérique avec le logiciel Fluent, il faut suivre quelques étapes voir (annexe B). L'organigramme (figure (III-5)) illustre en général la procédure simplifiée pour la modélisation et la simulation d'un problème donné. [16]

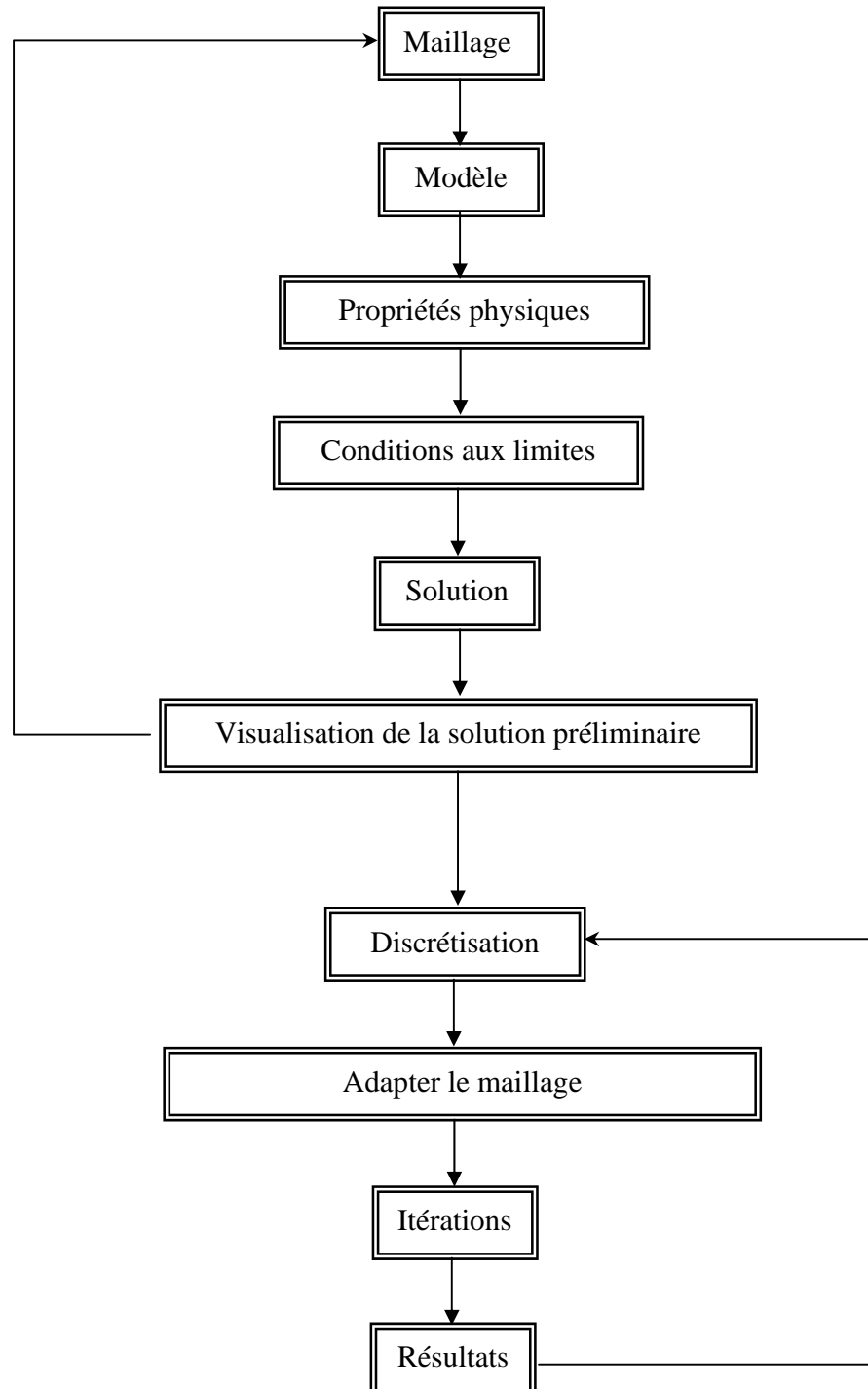


Figure (III-5) : Procédure de modélisation numérique avec le logiciel Fluent

CHAPITRE IV :

Résultats et discussions

1- Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats obtenus par le logiciel FLUENT pour différents cas d'écoulements et ainsi étudions l'influence des nombres adimensionnels sur la structure de l'écoulement.

Dans l'écriture adimensionnelle des équations de conservation, c'est le rapport entre le nombre de Grashof et le carré du nombre de Reynolds (convection naturelle et forcée) qui caractérise l'écoulement de l'air.

Dans tous les phénomènes de transmission de chaleur, il apparaît des gradients de densité et se forment des courants de convection naturelle en présence d'un champ de force. Si les effets de la convection forcée sont très importants, on peut négliger les courants dus à la convection naturelle et, réciproquement, lorsque les forces de convection naturelle sont très grandes, on peut négliger les effets de la convection forcée.

Pour cela, on va étudier l'effet du nombre de Reynolds sur le transfert de chaleur pour une géométrie cartésienne donnée, ainsi que l'effet des conditions aux limites imposées à la température.

On a simulé ce cas d'écoulement pour des valeurs de Reynolds, $Re=1, 10, 50, 100, 300, 400, 600, 1000, 2000$. On a remarqué ce qui suit :

-pour de petits nombres de Reynolds ($Re = 1$ et $Re = 10$), la convergence est atteinte rapidement, après 571 et 391 itérations respectivement pour un résidu fixé à 10^{-6} pour la résolution de l'équation de l'énergie. (Figure (IV-1), (IV-2)).

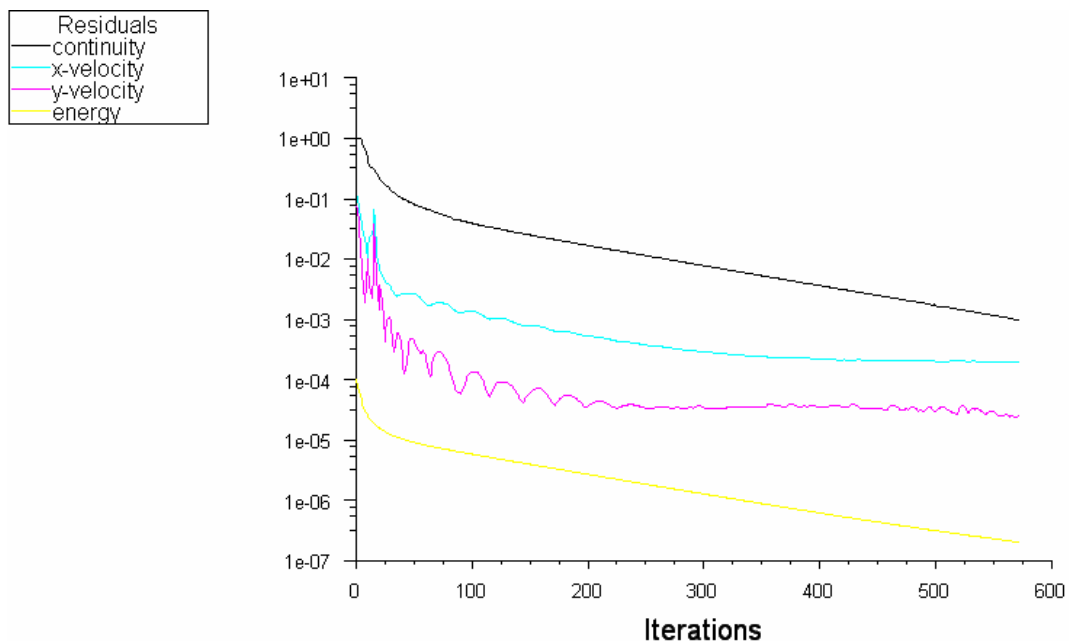


Figure (IV-1) : Évolution du résidu pour le cas $Re=1$

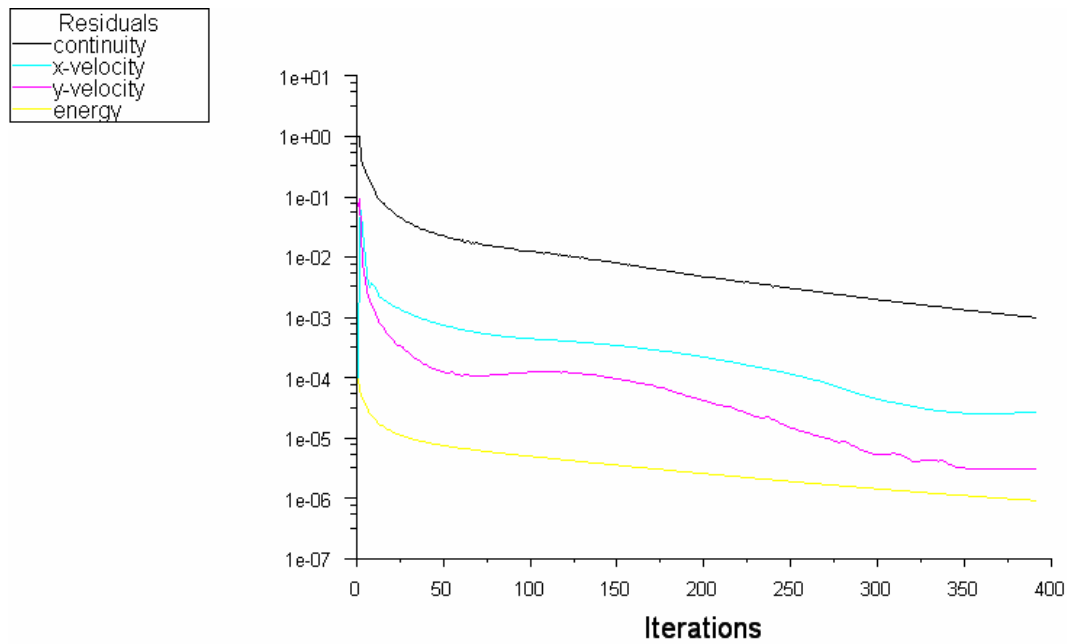


Figure (IV-2) : Évolution du résidu pour le cas ($Re=10$)

-par contre, pour des Reynolds de valeur moyenne ($Re = 50$ et $Re = 100$ et $Re=300$), les (figures (IV-3), (IV-4), (IV-5)) montrent que les résidus convergent, mais à des valeurs qui oscillent autour de 10^{-2} , 10^{-3} et 10^{-4} , respectivement pour l'équation de continuité, l'équation de N-S selon r et l'équations de N-S selon z .

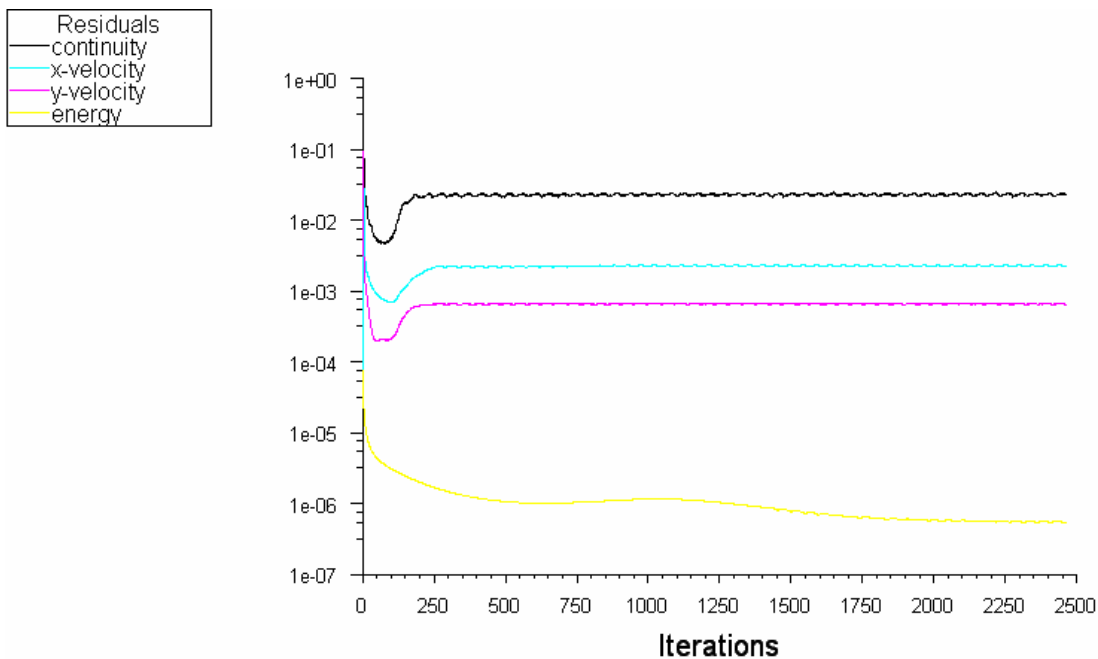


Figure (IV-3) : Évolution du résidu pour le cas $Re=50$

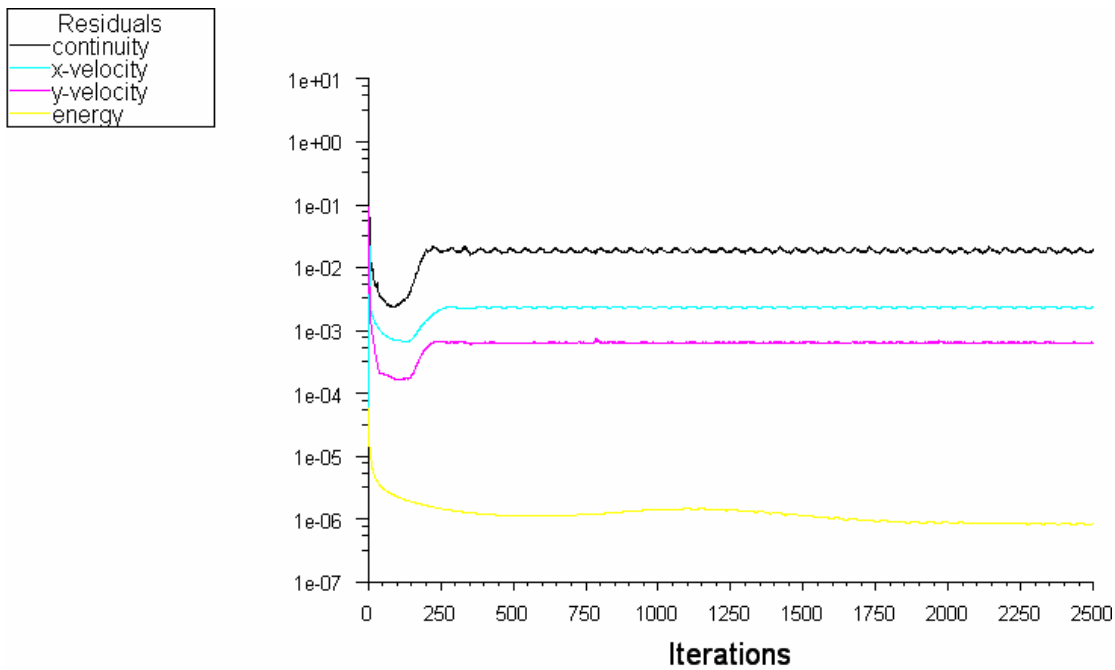


Figure (IV-4) : Évolution du résidu pour le cas. $Re=100$

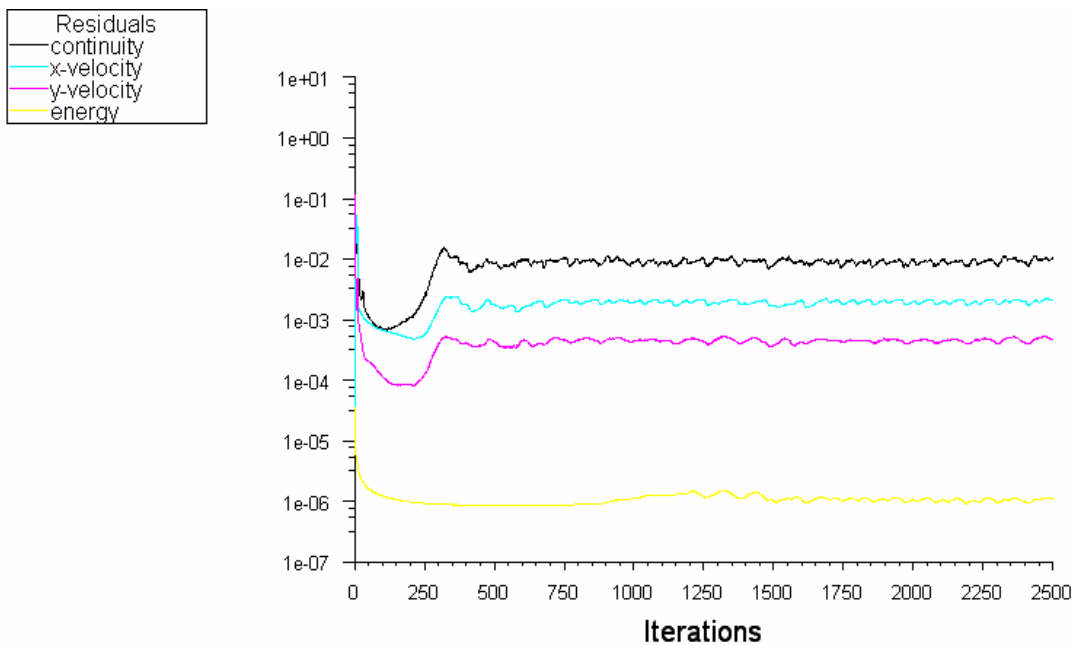


Figure (IV-5) : Évolution du résidu pour le cas $Re=300$

-pour des Reynolds plus élevés ($Re = 400$, $Re = 600$, $Re=1000$ et $Re=2000$), soient les (figures (IV-6), (IV-7), (IV-8), (IV-9)), on a remarqué qu'à mesure que s'accroit et le nombre de Reynolds la convergence se produit rapidement, et atteint respectivement (142,72,52,40) itérations.

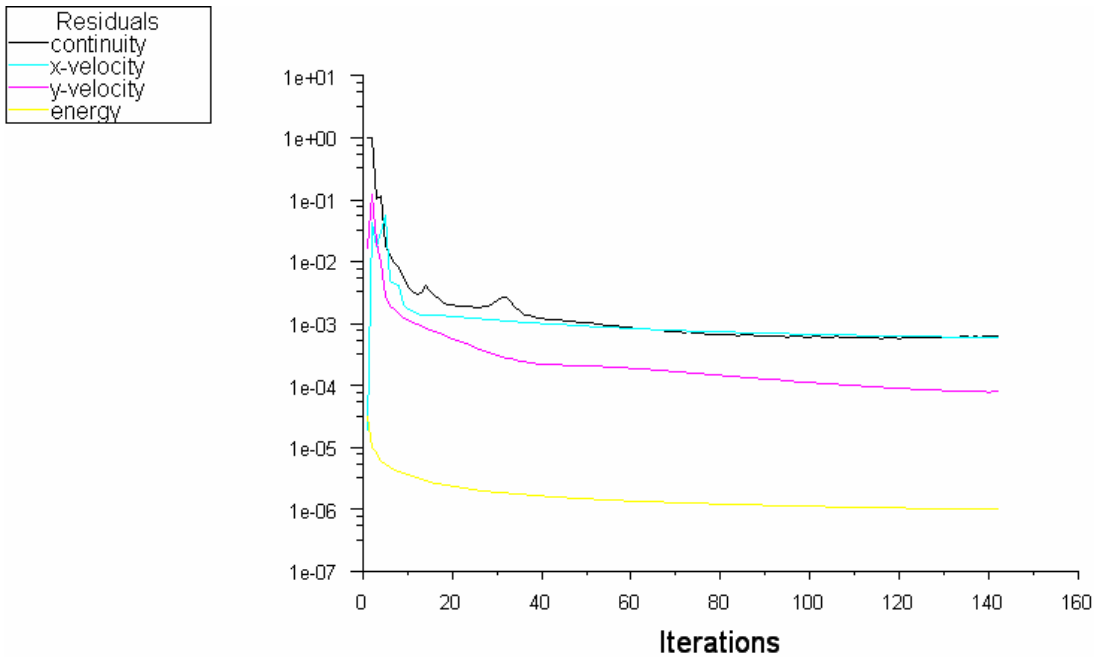


Figure (IV-6) : Évolution du résidu pour le cas $Re=400$.

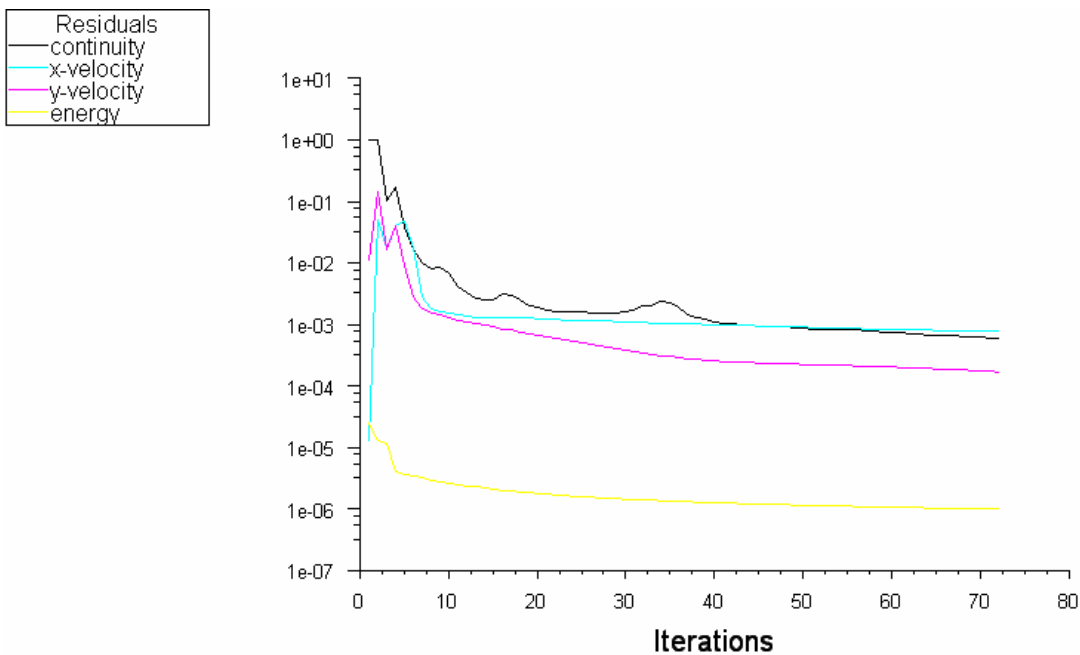


Figure (IV-7) : Évolution du résidu pour le cas. $Re=600$

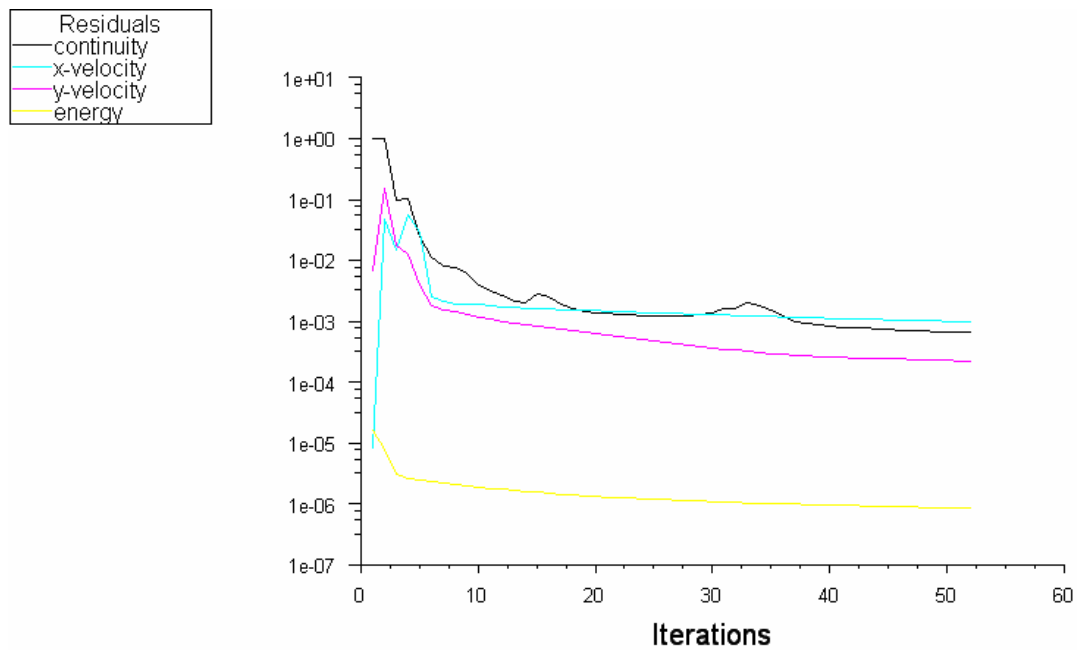


Figure (IV-8) : Évolution du résidu pour le cas $Re=1000$.

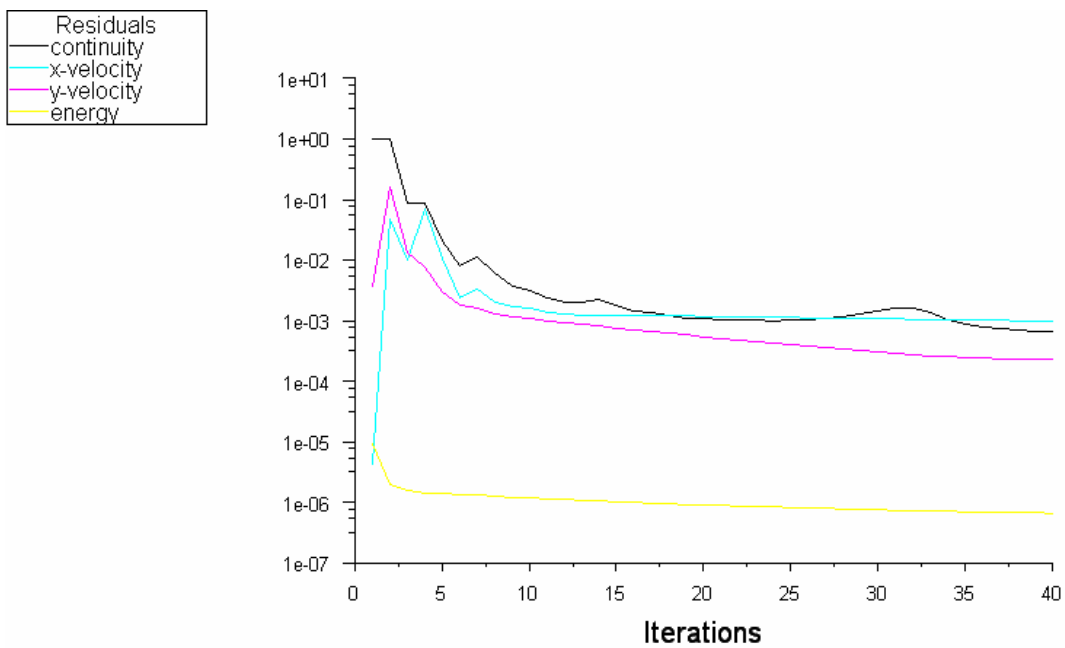


Figure (IV-9) : Évolution du résidu pour le cas $Re=2000$.

2- Effet du nombre de Reynolds :

Nous allons étudier le cas où on fait varier le nombre de Reynolds, $Re=1, 10, 50, 100, 300, 400, 600, 1000, 2000$, tout en maintenant constantes les autres paramètres.

Nous représentons sur la figure (IV-10) les isothermes dans la cavité ouverte pour deux nombres de Reynolds : $Re=1$ et $Re= 10$.

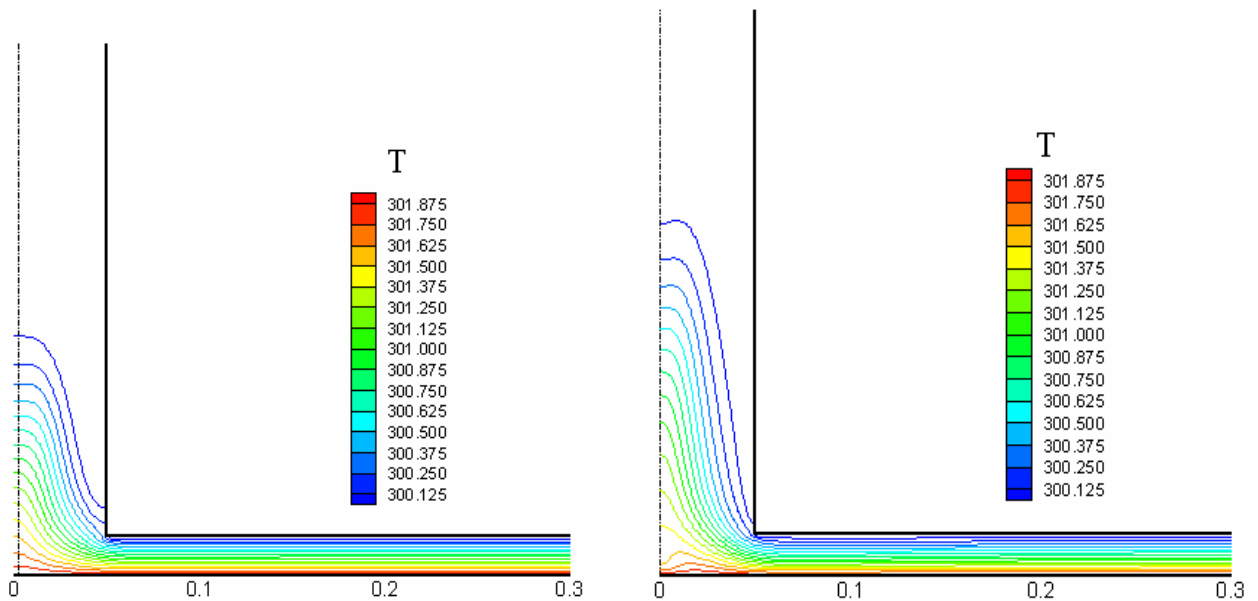
a) $Re=1$.b) $Re=10$.

Figure (IV-10): Isothermes ($T_s= 302$ K, $T_c=300$ K)

Nous remarquons dans la partie du collecteur une distribution uniforme du champ de température, pour les deux nombres de Reynolds. Ceci a pour conséquence une stratification thermique dans toutes les sections du collecteur, à cause du faible transport convectif, dans la direction principale de l'écoulement.

La figure IV-11 présente les lignes de courant dans la cavité ouverte pour deux nombres de Reynolds : $Re=1$ et $Re=10$.

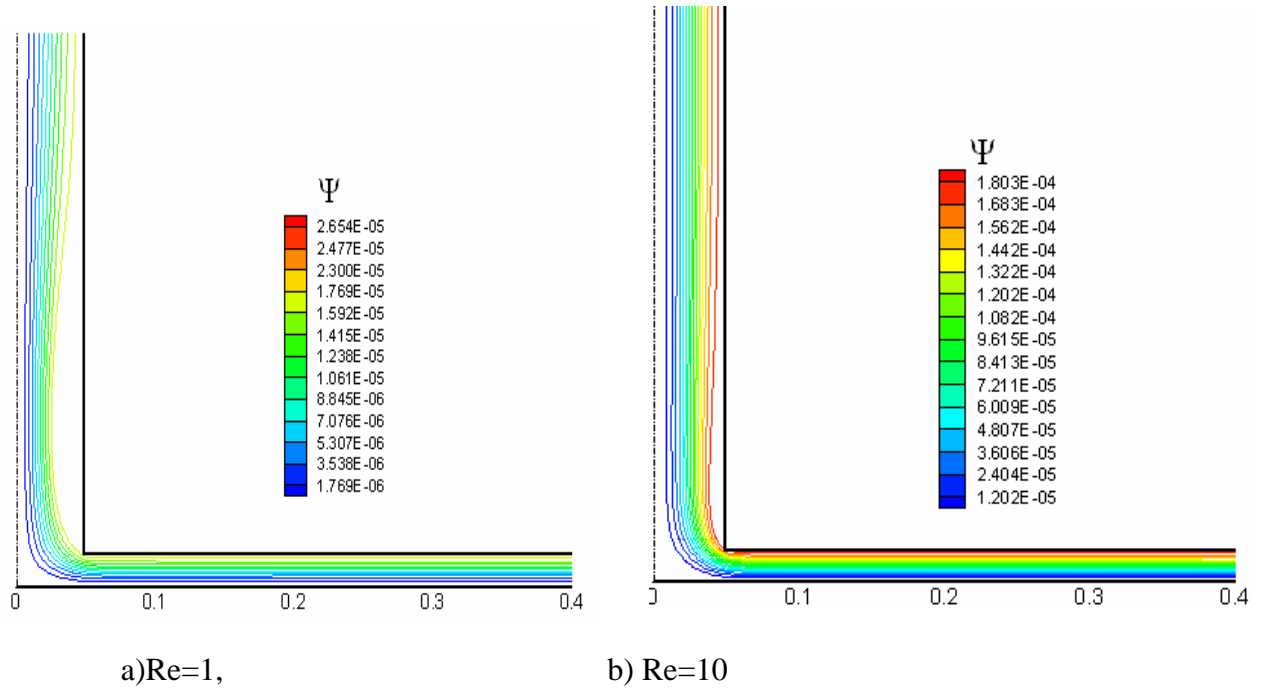


Figure (IV-11) : Lignes de courant ($T_s= 302$ K, $T_c=300$ K).

. Nous représentons sur la figure (IV-12) les isothermes dans la cavité ouverte pour deux nombres de Reynolds : $Re=50$ et $Re=100$.

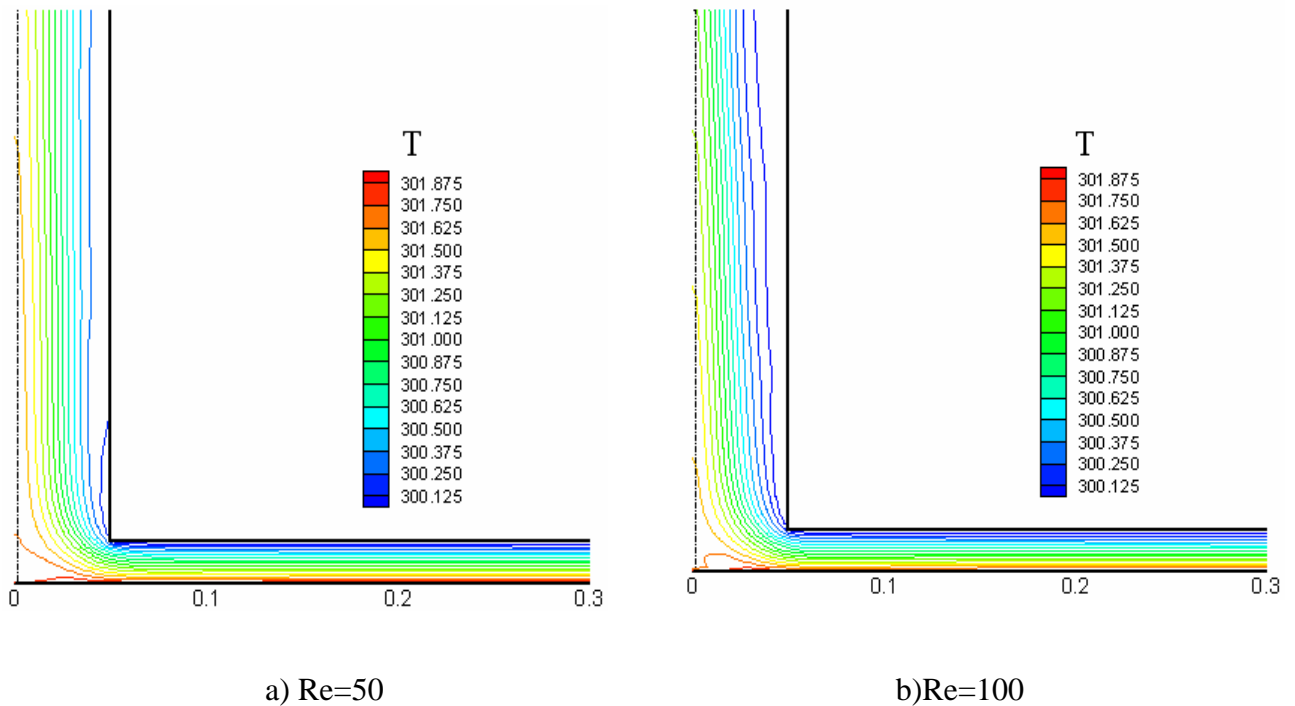
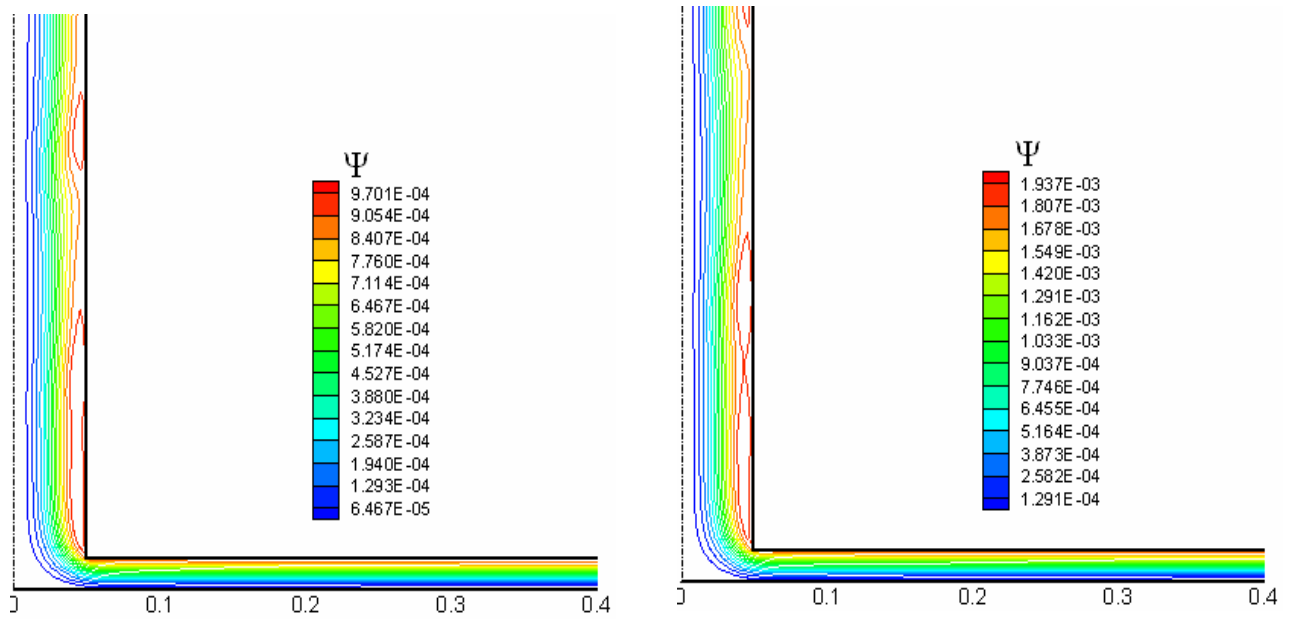


Figure (IV-12) : Isothermes ($T_s= 302$ K, $T_c=300$ K):

Le résultat obtenu, de la répartition de la température pour les deux nombres de Reynolds $Re= 50$ et $Re= 100$, représenté sur la figure (IV-12), montre qu'il existe une stratification thermique, aussi bien au niveau du collecteur, et cela à cause du gradient vertical de la température, qu'au niveau de la cheminée, à cause de la convection mixte.

Dans la figure (IV-13) nous remarquons la perturbation de l'écoulement et une recirculation juste après le coin de la cheminée.



a) $Re=50$,

b) $Re=100$

Figure (IV-13) : Lignes de courant ($T_s= 302$ K, $T_c=300$ K):

Les expériences, objet de la (figure (IV-14)) nous font remarquer un début de disparition de la stratification de la température, dans les collecteurs, à cause de la grande vitesse de l'air.

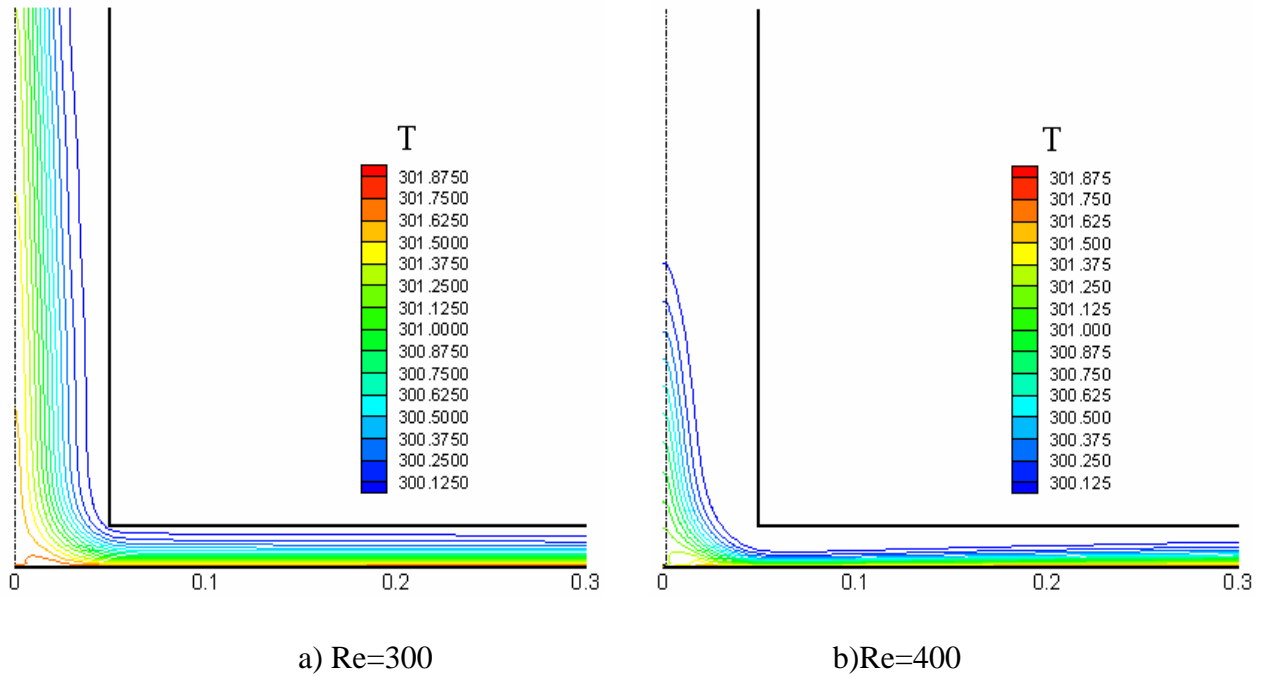


Figure (IV-14) : Isothermes ($T_s= 302$ K, $T_c=300$ K):

Pour la figure (IV-15) on trouve toujours une re-circulation juste après le coin de la cheminée, à cause de la géométrie de cette dernière.

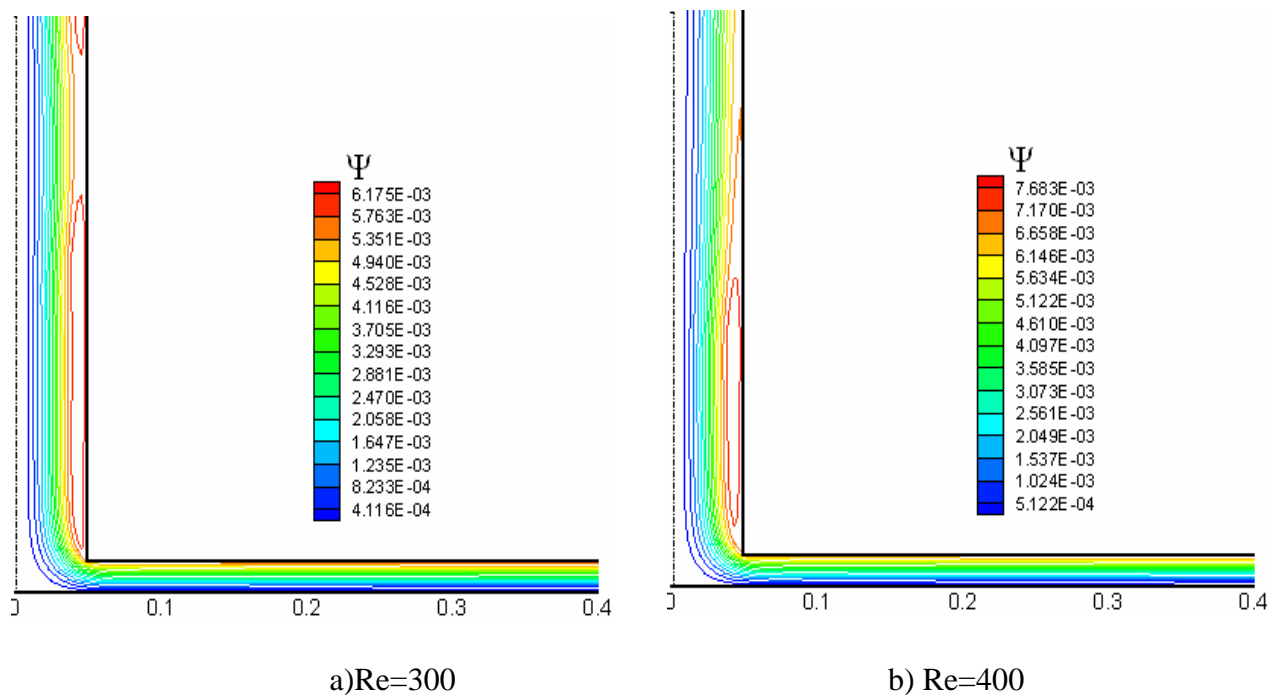
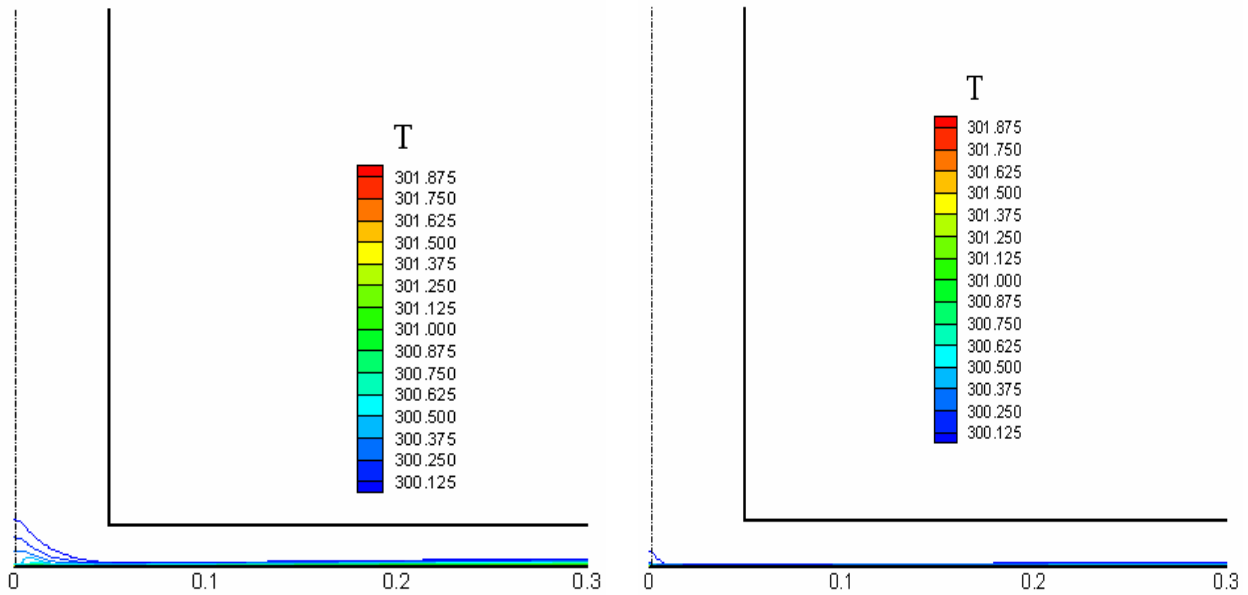


Figure (IV-15) : Lignes de courant ($T_s= 302$ K, $T_c=300$ K):

Le résultat obtenu à la figure (IV-16) montre l'absence de la stratification thermique ; ce qui a pour conséquence que la convection forcée est dominante, dans la zone du collecteur.

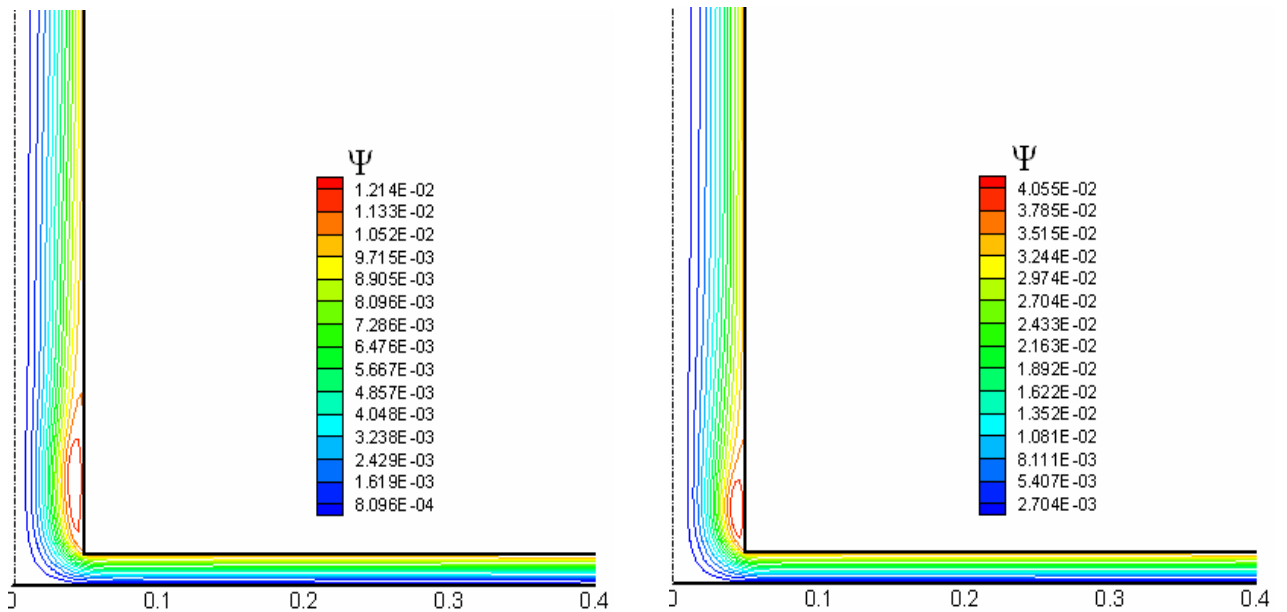


a) Re=600

b) Re=2000

Figure (IV-16): Isothermes ($T_s= 302\text{ K}$, $T_c=300\text{ K}$).

Dans la figure (IV-17) une grande zone de re-circulation, apparaît à la sortie de la zone de jonction; ce qui fait augmenter les pertes de charges, à ce niveau.



a) Re= 600

b) Re= 2000

Figure (IV-17) : Lignes de courant ($T_s= 302\text{ K}$, $T_c=300\text{ K}$).

3)- Etude comparative :

À partir des données de simulation, on a calculé le nombre de Grashof

$$Gr = \frac{g \beta \Delta T D_0^3}{\nu^2} = \frac{g \beta \Delta T D_0^3 \rho_0^2}{\mu_0^2}$$

O u: $\mu = 1.7894.10^{-5} \text{ kg.s}^{-1}.\text{m}^{-1}$.

$$\Delta T = 2 \text{ K.}$$

$$\beta = 0.00324 \text{ K}^{-1}.$$

$$\rho = 1.176 \text{ kg/m}^3.$$

$$g = 9.81 \text{ m}^2/\text{s}$$

tel que : D_0 représente le diamètre hydraulique, $D_0 = \frac{4 \text{ Surface}}{\text{Périmètre" mouillé"}} = 0.03986 \text{ m}$

$$Gr = 17724,00$$

- si $\frac{Gr}{Re^2} > 16$ la convection naturelle est nettement dominante,

- si $\frac{Gr}{Re^2} < 0.1$ la convection forcé est nettement dominante.

- si $0.1 < \frac{Gr}{Re^2} < 16$ la convection est du type « mixte ».

Pour les trois cas de figure, nous obtenons les valeurs correspondantes sur le nombre de Reynolds

$Re < 44,31$ la convection naturelle est nettement dominante, figure (IV-10), (IV-11)

$Re > 421$ la convection forcé est nettement dominante, figure (IV-12), (IV-13), (IV-14), (IV-15)

$421 < Re < 44,31$ la convection est du type « mixte », figure (IV-16), (IV-17)

4)- Effet du gradient de la température :

En partant des résultats obtenus précédemment, soit les isothermes ne sont plus réparties uniformément dans la section de passage du collecteur, ($Re > 400$), nous faisons varier la température du sol en prenant différentes valeurs : $T_s = (302, 303, 304, 310, 320, 350, 400 \text{ K})$ tout en maintenant constantes les autres conditions.

Nous effectuons les opérations suivantes et constatons les résultats ci-après.

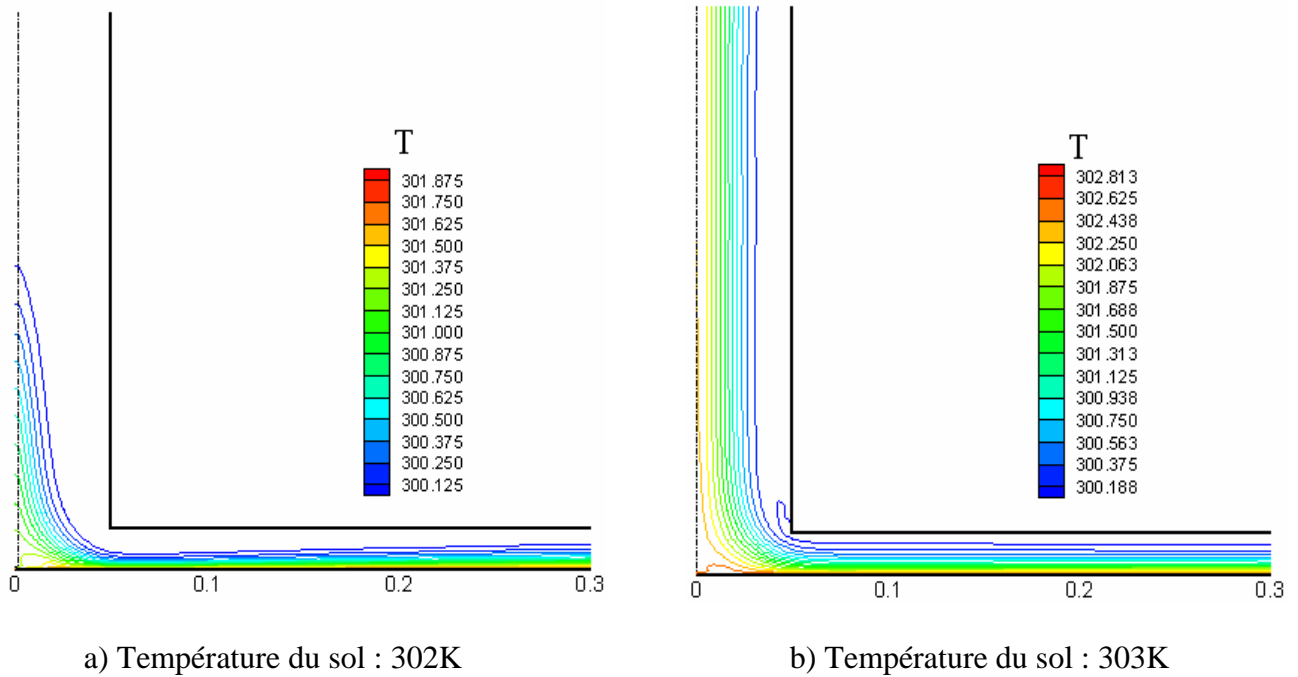


Figure (IV-18) : Isothermes pour $Re=400$

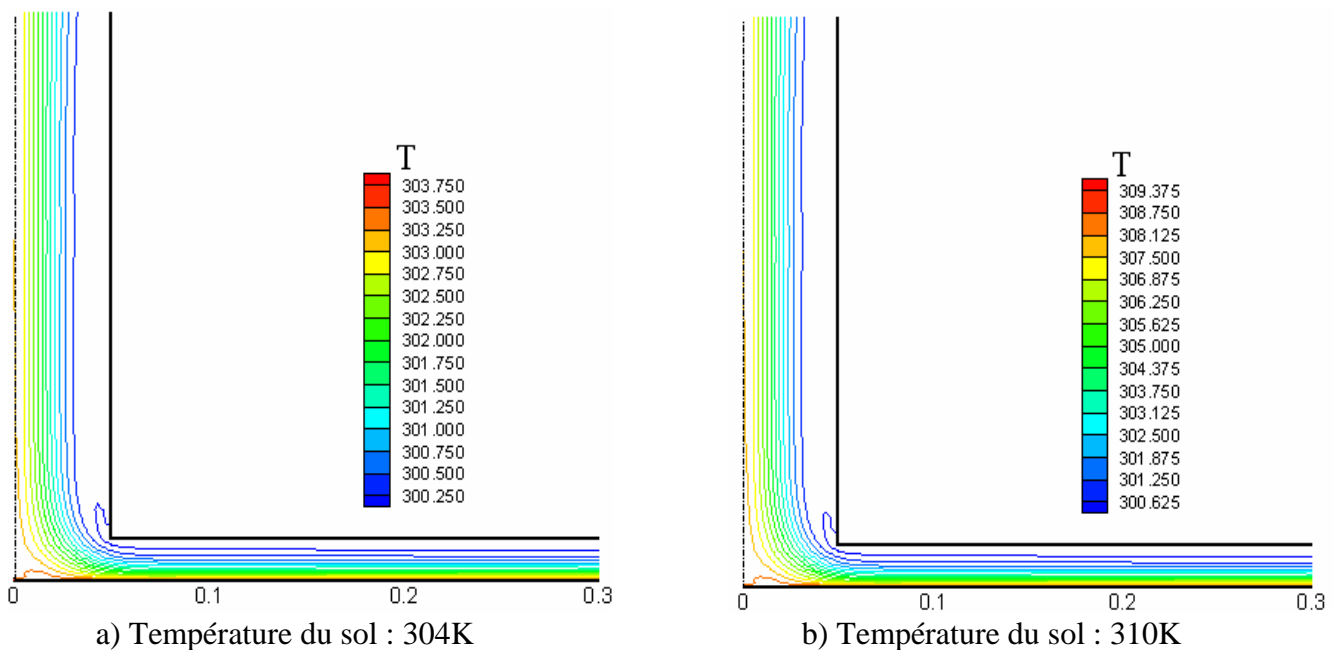
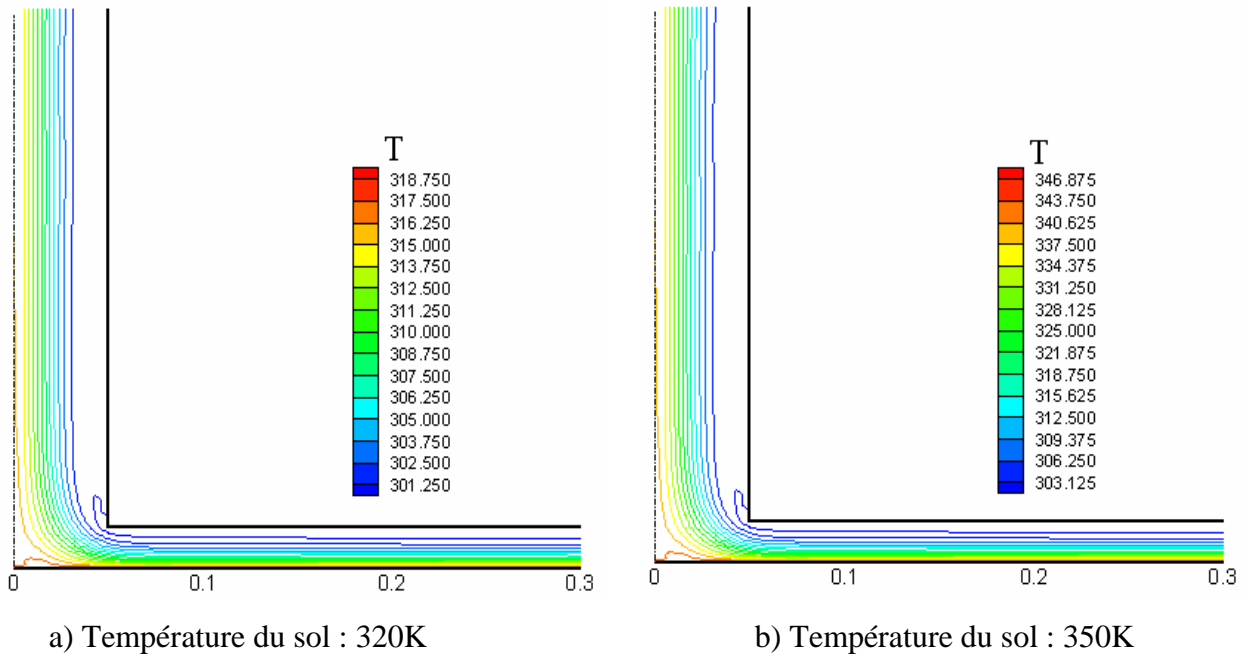
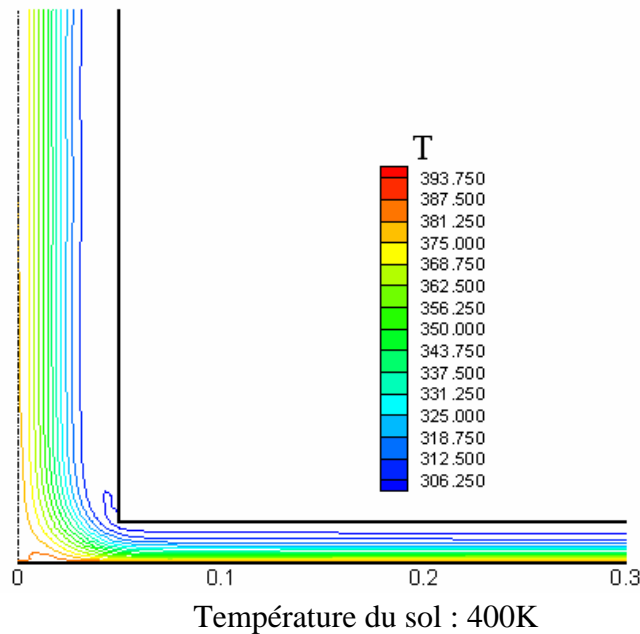


Figure (IV-19) : Isothermes pour $Re=400$

Figure (IV-20) : Isothermes pour $Re=400$ Figure (IV-21) : Isothermes pour $Re=400$

Nous faisons augmenter la température du sol de 302K à 303K et nous constatons une augmentation de la stratification de la température (figure (IV-18)). Ensuite, même en faisant augmenter d'avantage la température du sol (figures (IV-19), (IV-20), (IV-21)) jusqu'à 400K,

le résultat reste est qualitativement identique. Nous en déduisons que le gradient de la température a un effet limité sur la distribution des isothermes.

Nous avons constaté les mêmes résultats pour les cas de $Re= 1000$, $Re= 2000$ (figures (IV-22), (IV-23))

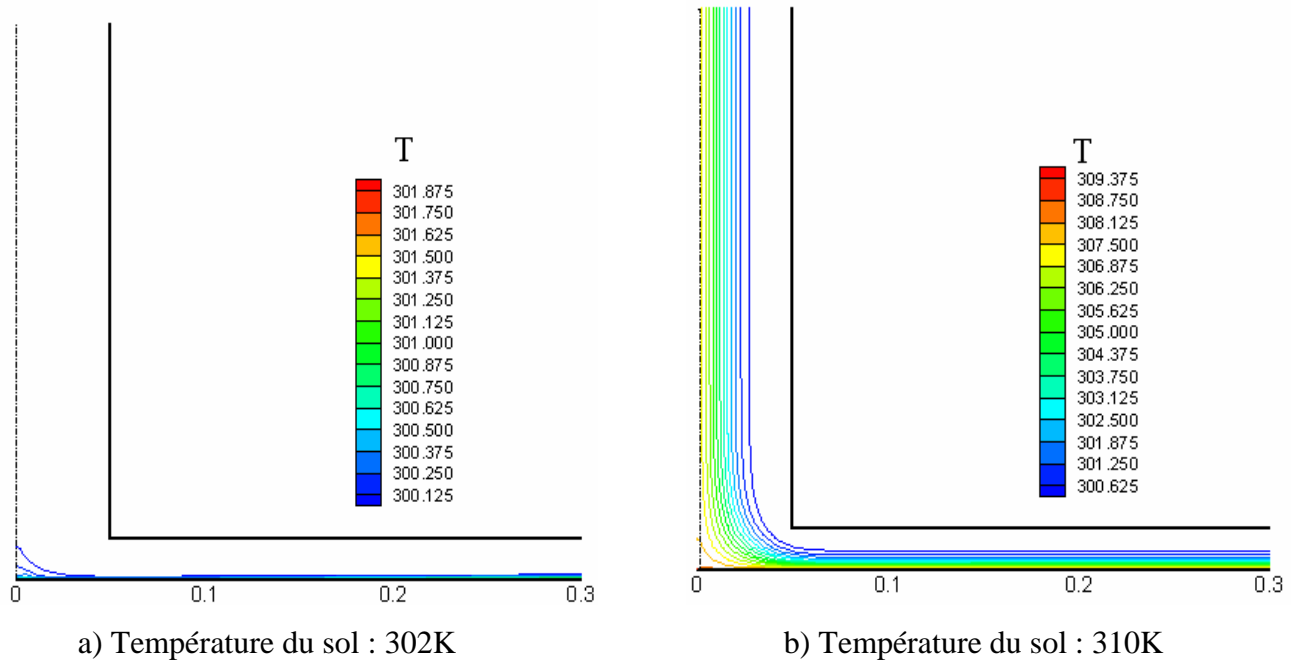


Figure (IV-22) : Isothermes pour $Re=1000$

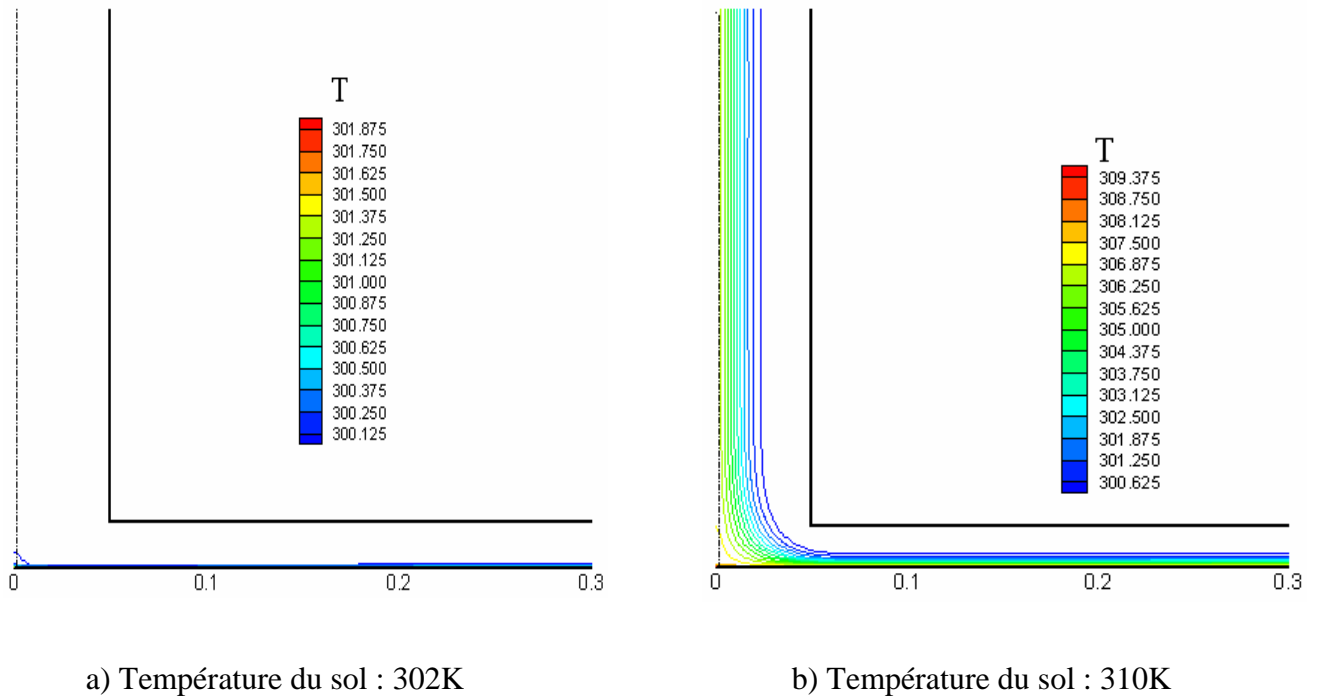


Figure (IV-23) : Isothermes pour $Re=2000$

5)- Effet de la géométrie :

On va présenter les fonctions de courant pour différentes valeurs du nombre de Reynolds et pour les deux types de géométrie choisies (géométrie cartésienne, géométrie curvilignes).

Les lignes de courant pour la géométrie cartésienne sont représentées sur la figure (IV-10) et ceci pour les deux nombres de Reynolds ($Re = 1$ et $Re=10$), on remarque à la jonction entre la sortie du collecteur et l'entrée de la cheminée que l'écoulement se fait sans aucune contrainte visible.

À un nombre de Reynolds plus important, on constate l'apparition du décollement qui engendre une re-circulation juste après le coin de la cheminée, re-circulation qui occasionne une augmentation des pertes de charge, au niveau de la jonction, (figures (IV-13), (IV-15), (IV-17), (IV-24))

On remarque aussi que le décollement augmente considérablement avec l'augmentation du nombre de Reynolds.

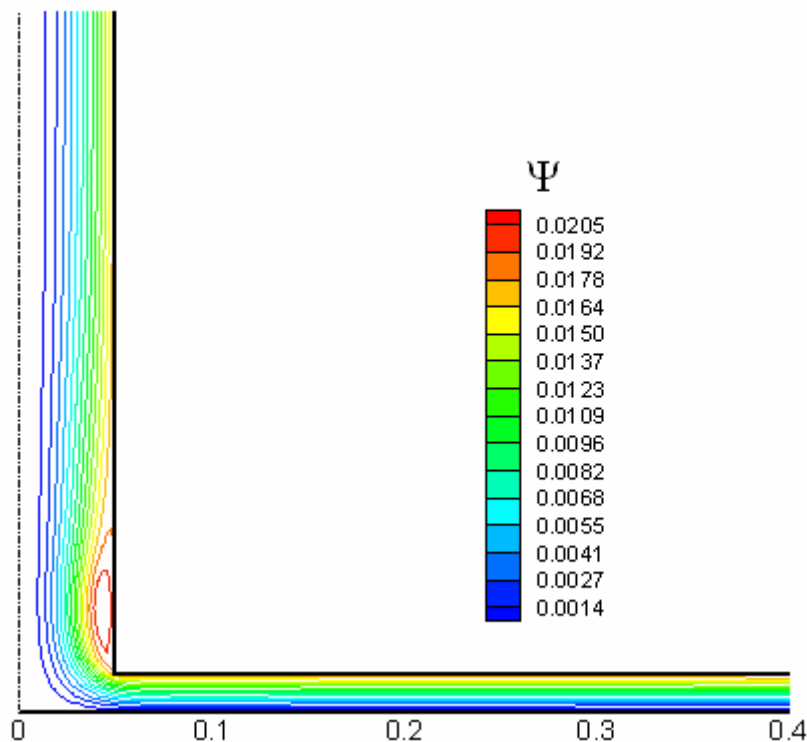


Figure (IV-24) : Lignes de courant pour $Re=1000$ dans la géométrie cartésienne

Contrairement au cas précédent, lorsque la jonction est courbée, le problème de décollement ne se produit plus (figure (IV-25)), même à des nombre de Reynolds plus élevés

Re=1000, ce qui montre l'importance fondamentale de la forme de la jonction, pour faciliter l'écoulement de l'air et par conséquent la performance de la cheminée solaire.

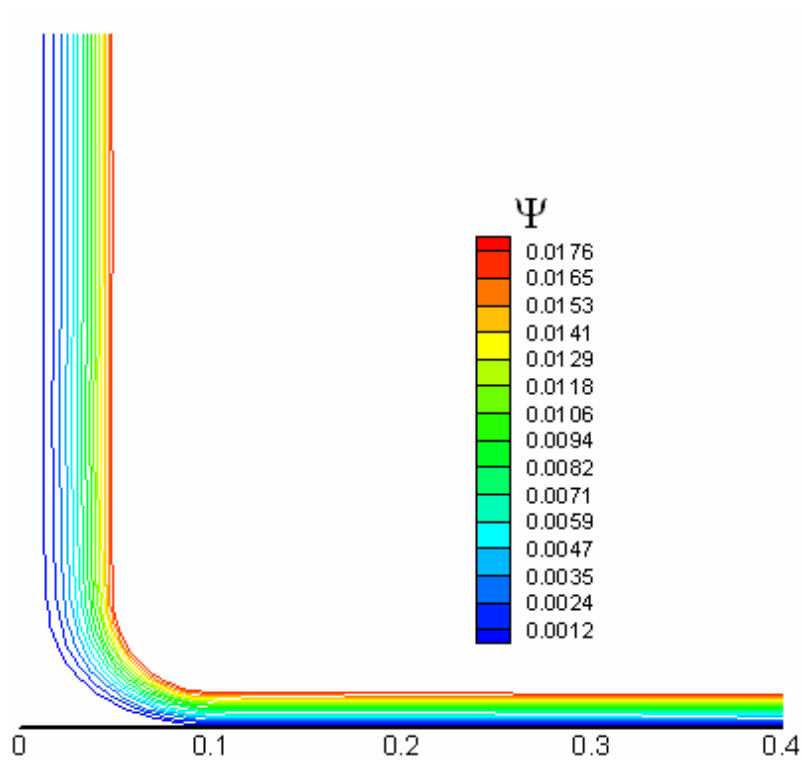


Figure (IV-25) : Lignes de courant pour Re=1000 dans la géométrie curviligne

CHAPITRE V :

Les sources d'énergies et
la cheminée solaire

1-Introduction:

Il est clair que l'énergie est de partout ce qu'elle permet un véritable confort, et une des causes du développement d'un pays. Ainsi, c'est, en partie, sur les ressources énergétiques d'un pays, que repose son économie: Pour faciliter leur développement, certains Etats font appel à des sources d'énergie, plus ou moins polluantes, tandis que d'autres, plus développés, souhaitent favoriser le développement de ressources moins polluantes, par peur, d'une augmentation des résultats néfastes de l'effet de serre (causé majoritairement par l'émission de gaz carbonique par les sociétés et les véhicules à essence), ou encore des pollutions à l'ozone.

Ainsi, alors que les énergies prédominantes sont le pétrole et le nucléaire, la recherche, tant publique que privée, se tourne vers des énergies plus renouvelables, surtout avec l'augmentation brutale du prix du pétrole, survenue en 1973.

De nombreux programmes de recherche très ambitieux, notamment sur le solaire et l'éolien ont été lancés, mais très vite délaissés, suite au nouveau effondrement des prix des énergies fossiles, au cours des années 1980, d'autant plus qu'à la fin de la même décennie l'accident de Tchernobyl a fait ressurgir un intérêt pour les énergies renouvelables.

Des politiques de développement ont été menées avec succès, dans de nombreux pays (tels les USA, la France, et le Canada...), pour à la fois réduire leur consommation nationale et les déperditions énergétiques et augmenter leur capacité de renouvellement des énergies existantes.

Les sources d'énergie sont les matières ou les phénomènes naturels employés pour produire les énergies électriques et thermiques. Parmi les énergies renouvelables, on relève l'énergie géothermique, l'énergie hydroélectrique, marémotrice, éolienne et l'énergie solaire. Cette dernière source est d'une grande importance pour les programmes de recherches. Parmi ses applications on compte la cheminée solaire (production de l'électricité à partir de l'énergie solaire) [10,17].

Le but de ce travail est d'améliorer le niveau de production de l'énergie électrique développée par la turbine éolienne (cheminée solaire), la nuit, ou en absence de radiations solaires. Pour cela, nous proposons un modèle pour la conversion thermique par l'effet de serre où on utilise l'énergie géothermique en l'absence de l'énergie solaire, en vue d'améliorer la productivité électrique.

2- Les énergies non renouvelables :

2-1- Le pétrole et le gaz :

Le pétrole et le gaz se sont formés du fait de la décomposition des végétaux préhistoriques, dans des conditions particulières, et représentent de nos jours les sources d'énergie les plus exploitées. Du pétrole distillé est obtenu l'essence, le bitume et d'autres produits chimiques très intéressants.

Toutefois, la combustion du gaz ou du pétrole induit l'émission d'importantes doses de dioxyde de carbone qui augmente l'effet de serre, ce qui accroît la température à la surface de notre planète. Alertés, maints pays et compagnies pétrolières ont lancé plusieurs programmes de recherche, notamment pour la mise au point d'énergies alternatives, comme les piles à combustibles dont le principe de fonctionnement s'appuie sur la combustion de l'hydrogène ($H_2+O_2 \rightarrow H_2O$). Néanmoins, cela suppose une production d'hydrogène et un stockage viable de ce gaz explosif.

Finalement, de part les difficultés que représentent l'établissement d'énergies alternatives, le pétrole ne trouve pas encore d'équivalent, bien que de nombreuses énergies renouvelables sont en progrès.

2-2-Le charbon :

Le charbon provient de la fossilisation du bois de forêt pendant des milliers d'années. Les quantités disponibles sur terre sont bien plus importantes que celles du pétrole, avec une disponibilité de l'ordre de 150 ans.

Le charbon n'est plus à la mode. On en servait partout durant le siècle dernier pour faire tourner les industries, ce qui résulta en une importante pollution. Certaines villes, comme Pittsburgh aux Etats-Unis, était tellement polluées que le jour ne se levait jamais. Les problèmes d'effet de serre sont exactement les mêmes qu'avec le pétrole.

Actuellement, on s'en sert presque exclusivement dans les centrales électriques thermiques, ou dans d'autres industries nécessitant énormément de chaleur, telle que les cimenteries ou les hauts fourneaux. Il est nécessaire de placer des filtres sur les cheminées pour arrêter les cendres et le carbone non brûlé. En plus des gaz produits, il reste des déchets solides, des cendres et des mâchefers qu'il s'agit d'éliminer. En tout cas, il est maintenant interdit pour un particulier de se chauffer au charbon.

2-3- L'énergie nucléaire :

L'énergie nucléaire tire son énergie monumentale de la destruction ou du réassemblage des noyaux des atomes, les éléments constitutifs de toute la matière. Cette énergie ne vient pas du soleil. C'est donc une source importante qui trouve son origine avec les noyaux lourds instables (tels que l'uranium) de notre planète qui tendent à se fissionner. L'énergie dégagée, lors d'une fission nucléaire, peut donc être récupérée, afin de produire de la vapeur d'eau qui peut entraîner une turbine et produire de l'électricité.

L'électricité produite en France est à 75% d'origine nucléaire

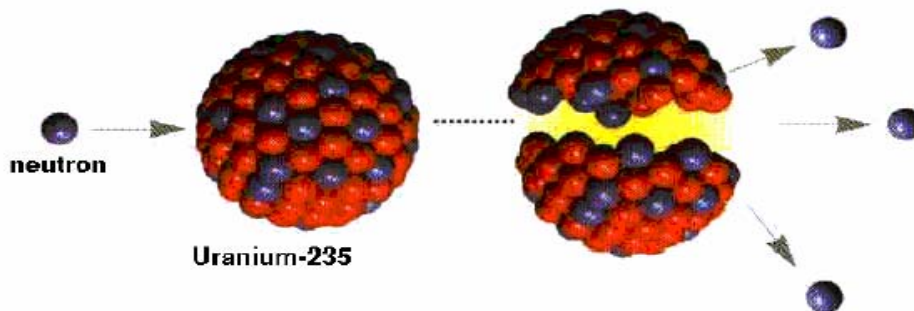


Figure (V-1) : Réaction de fission nucléaire

3- Les énergies renouvelables :

Contrairement aux combustibles fossiles (pétrole, gaz...) et à l'uranium qui sont qualifiés d'énergies de « stocks », les énergies renouvelables correspondent à des énergies de « flux », car, elles sont en perpétuel renouvellement.

3-1- L'énergie hydroélectrique :

La filière hydraulique représente 6% des ressources énergétiques mondiales, ce qui correspond à la seconde source d'énergie renouvelable dans le monde, et la première en France, avec près de 67 TWh produites en 1998. Ce chiffre correspond majoritairement à la production d'hydroélectricité, après fabrication de barrages. Plus particulièrement, le principe en est simple : la force motrice de l'eau fait tourner une turbine qui entraîne un générateur électrique (système

comparable à un dynamo). Ensuite, l'électricité obtenue peut être soit utilisée directement ou stockée en batteries, soit injectée dans le réseau de distribution.

Plus précisément, une centrale hydroélectrique produit une puissance électrique proportionnelle au débit de l'eau et à la hauteur de chute. Ainsi, une même puissance peut elle aussi bien résulter d'un faible débit d'eau, tombant d'une forte hauteur, que d'un fort débit tombant d'une faible hauteur.

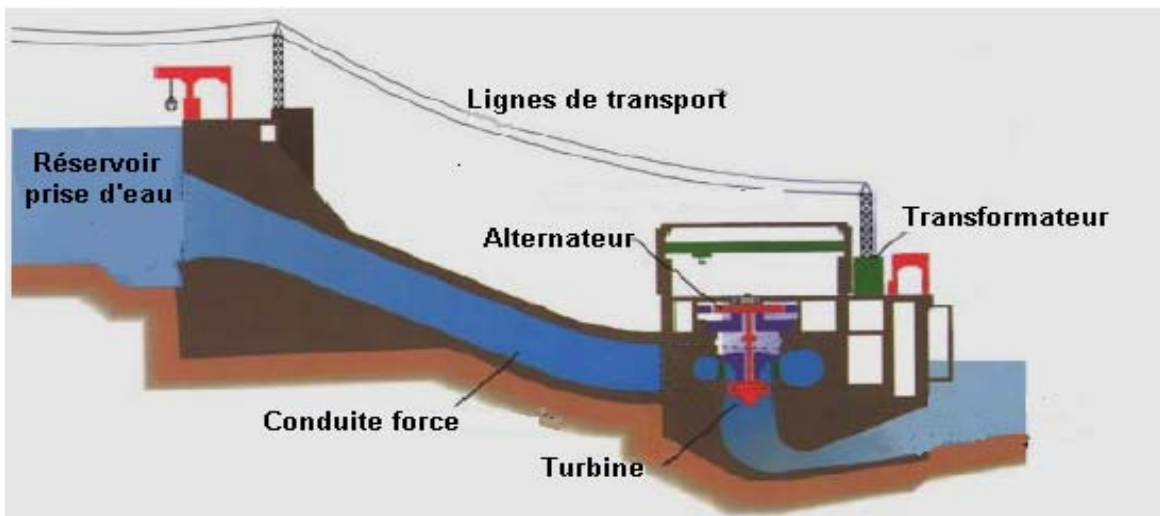


Figure (V-2) : Schéma simplifié d'une centrale hydroélectrique

3-2- L'énergie des marées :

Bien que variable, l'amplitude des marées peut être forte, près des côtes (jusqu'à dépasser parfois les dix mètres), ce qui rend la construction de barrages pour usine marémotrice possible.

Du point de vue du principe, une centrale marémotrice ne correspond, en fait, qu'à une adaptation des centrales hydroélectriques. En effet, lorsque la mer monte, l'eau envahit un bassin dont le rôle est de retenir l'eau, afin que sa libération puisse, ensuite se faire, après passage, dans une turbine.

Plus particulièrement, ce type de centrale est récent, mais son coût de fabrication reste très attractif. Par exemple, l'usine marémotrice de l'estuaire de la Rance, à l'Ouest du Mont St Michel, permet d'obtenir une puissance seulement 3.5 fois inférieure à celle d'un réacteur nucléaire de 900 MW dont le coût de fabrication est 16 fois plus élevé.



Figure (V-3) : Photographie de l'usine marémotrice de l'estuaire de la Rance

3-3- L'énergie des vagues :

En ce qui concerne cette énergie, son développement est beaucoup moins avancé que pour les marées, et il est encore trop tôt pour juger de son devenir. Depuis les années 1970, plusieurs dispositifs ont été expérimentés, dans divers pays comme le Japon ou la Grande-Bretagne, et aujourd'hui, pour un mètre de côte ouest de l'Atlantique Nord, il est estimé qu'environ 90 kW pourraient être produits.

3-4- Biomasse et déchet :

La biomasse qui désigne l'énergie issue des matières organiques est très importante et représente près de 14% de la consommation énergétique mondiale. Elle comprend le bois (issu des forêts, des industries du bois ou bois de rebut), le biogaz (que dégage une fermentation de déchets organiques).

3-4-a- Le bois :

Le bois est la plus ancienne énergie renouvelable utilisée et est très répandue en France, avec près de 14 millions d'hectares de forêt, permettant de couvrir 4.5 % des besoins énergétiques. C'est la plus importante source d'énergie renouvelable, après l'hydraulique. De nos jours, la moitié des maisons individuelles françaises utilisent du bois de chauffage, et près du quart consomme du bois en chauffage de base. Les maisons construites avec chauffage électrique sont souvent

devenues des maisons chauffées au bois, et un peu à l'électricité, quand on n'a pas tout simplement débranché les convecteurs électriques. Les centrales thermiques peuvent fonctionner également au bois, mais cela reste peu répandu, bien que de telles installations n'augmentent pas l'effet de serre, du fait que les doses de dioxyde de carbone relâchées sont ensuite impliquées dans le processus de replantation des forêts.

3-4-b- Déchets organiques et bio gaz :

En l'absence d'oxygène, la fermentation de matières organiques contenues dans des déchets d'origine urbaine, agricole ou industrielle, produit un gaz composé à plus de 50% de méthane, semblable au gaz naturel. Ainsi, les déchets fermentent dans une citerne, appelée digesteur, légèrement chauffée (à 35°), grâce à une partie du bio gaz produit. Contrairement à la fermentation, à l'air libre, la fermentation en l'absence d'air, dite 'anaérobie', dégage très peu de chaleur. Plus particulièrement, un tel dispositif permet d'obtenir plus de 100 m³ de bio gaz par tonne d'ordures ménagères brutes entrant à l'usine, avec une teneur en méthane moyenne de 55 %. Ensuite, après épuration préalable du gaz pour le débarrasser de son eau, du gaz carbonique (CO₂) et de l'hydrogène sulfuré (H₂S), le bio gaz peut produire de la chaleur, servir de carburant pour véhicules, ou être injecté dans le réseau de gaz naturel.

3-5- L'énergie éolienne :

De la même façon que le vent actionnait les pales des moulins à eau ou à blé, le vent peut actionner les pales d'une hélice et ainsi entraîner un système équivalent à une dynamo appelée aérogénérateur. L'ensemble « pales + aérogénérateur » est plus particulièrement appelé « éolienne » (du grec Eole, dieu du vent) et correspond à une haute tour (le vent soufflant davantage en hauteur) en béton, ou en métal, au sommet de laquelle tourne une hélice (généralement de 30 à 40 mètres de diamètre), comportant trois pales. D'ailleurs, le diamètre de l'hélice se doit d'être important, du fait que la puissance théorique d'une éolienne croît proportionnellement au carré du diamètre des pales et au cube de la vitesse du vent. Aussi, l'électricité éolienne est l'une des énergies renouvelables les plus prometteuses, et pour cause, puisqu'elle est également la moins coûteuse des énergies renouvelables. Toutefois, tous les sites ne peuvent pas forcément inclure des éoliennes, du fait que la vitesse moyenne du vent doit dépasser les 5 mètres par seconde, soit 18 km par heure. De nos jours, les machines les plus

courantes ont une puissance de 750 kW, et les plus puissantes commercialisées atteignent 1,5 MW.



Figure (V-4) : Eolienne

3-6- L'énergie géothermique :

C'est l'exploitation des poches d'eau situées dans les couches profondes de sou-sol (à entre 1000 et 2000 m de profondeur). L'eau qui y est contenue, atteignant une température importante de 50 C^0 à 100 C^0 , a généralement une salinité très élevée, telle qu'on ne peut la rejeter directement dans la nature. De ce fait, un forage géothermique se compose souvent de deux puits, le deuxième servant pour la réinjection de l'eau refroidie, après extraction de ses calories, au moyen d'un échangeur de chaleur, utilisée soit pour chauffage des locaux et des serres agricoles, soit pour d'autres applications industrielles.

En Algérie, les puits d'eau chaude qui étaient destinés, depuis plusieurs décennies, à la consommation humaine et à l'irrigation, ne commencèrent à être exploités, pour chauffage de serres agricoles que depuis l'année 1974 ; ce qui représente une contribution assez modeste de l'énergie géothermique, dans le développement du secteur agricole [18].

3-7- L'énergie solaire :

Presque toutes les sources d'énergie, utilisées par l'homme pour le chauffage, et comme générateur de puissance, ont été empruntées du soleil. D'une manière générale, l'énergie solaire est une énergie produite par le soleil, à la suite de réactions de fusions nucléaires. C'est la source de la plupart des énergies disponibles sur la terre [19].

L'énergie solaire est une source inépuisable, et non polluante ; elle présente, en outre, l'avantage de pouvoir être utilisée sous des formes diverses, à des applications multiples, aussi bien à grande échelle, qu'à une échelle individuelle, à haute comme à basse température. Cette source est certes considérable, mais elle est dispersée, à la fois dans le temps, et dans l'espace ; ce qui pose le problème de sa captation, sa conversion et son stockage. Avec un rendement de 5% et 8 heures d'ensoleillement par jour, l'énergie solaire utilisable sur la terre est de (300.10^{13} KWh/an) ; ce qui représente 60 fois l'énergie mondiale exigée en l'an 2000 [17] ; il y a par conséquent un besoin pour le stockage d'énergie, et une large gamme de techniques est utilisée dans ce but.

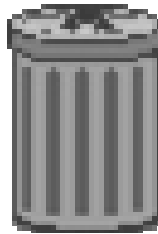
Toutes les énergies renouvelables sont dérivées de l'énergie solaire, sauf l'énergie géothermique et marémotrice.

Les exploitations directes d'énergie solaire mettent en œuvre des capteurs qui convertissent le rayonnement solaire en chaleur. Et il existe deux systèmes principaux de conversion, pour ce fait :

- Le système de conversion thermique, comme la serre, centrales solaires à haute température (centrales à tour, centrales solaires à collecteurs cylindro-paraboliques et fours solaires) [20].

- Le système de conversion photovoltaïque où on convertit l'énergie solaire en énergie électrique.

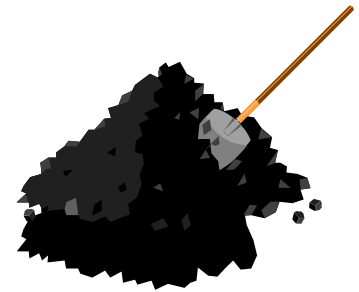
Des études modernes montrent qu'avec l'association de deux types d'exploitation d'énergie solaire, on peut créer un mouvement d'air, sous forme de vent artificiel, à partir de l'énergie solaire. Cet écoulement de l'air est utilisé pour entraîner une ou plusieurs turbines éoliennes (le principe de la cheminée solaire).



Déchets



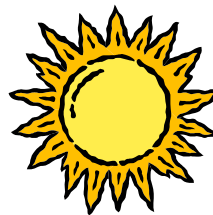
Vent



Charbon



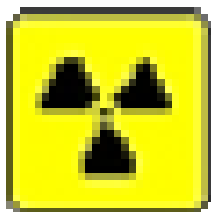
Pétrole



Soleil



Gaz



Nucléaire



Chute d'eau



Géothermie

Figure (V-5) : Sources des énergies primaires

4- La Cheminée solaire :

La cheminée solaire est un moyen de produire de l'énergie électrique, à partir de l'énergie solaire. Elle est constituée de trois composantes principales, la serre chaude (le collecteur solaire), la cheminée qui est une longue structure tubulaire et la turbine de vent (turbine éolienne).

La première proposition de la cheminée solaire a été faite par le Professeur J-Schlaich de Stugart, en 1968. Après 12 ans de calcul et de théorie, et avec des fonds fournis par le ministère Allemand de la recherche et de la technologie, la construction a commencé à Manzanares (environ 150 Km de sud de Madrid).



Figure (V-6) : Prototype de la cheminée solaire de Manzanares

Une station expérimentale d'une cheminée de 195m d'hauteur et 10m de diamètre a été construite, entourée par un collecteur de 240m de diamètre et de 2m d'hauteur, pour une

production électrique de 50KW. L'ensemble des organes principaux de la cheminée solaire est en amélioration continue, grâce aux études menées sur leur performance. [21].

4-1-Principe de fonctionnement :

Le collecteur est ouvert à la périphérie, pour introduire l'air frais qui sera chauffé par les rayons solaires, sous l'effet de serre, où la différence de température entre l'intérieur et l'extérieur produit un gradient de la masse volumique de l'air interne qui se relève ; une turbine éolienne est mise dans la trajectoire de l'écoulement de l'air pour convertir l'énergie cinétique en énergie mécanique, et le générateur, entraîné par la turbine convertit l'énergie mécanique en énergie électrique[11].

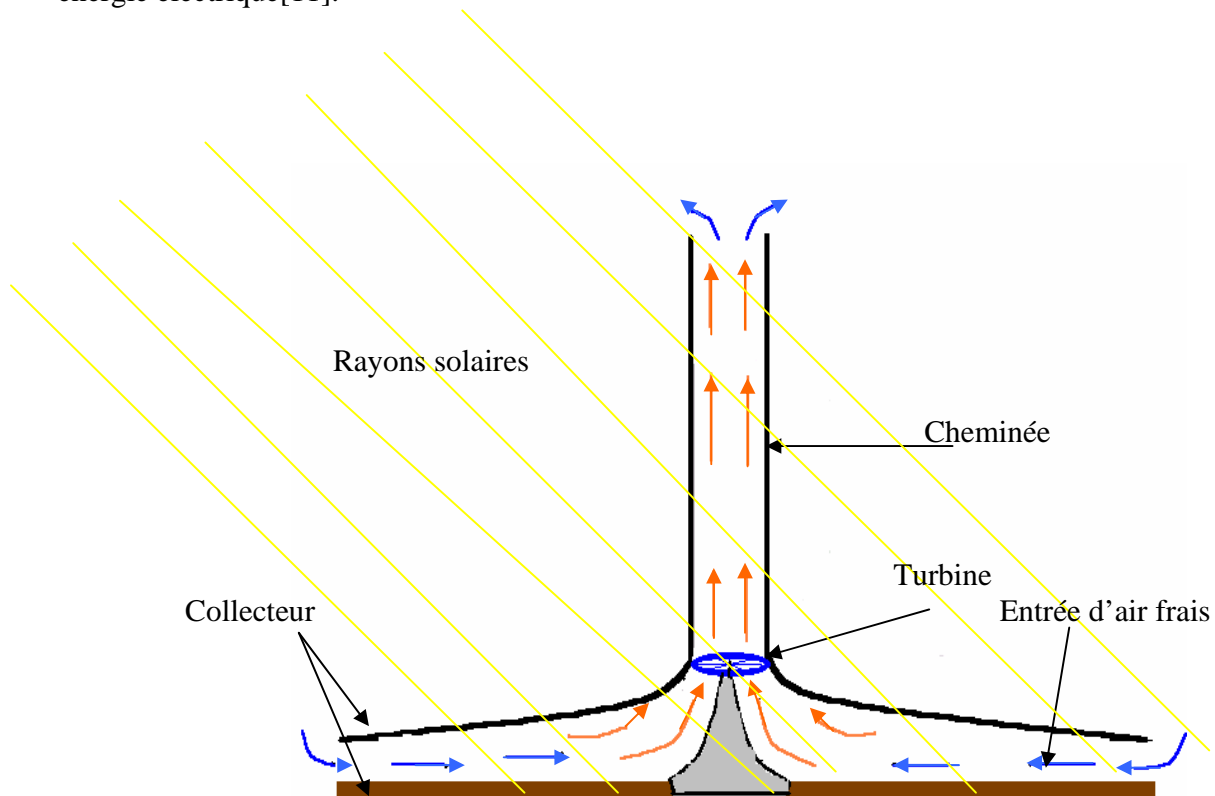


Figure (V-7): Principe de fonctionnement de la cheminée solaire

Le stockage de l'énergie thermique est assuré par des tubes noirs, remplis d'eau, et mis cote à cote sur le sol. Ces derniers ; sont remplis d'eau, une seule fois et restent, par la suite, fermés, afin qu'aucune évaporation ne puisse avoir lieu.

4-2-Etude de la performance de la cheminée solaire :

4-2.1- D'après les études de Dai, Hung et Wang sur la performance de la cheminée solaire au Nord ouest de la Chine, où se trouve un rayonnement solaire très important, les résultats montrent l'effet de quelques paramètres, tels que la température, l'éclairement solaire, la hauteur de la cheminée et le diamètre du collecteur, sur la production de l'énergie électrique. [22]

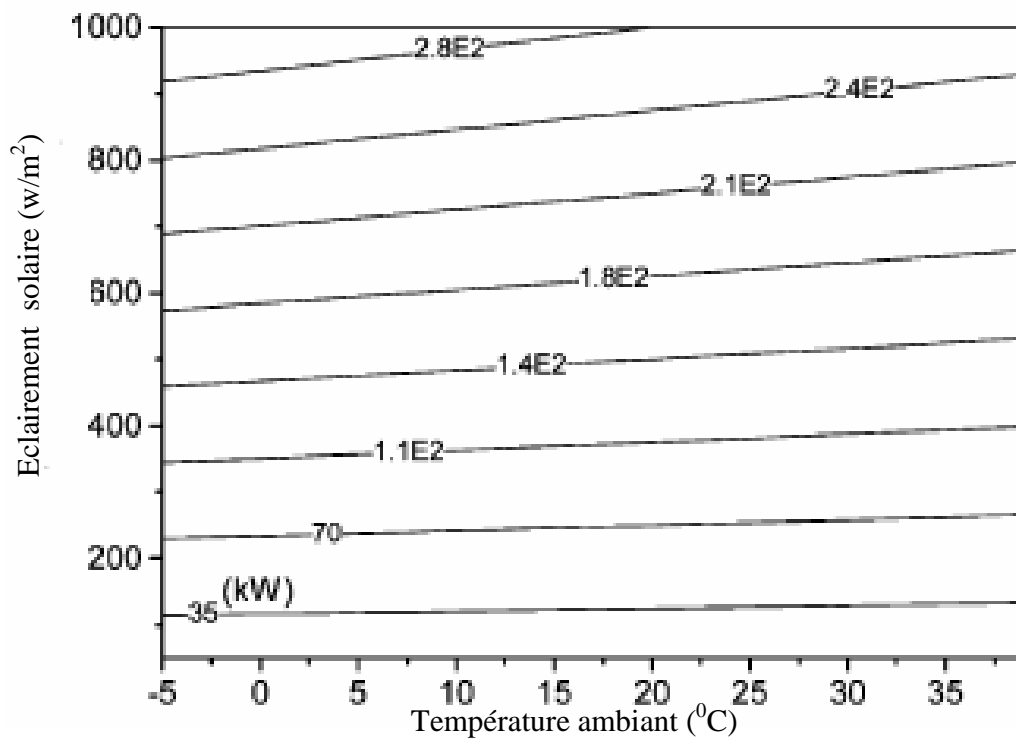


Figure (V-8) : L'effet de la température ambiante et de l'éclairement solaire sur la production d'énergie électrique

Ainsi la productivité de la puissance électrique augmente-t-elle avec l'augmentation de l'éclairement solaire et de la température ambiante. De même, l'éclairement solaire

a un effet important par rapport à la température ambiante (une production électrique de 240 KW nécessite un éclairage de 900 W/m^2 et une température de 30°C . Cette cheminée produit une puissance de 280 KW quand l'éclairage est de 1000 W/m^2 et une température de 20°C .

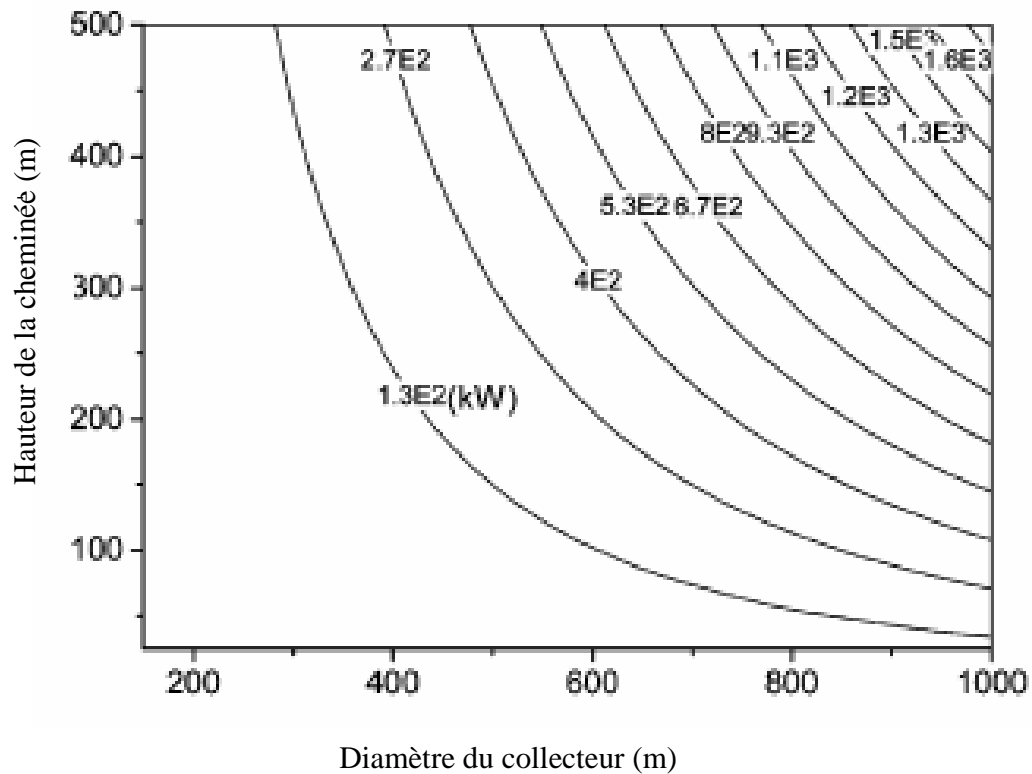


Figure (V-9) : L'effet de la hauteur de la cheminée et du diamètre du collecteur sur la production d'énergie électrique.

D'autre part la productivité de la puissance électrique augmente de façon non linéaire avec l'augmentation du diamètre du collecteur et de la hauteur de cheminée : elle augmente rapidement pour de petites dimensions et elle est lente pour de grandes dimensions.

4-2.2 Selon les études de Gannon et Backstrom sur l'effet du débit massique sur la production de la puissance électrique. [23,24] Production électrique augmente avec l'augmentation de débit massique, pour chaque éclairement solaire, jusqu'à une valeur maximale, puis elle diminue avec l'augmentation du débit massique.

Ligne de puissances électriques maximales

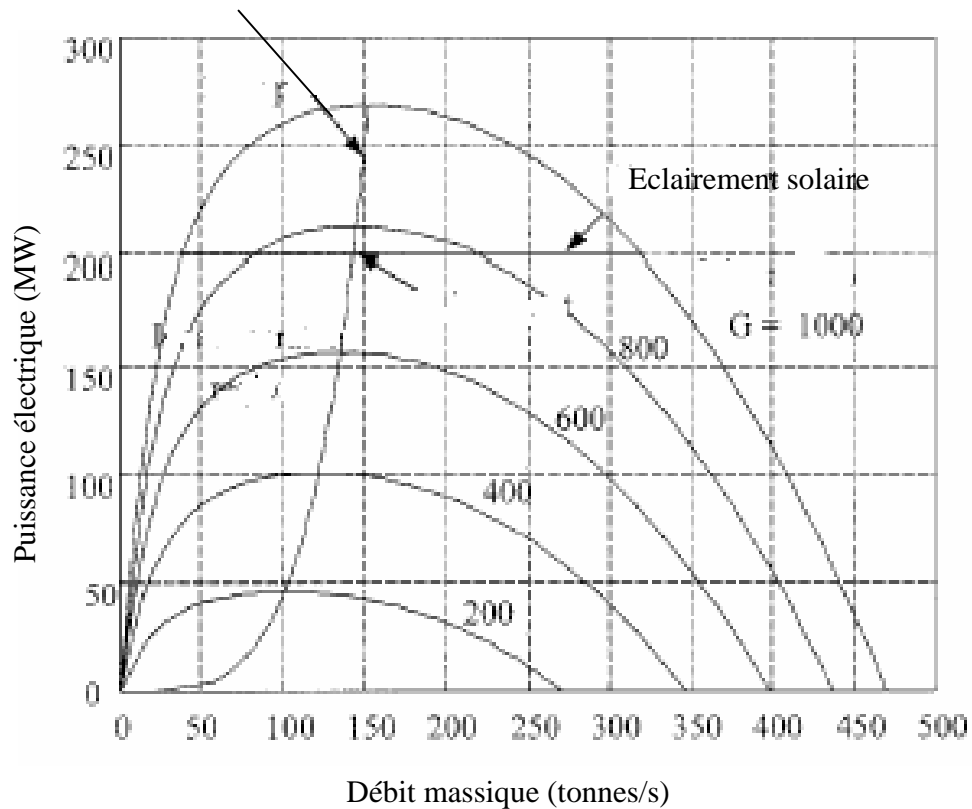


Figure (V-10) : L'effet du débit massique sur la production de la puissance électrique

CHAPITRE VI :

**Systeme d'échangeur
de chaleur**

1-Introduction :

Le fonctionnement de la cheminée solaire exige la présence de rayonnements solaires (énergie solaire), pour la transformer ensuite en énergie électrique. Nous représentons sur La figure suivante la répartition de la radiation solaire journalière et qui atteint son maximum vers 12 heures. Sur les courbes 2 et 3, nous représentons la répartition journalière de la production d'énergie électrique avec deux systèmes de stockage.

Le stockage d'énergie thermique se fait au moyen d'un milieu poreux déposé sur le sol et servant à prolonger la production d'énergie électrique en absence de radiation solaire.

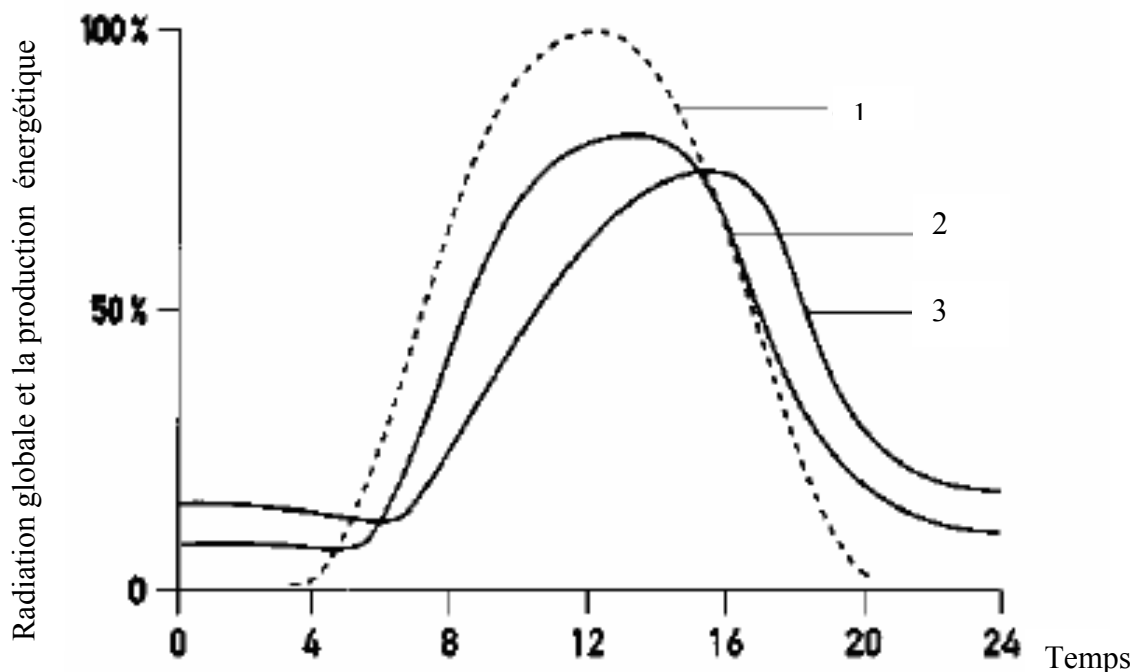


Figure (VI-1) : Radiation solaire et répartition énergétique journalière [11]

La courbe (1) représente la radiation solaire globale.

La courbe (2) représente la production de l'énergie avec un bas niveau de stockage.

La courbe (3) représente la production de l'énergie avec un haut niveau de stockage.

Le but du travail présenté dans cette deuxième partie est de proposer un système d'échange de chaleur à partir d'une source géothermique afin d'améliorer le niveau d'énergie récupéré par la turbine dans les horaires où il y'a manque de radiations solaires.

2-système de stockage:

Le stockage de l'énergie est assuré par des tubes remplis d'eau, à partir d'une source géothermique, et disposés sur le sol de manière uniforme dans l'espace du collecteur.

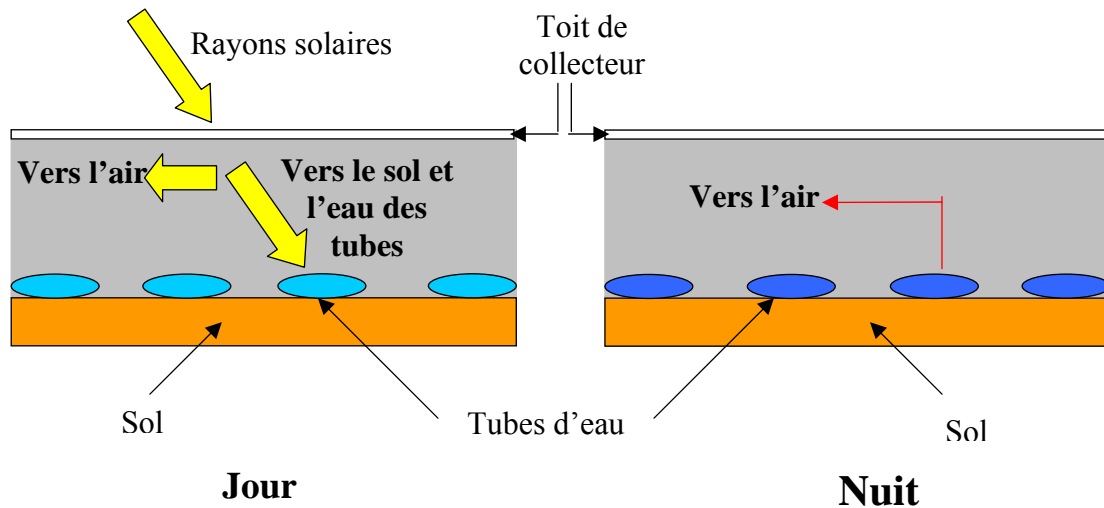


Figure (VI-2) : Système de stockage de la chaleur dans le collecteur

Le transfert de chaleur entre l'eau contenue dans les tubes et l'air est beaucoup plus important que celui entre le sol et l'air. Ceci s'explique par la forte capacité calorifique de l'eau ($c_p = 4.2 \text{ kJ/kg}$), comparée à celle du sol ($c_p = 0.75\text{-}0.85 \text{ kJ/kg}$). L'eau à l'intérieur des tubes peut stocker de la chaleur à partir des radiations solaires le jour et la libère pendant les premières heures d'absence de radiations à l'air se dirigeant vers la cheminée. [25]

3-Principe du système d'échange de chaleur:

Le principe du modèle d'échange de chaleur consiste à introduire l'énergie géothermique (l'eau de puits géothermique), qui va circuler dans des tuyauteries, à une température assez élevée, généralement comprise entre 40°C et 70°C . L'air rentre par la périphérie en contact avec les tubes remplis d'eau chaude provoque un transfert de chaleur convectif. Cette chaleur provient d'un transfert de nature conductive entre l'eau et les parois des tubes. (figure VI-3)

- Convection interne : entre l'eau chaude et la paroi interne du tuyau.
- Conduction : entre la paroi interne et externe.
- Convection externe : entre la paroi externe et l'air.

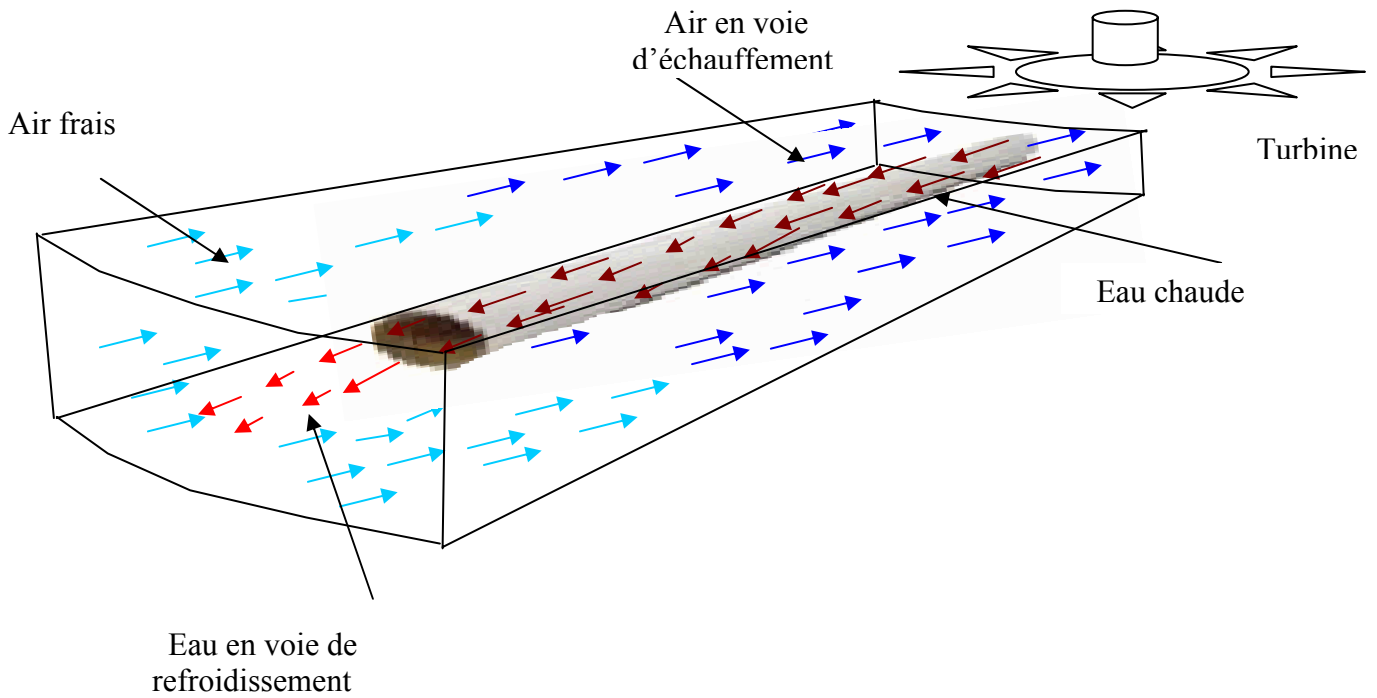


Figure (VI-3) : Principe du système d'échangeur

4-Bilan énergétique :

Nous représentons sur la figure suivante une vue de haut de la cheminée solaire munie du système d'échange de chaleur avec la source géothermique. Cette dernière alimente n tuyaux de la cheminée vers la périphérie, disposés dans le sens azimutal. Figure (VI-4)

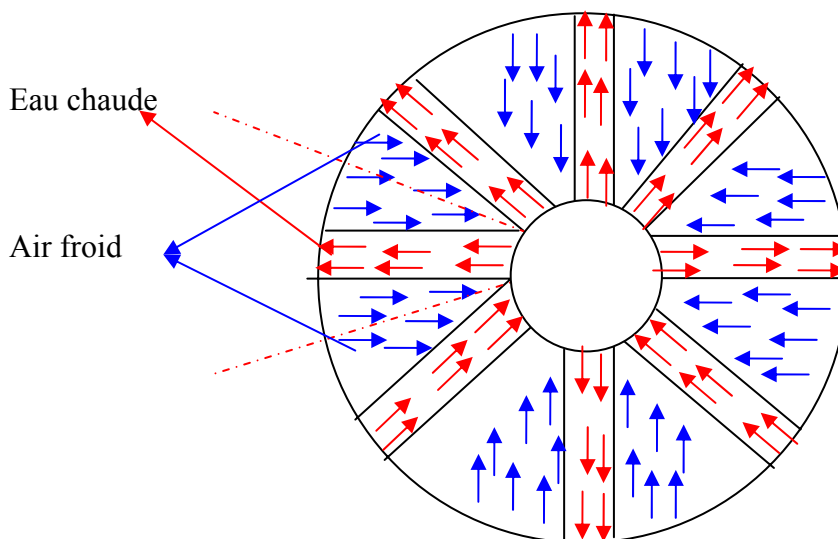


Figure VI-4 : Projection du prototype proposé

Pour pouvoir proposer un modèle d'échange de chaleur, nous considérons un secteur élémentaire d'angle $\frac{2\pi}{n}$ centré sur un conduit d'eau chaude, (figure VI-5).

Quelques hypothèses seront prises en compte pour pouvoir écrire le bilan énergétique global, tels que :

- l'échange de chaleur entre les tubes d'eau chaude et le sol est négligeable.
- le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- Absence de transfert de chaleur entre l'air et le toit du collecteur.

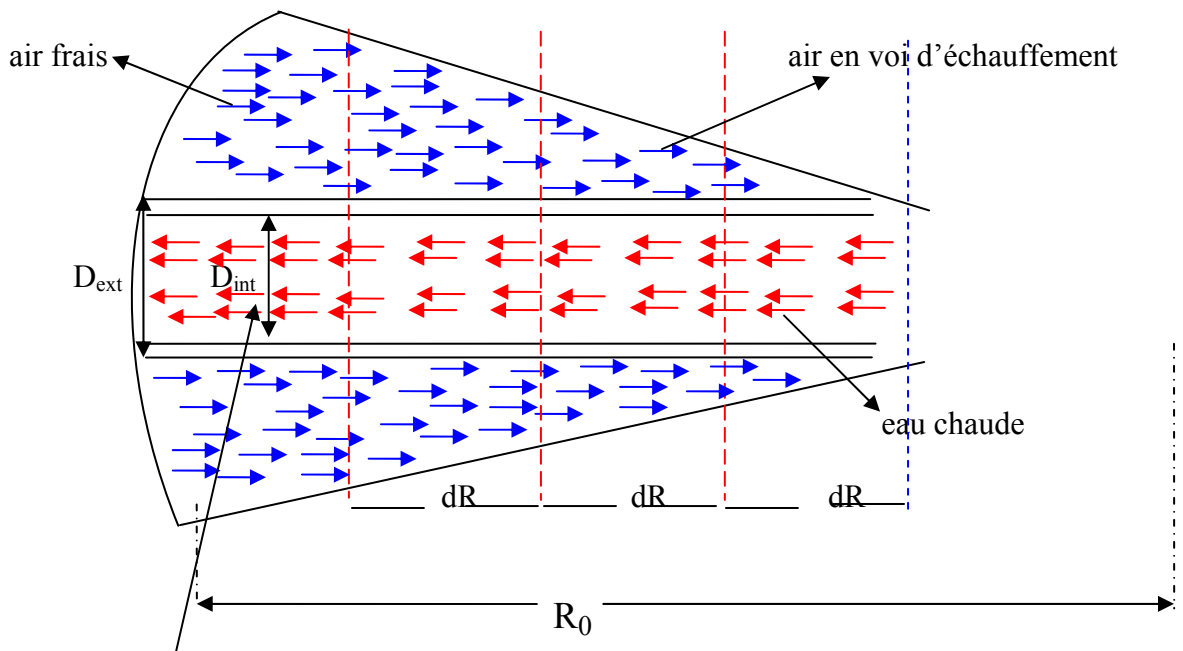


Figure (VI-5) : Représentation partielle du modèle proposé

Pour expliciter le bilan d'échange de chaleur, nous considérons un élément du conduit de longueur dR (figure (VI-6))

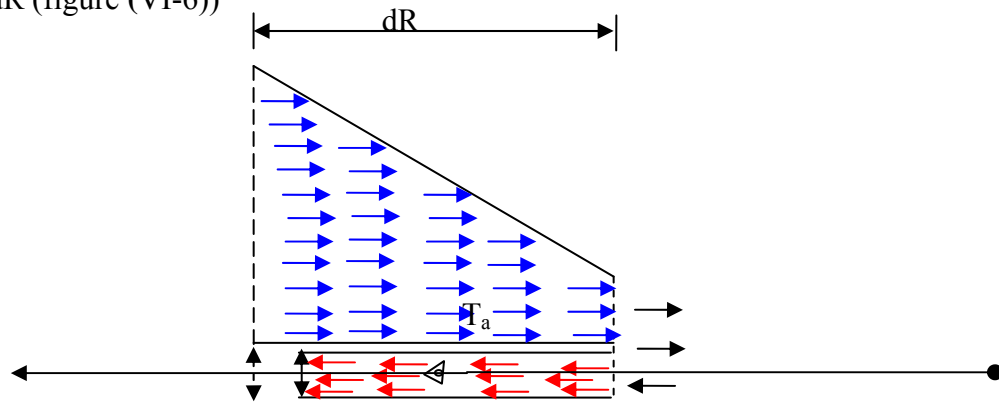


Figure (VI-6) : Echange de chaleur élémentaire

On écrit le bilan énergétique de la manière suivante.

- Convection dans le fluide intérieur :

Le flux de chaleur due à la convection du fluide chaud à l'intérieur de la conduite est donné par la formule suivante.

$$d\phi_1 = h_{\text{int}} S_{\text{int}} (T_e - T_{\text{pint}})$$

Nous remplaçons la surface interne S_{int} d'échange par son expression $S_{\text{int}} = \pi D_{\text{int}} dR$

$$\text{Nous obtenons : } d\phi_1 = h_{\text{int}} \pi D_{\text{int}} dR (T_e - T_{\text{pint}})$$

L'écart de température entre l'eau chaude et la paroi interne du tube s'écrit comme suit :

$$(T_e - T_{\text{pint}}) = \frac{d\phi_1}{h_{\text{int}} \pi D_{\text{int}} dR} \quad (\text{VI-1})$$

Où :

h_{int} , représente le coefficient de convection de l'eau chaude ($\text{W/m}^2 \cdot \text{K}$)

D_{int} , représente le diamètre intérieur du tuyau (m)

T_e, T_{pint} respectivement les températures de l'eau chaude, et du tube interne donnés en Kelvin.

- Conduction dans la canalisation :

Le flux de chaleur due à la conduction entre les deux parois de tuyau interne et externe de la conduite est donnée par la formule suivante :

$$d\phi_2 = \frac{2 \pi \lambda}{\ln \frac{D_{\text{ext}}}{D_{\text{int}}}} dR (T_{\text{pint}} - T_{\text{pext}})$$

L'écart de température entre la paroi interne et externe du tube s'écrit comme suit :

$$(T_{\text{pint}} - T_{\text{pext}}) = \frac{d\phi_2}{2 \pi \lambda dR} \ln \frac{D_{\text{ext}}}{D_{\text{int}}} \quad (\text{VI-2})$$

Où :

D_{ext} représente le diamètre extérieur du tuyau (m)

$T_{\text{pint}}, T_{\text{pext}}$ respectivement les températures, des tubes interne et externe et de l'air donnés en Kelvin.

λ représente la conductivité thermique du tube (W/mK).

- Convection de l'air extérieur :

Le flux de chaleur dû à la convection de l'air à l'extérieur de la conduite est donnée par la formule suivante.

$$d\phi_3 = h_{\text{ext}} S_{\text{ext}} (T_{\text{pext}} - T_a)$$

Nous remplaçons la surface externe S_{ext} d'échange par son expression $S_{\text{ext}} = 2 \pi D_{\text{ext}} dR$

$$\text{Nous obtenons : } d\phi_3 = h_{\text{ext}} \pi D_{\text{ext}} dR (T_{\text{pext}} - T_a)$$

L'écart de température entre la paroi externe du tube et l'air s'écrit comme suit

$$(T_{\text{pext}} - T_a) = \frac{d\phi_3}{h_{\text{ext}} \pi D_{\text{ext}}} \quad (\text{VI-3})$$

Où :

h_{ext} représente le coefficient de convection de l'air ($\text{W/m}^2 \text{K}$)

T_a représente la température de l'air donné en Kelvin.

Le régime stationnaire permet d'écrire l'égalité des différents flux mis en jeu.

$d\phi_1 = d\phi_2 = d\phi_3 = d\phi$. La combinaison de trois expressions, (VI-1), (VI-2), (VI-3) nous permet d'écrire :

$$(T_e - T_a) = \frac{d\phi_1}{h_{\text{int}} \pi D_{\text{int}} dR} + \frac{d\phi_2}{2 \pi \lambda dR} \ln \frac{D_{\text{ext}}}{D_{\text{int}}} + \frac{d\phi_3}{h_{\text{ext}} \pi D_{\text{ext}} dR}$$

Après la simplification nous obtenons :

$$(T_e - T_a) = \frac{d\phi}{\pi dR} \left(\frac{1}{h_{\text{int}} D_{\text{int}}} + \frac{\ln \frac{D_{\text{ext}}}{D_{\text{int}}}}{2\lambda} + \frac{1}{h_{\text{ext}} D_{\text{ext}}} \right) \quad (\text{VI-4})$$

D'où :

$$d\phi = \pi dR (T_e - T_a) \left(\frac{1}{\frac{1}{h_{\text{int}} D_{\text{int}}} + \frac{\ln \frac{D_{\text{ext}}}{D_{\text{int}}}}{2\lambda} + \frac{1}{h_{\text{ext}} D_{\text{ext}}}} \right) \quad (\text{VI-5})$$

finalement, nous obtenons le coefficient global d'échange de chaleur, en écrivant l'expression (VI-5) comme suit.

$$d\phi = U \pi D_{\text{ext}} dR (T_e - T_a) \quad (\text{VI-6})$$

Où :

U représente ce coefficient d'échange globale ($\text{W/m}^2\cdot\text{K}$) et s'écrit comme suit :

$$U = \frac{1}{\left(\frac{D_{\text{ext}}}{D_{\text{int}} h_{\text{int}}} + \frac{D_{\text{ext}} \ln \frac{D_{\text{ext}}}{D_{\text{int}}}}{2 \lambda} + \frac{1}{h_{\text{ext}}} \right)} \quad (\text{VI-7})$$

En sommant ce flux élémentaire sur la totalité de la conduite, nous obtenons le flux global pour un secteur élémentaire :

$$\phi_{\text{total}} = \sum_{R=R_0}^{R=0} d\phi \quad (\text{VI-8})$$

L'application de l'analyse dimensionnelle montre que la relation liant le flux de chaleur transférée par convection aux variables dont il dépend peut être recherchée sous la forme d'une relation entre trois nombres adimensionnels [1] :

$$Nu = f(\text{Re}, \text{Pr}) \quad \text{Pour la convection forcée}$$

$$Nu = f(\text{Gr}, \text{Pr}) \quad \text{Pour la convection naturelle}$$

Définis par :

$$Nu = \frac{h D}{\lambda} \quad \text{Nombre de Nusselt}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho v D}{\mu} \quad \text{Nombre de Reynolds}$$

$$\text{Pr} = \frac{c_p \mu}{\lambda} \quad \text{Nombre de Prandtl}$$

$$\text{Gr} = \frac{g \beta \Delta T D^3}{\nu^2} \quad \text{Nombre de Grashof}$$

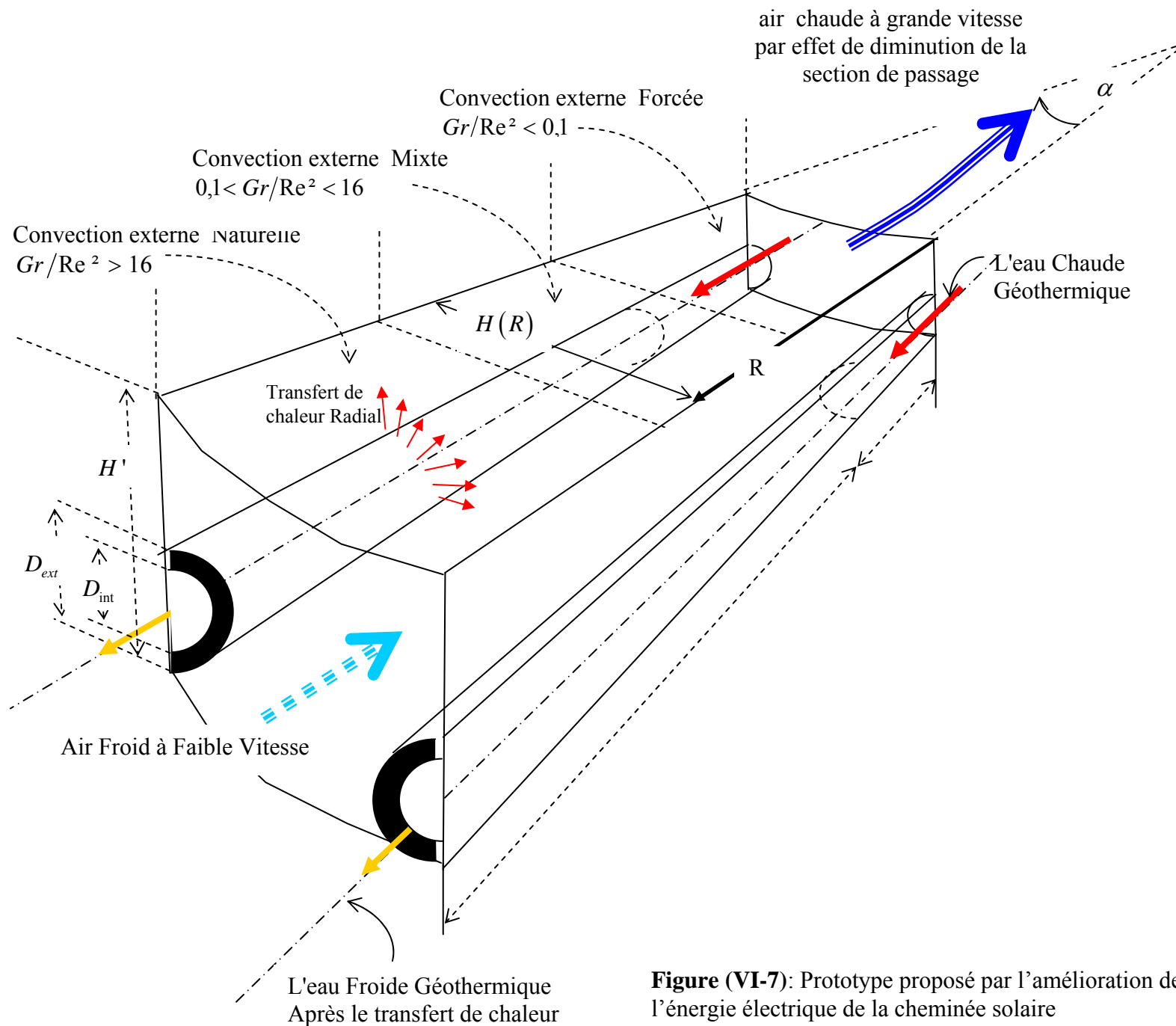


Figure (VI-7): Prototype proposé par l'amélioration de l'énergie électrique de la cheminée solaire

Pour calculer le coefficient global d'échange de chaleur, il faut déterminer les différents coefficients de convection existants.

4-1-Calcul du coefficient de convection de l'eau chaude h_{int} :

L'eau chaude circule dans le tube en convection forcée avec un écoulement turbulent, la corrélation correspond à ce cas c'est la relation de Dittus-Boelter

$$Nu = 0.023 Re_e^{0.8} Pr_e^n \quad (VI-9)$$

Où : Re_e Pr_e respectivement le nombre de Reynolds et le nombre de Prandtl pour l'eau chaude.

- La température de l'eau chaude > la température de la paroi intérieure de tube ($n = 0.3$ voir annexe C)

$$Nu = 0.023 Re_e^{0.8} Pr_e^{0.3} = \frac{h_{int} D_0}{\lambda_e} \quad (VI-10)$$

Où : D_0 le diamètre hydraulique.

λ_e représente la conductivité thermique de l'eau chaude du tube (W/mK)

Pour calculer le coefficient d'échange interne, il faut calculer le diamètre hydraulique et le nombre de Reynolds.

$$h_{int} = \frac{0.023 Re_e^{0.8} Pr_e^{0.3} \lambda_e}{D_{int}} \quad (VI-11)$$

- Le diamètre hydraulique s'écrit comme suit :

$$D_0 = \frac{4 \text{ Surface}}{\text{Périmètre mouillé}} = \frac{4 \pi \frac{D_{int}^2}{4}}{\pi D_{int}} = D_{int}$$

- Après la simplification on trouve que le diamètre hydraulique est égale le diamètre interne du tube

$$D_0 = D_{int} \quad (VI-12)$$

- Le nombre de Reynolds est le rapport des forces d'inertie sur les forces de viscosité et s'écrit comme suit :

$$Re_e = \frac{\rho_e v_e D_{int}}{\mu_e}$$

Où :

μ_e viscosité dynamiques de l'eau chaude Kg/m.s

v_e vitesse de l'eau chaude m/s.

ρ_e la masse volumique de l'eau chaude Kg/m³

Nous remplaçons la vitesse de l'eau chaude par son expression : $v_e = \frac{\dot{m}_e}{\rho_e S} = \frac{4 \dot{m}_e}{\rho_e \pi D_{int}^2}$

Nous obtenons :
$$Re_e = \frac{\rho_e v_e D_{int}}{\mu_e} = \frac{\rho_e D_{int}}{\mu_e} \left(\frac{4 \dot{m}_e}{\rho_e \pi D_{int}^2} \right) = \frac{4}{\pi \mu_e D_{int}} \dot{m}_e$$

Après la simplification nous obtenons :

$$Re_e = \frac{4}{\pi \mu_e D_{int}} \dot{m}_e = \quad (VI-13)$$

Le nombre de Prandtl est donnée à partir de tables données en (annexe C).

Le coefficient de convection interne s'écrit comme suit :

$$h_{int} = \frac{0.023 Re_e^{0.8} Pr_e^{0.3} \lambda}{D_{int}} = \frac{0.023 \left(\frac{4}{\pi \mu_e D_{int}} \dot{m}_e \right)^{0.8} Pr_e^{0.3} \lambda}{D_{int}} =$$

D'où

$$h_{int} = \frac{0.023 \left(\frac{4}{\pi \mu_e D_{int}} \dot{m}_e \right)^{0.8} Pr_e^{0.3} \lambda}{D_{int}} = \text{constant} \quad (VI-14)$$

4-2-Calcul du coefficient de convection de l'air h_{ext} :

Pour calculer le coefficient de convection de l'air, il faut calculer le rapport entre le nombre de Grashof et le carré du nombre de Reynolds qui caractérise l'écoulement de l'air [12].

- si $\frac{Gr}{Re^2} > 16$ la convection naturelle est nettement dominante.

- si $\frac{Gr}{Re^2} < 0.1$ la convection forcée est nettement dominante.

- si $0.1 < \frac{Gr}{Re^2} < 16$ la convection est du type « mixte ».

On a :
$$Re_a = \frac{\rho_a v_a D_0}{\mu_a}$$

Où : Re_a le nombre de Reynolds del'air.

v_a la vitesse de l'air m/s

ρ_a la masse volumique de l'aire Kg/m^3

Nous remplaçons la vitesse de l'air et la section de passage par leurs expressions respectives :

$$v_a = \frac{\dot{m}_a}{\rho_a S_a}$$

$$S = \left(\frac{H'^2 \pi R}{n} - \frac{\pi D_{\text{ext}}^2}{4} \right)$$

Où : H' représente la hauteur du collecteur donné en mètre.

Nous obtenons :

$$Re_a = \frac{\dot{m}_a D_0}{\mu_a \left(\frac{H'^2 \pi R}{n} - \frac{\pi D_{\text{ext}}^2}{4} \right)} \quad (\text{VI-15})$$

Le diamètre hydraulique s'écrit comme suit :

$$D_0 = \frac{4 \text{ Surface}}{\text{Périmètre mouillé}}$$

Le périmètre mouillé s'écrit comme suit :

$$P_{\text{érim}} = 2 (H + H') - \pi D_{\text{ext}} = 2 \left(\frac{2 \pi R}{n} + H' \right) - \pi D_{\text{ext}}$$

Où :

H représente et la distance entre deux tubes donnés en mètre.

Nous remplaçons la section de passage et le périmètre par leur expression :

Nous obtenons :

$$D_0 = \frac{4 \left(\frac{H'^2 \pi R}{n} - \frac{\pi D_{\text{ext}}^2}{4} \right)}{4 \left(\frac{H' + H}{2} - \frac{\pi D_{\text{ext}}}{4} \right)} = \frac{\left(\frac{H'^2 \pi R}{n} - \frac{\pi D_{\text{ext}}^2}{4} \right)}{\left(\frac{H' + \frac{2 \pi R}{n}}{2} - \frac{\pi D_{\text{ext}}}{4} \right)}$$

D'où :

$$D_0 = \frac{\left(\frac{H'^2 \pi R}{n} - \frac{\pi D_{\text{ext}}^2}{4} \right)}{\left(\frac{H' + \frac{2 \pi R}{n}}{2} - \frac{\pi D_{\text{ext}}}{4} \right)} \quad (\text{VI-16})$$

Après la simplification nous écrivons le nombre de Reynolds comme suit:

$$\text{Re}_a = \frac{\dot{m}_a}{\mu_a \left(\frac{H'}{2} + \frac{\pi R}{n} - \frac{\pi}{4} D_{\text{ext}} \right)} \quad (\text{VI-17})$$

a)-Pour la convection naturelle : $\frac{Gr}{\text{Re}^2} > 16$

La relations simplifiées pour l'air à pression atmosphérique, le coefficient de transfert en convection naturelle s'écrit comme suit. [26]

$$h_{\text{ext1}} = 1.32 \left(\frac{\Delta T}{D_0} \right)^{1/4}$$

Où : ΔT représente la différence de la température entre la paroi externe et la température de l'air.

h_{ext1} représente le coefficient de convection externe de l'air convection naturelle.

Nous remplaçons le diamètre hydraulique par son expression l'équation (VI-16) :

$$\text{Nous obtenons : } h_{\text{ext1}} = 1.32 (\Delta T)^{1/4} \left(\frac{\left(\frac{H'2 \pi r}{n} - \frac{\pi D_{\text{ext}}^2}{4} \right)}{\left(\frac{H' + \frac{2 \pi r}{n}}{2} - \frac{\pi D_{\text{ext}}}{4} \right)} \right)^{-1/4} \quad (\text{VI-18})$$

b)-Pour la convection forcée : $\frac{Gr}{\text{Re}^2} < 0.1$

La relation de Churchill et Ozoe [26]

$$Nu = f(\text{Pr}) \cdot \text{Re}^{1/2} \rightarrow \begin{cases} f(\text{Pr}) = 0,564 \text{Pr}^{1/2} & \Rightarrow \text{Pr} < 0,7 \\ f(\text{Pr}) = 0,322 \text{Pr}^{1/3} & \Rightarrow 0,7 < \text{Pr} < 50 \end{cases} \quad (\text{VI-19})$$

$$Nu = 0.564 \text{Re}_a^{1/2} \text{Pr}_a^{1/2} \quad (\text{VI-20})$$

$$Nu = 0.564 \text{Re}_a^{1/2} \text{Pr}_a^{1/2} = \frac{h_{\text{ext2}} D_0}{\lambda_a} \quad (\text{VI-21})$$

Où : h_{ext2} représente le coefficient de convection externe de l'air convection forcée.

Après la simplification en écrivons le coefficient de convection de l'air comme suit :

$$h_{ext2} = \frac{0.564 Re_a^{1/2} Pr_a^{1/2} \lambda_a}{D_0} \quad (VI-22)$$

Nous remplaçons les expressions du diamètre hydraulique l'équation (VI-16), et le nombre de Reynolds (VI-17)

Nous obtenons :

$$h_{ext2} = \frac{0.564 \left(\frac{\dot{m}_a}{\mu_a \left(\frac{H'}{2} + \frac{\pi R}{n} - \frac{\pi D_{ext}}{4} \right)} \right)^{1/2} Pr_a^{1/2} \lambda_a}{\left(\frac{H'^2 \pi R}{n} - \frac{\pi D_{ext}^2}{4} \right) \left(\frac{H' + \frac{2 \pi R}{n} - \frac{\pi D_{ext}}{4}}{2} \right)}$$

D'où :

$$h_{ext2} = \frac{0.564 \left(\frac{\dot{m}_a}{\mu_a} \right)^{1/2} Pr_a^{1/2} \lambda_a \left(\frac{H'}{2} + \frac{\pi R}{n} - \frac{\pi D_{ext}}{4} \right)^{3/2}}{\left(\frac{H'^2 \pi R}{n} - \frac{\pi D_{ext}^2}{4} \right)} \quad (VI-23)$$

c)-Pour la convection mixte :

Pour le cas de la convection mixte on prend la moyenne du coefficient de convection de l'air par convection naturelle et par convection forcée.

$$h_{ext3} = \frac{h_{ext1} + h_{ext2}}{2}$$

Où : h_{ext3} représente le coefficient de convection externe de l'air convection mixte.

Le coefficient global d'échange de chaleur, s'écrit comme suit :

$$U = \frac{1}{\frac{D_{\text{ext}}}{D_{\text{int}} h_{\text{int}}} + \frac{D_{\text{ext}} \ln \frac{D_{\text{ext}}}{D_{\text{int}}}}{2 \lambda} + \frac{1}{h_{\text{ext}}}}$$

Nous remplaçons les expressions du coefficient d'échange interne et externe :

Nous obtenons :

$$U = \frac{1}{\frac{D_{\text{ext}}}{\left(0.023 \left(\frac{4}{\pi \mu_e D_{\text{int}}} \dot{m}_e\right)^{0.8} \text{Pr}_e^{0.3} \lambda_e\right)} + \frac{D_{\text{ext}} \ln \frac{D_{\text{ext}}}{D_{\text{int}}}}{2 \lambda} + \frac{1}{h_{\text{ext}}}}$$

- si $(\text{Gr}/\text{Re}^2) > 16$ (convection naturelle) :

$$U = \frac{1}{\frac{D_{\text{ext}}}{\left(0.023 \left(\frac{4}{\pi \mu_e D_{\text{int}}} \dot{m}_e\right)^{0.8} \text{Pr}_e^{0.3} \lambda_e\right)} + \frac{D_{\text{ext}} \ln \frac{D_{\text{ext}}}{D_{\text{int}}}}{2 \lambda} + \frac{1}{1.32(\Delta T)^{1/4} \left(\frac{\left(\frac{H'2 \pi r}{n} - \frac{\pi D_{\text{ext}}^2}{4}\right)}{\left(\frac{H' + \frac{2 \pi r}{n}}{2} - \frac{\pi D_{\text{ext}}}{4}\right)}\right)^{3/4}}}}$$

$(\text{Gr}/\text{Re}^2) < 0.1$ (convection forcée) :

$$U = \frac{1}{\frac{D_{\text{ext}}}{\left(0.023 \left(\frac{4}{\pi \mu_e D_{\text{int}}} \dot{m}_e\right)^{0.8} \text{Pr}_e^{0.3} \lambda_e\right)} + \frac{D_{\text{ext}} \ln \frac{D_{\text{ext}}}{D_{\text{int}}}}{2 \lambda} + \frac{1}{0.564 \left(\frac{\dot{m}_a}{\mu_a}\right)^{1/2} \text{Pr}_a^{1/2} \lambda_a \left(\frac{H'}{2} + \frac{\pi r}{n} - \frac{\pi D_{\text{ext}}}{4}\right)^{3/2} \left(\frac{H'2 \pi r}{n} - \frac{\pi D_{\text{ext}}^2}{4}\right)}}$$

-si $16 < (Gr/Rea^2) < 0.1$ (convection mixte) :

$$U = \frac{1}{\frac{D_{\text{ext}}}{\left(0.023 \left(\frac{4}{\pi \mu_e D_{\text{int}}} \dot{m}_e\right)^{0.8} Pr_e^{0.3} \lambda_e\right)} + \frac{D_{\text{ext}} \ln \frac{D_{\text{ext}}}{D_{\text{int}}}}{2 \lambda} + \frac{1}{h_{\text{ext}3}}}$$

Où :

$$h_{\text{ext}3} = \frac{1.32(\Delta T)^{1/4} \left(\frac{\left(\frac{H'2 \pi r}{n} - \frac{\pi D_{\text{ext}}^2}{4}\right)}{\left(\frac{H' + \frac{2 \pi r}{n} - \frac{\pi D_{\text{ext}}}{4}\right)} \right)^{-1/4} + \frac{0.564 \left(\frac{\dot{m}_a}{\mu_a}\right)^{1/2} Pr_a^{1/2} \lambda_a \left(\frac{H'}{2} + \frac{\pi r}{n} - \frac{\pi D_{\text{ext}}}{4}\right)^{3/2}}{\left(\frac{H'2 \pi r}{n} - \frac{\pi D_{\text{ext}}^2}{4}\right)} }{2}$$

5-Application de calcul :

Dans cette application nous allons étudier la variation du nombre de Reynolds et le rayon du collecteur ainsi que le nombre d'Archimède et le rayon du collecteur.

5-1- Influence du rayon du collecteur sur le nombre de Reynolds :

On a

$$\text{Re} = \frac{\dot{m}_a}{\mu_a \left(\frac{H'}{2} + \frac{\pi R}{n} - \frac{\pi}{4} D_{\text{ext}} \right)}$$

Pour cela on va fixer quelques paramètres pour le calcul :

$$\dot{m}_a = 10 \text{ kg/s}, D_{\text{ext}} = 0.21\text{m}, \mu_a = 1.8 \cdot 10^{-5} \text{ kg.s}^{-1}.\text{m}^{-1}, n = 50 \text{ tube}, H' = 2\text{m}, R = (0- R_0)$$

R (rayon)	Re (Reynolds)	Gr/Re ²
250	3,4.10 ⁴	20,37
230	3,72.10 ⁴	17,02
210	4,06.10 ⁴	14,28
190	4,45.10 ⁴	11,89
170	4,9.10 ⁴	9,81
150	5,52.10 ⁴	7,73
130	6,2.10 ⁴	6,12
110	7,33.10 ⁴	4,38
90	8,46.10 ⁴	3,29
70	10,71.10 ⁴	2,05
50	14,1.10 ⁴	1,18
30	20,87.10 ⁴	0,54
10	38,35.10 ⁴	0,16
0	67,68.10 ⁴	0,05

Tableau (VI-1) : les valeurs de Reynolds et des rapports de Gr/Re² par rapport à R

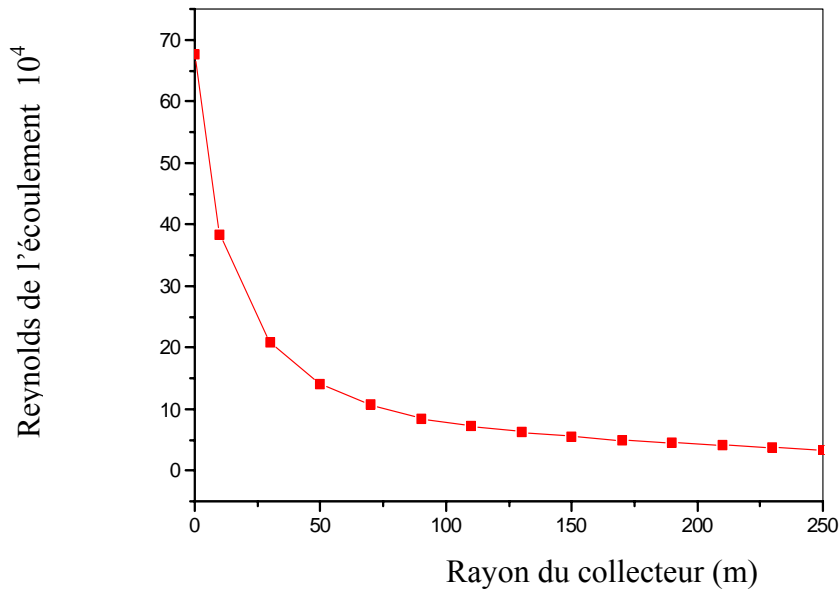


Figure (VI-8) : variation du nombre de Reynolds en fonction du diamètre du collecteur

De la (figure VI-8) on relève que chaque fois que le diamètre du collecteur diminue, le nombre de Reynolds augmente, ce qui s'explique par le fait que la vitesse de l'écoulement de l'air s'accroît à mesure que l'on s'approche du centre de la cheminée solaire.

5-2- Influence du rayon du collecteur sur le nombre d'Archimède Ar :

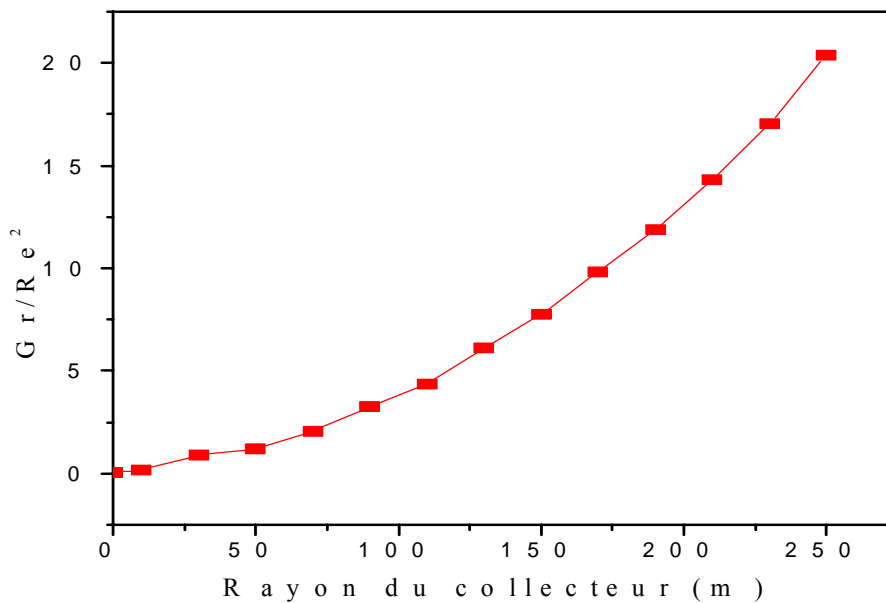


Figure (VI-9) : variation du (Gr/Re^2) en fonction du diamètre du collecteur

De la (figure VI-9) on remarque que chaque fois que le diamètre du collecteur diminue, le rapport du Gr/Re^2 diminue, ce qui s'explique par le fait que l'écoulement de l'air entre avec un écoulement naturel (convection naturelle) et se dirige vers le centre de la cheminée solaire, avec un écoulement forcé (convection forcée).

6- Amélioration le niveau d'énergie électrique :

Le but de ce travail est d'améliorer le niveau de l'énergie électrique, la nuit où en absence de radiations solaires. La courbe (2 et 3) de la (figure VI-1) montre une baisse de la production de l'énergie électrique, durant la période comprise entre 18^h et 8^h. Pour pouvoir compenser ce manque de production électrique durant cette période, nous pensons pouvoir y faire face par l'introduction de l'énergie géothermique (par l'eau chaude de l'albien).

En supposant que la production maximale de l'énergie électrique, par le biais de la cheminée solaire est P_{max} , ($P_{max} \cdot 14/24$) soit 58.30% P_{max} , nous estimons qu'un apport de 50% d'énergie, par le biais de l'énergie géothermique, couvrira notre besoin, et permettra un fonctionnement normal de notre projet. (Voir figure VI-10).

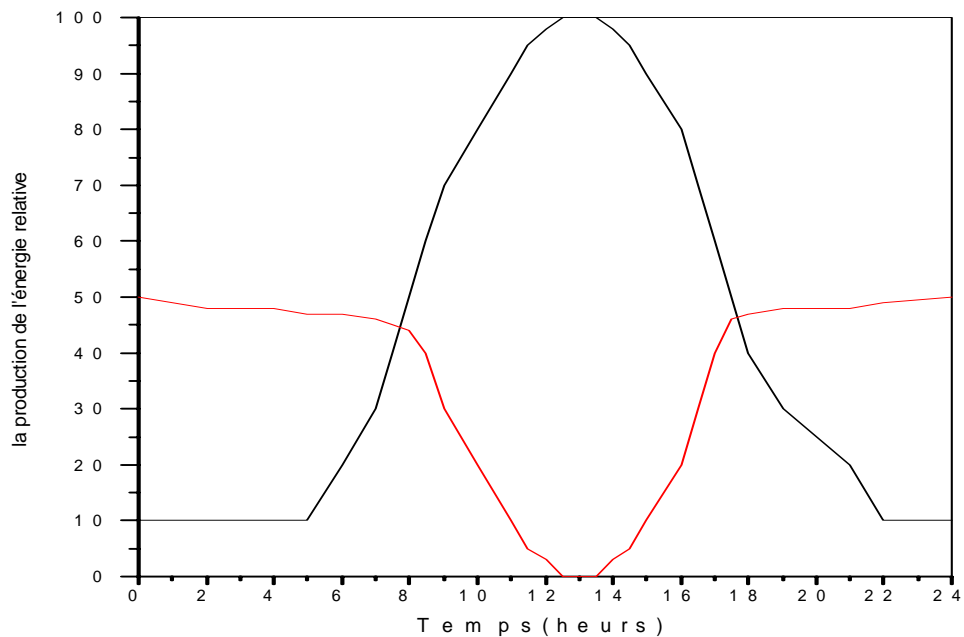


Figure (VI-10) : répartition énergétique journalière

La courbe en noir représente la production de l'énergie électrique de la cheminée solaire.

La courbe en rouge représente la production de l'énergie électrique estimée de l'eau chaude.

Le bilan énergétique peut être déterminé aussi de la manière suivante, en écrivant que le flux de chaleur transmis par l'eau chaude est égale au le flux récupéré par l'air froid

$$\phi = \dot{m}_e c_{pe} \Delta T_e = \dot{m}_f c_{pa} \Delta T_a$$

$$\phi = \dot{m}_e c_{pe} (T_{ee} - T_{es}) = \dot{m}_a c_{pa} (T_{as} - T_{ae}) \quad (\text{VI-9})$$

Où :

\dot{m}_e , \dot{m}_a respectivement débit massique de l'eau chaude et l'air frais Kg/s

c_{pe} , c_{pa} respectivement chaleur spécifique de l'eau chaude et l'air frais J/Kg.K

T_{ee} , T_{es} , T_{ae} , T_{as} respectivement les températures de l'eau chaude (entrée, sortie) et de l'air (entrée, sortie) donnés en Kelvin.

à partir de (VI-9) nous permet d'écrire :

$$\dot{m}_e = \frac{\phi}{c_{pe} (T_{ee} - T_{es})} \quad (\text{VI-10})$$

L'étude de performance de la cheminée solaire est réalisée sur trois modèles dont les paramètres sont montrés dans le tableau suivant : [27]

Paramètres	Cheminée Solaire (I)	Cheminée Solaire (II)	Cheminée Solaire (III)
- Puissance électrique maximale produite (MW)	5	30	100
- Hauteur de la cheminée (m)	445	750	950
- Diamètre du collecteur (m)	1110	2200	3600
- Température ambiante (°C)	20	20	20
- Rendement de la turbine (%)	77	78.30	80.10
- Efficacité du collecteur (%)	56.24	54.72	52.62

Tableau (VI-2) : Paramètres de modèles des cheminées solaires étudiées

Notre besoin est de 50% de P_{\max} nous pouvons écrire :

$$\eta_{turb} \phi = 50\% P_{\max} \Rightarrow \phi = \frac{50\% P_{\max}}{\eta_{turb}} \quad (\text{VI-11})$$

Où :

η_{turb} : le rendement global de la turbine.

La combinaison de l'équation (VI-10) et (VI-11) nous permet d'écrire :

$$\dot{m}_e = \frac{\phi}{c_{pe} (T_{ee} - T_{es})} = \frac{50\% P_{\max}}{c_{pe} (T_{ee} - T_{es}) \eta_{turb}} \quad (\text{VI-12})$$

A partir de l'équation (VI-12), et avec les données du tableau précédant nous calculons le débit de l'eau chaude nécessaire pour les trois cas de la cheminée solaire.

Nous supposons que la température de l'eau chaude est de ($T_{ee} = 60^{\circ}\text{C}$) à l'entrée du tube et de ($T_{es} = 40^{\circ}\text{C}$) à la sortie.

Pour les valeurs de chaleur spécifique de l'eau chaude voir (annexe C)

Paramètres	Cheminée Solaire (I)	Cheminée Solaire (II)	Cheminée Solaire (III)
- Puissance électrique maximale produite (MW)	5	30	100
- Rendement de la turbine (%)	77	78.30	80.10
- Débit de l'eau chaude nécessaire (m^3/h)	140	825	2688

Tableau (VI-3) : Résultat obtenu de l'application

On comparant le besoin d'eau chaude qu'il faut pour ces cheminées solaire (I, II, III), à la capacité de production de l'albien existant au niveau de la ville de Ouargla, dont le débit est entre ($400 \text{ m}^3/\text{h}$ et $720 \text{ m}^3/\text{h}$).

- Un puits à l'albien s'avère suffisant pour la cheminée (I).
- Deux puits à l'albien s'avèrent suffisant pour la cheminée (II).

Conclusion et recommandations

Conclusion et recommandations

Dans ce mémoire, notre objectif principal a été de faire une analyse numérique sur l'écoulement (détermination des lignes de courants et de températures), dans une cavité ouverte, appliquée à la cheminée solaire, avec différents types d'écoulement.

Dans l'écriture adimensionnelle des équations de conservation, le nombre d'Archimède qui est le rapport entre le nombre de Grashof et le carré du nombre de Reynolds caractérise l'écoulement de l'air, dans la cavité ouverte chauffée.

Les équations de bilan sont résolues numériquement à l'aide du logiciel **Fluent** (version 6.1.22), utilisé pour modéliser les écoulements dans la cavité ouverte (forme de la cheminée solaire).

Les résultats ainsi obtenus montrent que la stratification thermique au niveau de la surface du collecteur, est uniforme pour des petites valeurs du nombre de Reynolds. par contre, pour les nombres plus élevés du nombre de Reynolds on remarque une tendance, à la baisse de la stratifications thermique.. Nous en déduisons que le gradient de la température a un effet limité sur la distribution des isothermes.

De même, la jonction courbée de la cheminée solaire est de nature à faciliter l'écoulement de l'air, et à conserver le régime de l'écoulement, au sein de la cheminée, même à des valeurs de Reynolds très grandes; par contre, la jonction simple perturbe l'écoulement qui devient turbulent à des valeurs de Reynolds moins élevées, d'où le constat que la jonction courbée de la cheminée solaire est plus proche de la forme réelle de la cheminée solaire.

Nous avons également, dans cet essai, essayé de montrer l'importance des énergies, notamment des énergies renouvelables, et principalement de la cheminée solaire, dont nous avons montré le principe de fonctionnement, et démontré la performance. Ceci étant, nous avons aussi tenté d'introduire l'énergie géothermique, pour améliorer le niveau de l'énergie électrique, la nuit, c'est-à-dire en absence de radiation solaire. Pour ce faire, nous avons utilisé l'eau chaude de l'albien, pour chauffer l'air circulant au niveau du collecteur. Le bilan énergétique de cette expérience nous a révélé une variation de l'écoulement de l'air entre le début et le centre de la

Conclusion et recommandation

cheminée solaire. En effet, il a été constaté qu'au fur et à mesure que l'air se dirige vers le centre, la vitesse de son écoulement s'accroît, et, ce, à priori, grâce au gradient de température et à la baisse de la section de la cheminée. Ce phénomène a eu pour effet de provoquer le changement de la convection naturelle en une convection forcée. Ce qui fait fonctionner plus rapidement la turbine éolienne pour l'augmentation de la production de l'énergie électrique. Il nous semble qu'une étude plus approfondie mérite échéant d'être consacrée à ce phénomène, pour pouvoir en tirer des conclusions définitives, et, le cas proposer des applications.

Devant l'importance d'un tel sujet d'avenir, notre espoir est que notre modeste contribution serve de base à d'autres études plus poussées. Pour avancer dans ce travail, nous proposons d'étudier l'ensemble des éléments qui constitue la conversion d'énergie tels que : la turbine, le distributeur ainsi que l'effet de la géométrie sur les performances. D'autres solutions de stockage d'énergie peuvent être proposées tel que un milieu poreux disposé sur la surface du sol pour mieux distribuer l'énergie thermique durant la nuit. Celles-ci devraient prendre en considération d'autres paramètres qui influent sur le fonctionnement de la cheminée solaire, et permettent d'aboutir à une plus grande performance de celle-ci.

Bibliographie

BIBLIOGRAPHIE

- [1] **Kreith. F.**, Transmission de la chaleur et Thermodynamique. Masson – Paris 1967.
- [2] **Padet. J.**, Principes des transferts des chaleurs convectives, Polytechnique Paris 1997.
- [3] **Bernardes. M.A.S , Valle. R.M.**, Numerical analyses of natural laminaire convection in a radial solar hôte, International Journal of Thermal Science 38,42-50 Elsevier, Paris 1999.
- [4] **Ben chikh. S.**, Etude numérique comparative des solution exactes et approchées de la convection naturelle instationnaire en milieu confiné stratifié, Thèse pour obtenir le grade de docteur de l'université de Poitiers, Mars 1987.
- [5] **Ouziaux. R., Perrier. J.**, Mécanique des fluides appliquée. DUNOD, Paris 1998.
- [6] **Comolet. R.**, Mécanique expérimentale des fluides, MASSON - Paris 1994.
- [7] **Hug. M.**, Mécanique de fluides appliqués, EYROLLES - Paris 1975.
- [8] **Settou. N.**, Ecoulement autour d'une hélice marine, problème inverse et problème direct. Doctorat de l'université Paris VI, notes et documents LIMSI N⁰ : 93-17, Février 1993.
- [9] **Patankar. S.V.**, Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere Publishing Corporation, united State of America 1980.
- [10] **J.Christian, Lhomme**, Les énergies renouvelables De lachaux et Nistlé Paris 2005.
- [11] **Schlaich. J.**, The solar Chimney: Electricity from the sun. In: Maurer C, editor. Germany: Geislingen; 1995.
- [12] http://www.term.ucl.ac.be/cours/amco2363/Transfert_chaleur.pdf
SEYNHAEVE J., Rappel des bases du transfert de chaleur IIIustrations AMCO 2363

- [13] **Buil. N.**, Modélisation tridimensionnelle du transport de polluants dans les écoulements à surface libre. Thèse pour obtenir le grade de docteur de l'université de Claude Bernard-Lyon1. Janvier, 1999.
- [14] **Boumahrat. M., Gourdin. A.**, méthode numérique appliquée,OPU-Alger 1993.
- [15] **Euvrard. D.**, Résolution numérique des équations aux dérivées partielles, MASSON – Paris 1994.
- [16] **Documentation FLUENT" User's Guide"** Fluent Inc. July 26,1998.
- [17] **BECHKI. D.**, Stockage de l'énergie thermique dans un lit fixe, Mémoire de magister, Centre universitaire de OUARGLA 1998.
- [18] **BABI. Y.**, Exploitation de l'énergie géothermique pour le chauffage des serres agricoles, Mémoire de magister, Centre universitaire de OUARGLA 2001.
- [19] **Dessus. B., Pharabod. F.**, Energie solaire PUF Paris 2002.
- [20] **Labouret. A., Viloz M.**, Energie solaire Photovoltaïque, Dunod, Paris 2003.
- [21] **Treib. F., Langnib. O., Klaib. H.**, Solar Electricity Generation-Acomparative view of Technologie, Costs and Environmental Impact, Solar Energy 59,NOS,1-3,PP89-99,1997.
- [22] **Dai. Y.J.,Huang. H.B., Wang. R.Z.**, Compressible flow through solar power plant chimneys ASME, Journal of Solar Energy Engineering 2000;122:13845.
- [23] **Gannon. A.J., Backstrom. T.W.V.**, Solar Chimney cycle analysis with system loss and solar collector performance ASME, Journal of Solar Energy Engineering 2000; 122:133-7.
- [24] **Gannon. A.J., Backstrom. T.W.V.**, Compressible flow through solar power plant chimneys. ASME , Journal of Solar Energy Engineering 2000;122:138-45.
- [25] **Schlaich.B., und Partner.,The solar Chimney** , Structural Consulting Engineers 2002.
- [26] **Kreith. F.**, Handbook. Mechanical Engineering1999.

[27]**Pasumarthi. N.,Sherif.SA.**,Experimental and theoretical performance of demonstration solar chimney model-Part I Mathematical Model Development. *Int. J. Energy Res.*, 22,277-288, 1998.

ANNEXES :

Annexe (A)

Transformation de l'équation générale en coordonnées curviligne

L'équation :

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho u\phi)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho w\phi)}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\Gamma^\phi r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + S^\phi$$

Avec la condition d'axisymétrique $\left(\frac{\partial}{\partial \theta} \right) = 0$

Devienne :

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho u\phi)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho w\phi)}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\Gamma^\phi r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + S^\phi$$

$$\text{On à : } \frac{\partial \xi^1}{\partial r} = J \frac{\partial z}{\partial \xi^2}, \frac{\partial \xi^1}{\partial z} = -J \frac{\partial r}{\partial \xi^2}, \frac{\partial \xi^2}{\partial r} = -J \frac{\partial z}{\partial \xi^1}, \frac{\partial \xi^2}{\partial z} = J \frac{\partial r}{\partial \xi^1}$$

Le Jacobien de transformation est donné par

$$J = \xi_r^1 \xi_z^2 - \xi_r^2 \xi_z^1 = \left(r_{\xi^1} z_{\xi^2} - r_{\xi^2} z_{\xi^1} \right)^{-1}$$

Le tenseur métrique est donnée par

$$\alpha = \left(\frac{\partial r}{\partial \xi^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \xi^2} \right)^2 = \left(r_{\xi^2} \right)^2 + \left(z_{\xi^2} \right)^2, \gamma = \left(r_{\xi^1} \right)^2 + \left(z_{\xi^1} \right)^2, \beta = \left(r_{\xi^1} r_{\xi^2} + z_{\xi^1} z_{\xi^2} \right)$$

$$g_{ij} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \gamma \end{bmatrix}$$

Et on à :

$$g = \frac{1}{J^2}$$

Alors l'équation générale après la transformation en coordonnées curvilignes est écrit sous la forme suivante :

$$\frac{1}{J} \frac{\partial (\rho \phi)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \xi^1} (r \rho \phi U) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \xi^2} (r \rho \phi V) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \xi^1} \left(r J \Gamma^\phi \alpha \frac{\partial \phi}{\partial \xi^1} - r J \Gamma^\phi \beta \frac{\partial \phi}{\partial \xi^2} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \xi^2} \left(r J \Gamma^\phi \gamma \frac{\partial \phi}{\partial \xi^2} - r J \Gamma^\phi \beta \frac{\partial \phi}{\partial \xi^1} \right) + \frac{S^\phi}{J}$$

L'équation de	ϕ	Γ^ϕ	S^ϕ
continuité	1	0	0
Mouvement suivant r	u	μ	$z_{\xi^2} \frac{\partial P}{\partial \xi^1} - z_{\xi^1} \frac{\partial P}{\partial \xi^2} - 2 \frac{\mu}{J r^2}$
Mouvement suivant z	w	μ	$r_{\xi^1} \frac{\partial P}{\partial \xi^2} - r_{\xi^2} \frac{\partial P}{\partial \xi^1} - \rho g$
énergie	T	$\frac{\lambda}{C_p}$	0

Annexe (B)

FLUENT

Version: axi, dp, segregated, lam (axi, double precision, segregated, laminar)

Release: 6.1.22

Title:

Models

Model	Settings
Space	Axisymmetric
Time	Steady
Viscous	Laminar
Heat Transfer	Enabled
Solidification and Melting	Disabled
Radiation	None
Species Transport	Disabled
Coupled Dispersed Phase	Disabled
Pollutants	Disabled
Soot	Disabled

Boundary Conditions

Zones

name	id	type
air	2	fluid
axis	3	axis
sol	4	wall
collecteur	5	wall
cheminee	6	wall
sortie	7	pressure-outlet
entree	8	velocity-inlet
default-interior	10	interior

Boundary Conditions

air

Condition	Value
Material Name	air
Specify source terms?	no
Source Terms	()
Specify fixed values?	no
Fixed Values	()
Motion Type	0
X-Velocity Of Zone	0
Y-Velocity Of Zone	0
Rotation speed	0
Deactivated Thread	no
Porous zone?	no
X-Component of Direction-1 Vector	1
Y-Component of Direction-1 Vector	0
Direction-1 Viscous Resistance	0
Direction-2 Viscous Resistance	0
Direction-1 Inertial Resistance	0
Direction-2 Inertial Resistance	0
C0 Coefficient for Power-Law	0
C1 Coefficient for Power-Law	0
Porosity	1
Solid Material Name	aluminum

axis

Condition	Value

sol

Value	Condition	

----	Wall Thickness	0
	Heat Generation Rate	0
	Material Name	
aluminum	Thermal BC Type	0
	Temperature	302
	Heat Flux	0
	Convective Heat Transfer Coefficient	0
	Free Stream Temperature	300
	Wall Motion	0
	Shear Boundary Condition	0

Define wall motion relative to adjacent cell zone?	yes
Apply a rotational velocity to this wall?	no
Velocity Magnitude	0
X-Component of Wall Translation	1
Y-Component of Wall Translation	0
Define wall velocity components?	no
X-Component of Wall Translation	0
Y-Component of Wall Translation	0
External Emissivity	1
External Radiation Temperature	300
Rotation Speed	0
X-component of shear stress	0
Y-component of shear stress	0
Surface tension gradient	0

collecteur

Value	Condition	
----	-----	
	Wall Thickness	0
	Heat Generation Rate	0
	Material Name	
aluminum	Thermal BC Type	0
	Temperature	300
	Heat Flux	0
	Convective Heat Transfer Coefficient	0
	Free Stream Temperature	300
	Wall Motion	0
	Shear Boundary Condition	0
	Define wall motion relative to adjacent cell zone?	yes
	Apply a rotational velocity to this wall?	no
	Velocity Magnitude	0
	X-Component of Wall Translation	1
	Y-Component of Wall Translation	0
	Define wall velocity components?	no
	X-Component of Wall Translation	0
	Y-Component of Wall Translation	0
	External Emissivity	1
	External Radiation Temperature	300
	Rotation Speed	0
	X-component of shear stress	0
	Y-component of shear stress	0
	Surface tension gradient	0

cheminee

Value	Condition	
----	-----	
	Wall Thickness	0
	Heat Generation Rate	0
	Material Name	
aluminum	Thermal BC Type	1
	Temperature	300
	Heat Flux	0
	Convective Heat Transfer Coefficient	0
	Free Stream Temperature	300
	Wall Motion	0
	Shear Boundary Condition	0
	Define wall motion relative to adjacent cell zone?	yes
	Apply a rotational velocity to this wall?	no
	Velocity Magnitude	0
	X-Component of Wall Translation	1
	Y-Component of Wall Translation	0
	Define wall velocity components?	no
	X-Component of Wall Translation	0
	Y-Component of Wall Translation	0
	External Emissivity	1
	External Radiation Temperature	300
	Rotation Speed	0
	X-component of shear stress	0
	Y-component of shear stress	0
	Surface tension gradient	0

sortie

Condition	Value
-----	-----
Gauge Pressure	0
Backflow Total Temperature	300
Backflow Direction Specification Method	1
Axial-Component of Flow Direction	1
Radial-Component of Flow Direction	0
X-Component of Axis Direction	1
Y-Component of Axis Direction	0
Z-Component of Axis Direction	0
X-Coordinate of Axis Origin	0
Y-Coordinate of Axis Origin	0
Z-Coordinate of Axis Origin	0
is zone used in mixing-plane model?	no
Specify targeted mass-flow rate	no
Targeted mass-flow	1

entree

Condition	Value
Velocity Specification Method	2
Reference Frame	0
Velocity Magnitude	0.039999999
Axial-Velocity	0
Radial-Velocity	0
Axial-Component of Flow Direction	1
Radial-Component of Flow Direction	0
X-Component of Axis Direction	1
Y-Component of Axis Direction	0
Z-Component of Axis Direction	0
X-Coordinate of Axis Origin	0
Y-Coordinate of Axis Origin	0
Z-Coordinate of Axis Origin	0
Angular velocity	0
Temperature	300
is zone used in mixing-plane model?	no

default-interior

Condition	Value
-----------	-------

Solver Controls

Equations

Equation	Solved
Flow	yes
Energy	yes

Numerics

Numeric	Enabled
Absolute Velocity Formulation	yes

Relaxation

Variable	Relaxation Factor
Pressure	0.30000001
Density	1
Body Forces	1

Momentum 0.69999999
 Energy 0.30000001

Linear Solver

Variable	Solver Type	Termination Criterion	Residual Reduction Tolerance
Pressure	V-Cycle	0.1	
X-Momentum	Flexible	0.1	0.7
Y-Momentum	Flexible	0.1	0.7
Energy	Flexible	0.1	0.7

Discretization Scheme

Variable	Scheme
Pressure	PRESTO!
Pressure-Velocity Coupling	SIMPLE
Momentum	First Order Upwind
Energy	First Order Upwind

Solution Limits

Quantity	Limit
Minimum Absolute Pressure	1
Maximum Absolute Pressure	5000000
Minimum Temperature	1
Maximum Temperature	5000

Material Properties

Material: air (fluid)

Property Value(s)	Units	Method
Density 1.176	kg/m3	boussinesq
Cp (Specific Heat) 1006.43	j/kg-k	constant
Thermal Conductivity 0.0242	w/m-k	constant

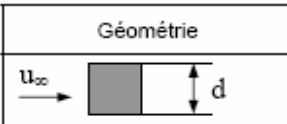
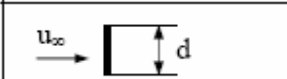
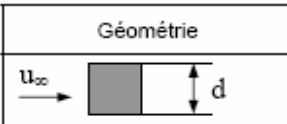
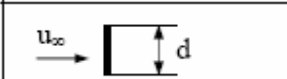
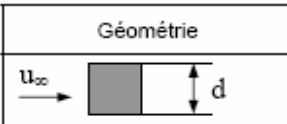
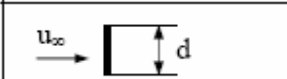
1.7894001e-05	Viscosity	kg/m-s	constant	
28.966	Molecular Weight	kg/kgmol	constant	
3.711	L-J Characteristic Length	angstrom	constant	
	L-J Energy Parameter	k	constant	78.6
	Thermal Expansion Coefficient	1/k	constant	0.00324
	Degrees of Freedom		constant	0

Material: aluminum (solid)

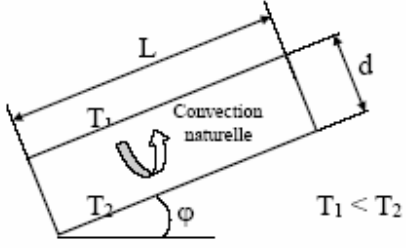
Property	Units	Method	Value(s)
Density	kg/m3	constant	2719
Cp (Specific Heat)	j/kg-k	constant	871
Thermal Conductivity	w/m-k	constant	202.4

Annexe (C)

C-1-Corrélations pour le calcul des coefficients de transfert en convection forcée

Géométrie	Corrélation																		
Ecoulement sur un plan	<p>$Nu(x)$: Nu à la distance x du bord du plan \overline{Nu}_L : Nu moyen sur la longueur L du plan</p> <p><u>Ecoulement turbulent</u> :</p> $Nu(x) = 0,0288 Re(x)^{0,8} Pr^{1/3}$ $\overline{Nu}_L = 0,035 Re_L^{0,8} Pr^{1/3}$ <p style="text-align: right;">$Re > 5 \cdot 10^5$ et $Pr \geq 0,5$</p> <p><u>Ecoulement laminaire</u> :</p> $Nu(x) = 0,324 Re(x)^{0,5} Pr^{1/3}$ $\overline{Nu}_L = 0,628 Re_L^{0,5} Pr^{1/3}$ <p style="text-align: right;">$Re < 5 \cdot 10^5$ et $10 \geq Pr \geq 0,5$</p>																		
Ecoulement dans un tube	<p><u>Ecoulement turbulent</u> : $Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^n$</p> <p>$n = 0,3$ si $\theta_{fluide} > \theta_{paroi}$ $n = 0,4$ si $\theta_{fluide} < \theta_{paroi}$</p> <p style="text-align: right;">$Re > 5000$ et $0,6 < Pr < 100$</p> <p>Re calculé pour $D_H = 4S / P$ où : S = section de passage du fluide P = périmètre de contact fluide/paroi</p> <p><u>Ecoulement laminaire</u> : $Nu = 1,86 (Re Pr)^{1/3} \left(\frac{D}{L}\right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_p}\right)^{0,14}$</p> <p>Valable pour $Re Pr \frac{D}{L} \geq 10$, μ_p calculé à θ_p</p>																		
Ecoulement perpendiculaire à un cylindre circulaire	<p style="text-align: center;">$Nu = C Re^n Pr^{1/3}$, vitesse u_∞ calculée en amont du tube</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Re</th> <th>C</th> <th>n</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0,4 – 4</td> <td>0,989</td> <td>0,330</td> </tr> <tr> <td>4 – 40</td> <td>0,911</td> <td>0,385</td> </tr> <tr> <td>40 – 4000</td> <td>0,683</td> <td>0,466</td> </tr> <tr> <td>4000 – 40000</td> <td>0,193</td> <td>0,618</td> </tr> <tr> <td>40000 - 250000</td> <td>0,0266</td> <td>0,805</td> </tr> </tbody> </table>	Re	C	n	0,4 – 4	0,989	0,330	4 – 40	0,911	0,385	40 – 4000	0,683	0,466	4000 – 40000	0,193	0,618	40000 - 250000	0,0266	0,805
Re	C	n																	
0,4 – 4	0,989	0,330																	
4 – 40	0,911	0,385																	
40 – 4000	0,683	0,466																	
4000 – 40000	0,193	0,618																	
40000 - 250000	0,0266	0,805																	
Ecoulement perpendiculaire à un cylindre non circulaire	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Géométrie</th> <th>Re</th> <th>C</th> <th>n</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>$5 \cdot 10^3 - 10^5$</td> <td>0,102</td> <td>0,675</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$4 \cdot 10^3 - 1,5 \cdot 10^4$</td> <td>0,228</td> <td>0,731</td> </tr> </tbody> </table>	Géométrie	Re	C	n		$5 \cdot 10^3 - 10^5$	0,102	0,675		$4 \cdot 10^3 - 1,5 \cdot 10^4$	0,228	0,731						
Géométrie	Re	C	n																
	$5 \cdot 10^3 - 10^5$	0,102	0,675																
	$4 \cdot 10^3 - 1,5 \cdot 10^4$	0,228	0,731																

C-2-Corrélations pour le calcul des coefficients de transfert en convection naturelle

<i>Corrélations valables pour tous fluides : $Nu = C (Gr Pr)^m$</i>			
Géométrie	Gr Pr	C	m
Plaques et cylindres verticaux	$10^4 - 10^9$ $10^9 - 10^{13}$	0,59 0,021	1/4 2/5
Cylindres horizontaux	$10^{-10} - 10^{-2}$	0,675	0,058
	$10^{-2} - 10^2$	1,02	0,148
	$10^2 - 10^4$	0,850	0,188
	$10^4 - 10^7$	0,480	0,25
	$10^7 - 10^{12}$	0,125	0,33
Face supérieure d'une plaque chaude ou face inférieure d'une plaque froide	$2 \cdot 10^4 - 8 \cdot 10^6$ $8 \cdot 10^6 - 10^{11}$	0,54 0,15	0,25 0,33
Face inférieure d'une plaque chaude ou face supérieure d'une plaque froide	$10^5 - 10^{11}$	0,27	0,25
Cellule fermée rectangulaire inclinée 	$Nu = 1 + 1,44 \left(1 - \frac{1708}{Gr Pr \cos \varphi} \right) \left[1 - \frac{1708 (\sin(1,8 \varphi))^{1,6}}{Gr Pr \cos \varphi} \right] +$ $\left[\left(\frac{Gr Pr \cos \varphi}{5830} \right)^{1/3} - 1 \right] \quad \text{si } 0 < \varphi < \varphi^*$ $Nu = (\sin \varphi)^{1/4} Nu(90^\circ) \quad \text{si } \varphi^* < \varphi < 90^\circ$ $Nu = 1 + [Nu(90^\circ) - 1] \sin \varphi \quad \text{si } 90^\circ < \varphi < 180^\circ$ <p style="text-align: center;">Avec $\varphi^* = \tan^{-1}(4800 Pr)$</p>		
<i>Relations simplifiées pour de l'air à pression atmosphérique</i>			
Géométrie	Laminaire $10^4 < Gr Pr < 10^9$	Turbulent $Gr Pr > 10^9$	
Plaque ou cylindre vertical	$h = 1,42 \left(\frac{\Delta \theta}{L} \right)^{1/4}$	$h = 1,31 (\Delta \theta)^{1/3}$	
Cylindre horizontal	$h = 1,32 \left(\frac{\Delta \theta}{D} \right)^{1/4}$	$h = 1,24 (\Delta \theta)^{1/3}$	
Face supérieure d'une plaque horizontale chaude ou face inférieure d'une plaque froide	$h = 1,32 \left(\frac{\Delta \theta}{L} \right)^{1/4}$	$h = 1,52 (\Delta \theta)^{1/3}$	
Face inférieure d'une plaque chaude ou face supérieure d'une plaque froide	$h = 0,59 \left(\frac{\Delta \theta}{L} \right)^{1/4}$	$h = 0,59 \left(\frac{\Delta \theta}{L} \right)^{1/4}$	

Où : θ représente la température T

C-3-Propriétés physiques de l'air et de l'eau

Propriétés de l'eau à saturation							Propriétés de l'air à 1 atm						
θ	ρ	c_p	λ	$10^4 \cdot \mu$	$10^7 \cdot \alpha$	Pr	θ	ρ	c_p	λ	$10^5 \cdot \mu$	$10^5 \cdot \alpha$	Pr
(°C)	(kg/m ³)	(J/kg.°C)	(W/m.°C)	(Pa.s)	(m ² /s)		(°C)	(kg/m ³)	(J/kg.°C)	(W/m.°C)	(Pa.s)	(m ² /s)	
0	1002	4218	0,552	17,90	1,31	13,06	0	1,292	1006	0,0242	1,72	1,86	0,72
20	1001	4182	0,597	10,10	1,43	7,02	20	1,204	1006	0,0257	1,81	2,12	0,71
40	995	4178	0,628	6,55	1,51	4,34	40	1,127	1007	0,0272	1,90	2,40	0,70
60	985	4184	0,651	4,71	1,55	3,02	60	1,059	1008	0,0287	1,99	2,69	0,70
80	974	4198	0,668	3,55	1,64	2,22	80	0,999	1010	0,0302	2,09	3,00	0,70
100	960	4218	0,680	2,82	1,68	1,74	100	0,948	1012	0,0318	2,18	3,32	0,69
120	945	4250	0,685	2,33	1,71	1,45	120	0,898	1014	0,0333	2,27	3,66	0,69
140	928	4283	0,684	1,99	1,72	1,24	140	0,854	1016	0,0345	2,34	3,98	0,69
160	910	4342	0,680	1,73	1,73	1,10	160	0,815	1019	0,0359	2,42	4,32	0,69
180	889	4417	0,675	1,54	1,72	1,00	180	0,779	1022	0,0372	2,50	4,67	0,69
200	867	4505	0,665	1,39	1,71	0,94	200	0,748	1025	0,0388	2,57	5,05	0,68
220	842	4610	0,652	1,26	1,68	0,89	220	0,700	1028	0,0399	2,64	5,43	0,68
240	816	4756	0,635	1,17	1,64	0,88	240	0,688	1032	0,0412	2,72	5,80	0,68
260	786	4949	0,611	1,08	1,58	0,87	260	0,662	1036	0,0425	2,79	6,20	0,68
280	753	5208	0,580	1,02	1,48	0,91	280	0,638	1040	0,0437	2,86	6,59	0,68
300	714	5728	0,540	0,96	1,32	1,02	300	0,616	1045	0,0450	2,93	6,99	0,68