REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DE OUARGLA

Faculté des Sciences et Sciences de l'Ingénieur

Département des Sciences de l'Ingénieur

Mémoire de Fin d'études en vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état

Spécialité : Génie des procédés

Option : Génie chimique

Présenté par :

Aïcha Khelili

Thème

ANALYSE THERMODYNAMIQUE DE L'ECOULEMENT D'UN FLUIDE NON - NEWTONIEN

Soutenu publiquement le 01/10/ 2003 à 10:30h devant le jury :

Mr. Mourad KORICHI	**M.A.C.C**	**Université de Ouargla**	**Président**
Mr. M^{ed} Lamine SEKRIFA	**M.A**	**Université de Ouargla**	**Examinateur**
Mr. M^{ed} Hassane SELLAMI	**M.A**	**Université de Ouargla**	**Examinateur**
Mr. Salah SAOULI	**M.A.C.C**	**Université de Ouargla**	**Rapporteur**

Année Universitaire 2002/2003

Table Des Matières

Nomenclature :

a : Diffusivité thermique, m^2/s

Be : nombre de Bejan

Br : nombre de Brinkman

C_p :Chaleur massique spécifique à pression constante, J/kg.k

E_I : Energie interne, J

$\vec{E}_C$:Energie cinétique, J

Ec :nombre d'Eckert

$\vec{F}$:Forces volumique, N

$\vec{F}_{ext}$: Force extérieure, N

g :Accélération de la pesanteur, m/s^2

h :Enthalpie, J/kg

$\vec{J}$: Densité du flux de matière, kg/m^3s

K :Coefficient de consistance du fluide d'Ostwald, $Pa.s^n$

L : Espacement des plaques, m

m : masse, kg

n :Indice de puissance

$\vec{n}$: vecteur unitaire normal

N_C :Production d'entropie dans la direction longitudinale, adimensionnelle

N_F : Production d'entropie due au frottement, adimensionnelle

N_S : Production d'entropie totale, adimensionnelle

N_Y : Production d'entropie dans la direction transversale adimensionnelle

P : Pression, Pa

P_C : Puissance calorifique , W

P_e : Puissance des forces extérieures , W

Pe : nombre de Peclet

Pr: Nombre de Prandtl

q :Flux de chaleur, W/m^2

q_S : Chaleur générée par unité de volume, W/m^3

$\vec{q}_C$: quantité de chaleur conductive, W/m^2

Re:Nombre de Reynolds

t : Temps, s

T : Température, K

T_0: Température d'entrée, K

$\vec{T}$: Forces surfaciques, N

u :Vitesse longitudinale, m/s

u_0 :Vitesse maximale, m/s

U : Vitesse longitudinale adimensionnelle

v :Vitesse transversale m/s

V: Volume,m^3

x :Coordonnée longitudinale, m

X: Coordonnée longitudinale adimensionnelle

y :Coordonnée transversale, m

Y : Coordonnée transversale adimensionnelle

β :Coefficient d'expansion thermique à préssion constante , K^{-1}

λ :Conductivité thermique ,W/m.K

η : Coordonnée transversale adimensionnelle

δ :Epaisseur du film liquide, m

θ: Angle, rad

Φ : Taux d'irréversibilitè adimensionnelle

ρ: Masse volumique, kg/m^3

τ : Contrainte de cisaillement, Pa

τ_{ij} : Composante de la contrainte visqueuse ,Pa

ψ : Amplitude, $kg/m^3{}_s$

σ_{ij} : Composante de la contrainte, Pa

Ω : Différence de température adimensionnelle.

Θ : température adimensionnelle.

Introduction

Introduction

Dans un grand nombre d'écoulements on a affaire à une surface imperméable. Il s'agit, par exemple d'un corps rigide autour duquel on désire étudier l'écoulement d'un fluide visqueux. A cause de l'adhérence du fluide à la paroi, la vitesse de l'écoulement s'annule.

Dans cette étude il s'agit de déterminer la structure des champs dynamique et thermique pour des fluides non-newtoniens (pseudo-plastiques et dilatants) en écoulement laminaire à travers un canal avec deux plaques parallèles horizontales et sur plan incliné avec surface libre et adiabatique.

Au début, considérons un fluide de température uniforme s'écoulant dans un canal dont les parois sont soumises à un flux de chaleur constant.

Leur comportement rhéologique est décrit par un modèle dit modéle d'Ostwald.

Le concept de la production de l'entropie revient à Clausius et Kelvin sur les aspects de l'irréversibilité de la deuxième loi de la thermodynamique.

Depuis lors les théories basées sur ces concepts se sont développées rapidement. Cependant la production de l'entropie qui résulte des différences de la température est restée non traité par thermodynamique classique à qui motive beaucoup de chercheurs pour mener des analyses de problèmes d'ingénierie fondamentaux et appliqués basée sur la deuxième loi de la thermodynamique.

La génération de l'entropie est associée à l'irréversibilité thermodynamique commune à tous les types de processus du transfert de la chaleur. Des sources différentes sont responsables de la génération d'entropie.

Bejan [1,2] s'est concentré sur les raisons différentes derrière la génération d'entropie dans l'ingénerie thermique appliquée. La génération d'entropie détruit le travail disponible d'un système.

CHAPITRE I

Les équations de Bilan

I-Les Equations de Bilan :

I-1- Equation de continuité :

Soit V(t) un élément de volume et S(t) un élément de surface autour d'une particule fluide, appelons ρ la densité volumique du fluide, la masse est donc [3] :

$$m = \int_{V(t)} \rho \, dV$$

Supposant qu'a l'intérieur de l'élément de volume V(t) existe une source de matière d'amplitude ψ égale a la quantité de matière produite ou détruite par unité de temps et par unité de volume.

Soit $\vec{J}$ la densité de flux de matière sortant du volume V(t) à travers la surface S(t) due à d'autres forces thermodynamiques. La variation de la masse total de l'élément de volume V(t) est donc:

$$\frac{D\,m}{D\,t} = \int_{V(t)} \Psi \, dV - \int_{S(t)} \vec{J}\,\vec{n}\, dS \qquad (I.1)$$

$\vec{n}$: la normale sur la surface S (t)
selon le théorème d'Ostrogradski

$$\frac{Dm}{Dt} = \int_{V(t)} (\Psi - div\,\vec{J})\,dV \qquad (I.2)$$

la dérivée particulaire de m est :

$$\frac{Dm}{Dt} = \int_{V(t)} (\frac{\partial \rho}{\partial t} + div\,\rho\,\vec{v})dV \qquad (I.3)$$

le résultat de soustraction de l'équation (I.2) de l'équation (I.3) est :

$$\int_{V(t)} (\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho\vec{v} + \vec{J}) - \Psi)\,dV = 0$$

Par conséquent :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho\vec{v} + \vec{J}) = \Psi \qquad (I.4)$$

La dernière équation s'appelle l'équation de continuité des fluides en générale ; mais pour le cas où il n'y aurait pas de source de matière et de flux dus aux forces thermodynamiques, c'est à dire :

$$\Psi = 0 \quad , \quad \vec{J} = \vec{0}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \partial iv\,\rho\,\vec{v} = 0$$

I-2- Equation de la Quantité du Mouvement :

En vertu de la loi de Newton, une masse soumise à une force extérieure aura une accélération $\vec{\gamma}$, pour une particule fluide de masse [3] :

$$m = \int_{V(t)} \rho \, dV$$

Soumise à un torseur des forces extérieures $\vec{F}_{ext}$ on a :

$$\int_{V(t)} \rho \, \vec{\gamma} \, dV = \int_{V(t)} \vec{F}_{ext} \, dV$$

le torseur des forces extérieures est la somme des forces volumiques $\vec{F}$ et forces surfaciques $\vec{T}$, appliquées par le milieu extérieur sur l'élément de volume V(t) donc :

$$\int_{V(t)} \rho \, \vec{\gamma} \, dV = \int_{V(t)} \rho \, \vec{F} dV + \int_{S(t)} \vec{T} \, \vec{n} \, ds$$

Projetons cette équation sur l'axe **OX$_i$** :

$$\int_{V(t)} \rho \, \gamma_i \, dV = \int_{V(t)} \rho \, F_i dV + \int_{S(t)} T_i \, ds \qquad (I.5)$$

d'autre part on a :

$$T_i = n_j \, \sigma_{ij}$$

D'oû

$$\int_{S(t)} T_i \, ds = \int_{S(t)} \sigma_{ij} \, n_j \, ds = \int_{V(t)} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} dV$$

En remplaçant la dernière équation dans l'équation (I.5) il en résulte :

$$\int_{V(t)} \rho \, \gamma_i \, dV = \int_{V(t)} \rho \, F + \frac{\partial \, \sigma_{ij}}{\partial \, x_j}) \, dV \quad donc \quad :$$

$$\rho \gamma_i = \rho F_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{x_i} \qquad (I.6)$$

σ_{ij} :les composantes , du tenseur des contraintes.

L'accélération γ_i est la dérivé particulier de la vitesse V_i c'est à dire :

$$\gamma_i = \frac{Dm}{Dt} = \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j}$$

Posons

$$\sigma_{ij} = -\delta_{ij} P + \tau_{ij}$$

où τ_{ij} : sont les composantes du déviateur

et P : la pression statique.

Considérons que les forces volumiques dérivent d'un potentiel U

$$F_i = -\frac{\partial u}{\partial x_i}$$

L'équation (I.6) s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial u}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \qquad (I.7)$$

I-3-Equation d'énergie :

Appelons E l'énergie interne de l'élément de volume V(t), E_1 l'énergie interne et E_C son énergie cinétique .La variation de l'énergie totale est la somme des variations de l'énergie cinétique et l'énergie interne [3] .

$$\frac{D(E_1+E_C)}{Dt} = \int_{V(t)} \left(\frac{D\rho E}{Dt} + \frac{D 1/2 \rho\, \vec{v}^2}{Dt}\right) dV$$

Cette variation de l'énergie totale est la somme des puissances calorifiques et des puissances des forces extérieures. les puissances calorifiques sont la quantité de chaleur conductive $\vec{q}_C$ et la chaleur générée dans le volume V(t) par les sources internes Si on appelle q_S la chaleur générée par unité de volume, et si on utilise la loi de FOURIER on peut écrire que :

$$P_C = -\int_{S(t)} \vec{q}_c\, \vec{n}\, dS + \int_{V(t)} q_S\, dV \qquad (I.8)$$

Où

$$\vec{q}_c = -\lambda\ grad\ T$$

λ est la conductivité thermique du fluide et T est la température.

En appliquant le théorème d'Ostrogradski .

L'équation(I.8) devient :

$$p_C = \int_{V(t)} \left[div(\lambda\ \overrightarrow{grad}\, T) + q_S\right] dV$$

Les puissances des forces extérieures sont :

$$p_e = \int_{V(t)} (\vec{T}\ \vec{n})\ \vec{v}\, dS + \int_{V(t)} \rho \vec{F}\, \vec{v}\, dV$$

Comme on a :

$$\int_{V(t)} \frac{D(E+\vec{v}^2/2)}{Dt} dV = p_C + p_e$$

On a alors :

$$\int_{V(t)} \frac{D(E+\vec{v}^2/2)}{Dt} dV = p_C$$

$$= \int_{V(t)} \left[div(\lambda\ \overrightarrow{grad}\, T) + q_S\right] dV + \int_{V(t)} \rho F_i v_i\, dV + \int_{S(t)} \sigma_{ij} v_i n_j \qquad (I.9)$$

Pour éliminer le terme d'énergie cinétique de l'équation précédente, on utilise l'équation de quantité de mouvement (I.6) :

$$\frac{Dv_i}{Dt} = F_i + \frac{\partial_{\ ij}}{\partial x_j}$$

Multiplions les deux membres par v_i :

$$\rho v_i \frac{Dv_i}{Dt} = \rho F_i v_i + v_i \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}$$

Intégrons sur le volume V(t), il vient alors que :

$$\int_{V(t)} \rho v_i \frac{Dv_1}{Dt} dV = \int_{V(t)} \rho F_i v_i dV + \int_{V(t)} v_i \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} dV \qquad (I.10)$$

D'autre part on peut écrire que :

$$v_i \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \frac{\partial v_i \sigma_{ij}}{\partial x_i} - \sigma_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j}$$

L'équation (I.10) devient alors :

$$\int_{V(t)} \rho v_i \frac{Dv_1}{Dt} dV = \int_{V(t)} \rho F_i v_i dV + \int_{V(t)} \frac{\partial v_i \sigma_{ij}}{\partial x_j} dV - \int_{V(t)} \sigma_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} dV \qquad (I.11)$$

$$On\ a : v_i \frac{Dv_i}{Dt} + \frac{Dv_i}{Dt} v_i = \frac{Dv_i v_i}{Dt} = \frac{Dv_i^2}{Dt}$$

L'équation (I.11) peut s'écrire comme suite :

$$\frac{1}{2} \int_{V(t)} \rho \frac{D\vec{v}_i^2}{Dt} dV = \int_{V(t)} \rho F_i v_i dV + \int_{V(t)} \frac{\partial v_i \sigma_{ij}}{\partial x_j} dV + \int_{V(t)} \sigma_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} dV \qquad (I.12)$$

Par injection de l'équation (I.12) dans l'équation (I.9) on obtient :

$$\rho \frac{DE}{Dt} = div(\lambda\ \overrightarrow{grad}\, T) + q_S + \sigma_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \qquad (I.13)$$

Cela est l'équation d'énergie d'une particule fluide.

I- 4-Equation de la chaleur :

D'après la thermodynamique on sait que l'enthalpie H est fonction de la température et de la pression [3] :

$$H = H(T, P)$$

On peut écrire:

$$\frac{DH}{Dt} = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P \frac{DT}{Dt} + \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T \frac{DP}{Dt}$$

$\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P$ est la chaleur spécifique du fluide à pression constante

$$\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P = C_P$$

Pour calculer le terme $\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T$, on utilise le premier principe de la thermodynamique.

$du = \delta$ Q-P dV

Introduisons l'enthalpie définie par :

$H = u + PV$

H on peut écrire:

δ Q= dH-V dP

D'autre part l'entropie **ds** est :

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

On combinant ces équations on tire que :

$$dS = \frac{dH}{T} - V\frac{dP}{T}$$

$$dS = \left[\frac{1}{T}\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T - \frac{V}{T}\right]dP + \frac{1}{T}\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P dT$$

Les conditions nécessaires et suffisantes pour que la fonction **s** soit une fonction d'état est que :

$$\frac{\partial}{\partial T}\left[\frac{1}{T}\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T - \frac{V}{T}\right]_P = \frac{\partial}{\partial P}\left[\frac{1}{T}\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P\right]_T$$

Soit en dérivant :

$$\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P + V$$

Remplaçant **V** par $\frac{1}{\rho}$ d'où:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = -\frac{1}{\rho^2}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P \tag{I.14}$$

Introduisons le coefficient d'expansion thermique à pression constante β définie par :

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P$$

L'équation (14) devient :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{\beta}{\rho}$$

Et le terme $\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T$ sera :

$$\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T = \frac{1 - T\beta}{\rho}$$

Pour arriver à l'équation de chaleur, on établit d'abord l'équation de l'enthalpie. L'enthalpie est définie par la relation $H = E + P/\rho$

$$H = E + \frac{P}{\rho}$$

En utilisant l'équation de continuité en absence de source de matière et de flux dus aux forces thermodynamiques :

$$\frac{1}{\rho}\frac{D\rho}{Dt} = -\,div\,\vec{v}$$

$$alours\ \rho\,\frac{DH}{Dt} = \rho\frac{DE}{Dt} + \frac{DP}{Dt} + P\,div\,\vec{v}$$

On trouve ainsi l'équation de la chaleur :

$$\rho C_P\,\frac{DT}{Dt} = div(\lambda\,\overrightarrow{grad}\,T) + T\,\beta\,\frac{DP}{Dt} + P\,div\,\vec{v} + q_S + \sigma_{ij}\,\frac{\partial v_i}{\partial x_j}$$

Le système d'équations de bilan s'écrit :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\rho}{\partial t} + div(\rho\vec{v}) = 0 & (I.15.a) \\ \dfrac{\partial v_i}{\partial t} + v_j\,\dfrac{\partial v_i}{\partial x_j} = -\dfrac{\partial u}{\partial x_i} - \dfrac{1}{\rho}\,\dfrac{\partial P}{\partial x_i} + \dfrac{1}{\rho}\,\dfrac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} & (I.15.b) \\ \rho\,C_P\,\dfrac{DT}{Dt} = div(\lambda\,\overrightarrow{grad}\,T) + T\,\beta\,\dfrac{DP}{Dt} + P\,div\,\vec{v} + q_S + \sigma_{ij}\,\dfrac{\partial v_i}{\partial x_j} & (I.15.c) \end{cases}$$

CHAPITRE II

Les champs dynamiques et thermiques pour Les fluides

II.1-Les champs dynamiques :

II.1.1-Fluides non-newtoniens

Dans le cas des fluides non-newtoniens qui obéissent à la loi de puissance ou modèle d'Ostwald-de-Waele est caractérise par une loi rhéologique à deux paramètres et qui est la suivante [4]:

$$\tau = K \left(\frac{d\,u}{d\,y} \right)^{n} \qquad (II.1)$$

K : coefficient de consistance.

n : indice de comportement .

Pour un fluide newtonien c'est à dire n= 1 , la viscosité apparente μ_a n'est rien d'autre que la viscosité dynamique μ . Comme exemples de fluide newtoniens, citons les gaz, l'eau , et certains liquides organiques comme les alcools, ou le benzène .

Quand n est différent de l'unité , le fluide est non-newtonien ,de plus, si n < 1, le liquide est appelé pseudo-plastique , la viscosité apparente diminue avec l'augmentation du tenseur des taux de cisaillement .Parmi ces fluides on peut citer les solution de caoutchouc , les solutions de polymères , les graisses , le napalm et les fluides biologiques (sang) .

Le fluide dilatant est caractérise par n > 1 , la viscosité apparente augmente avec l'augmentation du tenseur des taux de cisaillement . comme exemples de fluides dilatants , citons les suspensions aqueuses d'oxyde de titane , les solution de farine de maïs, de gomme arabique et de sable .

II.1.2-Les nombres adimensionnels .

II.1.2.1-Le nombre de Reynolds :

Il représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses [5] :

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho\, u_0 L}{K} \qquad (II.2)$$

Ce nombre caractérise directement l'écoulement en particulier la nature du régime (laminaire ou turbulent) .

II.1.2.2-Le nombre de Prandtl :

Il représente le rapport entre la diffusivité de la quantité du mouvement et la diffusivité thermique[5] :

$$\mathrm{Pr} = \frac{K\,Cp}{\lambda} \qquad (II.3)$$

Il compare les deux phénomènes dissipatifs par diffusion (conduction thermique et dissipation par viscosité) .

II.1.2.3-Le nombre d'Eckert :

Le nombre d'Eckert, Ec qui compare l'énergie cinétique au transfert volumique au transfert volumique d'enthalpie[6] :

$$Ec = \frac{1}{2}\frac{\rho\, u_0^2}{\rho\, Cp\, \Delta T} \qquad (II.4)$$

On fait souvent intervenir des groupements des nombres précédents :

II.1.2.4-Le nombre de Péclet :

défini comme le rapport [7] :

$$Pe = \mathrm{Re} \times \mathrm{Pr} = \frac{u_0 L}{a} \qquad (II.5)$$

Le produit de Reynolds et Prandtl

II.1.2.5-Le nombre de Brinkman

Le nombre de Brinkman qui détermine l'importance relative entre dissipation visqueuse et la conduction du fluide est défini par le produit $Ec \times Pr$ [7] .

II.2-Le champ thermique :

II.2.1-Définition de l'entropie :

Dans toute transformation, il y a une entropie interne au système considéré qui se crée. Elle s'ajoute à l'entropie apportée par l'extérieur cela veut dire qu'il y a toujours des phénomènes de frottement, de diffusion, que l'on considère comme des pertes d'énergie. En fait, conformément au premier principe, l'énergie se conserve. Par contre l'entropie totale augmente toujours.

L'entropie est une fonction d'état qui sert à mesurer le degré de désordre d'un système. Avec cette fonction nous pouvons définir le sens d'une évolution.

Plus on a de variation d'entropie, plus il faut d'énergie pour avoir un échange entre deux systèmes, c'est à dire avoir une différence de température.

Par suit des processus irréversibles de conduction thermique et de frottement interne l'entropie fluide augmente.

II.2.2-Définition de la production d'entropie :

Dans le problème de convection le frottement du fluide et le transfert thermique ont des contributions au taux de production d'entropie [1,2] .

Dans chaque cas l'expression analytique du nombre de production d'entropie (N_S) est mise sous une forme adimensionnelle .

Le taux d'irréversibilité est le rapport de distribution prend à soin le problème ci-dessus et qui est par la définition égale au rapport de production d'entropie due au frottement du fluide N_F du transfert thermique (N_c et N_y)

CHAPITRE III

Formulation et mise en équations du problème

III.1- Description du problème :

III.1-1-Ecoulement entre deux plaques parallèle horizontales :

Le premier cas est l'écoulement laminaire à travers un canal avec deux plaques parallèles horizontales, séparées d'une distance 2L.

A' l'entrée d'un fluide non - newtonien de température uniforme T_0 s'écoulant dans un canal dont

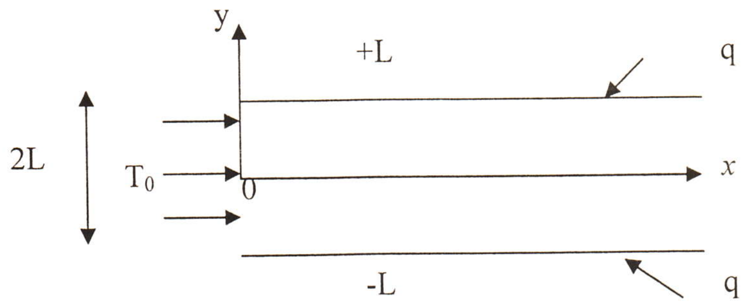


Fig III.1 : Ecoulement entre deux plaques parallèle horizontales

Les hypothèses simplificatrices:

Les hypothèses simplificatrices sont :

-Le fluide est incompressible.

-L'écoulement est permanent et établi.

-La température d'entrée du fluide est uniforme.

-Le régime est laminaire.

Conforment aux hypothèses simplifications le système d'équation de bilan s'écrit [8] :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x}=0 \\ -\dfrac{\partial P}{\partial x}+\dfrac{\partial \tau}{\partial y}=0 \\ u(y)\dfrac{\partial T}{\partial x}=a\dfrac{\partial^2 T}{\partial y^2} \end{cases}$$

où $a=\dfrac{\lambda}{\rho\, C_p}$ est la diffusivité thermique.

III.1.1.1-Equation du mouvement :

Equation du mouvement est [9] :

$$-\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial \tau}{\partial y}=0$$

$$\tau=K\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^n$$

$$-\frac{\partial P}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\left(K\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^{n}\right)=0$$

$$\frac{d}{dy}\left[\left(\frac{du}{dy}\right)^{n}\right]=\frac{1}{K}\frac{dP}{dx} \qquad (III.1)$$

- Conditions aux limites :

$$\begin{cases} u(y=\pm L)=0 & (Adhérence\ à\ la\ paroi) \\ \left(\frac{du}{dy}\right)_{y=0}=0 \Leftrightarrow \left(\frac{du}{dy}\right)^{n}_{y=0}=0 & (Symétre). \end{cases}$$

Intégrons deux fois, il vient alors que:

$$u(y)=u_0\left(1-\left(\frac{y}{L}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right) \qquad (III.2)$$

$$u(y)\big|_{y=0}=u_0\,(Vitesse\ \max imale)$$

$$u_0=\frac{-n}{n+1}\left(\frac{1}{K}\frac{dP}{dx}\right)^{\frac{1}{n}}L^{\frac{n+1}{n}}$$

III1-1-2- Equation de la chaleur:

$$u(y)\frac{\partial T}{\partial x}=a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

$$u_0\left(1-\left(\frac{y}{L}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right)\frac{\partial T}{\partial x}=a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad (III.3)$$

A- Conditions aux limites:

a- A L'entrée

$x=0 \qquad T=T_0$ (Température uniforme)

b- Sur la paroi

$\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=L}=q$ (Flux de chaleur)

$\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0}=0$ (Symétrie)

B- Les variables adimensionnelles

Introduisent les variables adimensionnelles suivantes :

$$Y=\frac{y}{L}$$

$$U(Y)=\frac{u(y)}{u_0}$$

$$X=\frac{a\,x}{u_0\,L^2}$$

$$\Theta=\frac{T-T_0}{\frac{q\,L}{\lambda}}$$

$$\left(1-(Y)^{\frac{n+1}{n}}\right)\frac{\partial\Theta}{\partial X}=\frac{\partial^2\Theta}{\partial Y^2}$$

$$\frac{\partial\Theta}{\partial X}=\frac{1}{1-Y^{\frac{n+1}{n}}}\frac{\partial^2\Theta}{\partial Y^2} \qquad (III.4)$$

On utilisons la méthode de séparation des variables et en négligeant les effets d'entrée, cherchons la solutions sous la forme [10]:

A l'entrée

$$X=0 \qquad ,\Theta=0 \qquad (III.5.a)$$

$$Y=0 \qquad ,\frac{\partial\Theta}{\partial Y}\Big|_{Y=0}=0 \quad (Symetrie) \qquad (III.5.b)$$

Sur la paroi

$$Y=1 \qquad ,\frac{\partial\Theta}{\partial Y}\Big|_{Y=1}=1 \qquad (III.5.c)$$

On utilisons la méthode de séparation des variables et en négligeant les effets d'entrée, cherchons la solution sous la forme [9]:

$$\Theta(X,Y)=\Theta_1(X)+\Theta_2(Y) \qquad (III.6)$$

$$\left\{\begin{array}{ll}\dfrac{\partial\Theta}{\partial X}=\alpha & (III.7)\\[2ex] \dfrac{1}{1-Y^{\frac{n+1}{n}}}\dfrac{\partial^2\Theta}{\partial Y^2}=\alpha & (III.8)\end{array}\right.$$

avec α =cste

Intégrons, il vient alors que :

$$\Theta(X,Y)=\alpha X+\frac{\alpha}{2}Y^2-\frac{\alpha n^2}{(2n+1)(3n+1)}Y^{\frac{3n+1}{n}}+C$$

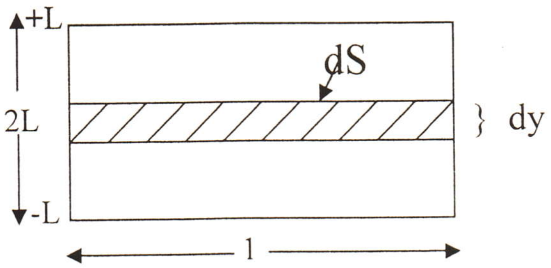
Il vient alors que :

$$\alpha=\frac{2n+1}{n+1}$$

$$\Theta(X,Y)=\frac{2n+1}{n+1}X+\frac{(2n+1)}{2(n+1)}Y^2-\frac{n^2}{(n+1)(3n+1)}Y^{\frac{3n+1}{n}}+C \qquad (III.9)$$

Pour déterminer la constante **C**, utilisons la température de mélange $\overline{\Theta}$ définie par

$$\overline{\Theta}=\frac{1}{S}\int_S\Theta(X,Y)\,dS \qquad (III.10)$$



$dS = 1 \times dy = 1 \times L \times dY = L \times dY$

$S = 2L \times 1 = 2L$

$$\overline{\Theta} = \frac{L}{2L} \int_{-1}^{+1} \Theta(X,Y)\, dY$$

$$\overline{\Theta} = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \Theta(X,Y)\, dY$$

En utilisant la condition aux limites suivante :

$X = 0 \qquad , \overline{\Theta} = 0$

il vient alors que :

$$c = -\frac{18n^2 + 8n + 1}{6(3n+1)(4n+1)} \tag{III.11}$$

$$\Theta(X,Y) = \frac{2n+1}{n+1} X + \frac{(2n+1)}{2(n+1)} Y^2 - \frac{n^2}{(n+1)(3n+1)} Y^{\frac{3n+1}{n}} - \frac{18n^2 + 8n + 1}{6(3n+1)(4n+1)} \tag{III.12}$$

III.1.1.3- Production d'entropie

Production d'entropie est [9,10,11,12] :

$$S_G = \frac{\lambda}{T_0^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{K}{T_0} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \tag{III.13}$$

S_G: est la production d'entropie par unité de volume

La production d'entropie adimensionnelle est

$N_S = \frac{\lambda\, T_0^2}{q^2} S_G$, en remplaçant par les variables adimensionnelle on obtient [2,13]

$$N_S = \frac{1}{\mathrm{Re}^2 \,\mathrm{Pr}^2} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right)^2 + \frac{Br}{\Omega} \left(\frac{\partial u}{\partial Y} \right)^2$$

où $\mathrm{Re} = \frac{\rho u_0 L}{K}$, $\mathrm{Pr} = \frac{K C_P}{\lambda}$, $Br = \frac{u_0^2 K}{q L}$ et $\Omega = \frac{q L}{\lambda T_0}$

sont les valeurs de Reynolds , Prandtl , Brinkman et la différence de température adimensionnelle .

III.1.2.3-Production d'entropie

$$N_S = N_C + N_Y + N_F \tag{III.14}$$

a-Production d'entropie dans la direction longitudinale :

$$N_C = \frac{1}{\mathrm{Re}^2 \,\mathrm{Pr}^2} \left(\frac{2n+1}{n+1} \right)^2$$

b-Production d'entropie dans la direction transversale :

$$N_Y = \left(\frac{2n+1}{n+1} Y - \frac{n}{n+1} Y^{\frac{2n+1}{n}} \right)^2$$

c-Production d'entropie due au frottement :

$$N_F = \frac{Br}{\Omega}\left(\frac{n+1}{n}\right)^2 Y^{2/n}$$

d-Production d'entropie totale :

$$N_S = \frac{1}{\mathrm{Re}^2\,\mathrm{Pr}^2}\left(\frac{2n+1}{n+1}\right)^2 + \left(\frac{2n+1}{n+1}Y - \frac{n}{n+1}Y^{\frac{2n+1}{n}}\right)^2 + \frac{Br}{\Omega}\left(\frac{n+1}{n}\right)^2 Y^{2/n} \qquad (III.15)$$

e-Taux d'irréversibilite:

Le taux d'irréversibilité est le rapport de production d'entropie due au frottement du fluide N_F et du transfert thermique (N_C et N_Y) [14] :

$$\Phi = \frac{N_F}{N_C + N_Y} \qquad (III.16)$$

Le transfert thermique domine pour $0 \leq \Phi \leq 1$ et le frottement du fluide domine quand $\Phi > 1$.

Pour $\Phi = 1$ le transfert thermique et le frottement du fluide ont la même contribution pour se produire d'entropie.

f- nombre de Bejan :

Le nombre de Bejan qui est le rapport de la génération d'entropie du au transfert thermique à la génération totale d'entropie [15] :

$$Be = \frac{N_C + N_Y}{N_S} = \frac{1}{1+\Phi} \qquad (III.17)$$

le nombre de Bejan s'étend de 0 à 1 [1,2] .

En conséquence, Be = 1 est la limite à la quelle de transfert de chaleur l'irréversibilité est dominée, B=0 inversé la limite de la quelle l'irréversibilité est dominée par des effets de frottement du fluide.

III.1.2-: Ecoulement sur plan incline avec surface libre et adiabatique

Le deuxième cas est l'écoulement laminaire d'un fluide non –newtonien d'épaisseur δ ruisselant sur un plan incline avec une surface libre et adiabatique.

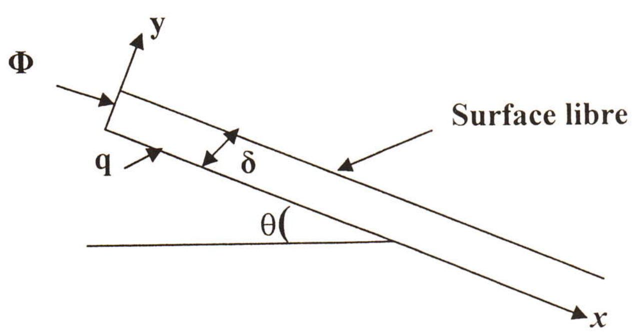


Fig III.2 :Ecoulement sur plan incline avec surface libre et adiabatique

Les hypothèses simplificatrices

Les hypothèses simplificatrices sont :

-Le fluide est incompressible.

-L'écoulement est permanent et établi.

-Le régime est laminaire.

-La température d'entrée du fluide est uniforme.

-La surface est libre et adiabatique.

-Le système d'équation s'écrit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} + \rho \ g \sin \theta = 0$$

$$u(y)\frac{\partial T}{\partial x} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

1-2-1- Equation du mouvement :

L'équation du mouvement est :

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} + \rho \ g \sin\theta = 0$$

$$\tau = K\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^n$$

$$K\frac{d}{dy}\left[\left(\frac{du}{dy}\right)^n\right] + \rho \ g \sin\theta = 0$$

$$\frac{d}{dy}\left[\left(\frac{du}{dy}\right)\right]^n + \frac{1}{K}\rho \ g \sin\theta = 0 \qquad (III.18)$$

-Les conditions aux limites sont :

$$\begin{cases} \text{Sur le plan incliné} \\ y=0, \quad u(y|_{y=0})=0 \ (\textit{Adhérence à la paroi}) \\ \text{Sur la surface libre} \\ y=\delta, \quad \left.\frac{du}{dy}\right|_{y=\delta}=0 \ (\textit{sur face libre}) \end{cases}$$

$$\frac{d}{dy}\left(\frac{du}{dy}\right)^n + \frac{\rho \ g \sin\theta}{K} = 0$$

$$d\left(\frac{du}{dy}\right)^n = -\frac{\rho \ g \sin\theta}{K} dy$$

Intégrons deux foies, il vient alors que :

$$u(y)=u_0\left[1-\left(1-\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right] \qquad (III.19)$$

$$U(y)\big|_{y=\delta}=u_0\,(vitesse\ \max imale)$$

$$u_0=\frac{n}{n+1}\left(\frac{1}{K}\rho\, g\sin\theta\right)^{\frac{1}{n}}\delta^{\frac{n+1}{n}}$$

III.1.2.2-Equation de la chaleur

$$u(y)\frac{\partial T}{\partial x}=a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

$$u_0\left[1-\left(1-\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right]\frac{\partial T}{\partial x}=a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad (III.20)$$

A -Les conditions aux limites sont :

a-A l'entrée :

$x=0$ $\quad T=T_0$ $\quad$ (Température uniforme)

b-Sur le plan incline :

$$-\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0}=q \qquad \text{(Flux de chaleur imposé)}$$

c- sur la surface adiabatique

$$\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=\delta}=0 \qquad \text{(Surface adiabatique)}$$

B-Les variables adimensionnelles

En introduisent les variables adimensionnelles suivantes:

$$\eta=\frac{y}{\delta}$$

$$U(Y)=\frac{u(y)}{u_0}$$

$$X=\frac{a\,x}{u_0\,\delta^2}$$

$$\Theta=\frac{T-T_0}{\frac{q\,\delta}{\lambda}}$$

L'équation de la chaleur devient alors:

$$\left(1-(1-\eta)^{\frac{n+1}{n}}\right)\frac{\partial\Theta}{\partial X}=\frac{\partial^2\Theta}{\partial\eta^2}$$

$$\frac{\partial\Theta}{\partial X}=\frac{1}{1-(1-\eta)^{\frac{n+1}{n}}}\frac{\partial^2\Theta}{\partial\eta^2} \qquad (III.21)$$

$$\begin{cases} X=0 & ,\Theta=0 & (III.22.a) \\ \eta=0 & ,\dfrac{\partial\Theta}{\partial\eta}\Big|_{\eta=0}=-1 & (III.22.b) \\ \eta=1 & ,\dfrac{\partial\Theta}{\partial\eta}\Big|_{\eta=1}=0 & (III.22.c) \end{cases}$$

En utilisant la méthode de séparation des variables et en négligeant les effets d'entrée, cherchons la solutions sous la forme :

$$\Theta(X,\eta)=\Theta_1(X)+\Theta_2(\eta) \qquad (III.23)$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\Theta}{\partial X}=\alpha & (III.24) \\ \dfrac{1}{1-(1-\eta)^{\frac{n+1}{n}}}\dfrac{\partial^2\Theta}{\partial\eta^2}=\alpha & (III.25) \end{cases}$$

α = cste

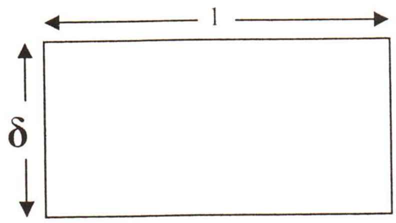
Intégrons, il vient alors que :

$$\alpha=\frac{2n+1}{n+1}$$

$$\Theta(X,\eta)=\frac{2n+1}{n+1}X+\frac{1}{2}\frac{2n+1}{n+1}\eta^2-\frac{2n+1}{n+1}\eta-\frac{n^2}{(3n+1)(n+1)}(1-\eta)^{\frac{3n+1}{n}}+C \qquad (III.26)$$

Pour déterminer la constante C utilisons la température de mélange $\overline{\Theta}$ définie par :

$$\overline{\Theta}=\frac{1}{S}\int_S\Theta(X,\eta)\,dS \qquad (III.27)$$



$S=\delta\times1=\delta$

$dS=1\times dy=1\times\delta\times d\eta=\delta\times d\eta$

$$\overline{\Theta}=\frac{1\times\delta}{\delta}\int_0^1\Theta(X,\eta)\,d\eta$$

$$\overline{\Theta}=\int_0^1\Theta(X,\eta)\,d\eta$$

En utilisant la condition aux limites suivante :

$X=0 \quad ,\overline{\Theta}=0$

il vient alors que :

$$C=\frac{27n^3+26n^2+9n+1}{3(n+1)(3n+1)(4n+1)} \qquad (III.28)$$

$$\Theta(X,\eta)=\frac{2n+1}{n+1}X+\frac{1}{2}\frac{2n+1}{n+1}\eta^2-\frac{2n+1}{n+1}\eta-\frac{n^2}{(3n+1)(n+1)}(1-\eta)^{\frac{3n+1}{n}}+\frac{27n^3+26n^2+9n+1}{3(n+1)(3n+1)(4n+1)} \qquad (III.29)$$

III.1.2.3-Production d 'entropie

$$S_G = \frac{\lambda}{T_0^2}\left[\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)^2\right] + \frac{K}{T_0}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \qquad (III.30)$$

S_G: Production d 'entropie par unité de volume

La production d'entropie adimensionnelle est :

$$N_S = \frac{\lambda\ T_0^2}{q^2} S_G$$

N_S : est la Production d 'entropie totale, en remplaçant par les variables adimensionnelle on obtient

$$N_S = \frac{1}{\mathrm{Re}^2\,\mathrm{Pr}^2}\left(\frac{\partial \Theta}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \eta}\right)^2 + \frac{Br}{\Omega}\left(\frac{\partial u}{\partial \eta}\right)^2$$

où

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho u_0 L}{K} \quad , \quad \mathrm{Pr} = \frac{K C_P}{\lambda} \quad , \quad Br = \frac{u_0^2 K}{q L} \quad et \quad \Omega = \frac{q L}{\lambda\, T_0}$$

sont les valeurs de Reynolds , Prandtl , Brinkman et la différence de température adimensionnelle .

$$N_S = N_C + N_Y + N_F \qquad (III.31)$$

a- Production d'entropie dans la direction longitudinale :

$$N_C = \frac{1}{\mathrm{Re}^2\,\mathrm{Pr}^2}\left(\frac{\partial \Theta}{\partial X}\right)^2$$

$$N_C = \frac{1}{\mathrm{Re}^2\,\mathrm{Pr}^2}\left(\frac{2n+1}{n+1}\right)^2$$

b- Production d'entropie dans la direction transversale :

$$N_Y = \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \eta}\right)^2$$

$$N_Y = \left(\frac{2n+1}{n+1}(\eta-1) + \frac{n}{n+1}(1-\eta)^{\frac{2n+1}{n}}\right)^2$$

c- Production d'entropie due au frottement :

$$N_F = \frac{Br}{\Omega}\left(\frac{\partial u}{\partial \eta}\right)^2$$

$$N_F = \frac{Br}{\Omega}\left(\frac{n+1}{n}\right)^2 (1-\eta)^{2/n}$$

d- Production d'entropie totale :

$$N_S = \frac{1}{\mathrm{Re}^2\,\mathrm{Pr}^2}\left(\frac{2n+1}{n+1}\right)^2 + \left(\frac{2n+1}{n+1}(\eta-1) + \frac{n}{n+1}(1-\eta)^{\frac{2n+1}{n}}\right)^2 + \frac{Br}{\Omega}\left(\frac{n+1}{n}\right)^2 (1-\eta)^{2/n} \qquad (III.32)$$

CHAPITRE IV

Résultats et interprétation.

IV.1-Premier cas

IV.1.1- Analyse des résultats

IV.1.1.1-Distribution des vitesses

IV.1.1.1.1-Influence de la nature du fluide

Les profils adimensionnels de vitesse U sont tracés en fonction de la distance verticale adimensionnelle Y sur la figure (IV.1), pour différentes valeurs de n.

Pour les fluides pseudo-plastiques ($n < 1$) , les profils de vitesse sont plats prés de la ligne centrale.

Pour un Fluide newtonien ($n = 1$), le profil est parabolique.

Pour $n > 1$ (fluides dilatants) les profils sont encore parabolique dans la forme mais tendent vers une allure linéaire.

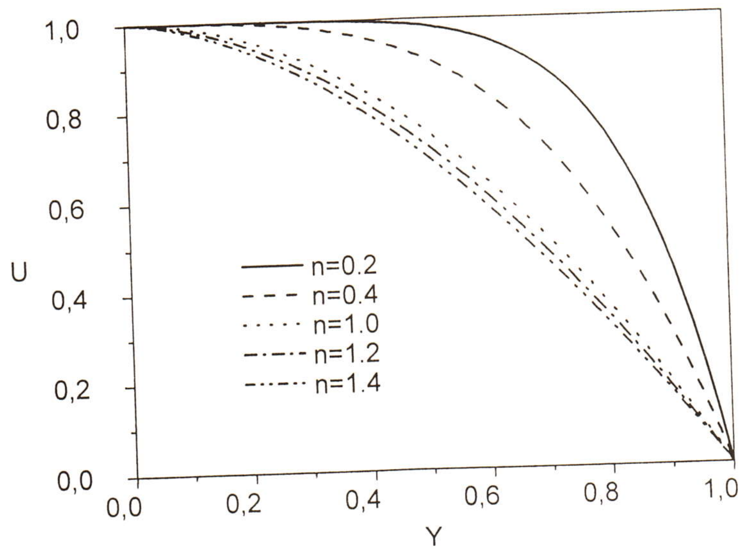


Fig IV.1 : Profils de vitesse

IV.1.1.2-Distribution des températures

IV.1.1.2.1-Influence de la nature du fluide

Les Figures (IV.2-IV.3) illustrent les profils adimensionnels de la température. Les températures augmentent avec l'augmentation de l'indice de comportement.

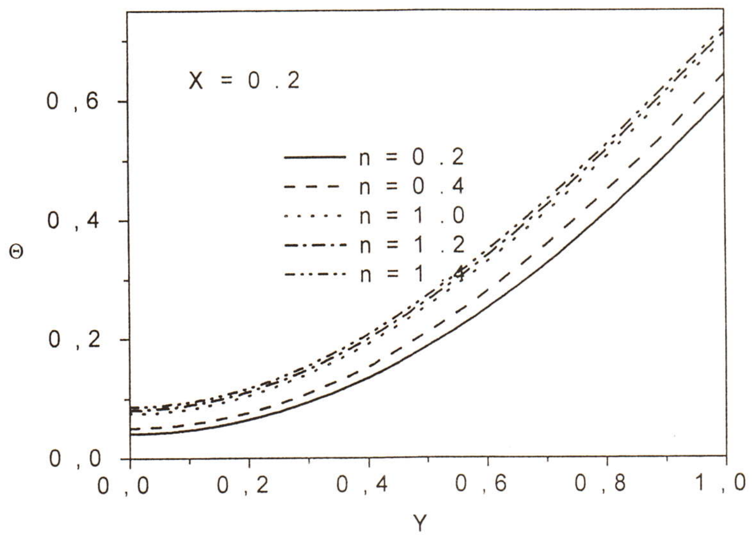


Fig IV. 2 : variation de La température

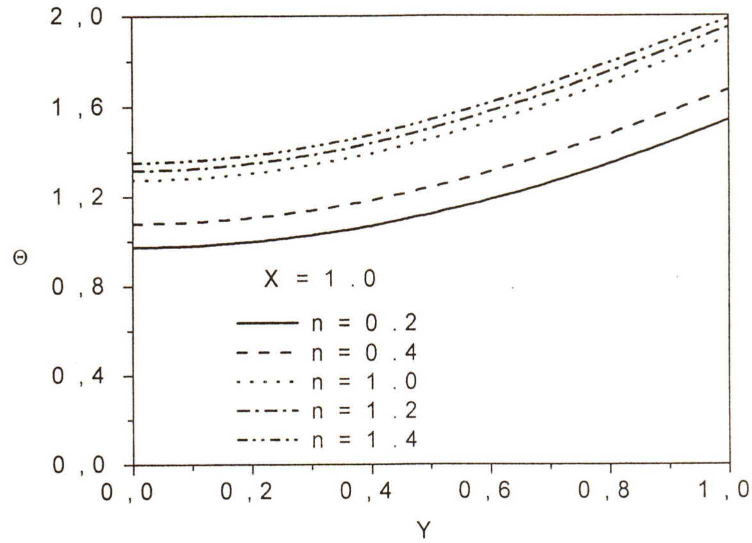


Fig IV. 3 : variation de La température

IV.1.1.2. 2-Influence de la distance axiale :

Sur les figures (IV.4-IV.5-IV.6-IV.7-IV.8) la température est minimum à la ligne centrale et est maximale sur la paroi quelle que soit la valeur de X.

Pour tous les valeurs de X, les profils de température sont presque parallèles l'une à l'autre.

Quelle que soit la valeur de n, les profils de températures augmentent le long de la distance axiale à cause du chauffage continue des parois.

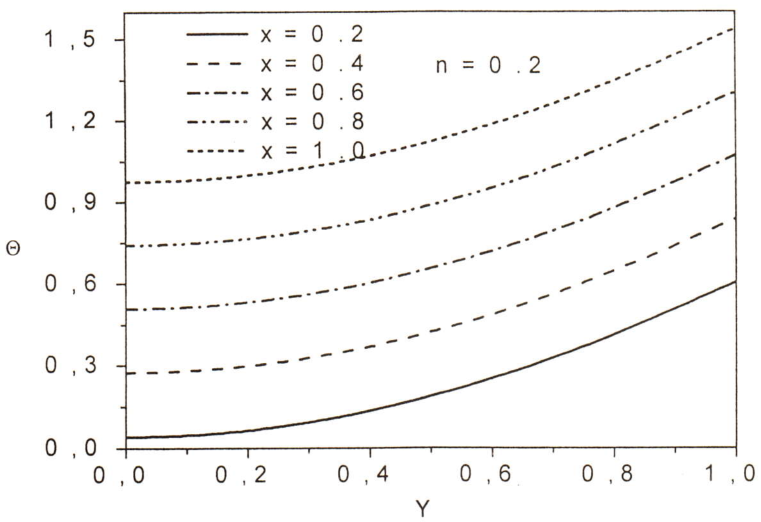


Fig IV. 4: Profils de température

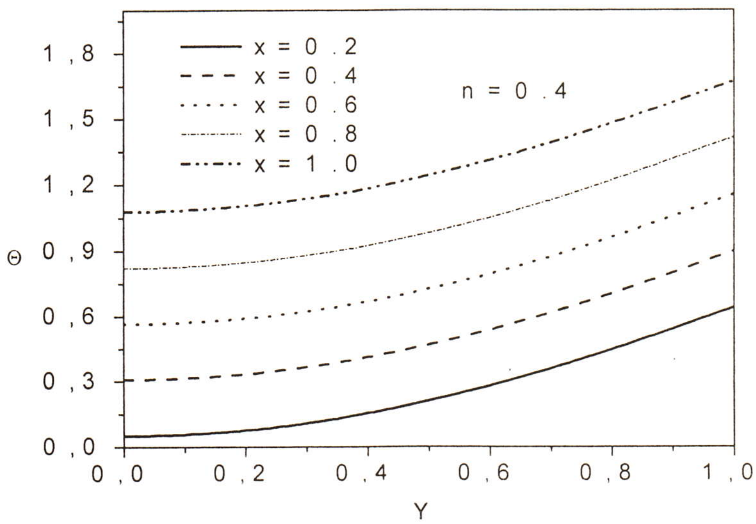


Fig IV. 5: Profils de température

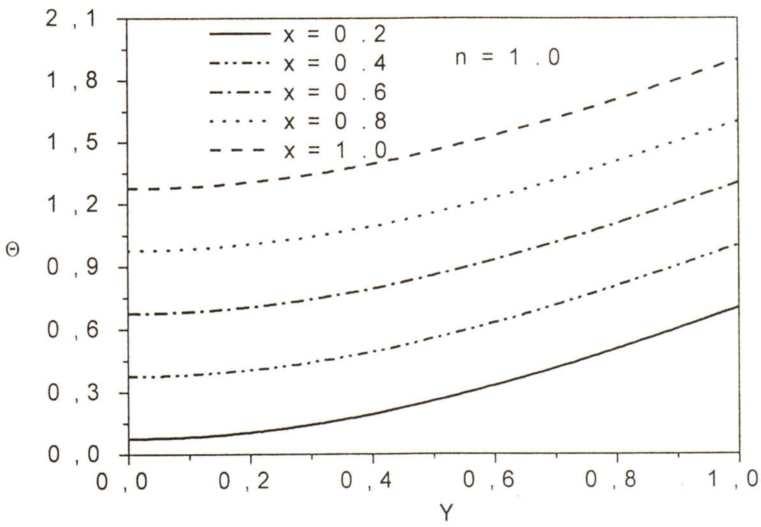


Fig VI. 6 : Profils de température

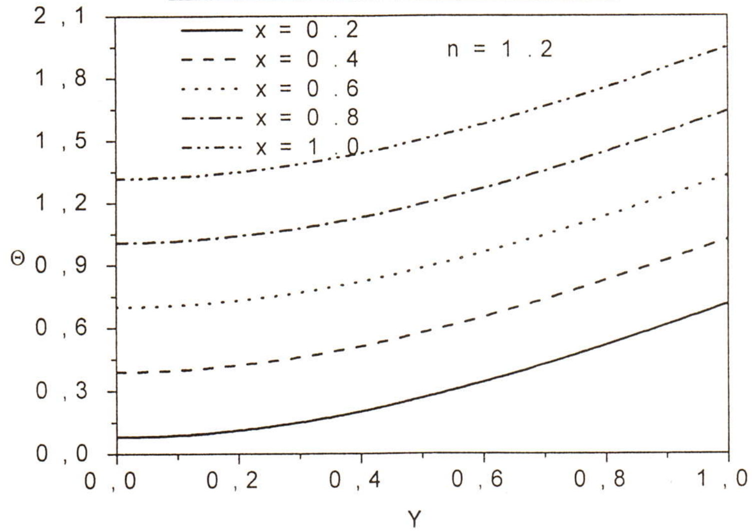


Fig VI. 7 :Profils de température

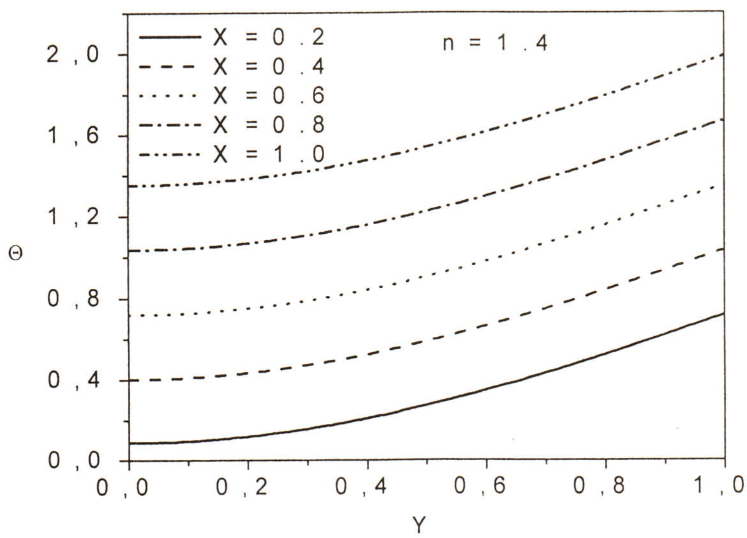


Fig IV.8 :Profils de température

IV.1.1. 3- Distribution de production d'entropie dans la directiont transversale

IV.1.1.3.1- Influence de la nature du fluide

Dans tous les cas, aucune entropie ne se produit à la ligne centrale du canal. A la paroi N_Y est le même quelle que soit les valeur de n.

Le N_Y augmente avec l'augmentation de l'indice de comportement, ce qui veut dire que les fluides dilatants produisent plus d'entropie par conduction dans la direction transversale.

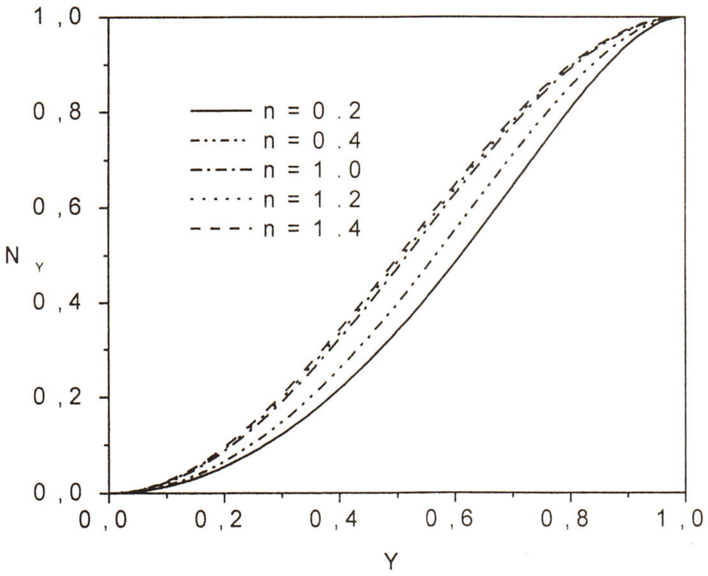


Fig IV. 9 :Production d'entropie dans la direction transversale

IV .1.1.4- Distribution de production d'entropie due au frottement

IV1.1.4.1- Influence de la nature du fluide

Les figures (IV.10-IV.11)montrent les variations de production d'entropie due aux frottements en fonction de l'indice de comportement et pour deux valeurs du groupe Br/Ω.

Les fluides pseudo-plastiques produisent plus d'entropie due aux frottements que les fluides dilatants à cause de l'existence du gradient de vitesse dans la direction transversale.

D'autre part en augmentant le groupe Br/Ω, la production d'entropie due aux frottements est plus importante.

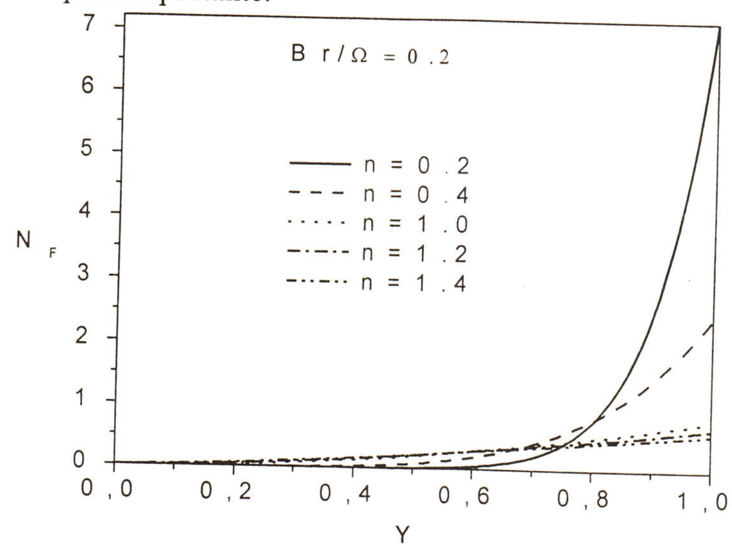


Fig IV. 10: Production d'entropie due au frottement

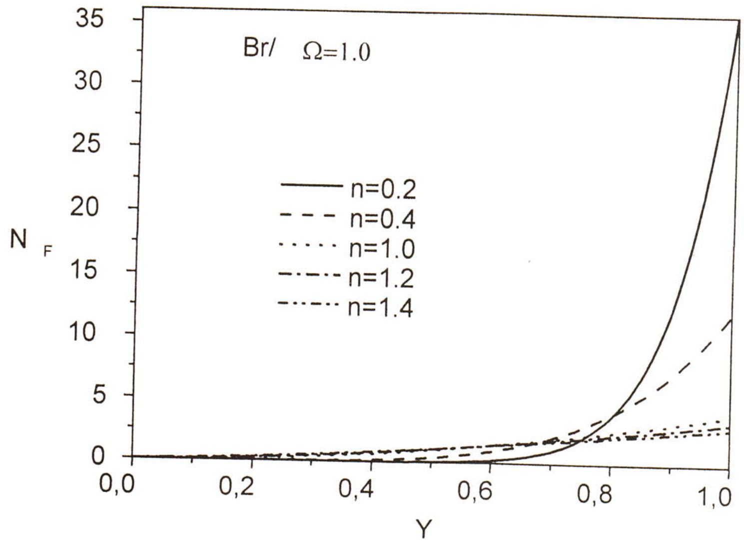


Fig IV. 11: Production d'entropie due au frottement

IV.1.1.4.2- Influence du nombre de Brinkman

La figure (IV.12) montre la distribution du N_F en fonction de Y pour différentes valeurs du groupe Br/Ω . Aucune entropie N_F ne se produit à la ligne centrale du canal pour toutes les valeurs du groupe Br/Ω.

Prés de la paroi la production d'entropie augmente considérable avec l'augmentation du groupe Br/Ω.

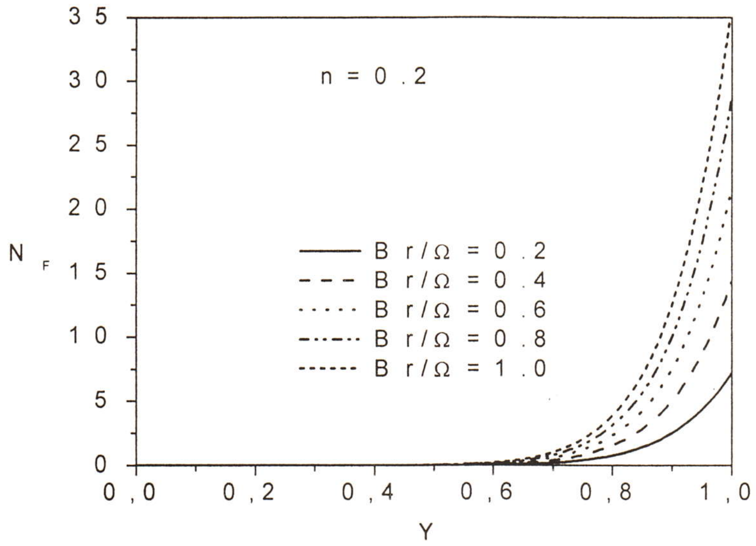


Fig IV.12 : Production d'entropie due au frottement

IV.1.1.5-Distribution de la production d'entropie totale

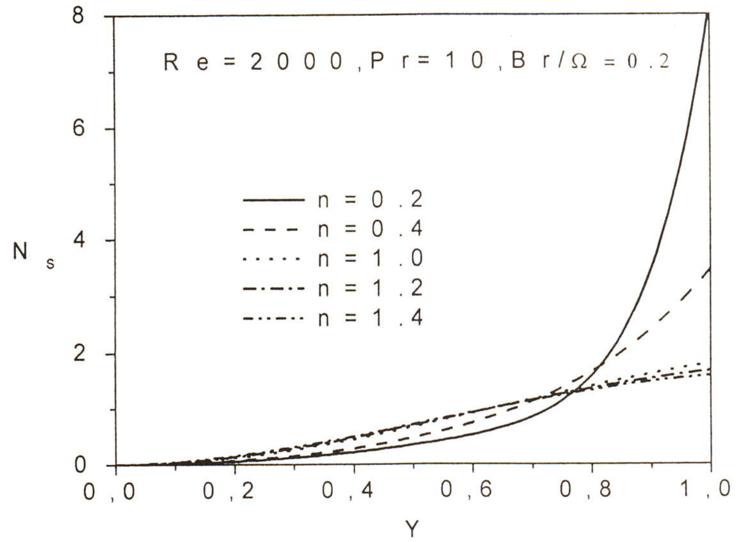
IV.1.1.5.1-Influence de la nature du fluide

Les variations de la production d'entropie totale sont représentés sur la figure (IV.13).

Dans tous les cas, aucune entropie ne se produit à la ligne centrale du canal.

Elles augmentent à proximité de la paroi.

La production d'entropie totale est plus importante pour les fluides pseudo plastiques que pour les fluides dilatants.



FigIV.13: Production d'entropie totale

IV.1.1.5.2-Influence du nombre de Reynolds et de Prandtl

Les figures (IV.14-IV.15-IV.6-IV.17) montre la distribution du N_S en fonction de Y pour différents valeurs du nombre de Reynolds et de Prandtl .

L'augmentation du nombre de réduit la production d'entropie, car le terme lié à la conduction est inversement proportionnelle au carré du nombre de Reynolds.

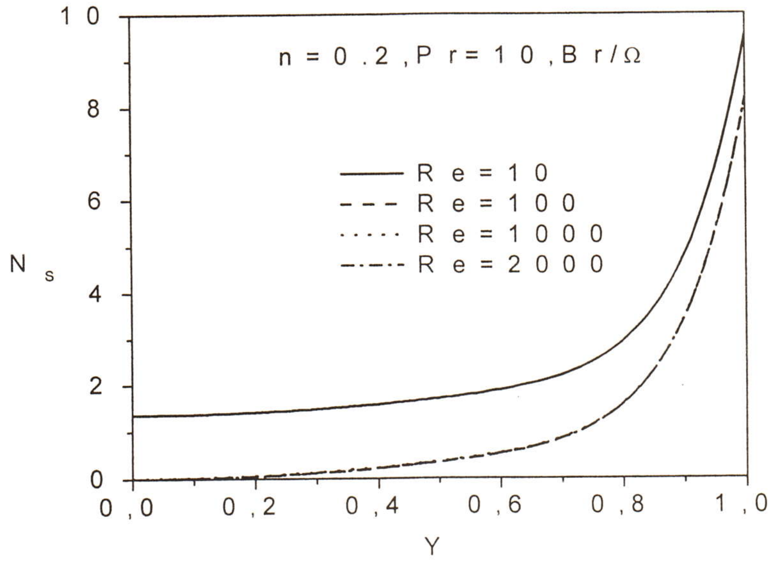


Fig IV. 14: Production d'entropie totale

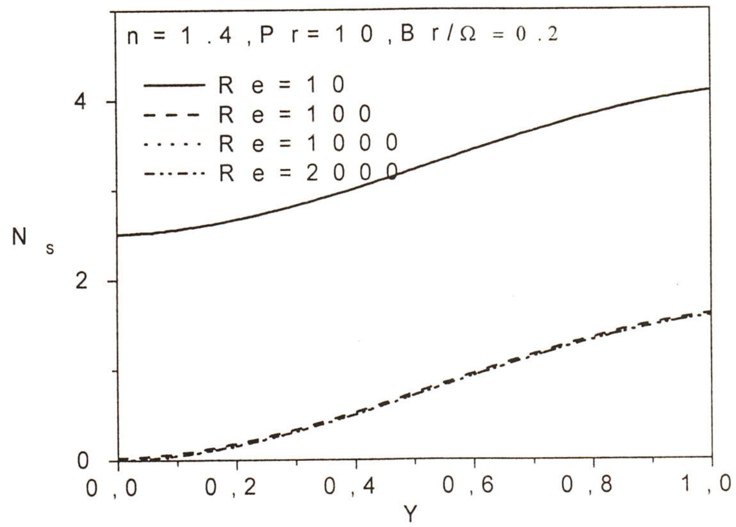


Fig IV. 15 : Production d'entropie totale

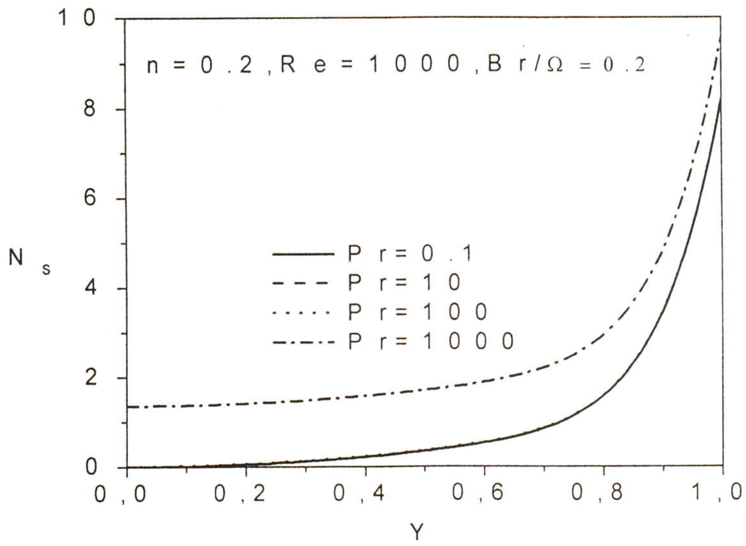


Fig IV. 16 : Production d'entropie totale

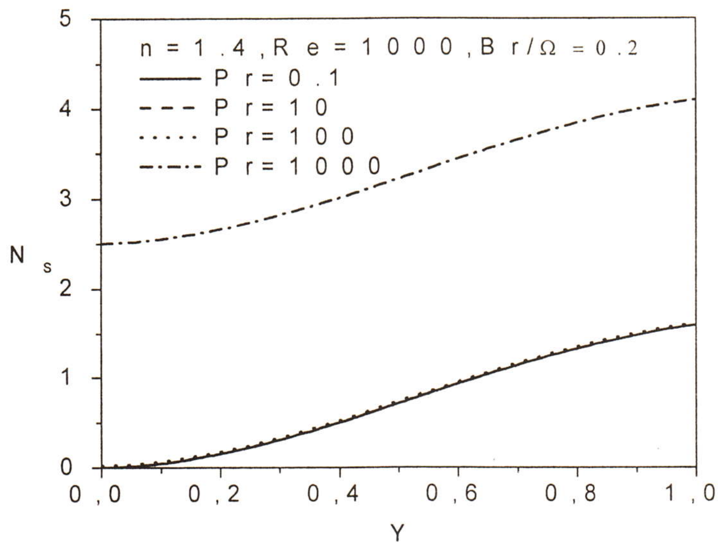


Fig IV.17: Production d'entropie totale

IV.1.1.5.3-Influence du nombre de Brinkman

Les figures (IV.18-IV.19) montre la distribution du N_S en fonction de Y pour différentes valeurs du groupe Br/Ω de allant 0.2 à 1.0 et pour n variant de 0.2 à 1.4. Aucune entropie ne se produit à la ligne centrale du canal pour toutes les valeurs du groupe Br/Ω.

La production d'entropie augmente avec l'augmentation du groupe Br/Ω.

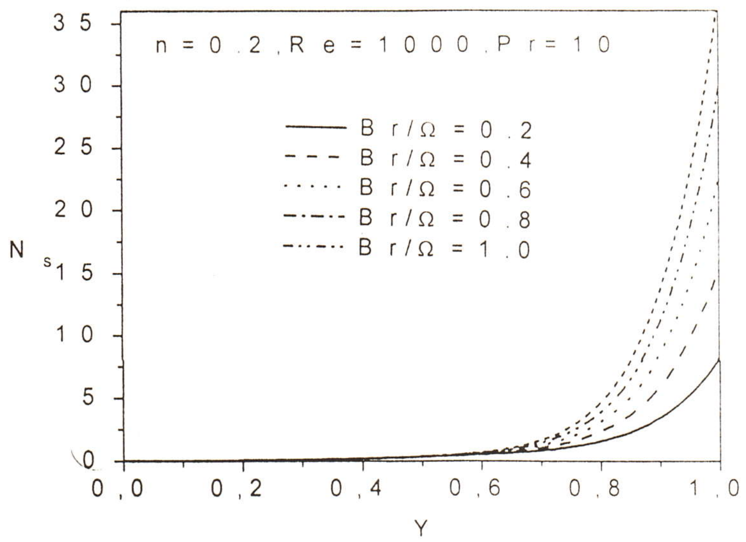


Fig IV. 18: Production d'entropie totale

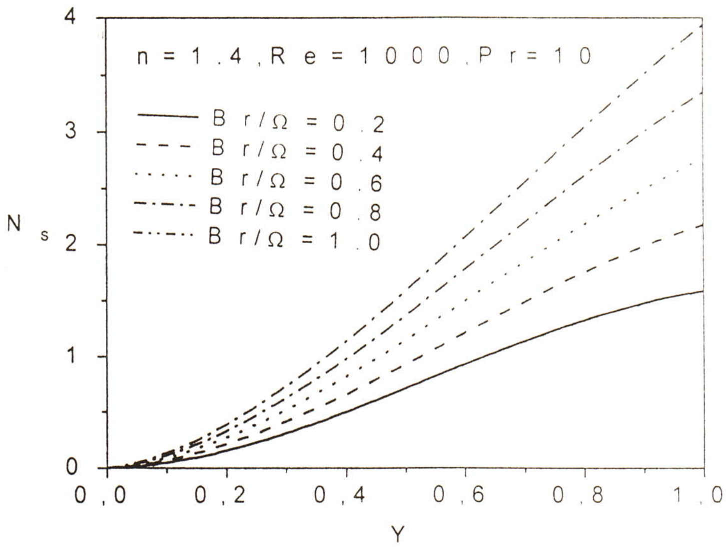


Fig IV. 19 : Production d'entropie totale

IV.1.1.6-Distribution du nombre de Bejan

IV.1.1.6.1-Influence de la nature du fluide

La figure (IV.20) montre les variations du nombre de Bejan pour différentes valeurs de n.

Le nombre de Bejan diminue du milieu du canal à la paroi pour les fluides pseudo-plastiques. Mais pour les fluides dilatants, ils augmentent pour atteindre un maximum puis diminue en allant vers la paroi.

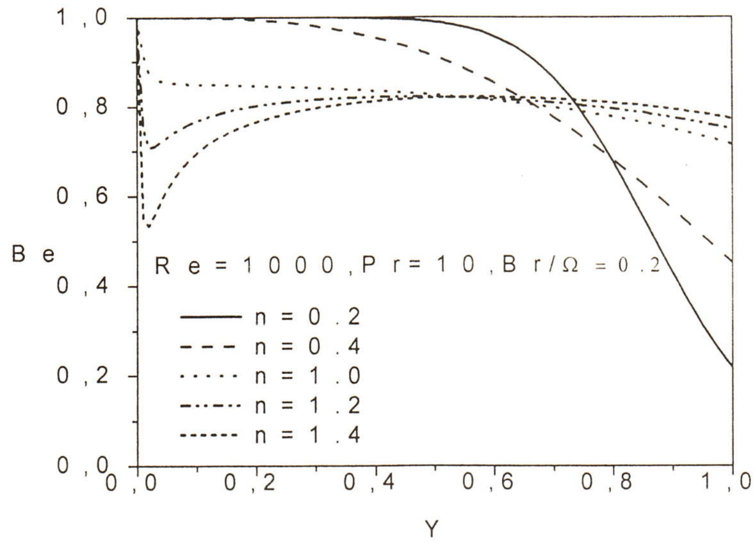


Fig IV.20 : Variation du nombre de Bejan

IV.1.1.6.2-Influence du nombre de Reynolds de Prandtl

Les figures (IV.21-IV.22-IV.23-IV.24) montrent l'influence des nombre de Reynolds et de Prandtl sur les valeur de Bejan. Quand Reynolds ou Prandtl augmentent, les valeurs de Bejan diminuent

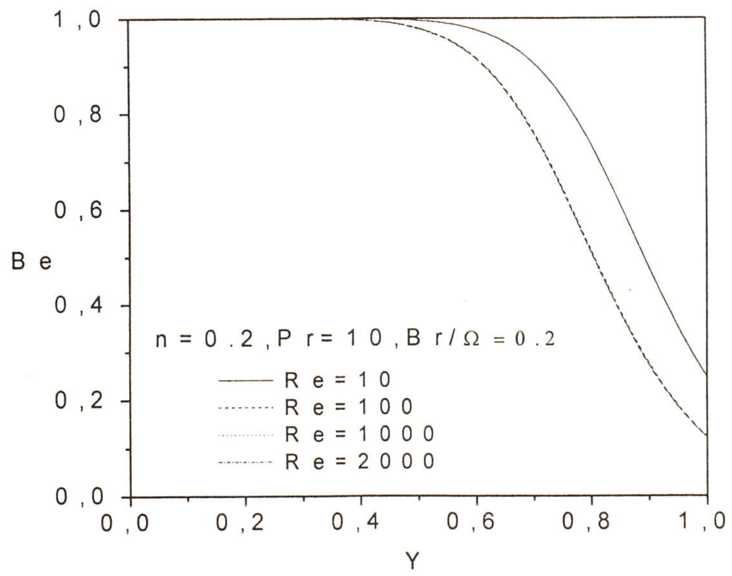


Fig IV. 21 : Variation du nombre de Bejan

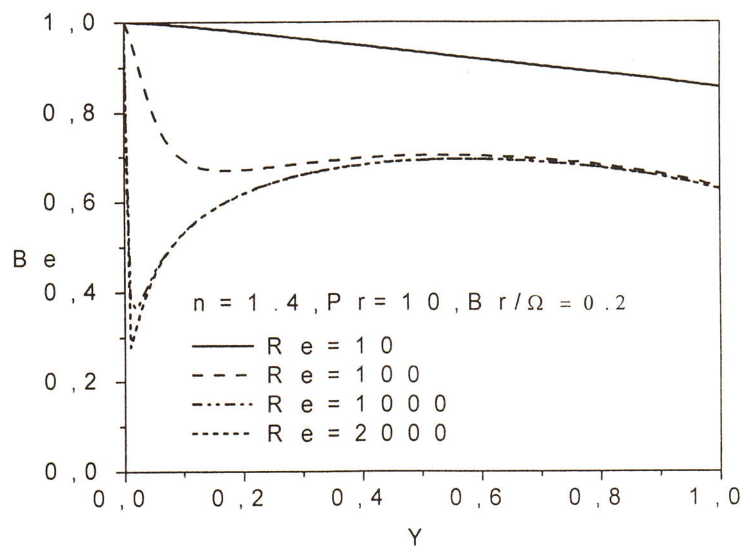


Fig IV. 22 : Variation du nombre de Bejan

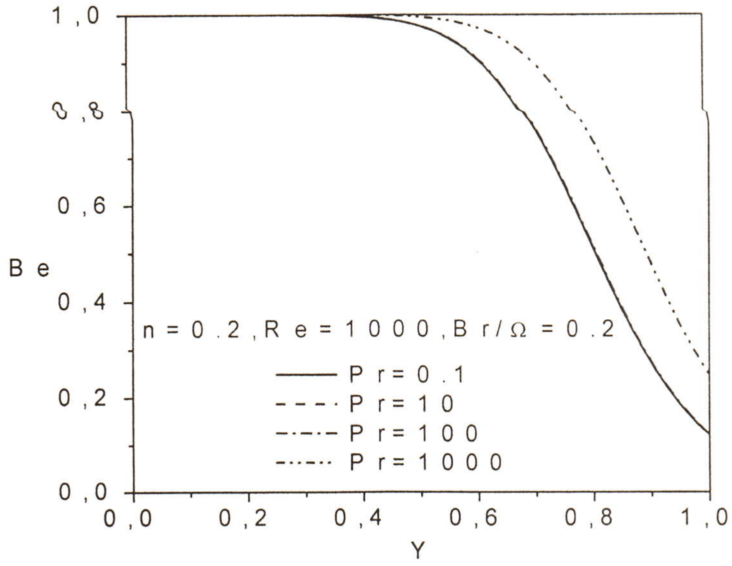


Fig IV. 23 : Variation du nombre de Bejan

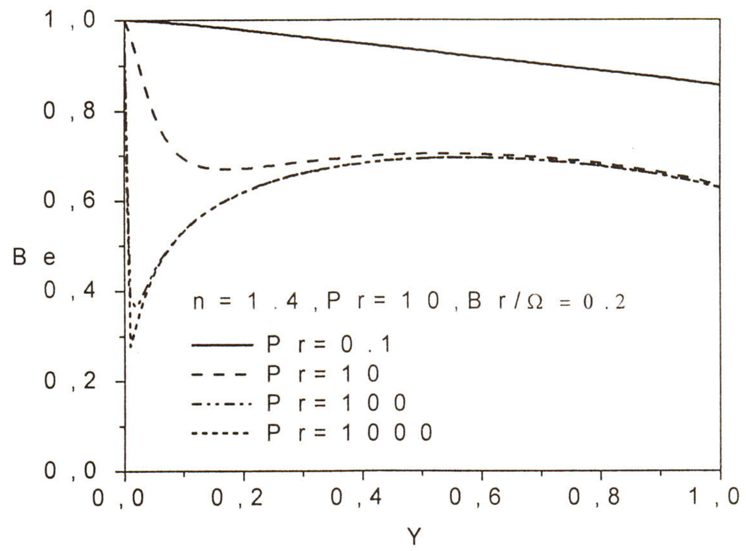
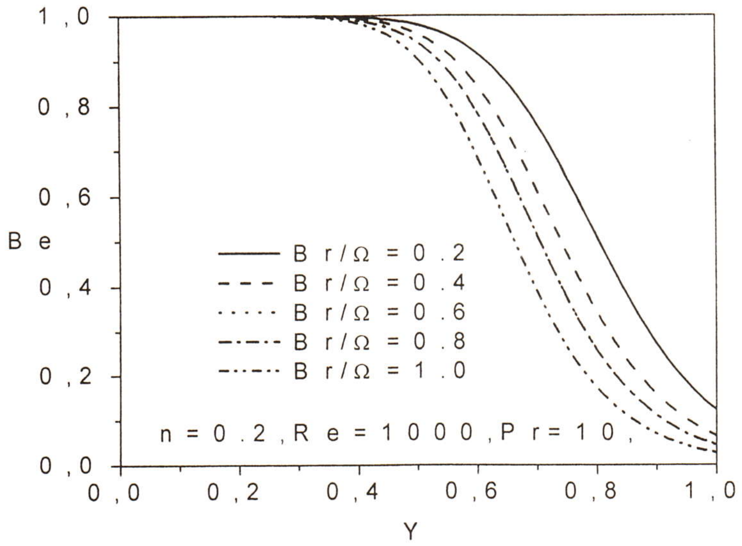


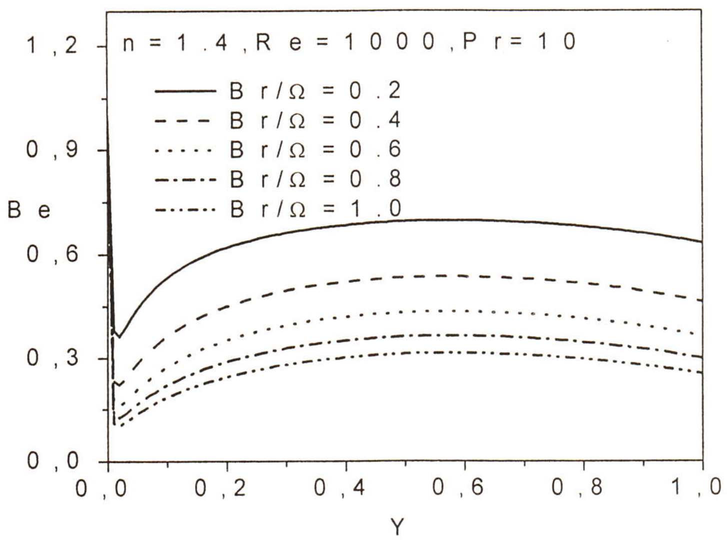
Fig IV.24 Variation du nombre de Bejan

IV.1.1.6.3-Influence du nombre de Brinckman

L'influence du groupe Br/Ω sur le nombre de Bejan est représentée sur les figures (IV.25-IV.26). L'augmentation du groupe Br/Ω réduit le nombre de Bejan,ce qui suggère que l'irréversibilité due aux frottements est plus importante que celle liée au transfert de chaleur.



FigVI. 25 : Variation du nombre de Bejan



FigVI. 26 : Variation du nombre de Bejan

IV.1.1.7- Distribution du taux d'irréversibilité

IV.1.1.7.1- Influence de la nature de fluide

Pour les fluides pseudo-plastiques,le taux d'irréversibilité Φ est plus grand pour les fluides pseudo-plastiques prés de la paroi, cependant pour les fluides dilatants, le taux d'irréversibilité est plus important prés de la ligne du milieu.

Dans tout les cas, le taux d'irréversibilité augmente avec l'augmentation de n.

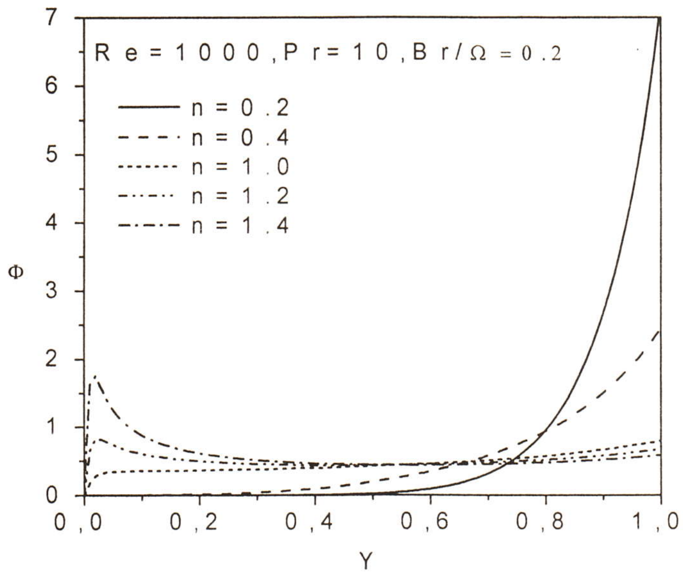


Fig VI. 27 : Variation du taux d'irréversibilité

Conclusion de premier cas

La deuxième loi de la thermodynamique est appliquée à la convection forcée des fluides non newtoniens en écoulement laminaire à travers un canal avec deux plaques parallèles horizontales dont les parois sont soumises à un flux de chaleur constant.

Les expressions générales du taux de production d'entropie, le faux d'irréversibilité et le nombre de Bejan, sont constituées de trois parties. La première partie est liée à la conduction axiale et qui est inversement proportionnel au carré du nombre de Peclet. La deuxième partie est liée au transfert thermique normal à l'axe et est proportionnelle à la distance normale et la troisième partie est lié au frottement du fluide, et est proportionnelle au nombre de Bricnkman et l'inverse de la différence de température adimensionnelle.

Dans beaucoup de situations pratiques, le terme axial de conduction est négligeable par rapport aux autres parties intervenant dans l'expression de la production d'entropie.

Le groupe Br/Ω affecte de manière significative le taux de production d'entropie qui augmente avec l'augmentation du produit Br/Ω.

b- Deuxième cas

IV.2- Analyse des résultats

IV.2.1-Distribution des vitesses

IV.2.1.1-Influence de la nature du fluide

Les profils adimensionnels de vitesse U sont tracés en fonction de la distance verticale adimensionnelle η sur la figure (IV.28), pour différentes valeurs de n.

Pour les fluides pseudo-plastiques ($n < 1$) les profils de vitesse sont plats prés de la ligne de surface libre.

Pour un Fluide newtonien ($n = 1$),le profil est parabolique.

Pour $n > 1$ (fluides dilatants) les profils sont encore parabolique dans la forme mais tendent vers une allure linéaire.

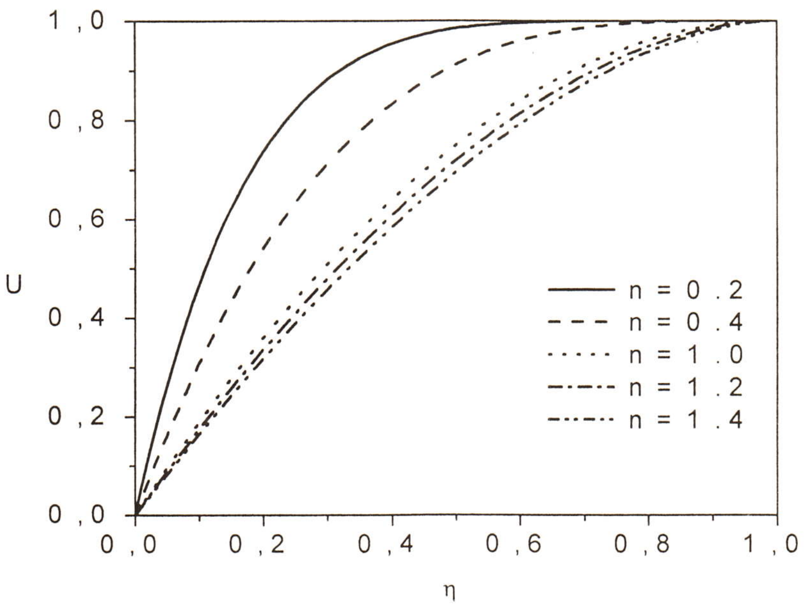


Fig IV. 28 : Profils de vitesse

IV.2.1.2-Distribution des températures

IV.2.1.2.1-Influence de la nature de fluide

Les Figures (IV.29-IV.30) illustrent les profils adimensionnels de la température. Les températures augmentent avec l'augmentation de l'indice de comportement.

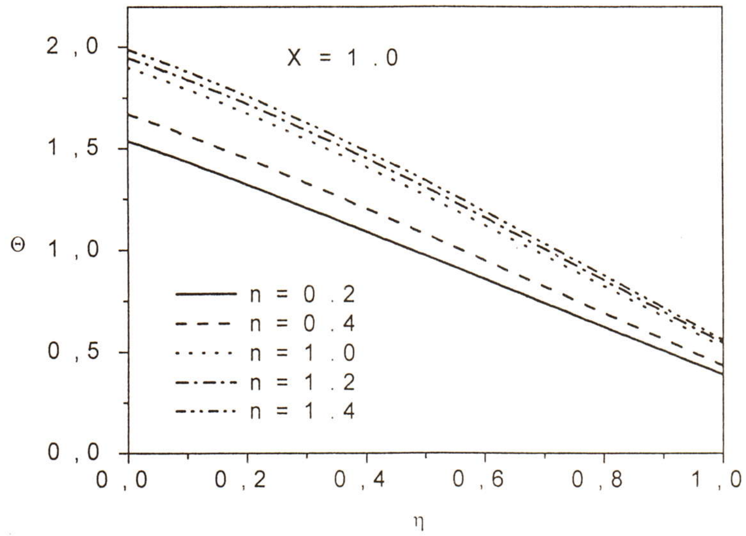
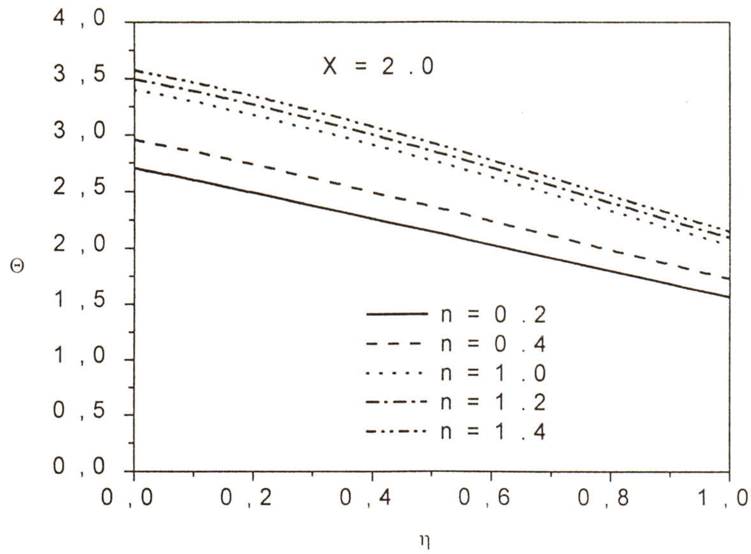


Fig IV. 29: Variation de la température



FigIV. 30: Variation de la température

IV.2.1.2.2- Influence de la distance axiale

Sur les figure(IV.31-IV.32-IV.33-IV.34-IV.35) la température est minimum à la ligne de surface libre et adiabatique et est maximale sur la plan incline quelle que soit la valeur de X.

Pour tous les valeurs de X, les profils de température sont presque parallèles l'une à l'autre.

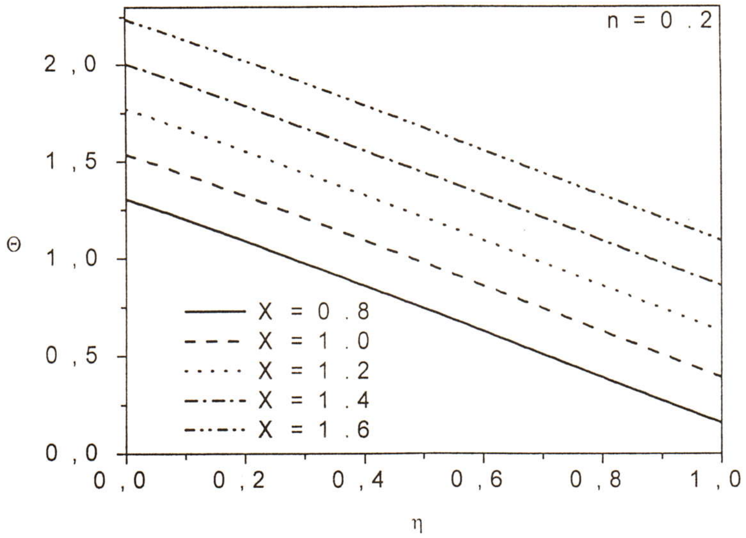


Fig IV. 31: Variation de la température

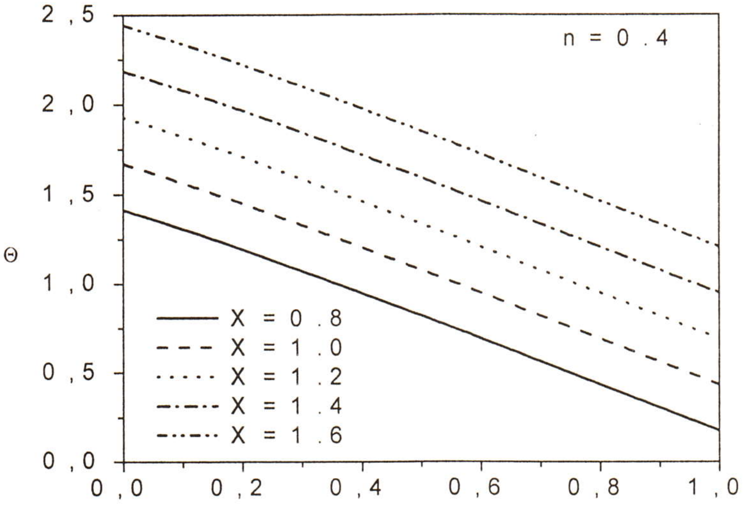


Fig IV. 32: Variation de la température

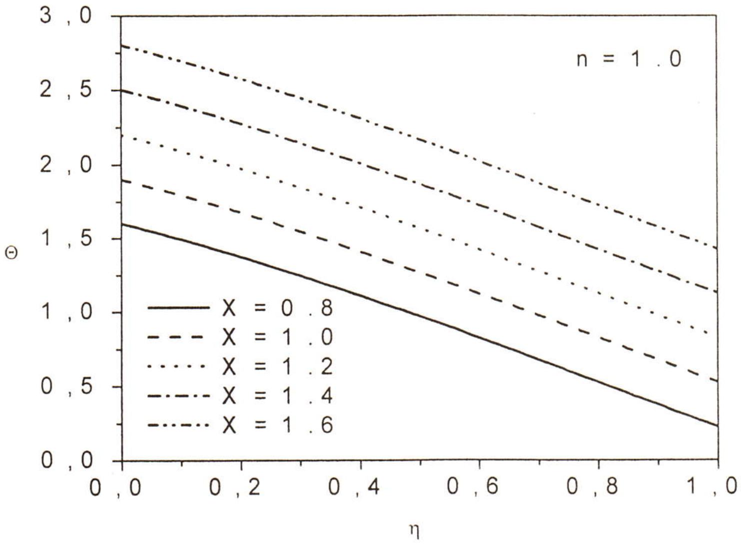


Fig IV. 33 :Variation de la température

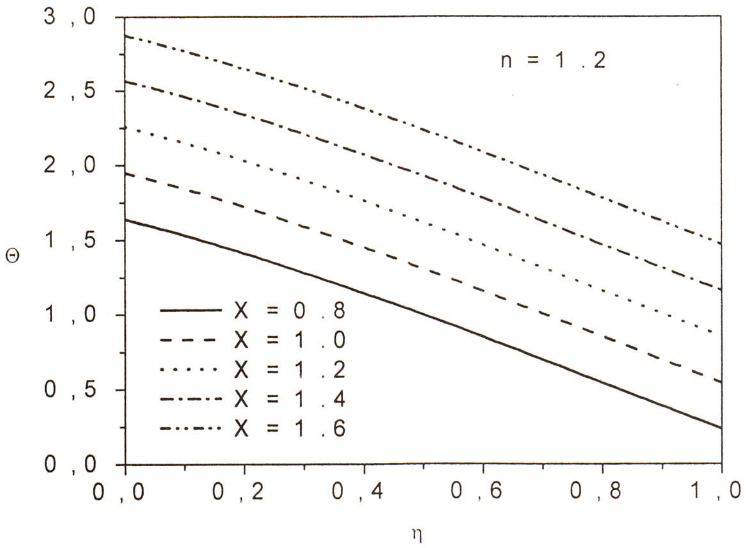


Fig IV.34 : Variation de la température

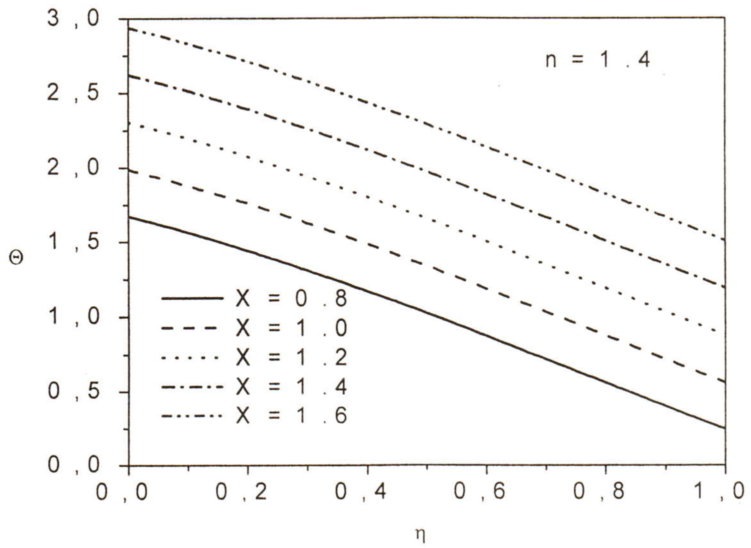


Fig IV. 35: Variation de la température

IV.2.1.3- Distribution de production d'entropie dans la direction transversale

IV.2.1.3.1-Influence de la nature de fluide

Dans tous les cas, aucune entropie ne se produit à la ligne de surface libre et adiabatique.

Sur le plan incline N_Y

Le N_Y augmente avec l'augmentation de l'indice de comportement, ce qui veut dire que les fluides dilatants produisent plus d'entropie par conduction dans la direction transversale.

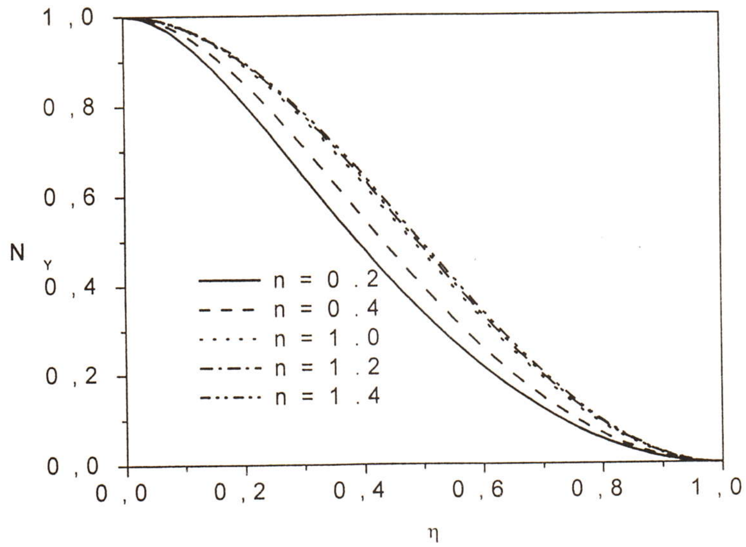


Fig IV. 36 : Production d'entropie dans la direction transversale

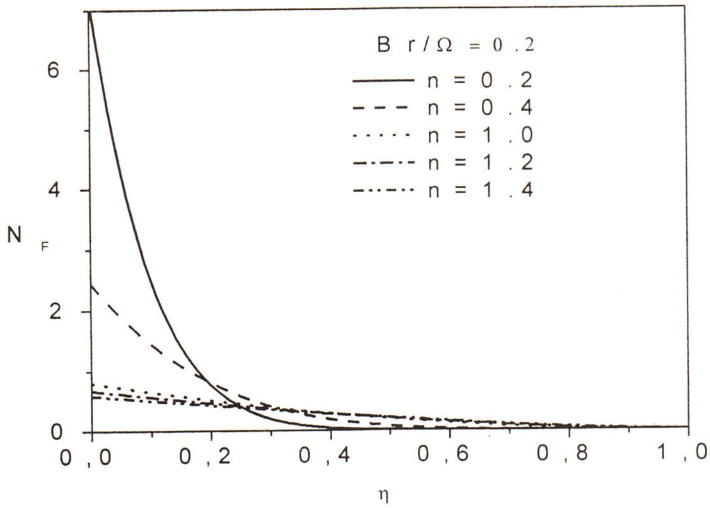
IV.2.1.4-Distribution de production d'entropie due au frottement.

IV.2.1.4.1- Influence de la nature de fluide

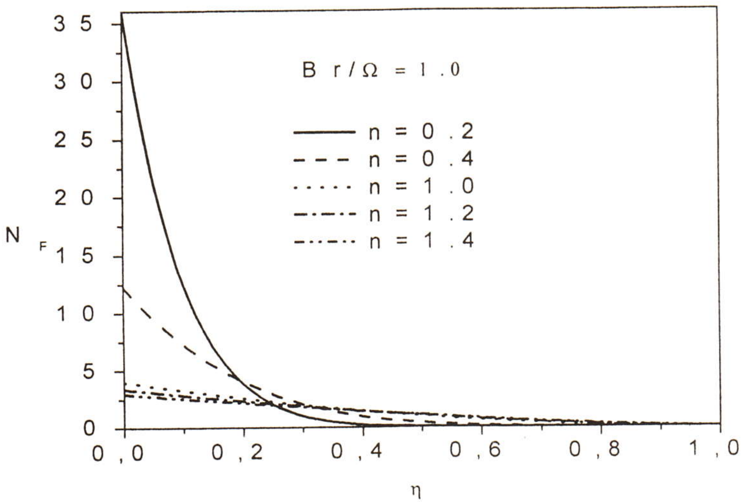
Les figures (IV.37-IV.38) montrent les variations de production d'entropie due aux frottements en fonction de l'indice de comportement et pour deux valeurs du groupe Br/Ω.

Les fluides pseudo-plastiques produisent plus d'entropie due aux frottements que les fluides dilatants à cause de l'existence du gradient de vitesse dans la direction transversale.

D'autre part en augmentant le groupe Br/Ω,la production d'entropie due aux frottements est plus importante.



FigIV. 37 : Production d'entropie due au frottement



FigIV. 38 : Production d'entropie due au frottement

IV.2.1.4.2- Influence du nombre de Brinkman

La figure (IV.39-IV.40) montre la distribution du N_F en fonction de η à différentes valeurs de groupe paramètres Br/Ω s'étendant de 0.2 à 1.0. Aucune entropie N_F ne se produit à la ligne de surface libre et adiabatique pour toutes les valeurs du groupe Br/Ω.

Prés du plan incline la production d'entropie augmente avec l'augmentation du groupe Br/Ω.

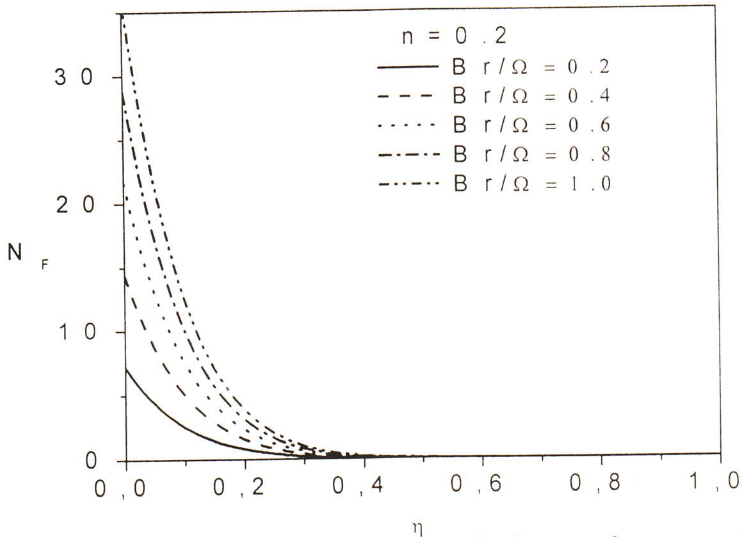


Fig IV. 39: Production d'entropie due au frottement

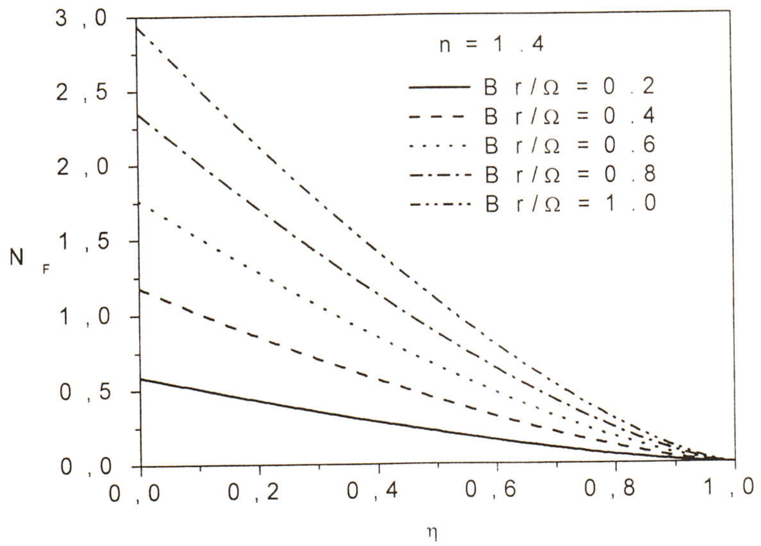


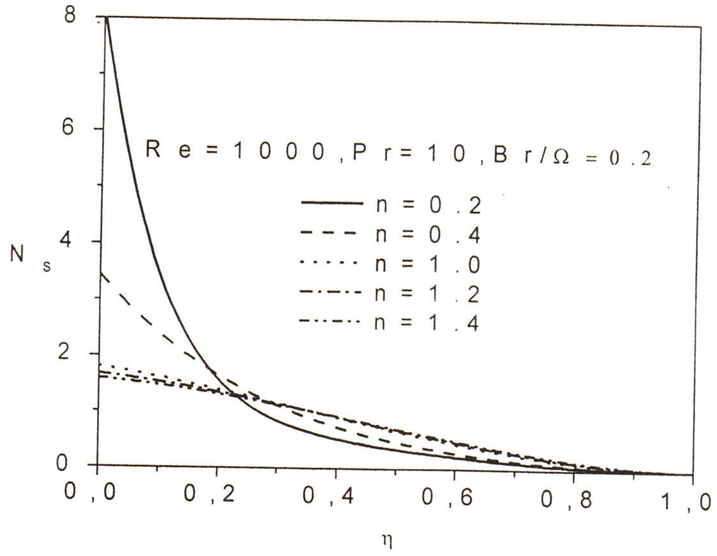
Fig IV. 40: Production d'entropie due au frottement

IV.2.1.5. Distribution de la production d'entropie totale

IV.2.1.5.1- Influence de la nature du fluide

Les variations de la production d'entropie totale sont représentés sur la figure (IV.41).
Dans tous les cas, aucune entropie ne se produit à la surface libre et adiabatique.
Elles augmentent à proximité de le plan incline.

La production d'entropie totale est plus importante pour les fluides pseudo plastiques que pour les fluides dilatants.



FigIV. 41: Production d'entropie totale

IV.2.1.5.2-Influence du nombre de Reynolds et Prandtl

Les figures (IV.42-IV.43-IV.44-IV.45) montre la distribution du N_S en fonction de Y pour différents valeurs du nombre de Reynolds et de Prandtl.

L'augmentation du nombre de réduit la production d'entropie, car le terme lié à la conduction est inversement proportionnel au carré de nombre de Reynolds.

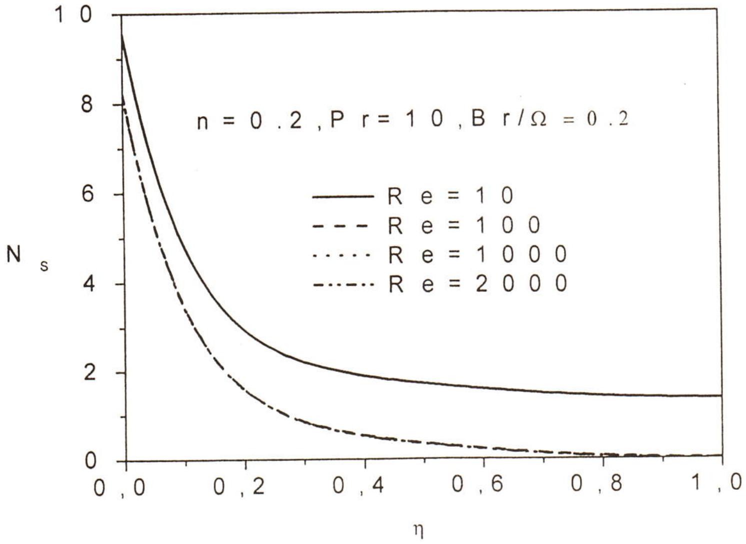


Fig IV. 42 : Production d'entropie totale

I

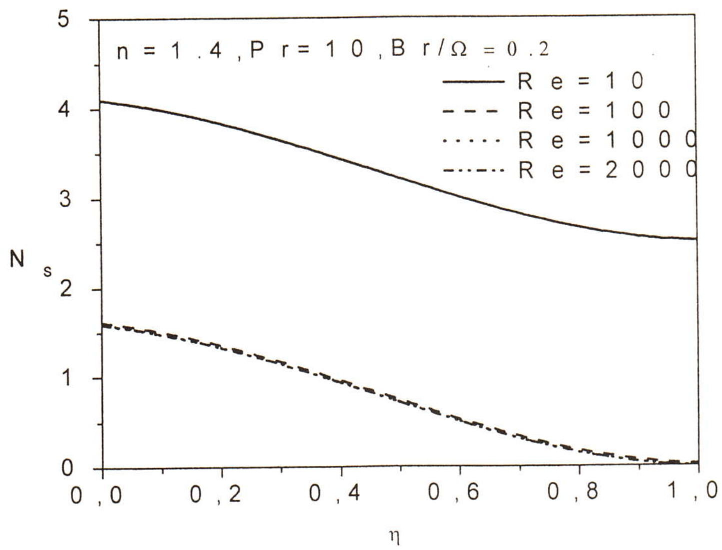
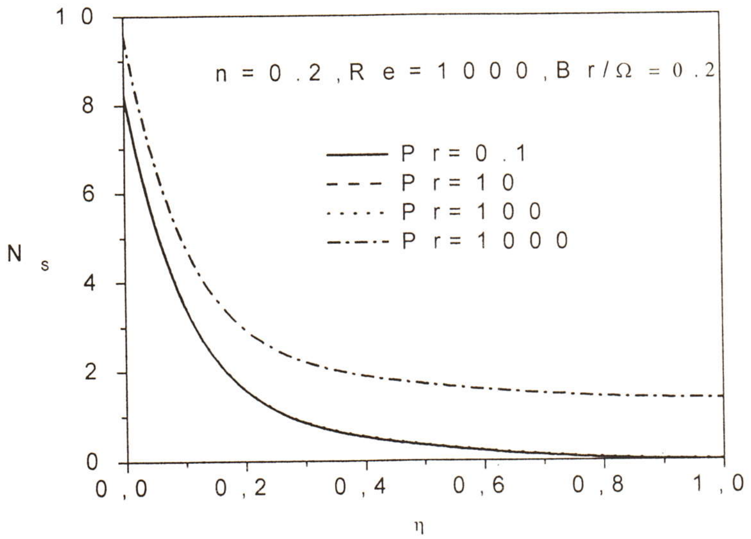


Fig IV. 43: Production d'entropie totale



FigIV. 44 :Production d'entropie totale

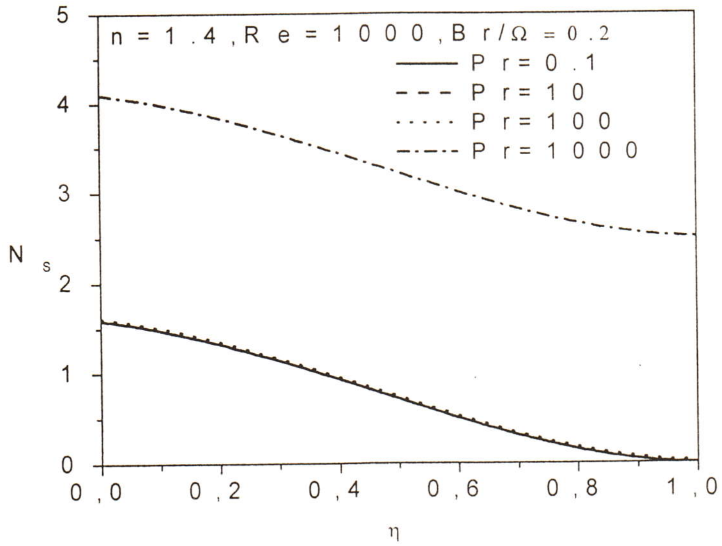


Fig IV 45: Production d'entropie totale

IV.2.1.5.3-Influence du nombre de Brinkman

Les figures (IV.46-IV.47) montre la distribution du N_S en fonction de η pour différentes valeurs du groupe Br/Ω, allant de 0.2 à 1.0 et pour n variant de 0.2 à 1.4

Aucune entropie ne se produit à de la surface libre et adiabatique pour toutes les valeurs du groupe Br/Ω.

La production d'entropie augmente avec l'augmentation du groupe Br/Ω.

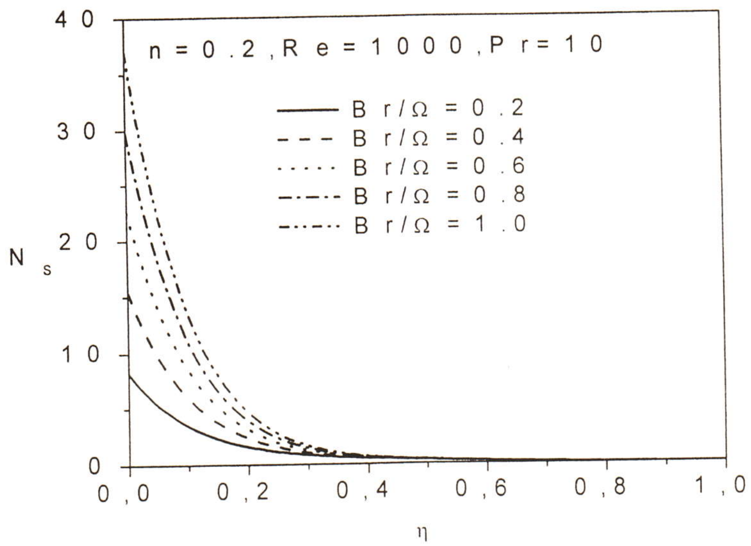


Fig IV. 46 : Production d'entropie totale

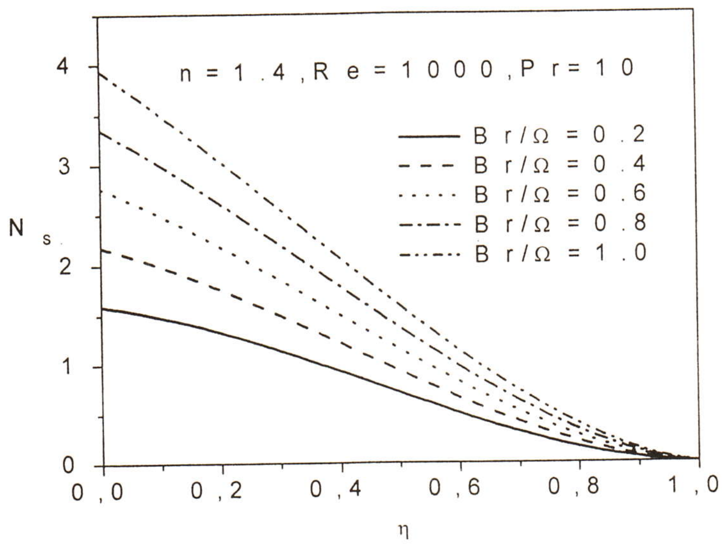


Fig IV. 47: Production d'entropie totale

IV.2.1.6-Distribution du nombre de Bejan

IV.2.1.6.1-Influence de la nature de fluide

La figure (IV.48) montre les variations du nombre de Bejan pour différente valeur de n .

Le nombre de Bejan diminue du milieu du plan incline pour les fluides pseudo-plastiques. Mais pour les fluides dilatants, ils augmentent pour atteindre un maximum puis diminue en allant vers le plan incline.

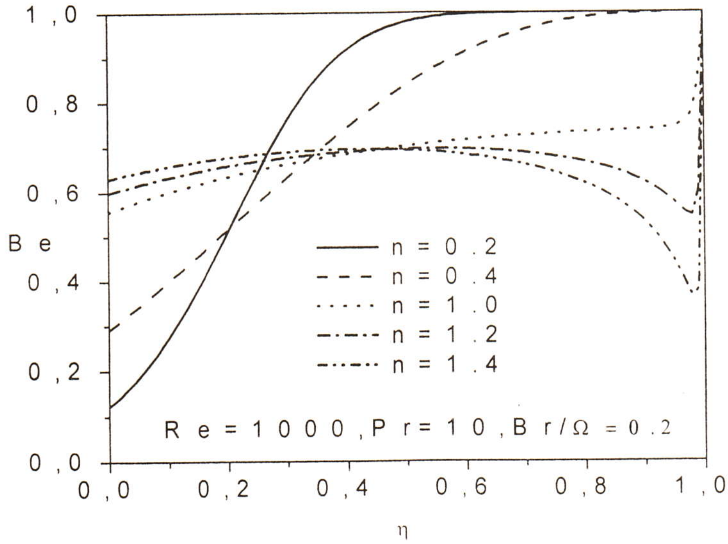


Fig IV. 48: Variation du nombre de Bejan

IV.2.1.6.2-Influence du nombre de Reynolds et Prandtl

Les figures (IV.49-IV.50-IV.51-IV.52) montrent. l'influence du nombre de Reynolds et de Prandtl sur la valeur de Bejan.

Quand Reynolds ou Prandtl augmentent, les valeurs de Bejan diminuent.

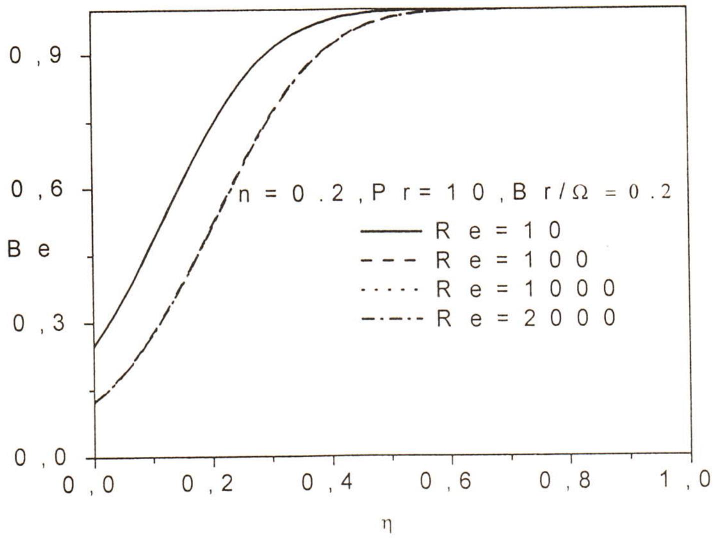


Fig IV.49 : Variation du nombre de Bejan

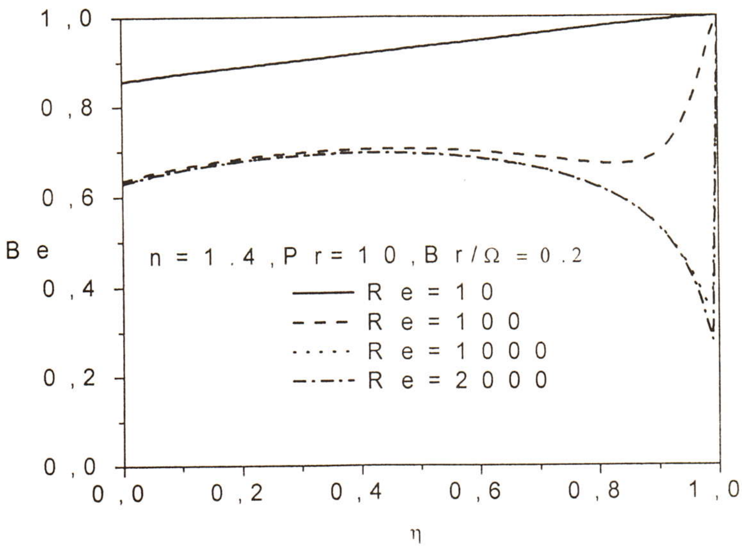


Fig IV. 50 : Variation du nombre de Bejan

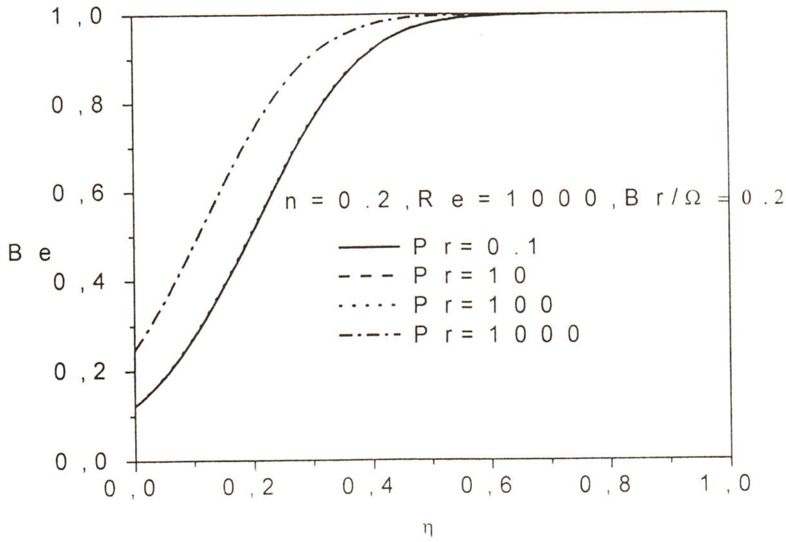


Fig IV. 51 : Variation du nombre de Bejan

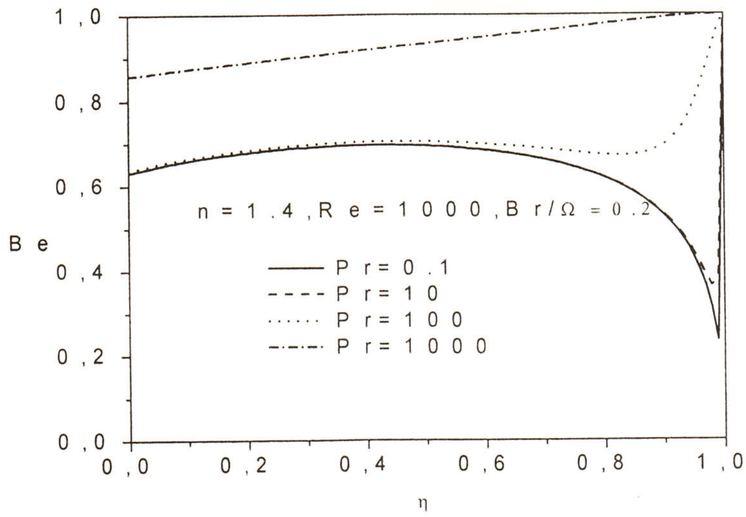
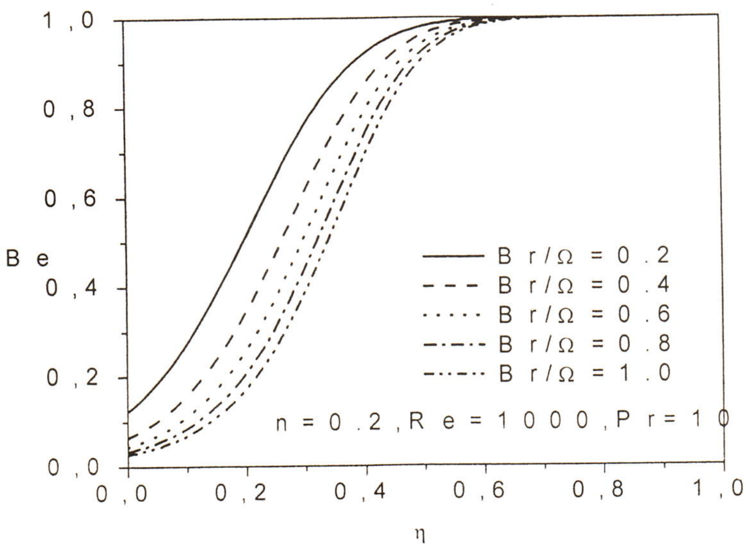


Fig IV. 52 : Variation du nombre de Bejan

IV.2.1.6.3-Influence du nombre de Brinkman

L'influence du groupe Br/Ω sur le nombre de Bejan est représentée sur les figures (IV.53-IV.54). L'augmentation du groupe Br/Ω réduit le nombre de Bejan, ce qui suggère que l'irréversibilité due aux frottements est plus importante que celle liée au transfert de chaleur.



FigVI. 53 : Variation du nombre de Bejan

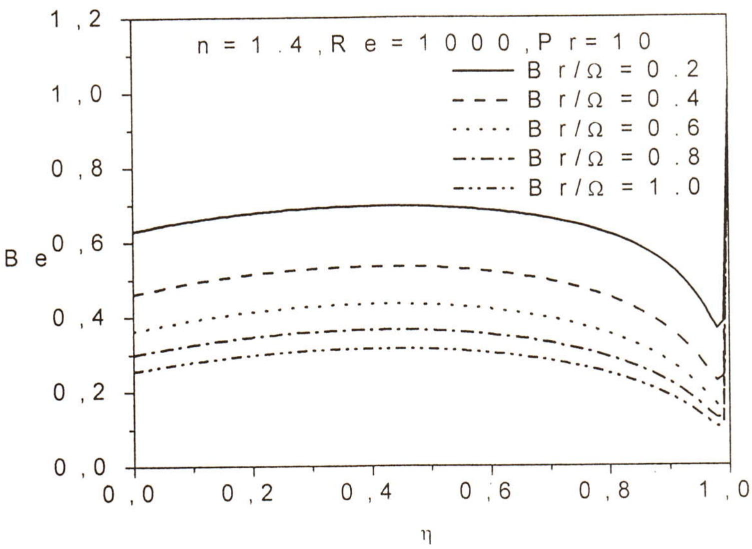


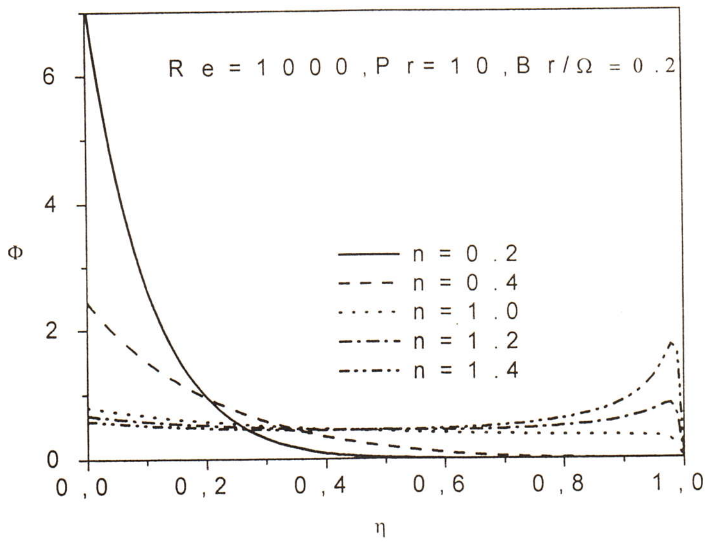
Fig. 54 : Variation du nombre de Bejan

IV.2.1.7- Distribution du taux d'irréversibilité

IV.2.1.7.1- Influence de la nature de fluide

Pour les fluides pseudo-plastiques,le taux d'irréversibilité Φ est plus grand pour les fluides pseudo-plastiques prés un plan incliné, cependant pour les fluides dilatants, le taux l'irréversibilité est plus important prés de la surface libre et adiabatique.

Dans tous les cas, le taux d'irréversibilité diminue avec l'augmentation de n.



FigIV. 55 : Variation du taux d'irréversibilité

Conclusion de deuxième cas

La deuxième loi de la thermodynamique est appliquée à la convection forcée des fluides non newtoniens en écoulement laminaire sur un plan incliné dont la paroi est soumise à un flux de chaleur constant.

l'expression générale du taux de production d'entropie, le rapport de distribution d'irréversibilité et le nombre de Bejan, sont constituée de trois parties.

La première partie est liée à la conduction axiale et qui est inversement proportionnel au carré du nombre de Peclet. La deuxième partie est liée au transfert thermique normal à l'axe et est proportionnelle à la distance normale et la surface libre et adiabatique n'y a pas d'échange de chaleur avec l'extérieur et la troisième partie est liée au frottement du fluide, et est proportionnelle au nombre de Brinkman et l'inverse de la différence de température dimensionnelle.

Dans beaucoup de situations pratiques, le terme axial de conduction est négligeable par rapport à d'autres parties intervenant dans l'expression de la production d'entropie.

Le groupe Br/Ω affecte de manière significative le taux de production d'entropie le taux de production d'entropie qui augmente avec l'augmentation du groupe Br/Ω.

Conclusion

Conclusion

La deuxième loi de la thermodynamique s'est appliquée à la convection forcée à l'intérieur d'un canal fait de deux plaques parallèles horizontales, et sur un plan incliné .

Au cours de l'étude, la complexité des phénomènes mis en jeu nous conduit à adopter un certain nombre d'hypothèses simplificatrices. L'expression générale du nombre de génération d'entropie et du nombre de Bejan est dérivée analytiquement pour chaque cas.

La première partie est liée à la conduction axiale et qui est inversent proportionnelle au carré du nombre de Peclet. La deuxième partie est liée au transfert thermique normal à axe et est proportionnelle à la distance normale du fluide, et est proportionnelle au nombre de Brinkman et l'inverse de la différence de température adimensionnelle .

Bibliographie

Bibliographie

1- A. Bejan, Secand-law analysis in heat transfer and thermal design , Adv, Heat Transfer 15 (1982) 1-58 .

2- A. Bejan, Entropy Generation Minimization , CRC Press, Boca—Raton NY, 1996

3- Salah Saouli, Equations de bilan dans les écoulements homogènes et monophasiques et Polycopie, 1999 .

4- N. Midoux, Mécanique et rhéologie des fluides en génie chimique , Technique et Documentation, Lavoisier, Paris, 1985 .

5- J. Taine & J, –P . Petit , cours et données de base Transferts thermiques Mécanique des fluides anisothermes, Dunod, Paris , 1995 .

6- JR. Comolet, Mécanique expérimentale des fluides , Tome II Dynamique des fluides réels Turbomachines, Masson Paris Milan Barcelone 1994 .

7- L. Landau et E. Lifchitz, Physique théorique , Tome 6 Mécanique des fluides, deuxième édition revue et complétée 1989 .

8- J.F. Sacadura, Initiation aux Transfers Thermiques, ed Dunod, 1996 .

9- L.C.Burmeister, Convective heat transfer, Wiley, New York, 1993 .

10- R.K. Shah, A.L. London, Laminar flow Forced convection in ducts, Advances in heat transfer, SuPPL.1.Academic Press, New York, 1978 .

11- A.Bejan, Convection heat transfer. Wiley ,New York, 1984 .

12- F.M. white, Viscous fluid flow, McGRAW- Hill, New York, 1974 .

13-A.Z. Sahin, Second law analysis of laminar viscous flow through a duct subjected to constant wall températurrc, J . Heat Transfer 120(1998) 76-83.

14-A. Bejan .G. Tsatsaronis, M. Moran, Thermal Design and optimization, Wiley, New York . 1996.

15- S. Paoletti, F. Rispoli, E . Sciubba, Calculation of exergetic Losses in compact heat exchanger Passages, ASME AES 10 (1989) 21-29 .

16- Salah Saouli, Soraya Aïboud Saouli, Aïcha Khelili, Entropy generation in a laminar non-Newtonian fluid flow through a channel with two parallel plates, 4^{éme} journées de la mécanique, Ecole miliaire polytechnique , 23-24 Mars 2004. (soumis)

17- Salah Saouli, Soraya Aïboud Saouli, Aïcha Khelili, Second law analysis of a Gravity – driven laminar film of power – law fluids along an inclined heated plate (Soumis à Exergy) .