

**UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA**  
**Faculté des Sciences Appliquées**  
**Département de Génie Mécanique**



**Mémoire**

**MASTER PROFESSIONNEL**

Domaine : Sciences Techniques

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Maintenance Industrielle

Presenté par : GAAMOUR ABD ELRAOUF / DRID ALI

**Thème**

***CONTRIBUTION A LA MODELISATION DES  
STRUCTURES TRI-COUCHE PAR LA THEORIE  
LOCALE***

Soutenu publiquement

le : 08/06/2014

Devant le jury composé de :

M.R.MEKHLOUFI	M.A	Président	UKM Ouargla
M.A.HECINI	M.A	Encadreur	UKM Ouargla
M.A.MEBARKI	M.A	Examineur	UKM Ouargla

**Année universitaire : 2013-2014**

# REMERCIEMENTS

*Nous remercions ALLAH avant tout.*

*Nous tenons à remercier chaleureusement et vivement notre encadreur \* Hecini Adel \* pour ses orientations fructueuses, et sa franchise au cours de ce travail.*

*Nous remercions Me . DHAMENE Djamila et Me . ALLOUI Immane qui participent dans ce travail.*

*Nous remercions vont aussi aux messieurs les membres du jury pour avoir accepté d'examiner ce travail.*

*Nous remercions aussi l'ensemble de nos enseignants qui ont fait de nous ce que nous sommes, monsieur nous vous remercions pour vos conseils, vos directives et votre patience.*

**GAAMOUR ABD ELRAOUF**



**DRID ALI**

<http://maomao520.yeah.net/>



# Dédicace

*J'ai le grand honneur de dédier ce modeste travail à:*

- *Ma très chère et adorable Maman :*

**GAAMOUR MESSAOUDA**

- *Celui qui a fait de moi un homme; mon père :*

**GAAMOUR MOHAMED**

- *A mes très chères frères : KHOILD et BACHIR,*

- *A mes très chères sœurs :*

**SALIHA, HAOUDA, SALO A, MESSAOUDA,**

**'zhra' FATMA ZAHRA , NADJAT, OIATA,**

**HAMIDA et AMIRA**

- *A mes très chers amis « DRID ALI, GAAMOUR ALI et*

**HADJE, TLILI ABD ELHALIM et CHOAIB**

- **ALALI ABD ELRAOUF , KADRI BELKHIR»**

- *Aussi, je dédie ce travail à mon binôme GAAMOUR*  
**ABD ELRAOUF**

- *A tout **musulman** dans le monde.*

**GAAMOUR ABD ELRAOUF**



# Dédicaces



*Je dédie ce modeste travail à :*



*A ma très chère mère, qui me donne toujours l'espoir de vivre et qui n'a jamais cessé de prier pour moi.*

*A mon très cher père, pour ses encouragements, son soutien, surtout pour son amour et son sacrifice afin que rien n'entrave le déroulement de mes études.*



*Mes dédicaces s'adressent également à mes chères sœurs. Et à tous les membres de ma famille et toute personne qui porte le nom **DRID***

*Aussi, je dédie ce travail à mon binôme **A.DRID /A.GAAMOUR** et à tous mes chères amies surtout **ABD ELRAOUF, MOHAMED** et les autres. Sans oublier tous mes collègues du groupe :*



**DRID ALI**



**TABLE DES MATIERES**

**Remerciements**

**Dédicace**

**Introduction générale**

<b>Chapitre I : Généralités</b> .....	2
I .1 Introduction .....	3
I.2 Historique .....	3
I.3 Les constituants de structure sandwich .....	4
I.3.1 Les peau(ou semelles) .....	4
I.3.1.1 Quelque matériaux pour la fabrication des peaux .....	5
I.3.2 L'âme.....	5
I.3.2.1 Quelque matériaux pour la fabrication de l'âme.....	6
I.3.3 Adhésive .....	10
I.4 Procédés de fabrication .....	10
I.4.1 Technologies par voie humide (imprégnation directe) .....	11
I.4.2 Technologies par voie sèche (imprégnation indirecte) .....	11
I.4.3 Assemblage par collage .....	11
I.4.4 Moussage (in situ) .....	12
I.4.5 Moulage de panneaux en continu .....	12
I.5 Différences entre un stratifié et un sandwich.....	13
I.5.1 Une différence de définition.....	13
I.5.2 Une différence ?.....	13
I.6 Comportement en statique des constituants des sandwichs.....	14
I.6.1 Comportement en compression sur « âmes ».....	14
I.6.2 Comportement en cisaillement sur « âmes » .....	16
I.6.2.1 Mise en œuvre des Peaux.....	17
I.6.2.2 Caractérisation mécanique des peaux.....	18
I.7 Les modes de rupture .....	20
I.7.1 Rupture de la peau sous traction ou compression .....	20
I.7.2 Flambage des peaux .....	20
I.7.3 Flambage générale .....	21
I.7.4 Rupture de noyau par cisaillement .....	21

I.7.5 Délaminage .....	22
I.7.6 Impression de noyau ou de peaux .....	22
I.7.7 Repliement de cisaillement .....	23
I.7.8 Dimpling des peaux .....	23
I.7.9 Vibration .....	23
I.7.10 Fatigue .....	24
I.7.11 Dommages par impact .....	24
I. 8 Domaines d'application des structures de sandwich.....	25
<b>Chapitre II</b> :Etude bibliographique.....	26
II.1 Problématique de la modélisation des sandwichs	
symétriques ou dissymétrique.....	26
II.1.1 Les modèles simplifiés.....	26
II.1.2 Les modèles 2D.....	26
II.1.3 Les modèles 3D.....	26
II.1.4 Les approches de type prédicateur/correcteur.....	26
II.2 modèles linéaires classiques de poutres et plaques sandwichs.....	27
II.2.1 modèles simplifiés.....	27
II.2.2 modèles 2D.....	30
II.2.2.1 modèles globaux.....	30
II.2.2.2 modèles locaux.....	35
II.2.3 modèles 3D.....	37
<b>Chapitre III</b> : Modélisation .....	39
III.1 Hypothèses de la théorie des sandwichs.....	40
III.2.1 Champ des déformations.....	41
III.2.2 Champ des contraintes.....	44
III.3 Relations fondamentales des plaques sandwichs .....	45
III.3.1 Equation constitutive .....	45
III.3.2 Relation fondamentales.....	49
<b>Chapitre VI</b> : Résultats et Perspectives.....	50
VI. Etude l'influence des caractéristiques géométriques des constituants de sandwich en utilisant le l'environnement Matlab.....	51
VI.1 Influence la longueur sandwich a.....	52
VI.2 Influence de la largeur sandwich b.....	53
VI.3 Influence de l'épaisseur de l'âme h.....	54

## TABLE DES MATIERES

---

VI.4 Influence de l'épaisseur de peau $h_1$ .....	55
VI.5 Influence du rapport $a/b$ .....	56
VI.6 Influence du rapport $a/h$ .....	57
VI.7 Influence de rapport $a/h_1$ .....	58
VI.8 Influence du rapport $h/h_1$ .....	59
<b>Conclusion générale</b> .....	60
<b>Références bibliographies</b>	

## LISTE DES FIGURES

<b>Figure I.1</b> : Les différents constituants d'une structure sandwich.....	3
<b>Figure I.2</b> : Matériaux pour les peaux .....	4
<b>Figure I.3</b> : Matériaux pour les âmes .....	6
<b>Figure I.4</b> : Structure sandwich en bois de balsa et peaux en stratifié .....	6
<b>Figure I.5</b> : L'âme de Mousse .....	7
<b>Figure I.6</b> : Âme en nid d'abeilles .....	8
<b>Figure I.7</b> : Fabrication du nid d'abeille .....	8
<b>Figure I.8</b> : La rigidité de cisaillement des matériaux typique de la mousse en fonction de densité .....	9
<b>Figure I.9</b> : Mécanismes d'adhésion.....	10
<b>Figure I.10</b> : Assemblage par collage .....	12
<b>Figure I.11</b> : un stratifié .....	14
<b>Figure I.12</b> : un sandwich....	14
<b>Figure I.13</b> : L'effet de l'épaisseur de l'âme sur la rigidité en flexion d'une structure sandwich.....	14
<b>Figure I.14</b> : Essai de compression .....	15
<b>Figure I.15</b> : Courbes contrainte-déformation déduites des essais de compression pour les différentes mousses.....	15
<b>Figure I.16</b> : Essai de cisaillement .....	16
<b>Figure I. 17</b> : Courbes contrainte-déformation déduites des essais de cisaillement pour les différentes mousses .....	16
<b>Figure I.18</b> : Mise en œuvre d'un stratifié unidirectionnel .....	18
<b>Figure I.19</b> : Éprouvette de traction .....	18
<b>Figure I.20</b> : Essai de traction .....	19
<b>Figure I.21</b> : Courbes contraintes-déformations déduites des essais de traction effectués sur les différents stratifiés.....	19
<b>Figure I.22</b> : modes de rupture.....	20
<b>Figure I.23</b> : Rupture des faces.....	20
<b>Figure I.24</b> : Flambage des peaux.....	21
<b>Figure I.25</b> : Flambage Générale.....	21
<b>Figure I.26</b> : Rupture par cisaillement de noyau.....	22



<b>Figure I.27</b> : Impression de noyau ou peaux.....	22
<b>Figure I.28</b> : Repliement de cisaillement.....	23
<b>Figure I.29</b> : Flambage intercellulaire.....	23
<b>Figure I.30</b> : application des structures de sandwich.....	24
<b>Figure II.1</b> : Flèches partielles (Reproduit de Plante ma.....	27
<b>Figure II.2</b> : Application des flèches partielles au calcul de la charge critique de flambage d'une poutre.....	27
<b>Figure II.3</b> : Modélisation du flambage local antisymétrique d'après Hoff (1945).....	28
<b>Figure II.4</b> : Modélisation du flambage local symétrique d'après Hoff (1945).....	29
<b>Figure II.5</b> : Champ des déplacements de Reissner-Mindlin.....	31
<b>Figure II.6</b> : Gauchissement de la fibre transverse sous HSDT1.....	32
<b>Figure II.7</b> : Champs de cisaillements transverses pour un stratifié [0/90/90/0].....	34
<b>Figure II.8</b> : Modèles de Reissner et Hoff en configuration déformée (Poutres).....	35
<b>Figure III.1</b> : Notation d'une plaque sandwich.....	40
<b>Figure III.2</b> : Mode de chargement en membrane .....	45
<b>Figure III.3</b> : Mode de chargement en flexion torsion.....	46
<b>Figure III.4</b> : Mode de chargement en cisaillement.....	47
<b>Figure VI.1</b> : plaque sandwich simplement appuyée.....	51
<b>Figure VI.2</b> : La variation de la flèche maximale <b>W0</b> en fonction de la longueur sandwich <b>a</b> .....	52
<b>Figure VI.3</b> : <b>Figure VI.3</b> : La variation de la flèche maximale <b>W0</b> en fonction de la largeur sandwich <b>b</b> .....	53
<b>Figure VI.4</b> : La variation de la flèche maximale <b>W0</b> en fonction de l'épaisseur de l'âme <b>h</b> .....	54
<b>Figure VI.5</b> : La variation de la flèche maximale <b>W0</b> en fonction de l'épaisseur de peau <b>h1</b> .....	55
<b>Figure VI.6</b> : La variation de la flèche maximale <b>W0</b> en fonction du rapport <b>a/b</b> .....	56
<b>Figure VI.7</b> : La variation de la flèche maximale <b>W0</b> en fonction du rapport <b>a/h</b> .....	57
<b>Figure VI.8</b> : La variation de la flèche maximale <b>W0</b> en fonction du rapport <b>a/h</b> .....	58
<b>Figure VI.9</b> : La variation de la flèche maximale en fonction du rapport <b>h/h1</b> .....	59

**LISTE DES TABLEAUX**

**Tableau I.1** : Désignation des peaux étudiées .....17

**LISTE DES SYMBOLES**

<b>Symbole</b>	<b>désignation</b>	<b>unité</b>
E	module d'Young	Mpa
$\sigma$	Contrainte	Mpa
G	module de cisaillement	Mpa
$\varepsilon$	Déformation	
$\delta_{ij}$	Symboles de Kronecker	
$h_1$ et $h_2$ ou (t)	épaisseurs de peau	mm
h	épaisseur de l'âme	mm
$q_0$	la charge appliquée	Mpa
$W_0$	flèche maximale	mm
$W_f$	flèche flexion	mm
$W_{cis}$	flèche cisaillement	mm
$\sigma_{CR}^{Global}$	contrainte critique de flambage global	
$\sigma_{CR}^{Local}$	contrainte critique de flambage local	
L	la longueur	mm
w	la profondeur de la perturbation	mm
$\tau$	Les champs de cisaillement transverses	
$P_{critique}$	la charge critique	Mpa



### Introduction générale

L'utilisation des matériaux composites se répand de plus en plus au besoin du marché industriel. Leurs caractéristiques, notamment mécanique (faible densité, grande résistance, rigidité importante et excellente dureté, bonne résistance chimique et meilleure tenue en fatigue), répondent aux exigences d'utilisation dans différents domaines tels que l'aéronautique, l'automobile, la navigation, la construction des articles de sports et de loisirs, le secteur ferroviaire, le génie civil ..... etc.

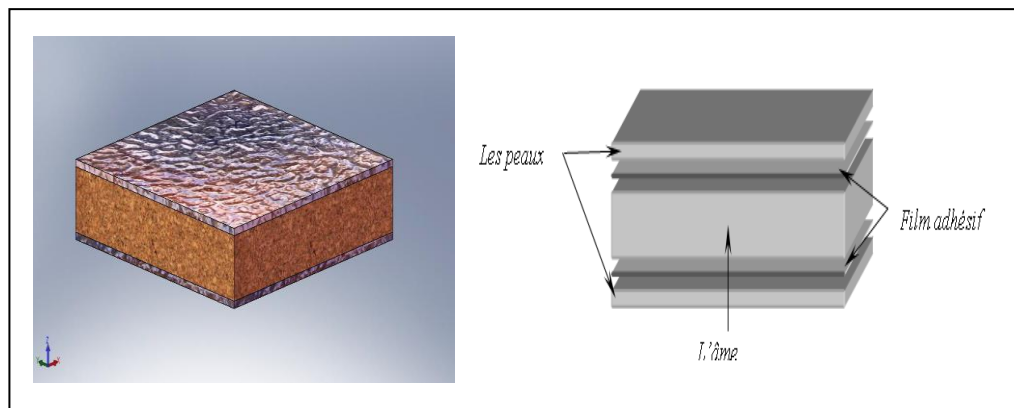
Parmi les matériaux composites les plus utilisés, on notera les matériaux sandwichs. Ces matériaux sont généralement constitués de deux couches ou peaux, de faibles épaisseurs et de haute résistance et une âme beaucoup plus épaisse et de faible densité. Grâce à leur configuration, les sandwichs mettent le profit de tous les avantages des structures constituées de deux membranes séparées par une certaine distance. Les structures sandwichs ont été les premières structures en matériau composite à combiner la légèreté et la performance au cours de ces dernières années, c'est pour cette raison que leur utilisation se répand dans plusieurs domaines industriels. Pour mener à bien ce travail, nous avons jugé utile de traiter ce mémoire en quatre chapitres, L'objectif principal de notre travail est d'étudier l'influence de propriétés géométriques sur le comportement des structures sandwich par un la théorie locale.

Le premier chapitre 'présentation des généralités' est dédié à une revue sur les structures tri-couches, procédés de fabrication types d'endommagements, et l'intérêt de son utilisation ainsi que les différents domaines d'application. Le deuxième chapitre comporte une recherche bibliographique qui nous a permis de prendre une idée sur les notions des structures multicouche et leurs théorie. Toutefois, les modèles sont classés en quatre catégories (les modèles simplifiés, 2D, 3D et les approches de type prédicteur /correcteur.), Cette diversité s'explique par l'impossibilité d'établir un modèle universel qui puisse décrire tous les matériaux utilisés, toutes les géométries et les chargements, l'ensemble des modes de ruptures et les différents problèmes de la mécanique des structures, de la flexion des poutres à la dynamique non linéaire ou à l'étude du post-flambement. Le troisième chapitre, présente plus important dans lequel on donne la démarche de la modélisation de manière détaillé, le en donnant les équations Fondamentales au bout de ce chapitre. Enfin, le quatrième chapitre regroupe les principaux résultats obtenus sur le comportement géométrique d'une plaque sandwich simplement supportée en utilisant Matlab, Une conclusion et perspectives sont dressées à la fin de ce chapitre.

*Chapitre I*  
**Généralités**

### I.1. Introduction :

Les matériaux composites sandwichs résultent, de l'association de deux peaux, de faibles épaisseurs, constituées de matériaux de haute résistance à la traction, et d'une âme beaucoup plus épaisse et de faible masse volumique. Ces structures complexes offrent de grandes potentialités aux concepteurs dans des domaines très divers. On peut d'abord songer à des applications structurales classiques pour lesquelles il faut combiner légèreté et rigidité, comme l'industrie aéronautique, ou généralement le transport, puisque ce type de matériau est utilisé, parmi d'autres, pour les TGV à deux niveaux. Ces matériaux sont employés comme structures primaires dans le cas des petites et moyennes unités. L'usage des sandwichs se répand aussi dans l'industrie du bâtiment et cette fois-ci, se sont leurs excellentes caractéristiques d'isolation thermique et acoustique qui sont considérées. Notre étude s'intéresse à des matériaux sandwichs symétriques



**Figure I.1** : Les différents constituants d'une structure sandwich [10].

### I.2. Historique :

Le concept de structure sandwich remonte assez loin puisqu'un français, Duleau, en 1820, puis un anglais, Fairbairn, en 1849, se sont intéressés aux avantages de structures constituées de deux membranes séparées par une certaine distance. Les panneaux sandwich ont été utilisés pour la première fois dans la construction de l'avion militaire britannique «*le Mosquito*» pendant la Seconde Guerre Mondiale. A la fin des années 50 et pendant les années 60, plusieurs types des plastiques alvéolaires ont été produits. Ils ont servi d'âmes pour les structures sandwichs. Aujourd'hui, il existe une large variété de polymères et autres qui sont utilisés pour constitués les panneaux sandwichs [1].



### I.3. Constituants d'un sandwich :

Une structure sandwich présente une solution de compromis permettant à la fois de rigidifier et d'alléger une structure. Elle est constituée généralement de trois composants de base possédant des propriétés différentes, mais complémentaires : les peaux, l'âme et l'adhésif. La figure I.1 présente les différents éléments constitutifs d'un matériau composite en construction sandwich :

- Les peaux
- l'âme
- L'adhésif de surface

#### I. 3.1. Les peaux (ou semelles) :

Généralement planes, qui reprennent les efforts de flexion. Elles peuvent être de plusieurs natures : en métal, en stratifié, en bois (contreplaqué) ou encore en plaque thermoplastique. Le choix de la nature de la peau s'effectue principalement en fonction des performances mécaniques exigées. Mais en général, une rigidité élevée et une excellente résistance à la compression et à la tension sont les principales qualités recherchées [1].

La figure I.2 illustre les différents matériaux de fabrication des peaux.

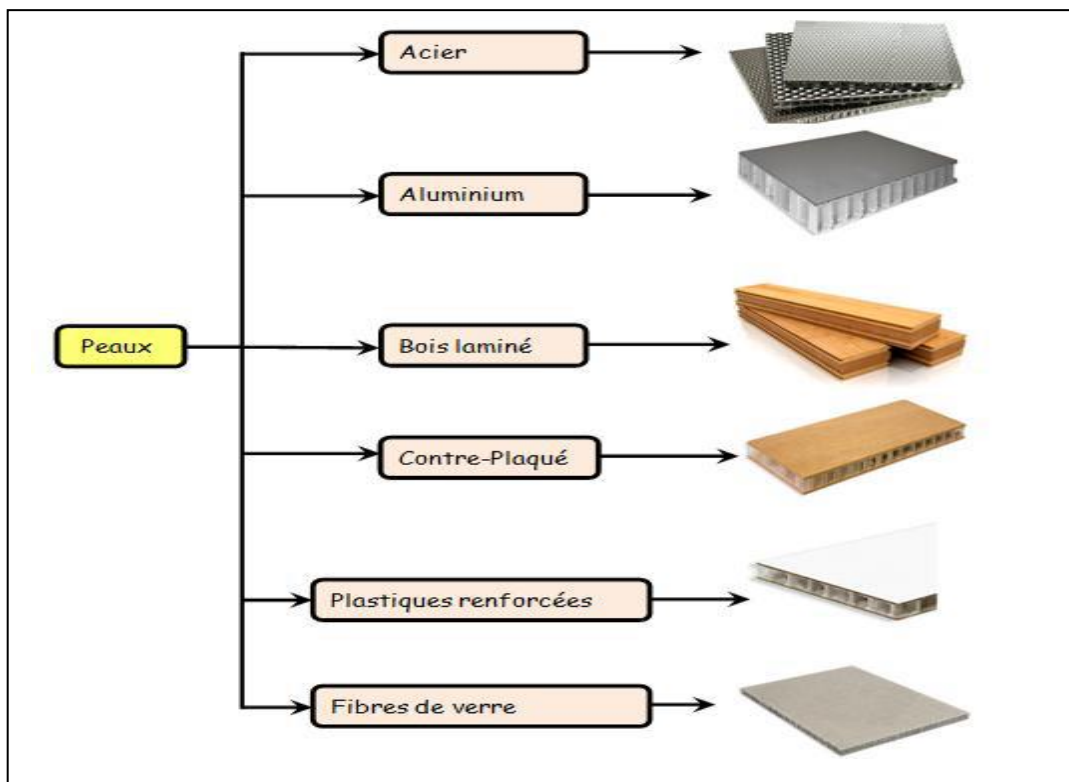


Figure I.2 : Matériaux pour les peaux [1].

### I.3.1.1. Quelque matériaux pour la fabrication des peaux :

-Les matériaux utilisés pour la fabrication des peaux peuvent être classés comme suit :

Une structure sandwich doit contenir deux faces (voir figure I.1). Ces deux faces sont en premier lieu pour résister aux charges planes. Ils peuvent être identiques ou différents en épaisseur et en propriété mécanique. Cependant, dans des cas spéciaux les peaux doivent être différents car l'un des deux peaux doit être le porteur des charges primaires exercées à une basse température quand l'autre face elle doit résister à haute température et à la corrosion de l'environnement etc....

Les faces peuvent être fabriqués par aramide, les fibres de verre, les fibres de carbone, acier inoxydable et l'aluminium, donnant une surface durable à la structure. Les propriétés demandées pour les faces sont [11] :

- Haute rigidité
- Haute module de Young pour le compression et traction
- résistance à l'impact
- résistance environnementale
- résistance d'usage.

### I.3.2. L'âme :

- C'est l'élément central d'une structure sandwich. Elle se caractérise par une faible masse et des faibles caractéristiques mécaniques. Son rôle principal est de supporter les efforts de compression et de cisaillement engendrés suite au mouvement de glissement des peaux sous chargement, et de maintenir leur écartement. En effet, si l'épaisseur des panneaux n'est pas maintenue constante, il en résulte une diminution des capacités des peaux externes à résister à la flexion. L'épaisseur élevée de l'âme a pour but d'accroître le moment d'inertie du panneau sans augmenter la masse volumique. Les types d'âmes les plus communs dans le secteur industriel sont : le bois de balsa, les nids d'abeilles et les mousses en polymères rigides. La figure I.3 ci-dessous représente les matériaux de fabrication de ces types. Les structures sandwichs sont classées selon la nature de leurs âmes. Les âmes peuvent être classées en trois catégories principales, les mousses, les mousses renforcées et les parois minces [1].

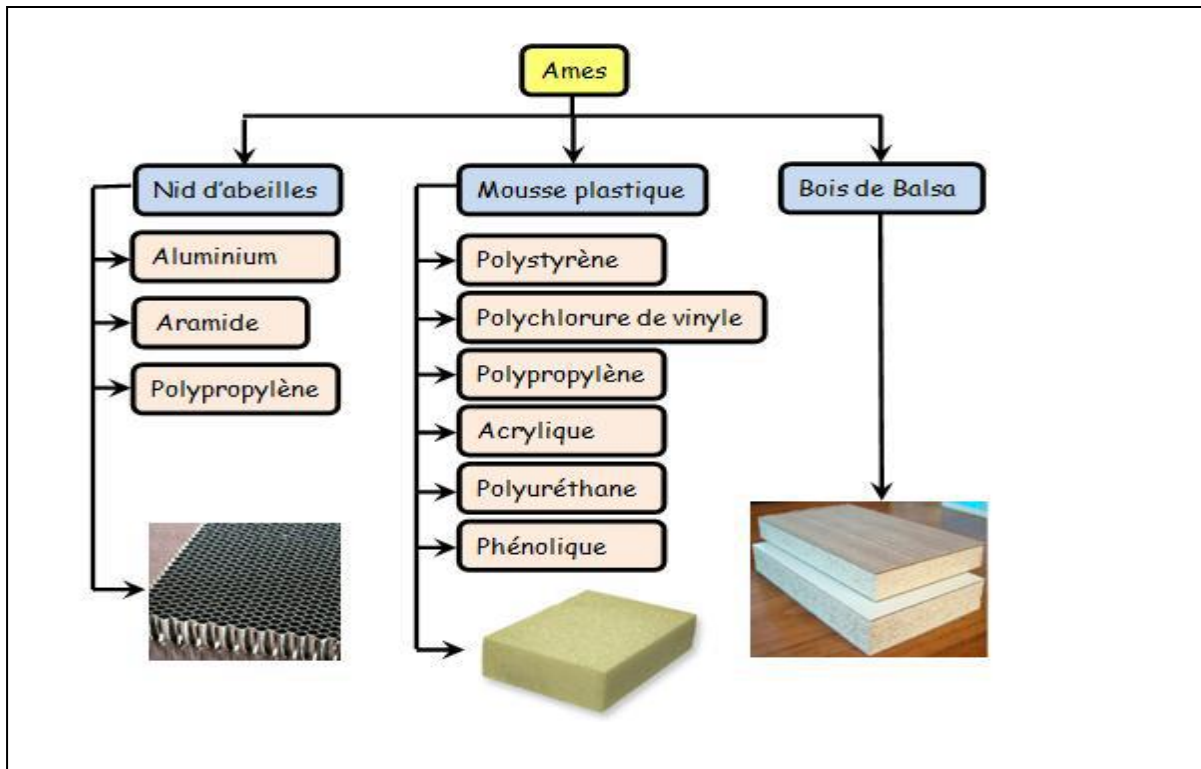


Figure I.3 : Matériaux pour les âmes [1].

### I.3.2.1. Quelque matériaux pour la fabrication de l'âme :[11]

-Les matériaux utilisés pour la fabrication de l'âme peuvent être classés comme suit :

#### a. Bois de Balsa (Balsa Wood) :

-Le bois de balsa est utilisé pour sa très bonne résistance à la compression dans le sens des fibres du bois. Il a une structure cellulaire, le bois de balsa permet de fabriquer des sandwichs hautement résistants et très légers. La masse volumique de ce type d'âme varie entre 40 et 250 kg/m<sup>3</sup>.

Le bois de balsa est aussi un isolant thermique mais pour conserver cette propriété, il doit être traité avec un produit hydrofuge puisqu'il est très hygroscopique. Le sens des fibres du balsa doit toujours être perpendiculaire à la direction des peaux.

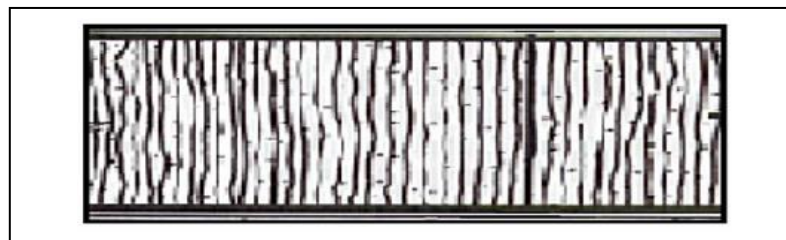


Figure I.4 : Structure sandwich en bois de balsa et peaux en stratifié



**b. Mousse de PVC lié Croisé :**

La mousse de polyvinyle chlorite est manufacturée par combinaison polyvinyle copolymère avec stabiliser, plastifieur, cross landing, des composés et agent de soufflage. Ils offrent une combinaison magnifique de renforcement et poids avec des rangs des densités entre (64 et 477 Kg/m<sup>3</sup>). [11]

**c. Mousse thermoplastique :**

-C'est une matière très légère sa densité est 2lb/ft<sup>3</sup> (32Kg/m<sup>3</sup>).[11] Elle offre de basses propriétés mécaniques. Le polystyrène peut être attaqué et déssolu par le polyester. Elle a des applications à implantation et non structurel.

**d. Mousse de polyuréthane :**

-Elle a une large gamme de densités (32 jusqu'a 320.4Kg/m<sup>3</sup>), mais elle n'offre par de bonnes caractéristiques pour être utilisée dans les applications de structure.

**e. Mousse syntactique :**

-Elle est fabriquée par mixage d'une cavité de micro sphère en résine .

**f. Mousse de PVC linéaire :**

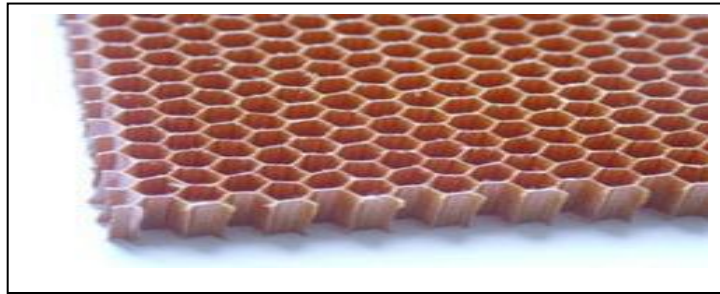
-Elle est produite principalement pour l'industrie marine et elle permet le débattement significatif devant la fatigue. A la comparaison avec le PVC croix lies , la PVC linéaire donne des propriétés statiques favorables et la meilleure capacité a l'absorption de l'impact.



**Figure I.5 :** L'âme de Mousse [6].

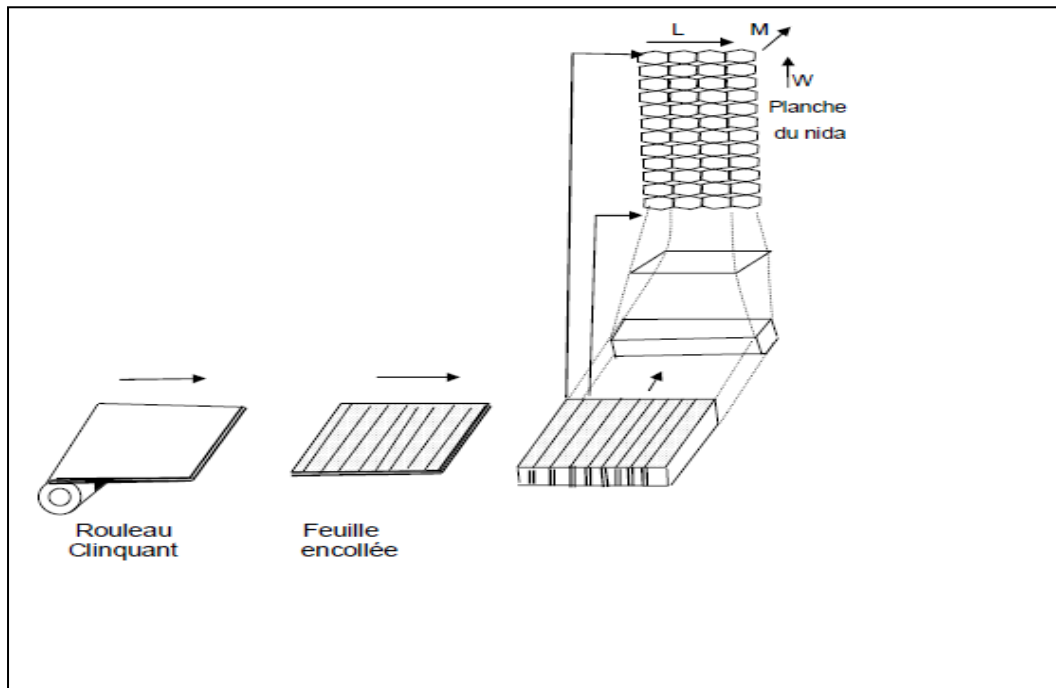
**g. Nid d'abeille:**

-L'âme en nid d'abeilles, connue sous le nom «Nida », est un matériau structural souple constitué de mailles hexagonales, réalisée à partir de différents matériaux comme par exemple le papier ou l'aluminium.



**Figure I.6 :** Âme en nid d'abeilles [1].

Le Nida a des propriétés mécaniques supérieures à celles des mousses. Sa masse volumique peut varier entre 15 et 160 kg/m<sup>3</sup> ; son épaisseur entre 3 et 150 mm.



**Figure I.7 :** Fabrication du nid d'abeille [5].

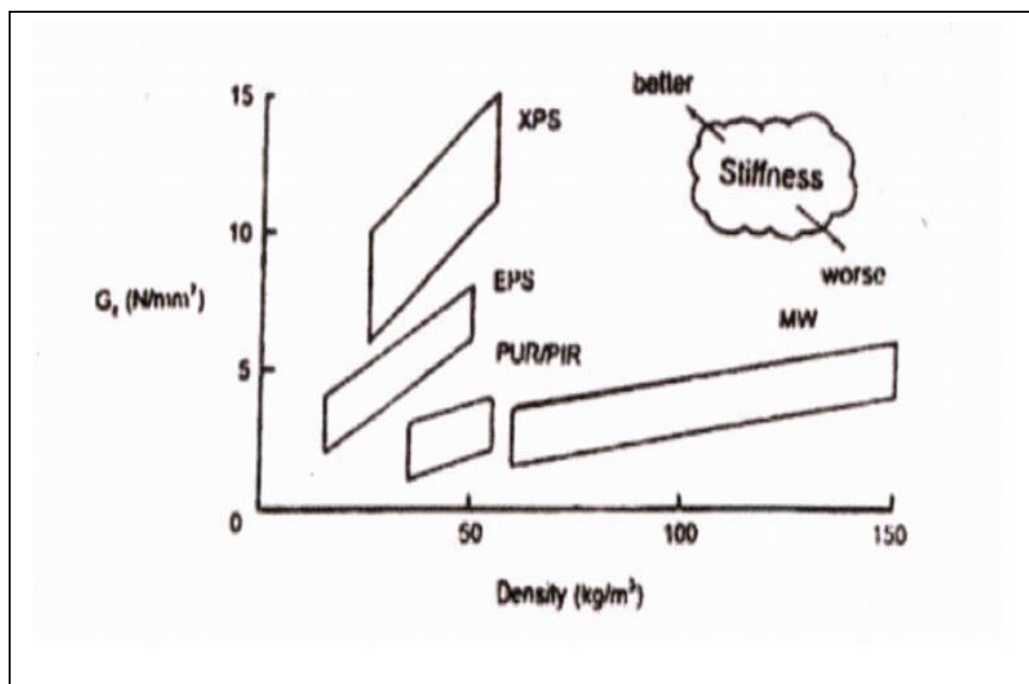
-Lorsque des structures sandwich constituées d'une âme Nida sont soumises a un chargement. Les efforts en flexion sont absorbés par les deux peaux tandis que les efforts en cisaillement se repartissent entre les peaux et l'âme en Nida. L'ensemble offre a cette structure sandwich légèreté, rigidité, stabilité dimensionnelle et résistance à la corrosion (Nidas non métalliques).

#### h. Mousse de PMI :

-La mousse de poly méthacrylate imide (PMI) et généralement utilisé pour des composites de construction avancé de fait de sa capacité à la résistance à des températures au dessous 176°C.

#### J. Contre plaque :

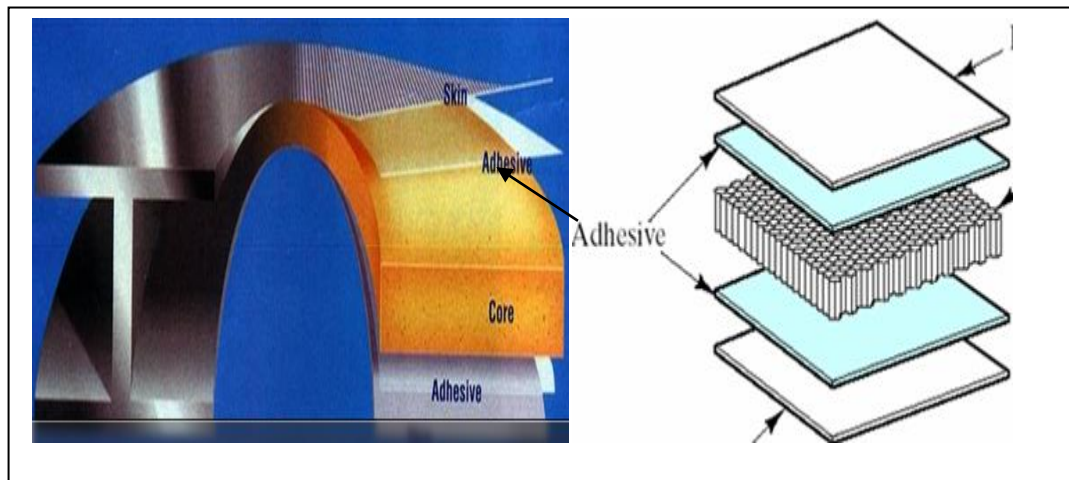
-En regardant l'absorption de l'humidité, c'est un matériau pauvre pour les applications d'extérieure. Autre types d'âmes peuvent être compare par le graphe de module de cisaillement en fonction à la densité (la figure I.8) .



**Figure .I.8.** La rigidité de cisaillement des matériaux typique de la mousse en fonction de Densité [11].

### I.3.3. Adhésive :

-Les conditions de l'adhésive sont fréquemment décrites comme étant la ligne de la liaison qui doit avoir au moins les même efforts de tension et cisaillement que celle du matériau de l'âme. Les caractéristiques de la matière utilisée comme "adhésive" sont très importants pour la performance de la structure sandwich puisque les faces et l'âme doivent agir comme une ensemble ainsi que la prise en compte de la compatibilité avec les matériaux de faces et de l'âme.



**Figure I.9 :** Mécanismes d'adhésion [8].

-Cet élément est d'une importance cruciale, il solidarise l'âme et les peaux. Il doit permettre un bon assemblage de la structure en formant une liaison continue, non poreuse et d'épaisseur constante. Par ailleurs, et une bonne transmission des contraintes d'un milieu à l'autre est nécessaire, Pour cela, la principale caractéristique de l'adhésif doit être une bonne résistance au cisaillement. Dans le cas de peaux en matériau composite, l'insertion de cette troisième phase peut être évitée par l'utilisation d'une résine auto-adhésive .

### I.4. Procédés de fabrication :

-La fabrication de structures sandwiches fait appel, dans un grand nombre de cas, à des technologies de transformation standard des composites (moulage au contact, moulage au sac sous vide, moulage par injection de résine, moulage à la presse, moulage par enroulement filamentaire ou centrifugation...), qui permettent d'intégrer une âme dans l'épaisseur de la structure ainsi fabriquée. On citera dans cette partie les procédés les plus utilisés pour l'élaboration d'un sandwich. [11]

**I.4.1. Technologies par voie humide (imprégnation directe) :**

-Les sandwichs peuvent être obtenus traditionnellement par des procédés de mise en œuvre dits par « voie humide », les renforts secs étant imprégnés par la résine thermodurcissable au cours de la mise en forme, soit par moulage au contact, soit par projection simultanée, soit encore par injection de résine, ou par enroulement filamentaire.

Les structures obtenues par contact ou projection simultanée présentent des propriétés mécaniques moyennes, en particulier si les peaux ont été fabriquées à partir de fibres coupées. Le taux de résine, le taux de porosité et, plus généralement, la qualité du stratifié, dépendent de l'habileté du mouleur.

Celles produites par enroulement filamentaire ou par injection de résine (sous vide ou sous pression) présentent des propriétés mécaniques plus élevées du fait de l'utilisation possible de renforts à fibres continues (unidirectionnels, tissus) et de l'obtention de taux de fibres plus importants .

**I.4.2. Technologies par voie sèche (imprégnation indirecte) :**

-Les procédés de mise en œuvre par voie sèche (ou procédés d'imprégnation indirecte) consistent à réaliser des structures sandwiches dont les peaux sont obtenues à partir de pré-imprégnés.

La mise en œuvre peut s'effectuer sous vide en étuve, sous presse chauffante, ou sous vide en autoclave. Le recours aux pré-imprégnés permet de garantir une imprégnation des renforts uniforme et de qualité, et confère à la pièce sandwich de bonnes propriétés mécaniques résultant du taux de fibres élevé. L'excès de résine contenu dans le pré-imprégné, qui sera extrait par l'application de la pression et de la température adéquates, peut être utilisé pour assurer le collage âme/peau .

**I.4.3. Assemblage par collage :**

-L'assemblage des sandwichs par collage reste un procédé très répandu, qui consiste à associer à l'aide d'un adhésif l'âme et les peaux préalablement préformées. Les phases de mise en forme et d'assemblages sont alors bien distinctes. La préparation des surfaces est une étape importante qui permet d'assurer une adhésion de qualité :

Nettoyage afin d'éliminer les matières grasses ou la poussière ;

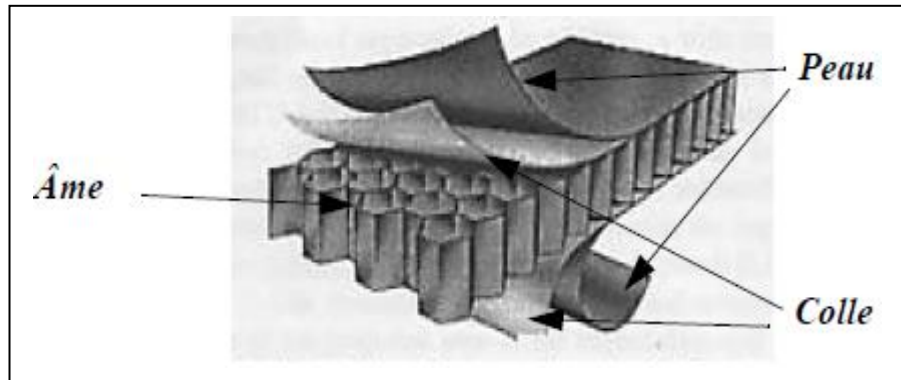
Augmentation de la rugosité ;

Apprêt par attaque chimique des peaux métalliques...

L'adhésif, dont la nature est fonction des matériaux constitutifs du sandwich, doit être appliqué uniformément. L'empilement (âme + adhésif + peaux) est chauffé et mis sous



pression, l'application de la pression pouvant se faire à la presse, en autoclave sous vide, par moulage au sac.



**Figure I.10 :** Assemblage par collage [14]

#### **I.4.4 .Moussage (in situ) :**

-La mise en œuvre de sandwichs par expansion « in situ » de la mousse formant l'âme est un procédé initialement développé pour les composites thermodurcissables, et essentiellement appliqué aux mousses polyuréthanes et phénoliques.

Le principe consiste à injecter le polymère d'âme mélangé à son agent gonflant entre les peaux préformées préalablement positionnées dans un moule ou un caisson de coulée.

Cette technologie de mise en œuvre permet d'obtenir aisément des structures de géométries complexes ne se limitant pas à des panneaux plans, et de réaliser des pièces présentant un bon aspect de surface, si les peaux ont été moulées sur leur face extérieure. Elle conduit cependant à la fabrication de pièces pouvant présenter des âmes à densités hétérogènes, et ce d'autant plus que la géométrie est complexe avec des variations d'épaisseurs .

#### **I.4.5 .Moulage de panneaux en continu :**

-La fabrication de panneaux sandwichs peut également être réalisée en continu, au moyen d'un procédé pouvant être totalement automatisé. Une grande liberté est laissée au concepteur quant au choix des matériaux constitutifs des peaux (feuilles métalliques, pré-imprégnés, tissus secs, polymères...) qui se présentent sous forme de rouleaux. Un film adhésif est inséré, si nécessaire, entre l'âme et les peaux. La mise en forme des panneaux s'effectue généralement par compression entre rouleaux de calandrage. L'ensemble est dans un premier temps, chauffé sous pression afin d'assurer l'adhésion entre l'âme et les peaux, puis refroidi, toujours sous pression, de manière à consolider le sandwich [11].

### **I.5. Différences entre un stratifié et un sandwich :**

-L'approche sans doute la plus naturelle est de considérer un sandwich comme n'étant rien d'autre qu'un stratifié à trois couches, ces couches ayant des propriétés autres que dans le cas d'un «stratifié classique» à cause de l'utilisation spécifique à laquelle on le destine. Aussi peut-on se demander quelles différences il y a vraiment entre un stratifié et un sandwich .

#### **I.5.1. Une différence de définition :**

- Dans la littérature, la différence n'est pas toujours très nette entre les deux, car la définition même d'un sandwich est sujette à caution :

- pour certains, c'est l'épaisseur de la couche centrale, importante face à celle des autres couches, qui suffit à définir un sandwich ;
- pour d'autres c'est la valeur du rapport rigidité de l'âme sur rigidité des peaux qui est déterminant, plus que l'épaisseur ;
- pour d'autres, les critères précédents doivent être satisfaits tous les deux pour que l'on ait un sandwich ;
- en fait, ce qui fait l'unanimité, c'est plutôt le type d'utilisation que l'on fait d'un tel matériau :
- dans le cas d'un stratifié, les couches, qui ont généralement des rigidités comparables, sont assemblées dans le but d'obtenir un matériau conjuguant les différentes propriétés physico-chimiques des couches ;
- dans le cas d'un sandwich, l'âme a une rigidité très inférieure à celles des peaux. Mais cela n'est pas important dans la mesure où son rôle n'est pas de participer à la rigidité du matériau, mais simplement de «l'épaissir» pour augmenter son moment d'inertie tout en préservant les peaux du flambement, et ceci pour un poids le plus faible possible. Ce n'est pas la rigidité mais la résistance au cisaillement qui est le facteur prépondérant lors du choix du matériau de l'âme .

#### **I.5.2. Une différence ?:**

-D'un point de vue numérique, si l'on ne prend en compte que la répartition des contraintes dans les couches, il n'existe pas ou peu de différences entre un stratifié et un sandwich.

Par contre, si l'on tient compte de la spécificité de la nature de l'âme (faibles propriétés mécaniques comparées à celles des peaux), de nombreuses différences « physiques » apparaissent entre stratifié et sandwich, comme indiqué dans , notamment les modes de rupture , ou la nature viscoélastique (fluage, propriété amortissantes) de l'âme [13].

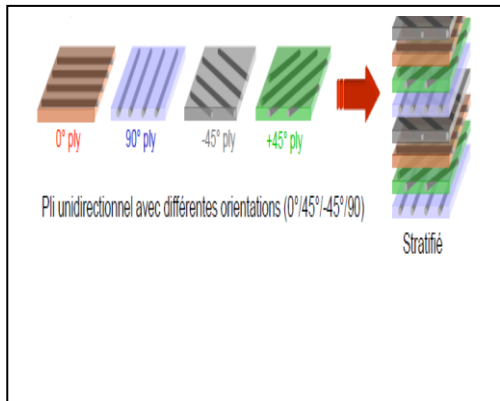


Figure I.11 :un stratifié [6].

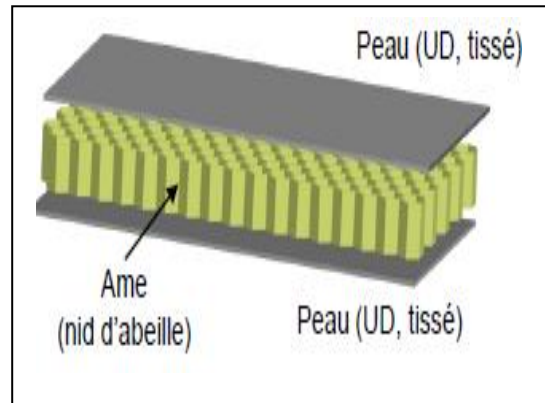


Figure I.12 :un sandwich [6].

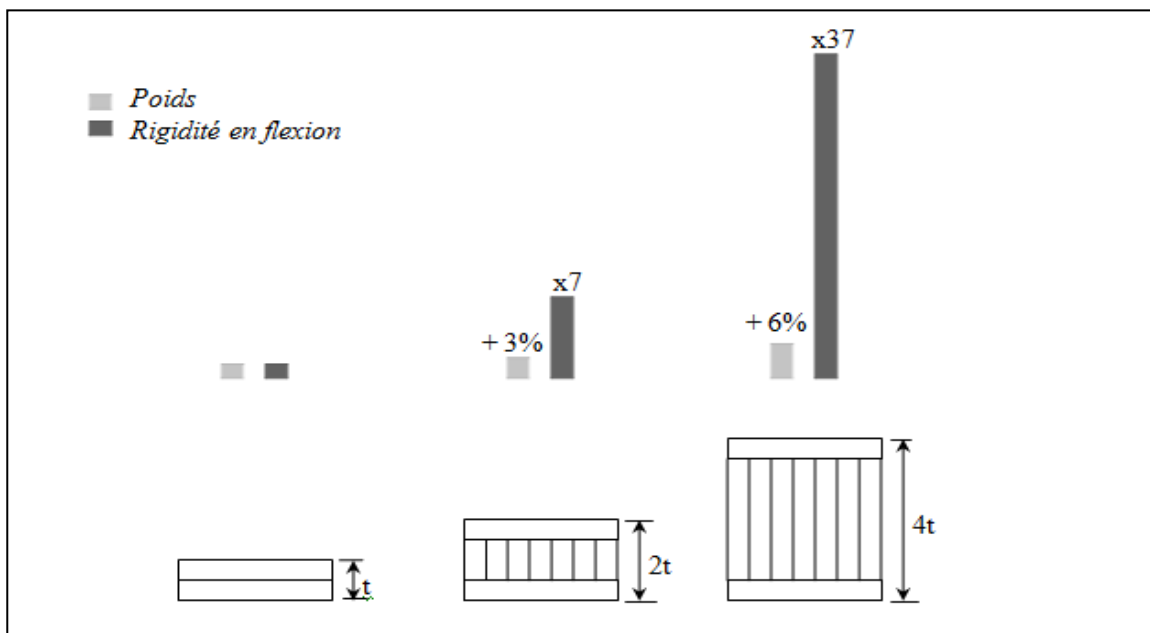


Figure I.13: L'effet de l'épaisseur de l'âme sur la rigidité en flexion d'une structure sandwich [10].

## I.6.comportement en statique des constituants des sandwichs :

### I.6.1. Comportement en compression sur « âmes » :

La rigidité en flexion d'un matériau sandwich dépend de la distance entre les peaux lors de l'application des charges, cette distance doit être maintenue pour conserver une bonne rigidité en flexion. Par ailleurs, sous l'effet de la charge localisée, le matériau sandwich est soumis à des poinçonnements localisés. Ainsi le comportement en compression dans l'épaisseur des panneaux joue un rôle important pour conserver au matériau sandwich de bonnes propriétés pour des charges élevées [9].

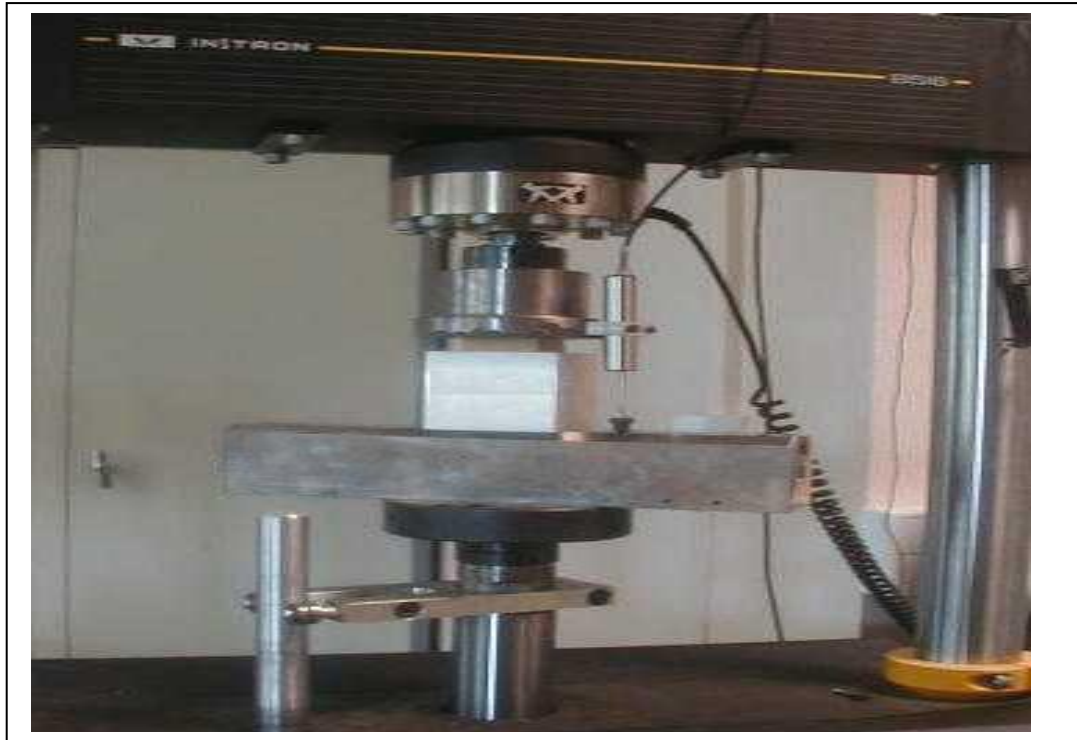


Figure I.14 : Essai de compression [9].

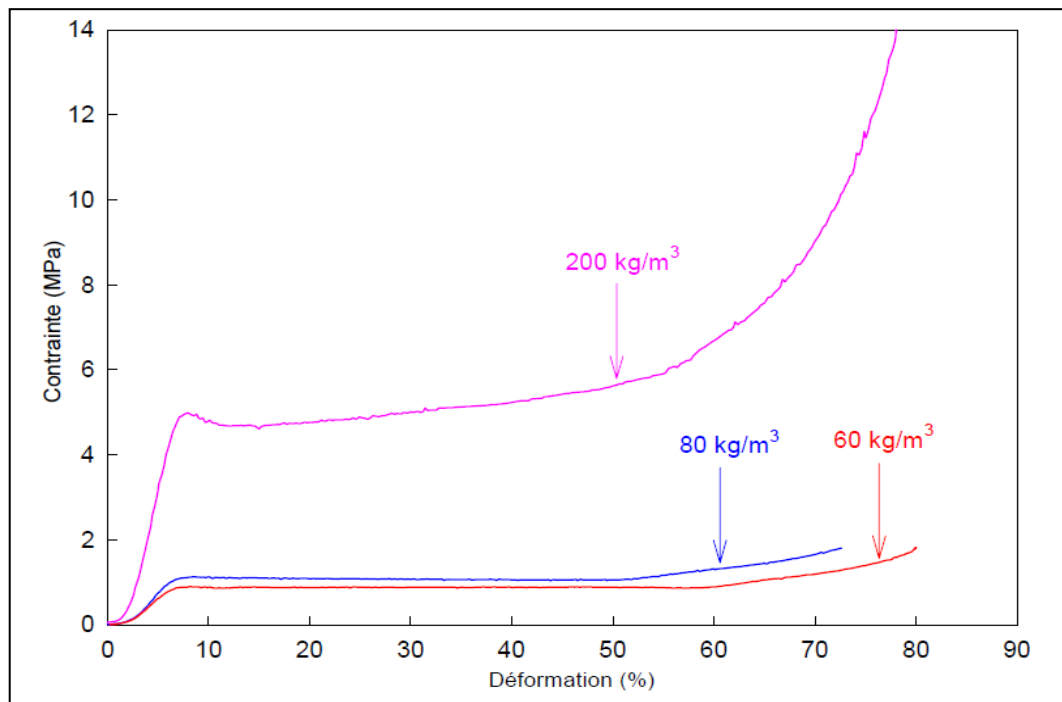


Figure I.15 : Courbes contrainte-déformation déduites des essais de compression pour les différentes mousses [9].

### I.6.2 .Comportement en cisaillement sur « âmes » :

Dans une structure en matériau sandwich, le comportement en cisaillement de l'âme est déterminant, puisque l'âme a pour fonction de transmettre par cisaillement les contraintes de traction-compression entre les deux peaux. Les propriétés en cisaillement des mousses sont mesurées dans des essais de cisaillement parallèles aux plans des panneaux fournis par le fabricant, suivant la norme NF T 54-605 (figure I.16) .

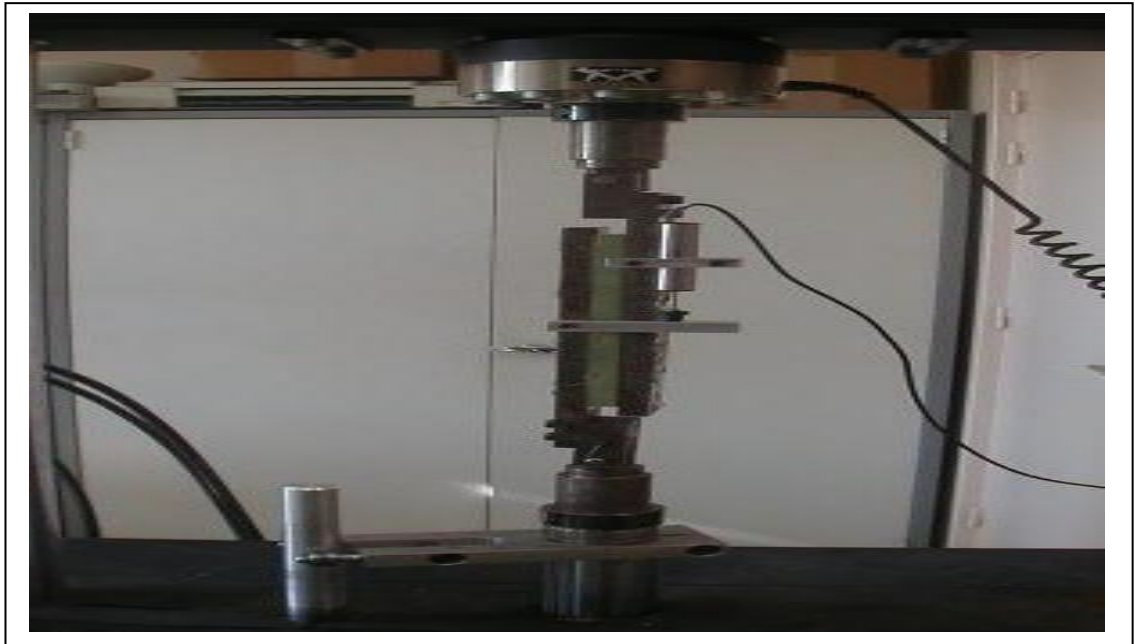


Figure I.16 : Essai de cisaillement [9].

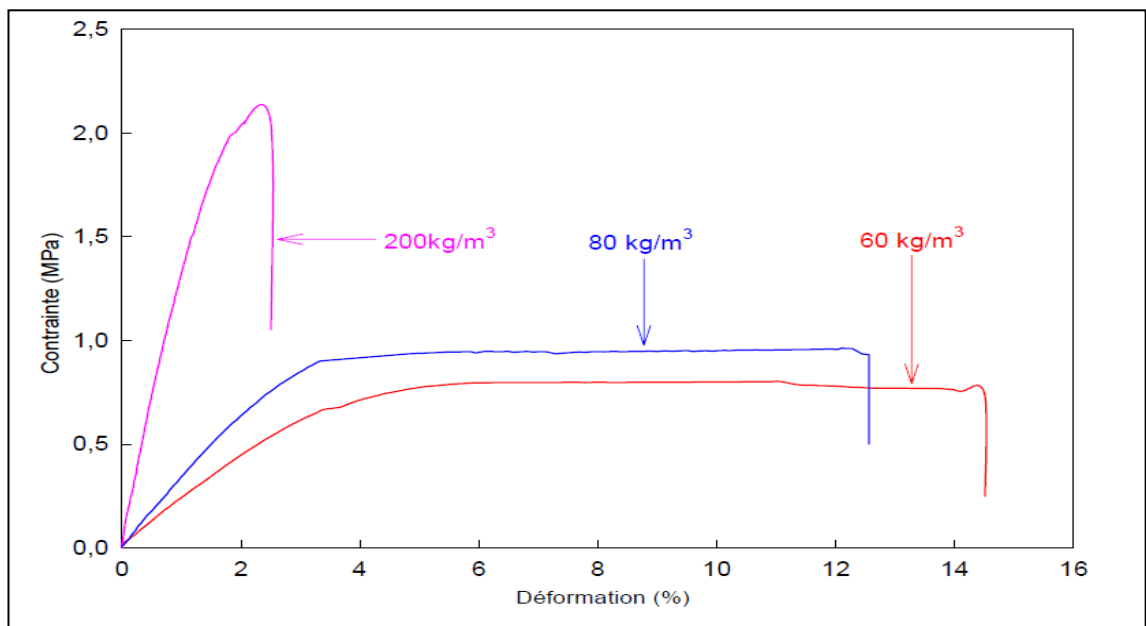


Figure I.17 : Courbes contrainte-déformation déduites des essais de cisaillement pour les différentes mousses [9].



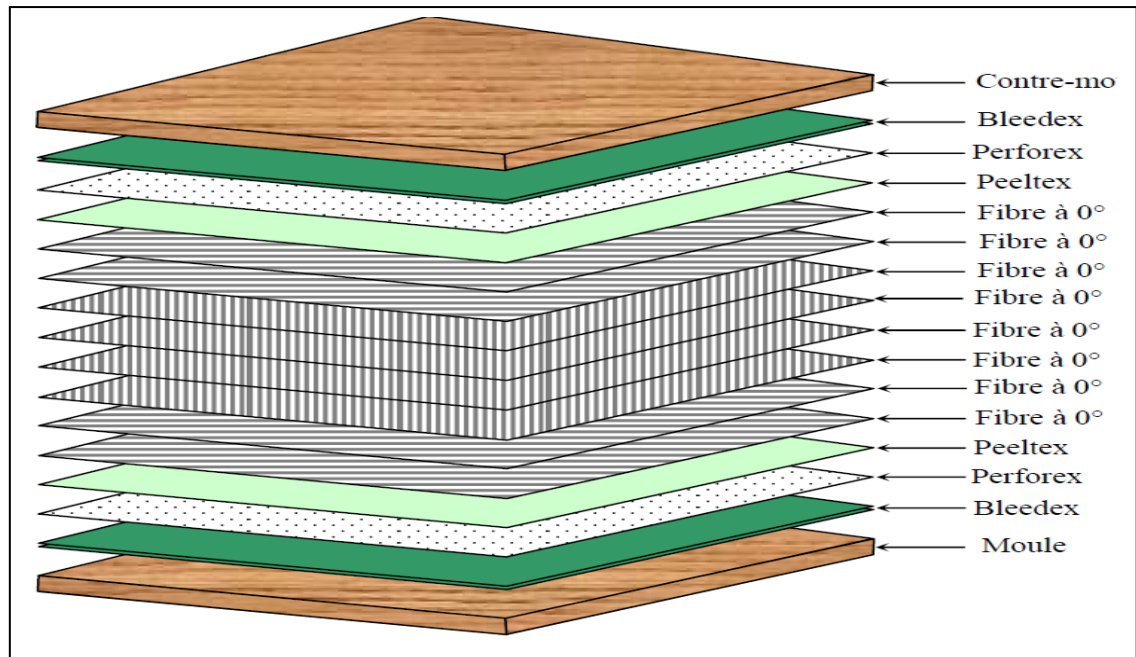
### I.6.2.1. Mise en œuvre des Peaux :

La mise en œuvre des stratifiés est réalisée par moulage sous vide, par la technique dite du " sac " . Les différentes couches sont stratifiées et imprégnées à température ambiante, puis moulées sous vide entre le moule et le contre moule après interposition de divers tissus de moulage (figure .I.18). Le Peeltex est un tissu de délamination dont la fonction est de préparer les surfaces du stratifiés pour assurer, après délamination du tissu, une bonne interface pour toute opération de collage (sur l'âme par exemple) ou de finition. Le tissu Peeltex est ensuite recouvert d'un film plastique perforé, le "Perforex". Ce film permet d'assurer l'homogénéité de la résorption de la résine. Enfin un composant final, le "Pleedex" est déroulé sur le Perforex, de manière à assurer un vide uniformément réparti. Cet ensemble est mis dans une poche dans laquelle on fait un vide (dépression de 30 kPa) pendant 10 heures à température ambiante. L'interposition d'un moule et d'un contre moule permet de contrôler l'épaisseur des plaques réalisées. La découpe des plaques sous forme d'éprouvettes est réalisée ensuite à l'aide d'une tronçonneuse à disque diamanté .

**exemple :**

Renforts	Unidirectionnel	Tissu unidirectionnel	Taffetas	Sergé
Masse surfacique (g/m <sup>2</sup> )	300	290	202	300
Séquence d'empilement	[0 <sub>4</sub> ] <sub>s</sub>	[Tissu <sub>4</sub> ] <sub>s</sub>	[Taffetas <sub>6</sub> ] <sub>s</sub>	[Sergé <sub>4</sub> ] <sub>s</sub>
Epaisseurs (mm)	2,2	2,3	2,4	2,2

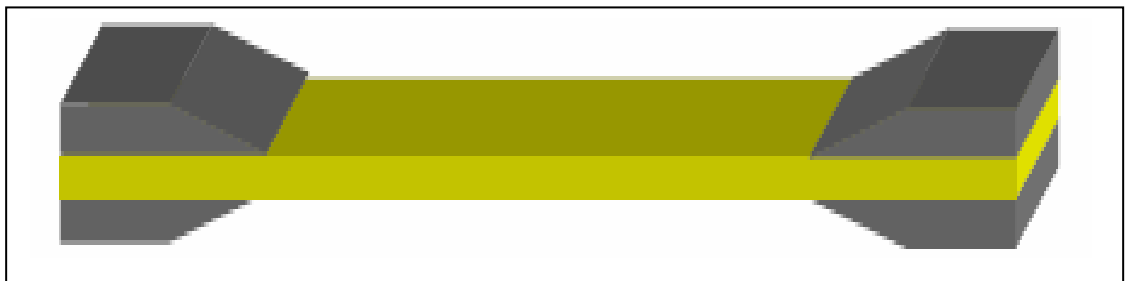
**Tableau .I.1:** Désignation des peaux étudiées.[9]



**Figure I.18 :** Mise en œuvre d'un stratifié unidirectionnel [9].

### I.6.2.2. Caractérisation mécanique des peaux :

Les propriétés en traction des stratifiés ont été déterminées dans des essais de traction effectués sur des éprouvettes avec talons en aluminium collés conformément à la désignation D3410 préconisée par l'ASTM (figure .I.19) .



**Figure I.19 :** Éprouvette de traction [9].

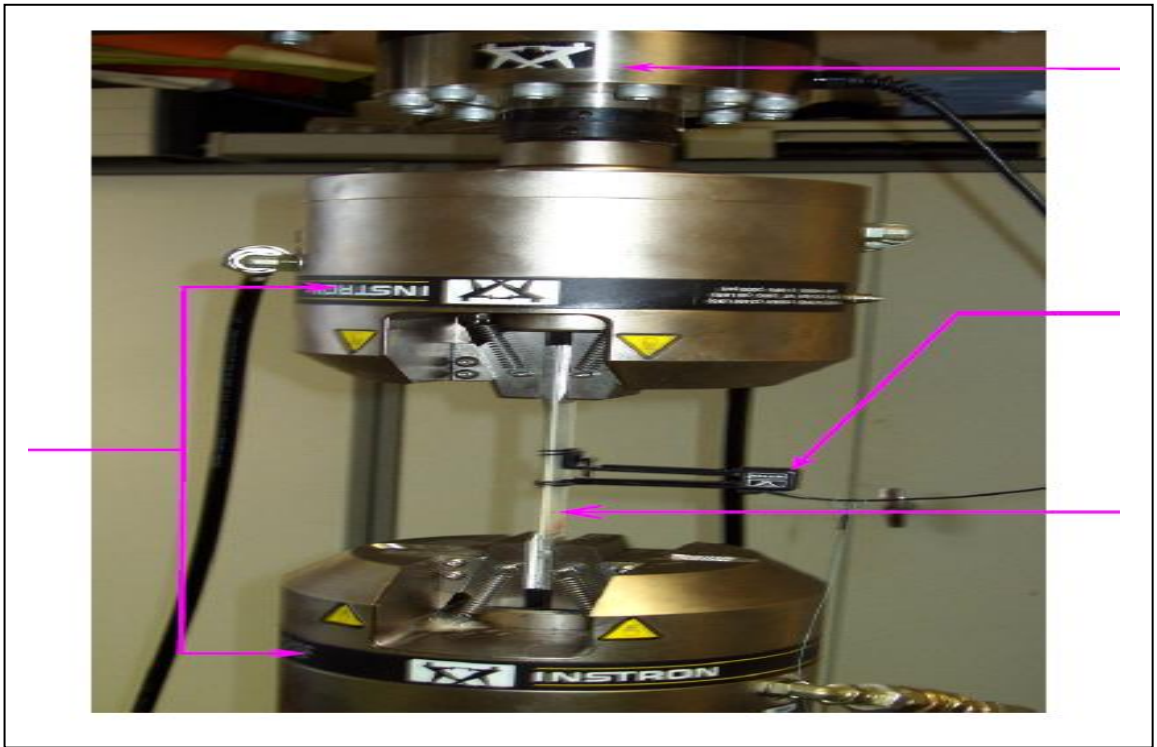


Figure I.20 : Essai de traction [9].

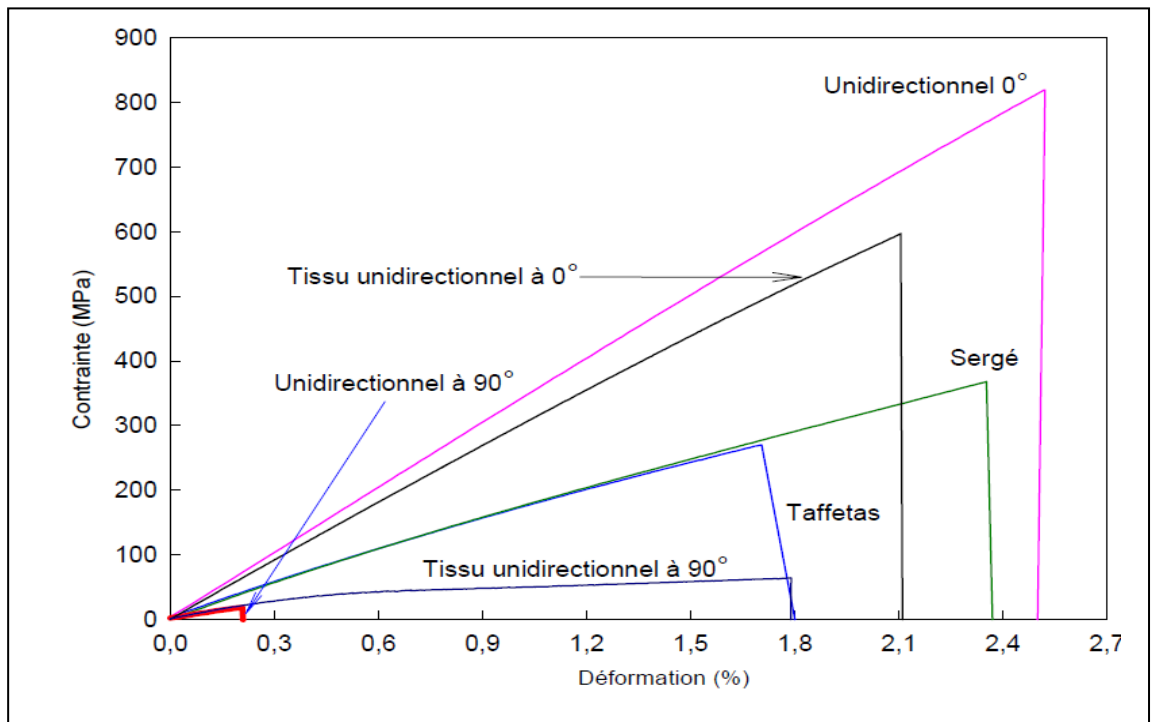


Figure I.21 : Courbes contraintes-déformations déduites des essais de traction effectués sur les différents stratifiés [9].

### I.7. Les modes de rupture :

-Il y a différents modes d'endommagement qui peuvent être considéré, dépendant de la géométrie du panneau de sandwich et de la configuration de chargement. La structure endommagera quelque soit le mode de rupture produit à la plus basse charge [11].

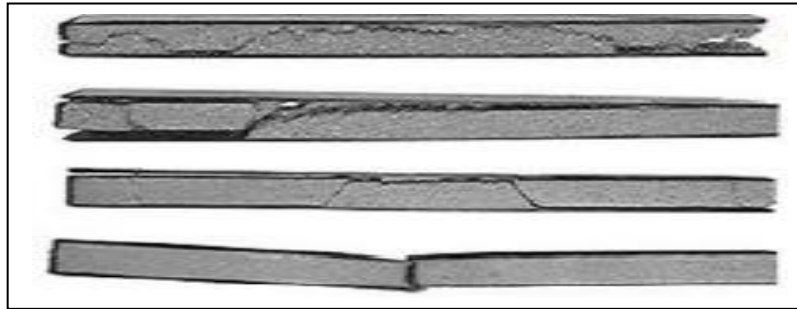


Figure I.22 : modes de rupture

#### I.7.1. Rupture de la peau sous traction ou compression :

-On considère la face ou le noyau endommagé si la rupture commence ou si le composant a réellement rompu. Par conséquent pour chaque matériau utilisé, il y aura un effort maximal admissible, que ce peut être un point ou un effort de rupture. Le critère de rupture est quand l'effort maximum atteint cette valeur permise. Pour la plupart des situations de chargement, les efforts normaux dans les faces sont habituellement plus grands que les efforts de cisaillement dans le noyau et les faces.

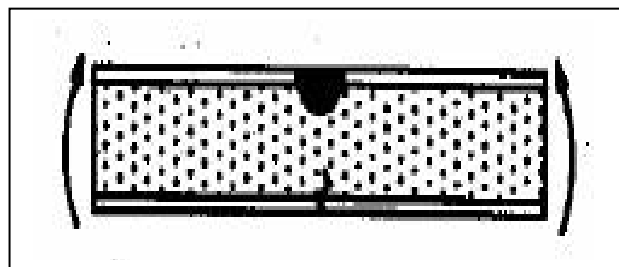


Figure I.23: Rupture des faces [11].

#### I.7.2. Flambage des peaux :

-Une poutre sandwich soumise a une compression peut céder sous l'effet des conditions d'instabilité concernant toute la poutre : le flambement. Le flambement généralisé peut aussi survenir quand les contraintes dans les peaux et dans l'âme sont inférieures aux résistances a la rupture. La charge qui cause le flambement du sandwich dépend de paramètres tels que les dimensions dans le plan de la poutre et les conditions aux limites. Ce type de déformation est causé par une épaisseur insuffisante de la structure, ou la faible rigidité de l'âme .

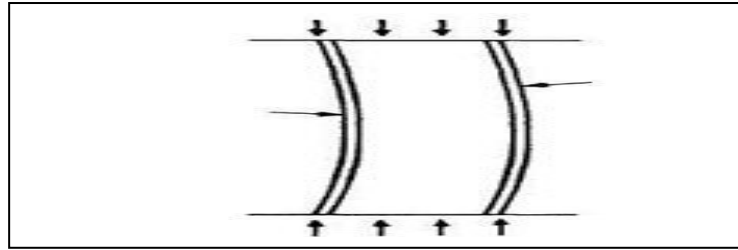


Figure I.24 : Flambage des peaux [11].

### I.7.3. Flambage générale :

Il faut éviter ce phénomène puisqu'une structure qui flambe perd ses possibilités d'accomplir son but. La charge de flambage peut être la charge finale que la structure peut soutenir, parce que dans sa forme flambée elle ne peut pas supporter des chargements additionnels .

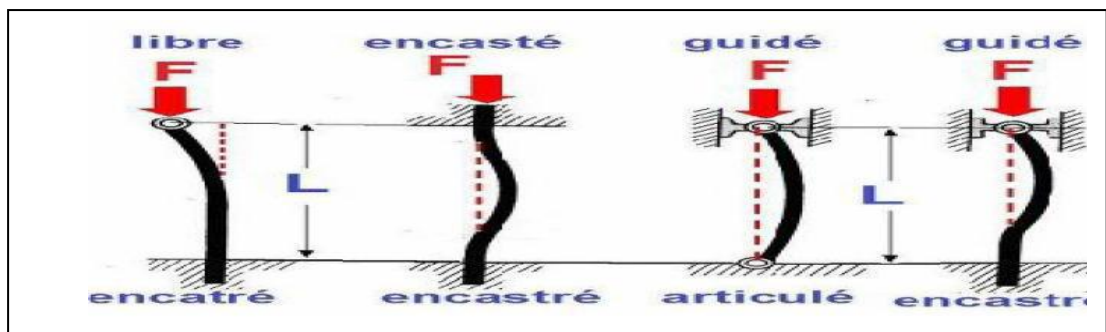
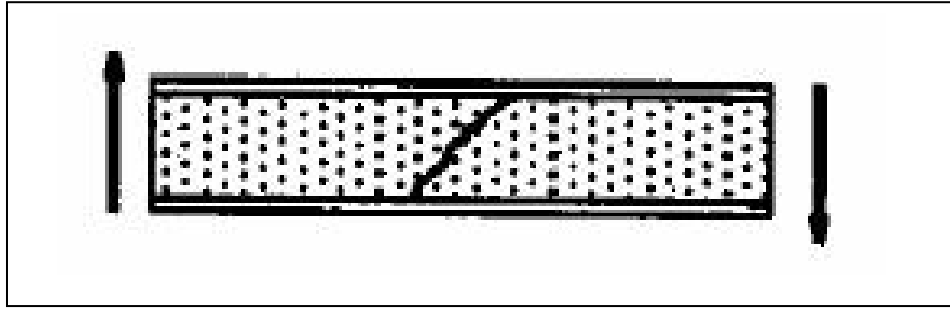


Figure I.25: Flambage Générale [11].

### I.7.4. Rupture de noyau par cisaillement :

-Le matériau du noyau est principalement soumis au cisaillement puisqu'il supporte presque la force transversale entière. D'une façon générale les efforts de cisaillement dans le noyau sont grands comparés aux efforts normaux; donc la rupture se produira quand l'effort de cisaillement maximum excède la force maximale supportée par le noyau. Cette force maximale dépend de la densité de la mousse .





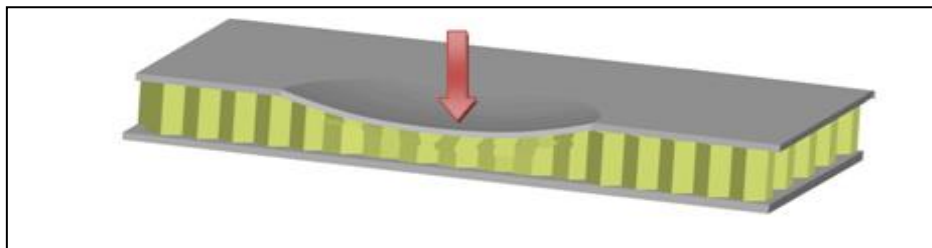
**Figure I.26 :** Rupture par cisaillement de noyau [11].

### **I.7.5. Délaminage :**

-L'endommagement du lien entre les faces et le noyau s'appelle le délaminage, il est dû à la surcharge. L'effort de cisaillement dans la ligne de liaison est presque aussi haut qu'au milieu du noyau, et si le joint adhésif a moins de résistance que le noyau il endommagera avant le noyau. Ceci devrait être évité en choisissant le meilleur adhésif et les bonnes méthodes de mise en œuvre. Le lien sera également soumis aux efforts élevés exercés à hautes températures sur les faces, par exemple soleil. Le noyau est habituellement un très bon isolateur thermique, en contraire des peaux, particulièrement si ces faces sont métalliques. Le joint adhésif endommagera également en raison de la fatigue, de l'impact ou du vieillissement. Le problème principal de l'endommagement de l'adhésif est qu'il est occulté. Il peut commencer à croître et atteindre des niveaux critiques avant d'être détecté .

### **I.7.6. Impression de noyau ou de peaux :**

-L'impression possible des peaux et du noyau est due aux concentrations d'effort induit quand des charges sont fortement localisées. Quand une charge est appliquée directement, il y a également la possibilité du courbement de la face où la charge est localisée .



**Figure I.27:** Impression de noyau ou peaux [12].

### I.7.7. Repliement de cisaillement :

-La rupture par repliement de cisaillement est réellement identique au mode de flambage considérant les faces minces. Le repliement de cisaillement est un endommagement d'instabilité de cisaillement. L'endommagement par cette manière se produit en raison de grandes forces transversales induites par de grandes déformations hors-plan. L'endommagement apparaîtra où cette force transversale a une valeur maximale .

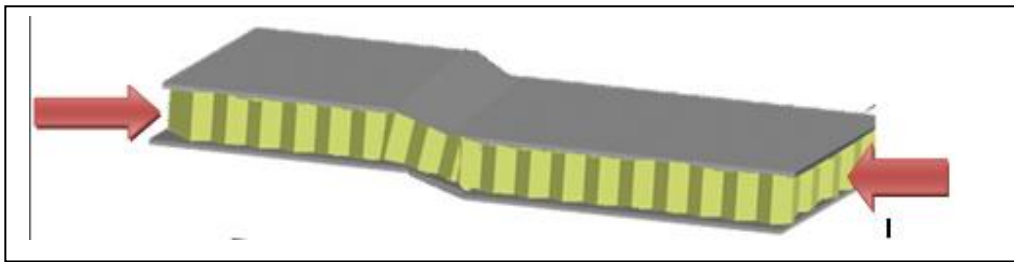


Figure I.28 : Repliement de cisaillement [12].

### I.7.8. Dimpling des peaux :

-Connu également comme le flambage intercellulaire, ce phénomène d'instabilité peut se produire en structures de sandwich avec le nid d'abeilles ou les noyaux ondulés .

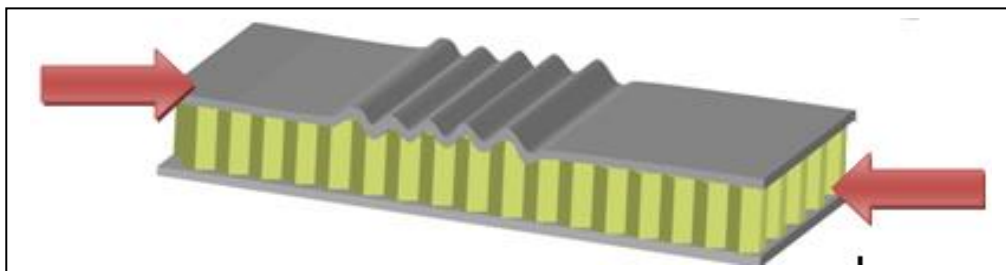


Figure I.29 : Flambage intercellulaire [12].

### I.7.9. Vibration :

-En structures mobiles il y a souvent un mouvement imposé dans une marge de fréquence donnée, donc il vaut mieux éviter d'avoir une fréquence normale de vibration pour la pièce de charpente se trouvant en dessous de la marge .

**I.7.10. Fatigue :**

-On dit généralement que la fatigue cause plus de 90 pour cent de toutes les défaillances des structures. Pour des matériaux de tels composés de fibre, où il y a un manque de données disponibles, une manière conservatrice doit employer une limite de fatigue sous laquelle le matériau peut passer par un certain nombre de cycles en dehors exhibe n'importe quels dommages considérables .

**I.7.11. Dommages par impact :**

-Un impact peut créer un endommagement visible comme une bosselure sur la face du panneau, ou il peut ne pas laisser aucune marque évidente du tout. Les dommages ne sont pas toujours dans la proximité directe de l'impact, mais ils peuvent causer de bonding, rupture de noyau, délaminage ou flambage intercellulaire loin du point réel d'impact. La résistance à l'impact dépend du matériau de la peau, le noyau, la géométrie de la structure, et naturellement de la taille et de la vitesse de l'impact [11].

**I.8. Domaines d'application des structures de sandwich**

La figure ci-dessous nous permet de voir quelques applications des structures sandwich dans l'industrie marine et spatial ainsi que des voiture de type formula 1



**Figure I.30 :** application des structures de sandwich [6].

# *Chapitre II*

## **Etude**

## **bibliographique**

## **II.1. Problématique de la modélisation des sandwichs symétriques ou dissymétrique :**

Si les théories des plaques isotropes sont bien comprises et ne présentent plus de difficultés majeures, la modélisation des sandwichs demande une attention particulière. La prise en compte des contraintes de cisaillement transverse voire de compression transverse est essentielle à la description correcte du comportement mécanique ce qui est moins vrai pour les plaques anisotropes stratifiées.

On peut toutefois classer les modèles en quatre catégories [2] :

### **II.1.1. Les modèles simplifiés :**

Pour la plupart, ils ne permettent l'étude que d'un type de comportement: Flexion, Flambement d'Euler, Flambage local ou global. Naturellement limités, ils fournissent toutefois des formules analytiques utiles en pré-dimensionnement.

### **II.1.2. Les modèles 2D:**

Extensions de la théorie des plaques stratifiées, ils représentent l'essentiel du développement de la théorie des sandwichs. Ils ne permettent pas de représenter certains phénomènes comme le flambage local ou intracellulaire mais donnent des réponses précises en déformations, contraintes ou déplacements pour une large gamme de problèmes de la mécanique des structures. La résolution est de type numérique et nécessite l'emploi de l'informatique.

### **II.1.3. Les modèles 3D :**

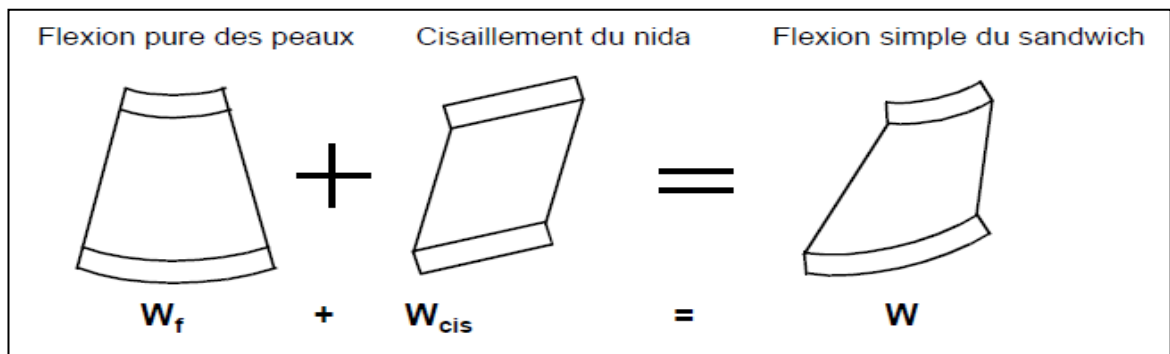
L'objectif est ici d'obtenir le champ complet des contraintes et déformations. L'approche consiste à utiliser la Mécanique des Milieux Continus. Aucune hypothèse n'est posée a priori contrairement aux modèles de plaques. Les études de ce type sont très peu nombreuses et restrictives en chargement et conditions aux limites. Considérées comme exactes malgré certains problèmes numériques, elles servent de référence pour l'évaluation des théories 2D et des éléments finis.

### **II.1.4. Les approches de type prédicteur/correcteur:**

Le prédicteur est une théorie 2D et le champ complet des contraintes est obtenu a posteriori par écriture des équations d'équilibre locales ou par un développement correctif des champs de déplacement et réécriture des équations d'équilibre.

**II.2- modèles linéaires classiques de poutres et plaques sandwichs.**

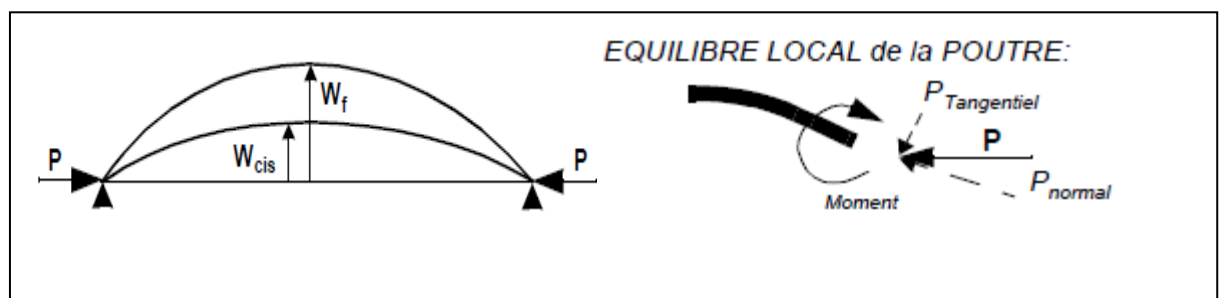
**II.2.1-modèles simplifiés**



**Figure II.1 :** Flèches partielles (Reproduit de Plantema [2]).

Le modèle simplifié le plus courant (Figure II.1) fait appel à la notion de flèches partielles ce qui peut se traduire par l’assertion suivante [2] :

" Dans le cas de la flexion simple, les peaux reprennent le moment de flexion sous forme de contraintes normales et l’âme se charge uniquement à l’effort tranchant". Cette hypothèse est reprise de Allen [2] et fournit des formules de type R.D.M. pour la flèche ou les contraintes dans le sandwich [2]. Elle permet de traiter les sandwichs symétriques ou dissymétriques moyennant une évaluation différente des rigidités de flexion des peaux. Dans le cas où le chargement n’est pas symétrique, il convient de prendre en compte un cisaillement initial  $g_0$  de l’âme dû au glissement initial des peaux [2]. Si les peaux sont minces, la contrainte normale pourra être constante dans l’épaisseur, alors qu’en peau épaisse, sa variation sera linéaire dans l’épaisseur (poutre de Bernoulli). Cette approche peut être utilisée pour le calcul de la charge critique de flambage d’une poutre sandwich en compression.



**Figure II.2 :** Application des flèches partielles au calcul de la charge critique de flambage d’une poutre .



Reprise récemment par [2], la théorie des flèches partielles permet de traiter les grands déplacements d'arcs sandwichs ou de classifier le type de comportement (via un "master diagramme") en comparant les rigidités et les flèches partielles. La première étude publiée sur la tenue en compression des structures sandwich a été réalisée dès 1945 [2]. 51 panneaux sandwichs âme mousse et peaux "papreg" (papier plastique haut module) ont été testés. Deux modèles simplifiés de calcul de la charge critique ont été proposés.

$$V_{00} = \alpha \cdot (y/w) \cdot (1 - \cos(\pi \cdot x/L))$$

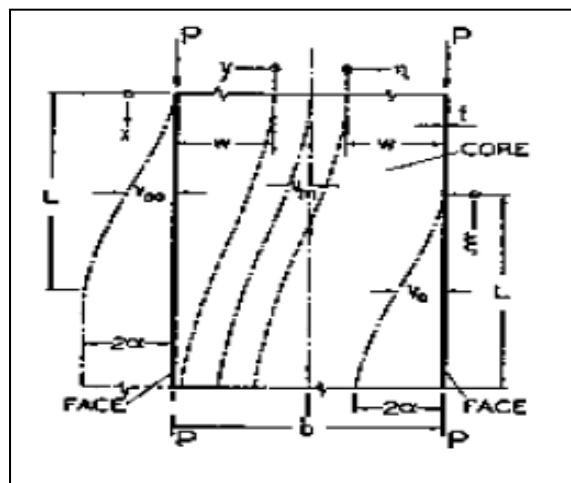
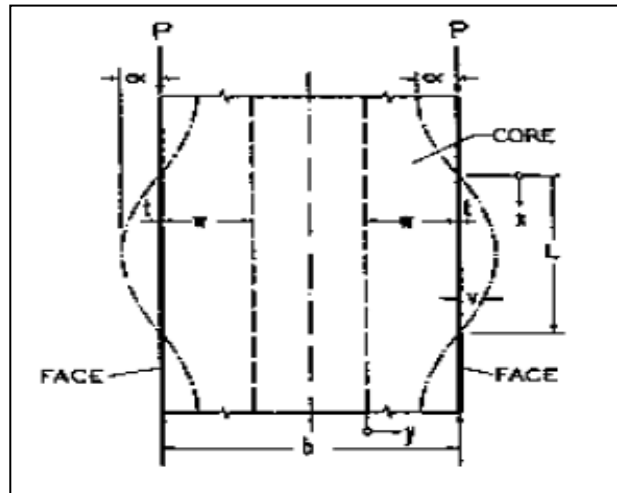


Figure II.3 : Modélisation du flambage local antisymétrique d'après Hoff (1945).

Hoff pose a priori la forme de la déformée (Figure II.3) et (Figure II.4). Le mode de flambage local est alors soit antisymétrique (Figure II.3) , soit symétrique (Figure II.4). Le champ des déplacements est de type trigonométrique. La longueur d'onde **L** est inconnue ainsi que la profondeur de la perturbation **w**. Le champ est linéaire dans l'épaisseur , donc en **y** . Le modèle prend aussi en compte un chargement **P** sur les peaux en compression. L'égalité du travail de cette charge **P** et de l'énergie de déformation du sandwich fournit une expression du type  $\sigma = f(L, w)$  La minimisation de cette expression par rapport aux deux paramètres permet de déterminer les valeurs de **L** et **w** pour la contrainte critique. On obtient alors l'expression suivante qui sert encore de référence .

$$\sigma_{CR}^{Global} = 0.817 \cdot \sqrt{E_f \cdot E_c} \cdot \sqrt{\frac{t}{b}} + 0.166 \cdot G_c \cdot b/t$$

$$V_{00} = \alpha \cdot (y/w) \cdot (1 - \cos(\pi \cdot x/L))$$



**Figure II.4 :** Modélisation du flambage local symétrique d'après Hoff (1945).

La formule qui donne la contrainte critique pour le mode de flambage local symétrique est :

$$\sigma_{CR}^{local} = 0.91 \cdot \sqrt[3]{E_f \cdot E_c \cdot G_c}$$

Les modèles actuels de flambage local sont basés sur le même principe mais avec des variations plus élaborées dans l'épaisseur par exemple de type exponentielle [2000 Bruno Castanie]. L'intérêt de ce type d'analyse simplifié est de permettre l'établissement pour chaque phénomène de formules qui permettent de fournir les ordres de grandeur. La recherche dans ce domaine est très limitée mais pourtant ne manque pas d'intérêt comme l'a montré Allen récemment. De plus, ce type d'étude permet de bien comprendre la mécanique de base des sandwichs, ce qui est plus difficile dès que la complexité de la formulation prend le dessus comme nous allons le voir dans des développements plus récents.

### II.2.2. modèles 2D :

Dans ce cadre, les structures sandwichs ne sont le plus souvent traitées que comme des cas particuliers des théories des plaques stratifiées anisotropes. Ces théories peuvent être subdivisées en deux catégories :

- Dans les **modèles globaux**, des hypothèses sur le champ de déplacement dans l'épaisseur sont effectuées. Dans ce cas, le nombre et la nature des plis n'entrent pas en compte.
- Dans les **modèles locaux**, les hypothèses en contraintes ou déplacements sont effectuées distinctement dans l'âme et les peaux.

Dans ce paragraphe les plaques seront décrites de manière standard, en supposant que la contrainte en compression transverse soit nulle. Par ailleurs, dans la configuration la plus défavorable, l'énergie de déformation due à la compression transverse n'excède pas 5% [2000 Bruno Castanie] et n'influe donc que peu sur la réponse globale du sandwich. Toutefois, cette composante peut être à l'origine de la ruine de la structure, c'est le cas en particulier pour les poutres courbes.

$$\sigma_{zz} = 0$$

Il est d'ailleurs intéressant de noter que cette équation entraîne que la théorie standard des plaques repose sur une formulation mixte puisque l'on effectue à la fois des hypothèses sur les déplacements et les contraintes. Dans les deux paragraphes suivants, les diverses cinématiques seront présentées sans développer tous les calculs en déformations et contraintes.

#### II.2.2.1-modèles globaux.

- **Hypothèse de reissner- mindlin (FSDT).**

Elle s'énonce de la manière suivante [2] :

«Après application des charges, les fibres normales au plan moyen restent droites mais pas forcément normales au plan moyen déformé, de plus la longueur d'une fibre transverse varie peu au cours de la déformation» Cette nouvelle cinématique nécessite donc la connaissance de deux fonctions supplémentaires en général intitulées  $\psi_x(X, Y)$  et  $\psi_y(X, Y)$  qui vont représenter la rotation de la fibre sur son axe (Figure II.5).

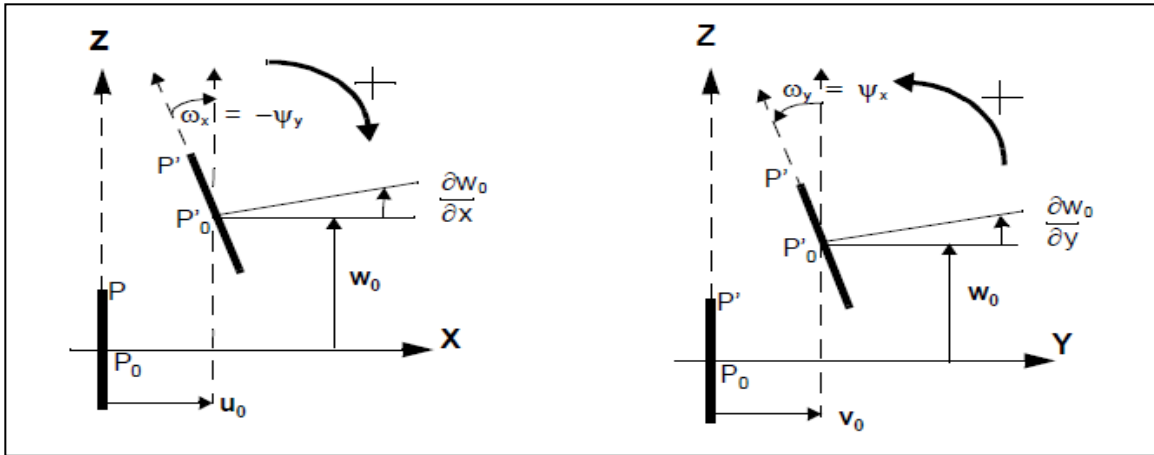


Figure II.5 : Champ des déplacements de Reissner-Mindlin.

Le champ des déplacements s'écrit :

$$u(x,y,z) = u_0(x,y) + z \cdot \Psi_x(x,y) ; \quad v(x,y,z) = v_0(x,y) + z \cdot \Psi_y(x,y) ; \quad w_0(x,y)$$

Cette théorie est souvent appelée théorie du premier ordre car les fonctions u et v sont développées au premier ordre en z. (FSDT: First Order Shear Theory). Cette cinématique est reprise par la majorité des éléments finis de plaques anisotropes ou sandwichs disponibles dans les logiciels du commerce [2000 Bruno Castanie]. Le calcul des déformations de cisaillement transverse conduit aux expressions

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \Psi_x(x,y) \quad \text{et} \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial w_0}{\partial y} + \Psi_y(x,y)$$

L'angle de cisaillement transverse est indépendant de z, donc constant dans l'épaisseur. Par conséquent, la contrainte de cisaillement transverse sera constante par morceaux dans l'épaisseur ce qui est erroné. Pour améliorer la qualité des résultats, il est donc nécessaire d'introduire des coefficients correctifs k1 et k2 dans la loi de comportement.

$$\begin{bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 \cdot G_{xz} & 0 \\ 0 & k_2 \cdot G_{yz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix}$$

La valeur prise par défaut par la majorité des logiciels est  $k_1 = k_2 = 5/6$  sans possibilité de modification. Or cette valeur n'est valable que pour une plaque isotrope et homogène. Elle fournit toutefois des résultats globaux acceptables pour un stratifié mais est erronée pour des structures sandwichs. Il est meilleur dans ce cas de mettre  $k_1 = k_2 = 1$  et de ne considérer que le module de cisaillement de l'âme. Pour plus de détails sur ces coefficients, on peut se référer aux publications de [2].

• **Théories d'ordre supérieurs (HSDT).**

Les principales limitations de la FSDT proviennent de l'usage des coefficients correctifs et de la mauvaise description des contraintes dans le sens transverse. Pour accéder à ces quantités, il est possible de prendre en compte le gauchissement de la fibre transverse par un développement limité en  $z$  à l'ordre 3 des déplacements  $u$  et  $v$  (HSDT1) Les fonctions  $u_0$ ,  $v_0$ , et  $\xi$  sont liées au comportement en membrane et  $\xi$  et  $\Psi$  au comportement en flexion (Figure. II.6).

$$u(x,y,z) = u_0(x,y) + z.\Psi_x(x,y) + z^2.\xi_x(x,y) + z^3.\xi_x(x,y)$$

$$v(x,y,z) = v_0(x,y) + z.\Psi_y(x,y) + z^2.\xi_y(x,y) + z^3.\xi_y(x,y)$$

$$w(x,y,z) = w_0(x,y)$$

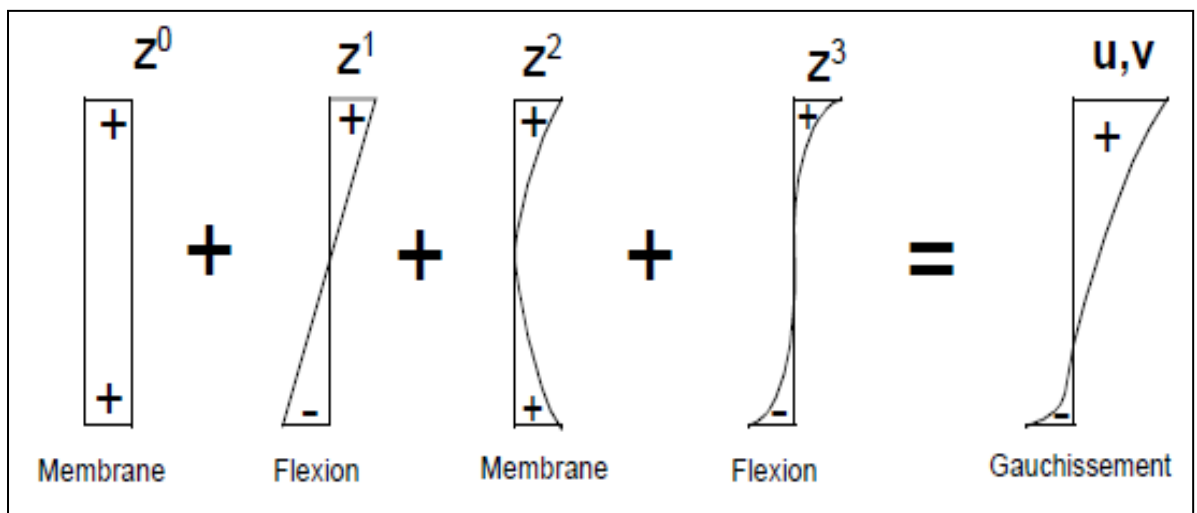


Figure II.6 : Gauchissement de la fibre transverse sous HSDT1

De ce fait, suivant la nature du stratifié étudié (possédant la symétrie miroir ou non) ou du sandwich (symétrique ou dissymétrique), plusieurs champs restreints peuvent être obtenus en éliminant et superposant les termes pairs ou impairs et certains développements limités peuvent alors être préconisés suivant le problème à traiter [2]. Un développement limité de la fonction  $w(x,y,z)$  est aussi possible mais ce point sera discuté dans le paragraphe spécifique au calcul de la contrainte normale transverse. Le nombre de fonctions inconnues est ici de 9 ce qui rend la résolution numérique complexe et augmente les temps de calcul. Il est possible de le réduire à 5 [2] en prenant en compte les conditions aux limites sur les faces libres du stratifié ou du sandwich :

$$\tau_{xy} \left( x, y, \pm \frac{h}{2} \right) = 0 \quad \text{et} \quad \tau_{yz} \left( x, y, \pm \frac{h}{2} \right) = 0$$

Le champ de déplacement devient alors :

$$u(x,y,z) = u_0(x,y) + z. [\Psi_x(x,y) - (4/3).(z/h). \Psi_x(x,y) + \frac{\partial w_0}{\partial x}]$$

$$v(x,y,z) = v_0(x,y) + z. [\Psi_y(x,y) - (4/3).(z/h). \Psi_y(x,y) + \frac{\partial w_0}{\partial y}]$$

$$w(x,y,z) = w_0(x,y)$$

Les champs de cisaillement transverses  $\tau_{xz}$  (courbe 1) et  $\tau_{yz}$  (courbe 2) obtenus directement par la FSDT et la HSDT de Reddy sont présentés Figure .II.7. Le calcul a été effectué pour une plaque stratifiée symétrique [0/90]<sub>2</sub>, 4 bords encastés et soumise à une pression sinusoïdale. Bien qu'il s'agisse d'une plaque stratifiée,  $k_1$  et  $k_2$  sont pris égaux à 5/6 pour la FSDT ce qui rend la comparaison en partie erronée.



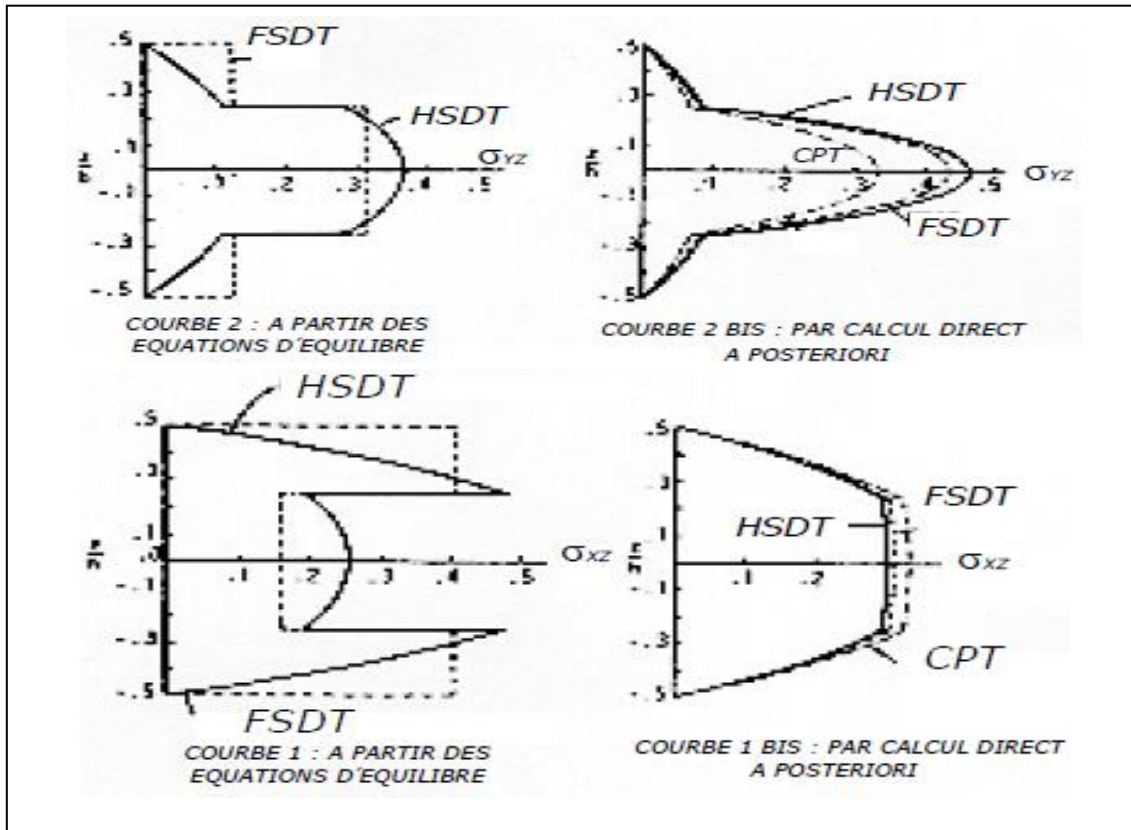


Figure II.7 : Champs de cisaillements transverses pour un stratifié [0/90/90/0] ([2]).

Les courbes 1 Bis et 2 Bis fournissent  $\tau_{xz}$  et  $\tau_{yz}$  après réécriture des équations d'équilibre. On remarque que l'ordre de grandeur des contraintes transverses peut être obtenu par la CPT (Kirchhoff). La FSDT et la HSDT de Reddy fournissent des résultats proches. Il semble donc que cette méthode de calcul a posteriori permette d'avoir des estimations correctes en s'affranchissant des difficultés numériques engendrées par les HSDT. Une comparaison de plusieurs théories d'ordres supérieurs utilisées pour la cinématique d'un élément fini et de la FSDT a été réalisée par Kant et Manjunatha [2]. Dans cette étude, une attention particulière a été apportée au calcul des contraintes de cisaillement transverse dans le cas des sandwichs. Le développement complet à l'ordre 3 présenté en début de paragraphe (HSDT1) et une formulation modifiée (HSDT2) sont comparées. Dans la HSDT2, on peut ne retenir pas les termes en  $z^2$  :

$$\begin{aligned}
 u(x,y,z) &= u_0(x,y) + z.\Psi_x(x,y) + z^3.\xi_x(x,y) \\
 v(x,y,z) &= v_0(x,y) + z.\Psi_y(x,y) + z^3.\xi_y(x,y) \\
 w(x,y,z) &= w_0(x,y)
 \end{aligned}$$

### II.2.2.2. modèles locaux :

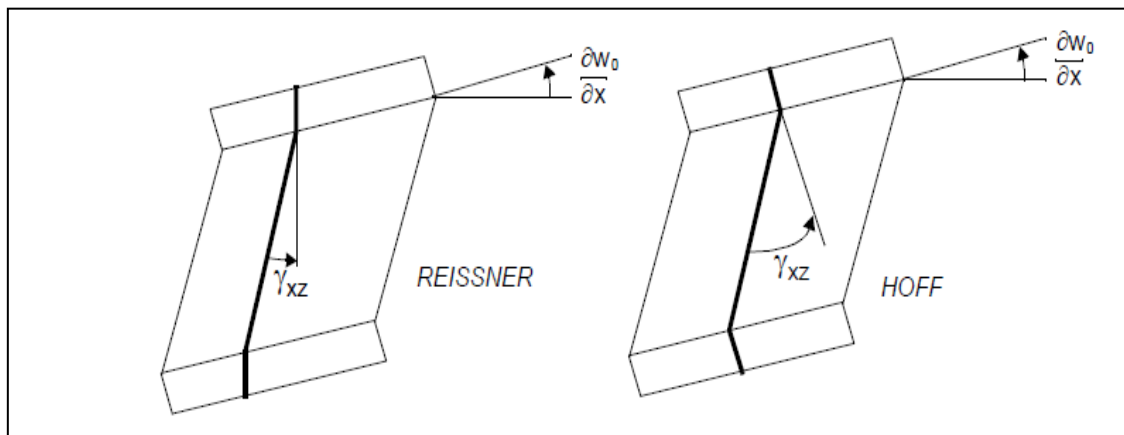
- Modèles dits ‘ZIG-ZAG’.

-Le modèle "Zig-Zag" suppose une variation linéaire par morceaux des déplacements de membrane  $u$  et  $v$  dans l'épaisseur du sandwich. Ceci implique nécessairement que l'âme n'a pas de rigidité en flexion dans son plan (antiplane core).

Les peaux se comportent :

Soit en membrane : Hypothèse de Reissner [2] ; pour les peaux fines. Soit en flexion (plaques de Kirchhoff) : Hypothèse de Hoff [2] ; pour les peaux épaisses.

Soit en flexion+cisaillement transverse (plaques de Mindlin) : pour les peaux stratifiées épaisses [2].



**Figure II.8 :** Modèles de Reissner et Hoff en configuration déformée (Poutres).

Cette approche est issue des modèles simplifiés et correspond à une approche spécifique aux sandwichs alors que, dans les modèles globaux, il s'agissait de généraliser la théorie des plaques anisotropes. C'est historiquement la première approche et la plus utilisée dans les théories dédiées spécifiquement aux structures sandwichs. Ces modèles sont dits aussi C0 car ils assurent la continuité des déplacements. Le nombre d'inconnues en déplacement est de 5. En général, il s'agit des trois déplacements des points du plan moyen du sandwich et des cisaillements de l'âme :

$$u_0(x,y), \quad v_0(x,y), \quad w_0(x,y), \quad \gamma_{xz}(x,y), \quad \gamma_{yz}(x,y),$$

Cette analyse a été synthétisée par Allen [2].

- **Théories discrètes d'ordres supérieurs.**

Dans ce cas, un champ non linéaire d'ordre supérieur est superposé au champ Zig-Zag. Si aucune hypothèse particulière n'est effectuée, le nombre d'inconnues est donc de 9 fonctions (HSDT1) x 3 phases = 27. Un modèle de ce type a été évalué par Noor [2]. Ce modèle donne de bons résultats tant en ce qui concerne la réponse globale que les contraintes transverses, sauf dans les peaux. Toutefois, cet auteur ne précise pas les temps de calcul et n'évalue pas la "robustesse" numérique. Pour diminuer le nombre d'inconnues, on peut aussi imposer la continuité en contraintes aux interfaces .

Le premier auteur propose un déplacement discrétisé (pour le k-ième pli) du type :

$$u^k(x, y, z) = u_0^k(x, y) - z \cdot \frac{\partial w_0}{\partial x} + \left( z - \frac{4}{3} \cdot \frac{z^3}{h_{plaque}^2} \right) \cdot \Psi^k(x, y)$$

$$W_0(x, y)$$

On peut remarquer que la formulation est du même type que celle de Reddy [2].

La Fonction  $\Psi^k$  qui a la même signification que dans la formulation de Mindlin est reliée au cisaillement transverse dans chaque pli ou dans l'âme. Cette remarque permet de poser :

$$\Psi^k = \alpha^k \cdot \Psi^1 \quad \text{avec} \quad \alpha^k = G_1 / G_k$$

Ce qui permet d'écrire le déplacement du k-ième pli en fonction de celui du premier pli et après écriture de la continuité des déplacements aux interfaces de ramener le nombre total d'inconnues à 3 ( $U_0^1, W_0, \Psi^1$ ) dans le cadre d'une poutre :

$$u^k(x, y, z) = u_0^1(x, y) + \sum_{j=2}^k (\alpha^{j-1} - \alpha^j) \cdot \left( z - \frac{4}{3} \cdot \frac{z_j^3}{h^2} \right) \cdot \Psi^1(x, y)$$

Cette étude a été appliquée aux sandwichs ayant une âme rigide en flexion. Dans ce cas, la différence dans la distribution des contraintes transverses de cisaillement est sensible par rapport aux modèles Zig-Zag. Pour une âme sans rigidité, les équations d'équilibre montrent que le cisaillement est constant dans l'épaisseur. Donc, les modèles avec gauchissement de la fibre transverse de l'âme intègrent un nombre de paramètres supérieur à celui nécessaire à la modélisation des sandwichs aéronautiques.

### II.2.3. modèles 3D:

Le développement de ce type de modèle s'est imposé de par la limitation pratique des modèles existants et la nécessité d'avoir une base étendue de "Benchmark Tests" pour la validation des éléments finis ou des théories analytiques spécifiques sandwichs [2]. Par contre, ces modèles sont d'un intérêt limité dans un cadre industriel car très restrictifs du point de vue des chargements, de la géométrie et des conditions aux limites ce qui est nécessaire pour traiter le problème. Par exemple, le modèle cité le plus souvent est celui de Pagano [2]. Il fait référence pour l'évaluation des modèles 2D et des éléments finis car aucune hypothèse n'est imposée a priori sur le champ des contraintes. Par contre, il s'applique à un problème bien précis :

La plaque est rectangulaire et simplement appuyée sur les quatre bords de la face inférieure. Le champ de pression  $q(x,y)$  est sinusoïdal et s'exerce sur la face supérieure. Il n'y a aucun effort sur toutes les autres faces. Les peaux et l'âme peuvent être orthotropes ou isotropes. Les axes d'orthotropie des peaux et de l'âme sont communs et parallèles aux bords de la plaque. Le problème est linéaire.

La loi de comportement s'écrit pour chaque pli :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

L'équation d'équilibre local  $\text{Div} [\sigma] = 0$  pour chaque pli devient :

$$c_{11}u_{xx} + c_{66}.u_{yy} + c_{55}.u_{zz} + (c_{12} + c_{66})v_{xy} + (c_{13} + c_{55}) w_{xz} = 0$$

$$(c_{12} + c_{66}). u_{xy} + c_{66}.v_{xx} + c_{22}.v_{yy} + c_{44}.v_{zz} + (c_{23} + c_{44}) w_{yz} = 0$$

$$(c_{13} + c_{55}) u_{xz} + (c_{23} + c_{44}) v_{yz} + c_{55}.w_{xx} + c_{44}.w_{yy} + c_{33} w_{zz} = 0$$

Le champ de déplacement est ensuite discrétisé pour un harmonique  $m,n$  :

$$\begin{aligned} u &= U(z) \cdot \cos \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b} \\ v &= V(z) \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \cos \frac{n\pi y}{b} \\ w &= W(z) \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b} \end{aligned}$$

puis l'on pose :  $(U,V,M) = (U^*,V^*,W^*) \cdot \exp(s.z)$ .

La résolution analytique consiste en un problème aux valeurs propres puis une équation différentielle d'ordre 6 en  $s$  est discutée. L'intégration des équations nécessite 6 constantes qui sont déterminées par les conditions aux limites sur chaque pli. Un système à 18 équations pour chaque harmonique doit donc être résolu dans le cas d'un sandwich. Ce système s'avère sensible aux erreurs d'arrondis et nécessite l'emploi de réels quadruple précision. Le nombre d'harmoniques nécessaires à la description d'un champ de pression uniforme est 2500 [2]. Une autre solution analytique a été obtenue [2] en faisant des hypothèses plus restrictives sur le comportement des peaux (membranes) et sur une variation soit linéaire, soit parabolique par morceaux des contraintes transverses dans ces mêmes peaux. L'âme est sans rigidité de flexion, par conséquent les contraintes de cisaillement transverses sont constantes dans l'épaisseur. Une formulation mixte est utilisée pour la résolution où les déplacements et les contraintes  $\sigma_{13}$ ,  $\sigma_{23}$ ,  $\sigma_{33}$  sont inconnues. La discrétisation des inconnues se fait par des séries de Fourier comme pour la théorie de Pagano. Mais, pour chaque harmonique, seulement 7 équations linéaires doivent être résolues. Cette solution est donc plus rapide numériquement même si un plus grand nombre d'harmoniques doit être utilisé [2].

Outre l'intérêt de ces méthodes pour l'évaluation des éléments finis, elles peuvent aussi être utilisées dans leur principe pour résoudre complètement des problèmes simples mais très utiles en pratique comme la flexion 3 points [2] ou le flambage [2] d'une poutre sandwich. Il apparaît donc que ces méthodes peuvent être utilisées comme alternative aux théories d'ordres supérieurs, dans des cas simples, pour déterminer toutes les contraintes dans une structure sandwich.

*Chapitre III*  
**Modélisation**



### III .1 Hypothèses de la théorie des sandwichs:

- La théorie des plaques sandwichs permet d'évaluer la rigidité en flexion de la structure et la répartition des contraintes.

- Dans le cas général, un matériau sandwich est constitué d'une âme d'épaisseur  $h$  collée sur des feuilles, les peaux sont des stratifiés d'épaisseurs  $h_1$  (peau inférieure) et  $h_2$  (peau supérieure), le plan  $(x,y)$  est le plan moyen .

- La théorie des sandwichs repose sur les hypothèses fondamentales suivantes :

1. L'épaisseur de l'âme est largement supérieure à celle de deux peaux :  $h \gg h_1, h_2$
2. Les déplacements de l'âme  $u_a, v_a$  suivant les directions  $x$  et  $y$  sont des fonctions linéaires de la coordonnée  $z$  .
3. Les déplacements  $u$  et  $v$  suivant les directions  $x$  et  $y$  sont uniformes dans l'épaisseur des peaux.
4. Le déplacement transverse  $w$  est indépendant de la variable  $z$  et par conséquent la déformation  $\varepsilon_{zz}$  est négligée.
5. L'âme ne transmet que les contraintes de cisaillement transverse  $\sigma_{xz}, \sigma_{yz}$  les contraintes  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}$  et  $\sigma_{zz}$  sont négligées.
6. Les contraintes de cisaillement transverse  $\sigma_{xz}, \sigma_{yz}$  sont négligées dans les peaux.
7. Enfin, la théorie traite les problèmes d'élasticité de faibles déformations [7].

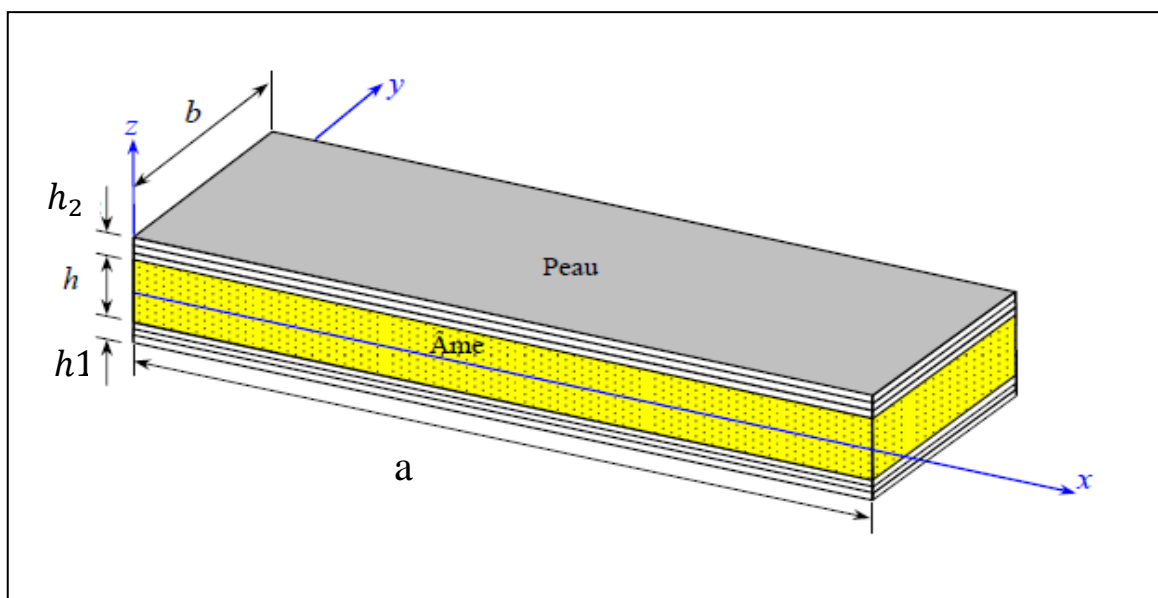


Figure III.1 : Notation d'une plaque sandwich

### III.2.1. Champs des déformations

-L'utilisation de la seconde hypothèse permet d'exprimer les déplacements de l'âme par :

$$\begin{aligned} u_a(x, y, z) &= u_0(x, y) + z\varphi_x(x, y) \\ v_a(x, y, z) &= v_0(x, y) + z\varphi_y(x, y) \end{aligned} \quad (\text{III.1})$$

Avec :

$$\begin{aligned} u_0(x, y) &= u_a(x, y, 0) \\ v_0(x, y) &= v_a(x, y, 0) \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

En respectant l'hypothèse 3, la continuité des déplacements aux interfaces âme-peaux conduit aux expressions des déplacements dans les peaux :

**Peau inférieure :**

$$\begin{aligned} u_1(x, y, z) &= u_0(x, y) - \frac{h}{2}\varphi_x(x, y) \\ v_1(x, y, z) &= v_0(x, y) - \frac{h}{2}\varphi_y(x, y) \end{aligned} \quad (\text{III.3})$$

**Peau supérieure :**

$$\begin{aligned} u_2(x, y, z) &= u_0(x, y) + \frac{h}{2}\varphi_x(x, y) \\ v_2(x, y, z) &= v_0(x, y) + \frac{h}{2}\varphi_y(x, y) \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

D'après l'hypothèse 4, on peut écrire :

$$w(x, y, z) = w_0(x, y) \quad (\text{III.5})$$

- Donc, la théorie des sandwichs est basée sur la détermination de cinq fonctions de déplacements et rotations  $u_0, v_0, w_0, \varphi_x, \varphi_y$ . Les champs des déformations dans les peaux inférieure et supérieure sont déduits des champs des déplacements, d'où :

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{xx}^i &= \frac{\partial u_i}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} \mp \frac{h}{2} \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\
 \varepsilon_{yy}^i &= \frac{\partial v_i}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} \mp \frac{h}{2} \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \\
 \varepsilon_{zz}^i &= 0 \\
 \gamma_{yz}^i &= \frac{\partial v_i}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w_0}{\partial y} \\
 \gamma_{xz}^i &= \frac{\partial u_i}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w_0}{\partial x} \\
 \gamma_{xy}^i &= \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \pm \frac{h}{2} \left( \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right)
 \end{aligned} \tag{III.6}$$

(i = 1) et le signe (-) sont associés à la peau inférieure, (i = 2) et le signe (+) pour la peau supérieure.

Ou sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^i \\ \varepsilon_{yy}^i \\ \gamma_{xy}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} \pm \frac{h}{2} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \tag{III.7}$$

$$\varepsilon_{xx}^0 = \frac{\partial u_0}{\partial x}, \varepsilon_{yy}^0 = \frac{\partial v_0}{\partial y}, \gamma_{xy}^0 = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \tag{III.8}$$

Et les courbures par :

$$k_x = \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}, k_y = \frac{\partial \varphi_y}{\partial y}, k_{xy} = \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \tag{III.9}$$

- De même, le champ des déformations dans l'âme se déduit du champ des déplacements (II.1) soit :

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{xx}^a &= \frac{\partial u_a}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\
 \varepsilon_{yy}^a &= \frac{\partial v_a}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \\
 \varepsilon_{zz}^a &= \frac{\partial w_a}{\partial z} = 0 \\
 \gamma_{yz}^0 &= \frac{\partial v_a}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w_0}{\partial y} + \varphi_y \\
 \gamma_{xz}^0 &= \frac{\partial u_a}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x \\
 \gamma_{xy}^a &= \frac{\partial u_a}{\partial y} + \frac{\partial v_a}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + z \left( \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right)
 \end{aligned} \tag{III.10}$$

-En se basant sur la théorie des stratifiés avec cisaillement transverse, le champ des déformations est la superposition des deux champs de déformations :

- **Le champ des déformations en membrane- flexion :**

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^a \\ \varepsilon_{yy}^a \\ \gamma_{xy}^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \tag{III.11}$$

- **Le champ des déformations en cisaillement transverse**

$$\begin{bmatrix} \gamma_{yz}^a \\ \gamma_{xz}^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \varphi_y \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x \end{bmatrix} \tag{III.12}$$

### III.2.2 Champ des contraintes :

Le champ des contraintes dans l'âme et déduit de l'hypothèse 5 :

$$\sigma_{xx}^a = \sigma_{yy}^a = \sigma_{xy}^a = \sigma_{zz}^a = 0 \quad (\text{III.13})$$

L'âme ne transmet que le contrainte en cisaillement :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{yz}^a \\ \sigma_{xz}^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{44}^a & C_{45}^a \\ C_{45}^a & C_{55}^a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{yz}^a \\ \gamma_{xz}^a \end{bmatrix} \quad (\text{III.14})$$

-Ou les coefficients  $C_{ij}^a$  s'expriment en fonction de coefficients  $C_{ij}^a$  rapporté aux axes principaux de l'âme suivant :

$$\begin{aligned} C_{44}^a &= C_{44}^a \cos^2 \theta + C_{55}^a \sin^2 \theta \\ C_{45}^a &= (C_{55}^a - C_{44}^a) \sin \theta \cos \theta \\ C_{55}^a &= C_{44}^a \sin^2 \theta + C_{55}^a \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (\text{III.15})$$

ou  $\theta$  est l'angle que font les axes principaux de l'âme avec e axes de référence de la plaque sandwich. Les coefficients  $C_{ij}^a$  dans les axes principaux s'exprime eux mêmes en fonction des coefficients de cisaillement de l'âme mesure dans les axe principaux. Selon :

$$C_{44}^a = G_{23}^a \quad , \quad C_{55}^a = G_{13}^a \quad (\text{III.16})$$

L'hypothèse 6 implique que le contraintes en cisaillement transverse sont nulle dans toute les couche k de la peau inférieure ou supérieure :

$$\sigma_{xz}^k = \sigma_{yz}^k = 0 \quad (\text{III.17})$$

Les autres contraintes sont déduites des déformations dans les peaux par la relation :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx}^k \\ \sigma_{yy}^k \\ \sigma_{xy}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^i \\ \varepsilon_{yy}^i \\ \varepsilon_{xy}^i \end{bmatrix} \quad i=1,2, \quad (\text{III.18})$$

Pour la couche k de la peau inférieure (i=1) ou de la peau supérieure (i=2).

### III.3 Relations fondamentales des plaques sandwiches :

#### III.3.1 Equation constitutive :

L'équation constitutive des plaques sandwiches fait intervenir les résultantes et moments :

- Les résultantes en membrane :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-(\frac{h}{2}+h_1)}^{-h/2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz + \int_{h/2}^{\frac{h}{2}+h_2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (\text{III.19})$$

$N_x, N_y, N_{xy}$  sont les résultantes par unité de longueur, respectivement des contraintes normales suivant x,y et des contraintes de cisaillement dans le plan (x,y) *figure III.2*

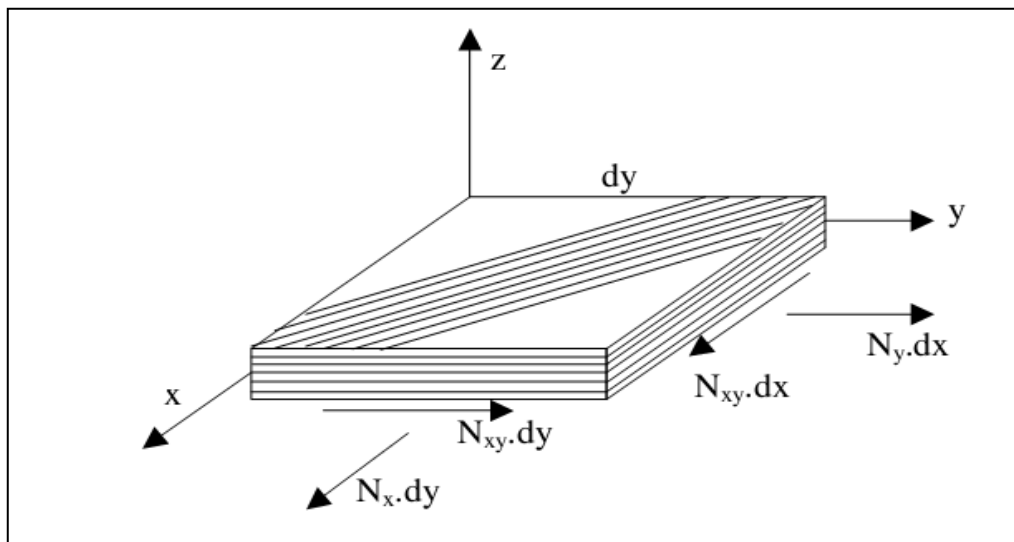
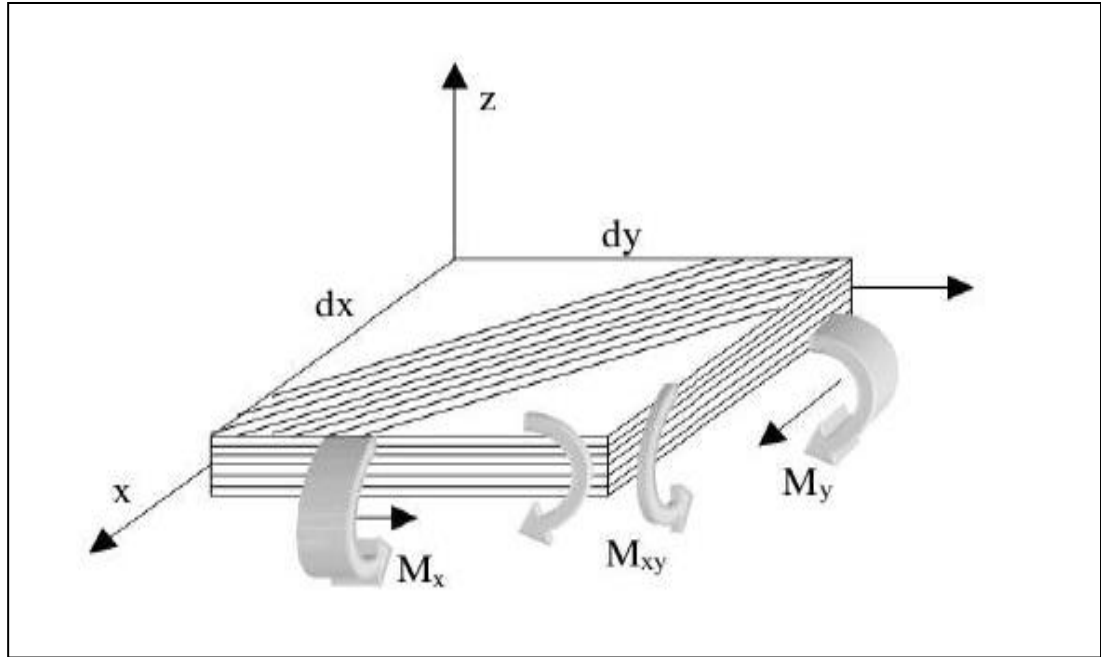


Figure III.2 : Mode de chargement en membrane [4].



- Les moments en flexion-torsion :

Les moments de flexion et torsion schématisées sur la *figure III.3* , sont définies par :



**Figure III.3** : Mode de chargement en flexion torsion [4].

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-(\frac{h}{2}+h_1)}^{-h/2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} z dz + \int_{h/2}^{\frac{h}{2}+h_2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} z dz \quad (\text{III.20})$$

- Les résultantes en cisaillement:

Comme on a défini les efforts et les moments, les résultantes en cisaillement  $Q_x$  et  $Q_y$  sont exprimées par unité de longueur du stratifié *figure III.4*

$$\begin{bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} dz \quad (\text{III.21})$$

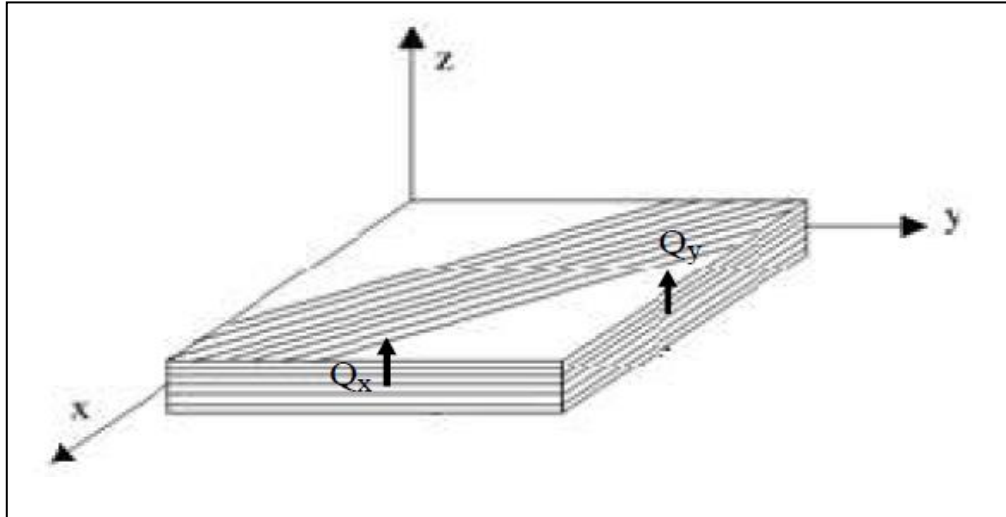


Figure III.4 : Mode de chargement en cisaillement [4].

-En substituant les relations donnant les contraintes (III.14),et (III.18) dans les expressions relatifs des résultantes en membrane, moments et en cisaillement (III.19), (III.20) et (III.21) , nous obtenons l'équation constitutive :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_y \\ Q_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ C_{11} & C_{12} & C_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{44} & F_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{45} & F_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \\ \gamma_{yz}^a \\ \gamma_{xz}^a \end{bmatrix} \quad (III.22)$$

Avec:

$$\begin{aligned} A_{ij} &= A_{ij}^1 + A_{ij}^2 \\ B_{ij} &= B_{ij}^1 + B_{ij}^2 \\ C_{ij} &= C_{ij}^1 + C_{ij}^2 \\ D_{ij} &= \frac{h}{2}(C_{ij}^2 - C_{ij}^1) \end{aligned} \quad (III.23)$$

et :

$$A_{ij}^1 = \int_{-\frac{h}{2}+h_1}^{-h/2} (Q'_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_1} \int_{h_{k-1}}^{h_k} (Q'_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_1} (Q'_{ij})_k e_k, \quad (\text{III.24})$$

$$C_{ij}^1 = \int_{-\frac{h}{2}+h_1}^{-h/2} z(Q'_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_1} \int_{h_{k-1}}^{h_k} z(Q'_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_1} (Q'_{ij})_k e_k z_k, \quad (\text{III.25})$$

$$A_{ij}^2 = \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_2} (Q'_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_2} \int_{h_{k-1}}^{h_k} (Q'_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_2} (Q'_{ij})_k e_k, \quad (\text{III.26})$$

$$C_{ij}^2 = \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_2} z(Q'_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_2} \int_{h_{k-1}}^{h_k} z(Q'_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_2} (Q'_{ij})_k e_k z_k, \quad (\text{III.27})$$

$$F_{ij} = hC_{ij}^a. \quad (\text{III.28})$$

$n_1$  et  $n_2$  représentent le nombres de couches respectivement dans la peau inférieure et dans la peau supérieure

$Q'_{ij}$  sont les rigidités réduites transformées

$C'_{ij}$  sont les rigidités dans l'âme

$$H_{ij} = K_{ij}F_{ij} \quad (\text{III.29})$$

- Dans le cas de plaques sandwiches symétriques, les peaux inférieure et supérieure sont identiques d'où :

$$A_{ij}^1 = A_{ij}^2, \quad C_{ij}^1 = -C_{ij}^2 \quad (\text{III.30})$$

Il en résulte :

$$A_{ij} = 2A_{ij}^2, \quad D_{ij} = hC_{ij}^2, \quad (\text{III.31})$$

$$B_{ij} = 0, \quad C_{ij} = 0.$$

- Dans le cas des plaques sandwichs symétriques, il y a donc découplage des comportements en membrane et en flexion. L'équation constitutive prend alors une forme identique à l'équation constitutive de stratifiés symétriques avec cisaillement transvers [4].

### III.2.2 Relation fondamentales :

Les relations fondamentales des plaques sandwichs sont obtenues en introduisant l'équation constitutive (III.21) [7].

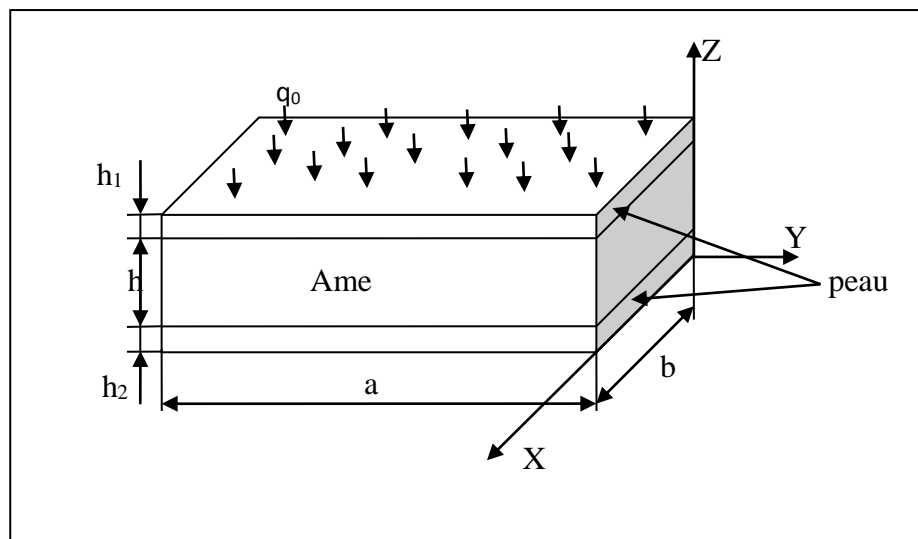
$$\begin{aligned}
& \diamond A_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + 2A_{16} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + A_{66} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + A_{16} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + A_{26} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + B_{11} \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial x^2} + \\
& 2B_{16} \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial x \partial y} + B_{66} \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial y^2} + B_{16} \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial x^2} + (B_{12} + B_{66}) \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial x \partial y} + B_{26} \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial y^2} = 0 \\
& \diamond A_{16} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + A_{26} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + A_{66} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + 2A_{26} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + A_{22} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + B_{16} \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial x^2} + \\
& (B_{12} + B_{66}) \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial x \partial y} + B_{26} \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial y^2} + B_{66} \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial x^2} + 2B_{66} \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial x \partial y} + B_{22} \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial y^2} = 0 \\
& \diamond C_{11} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + 2C_{16} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + C_{66} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + C_{16} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + (C_{12} + C_{66}) \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + C_{26} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + D_{11} \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial x^2} + \\
& 2D_{16} \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial x \partial y} + D_{66} \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial y^2} + D_{16} \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial x^2} + (D_{12} + D_{66}) \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial x \partial y} + D_{26} \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial y^2} - F_{55} \left( \varphi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) - \\
& F_{45} \left( \varphi_x + \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) = 0 \\
& \diamond C_{16} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} + (C_{12} + C_{66}) \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial y} + C_{26} \frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2} + C_{66} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2} + 2C_{26} \frac{\partial^2 v_0}{\partial x \partial y} + C_{22} \frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} + D_{16} \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial x^2} + \\
& (D_{12} + D_{66}) \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial x \partial y} + D_{26} \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial y^2} + D_{66} \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial x^2} + 2D_{66} \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial x \partial y} + D_{22} \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial y^2} - F_{45} \left( \varphi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) - \\
& F_{44} \left( \varphi_x + \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) = 0 \\
& \diamond F_{55} \left( \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \right) + F_{45} \left( \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} + 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right) + F_{44} \left( \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \right) + q = 0
\end{aligned}$$

*Chapitre VI*

**Résultat**  
**et**  
**Perspectives**

## VI. Etude l'influence des caractéristiques géométriques des constituants de sandwich en utilisant le l'environnement Matlab :

Soit une structure sandwich simplement appuyée sur les quatre cotés et sous une charge uniformément répartie sur la surface supérieure (voir Figure VI.1).



**Figure VI.1** : plaque sandwich simplement appuyée

$E_t$ : module de Young transversal de la peau [ N/mm<sup>2</sup>]

$E_l$ : module de Young longitudinal de la peau [N/mm<sup>2</sup>]

$G_{13}$ : module de cisaillement de l'âme [Mpa]

$G_{23}$ : module de cisaillement de l'âme [Mpa]

$\nu_l$ : le coefficient de poisson dans une traction longitudinal

**a** et **b**: longueur et largeur [mm]

**h<sub>1</sub>** : l'épaisseur de peau [mm]

**h**: l'épaisseur de l'âme [mm]

**q<sub>0</sub>**: charge [Mpa]

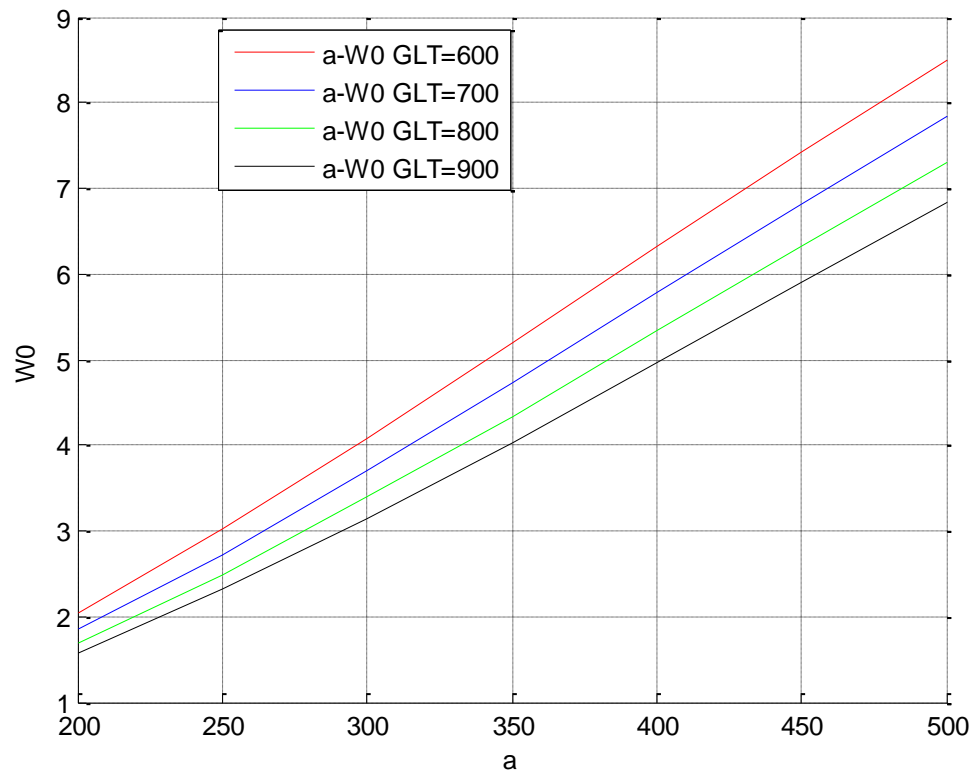
### VI.1. Influence de la longueur sandwich a:

La plaque pose les caractéristiques mécaniques suivants :

$E_t = 500 \text{ Mpa}$ ,  $E_l = 500 \text{ Mpa}$ ,  $G_{13} = 600 \text{ Mpa}$ ,  $\nu_{lt} = 0.3$ ,  $G_{23} = 600 \text{ Mpa}$ ,

$b = 200 \text{ mm}$ ,  $h = 80 \text{ mm}$ ,  $h_1 = 5 \text{ mm}$  et  $q_0 = 10 \text{ Mpa}$ .

GLT ; Module de cisaillement longitudinal



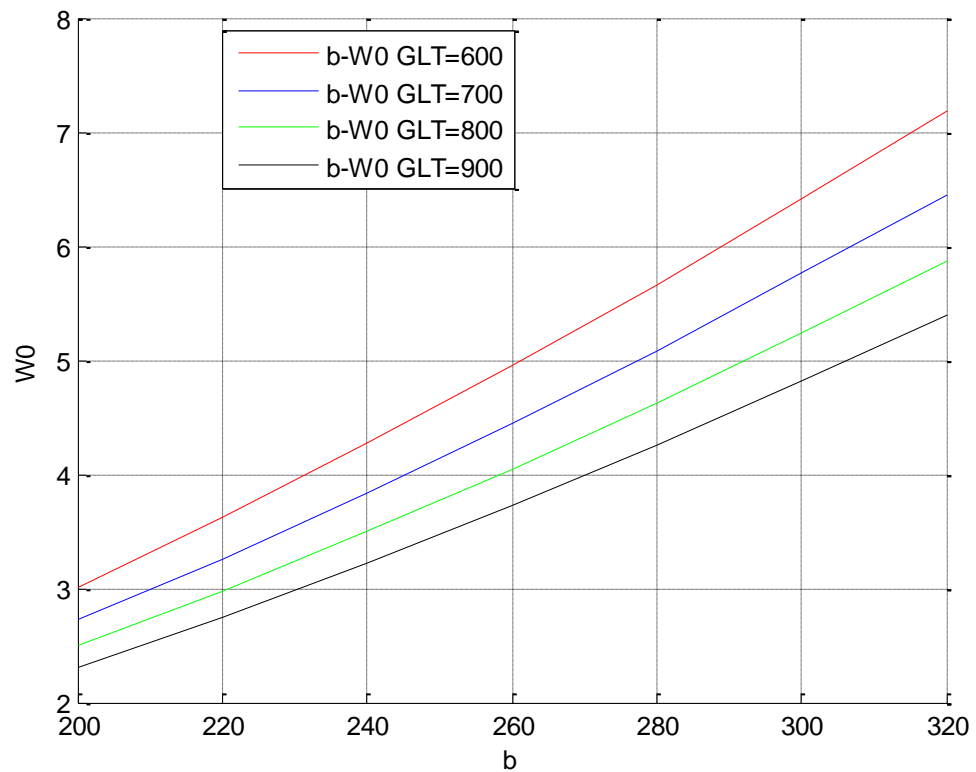
**Figure VI.2 :** La variation de la flèche maximale  $W_0$  en fonction de la longueur sandwich  $a$

- Ce graphe montre l'influence de la longueur du sandwich sur la flèche au milieu de la plaque, on peut voir que la flèche augmente quand la valeur de la longueur sandwich  $a$  augmente. Différent graphes a été dessiné dont la plus rigide est celui ayant le module de cisaillement le plus grand



## VI.2. Influence de la largeur sandwich $b$

$E_t = 500 \text{ Mpa}$ ,  $E_l = 500 \text{ Mpa}$ ,  $G_{13} = 600 \text{ Mpa}$ ,  $\nu_{lt} = 0.3$ ,  $G_{23} = 600 \text{ Mpa}$ ,  $a = 250 \text{ mm}$ ,  
 $h = 80 \text{ mm}$ ,  $h_1 = 5 \text{ mm}$  et  $q_0 = 10 \text{ Mpa}$ .

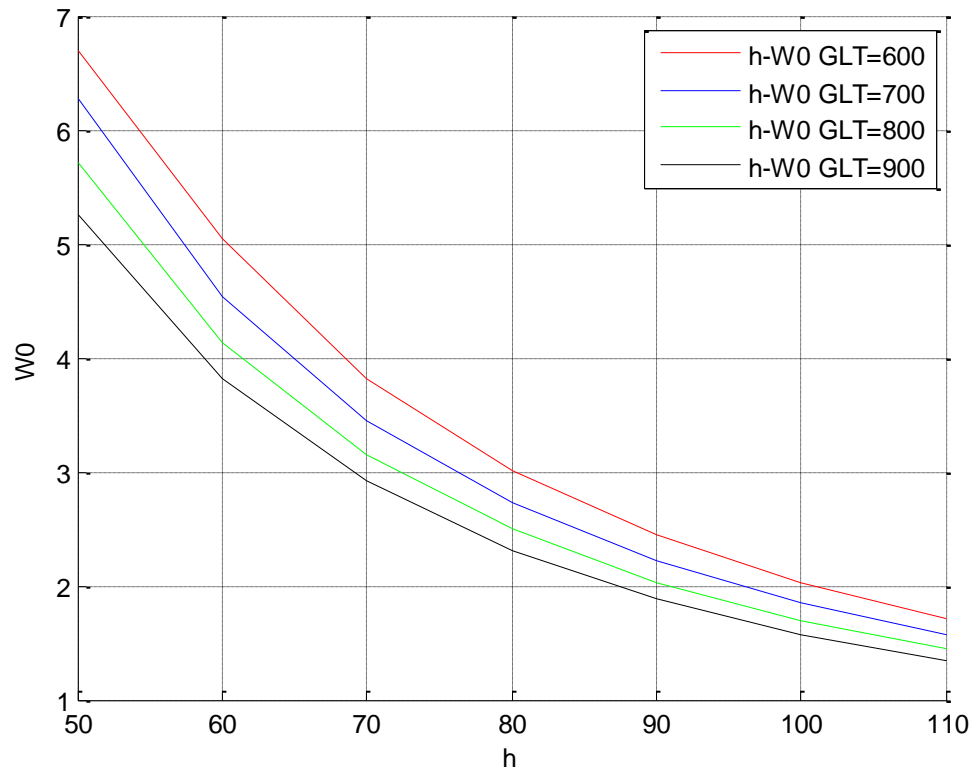


**Figure VI.3 :** La variation de la flèche maximale  $W_0$  en fonction de la largeur sandwich  $b$

- Ce graphe représente l'influence de la largeur du sandwich sur la flèche au milieu de la plaque pour différentes valeurs de modules de cisaillements, on peut voir que la flèche augmente quand la valeur de la largeur du sandwich a augmenté. On peut remarquer que le graphe la plus rigide est celui ayant le module de cisaillement le plus grand ce qui était remarqué dans le premier graphe

### VI.3. Influence de l'épaisseur de l'âme $h$ :

$E_t = 500 \text{ Mpa}$  ,  $E_l = 500 \text{ Mpa}$  ,  $G_{13} = 600 \text{ Mpa}$  ,  $\nu_{lt} = 0.3$  ,  $G_{23} = 600 \text{ Mpa}$  ,  $a = 250 \text{ mm}$ ,  
 $b = 200 \text{ mm}$  ,  $h_1 = 5 \text{ mm}$  et  $q_0 = 10 \text{ Mpa}$ .

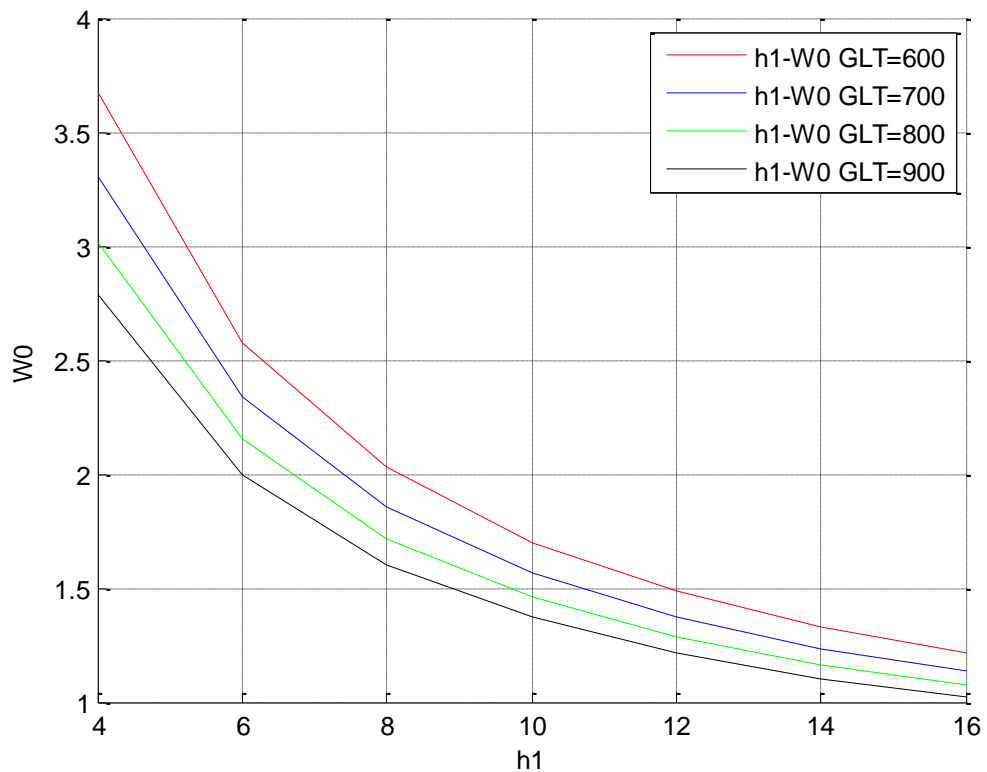


**Figure VI.4 :** La variation de la flèche maximale  $W_0$  en fonction de l'épaisseur de l'âme  $h$

- Ce graphe nous permet de voir l'influence de l'épaisseur de l'âme  $h$  sur la flèche maximale du sandwich, on peut voir clairement que la flèche décroît quand la valeur de l'épaisseur de l'âme  $h$  augmente.

#### VI.4. Influence de l'épaisseur de peau $h_1$ :

$E_t = 500 \text{ Mpa}$ ,  $E_l = 500 \text{ Mpa}$ ,  $G_{13} = 600 \text{ Mpa}$ ,  $\nu_{lt} = 0.3$ ,  $G_{23} = 600 \text{ Mpa}$ ,  $a = 250 \text{ mm}$ ,  
 $b = 200 \text{ mm}$ ,  $h = 80 \text{ mm}$ , et  $q_0 = 10 \text{ Mpa}$ .



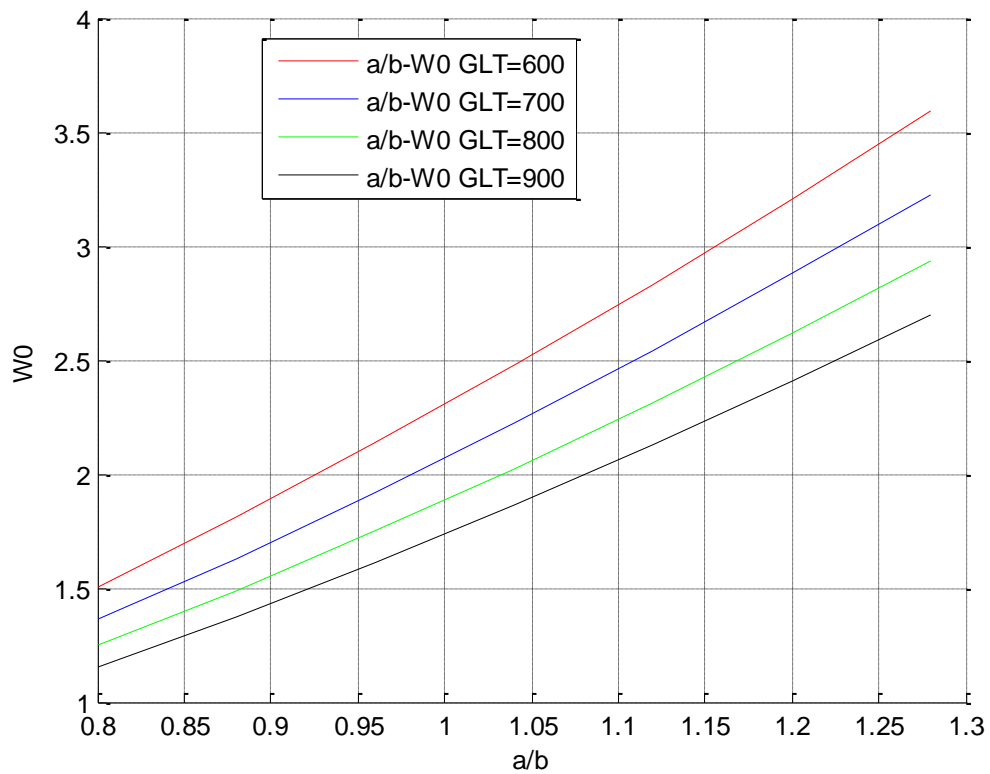
**Figure VI.5 :** La variation de la flèche maximale  $W_0$  en fonction de l'épaisseur de peau  $h_1$

- Ce graphe représente l'influence de l'épaisseur de la peau sur la flèche maximale du sandwich, on peut voir que la flèche décroît quand la valeur de l'épaisseur de peau  $h_1$  augmente.

### VI.5. Influence du rapport a/b:

$E_t = 500 \text{ Mpa}$ ,  $E_l = 500 \text{ Mpa}$ ,  $G_{13} = 600 \text{ Mpa}$ ,  $\nu_{lt} = 0.3$ ,  $G_{23} = 600 \text{ Mpa}$ ,

$b = 250 \text{ mm}$ ,  $h = 80 \text{ mm}$ ,  $h_1 = 5 \text{ mm}$  et  $q_0 = 5 \text{ Mpa}$ .

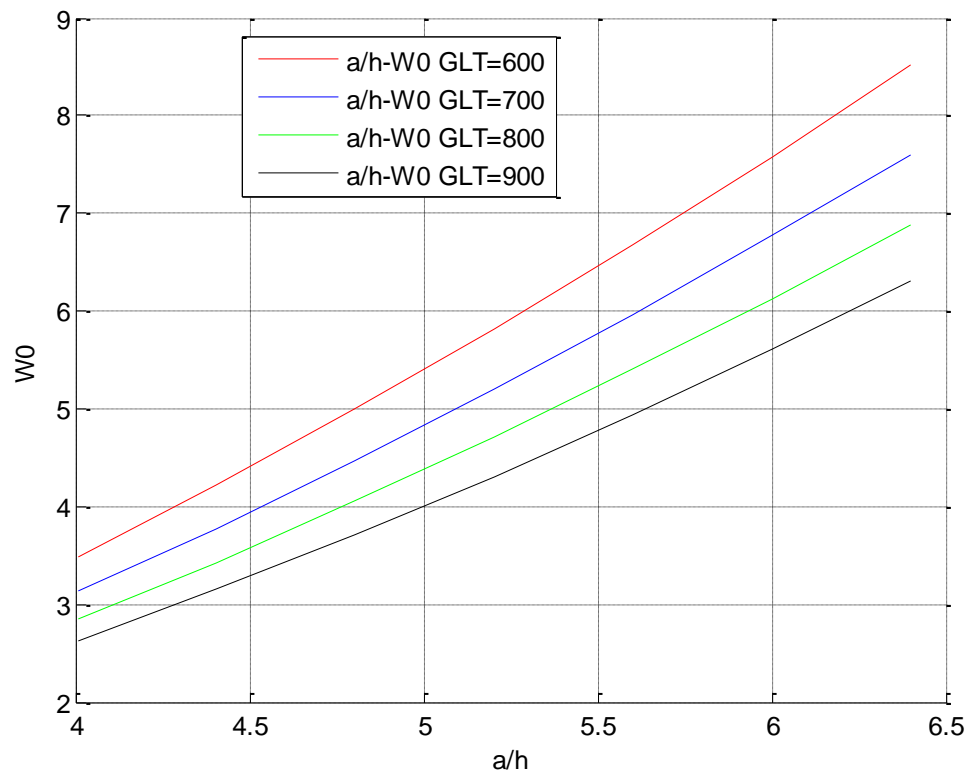


**Figure VI.6 :** La variation de la flèche maximale **W0** en fonction du rapport **a/b**

- Sur ce graphe on peut voir l'influence du rapport entre la longueur et largeur a/b dans le sandwich sur le déplacement (la flèche maximale), on remarque qu'il y'a une proportionnalité entre le rapport a/b et la flèche

### VI.6. Influence du rapport $a/h$ :

$E_t = 500 \text{ Mpa}$ ,  $E_l = 500 \text{ Mpa}$ ,  $G_{13} = 600 \text{ Mpa}$ ,  $\nu_{lt} = 0.3$ ,  $G_{23} = 600 \text{ Mpa}$ ,  
 $b = 250 \text{ mm}$ ,  $h = 50 \text{ mm}$ ,  $h_1 = 5 \text{ mm}$  et  $q_0 = 5 \text{ Mpa}$ .

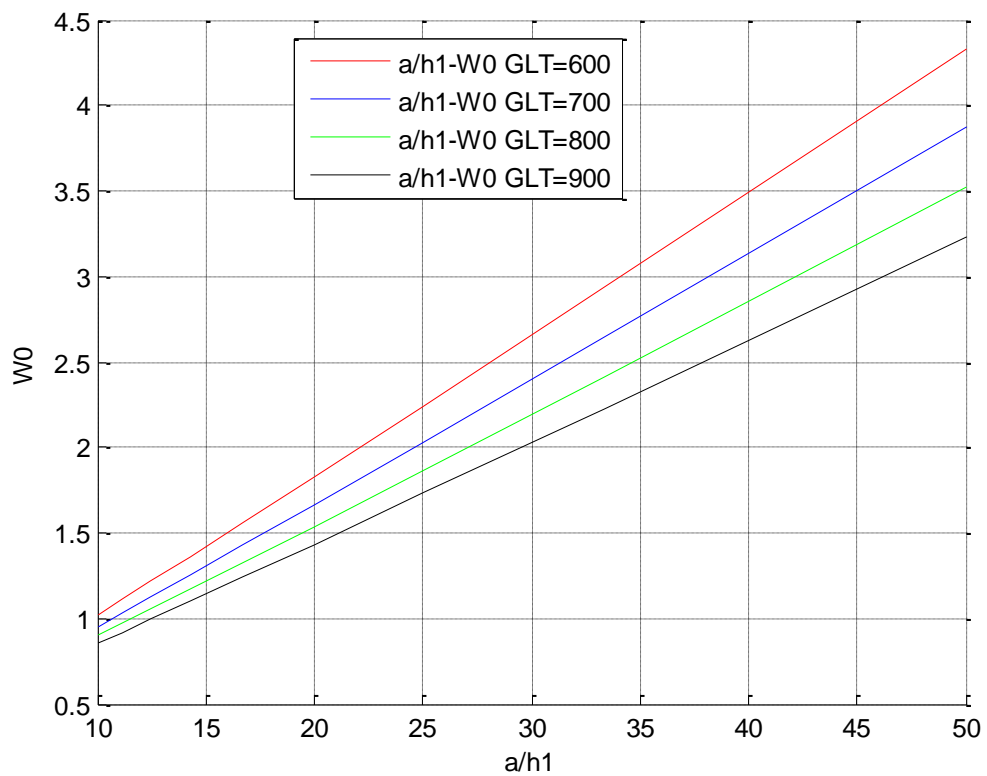


**Figure VI.7:** La variation de la flèche maximale  $W_0$  en fonction du rapport  $a/h$

- ce graphe nous montre l'influence du rapport d'élancement  $a/h$  dans le sandwich sur le déplacement ( flèche maximale ), la relation entre ce rapport et la flèche est proportionnel .

### VI.7. Influence du rapport $a/h_1$ :

$E_t = 500 \text{ Mpa}$ ,  $E_l = 500 \text{ Mpa}$ ,  $G_{13} = 600 \text{ Mpa}$ ,  $\nu_{lt} = 0.3$ ,  $G_{23} = 600 \text{ Mpa}$ ,  $a = 200 \text{ mm}$ ,  
 $b = 250 \text{ mm}$ ,  $h = 50 \text{ mm}$ , et  $q_0 = 5 \text{ Mpa}$ .

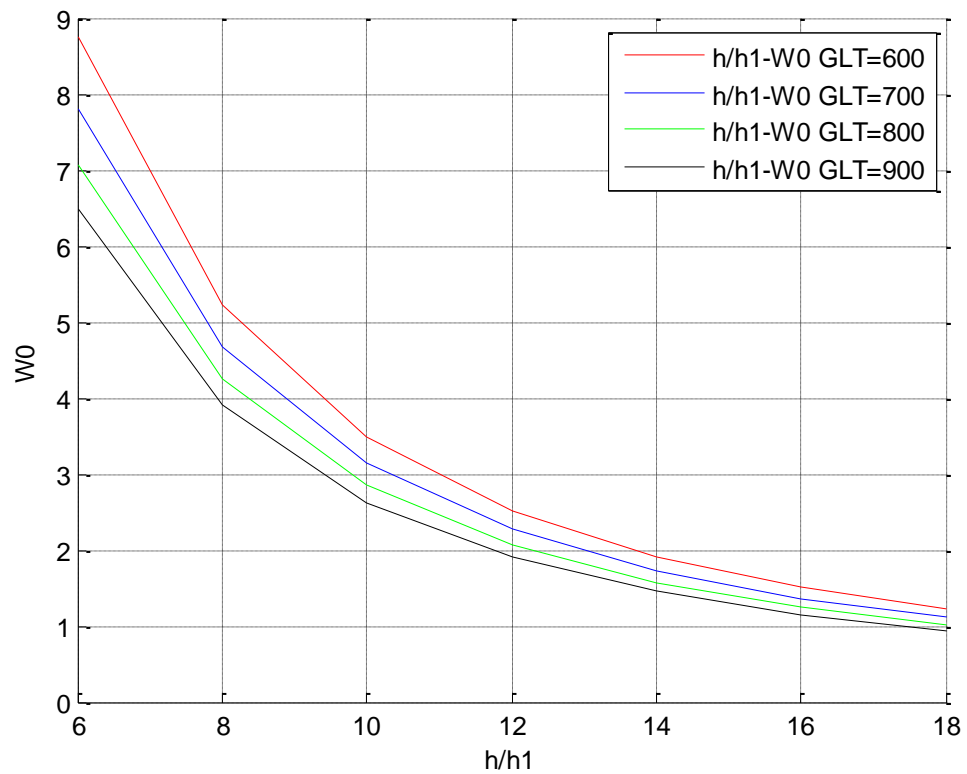


**Figure VI.8 :** La variation de la flèche maximale  $W_0$  en fonction du rapport  $a/h_1$

- Sur ce graphe on peut voir l'influence du rapport d'élanement sur le déplacement (la flèche maximale), pour différentes valeurs du module de Coulomb on peut voir que les résultats sont presque similaires pour les valeurs du rapport d'élanements basses mais il y'a des différences remarquables quand le rapport soit supérieur à 25.

### VI.8. Influence du rapport $h/h_1$ :

$E_t = 500 \text{ Mpa}$ ,  $E_l = 500 \text{ Mpa}$ ,  $G_{13} = 600 \text{ Mpa}$ ,  $\nu_{lt} = 0.3$ ,  $G_{23} = 600 \text{ Mpa}$ ,  $a = 200 \text{ mm}$ ,  
 $b = 250 \text{ mm}$ ,  $h_1 = 5 \text{ mm}$  et  $q_0 = 5 \text{ Mpa}$ .



**Figure VI.9 :** La variation de la flèche maximale en fonction du rapport  $h/h_1$

- Sur ce graphe on peut voir l'influence du rapport  $h/h_1$  du sandwich sur le déplacement flèche maximale, la relation entre ce rapport et la flèche est inversement proportionnelle et la variation est non linéaire.



## Conclusion générale

L'objectif primordial du travail était la contribution à la modélisation des structures tri-couches par la théorie locale pour une structure sandwich simplement appuyée sur les quatre cotés et sous une charge uniformément répartie sur la surface supérieure. Pour cette étude une caractérisation des matériaux sandwich et leurs constituants en statique et en fatigue a été faite.

La modélisation des matériaux sandwichs ne nécessite pas de théories trop élaborées car les divers modèles convergent dans cette configuration dans le domaine linéaire. De plus, il semble que pour le domaine non linéaire, le modèle de type Zig-zag soit le plus fiable. Les modèles 2D globaux ne permettent pas de traiter séparément les deux peaux en conditions aux limites et en chargement. [2]

Une partie du travail a été consacrée à l'étude de l'influence des caractéristiques géométriques des constituants des matériaux sandwich sur le déplacement transversal au milieu d'une plaque. On a conclu que tous les caractéristiques influent sur la flèche par l'augmentation ou la diminution, selon le cas, on a remarque aussi que, les rapports entre l'âme et les peaux influe sur le comportement mécanique de la plaque.

Les principaux objectifs du concepteur d'un «sandwich » sont de choisir les matériaux appropriés constituant la structure ainsi que la détermination des dimensions respectives des peaux et de l'âme de façon à résister aux contraintes induites par le chargement appliqué. Les structures sandwichs sont plus rigides que les poutres conventionnelles. En effet, leur distribution géométrique efficace assure un partage des sollicitations entre les différents constituants de façon bien adéquate.

## Références bibliographiques

- [1]:A. LACHGUER M AKYOUN, les matériaux sandwich et risques d'instabilités géométriques locales, école des mines de Douai, 2012.
- [2]:B. CASTANIE, contribution à l'étude des structure sandwichs dissymétriques, thèse, l'école nationale supérieur de l'aéronautique et de l'espace, 2000.
- [3]: B . phacharaporn ,contribution à l'étude du comportement des inserts dans les structures sandwichs composites,thèse,2005
- [4]: F. BOUROUIS ,étude du comportement mécanique de structures sandwiches a différents matériaux de revêtements ,thèse,CONSTANTINE,
- [5]: F. BOUROUIS, optimisation de la rupture et de l'endommagement de différents matériaux sandwichs, thèse, 2013.
- [6]:F. LAURIN, Introduction générale sur les matériaux composites, ONERA.
- [7] : J.M. BERTHELOT, Matériaux Composites, Comportement mécanique et analyse des structures, 4ème édition, tec&doc, paris, 1999.
- [8]:L.MARCE,F.MANUEL,S.ARLINDO ,sandwich construction , instituto supérieur technico,2004
- [9]: M. ASSARAR, étude expérimentale et modélisation du comportement dynamique des composites stratifiés et sandwichs, thèse, Maine, 2007.
- [10] : M.AYMEN,comportement sous choc des composites sandwich et influence des paramètres des matériaux et test,école polytechnique de mantreal,2010.
- [11] : M. LADFAR, influence des caractéristiques mécaniques sur les comportements mécanique des structures sandwich, Ouargla, 2013.
- [12]:N.CARRERE ,Y.ROLLET ,F.-H.LEROY ,D.LOUIS et J.-F.MAIRE ,stratégie de calcul robuste pour la simulation de structures composites sandwichs ,ONERA ,2007
- [13] : M .VINCENT , Méthodes d'analyse par éléments finis des contraintesaux interfaces dans les structures sandwich , thèse,Université Blaise Pascal - Clermont II ,1998
- [14] :Y.AMINANDA ,contribution à l'analyse et à la modélisation de structures sandwichs impactées ,thèse, l'école nationale supérieure de l'aéronautique et de l'espace,2004

## **Influence des caractéristiques géométrique sur les comportements mécanique des structures sandwich :**

### **Résumé :**

Les matériaux composites se développent jour après jour, bien que les structures sandwichs occupent actuellement une place considérable dans tous les secteurs industriels notamment les secteurs aéronautique et maritime. Il est donc nécessaire de connaître profondément le comportement mécanique de ces structures, L'objectif principal de notre travail intitulé « Contribution à la modélisation des structures tri-couche par la théorie locale » est de comprendre l'influence des caractéristiques géométriques des constituants des sandwich sur le comportement mécanique des plaque en flexion. On a utilisé pour cette étude l'approche locale.

**Mots clés :** structures tri-couche, théorie locale, caractéristiques géométriques, théorie de premier ordre avec cisaillement transverse,

### **Influence of geometrical features on the mechanical behaviors sandwich structures:**

### **Abstract:**

Composites grow day after day, although sandwich structures currently occupy a considerable place in all industry including aviation and maritime sectors. It is therefore necessary to know deeply the mechanical behavior of these structures, the main objective of our work entitled "Contribution to the modeling of three-layer structures by the local theory" is to understand the influence of the geometrical characteristics of the components of the sandwich the mechanical behavior of the bending plate. Was used for this study the local approach.

**Key words:** three-layer structures, local theory, geometric characteristics, first-order theory with transverse shear,

### **تأثير الخصائص الهندسية على التصرف الميكانيكي للبنية ساندويتش**

### **ملخص:**

أن المواد المركبة تنمو يوما بعد يوم، على الرغم من أن الهياكل ساندويتش تحتل حاليا مكانا كبيرا في جميع الصناعات بما في ذلك الطيران والقطاعات البحرية. ولذا فمن الضروري أن نتعرف بعمق على السلوك الميكانيكي لهذه الهياكل، الهدف الرئيسي من عملنا بعنوان "المساهمة في النمذجة هياكل ثلاث طبقات بنظرية الموضوعية" هو فهم تأثير الخصائص الهندسية لمكونات الساندويتش على السلوك الميكانيكي الانحناء اللوحة. وقد استخدم في هذه الدراسة النظرية الموضوعية .

**كلمات مفتاحية :** هياكل ثلاث طبقات، نظرية الموضوعية، خصائص هندسية، نظرية من الدرجة الأولى مع القص العرضي