

UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA

Faculté des Sciences Appliquées

Département de Génie Electrique



Mémoire

MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et technologies

Filière : Electrotechnique

Spécialité : Matériaux Electrotechniques

Présenté par :

LOUAFI AYOUN

TADJINE SALAHEDDINE

Thème:

**Effet du choix des matériaux des  
électrodes sur les performances d'une  
pompe magnétohydrodynamique**

Soutenu publiquement

Le : 09/06/2014

Devant le jury :

|                                  |        |                      |             |
|----------------------------------|--------|----------------------|-------------|
| M <sup>r</sup> . BEN ALIA Khaled | MA (B) | Président            | UKM Ouargla |
| M <sup>m</sup> . NACEUR Sonia    | MA (A) | Encadreur/rapporteur | UKM Ouargla |
| M <sup>m</sup> . BELKEBIR Amel   | MA (A) | Examinateur          | UKM Ouargla |
| M <sup>m</sup> . BOUALI Khadidja | MA (A) | Examinateur          | UKM Ouargla |



## DÉDICACES

# Dédicace

*Je dédie ce travail :*

*Ma très chère mère et très cher père, leurs patience et leurs confiances.*

*Qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude pour tout ce  
qu'ils font pour moi « que Dieu vous garde et vous bénisse ».*

*Mes très chers frères*

*Mes très chères sœurs et*

*Toute la famille Louafi et Un grand merci*

*Khamis, Younes, Gharib, Moussa, Nabil*

*J'adresse aussi mes sincères remerciements à l'ensemble des  
enseignants de l'université d'Ouargla et Toute ma promotion.*

*Je dédie également toute personne ayant contribué de près ou de loin à  
la réalisation de ce travail.*

**LOUAFI AYOUB**

# Dédicace

*Je dédie ce travail :*

*Ma très chère mère et très cher père, leurs patience et leurs confiances.*

*Qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude pour tout ce  
qu'ils font pour moi « que Dieu vous garde et vous bénisse ».*

*Mes très chers frères*

*Mes très chères sœurs et*

*Toute la famille*

*J'adresse aussi mes sincères remerciements à l'ensemble des  
enseignants de l'université d'Ouargla et Toute ma promotion.*

*Je dédie également toute personne ayant contribué de près ou de loin à  
la réalisation de ce travail.*

*TADJINE SALAHEDDINE*



## REMERCIEMENTS

# REMERCIEMENTS

Tout d'abord, nous tenons à remercier Allah, le clément et le miséricordieux de nous avoir donné la force et le courage de mener à bien ce modeste travail. Nous remercions également nos familles pour les sacrifices qu'elles ont faites pour que nous terminions nos études. Nous voudrions exprimer nos vifs remerciements à notre encadreuse

**Mme. NACEUR Sonia**, pour la confiance et l'aide scientifique, par son expérience et sa compétence, ainsi que pour les orientations et les conseils qu'il a su nous prodiguer durant l'évolution de notre projet.

Nous tenons à exprimer notre gratitude envers l'ensemble des membres de jury qui ont accepté de lire et juger notre travail :

**Mr. BEN ALIA Khaled**, docteure à l'université Kasdi Merbah d'Ouargla, pour avoir accepté de présider le jury.

**Mme. BELKEBIR Amel**, maître assistante à l'université Kasdi Merbah d'Ouargla, pour nous avoir honorés par sa présence.

**Mme. BOUALI Khadidja**, maître assistante à l'université Kasdi Merbah d'Ouargla, pour nous avoir honorés par sa présence.

Nous remercions aussi tous nos amis pour leurs aides, leurs patience, leurs compréhensions et leurs encouragements.

Nous exprimons toutes nos profondes reconnaissances à tous ceux et celles qui de près ou de loin pour l'aide et l'encouragement qu'ils nous ont apporté. Qu'ils trouvent ici l'expression de notre profonde gratitude.

Merci à tous et à toutes.

## NOMENCLATURE

# Liste des symboles et des abréviations

## I. Symbole.

| Symbol         | Définition                                 | Unité               |
|----------------|--------------------------------------------|---------------------|
| $\vec{A}$      | Potentiel vecteur magnétique               | [T m]               |
| B              | Induction magnétique                       | [T]                 |
| $\vec{D}$      | Induction électrique                       | [C/m ]              |
| U              | Potentiel électrique scalaire              | [V]                 |
| $\vec{E}$      | Champ électrique                           | [V/m]               |
| E'             | F.C.E.M d'inducteur                        | [V/m]               |
| Eind           | Champ électrique induit                    | [V/m]               |
| $\vec{H}$      | Champ magnétique                           | [A/m]               |
| $\vec{j}$      | Densité de courant total                   | [A/m <sup>2</sup> ] |
| $\vec{j}_{ex}$ | Densité de courant d'excitation            | [A/m <sup>2</sup> ] |
| $\vec{j}_a$    | Densité de courant injecté par l'électrode | [A/m <sup>2</sup> ] |
| $\vec{V}$      | Vitesse d'écoulement du fluide             | [m/s]               |
| $\vec{F}$      | Force électromagnétique                    | [N/m <sup>3</sup> ] |
| $\mu$          | Perméabilité magnétique                    | [H/m]               |
| $\mu_0$        | Perméabilité magnétique à vide             | [H/m]               |
| $\mu_r$        | Perméabilité magnétique relative           | -                   |
| $\epsilon$     | Permittivité électrique                    | -                   |
| $\sigma$       | Conductivité électrique                    | [S/m]               |
| $\rho$         | Densité de charge volumique                | [C/m]               |
| $q$            | Charge électrique                          | [C]                 |
| $i$            | Nombre complexe ( $i^2 = -1$ )             | -                   |

## II. Abréviation.

| ABREVIATION | DEFINITION                 |
|-------------|----------------------------|
| MHD         | Magnétohydrodynamique      |
| 2D          | Bidimensionnel             |
| 3D          | Tridimensionnel            |
| MEF         | Méthode des éléments finis |

## Nomenclature

---

|               |                                                       |
|---------------|-------------------------------------------------------|
| <b>MVF</b>    | <b>Méthode des volumes finis</b>                      |
| <b>MIF</b>    | <b>Méthode des Intégrales de Frontières</b>           |
| <b>MATLAB</b> | <b>‘Matrix laboratory’ : langage de programmation</b> |
| <b>P.D.E</b>  | <b>Equations différentiel partiel</b>                 |
| <b>EM</b>     | <b>Electromagnétique</b>                              |

## SOMMAIRE

# Sommaire

## Introduction Générale :

|                                                                                   |                         |   |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|---|
|  | Problématique           | 1 |
|  | Objectif                | 1 |
|  | Présentation du mémoire | 2 |

| N°        | <b>Chapitre Un : Généralité sur les matériaux électrotechniques</b>             | P  |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------|----|
| I.1       | Introduction .....                                                              | 4  |
| I.2       | Classification .....                                                            | 4  |
| I.3       | Conducteurs - Isolants - Semi-conducteurs et magnétiques .....                  | 6  |
| I.3.1     | Matériaux conducteurs .....                                                     | 6  |
| I.3.1.1   | Ce que c'est Les conducteurs ? .....                                            | 6  |
| I.3.1.2   | Matériaux conducteurs dans le réseau électrique .....                           | 7  |
| I.3.1.3   | Matériaux conducteurs dans les transformateurs et les machines électriques..... | 7  |
| I.3.2.1   | Matériaux Isolants .....                                                        | 8  |
| I.3.3     | Semi-conducteurs .....                                                          | 9  |
| I.3.3.1   | Bandes d'énergie .....                                                          | 10 |
| I.3.3.2   | Semi-conducteur extrinsèque : dopage .....                                      | 11 |
| I.3.3.2.1 | Semi-conducteur de type n .....                                                 | 11 |
| I.3.3.2.2 | Semi-conducteur de type p .....                                                 | 11 |
| I.3.4     | matériaux magnétiques. ....                                                     | 12 |
| I.3.4.1   | Origine et classification des matériaux. ....                                   | 12 |
| I.3.4.2   | Classification des matériaux d'un point de vue magnétique. ....                 | 12 |
| I.3.4.3   | Matériaux durs. ....                                                            | 13 |
| I.3.4.4   | Matériaux doux. ....                                                            | 13 |
| I.3.4.5   | Les alliages et Les tôles magnétiques. ....                                     | 13 |
| I.3.4.6   | Supraconducteurs à haute température critique. ....                             | 14 |
| I.4       | Les matériaux qui composite d'un pompe MHD. ....                                | 15 |
| I.4.1     | Les métaux liquides. ....                                                       | 15 |
| I.5       | Conclusion. ....                                                                | 16 |

**Chapitre Deux : Etat de l'art des convertisseurs  
Magnétohydrodynamiques (MHD)**

|            |                                                                |    |
|------------|----------------------------------------------------------------|----|
| II.1       | INTRODUCTION .....                                             | 18 |
| II.2       | La Pompe magnétohydrodynamique .....                           | 18 |
| II.2.1     | Définition de la MHD. ....                                     | 18 |
| II.2.2     | Principe de la pompe MHD. ....                                 | 18 |
| II.2.2.1   | Généralités. ....                                              | 19 |
| II.2.2.2   | Principe physique. ....                                        | 20 |
| II.2.2.3   | Principe du pompage de la pompe MHD. ....                      | 21 |
| II.2.3     | Les convertisseurs MHD linéaires à conduction. ....            | 21 |
| II.2.3.1   | Description et principe de fonctionnement. ....                | 21 |
| II.2.3.2   | Les Pompes MHD à conduction à courant continu.....             | 23 |
| II.2.3.3   | Les Pompes MHD à Conduction à Courant Alternatif. ....         | 25 |
| II.2.4     | Les convertisseurs MHD linéaires à induction. ....             | 25 |
| II.2.4.1   | Principe physique. ....                                        | 25 |
| II.2.4.2   | Différentes géométries des pompes à induction. ....            | 26 |
| II.2.4.2.1 | Pompes Plates.....                                             | 26 |
| II.2.4.2.2 | Pompes Annulaires. ....                                        | 27 |
| II.2.4.2.3 | Pompes Hélicoïdales. ....                                      | 28 |
| II.2.5     | Comparaison entre les pompes à conduction et à induction. .... | 29 |
| II.3       | COCLUSION. ....                                                | 29 |

**Chapitre trois : Modélisation numériques des phénomènes  
magnétodynamique**

|           |                                                      |    |
|-----------|------------------------------------------------------|----|
| III.1     | Introduction. ....                                   | 31 |
| III.2     | Equations électromagnétiques. ....                   | 31 |
| III.2.1   | Equations générales de Maxwell. ....                 | 31 |
| III.2.1.1 | Lois de couplage électromagnétique. ....             | 31 |
| III.2.1.2 | Les équations de conservation. ....                  | 32 |
| III.2.1.3 | Lois de comportement des milieux des matériaux. .... | 32 |
| III.2.2   | Modèles électromagnétiques. ....                     | 34 |
| III.2.2.1 | Modèle magnétodynamique. ....                        | 34 |

---

|         |                                                                                          |    |
|---------|------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| III.3   | Formulation électromagnétique du problème .....                                          | 36 |
| III.3.1 | Formulations en Potentiels vecteur magnétique .....                                      | 37 |
| III.3.2 | Formulation en induction magnétique .....                                                | 37 |
| III.4   | Méthodes de discréétisation .....                                                        | 38 |
| III.4.1 | Méthodes des différences finies (MDF) .....                                              | 38 |
| III.4.2 | Méthode des éléments finis (MEF) .....                                                   | 38 |
| III.4.3 | Méthode des intégrales de frontières (MIF) .....                                         | 39 |
| III.4.4 | Méthode des volumes finis (MVF) .....                                                    | 39 |
| III.5   | Exemple illustratif de la MVF .....                                                      | 40 |
| III.6   | Formulation en volumes de contrôle .....                                                 | 41 |
| III.7   | Formulation de l'équation électromagnétique par la méthode des volumes finis .....       | 42 |
| III.7.1 | Discréétisation de l'équation magnétodynamique .....                                     | 42 |
| III.7.2 | Formulation de l'équation électromagnétique (MHD) Par La Méthode Des Volumes Finis ..... | 44 |
| III.8   | Conditions aux limites .....                                                             | 45 |
| III.9   | Conclusion .....                                                                         | 46 |

**Chapitre Quatre : Application et résultats de la modélisation numérique**

|          |                                                                                   |    |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------|----|
| IV.1     | Introduction .....                                                                | 48 |
| IV.2     | Techniques de discréétisations .....                                              | 48 |
| IV.3     | Méthodes de discréétisations .....                                                | 48 |
| IV.4     | Présentation du code de calcul .....                                              | 49 |
| IV.5     | Application .....                                                                 | 50 |
| IV.5.1   | Description générale de la pompe MHD à conduction .....                           | 51 |
| IV.5.2   | Choix de l'analyse bidimensionnelle .....                                         | 51 |
| IV.6     | Résultats et discussions .....                                                    | 52 |
| IV.6.1   | Cas linéaire .....                                                                | 52 |
| IV.6.1.1 | Distribution de potentiel vecteur magnétique .....                                | 54 |
| IV.6.1.2 | Représentation de l'induction magnétique .....                                    | 55 |
| IV.6.1.3 | Influence des matériaux des électrodes sur les performances de la pompe MHD ..... | 56 |
| IV.7     | Conclusion .....                                                                  | 58 |

---

|                                   |    |
|-----------------------------------|----|
| -Conclusion générale.....         | 60 |
| -Annexe 01.....                   | 62 |
| -Annexe 02.....                   | 64 |
| -Références bibliographique ..... | 65 |

## **Liste des tableaux et figures**

### **1 : liste des figures**

| <b>N<sup>º</sup></b> | <b>Figures</b>                                                 | <b>P</b> |
|----------------------|----------------------------------------------------------------|----------|
| I.1                  | Classification des matériaux électrotechnique.....             | 4        |
| I.2                  | Tableau Périodique des éléments.....                           | 5        |
| I.3                  | Matériaux conducteurs dans les transformateurs.....            | 8        |
| I.4                  | Le principe de construction d'un condensateur.....             | 9        |
| I.5                  | Silicium dopé au phosphore. a. T = 0 K. b. T ≠ 0 K.....        | 11       |
| I.6                  | Silicium dopé au Bore. a. T = 0K. b. T≠0K.....                 | 11       |
| I.7                  | La courbe de matériau doux et dure.....                        | 14       |
| II.1                 | Générateur MHD à gaz ionisé .....                              | 19       |
| II.2                 | Règle des trois doigts de la main droite.....                  | 20       |
| II.3                 | Principe de fonctionnement d'une pompe MHD.....                | 20       |
| II.4                 | Principe du pompage MHD dans les liquides.....                 | 21       |
| II.5                 | Schéma d'une machine MHD à Conduction.....                     | 22       |
| II.6                 | Pompe MHD à conduction à courant continu.....                  | 24       |
| II.7                 | Schéma d'une pompe MHD AC.....                                 | 25       |
| II.8                 | Lignes de courant dans une pompe MHD à induction.....          | 26       |
| II.9                 | Schéma d'une pompe MHD à induction plate.....                  | 27       |
| II.10                | Pompe MHD à induction plate.....                               | 27       |
| II.11                | Schéma d'une pompe MHD annulaire.....                          | 28       |
| II.12                | Schéma d'une pompe MHD hélicoïdale.....                        | 28       |
| III.1                | Maillage du domaine. d'étude.....                              | 39       |
| III.2                | Discrétisation en volume fini en 1.....                        | 40       |
| III.3                | Discrétisation en volume fini en 2D.....                       | 42       |
| IV.1                 | Organisation générale du code du calcul électromagnétique..... | 49       |

---

|        |                                                                  |    |
|--------|------------------------------------------------------------------|----|
| IV.2   | Organigramme de la méthode des volumes finis de simulation ..... | 50 |
| IV.3   | Schéma d'une machine MHD à Conduction.....                       | 51 |
| IV.4   | Schéma laisser de la pompe MHD.....                              | 53 |
| IV.5   | Les lignes équipotentielles dans la pompe MHD.....               | 53 |
| IV.6.a | Potentiel vecteur magnétique en 3 D.....                         | 54 |
| IV.6.b | Potentiel vecteur magnétique en 2 D dans la pompe.....           | 54 |
| IV.7.a | Induction magnétique en 3D.....                                  | 55 |
| IV.7.b | Induction magnétique B[T] en 2D dans la pompe MHD.....           | 55 |
| IV.8.a | Matériaux d'électrode le Platine.....                            | 56 |
| IV.8.b | Matériaux d'électrode l'Argent.....                              | 56 |
| IV.8.c | Matériaux d'électrode l'Or.....                                  | 56 |
| IV.9.a | Matériaux d'électrode le Platine.....                            | 57 |
| IV.9.b | Matériaux d'électrode l'Argent.....                              | 57 |
| IV.9.c | Matériaux d'électrode l'Or.....                                  | 57 |

**2 : liste de tableau**

| N°   | Tableau                                                                                                                                                                    | P  |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| I.1  | Exemples de semi-conducteurs .....                                                                                                                                         | 10 |
| I.2  | Exemple de valeurs du gap et de la distance interatomique ("constante du réseau" = arête du cube du réseau = $(4 / \sqrt{3}) \times$ distance au plus proche voisin) ..... | 10 |
| I.3  | Susceptibilité magnétique des principaux types de matériaux magnétiques.....                                                                                               | 13 |
| I.4  | Comprissons entre Matériaux durs et Matériaux doux .....                                                                                                                   | 13 |
| I.5  | quelque matériau composant de pompe MHD .....                                                                                                                              | 15 |
| I.6  | Propriétés physiques du gallium et de l'eau .....                                                                                                                          | 16 |
| II.1 | Les fluides les plus utilisés .....                                                                                                                                        | 22 |
| II.2 | Comparaison entre MCC et MHD à conduction .....                                                                                                                            | 23 |
| IV.1 | la Propriétés électriques des métaux utilisés d'électrode.....                                                                                                             | 52 |
| IV.2 | les valeurs obtenu après simule.....                                                                                                                                       | 57 |



# INTRODUCTION GÉNÉRALE

## Introduction Générale

### Généralité et Problématique

domaine scientifique regroupant l'ensemble des techniques qui permettent la production, le transport, le traitement, la transformation et l'utilisation rationnelle de l'énergie électrique. L'électricité est un excellent vecteur d'énergie avec de remarquables capacités de conversion et de transport, [1].

Les matériaux sont un des facteurs clés pour le progrès du matériel électrique. Ils ont encore un beau potentiel d'évolution. Des matériaux très performants sont mis au point dans les laboratoires. Leur industrialisation permettra d'avoir des matériaux encore meilleurs et qui offrent de nouvelles possibilités aux électrotechniciens, [2].

Les matériaux électrotechniques sont la base pour la fabrication de machines électriques en générale car caractéristiques phasique et électrique reflètent sur le rendement et les performances de la machine, [3].

La magnétohydrodynamique (MHD) est à la frontière de deux sciences, l'électromagnétisme et la mécanique des fluides. Elle consiste en l'étude de l'interaction entre un écoulement de fluide conducteurs et des champs magnétiques. La conversion MHD est l'une des applications de cette discipline. Elle concerne la conversion de l'énergie mécanique du mouvement d'un fluide en énergie électrique. Ce mécanisme permet de transformer directement la chaleur en électricité sans passer par des turbines comme dans les centrales classiques. Ceci est un avantage par rapport aux machines classiques connues. La conversion peut également s'effectuer en sens inverse ; on utilise l'énergie électrique pour mettre un fluide en mouvement, on obtient ainsi des pompes électromagnétiques. Ces pompes ont l'avantage par rapport aux pompes mécaniques de n'avoir aucune pièce mobile et aucun contact avec le fluide puisque ce dernier est simplement connectée par un champ magnétique, [1].

Différentes méthodes peuvent être utilisées pour la résolution des équations aux dérivées partielles, Ces méthodes numériques transforment les équations aux dérivées partielles (E.D.P) en des systèmes d'équations algébriques dont la solution fournit une approximation

---

de l'inconnue en différents points du milieu. Parmi ces méthodes, on peut citer la méthode des différences finis, la méthode des éléments finis, la méthode des volumes finis, ainsi que la méthode des intégrales de frontières,[13].

## **Objectif.**

L'objectif essentiel de ce travail, est la modélisation numérique du modèle électromagnétique d'une pompe MHD à conduction par la méthode des volumes finis en tenant compte de la nature des matériaux des électrodes. Différentes caractéristiques telles que celle du potentiel vecteur magnétique, la distribution de l'induction magnétique, sont déterminées.

## **Présentation du mémoire**

Le travail, que nous présentons, dans le cadre de la préparation du mémoire de Master est scindé en quatre chapitres :

- ↳ Dans le premier chapitre nous présenterons une généralité sur les matériaux en électrotechnique leur classification et domaine d'application
- ↳ Dans le premier chapitre, nous nous intéressons à la présentation de l'état de l'art des convertisseurs Magnétohydrodynamiques, et plus particulièrement, les convertisseurs MHD à conductions et leurs principales applications ;
- ↳ La formulation mathématique des phénomènes électromagnétiques par les équations de Maxwell ainsi que La description des différentes méthodes numériques et le choix de la méthode des volumes finis pour la modélisation numérique des phénomènes électromagnétiques est l'objet du troisième chapitre;
- ↳ Le quatrième chapitre, est consacré à la présentation du code du calcul e quatrième chapitre, est consacré à la présentation du code du calcul développé sous environnement MATLAB. Des résultats de modélisation des phénomènes électromagnétiques sont présentés. Une étude portant sur l'influence des matériaux des électrodes a été considérée.

Le mémoire est clôturé par une conclusion générale.



# CHAPITRE UN

## GÉNÉRALE SUR LES

## MATÉRIAUX

## ELECTROTECHNIQUES

## I.1 Introduction.

Les machines électriques, connues depuis le siècle dernier, ainsi que l'ensemble du matériel électrique évoluent vers une plus grande compacité, grâce à l'amélioration des matériaux qui les constituent.

Les matériaux sont un des facteurs clés pour le progrès du matériel électrique. Ils ont encore un beau potentiel d'évolution. Des matériaux très performants sont mis au point dans les laboratoires. Leur industrialisation permettra d'avoir des matériaux encore meilleurs et qui offrent de nouvelles possibilités aux électrotechniciens, [4].

Dans le présent chapitre, on s'intéresse en générale sur les matériaux électrotechniques, caractéristiques...etc ; et on particulièrement les matériaux qui rentre dans la fabrication de pompe MHD.

## I.2 Classification.

Ces matériaux peuvent être classés en quatre groupes selon leur fonction :

- les matériaux conducteurs pour véhiculer le courant électrique.
- les matériaux isolants pour isoler les conducteurs électriques.
- les matériaux magnétiques pour créer ou canaliser l'induction magnétique.

Les matériaux semi-conducteurs pour la fabrication des interrupteurs électroniques de puissance, [4].

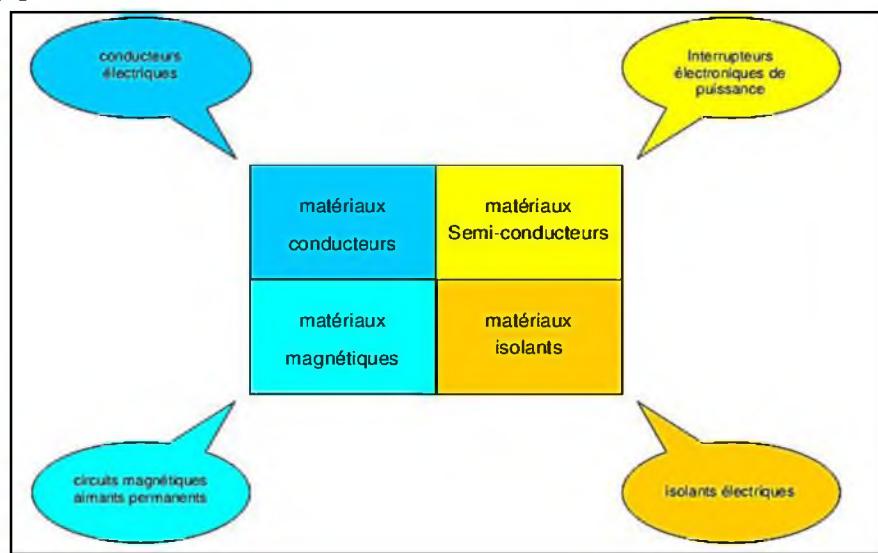


Figure I.1. Classification des matériaux électrotechniques.

Le choix de ces matériaux dépend, en premier lieu de leurs propriétés électriques (résistivité, perméabilité, constante diélectrique...) et de leur coût, mais aussi de leurs propriétés physiques et mécaniques (densité, dilatation, point de fusion, sensibilité à la corrosion, dureté, élasticité...).

Les éléments principaux de ces matériaux sont, [4]:

- le cuivre et l'aluminium pour les conducteurs électriques.
- le fer pour les circuits magnétiques.
- le silicium pour les composants d'électronique de puissance.
- la silice (oxyde de silicium), le bois et les dérivés du pétrole pour les isolants électriques.

The Periodic Table of Elements is shown, divided into several colored regions:

- Métaux (Metals):** Blue cells include Li, Be, Na, Mg, K, Ca, Sc, Ti, V, Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Cu, Zn, Ga, Ge, As, Se, Br, Kr, Rb, Sr, Y, Zr, Nb, Mo, Tc, Ru, Rh, Pd, Ag, Cd, In, Sn, Sb, Te, I, Xe, Cs, Ba, Lu, Hf, Ta, W, Re, Os, Ir, Pt, Au, Hg, Tl, Pb, Bi, Po, At, Rn, Fr, Ra, Lw, Rf, Db, Sg, Bh, Hs, Mt, Uum, Uuu, Uub.
- Semi-conducteurs (Semiconductors):** Pink cells include H, B, C, N, O, F, Ne, Al, Si, P, S, Cl, Ar.
- Non-métaux (Non-metals):** Green cells include Br.
- Gaz nobles (Noble Gases):** Yellow cells include He, Ne, Ar, Kr, Xe.
- Lanthanides et actinides:** Cyan cells include La, Ce, Pr, Nd, Pm, Sm, Eu, Gd, Tb, Dy, Ho, Er, Tm, Yb, Ac, Th, Pa, U, Np, Pu, Am, Cm, Bk, Cf, Es, Fm, Md, No.

Legend (top right):

- Métaux (Metals)
- Semi-conducteurs (Semiconductors)
- Non-métaux (Non-metals)
- Gaz nobles (Noble Gases)
- Lanthanides et actinides (Lanthanides and Actinides)

Notes (top center):

- Li : Solide à 25°C, sous 1 bar
- He : Gaz à 25°C, sous 1 bar
- Br : Liquide à 25°C, sous 1 bar
- Tc : Obtenu par synthèse

Figure I.2.Tableau Périodique des éléments.

## I.3 Conducteurs - Isolants - Semi-conducteurs et magnétiques.

On distingue plusieurs types de matériaux en fonction de leur résistivité  $\rho$  :

### a) Les conducteurs $\rho < 10^{-6} \Omega \text{ m}$ .

Une partie des électrons possèdent une énergie suffisante pour se libérer presque totalement des forces d'interaction avec le réseau. Ces électrons libres sont les électrons de conduction des métaux. Leur niveau d'énergie est situé dans la bande de conduction, [5].

### b) Les isolants $\rho > 10^{10} \Omega \text{ m}$ .

Tous les électrons sont fortement liés aux atomes du cristal. L'énergie nécessaire pour les libérer est très élevée en particulier devant l'énergie thermique ou électrostatique qu'on peut fournir en élevant la température ou en appliquant un champ électrique. Leur mobilité est nulle, [6].

### c) Les semi-conducteurs.

Ils ont une résistivité intermédiaire entre les conducteurs et les isolants et sont isolants au zéro absolu.

La résistivité d'un métal peut être de l'ordre de  $10^{-12} \Omega \text{ m}$  à 1K (Kelvin) sans parler de la supraconductivité où la résistivité est rigoureusement nulle. La résistivité d'un bon isolant peut atteindre  $10^{20} \Omega \text{ m}$ . On a donc un rapport de  $10^{32}$  entre un très bon conducteur et un très bon isolant, [7].

### I.3.1 Matériaux conducteurs.

#### I.3.1.1 Ce que c'est Les conducteurs ?

En physique est qualifié de conducteur un matériau qui peut transmettre une charge électrique.

Les métaux sont tous conducteurs mais plus ou moins. Dans la liste des conducteurs on trouve généralement des métaux comme l'aluminium, l'argent, le bronze, l'étain, le fer, le nickel, l'or, l'acier, le graphite, le laiton, le zinc. Le cuivre, est utilisé de fils électrique, [8].

Les matériaux conducteurs les plus utilisés en électrotechnique sont le cuivre et l'aluminium. On utilise le cuivre dans la plupart des applications magnétiques pour sa faible résistivité (moteurs électriques, alternateurs, transformateurs). Dans les lignes à haute tension, on utilise l'aluminium pour son faible poids (e.g. lignes 735 kV), [5].

### I.3.1.2 Matériaux conducteurs dans le réseau électrique.

Les conducteurs du réseau électrique font partie de notre paysage quotidien. Les pylônes de très haute tension (THT) supportent les conducteurs sur des milliers de kilomètres entre les points de productions électriques (centrales hydrauliques, thermiques, nucléaires, éoliennes) jusqu'aux postes de transformation localisés près des centres de consommation de l'électricité.

De même, les poteaux de bois supportent les conducteurs entre les postes de transformation et les résidences. Dans certains cas, les câbles sont enfouis et ne sont donc pas visibles dans l'environnement urbain.

Dans la section 2.2, il sera question des conducteurs dans les trois applications suivantes, [10]:

- conducteurs aériens dans le réseau de transport;
- conducteurs aériens dans le réseau de distribution;
- Conducteurs enfouis dans le réseau de distribution;

### I.3.1.3 Matériaux conducteurs dans les transformateurs et les machines électriques.

Les machines électriques et transformatrices comportent des enroulements faits de matériaux conducteurs de courant électrique. Ces conducteurs sont cependant assujettis à des contraintes de dimensionnement qui sont différentes de celles utilisées pour les conducteurs des lignes de transport et de distribution.

Les contraintes principales sont les suivantes :

- section de bobinage limitée par la "fenêtre de bobinage";
- grande proximité entre les noyaux ferromagnétiques et les conducteurs.

Par "fenêtre de bobinage", on entend une surface délimitée par des parties magnétiques, où les conducteurs peuvent être disposés. La figure ci-dessous illustre la fenêtre de bobinage Sb (unités m<sup>2</sup>) que l'on rencontre typiquement dans les transformateurs et les machines électriques, [5].

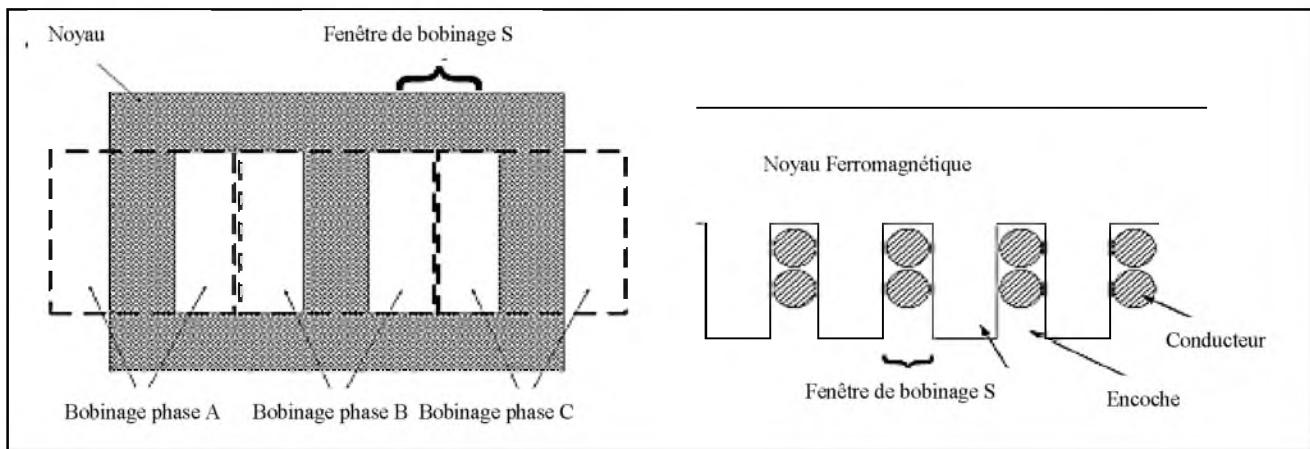
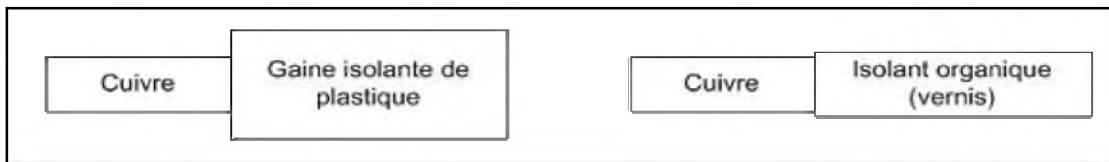


Figure I.3. Matériaux conducteurs dans les transformateurs.

Afin de réduire les pertes ohmiques, il est souhaitable de maximiser la section des conducteurs et par conséquent de remplir au maximum la fenêtre de bobinage Sb avec les conducteurs. Pour ce faire, l'épaisseur de la gaine de chaque conducteur doit être la plus mince possible. L'utilisation d'isolant organique, du type vernis, permet de réduire l'épaisseur de l'isolation à moins de 1 mm, tel que l'illustre la figure suivante.



### I.3.2.1 Matériaux Isolants.

Les matériaux isolants occupent une place importante dans les applications électriques. On les retrouve partout où il y a des conducteurs électriques. Chaque conducteur électrique se doit d'être entouré d'isolant, afin de :

- protéger les utilisateurs contre les chocs électriques;
- protéger l'équipement électrique contre les risques de court-circuit;

Dans les lignes de transport électrique, l'isolant principal est l'air. Cependant, on utilise des isolateurs attachés à des pylônes afin de maintenir les câbles suspendus dans les airs. Dans ce cas, l'isolant joue un rôle essentiellement mécanique. Il n'en demeure pas moins que le matériau utilisé doit posséder d'excellentes propriétés d'isolation électrique.

Les matériaux isolants se retrouvent également dans les condensateurs où, placés entre deux plaques conductrices, ils permettent de stocker un champ électrique. On utilisera alors la dénomination "diélectrique" pour les désigner.

Dans chacune de ces applications, on utilisera des matériaux différents, où les propriétés désirées seront dictées par l'environnement de l'application, [9].

### A) Isolateurs de ligne.

Les isolateurs de ligne sont, avec les pylônes et les câbles, parmi les composants les plus visibles du réseau de transport d'électricité. On les utilise afin de maintenir suspendues les lignes de transport. Ils sont alors utilisés en tension. Dans ce cas, la ligne exerce une traction sur l'isolateur. Celui-ci est en général constitué de plusieurs unités d'isolateur attachées les unes aux autres comme les maillons d'une chaîne.

### B) Isolation des bobinages des transformateurs et machines électriques.

Les isolants électriques se retrouvent également dans les transformateurs et les machines électriques. Dans ce cas, on choisira un matériau en fonction de sa tenue diélectrique, que l'on voudra la plus élevée possible, et de ses pertes diélectriques, que l'on voudra les plus faibles possibles. On cherchera également un matériau isolant dont la température d'opération sera la plus élevée possible, étant donné l'échauffement des conducteurs environnants. Un matériau comme le mica présente un intérêt considérable pour l'isolation électrique dans les machines de fortes puissances.

En ce qui concerne la permittivité électrique du matériau, on la voudra la plus faible possible, afin de réduire au minimum les courants capacitifs entre deux spires de bobinage.

### C) Diélectriques dans les condensateurs.

Pour un condensateur, le choix du matériau diélectrique se fera selon des critères différents des deux applications précédentes.

La figure suivante illustre le principe de construction d'un condensateur :

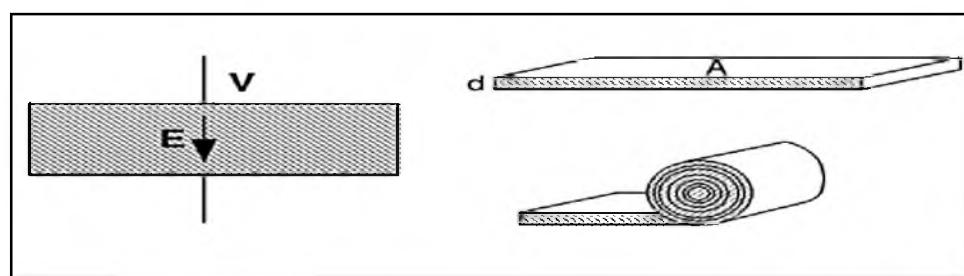


Figure I.4. Le principe de construction d'un condensateur.

#### I.3.3 Semi-conducteurs.

Entre les métaux et les isolants se trouvent les semi-conducteurs (SC) dont la résistivité varie de  $10^{-3}$  à  $10^4 \Omega\text{cm}$  (ou plus). La conduction électrique se fait par les électrons et les trous, ou de façon préférentielle par l'un ou l'autre type de porteurs. Un semi-conducteur peut être soit pur auquel cas il est dit "intrinsèque", soit dopé par des impuretés

(qui permettent de contrôler sa résistivité) auquel cas il est dit "extrinsèque". Si on prend, par exemple, du Silicium assez pur et qu'on lui ajoute un atome de Bore ou de Phosphore pour  $10^5$  atomes de Silicium, sa résistivité passe de  $10^3$  à environ  $10^{-2}$   $\Omega\text{cm}$ , [11].

Le tableau (I.1) donne des exemples de matériaux ou de composés semi-conducteurs en fonction des éléments qui les constituent et de la position de ces éléments dans le tableau de Mendeléev.

| <b>Colonne</b> | <b>Semi-conducteur</b>                                                            |
|----------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| IV             | Ge, Si                                                                            |
| III-V          | binaire<br>GaAs, GaP, GaSb, InAs, InP, InSb                                       |
|                | ternaire<br>$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ , $\text{GaAs}_y\text{P}_{1-y}$ |
|                | quaternaire<br>$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}_y\text{P}_{1-y}$              |
| II-VI          | binaire<br>CdS, HgTe, CdTe, ZnTe, ZnS                                             |
|                | ternaire<br>$\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$                                 |

Tableau I.1. Exemples de semi-conducteurs

### I.3.3.1 Bandes d'énergie.

Les électrons d'un atome isolé prennent des niveaux discrets d'énergie qui sont en fait constitués de sous-niveaux (ou sous-couches) ; mais lorsqu'on rapproche deux atomes ces niveaux (ou sous-niveaux) vont se dédoubler. En étendant ce raisonnement à N atomes, cette "dégénérescence" fait apparaître des bandes d'énergie permises, qui peuvent "s'interpénétrer" et se séparer à nouveau lorsque la distance interatomique diminue, donnant des bandes d'énergie interdite, de largeur EG ("Gap"), [11].

Le **Tableau I.2.** donne quelques exemples de largeur de bande interdite ainsi que de distances interatomique.

| <b>atome</b>   | <b>Eg (eV)</b> | <b>type de matériau</b> | <b>d (<math>\text{\AA}</math>)</b> |
|----------------|----------------|-------------------------|------------------------------------|
| C (Carbone)    | 5.5            | isolant                 | 3.567                              |
| Si (Silicium)  | 1.1            | semi-conducteur         | 5.431                              |
| Ge (Germanium) | 0.7            | semi-conducteur         | 5.646                              |
| Sn(Etain)      | 0              | conducteur              | 6.489                              |

Tableau I.2. Exemple de valeurs du gap et de la distance interatomique ("constante du réseau" = arête du cube du réseau =  $(4 / \sqrt{3}) \times$  distance au plus proche voisin).

### I.3.3.2 Semi-conducteur extrinsèque : dopage.

L'introduction de certaines impuretés dans un matériau semi-conducteur permet d'y modifier le nombre de porteurs libres, de choisir le type de conduction (par électrons ou par trous) et de contrôler la conductivité, [6].

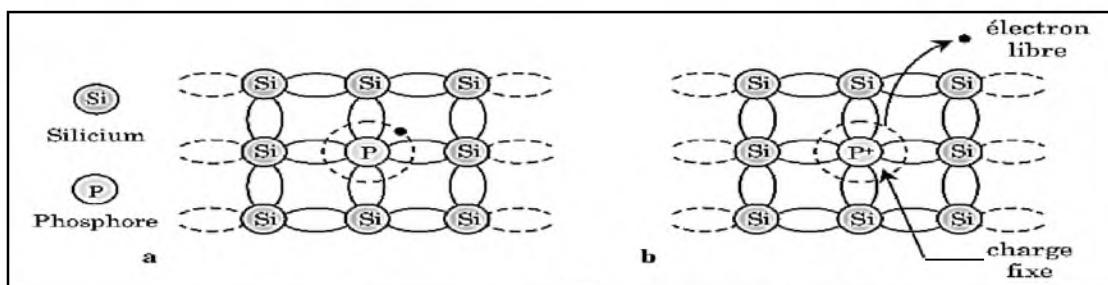


Figure I.5. Silicium dopé au phosphore. a.  $T = 0 \text{ K}$ . b.  $T \neq 0 \text{ K}$ .

#### I.3.3.2.1 Semi-conducteur de type n.

Pour un tel matériau, des atomes (ou impuretés) de type donneur (d'électrons) ont été introduits (en général en faible quantité) afin de privilégier la conduction par électrons plutôt que par trous. Les atomes peuvent être de la colonne V si le cristal initial est constitué d'atomes de la colonne IV. La figure (I.5.a) donne l'exemple de silicium dopé au phosphore qui possède cinq électrons sur la couche externe, [6].

#### I.3.3.2.2 Semi-conducteur de type p.

On introduit dans le réseau une impureté trivalente : bore B, aluminium Al, gallium Ga, indium In. Il manque à l'impureté un électron de valence pour assurer les 4 liaisons avec les atomes de silicium voisins. Un faible apport d'énergie ( $\gg 0,05 \text{ eV}$ ) suffit pour qu'un électron d'un silicium voisin soit capté par l'impureté : il y a formation d'un trou peu lié et donc mobile. Les atomes trivalents (accepteurs) deviennent des ions négatifs par capture d'un électron. Compte tenu des taux de dopage, ces trous sont beaucoup plus nombreux que les porteurs intrinsèques du cristal pur. La conduction de type P (positive) est assurée par des trous, [11].

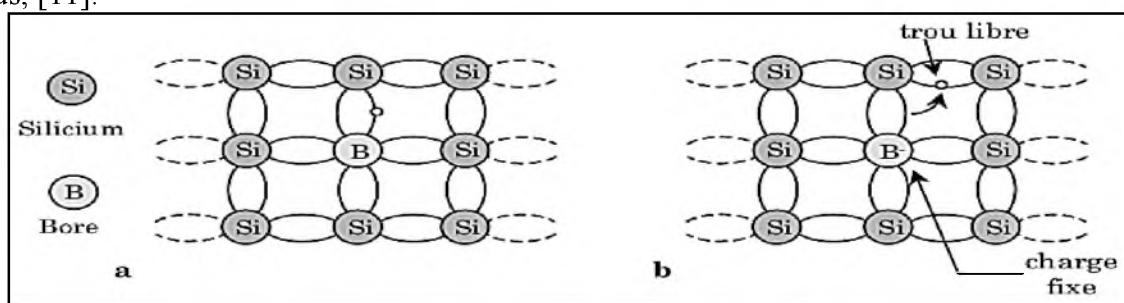


Figure I.6. Silicium dopé au Bore. a.  $T = 0\text{K}$ . b.  $T \neq 0\text{K}$ .

### I.3.4 Matériaux magnétiques.

Les matériaux magnétiques sont au cœur du génie électrique et sont un élément moteur de son évolution. On les rencontre dans de nombreux dispositifs allant des machines électriques utilisées dans l'industrie lourde aux petits appareils électroniques du quotidien.

Les matériaux magnétiques doux, en particulier, sont incontournables car, tout en étant économiquement accessibles, ils offrent une polarisation magnétique élevée et permettent une variation aisée du flux magnétique avec une faible dissipation d'énergie, [12].

#### I.3.4.1 Origine et classification des matériaux.

Un matériau magnétique apparaît comme un ensemble de moments magnétiques élémentaires (les atomes) interagissant entre eux et organisés en un réseau cristallin. Les moments magnétiques dépendent de l'environnement magnétique de chaque atome à savoir la nature et la position des atomes voisins, la température et le champ magnétique appliqué.

On décrit dans cette section les classes de comportements magnétiques les plus répondues. On distinguera les comportements diamagnétiques, paramagnétiques et ferromagnétiques.

Tout d'abord, il est nécessaire de présenter les différentes relations décrivant un matériau magnétique, [13].

#### I.3.4.2 Classification des matériaux d'un point de vue magnétique.

Sur la base du comportement en présence d'un champ magnétique d'excitation, il existe quatre principaux types de matériaux:

- ❖ les matériaux diamagnétiques ;
- ❖ les matériaux paramagnétiques ;
- ❖ les matériaux ferromagnétiques ;
- ❖ les matériaux ferrimagnétiques et antiferromagnétiques.

Les valeurs typiques de susceptibilité rencontrées pour ces types de matériaux ainsi que quelques exemples de matériaux représentatifs sont présentés au tableau I.3, [8].

| Type de matériau | Susceptibilité magnétique (sans unité) | Exemples      |
|------------------|----------------------------------------|---------------|
| Diamagnétique    | $\sim -1 \times 10^{-5}$               | Cu, Au        |
| Femmagnétique    | $\sim 3000$                            | FeO, MnO, ZnO |
| Ferromagnétique  | 50 à 10000                             | Fe, Ni, Co    |
| Paramagnétique   | $10^{-5}$ à $10^{-3}$                  | Al, Pt        |

Tableau I.3. Susceptibilité magnétique des principaux types de matériaux magnétiques.

### I.3.4.3 Matériaux durs.

Les matériaux durs sont des matériaux qui présentent une forte aimantation rémanente et difficile à annuler (HC est grand). Ils sont utilisés pour faire des aimants permanents (ex : acier). Ce sont des matériaux qui présentent un cycle d'hystérésis très large ( $104 \text{ A/m} < \text{HC} < 10^6 \text{ A/m}$ ). Ils sont utilisés en général comme aimant. On les utilise dans le 2<sup>ème</sup> quadrant ( $B>0$  et  $H<0$ ). HC devient alors le champ démagnétisant à ne pas dépasser, [11].

### I.3.4.4 Matériaux doux.

Les matériaux doux sont des matériaux qui possèdent une aimantation rémanente facile à annuler (HC est petit). À l'opposé des matériaux durs, un matériau doux présente un cycle d'hystérésis très petit ( $0.01 \text{ A/m} < \text{HC} < 100 \text{ A/m}$ ). C'est la base des machines tournantes ou de tout système magnétique voyant une induction alternative (μr dans la zone linéaire : 50 à 104). Les matériaux présentant ces caractéristiques sont le fer, nickel, le cobalt et leurs alliages. Ces matériaux à l'état pur n'offrent pas un grand intérêt à leurs exploitations, souvent on a recours à leurs alliages ou bien leur ajouter des additifs comme le silicium, [11].

#### + Comprissons Matériaux durs et Matériaux doux.

| Matériaux durs                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Matériaux doux                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- l'aimantation croît rapidement avec le champ appliqué</li> <li>- <math>M_R</math> plutôt élevée</li> <li>- <math>H_C</math> plutôt faible → démagnétisation aisée</li> <li>- Surface du cycle d'hystérésis faible<br/>Ex : fer, certains aciers de fer et nickel, des ferrites</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- l'aimantation croît lentement avec le champ appliqué</li> <li>- <math>M_R</math> plutôt faible</li> <li>- <math>H_C</math> plutôt élevé démagnétisation difficile : application aux aimants permanents</li> <li>- Surface du cycle d'hystérésis grande pertes magnétiques (proportionnelles à l'aire du cycle) assez importantes<br/>Ex : magnétite, alliage AlNiCo, aciers spéciaux</li> </ul> |

Tableau I.4. Comparaison entre Matériaux durs et Matériaux doux.

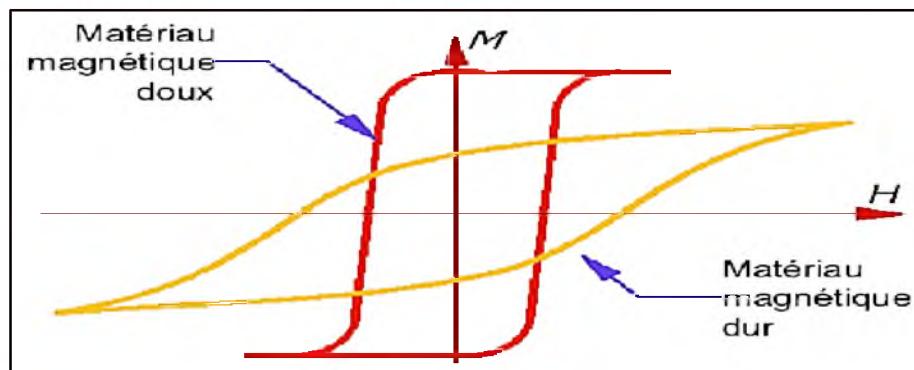


Figure I.7. La courbe de matériau doux et dure.

#### I.3.4.5 Les alliages et Les tôles magnétiques.

Les recharge avancée crée les matériaux alliage et Les tôles magnétiques pour amélioration les performances des matériaux dans les machine électrique on cas sont présents, [11] :

##### A) Les alliages :

1. Les alliages Fe-Ni
2. Les alliages Fe-Co
3. les alliages Fe-Si

##### B) Les tôles :

1. Les tôles en fer et fer silicium à grains non orientés
2. Les tôles fer-silicium à grains orientés

#### I.3.4.6 Supraconducteurs à haute température critique.

Les premiers supraconducteurs nécessitent des très basses températures qui constituent une difficulté technologique pour leur utilisation. De nouveaux matériaux ont été découverts depuis 1986 ; ils sont appelés supraconducteurs à haute température critique (SHTC) ; Sa température critique était de 34K. Depuis cette date, cette valeur a été largement dépassée et l'espoir de leur utilisation à la température de l'azote liquide, est devenu maintenant une réalité. Les supraconducteurs à haute température critique se trouvent sous trois formes, [11].

- Sous la forme de pièces massives, dans les amenées de courant par exemple, ils sont formés de grains que l'on essaie d'aligner au mieux, pour obtenir les meilleures caractéristiques possibles, notamment en densité de courant
- Sous la forme de conducteurs mono ou multi filamentaires, obtenus par la technique d'introduction d'une poudre de matériau supraconducteur dans un tube en argent, ils sont utilisés pour le transport de courant et la création de bobines.
- On les retrouve aussi sous la forme de films.

## I.4 Les matériaux qui constituent d'un pompe MHD.

Les applications de la magnétohydrodynamique sont très larges et dans des échelles très variées: l'industrie métallurgique, le transport, le pompage des métaux liquides en fusion,...

Dans le présent on s'intéresse particulièrement les matériaux à la machine MHD à Conduction.

La pompe MHD consiste quelque type des matériaux on peut citer :

| Les éléments        | Les matériaux                   |
|---------------------|---------------------------------|
| Circuits magnétique | Fer(matériaux ferromagnétiques) |
| L'Electrode         | Platine                         |
| Le Canal            | Conducteur liquide              |
| Les bobines         | Cuivre                          |

Tableau I.5.quelque matériaux composant de pompe MHD.

### I.4.1 Les métaux liquides.

Différents métaux sont utilisés couramment dans l'industrie pour leur propriétés spécifiques en particulier leur conductivité électrique et thermique.

Le mercure, liquide à température ambiante, fut le premier métal liquide utilisé et il reste le plus simple à manipuler. Il a été d'usage courant dans les laboratoires, dans de nombreux instruments (pompes, thermomètres ...). Mais très dense et mauvais conducteur, par rapport aux autres métaux, il est peu adapté aux expériences de magnétohydrodynamique. De plus ses vapeurs sont toxiques à long terme. Il tend à être remplacé par le Gallium qui fond à 30°. Il existe de plus de s alliages à partir de cet élément, dont le point de fusion est encore plus bas, comme le Galinstan, [12].

Les métaux liquides sont aussi utilisés comme fluides caloporteurs en raison de leur bonne conductivité thermique. En dépit de leur réactivité chimique, les métaux alcalins en particulier le sodium, ont été utilisés pour le refroidissement de centrales électriques. Des pompes magnétohydrodynamiques ont été développées pour cet usage, [12].

En fin en métallurgie, les métaux sont fondu pour leur mise en forme, voire produits directement sous forme liquide, comme l'aluminium. Le contrôle des écoulements grâce à la magnétohydrodynamique, représente un enjeu économique essentiel, [12].

### ↳ Gallium :

Le métal liquide (à température ambiante) le plus connu du grand public est le mercure mais il est toxique. Il est donc remplacé dans bon nombre d'applications par un autre métal qui est le gallium. Ce dernier ne présente pas de danger pour l'environnement. Il est généralement utilisé sous forme d'alliage avec par exemple de l'étain ou de l'indium ce qui permet de diminuer sa température de fusion qui est de l'ordre de 30° C. Les propriétés physiques du gallium pur sont données dans le Tableau I.1 (V. Y. Prokhorenko et al. 2000) et sont comparées avec celles de l'eau, [14].

| Propriétés                                                         | Gallium (Ga)         | Eau (H <sub>2</sub> O) |
|--------------------------------------------------------------------|----------------------|------------------------|
| Masse volumique (kg m <sup>-3</sup> )                              | 6095                 | 998                    |
| Chaleur massique (J k <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )              | 381                  | 4181                   |
| Viscosité cinétique (m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )              | 3.5 10 <sup>-7</sup> | 10 <sup>-6</sup>       |
| Conductivité électrique (Sm <sup>-1</sup> )                        | 3.3 10 <sup>6</sup>  | 10 <sup>-12</sup>      |
| Conductivité thermique (W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ) à 20°C | 28                   | 0.61                   |
| Point d'ébullition (°C)                                            | ≥2000                | ≥100                   |
| Point de fusion (°C)                                               | ≥30                  | ≥0                     |

Tableau I.6. Propriétés physiques du gallium et de l'eau.

### I.5 Conclusion.

Dans cette partie, nous avons présenté les différents types des matériaux électrotechnique ainsi leur avantage et le domaine d'application, de pompes électromagnétiques. La présentation la famille des pompes MHD à conduction et la famille des pompes MHD à induction est l'objectif des prochains chapitre.



**CHAPITRE DOUX**

**ETAT DE L'ART DES**

**CONVERTISSEURS**

**MAGNÉTOHYDRODYNAMIQUES (MHD)**

## II.1 Introduction.

La magnétohydrodynamique (MHD) est un domaine très vaste de la physique qui concerne l'interaction entre un champ électromagnétique et un fluide conducteur de l'électricité.

Cependant, la MHD est plus connue pour son application à la conversion d'énergie fossile en énergie électrique sans pièces mobiles ou tournantes.

Dans le présent chapitre on s'intéresse particulièrement à la machine MHD à conduction et à induction, mais il nous a paru opportun d'aborder l'état de l'art des convertisseurs MHD.

## II.2 La Pompe magnétohydrodynamique.

### II.2.1 Définition de la MHD.

La magnétohydrodynamique (MHD) est un domaine vaste de la physique lié à l'interaction entre un champ magnétique et un fluide conducteur d'électricité. La notion de la conversion MHD remonte à l'époque de FARADAY qui en plaçant des électrodes dans une rivière d'eau saumâtre, convenablement orientées par rapport au champ magnétique terrestre, recueillit un faible courant électrique induit, [12].

### II.2.2 Principe de la pompe MHD.

Le principe de la MHD trouve un large secteur d'applications en commençant par les propulseurs des véhicules marins, le freinage électromagnétique, le refroidissement des réacteurs atomiques et jusqu'au domaine des micro pompes liées aux applications médicales. Ce même principe peut être exploité dans le cas des fluides gazeux ionisés, (**Figure.II.1**). Les gazes dégagés par les moteurs à réaction peuvent être exploités pour augmenter la force de propulsion de ces derniers et ainsi améliorer leur rendement, [20].

La MHD peut être aussi exploitée pour accélérer des fluides (pompe MHD), ou même pour produire de l'électricité à partir d'un fluide en mouvement (générateur MHD).

Dans ces cas on parle d'un convertisseur MHD c à d une machine électromagnétique sans pièces mécaniques mobiles ; possédant un inducteur classique pour produire un champ magnétique mais avec un induit fluide conducteur (eau salée, métal liquide, gaz ionisé...) ; remplaçant l'induit conventionnel composé de pièces solides (acier, aluminium, cuivre...), [12].

Un convertisseur MHD est réversible comme toute machine électromagnétique, il permet de :

- Convertir l'énergie mécanique présente dans le mouvement d'un fluide en énergie électrique, c'est le cas d'un générateur MHD ;
- Convertir l'énergie électrique en énergie mécanique par la mise en mouvement d'un fluide conducteur dans un champ magnétique, c'est le cas d'un accélérateur MHD, [12].

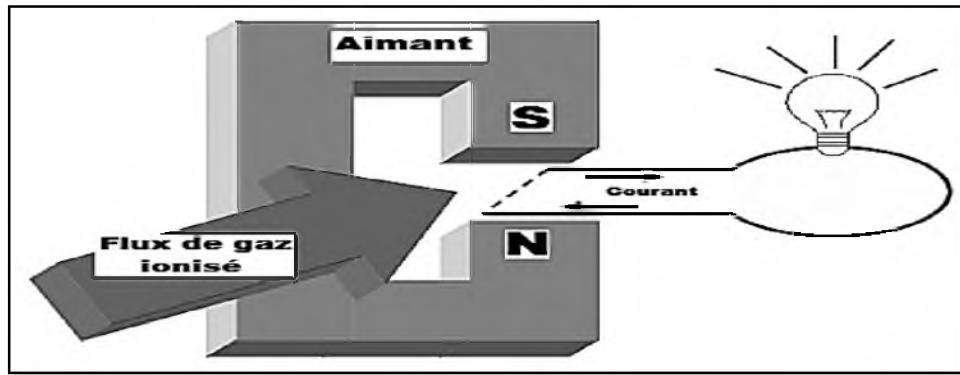


Figure.II.1. Générateur MHD à gaz ionisé.

### II.2.2.1 Généralités.

La force de Laplace obéit la règle des 3 doigts de la main droite, les trois vectrices intensités, force et champ magnétique sont perpendiculaires entre eux . La présence de deux de ces vecteurs crée le troisième, trois cas sont présents:

- Un moteur nécessite, pour son fonctionnement la présence d'un champ magnétique et d'un courant;
- Une génératrice nécessite la présence d'un champ magnétique et d'un mouvement de rotation issu d'une force;
- Dans la théorie ampérienne, le magnétisme est attribué à l'existence dans toute substance matérielle de courants particuliers, les courants électriques créés par les mouvements orbitaux et les mouvements de rotation propres (spin) des différentes particules qui constituent la matière, [13].

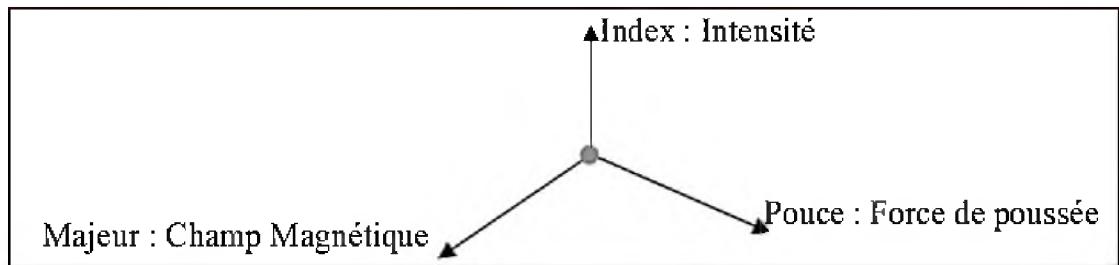


Figure.II.2.Règle des trois doigts de la main.

Soit un conducteur (solide, fluide ou gazeux) parcouru par un courant  $I$  et placé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  perpendiculaire à la direction du courant, il apparaît une force  $\vec{F}$  qui tend à déplacer le conducteur et qui a une direction orthogonale aux deux précédentes, cette force est donnée par l'équation suivante:

$$\vec{F} = L(\vec{I} \wedge \vec{B}) \quad \text{Équation (II.1)}$$

Avec  $L$  est la longueur utile du conducteur. Sur cette loi, est basé le fonctionnement de toutes les machines tournantes qui se trouvent sur terre.

Dans un moteur, la partie tournante (Rotor) qui est soumise à la force est solide, si on utilise un fluide (eau de mer) rendu un conducteur ou un gaz (plasma) on peut appliquer la même loi précédemment décrite, qui donne naissance à la MHD ou magnétohydrodynamique.

L'analogue du moteur électrique sera alors la pompe électromagnétique qui rend de nombreux services dans les centrales nucléaires et peut servir à faire circuler les fluides caloporteurs choisis, [13].

### II.2.2.2 Principe physique.

Le principe général de fonctionnement des pompes électromagnétiques réside dans l'application d'une induction magnétique  $B$  non colinéaire à un courant  $I$  traversant le fluide. Ceci donne naissance à une force de Laplace  $F_L$  qui entraîne la circulation du fluide conducteur dans le canal. La (Figure II.3).présente le schéma classique et simplifié du principe de fonctionnement d'une pompe magnétohydrodynamique.

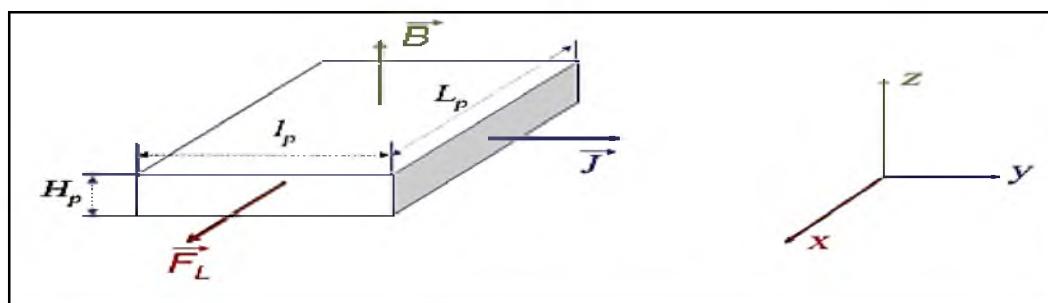


Figure II.3. Principe de fonctionnement d'une pompe MHD.

Les pompes électromagnétiques sont classées en fonction de la nature du courant qui les traverse (continu ou alternatif), de la manière dont est créé le champ magnétique (continu ou alternatif) et de l'origine du courant (induction ou conduction). Nous trouvons aujourd'hui deux catégories principales de pompes électromagnétiques, les pompes à conduction et les pompes à induction. Nous parlons de pompe à conduction lorsque le courant est injecté dans le canal de pompage par l'intermédiaire d'électrodes. Dans le cas des pompes à induction, le courant est induit à l'intérieur du canal de pompage par la présence d'un champ magnétique glissant, [14].

### **II.2.2.3 Principe du pompage de la pompe MHD.**

Ce type de pompe repose sur le principe de la loi de LENZ (Un conducteur parcouru par un courant électrique et plongé dans un champ magnétique est le siège d'une force électromagnétique motrice dite force de Laplace suivant la règle des trois doits). Si ce conducteur est un fluide (liquide ou gaze) placé dans les mêmes conditions, c à d parcouru par un courant électrique et plongé dans un champ magnétique, alors une force motrice agit sur ce fluide et provoque son déplacement sans qu'il y est un contact physique, (**Figure II.4**). Le déplacement d'un fluide sous l'effet D'une force électromagnétique s'appelle la MHD (Magnétohydrodynamique), [12].

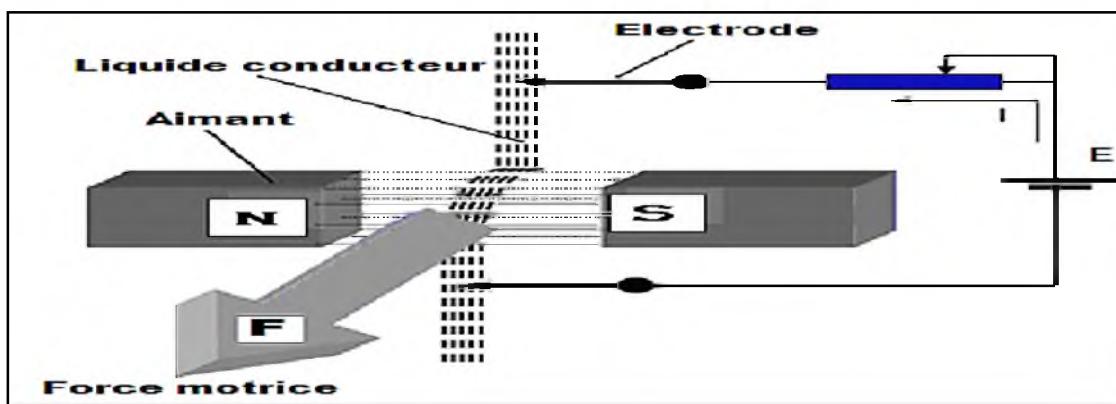


Figure II.4. Principe du pompage MHD dans les liquides.

### **II.2.3 Les convertisseurs MHD linéaires à conduction.**

#### **II.2.3.1 Description et principe de fonctionnement.**

Les machines magnétohydrodynamiques linéaires à conduction sont constituées d'un canal dans lequel s'écoule un fluide électriquement conducteur à la vitesse V. L'interaction

entre le champ magnétique  $\vec{B}$  et le courant  $J$  injecté par les électrodes donne naissance à la force de Laplace  $\vec{F}$ , [13].

Le schéma d'une machine à conduction est représenté ci-dessous :

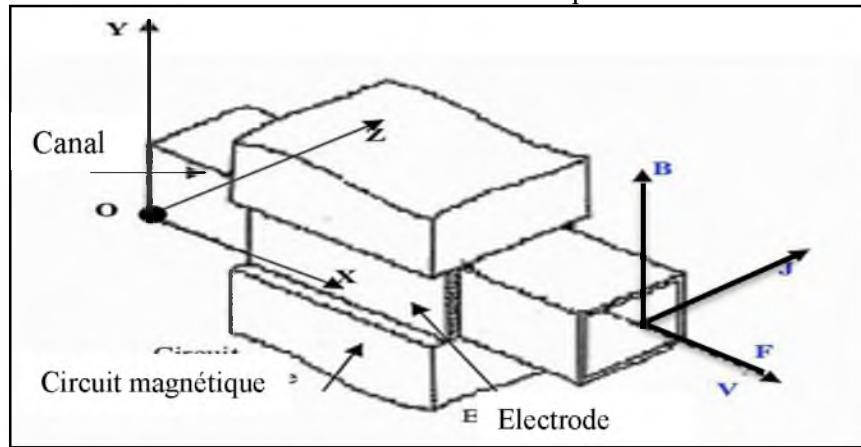


Figure II.5. Schéma d'une machine MHD à Conduction.

Les différentes parties de la machine à conduction sont:

- ❖ **Circuit magnétique:** est destiné à canaliser les lignes du champ magnétique.

Pour qu'un circuit magnétique soit de bonne qualité il doit:

- ↳ Avoir une faible réductance magnétique afin de réduire les pertes et de minimiser les fuites;
- ↳ Etre constitué de matériaux possédant de bonnes qualités magnétiques à savoir:

- Un bon coefficient de perméabilité;
- Un cycle d'hystérésis étroit ;
- Une bonne résistivité.

Ces qualités permettent de limiter les pertes par hystérésis et par courant de Foucault qui sont fonction de l'induction magnétique;

- ❖ **Canal:** dans lequel s'écoule un fluide électriquement conducteur à la vitesse  $V$ .
- ❖ **Fluide:** c'est un métal liquide de très bonne conductivité électrique, parmi les fluides les plus utilisés dans ces pompes on trouve :

| E                                                    | Conductivités électriques [S/m] |
|------------------------------------------------------|---------------------------------|
| Le Mercure                                           | $1.66 \times 10^6$              |
| Mélange de Sodium et Potassium (NaK<br>(22%Na, 78%K) | $2.7 \times 10^6$               |
| Eau mer                                              | 4 à 10                          |

Tableau II.1: Les fluides les plus utilisés

**L'électrode:** une électrode peut être définie comme une partie de circuit électrique en contact avec un milieu à conduction non métallique et qui participe souvent à l'effet désiré, comme dans notre cas l'électrode en contact avec le fluide conducteur, [16].

❖ Il existe plusieurs formes de pompes à conduction; on peut citer :

↳ Les pompes à conduction à courant continu (MHD DC);

↳ Les pompes à conduction à courant alternatif (MHD AC).

La différence entre ces deux types de pompes se situe au niveau de l'alimentation du bobinage qui peut être soit en courant continu ou bien en courant alternatif, [13].

### II.2.3.2.Les Pompes MHD à conduction à courant continu.

Dans ce type de pompes, le courant électrique est fourni par une source extérieure (**Figure II.5**).

L'analogie entre un moteur à courant continu et une pompe MHD à courant continu peut se résumer comme suit, [13]:

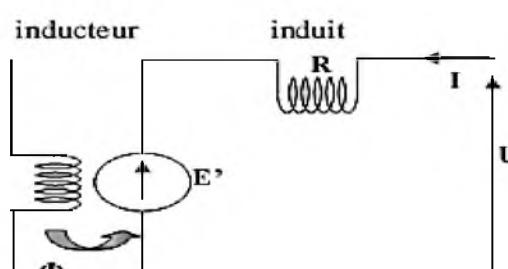
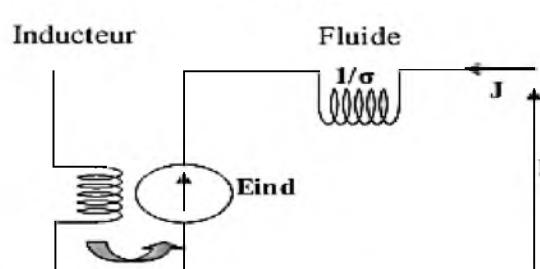
| Moteur à Courant Continu                                                                                                                            | Pompe à Courant Continu                                                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Schéma</b><br><br>inducteur      induit<br>Balais collecteurs | <b>Schéma</b><br><br>Inducteur      Fluide<br>Electrodes |
| <b>Loi d'ohm</b>                                                                                                                                    |                                                                                                                                              |
| $U = E' + RI$                                                                                                                                       | $E = E_{ind} + 1/\sigma J$                                                                                                                   |
| <b>F.C.E.M</b>                                                                                                                                      |                                                                                                                                              |
| $E' = k' \omega \Phi$                                                                                                                               | $E_{ind} = VB$                                                                                                                               |
| <b>Puissance</b>                                                                                                                                    |                                                                                                                                              |
| $P = E'I$                                                                                                                                           | $P = E_{ind}Jv_0$                                                                                                                            |
| <b>Couple mécanique</b>                                                                                                                             | <b>Force MHD</b>                                                                                                                             |
| $C = k'I\Phi$                                                                                                                                       | $F^t = JBv_0$                                                                                                                                |
| <b>Couple résistant</b>                                                                                                                             | <b>Force résistante</b>                                                                                                                      |
| $C_r = a\omega^2$                                                                                                                                   | $F_r = k_r V^2$                                                                                                                              |

Tableau II.2.Comparaison entre MCC et MHD à conduction.

La pompe magnétohydrodynamique à conduction à courant continu (MHD DC) est le modèle le plus simple de pompe MHD. Le courant dans le canal et le courant dans le bobinage inducteur (cas d'un électroaimant) sont continus. Pour créer le champ magnétique, nous pouvons aussi utiliser un aimant permanent. Le circuit magnétique peut être refermé par un barreau de fer pour éviter les fuites magnétiques vers l'extérieur et obtenir une induction élevée. La (**Figure II.7**) représente le schéma d'une pompe MHD DC avec un canal rectangulaire et dont l'induction magnétique est créée par des aimants. Nous noterons  $H_p$  la hauteur du canal,  $L_p$  sa longueur et  $l_p$  sa largeur (espace compris entre les deux électrodes) [15].

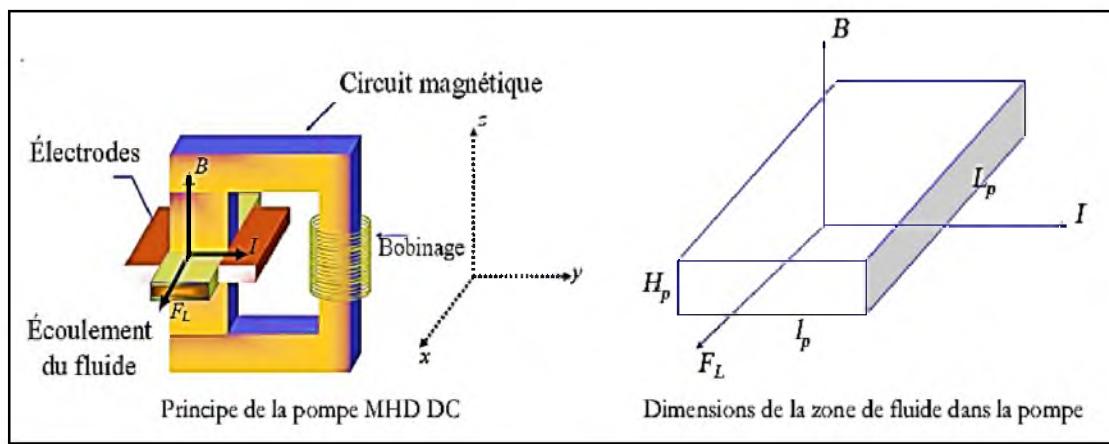


Figure II.6. Pompe MHD à conduction à courant continu.

Dans le cas d'une induction uniforme, la force  $F_L$  totale appliquée sur le fluide est exprimée par :

$$F_L = I \times B \times l_p \quad \text{Équation (II.2)}$$

Lorsque le fluide est au repos, la pression engendrée par la pompe dans le canal est donc :

$$\Delta P = \frac{F_L}{H_p \cdot l_p} = \frac{I \cdot B}{H_p} \quad \text{Équation (II.3)}$$

Nous remarquons d'après **l'Équation (II.3)** que la pression dépend uniquement du courant traversant les électrodes, de l'induction magnétique  $B$  et de la hauteur  $H_p$  du canal. Cette relation nous permet d'estimer la pression maximale qui peut être générée par la pompe (pression à débit nul).

### II.2.3.3 Les Pompes MHD à Conduction à Courant Alternatif.

Au lieu d'alimenter le bobinage en courant continu, on peut leur appliquer un courant alternatif (monophasé), sinusoïdal dans le cas le plus simple.

Le mode de fonctionnement de ces pompes a l'avantage d'être moins coûteux et moins encombrant, [13].

Dans le cas des pompes magnétohydrodynamiques à courant alternatif (MHD AC), le courant dans le fluide et le courant dans le bobinage sont sinusoïdaux. Le courant I traversant le canal de pompage peut donc être fourni en sortie d'un transformateur, et le champ magnétique par un électro-aimant (**Figure II.7**).

L'utilisation d'un transformateur permet d'avoir une alimentation des électrodes très simple car il est assez complexe d'obtenir des alimentations DC à fort courant et faible tension ayant un bon rendement. Par contre, pour des courants élevés un refroidissement des transformateurs est nécessaire. Le champ magnétique et le courant dans le fluide doivent avoir la même fréquence. La force de pompage est maximale si le champ magnétique et le courant sont en phase d'où l'idée d'avoir la même alimentation pour le courant I et l'induction magnétique B, [14].

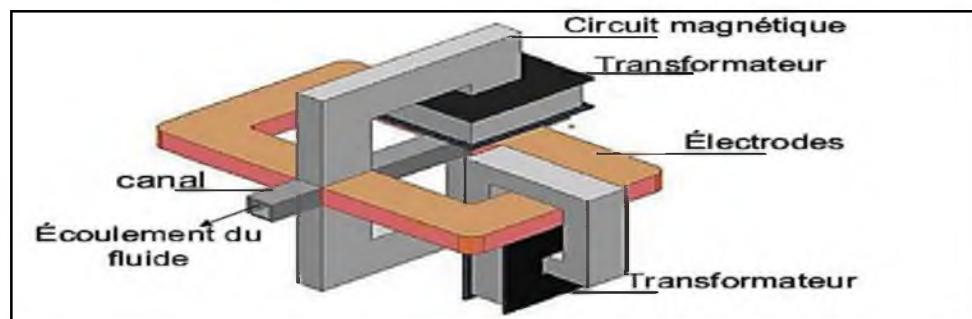


Figure II.7. Schéma d'une pompe MHD AC.

Après avoir présenté cet état de l'art sur les pompes MHD à conduction, nous passons à la présentation de la deuxième famille de pompes MHD que sont les pompes à induction.

### II.2.4 Les convertisseurs MHD linéaires à induction.

#### II.2.4.1 Principe physique.

Le principe général d'une pompe à induction consiste à créer un champ magnétique glissant avec des enroulements polyphasés (en général triphasés). Ce dernier induit des courants dans le fluide conducteur qui créent à leur tour une force de Laplace tendant à le

mettre en mouvement. Ce fonctionnement est très proche de celui de la machine asynchrone mais ici le champ créé est glissant, et l'induit est constitué par le fluide conducteur. La (Figure II.8) montre les courants induits dans les pompes à induction, [14].

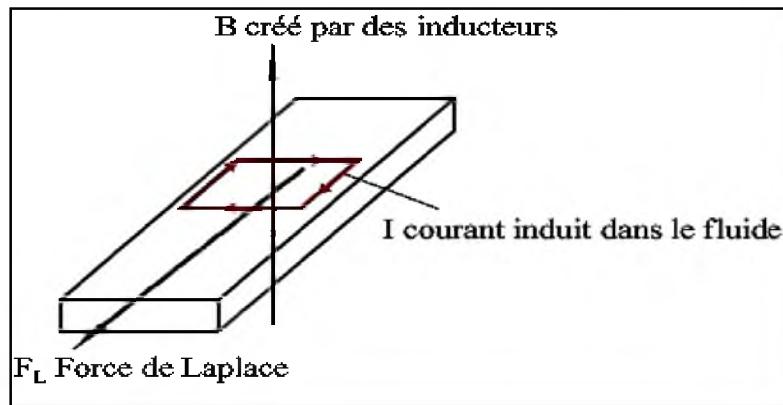


Figure II.8. Lignes de courant dans une pompe MHD à induction.

Les différentes parties d'une pompe à induction sont :

- ✚ **l'inducteur** : il est constitué d'un circuit magnétique créant un champ glissant grâce à un bobinage polyphasé ;
- ✚ **l'induit** : il est constitué par le fluide conducteur ;
- ✚ **l'entrefer**.

#### II.2.4.2 Différentes géométries des pompes à induction.

Les pompes à induction ont l'avantage de ne pas avoir de partie mobile par rapport aux pompes mécaniques et aucun contact avec le fluide puisque ce dernier est simplement connecté par des forces électromagnétiques, ce qui permet de remédier aux problèmes d'étanchéité à cause de la corrosion des joints par le fluide chaud, [13].

Il existe plusieurs types de pompes à induction. Les plus utilisées dans l'industrie sont les pompes plates et les pompes annulaires. La différence entre ces deux types de pompes est leur géométrie.

##### II.2.4.2.1 Pompes Plate.

Le principe est celui des machines à induction, fonctionnement moteur. Des enroulements polyphasés créent un champ glissant qui accélère le fluide par le couplage avec les courants électriques induits,[13] [14] [19].

Toutefois, les inconvénients propres à ce type de pompe sont la mauvaise étanchéité des raccords entre section circulaires (tuyauterie) et rectangulaires (pompe)

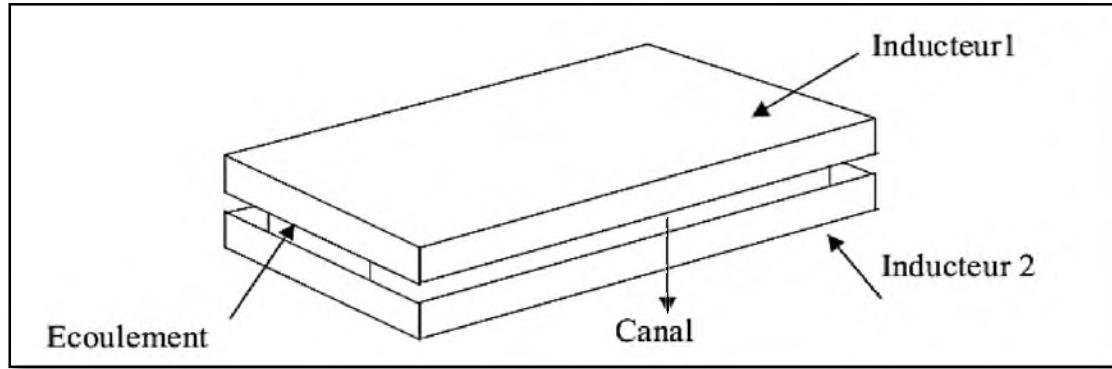


Figure II.9. Schéma d'une pompe MHD à induction plate.

La (**Figure II.11**) montre le schéma d'une pompe MHD à induction plate. Le liquide métallique circule dans un canal rectangulaire, [19].

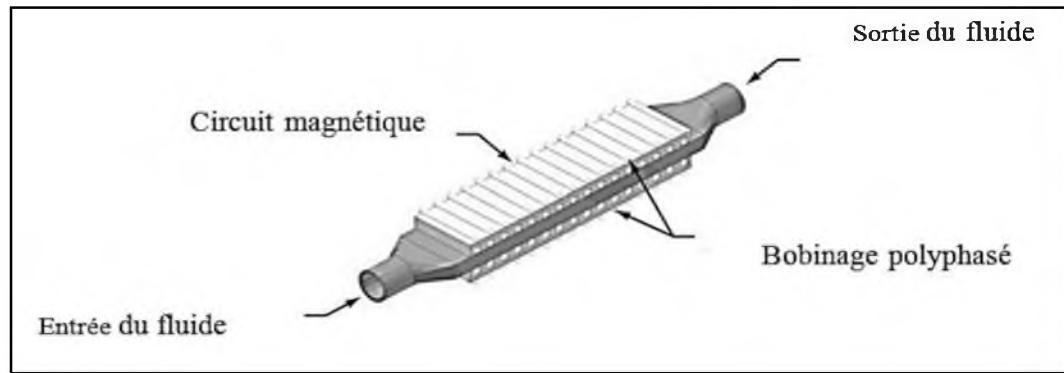


Figure II.10. Pompe MHD à induction plate.

#### II.2.4.2.2 Pompes Annulaires.

La conception de ces pompes remonte à 1929 (Einstein et Szilard). Le conduit est annulaire entre deux tubes coaxiaux dont l'intérieur contient un noyau de fer doux, et l'extérieur est couvert de bobines triphasées (**Figure II.12**).

Le type annulaire est plus performant que le type rectangulaire car les courants induits sont toujours perpendiculaires à la direction de l'écoulement. Ainsi, la force de Laplace a partout la même direction que celle de l'écoulement. Par contre, dans le cas d'une machine de section rectangulaire, les courants induits se bouclent d'une façon moins favorable aux échanges d'énergie mécanique en énergie électrique et provoquent d'avantage des pertes Joule [13].

↳ Les avantages de ces pompes sont les suivants :

- Les courants électriques se referment dans la masse du fluide,
- Ce qui rend inutile l'adhérence de celui-ci sur la paroi ;
- La forme est simple et l'encombrement économique ;
- Le démontage est facile,

Le principe de fonctionnement de ces pompes ne diffère pas des moteurs classiques.

Le courant des enroulements primaires produit un champ magnétique de déplacement qui produit à son tour un courant induit dans le métal liquide. L'interaction entre le champ principal et le courant induit donne naissance à des forces appliquées au niveau du liquide, [13] [17].

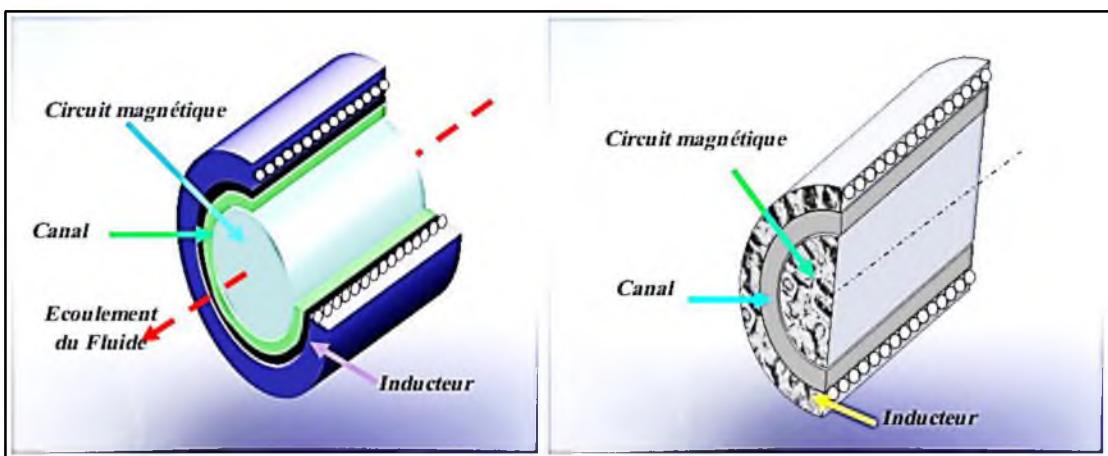


Figure II.11. Schéma d'une pompe MHD annulaire

#### II.2.4.2.3 Pompes Hélicoïdales.

Dans ce type de pompes, le conduit annulaire est hélicoïdal au lieu d'être rectiligne. Les pertes supplémentaires dues à la composante azimutale de la vitesse et les difficultés de fabrication sont prohibitives, [18].

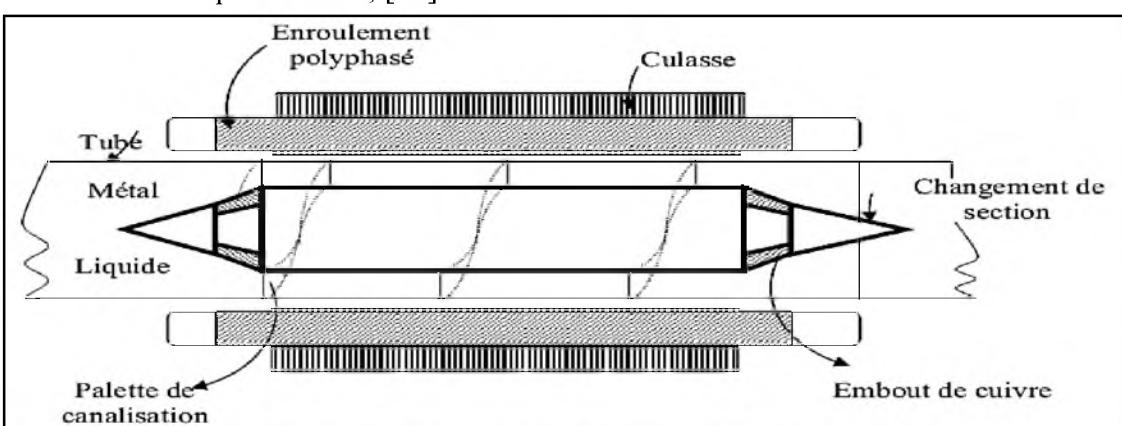


Figure II.12. Schéma d'une pompe MHD hélicoïdale.

### II.2.5 Comparaison entre les pompes à conduction et à induction.

Les pompes linéaires à induction sont plus simples et moins coûteuses que celles à conduction et ceci est dû à l'absence d'électrodes et la facilité de travailler à des niveaux de tensions conventionnelles.

Par contre, elles possèdent un rendement de conversion d'énergie moins important à cause de l'appel de courant réactif pour la magnétisation du circuit en présence d'un entrefer important.

La présence des électrodes dans les machines à conduction est un inconvénient par rapport aux machines à induction, elles subissent une érosion au contact avec le fluide dont la température est généralement élevée, [19].

### II.3 Conclusion.

Dans cette partie, nous avons présenté les différents types de pompes électromagnétiques. Nous avons décrit la famille des pompes MHD à conduction et la famille des pompes MHD à induction.

Dans le prochain chapitre, on présentera la modélisation électromagnétique des phénomènes magnétohydrodynamique (MHD).



# CHAPITRE TROIS

# MODÉLISATION

# NUMÉRIQUES DES

# PHÉNOMÈNES

# MAGNÉTODYNAMIQUE

### III.1 Introduction.

Les phénomènes électromagnétiques étudiés au sein des dispositifs électrotechniques sont régis par les équations de Maxwell et les équations caractéristiques du milieu. La connaissance du champ électromagnétique permet d'avoir accès au calcul des performances globales et au détail des conditions de fonctionnement de tout appareil électromagnétique que ce soit en régime permanent ou transitoire. La résolution de ces équations par les méthodes analytiques est impossible dans le cas général où la géométrie des dispositifs étudiés est complexe, et où les matériaux ont des propriétés magnétiques non linéaires. Seules des méthodes numériques sont possibles. Parmi ces méthodes on peut citer : La méthode des différences finies MDF, la méthode des éléments finis MEF et la méthode des volumes finis MVF.

Dans ce chapitre on s'intéresse aux équations de Maxwell et aux modèles mathématiques qui en découlent. Ainsi que les méthodes pour la résolution de ces équations.

### III.2 Equations électromagnétiques.

#### III.2.1 Equations générales de Maxwell.

J.C Maxwell décrit dans ses formulations les relations entre les grandeurs électromagnétiques, dans le cas général et dans un milieu physique quelconque, de densité de courant  $\mathbf{J}$  et une distribution de charge  $\rho$ . Ces relations sont, [20] :

##### III.2.1.1 Lois de couplage électromagnétique.

- **Loi d'induction de Faraday.**

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{Équation (III.1)}$$

L'équation exprime le couplage électrique-magnétique en régime dynamique où la variation temporelle de  $\vec{B}$  détermine le  $\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{E}$ .

Le flux  $\Phi$  du champ magnétique à travers une surface  $S$  s'appuyant sur un conducteur fermé est donné par la relation :

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad \text{Équation (III.2)}$$

Où :

$S$  est la section droite.

- Théorème d’Ampère.

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{Équation (III.3)}$$

Cette équation montre que les champs magnétiques sont produits à la fois par les courants de conduction et par des champs électriques variables [ $\partial D / \partial t$ ] ; elle établit la relation entre les champs électriques, champs magnétiques et les courants électriques, [21].

Dans un matériau purement conducteur, la permittivité électrique  $\epsilon$  est faible. Il est donc possible de négliger les courants de déplacement dans l’équation, et elle se ramène à :

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{H} = \vec{J} \quad \text{Équation (III.4)}$$

### III.2.1.2 Les équations de conservation.

Divergence de l’induction magnétique

$$\text{Div} \vec{B} = 0 \quad \text{Équation (III.5)}$$

Cette relation traduit mathématiquement que les sources de champ magnétique sont les courants électriques, et il n’existe pas de charge magnétique ; c’est pourquoi les lignes du champ se ferment sur elles-mêmes. Elles forment des boucles, ces dernières n’ont ni point de départ, ni point d’arriver, ni point de convergence, d’où la nomination d’induction Conservative, [21],[22].

- Théorème degauss.

$$\text{Div} \vec{D} = \rho \quad \text{Équation (III.6)}$$

Une charge électrique est une source d’un champ électrique, autrement dit, les lignes de champs électriques commencent et se terminent autour des charges électriques.

### III.2.1.3 Lois de comportement des milieux des matériaux.

- Induction et champ électrique.

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

Cette équation décrit la relation entre le vecteur d’induction électrique  $\vec{D}$  et le champ électrique  $\vec{E}$  dans un milieu isotrope, de permittivité  $\epsilon$ .

- **Induction et champ magnétique.**

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{Br}$$

Cette équation décrit la relation entre le vecteur d'induction magnétique  $\vec{B}$  et le champ magnétique  $\vec{H}$  dans un milieu isotrope, de perméabilité  $\mu$  et l'induction rémanente  $\vec{Br}$ .

La relation entre l'induction magnétique  $\vec{B}$  et le champ magnétique  $\vec{H}$  peut-être non linéaire, ainsi que la relation entre  $\vec{D}$  et  $\vec{E}$ , [21],[26].

Les équations de Maxwell sont au nombre de quatre telles que:

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{Loi de FARADAY}) \quad \text{Équation (III.7)}$$

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{Loi d'AMPERE-MAXWELL} \quad \text{Équation (III.8)}$$

$$\text{Div } \vec{B} = 0 \quad \text{Loi de conservation du flux} \quad \text{Équation (III.9)}$$

$$\text{Div } \vec{D} = \rho \quad \text{Loi de GAUSS} \quad \text{Équation (III.10)}$$

On doit associer à ces équations d'une part les équations de comportement du milieu:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{Br} \quad \text{Équation (III.11)}$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad \text{Équation (III.12)}$$

Et d'autre part la loi d'Ohm généralisée:

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{\vartheta} \wedge \vec{B}) + \vec{J}_{ex} \quad \text{Équation (III.13)}$$

Le terme  $\sigma \vec{E}$  exprime la densité des courants résultants du champ électrique  $\vec{E}$  (imposé ou induit) et le terme  $\sigma(\vec{\vartheta} \wedge \vec{B})$  exprime la densité des courants résultants du mouvement, [23],[27].

Aux interfaces, entre deux milieux de propriétés différentes, les champs de vecteurs doivent vérifier les conditions suivantes:

$$\begin{cases} (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \times \vec{n} = 0 \\ (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) \cdot \vec{n} = 0 \\ (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \times \vec{n} = K \\ (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \rho_s \end{cases} \quad \text{Équation (III.14)}$$

En notant  $\vec{n}$  la normale à l'interface séparant les deux milieux.

$K$  et  $\rho_s$  sont respectivement les densités de courant et de charge électrique portées par la surface de séparation.

Ces conditions expriment que les composantes tangentielles du champ électrique et la

normale de l'induction magnétique et la normale de l'induction électrique sont discontinues par la présence respective du courant superficielle, [24].

### III.2.2 Modèles électromagnétiques.

On cite :

- ↳ Modèle electrostatique;
- ↳ Modèle electrocinétique;
- ↳ Modèle magnétostatique;
- ↳ Modèle magnétodynamique.

Après citer les quatre Modèles électromagnétiques on a choisi Modèle magnétodynamique, Peur étudie les phénomènes magnétohydrodynamique dans notre pompe.

#### III.2.2.1 Modèle magnétodynamique.

Dans ce cas, les sources du courant sont dépendantes du temps, ainsi, les champs électriques et magnétiques seront alors couplés par la présence des courants induits (ou courants de Foucault).

Le potentiel vecteur  $\vec{A}$  joue un rôle primordial, car la connaissance de  $\vec{A}$  implique la connaissance de toutes les autres grandeurs physiques:

$$\vec{B} = \overline{\text{Rot}} \vec{A} \quad \text{Équation (III.15)}$$

En termes d'équations, on a:

$$\begin{cases} \overline{\text{Rot}} \vec{H} = \vec{j} \\ \overline{\text{Rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{B} = \overline{\text{Rot}} \vec{A} \end{cases} \quad \text{Équation (III.16)}$$

A ces équations, on ajoute les lois caractéristiques du milieu

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

A partir de l'équation du flux magnétique, on définit le potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$   
Par l'équation suivante:

$$\vec{B} = \overline{\text{Rot}} \vec{A}$$

Dans le cas général, il existe une infinité de vecteur  $\vec{A}$  pouvant satisfaire la Relation pouvant satisfaire la relation  $\vec{B} = \overline{\text{Rot}} \vec{A}$ . En effet, puisque le rotationnel du gradient de toute fonction scalaire U est nul, donc, tout vecteur  $(\vec{A} - \overline{\text{grad}} U)$  satisfait la relation  $\vec{B} = \overline{\text{Rot}} \vec{A}$  d'où la nécessité d'imposer une condition de Jauge afin d'assurer l'unicité de la solution. On

propose d'utiliser la Jauge de Coulomb  $\operatorname{Div} \vec{A} = 0$

L'équation qu'on va établir s'applique aux dispositifs électromagnétiques dans lesquels il y a présence de courants induits provenant de la variation des champs dans le temps,[26], [27].

En remplaçant  $\vec{B}$  par  $\vec{t}\vec{A}$ , l'équation  $\overrightarrow{\operatorname{Rot}}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  devient:

$$\overrightarrow{\operatorname{Rot}}\left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) = 0 \quad \text{Équation (III.17)}$$

A partir de cette relation, on peut définir un potentiel scalaire électrique  $U$  tel que:

$$\begin{aligned} \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} &= -\overrightarrow{\operatorname{grad}}U \\ \vec{J} &= \vec{J}_{ex} + \sigma \vec{E} \end{aligned} \quad \text{Équation (III.18)}$$

La combinaison des équations (III.21) et (III.22) donne:

$$\sigma \vec{E} = \vec{J} - \vec{J}_{ex} = \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\operatorname{grad}}U \right) \quad \text{Équation (III.19)}$$

D'où

$$\begin{aligned} \vec{J} &= -\sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\operatorname{grad}}U \right) + \vec{J}_{ex} \\ \overrightarrow{\operatorname{Rot}}\left(\frac{1}{\mu} \vec{B}\right) &= \vec{J} \end{aligned} \quad \text{Équation (III.20)}$$

De ces équations on aboutit:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\operatorname{Rot}}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\operatorname{Rot}}\vec{A}\right) &= \vec{J}_{ex} + \sigma \vec{E} + \sigma (\vec{V} \wedge \overrightarrow{\operatorname{Rot}}\vec{A}) \\ \overrightarrow{\operatorname{Rot}}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\operatorname{Rot}}\vec{A}\right) &= \vec{J}_{ex} + \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\operatorname{grad}}U \right) + \sigma (\vec{V} \wedge \overrightarrow{\operatorname{Rot}}\vec{A}) \\ \overrightarrow{\operatorname{Rot}}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\operatorname{Rot}}\vec{A}\right) + \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\operatorname{grad}}U \right) \sigma (\vec{V} \wedge \overrightarrow{\operatorname{Rot}}\vec{A}) &= \vec{J}_{ex} \end{aligned}$$

Le potentiel vecteur  $\vec{A}$  ne peut pas être défini par la seule condition  $\vec{B} = \overrightarrow{\operatorname{Rot}}\vec{A}$ , on doit fixer sa divergence pour assurer l'unicité de la solution de l'équation aux dérivées partielles (E.D.P).

On ajoute alors la Jauge de Coulomb. On obtient ainsi:

$$\begin{cases} \overrightarrow{\operatorname{Rot}}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\operatorname{Rot}}\vec{A}\right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \overrightarrow{\operatorname{grad}}U - \sigma (\vec{V} \wedge \overrightarrow{\operatorname{Rot}}\vec{A}) = \vec{J}_{ex} \\ \operatorname{Div} \vec{A} = 0 \end{cases} \quad \text{Équation (III.21)}$$

Les termes  $\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$  et  $\sigma (\vec{V} \wedge \overrightarrow{\operatorname{Rot}}\vec{A})$  représentent les densités des courants induits. Ils traduisent le caractère dynamique dans le temps et dans l'espace des phénomènes électromagnétiques, tandis que le terme  $(-\sigma \overrightarrow{\operatorname{grad}}U)$  décrit la densité du courant dépendante

des conditions électriques imposées aux extrémités des conducteurs,[27].

Dans le cas où le régime est statique, et  $U$  est considéré uniformément nulle, l'équation (III.28) devient:

$$\overrightarrow{\text{Rot}}(\nu \overrightarrow{\text{Rot}}\vec{A}) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_{ex} \quad \text{Équation (III.22)}$$

$$\text{Div}\vec{A} = 0$$

Où  $\nu = \frac{1}{\mu}$  désigne la réluctivité magnétique.

### III.3 Formulation électromagnétique du problème électromagnétique.

On utilise le système d'équation de Maxwell (III.7)-(III.8), pour déterminer le modèle mathématique qui régit les phénomènes électromagnétiques, mais on ajoute certaines Hypothèses simplificatrices qui sont:

- Dans le cadre de l'approximation quasi-statique, les courants de déplacements  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  sont négligés devant  $\vec{J}$  et  $\overrightarrow{\text{Rot}}\vec{H}$ . Cette hypothèse est pleinement justifiée pour les faibles fréquences.
- Le terme  $\vec{J}$  regroupe les densités de courants d'excitation  $\vec{J}_{ex}$  et induites dans le Canal  $\vec{J}_i$ . Donc, on peut écrire l'expression de  $\vec{J}$  de la façon suivante:

$$\vec{J} = \vec{J}_{ex} + \vec{J}_i \quad \text{Équation (III.23)}$$

- Les matériaux à utiliser sont à propriétés isotropes.

En tenant compte de ces simplifications, les équations de Maxwell se réduisent alors au système d'équations suivant:

$$\overrightarrow{\text{Rot}}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{Équation (III.24)}$$

$$\overrightarrow{\text{Rot}}\vec{H} = \vec{J} \quad \text{Équation (III.25)}$$

$$\text{Div} \vec{B} = 0 \quad \text{Équation (III.26)}$$

$$\text{Div} \vec{D} = 0 \quad \text{Équation (III.27)}$$

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad}}U \quad \text{Équation (III.28)}$$

$$\vec{J}_i = \sigma(\vec{E} + \vec{\vartheta} \wedge \vec{B}) \quad \text{Équation (III.29)}$$

En utilisant le système d'équations ci-dessus, on peut formuler complètement le problème électromagnétique. Il existe plusieurs formulations telles que: formulation en  $\vec{B}$  et formulation en  $\vec{A}$ .

### III.3.1 Formulations en Potentiels vecteur magnétique.

Le potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  est exprimé par:

$$\vec{B} = \vec{\text{Rot}}\vec{A} \quad \text{Équation (III.30)}$$

Les équations précédentes peuvent être combinées de façon à obtenir l'équation vectorielle suivante:

$$\vec{\text{Rot}} \frac{1}{\mu} \vec{\text{Rot}}\vec{A} + \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - V \wedge \vec{\text{Rot}}\vec{A} \right) = \vec{J}_{ex} + \vec{J}_a \quad \text{Équation (III.31)}$$

Après développement en coordonnées cartésiennes, dans le cas bidimensionnel (2D) où la densité de courant et le potentiel vecteur magnétique sont perpendiculaires à la section longitudinale de la pompe MHD à conduction, l'équation devient, [19] :

$$-\frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) + \sigma \left( \frac{\partial A}{\partial t} - V \frac{\partial A}{\partial x} \right) = \vec{J}_{ex} + \vec{J}_a \quad \text{Équation (III.32)}$$

Avec  $A$  et  $J_{ex}$  sont les composantes suivant (OZ) des vecteurs  $\vec{A}$  et  $\vec{J}_{ex}$ .

La pompe est alimentée en courant continu, les champs varient également de façon continue, dans ces conditions, on travail sur régime statique où  $\frac{\partial A}{\partial t} = 0$ , alors l'équation devienne:

$$-\frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) - \sigma V \frac{\partial A}{\partial x} = \vec{J}_{ex} + \vec{J}_a \quad \text{Équation (III.33)}$$

Pour résoudre ce système et assurer l'unicité de  $\vec{A}$ , on rajoute généralement la condition de Jauge de Coulomb:  $\text{Div } \vec{A} = 0$ . Cette hypothèse est naturellement vérifiée dans la configuration bidimensionnelle (2D).

### III.3.2 Formulation en induction magnétique.

On utilise les équations de Maxwell comme précédemment en tenant compte de l'équation de conservation de la charge électrique, en considérant le rotationnel de l'équation (III.33) et en remplaçant la loi d'Ohm (III.8) on obtient:

$$\vec{\text{Rot}} (\vec{\text{Rot}}\vec{B}) = \vec{\text{Rot}} \mu \sigma (\vec{E} + \vec{\vartheta} \wedge \vec{B}) \quad \text{Équation (III.34)}$$

Et avec la loi de Maxwell Faraday (III.7), on obtient:

$$\vec{\text{Rot}} (\vec{\text{Rot}}\vec{B}) = \mu \sigma \left( -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \vec{\text{Rot}}(\vec{\vartheta} \wedge \vec{B}) \right) \quad \text{Équation (III.35)}$$

Dans notre cas (la magnétohydrodynamique à conduction) on a opté pour la formulation en potentiel vecteur  $\vec{A}$  pour les raisons suivantes:

- Elle réduit le nombre d'inconnues;
- La modélisation est bidimensionnelle ;
- Le courant d'excitation  $J_{ex}$  est imposé au niveau des enroulements;
- Le courant  $J_a$  est injecté par les électrodes;
- Le courant induit  $J_i$  peut-être, par conséquent déduit, [19], [26].

Après propos les Modèles électromagnétiques (Modèle magnétodynamique), alors en peut parler sur les méthodes de discréétisation pour étudié les phénomènes magnétodynamique.

### **III.4 Méthodes de discréétisation.**

L'utilisation des méthodes numériques de discréétisation consiste à ramener la résolution du système d'équations différentielles dans le domaine d'étude, compte tenu des conditions aux limites, à celle d'un système d'équation s algébriques dont la solution conduit à la détermination des champs électromagnétiques.

#### **III.4.1 Méthodes des différences finies (MDF).**

La MDF est basée sur la discréétisation du domaine d'étude et le développement limité en série de Taylor de la fonction à déterminer en chacun des nœuds du maillage. Ainsi, l'équation différentielle est transformée en équation algébrique en chacun des nœuds. L'écriture de cette transformation pour tous les nœuds du maillage conduit à un système algébrique dont la solution permet d'obtenir la distribution de l'inconnue dans le domaine d'étude.

Cette méthode s'adapte mal aux objets de géométries complexes à cause de la rigidité du maillage. D'autre part, la mise en compte des conditions de symétrie, de passage d'un milieu physique à un autre (fer, air, etc...) et des non linéarités (saturation) nécessite un traitement spécifique, [19],[26], [28] .

#### **III.4.2 Méthode des éléments finis (MEF).**

La méthode des éléments finis (MEF) est utilisée pour la résolution des équations différentielles dans le domaine des sciences des ingénieurs.

Le principe de la méthode consiste à subdiviser le domaine d'étude en régions élémentaires (éléments finis) et à représenter l'inconnue par une approximation polynomiale dans chacune de ces régions, ensuite, l'erreur due à l'approximation doit être minimisée.

La MEF est une méthode très puissante pour la résolution des équations différentielles surtout dans les géométries complexes. Sa mise en œuvre par contre, est assez compliquée et demande une place mémoire assez importante, [28],[30] , [31], et [37]

### III.4.3 Méthode des intégrales de frontières (MIF).

Lorsqu'on utilise la MDF ou la MEF, on calcule les variables inconnues dans tout le domaine. La MIF permet de ramener le maillage à la frontière du domaine. Ainsi, le calcul des valeurs de l'inconnue sur les frontières du domaine suffit pour obtenir la solution en tout point du domaine.

Pour ramener le problème sur les frontières, la MIF utilise le théorème d'Ostrogradski-Green. Cette méthode peut être intéressante pour l'étude de structure 3D ou lorsque l'air ou les milieux passifs occupent une grande partie du domaine d'étude,[24],[26], [29].

Cependant, cette méthode a l'inconvénient de conduire à un système algébrique à matrice pleine (pas de termes nuls). Ceci augmente le temps utilisateur, donc le coût de calcul.

### III.4.4 Méthode des volumes finis (MVF).

La MVF est une méthode de discréétisation. Elle est utilisée, en particulier en mécanique des fluides où elle est apparue il y a une vingtaine d'années. Depuis, cette méthode a connu un essor considérable non seulement pour la modélisation en mécanique des fluides, mais aussi pour la modélisation dans d'autres branches de l'ingénierie scientifique : l'électromagnétisme, thermique,...etc.

L'analyse mathématique de la méthode des volumes finis a permis de développer récemment les principes fondamentaux qui en font une méthode de discréétisation performante. L'idée de base de la formulation des volumes finis est facile à comprendre et permet de donner l'interprétation physique des phénomènes,[28],[29].

Le domaine du calcul est subdivisé en un nombre d'éléments finis voir (Figure .III.1).

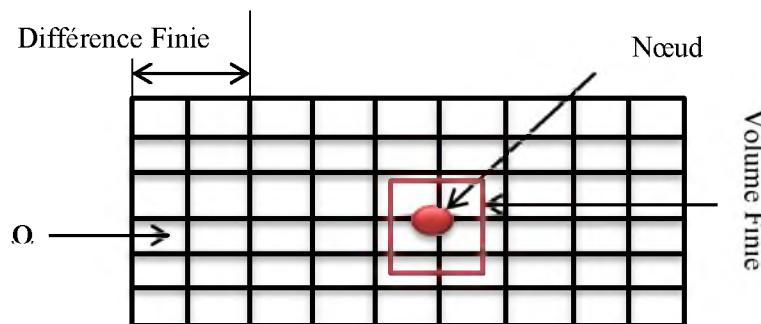


Figure .III.1 Maillage du domaine.

Chaque élément contient quatre nœuds pour le cas bidimensionnel. Un volume fini entoure chaque nœud.

L'équation différentielle est projetée sur une fonction de projection bien déterminée ensuite elle est intégrée dans chacun des volumes élémentaires. Pour calculer l'intégrale dans ce volume élémentaire, la fonction inconnue est représentée à l'aide d'une fonction d'approximation (linéaire, parabolique, puissance, exponentielle,...,etc) entre deux nœuds consécutifs. La forme intégrale est discrétisée dans le domaine d'étude.

L'équation discrétisée de cette façon exprime le principe de conservation pour l'inconnu dans l'élément de volume et la solution obtenue est constituée uniquement par les valeurs nodales.

La méthode des volumes finis (MVF) à la des avantages qui sont la facilité de conception contrairement à la méthode des éléments finis (MEF) et la possibilité de son application à des géométries complexes. Pour éclaircir tous ce qui est dit, on va donner un exemple illustratif, [26], [13].

### III.5 Exemple illustratif de la MVF.

Considérons l'équation thermique en régime permanent à une dimension :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + S = 0 \quad \text{Équation (III.36)}$$

Le domaine d'étude est subdivisé en un nombre fini de nœuds. Chaque volume entoure un nœud principal P. Les nœuds voisins sont appelés « E » côté Est et « W » côté West. Les lignes en tirets représentent les interfaces entre les volumes finis « e » côté Est et « w » côté West, Figure .III.2.

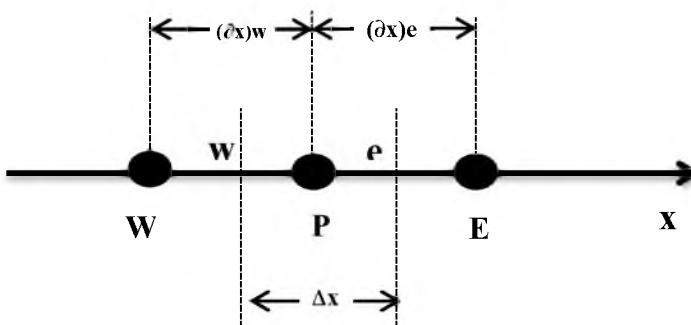


Figure .III.2. Discrétisation en volume fini en 1.

Pour le problème à une dimension, le volume fini a une dimension  $\Delta v = \Delta x$ . Dans cet exemple la fonction de projection est prise égale à l'unité. L'équation (IV.1) est intégrée sur le volume correspondant au point « P », on obtient

$$\int_w^e \frac{d}{dx} \left( k \frac{dT}{dx} \right) dx + \int_w^e S dx = 0 \quad \text{Équation (III.37)}$$

Soit:

$$(k \frac{dT}{dx})_w + \int_w^e S dx = 0 \quad \text{Équation (III.38)}$$

Avec l'approximation d'une variation linéaire de T entre deux nœuds voisins, l'équation (IV.3) s'écrit:

$$k_e \frac{(T_E - T_p)}{(\partial x)_e} - k_w \frac{(T_p - T_w)}{(\partial x)_w} + \bar{S} \Delta x = 0 \quad \text{Équation(III.39)}$$

Où :

$\bar{S}$  Est la valeur moyenne de S dans l'élément de volume ;

$k_e$  La conductivité thermique à l'interface (e) ;

$k_w$  La conductivité thermique à l'interface (w).

On met l'équation (3.4) sous la forme suivante :

$$a_p T_p = a_e T_E + a_w T_w + b$$

Où:

$$a_e = \frac{k_e}{(\partial x)_e};$$

$$a_w = \frac{k_w}{(\partial x)_w};$$

$$a_p = a_e + a_w;$$

$$b = \bar{S} \Delta x.$$

Si la discréttisation du domaine comporte N nœuds, on est alors ramené à un système de N équations à N inconnues. Il s'agit des valeurs nodales de T, [26].

### III.6 Formulation en volumes de contrôle.

Le domaine de calcul est divisé en un certain nombre de volumes de contrôle non superposés tel que chaque volume entoure chaque point du maillage.

L'équation différentielle est intégrée pour chaque volume de contrôle. Des expressions arbitraires sont choisies pour exprimer les variations de  $\vec{A}$  entre les différents points du maillage et permettent l'intégration.

Le résultat de cette intégration donne l'équation discrète exprimée à l'aide des valeurs de la fonction  $\vec{A}$  pour un ensemble des points du maillage.

L'équation discrète obtenue exprime le principe de conservation pour  $\vec{A}$  sur le volume de contrôle de la même manière que l'équation différentielle l'exprime pour un volume de contrôle infinitésimal, [13], [26].

### III.7 Formulation de l'équation électromagnétique par la méthode des volumes finis.

Toutes les méthodes numériques partent d'une formulation de champ électromagnétique issue des équations de Maxwell. Celles-ci régissent tous les phénomènes électromagnétiques au sein des dispositifs électromagnétiques de façon générale.

Rappelons que l'équation magnétodynamique dans le cas général est donnée sous la forme :

$$\text{Rot}(\frac{1}{\mu}\text{Rot}\vec{A}) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \text{grad}(U) - \sigma(\vec{v} \wedge \text{Rot} \vec{A}) = \vec{J}_{ex} \quad \text{Équation(III.40)}$$

#### III. 7.1 Discrétisation de l'équation magnétodynamique.

La formulation en coordonnées cartésiennes de l'équation électromagnétique linéaire est donnée sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A}{\partial y} \right) = -J_{ex} + \sigma \left( \frac{\partial A}{\partial t} \right) \quad \text{Équation (III.41)}$$

Par intégration sur le domaine on trouve

$$\int_y \int_x \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial A}{\partial x} \right) \right] dx dy = \int_y \int_x [i\omega \sigma A - J_{ex}] dx dy \quad \text{Équation (III.42)}$$

$$\int_y \int_x \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial A}{\partial x} \right) \right] dx dy = \int_y \int_x [i\omega \sigma A - J_{ex}] dx dy \quad \text{Équation (III.43)}$$

L'intégrale de la partie gauche de l'équation (III.43) sur le volume fini qui est schématisé ci-dessous délimité par les frontières (e, w, s, n) est:

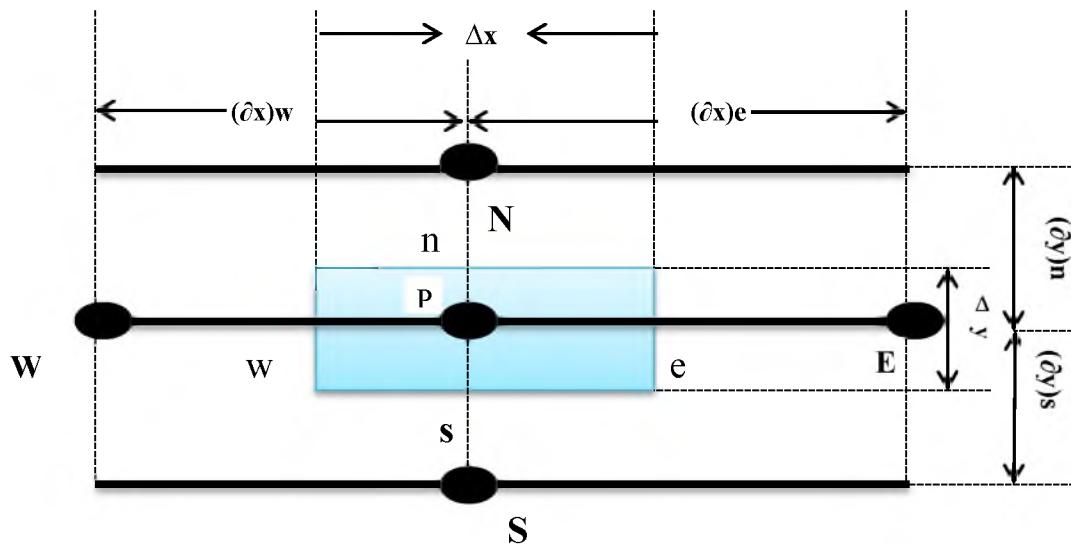


Figure .III.3. Discrétisation en volume fini en 2D.

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial A}{\partial y} \right) dx dy + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial A}{\partial x} \right) dx dy \quad \text{Équation (III.43)}$$

Après intégration, on trouve :

$$\left[ \left( v \frac{\partial A}{\partial y} \right)_n + \left( v \frac{\partial A}{\partial x} \right)_s \right] \Delta x + \left[ \left( v \frac{\partial A}{\partial x} \right)_e + \left( v \frac{\partial A}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y$$

Pour exprimer la variation de A entre les nœuds voisins, on choisit un profil linéaire

$$\left[ \frac{1}{\mu_a} \frac{A_N - A_p}{(\delta y)_n} - \frac{1}{\mu_s} \frac{A_p - A_S}{(\delta y)_s} \right] \Delta x + \left[ \frac{1}{\mu_e} \frac{A_E - A_p}{(\delta x)_e} - \frac{1}{\mu_w} \frac{A_p - A_W}{(\delta x)_w} \right] \Delta y \quad \text{Équation (III.44)}$$

L'intégration de la partie droite de l'égalité (IV.7) donne :

$$\int_y \int_x [i\omega\sigma A - J_{ex}] dx dy = [i\omega\sigma_p A_p \Delta x \Delta y - J_{ex} \Delta x \Delta y] \quad \text{Équation (III.45)}$$

Ainsi :

$$\int_s^n \int_w^e [i\omega\sigma A - j_{ex}] dx dy = i\omega\sigma_p A_p \Delta x \Delta y A_p - J_{ex} \Delta x \Delta y \quad \text{Équation (III.46)}$$

Ainsi l'équation algébrique finale s'écrit sous la forme :

$$a_p A_p = a_E A_E + a_W A_W + a_N A_N + a_S A_S + d_p \quad \text{Équation (III.47)}$$

tel que :

$$a_E = \frac{\Delta Y}{\mu_e (\delta x)_e}$$

$$a_W = \frac{\Delta Y}{\mu_w (\delta x)_w}$$

$$a_N = \frac{\Delta Y}{\mu_n (\delta x)_n}$$

$$a_S = \frac{\Delta Y}{\mu_s (\delta x)_s}$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S + i\omega\sigma_p \Delta x \Delta y$$

$$d_p = J_{ex} \Delta x \Delta y$$

L'équation (IV.13) obtenue représente une équation algébrique reliant l'inconnue au nœud principal « P » aux inconnues aux nœuds voisins « W », « E », « S » et « N » ;

Si le problème est linéaire, le système d'équations (IV.13) peut être résolu par une méthode itérative, dans le cas contraire, ce qui correspond au cas de la saturation des matériaux ferromagnétiques, qui sont très perméables et permettent la circulation d'un flux magnétique important ; la loi de comportement de ces matériaux ferromagnétiques est B(H) qui exprime la relation non linéaire qui existe entre l'induction magnétique et le champ magnétique et qui due à la saturation des matériaux magnétiques dans ce cas la réductivité  $v = 1/\mu$  m devient variable, la résolution est la même avec une sous ou une sur relaxation,[24],[25].

### III.7.2 Formulation de l'équation électromagnétique (MHD) Par La Méthode Des Volumes Finis.

Rappelons que l'équation magnétodynamique dans le cas de la pompe MHD à conduction est donnée sous la forme :

$$\text{Rot} \left( \frac{1}{\mu} \text{Rot} \vec{A} \right) + \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\vartheta} \wedge \text{Rot} \vec{A} \right) = \vec{J}_{ex} + \vec{J}_a \quad \text{Équation (III.48)}$$

Après développement en coordonnées cartésiennes, dans le cas bidimensionnel (2D) où la densité de courant et le potentiel vecteur magnétique sont perpendiculaire à la section longitudinale de la pompe MHD à conduction, l'équation devient

$$-\frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) + \sigma \left( \frac{\partial A}{\partial t} + \vartheta \frac{\partial A}{\partial x} \right) = J_{ex} + J_a \quad \text{Équation (III.49)}$$

Avec  $A$  et  $j_{ex}$  sont les composantes suivant (OZ) des vecteurs  $\vec{A}$  et  $\vec{j}_{ex}$ .

La pompe est alimentée en courant continu, les champs varient également de façon continue ; dans ces conditions, on travaille en régime stationnaire où  $\frac{\partial A}{\partial t} = 0$ , alors l'équation devient :

$$-\frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) + \sigma \vartheta \frac{\partial A}{\partial x} = J_{ex} + J_a \quad \text{Équation (III.50)}$$

Si on considère que la vitesse est presque nulle l'équation devant

$$-\frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) = J_{ex} + J_a \quad \text{Équation (III.51)}$$

Par intégration sur le domaine, on trouve avec  $c = 1/\mu = v$

$$\int_y \int_x \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial A}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial A}{\partial x} \right) \right] dx dy = - \int_y \int_x [J_{ex} + J_a] dx dy \quad \text{Équation (III.52)}$$

L'intégrale de la partie gauche de l'équation (3.18) sur le volume fini qui délimite par les frontières (e,w,s,n) est :

$$\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial A}{\partial y} \right) dx dy + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial A}{\partial y} \right) dx dy \quad \text{Équation (III.53)}$$

Après intégration, on trouve :

$$\left[ \left( v \frac{\partial A}{\partial y} \right)_n - \left( v \frac{\partial A}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x + \left[ \left( v \frac{\partial A}{\partial x} \right)_e - \left( v \frac{\partial A}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y \quad \text{Équation (III.54)}$$

Pour exprimer la variation de  $A$  entre les noeuds voisins, on choisit un profil linéaire.

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1}{\mu_n} \frac{A_N - A_p}{(\delta y)_n} - \frac{1}{\mu_s} \frac{A_N - A_p}{(\delta y)_s} \right] \Delta x + \left[ \frac{1}{\mu_e} \frac{A_N - A_p}{(\delta y)_e} - \frac{1}{\mu_w} \frac{A_N - A_p}{(\delta y)_w} \right] \Delta y = \\ & -A_p \left( \frac{\Delta x}{\mu_n (\delta y)_n} + \frac{\Delta x}{\mu_s (\delta y)_s} + \frac{\Delta y}{\mu_e (\delta y)_e} + \frac{\Delta y}{\mu_w (\delta y)_w} \right) + \dots \\ & + \left( \frac{A_n \Delta x}{\mu_n (\delta y)_n} + \frac{A_s \Delta x}{\mu_s (\delta y)_s} + \frac{A_e \Delta y}{\mu_e (\delta y)_e} + \frac{A_w \Delta y}{\mu_w (\delta y)_w} \right) \end{aligned} \quad \text{Équation (III.55)}$$

L'intégration de la partie droite de l'égalité donne :

$$-\int_x \int_y [J_{ex} + J_a] dx dy = -[(J_{ex} + J_a) \Delta x \Delta y]$$

Ainsi :

$$\int_s^n \int_w^e [-(J_{ex} + J_a)] dx dy = -(J_{ex} + J_a) \Delta x \Delta y.$$

Ainsi l'équation algébrique finale s'écrit sous la forme :

$$a_p A_p = a_E A_E + a_w A_w + a_N A_N + a_s A_s + d_p$$

Équation (III.56)

tel que :

$$a_E = \frac{\Delta y}{\mu_e(\delta x)_e};$$

$$a_w = \frac{\Delta y}{\mu_w(\delta x)_w};$$

$$a_N = \frac{\Delta x}{\mu_N(\delta y)_N};$$

$$a_s = \frac{\Delta x}{\mu_s(\delta y)_s};$$

$$a_p = a_E + a_w + a_N + a_s$$

$$d_p = (J_{ex} + J_a) \Delta x \Delta y.$$

### III.8 Conditions aux limites.

Dans notre étude, nous avons établi les équations des nœuds internes. Pour les limites du domaine d'étude, il faut tenir compte des conditions aux limites. Il existe deux types de conditions:

#### ❖ Condition de Dirichlet.

Cette condition impose les valeurs de A aux bords du domaine d'étude :

Condition de DIRICHLET homogène :  $\vec{A} = \vec{0}$

Condition de DIRICHLET non homogène :  $\vec{A} \neq \vec{0}$

Dans notre étude la condition de DIRICHLET est homogène, c'est-à-dire les valeurs de A sont prises nulles par la considération de l'infini.

#### ❖ Condition de Neumann.

Elle est utilisée dans le cas où le système à étudier présente des plans de symétrie. Le potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  n'est pas connu sur la limite, donc nous avons besoin de construire une équation additionnelle qui décrit le phénomène physique dans cette limite.

Condition de NEUMANN homogène :  $\frac{\partial \vec{A}}{\partial n} = \vec{0}$

Condition de NEUMANN non homogène :  $\frac{\partial \vec{A}}{\partial n} \neq \vec{0}$

Avec n : représente la normale au plan de coupe, [26].

### III.9 Conclusion.

Dans ce chapitre nous avons présenté la formulation mathématique caractérisant les phénomènes électromagnétiques présents dans la pompe MHD à conduction, des modèles mathématiques ont été établis dans leurs formes générales.

Dans le cadre de notre travail, la méthode numérique utilisée pour la résolution des systèmes d'équation algébriques en électromagnétisme est la méthode des volumes finis cela pour deux raisons : la première est qu'elle est facile à concevoir contrairement à la MEF et la deuxième est qu'elle peut être appliquée à des géométries complexes contrairement à la MDF.



# CHAPITRE QUATRE

## APPLICATION ET RÉSULTATS DE LA MODÉLISATION NUMÉRIQUE



## IV.1 Introduction.

Après avoir exposé les formulations mathématiques des phénomènes électromagnétiques dans les pompes MHD et les différentes méthodes de résolution du problème électromagnétique, on va essayer dans ce chapitre de présenter les résultats de simulation du modèle élaboré à partir d'un code de calcul bidimensionnel (2D).

La modélisation de la MHD repose respectivement sur les équations de Maxwell.

Le code en question permet d'étudier les phénomènes électromagnétiques dans la pompe magnétohydrodynamique (MHD) par l'application de la méthode des volumes finis.

## IV.2 Techniques de discrétisations.

De plus en plus la précision est demandée dans les procédés de conception et d'analyse des machines électriques, c'est pourquoi des modèles numériques appropriés sont souvent adoptés pour le couplage des champs électriques et magnétiques. Des méthodes numériques basées, essentiellement, sur la détermination de la distribution des champs électriques et magnétiques dans la structure à étudier sont utilisées pour résoudre les équations. Une solution analytique de ces équations est souvent impossible ceci est dû à la complexité géométrique de la machine et aux caractéristiques non linéaires de ses matériaux,[12].

## IV.3 Méthodes de discrétisations.

L'ensemble des étapes de résolution des équations différentielles par la voie numérique s'appelle méthode de discrétisation. La mise en œuvre d'une méthode numérique de calcul des champs débouche inévitablement sur un logiciel qui lui est associé, on peut écrire pour chaque problème un programme qui tient compte de sa géométrie, ses propriétés physiques et ses conditions aux limites. Il existe aujourd'hui des logiciels généraux appropriés nommés techniques de la CAO dont les structures informatiques sont adaptées aux traitements d'un grand nombre de problèmes d'un même type tels que PDETOOL sous MATLAB, ANSYS...

La mise en équations du problème physique constitue la phase préliminaire à toute prédiction des phénomènes mis en jeu. En électromagnétisme, les équations décrivant la physique du problème sont connues sous le nom d'équations de Maxwell. Associées aux lois expérimentales du comportement des milieux, elles apportent la connaissance complète des grandeurs physiques mises en œuvre. Le traitement numérique d'un problème

d'équations aux dérivées partielles (électromagnétique – thermique ou couplé) comprend trois étapes essentielles,[12].

1. 1-Description du problème (Géométrie, caractéristiques physiques, maillage, limites du domaine d'étude...).
2. Mise en œuvre de la méthode numérique de simulation (Différences finies, éléments finis, volumes finis, intégrales de frontière...) plus une méthode itérative.
3. Vérification, visualisation et interprétation des résultats de la simulation (Courbes et graphes 2D et 3D).

#### IV.4 Présentation du code de calcul.

En premier lieu, on donne la structure générale du code sous forme d'organigramme Dont l'organisation hiérarchique est présentée comme suit:

- ↳ Introduction des données, nous décrivons la géométrie du domaine, en introduisant les dimensions de la pompe MHD, les propriétés physiques des matériaux (perméabilités des milieux, conductivité électrique...), ainsi que la densité du courant d'alimentation.
- ↳ Procédure de calcul, elle permet le calcul par la méthode des volumes finis des caractéristiques magnétiques.
- ↳ Visualisation des résultats, nous présentons les résultats à l'utilisateur, le potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$ , l'induction magnétique  $\vec{B}$ , la densité de courant induit dans le canal ainsi que la force de Laplace, [13].

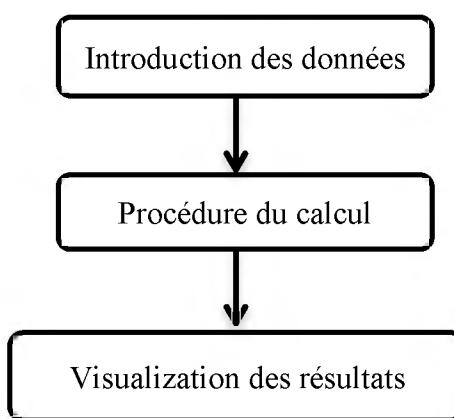


Figure IV.1. Organisation générale du code du calcul électromagnétique.

L'organigramme de la Figure IV.2 donne le déroulement d'un calcul réalisé à l'aide de la méthode des volumes finis.

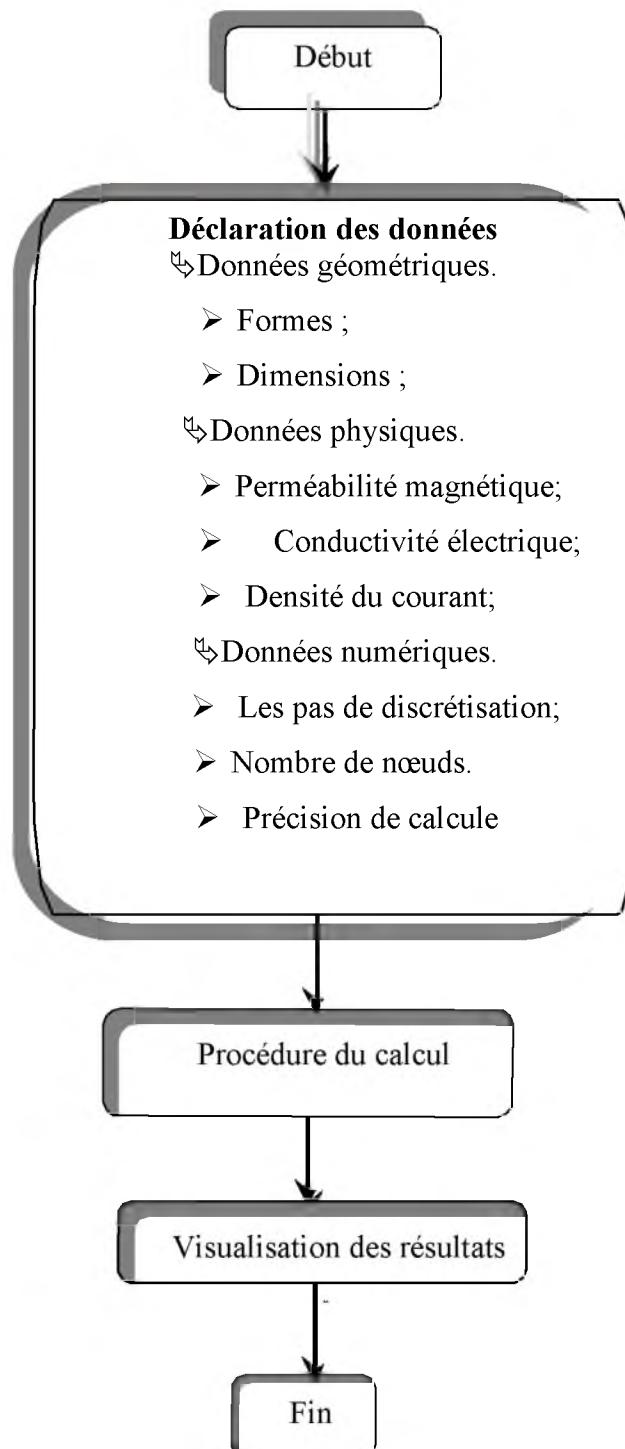


Figure IV.2. Organigramme de la méthode des volumes finis de simulation.

## IV.5 Application.

Pour exploiter le code élaboré, on a choisi la machine MHD à conduction pour le pompage des métaux liquides (Gallium) afin d'étudier les phénomènes Electromagnétiques en régime statique ainsi que l'influence de certains paramètres sur les Performances de la pompe.

#### IV.5.1 Description générale de la pompe MHD à conduction.

Les machines Magnétohydrodynamiques linéaires à conduction sont constituées d'un canal dans lequel s'écoule un fluide électriquement conducteur à la vitesse  $\vec{V}$ . Le fluide traverse un champ magnétique  $\vec{B}$  qui induit un courant  $\vec{J}$  collecté par des électrodes en contact direct avec le fluide. Le schéma d'une machine MHD à conduction est représenté ci-dessous:

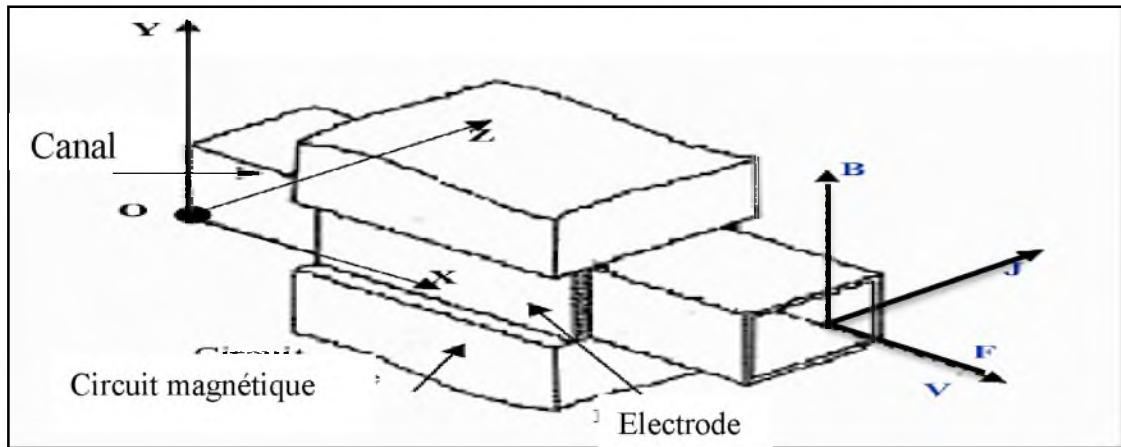


Figure IV.3. Schéma d'une machine MHD à Conduction.

#### IV.5.2 Choix de l'analyse bidimensionnelle.

Généralement, un dispositif électromagnétique comporte plusieurs matériaux, dont certains ont des caractéristiques non linéaires. Par ailleurs, les phénomènes électromagnétiques varient fortement au sein de la structure. C'est pourquoi, une analyse de la structure complète en trois dimensions (3D) s'avère fastidieuse et coûteuse en terme de temps de calcul. D'autre part, l'analyse à une dimension (1D) est peu représentative. L'emploi des modèles 2D est particulièrement simple et efficace et son choix est réaliste.

Dans ce cas la densité du courant et le vecteur potentiel magnétique sont perpendiculaires à la section transversale de la pompe magnétohydrodynamique, qui représente le plan de l'étude et dans lequel circule le flux magnétique. De plus, le vecteur potentiel  $\vec{A}$  n'a qu'une seule composante suivant (OZ) et la condition de la jauge de Coulomb est naturellement vérifiée dans ce cas. Dans ces conditions, l'équation vectorielle projetée sur les axes de coordonnées donne naissance à l'Équation (III.33).

## IV.6 Résultats et discussions.

Les figures qui suivent résultent de l'exploitation numérique des relations précédentes avec les caractéristiques électriques et magnétiques des différentes régions de la machine MHD à conduction choisie. On considère le dispositif de la figure(IV.4) qui représente la coupe transversale de la pompe MHD, avec les différentes caractéristiques du milieu respectivement dans les cas linéaire et non linéaire.

### IV.6.1 Cas linéaire.

- ❖ La densité de courant d'excitation est de 1.52
- ❖ Le matériau d'électrode est le platine de conductivité électrique  $10^7$  [S/m];
- ❖ Le fluide dans le canal est le Gallium de conductivité électrique  $3.3 \times 10^6$  [S/m];
- ❖ La perméabilité relative du matériau ferromagnétique est supposée très grande;
- ❖ La perméabilité relative de Gallium et de  $\mu_r=1$  [H/m].

| Elément   | Conductivité $\sigma [\Omega m]^{-1} * 10^6$ [A/m <sup>2</sup> ] |
|-----------|------------------------------------------------------------------|
| Argent    | 62.1                                                             |
| Or        | 44.1                                                             |
| Platine   | 9.3                                                              |
| Aluminium | $36.9 \approx 40$                                                |

Tableau.IV.1. la Propriétés électriques des métaux utilisés d'électrode.

La résolution de l'équation électromagnétique permet de déterminer les différentes caractéristiques de la pompe MHD:

- ↳ Le potentiel vecteur magnétique;
- ↳ L'induction magnétique;

La figure (IV.4) représente la coupe transversale de la pompe MHD à conduction avec les conditions aux limites de Dirichlet; les lignes équipotentielles dans la pompe sont représentées dans la figure (IV.5).

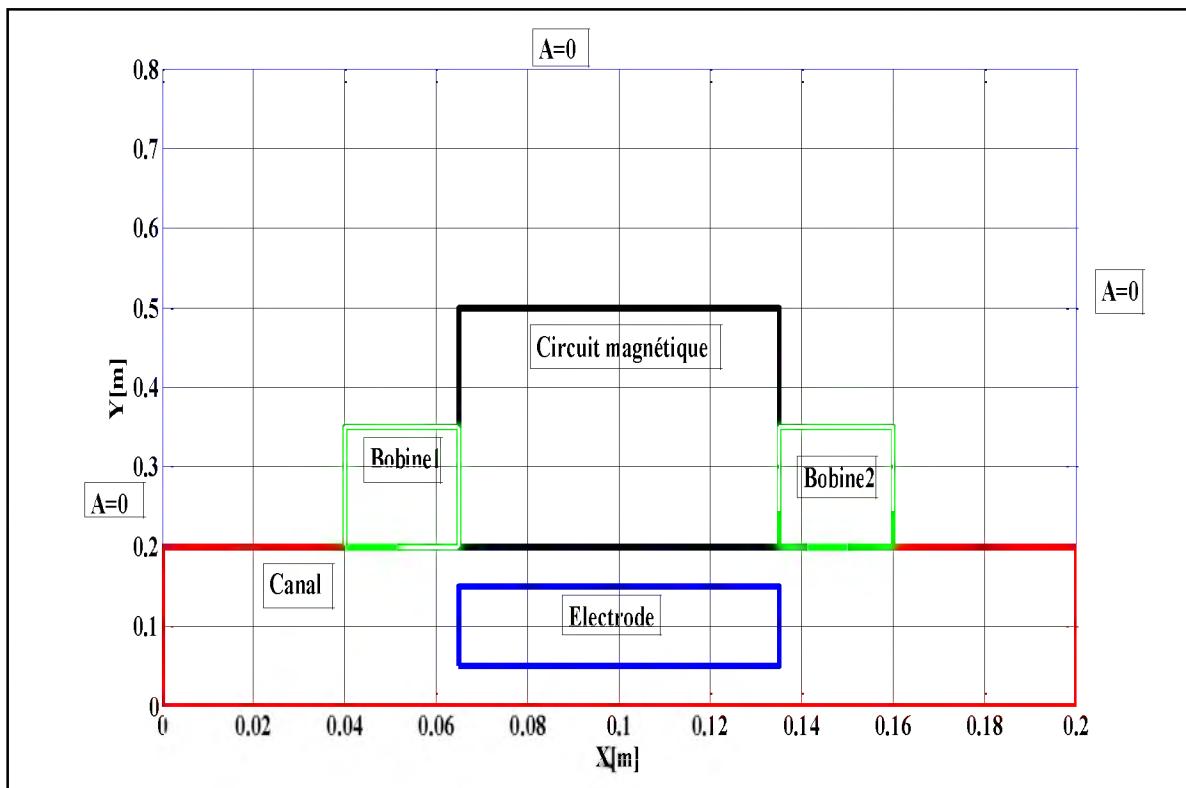


Figure IV.4. Schéma laisser de la pompe MHD

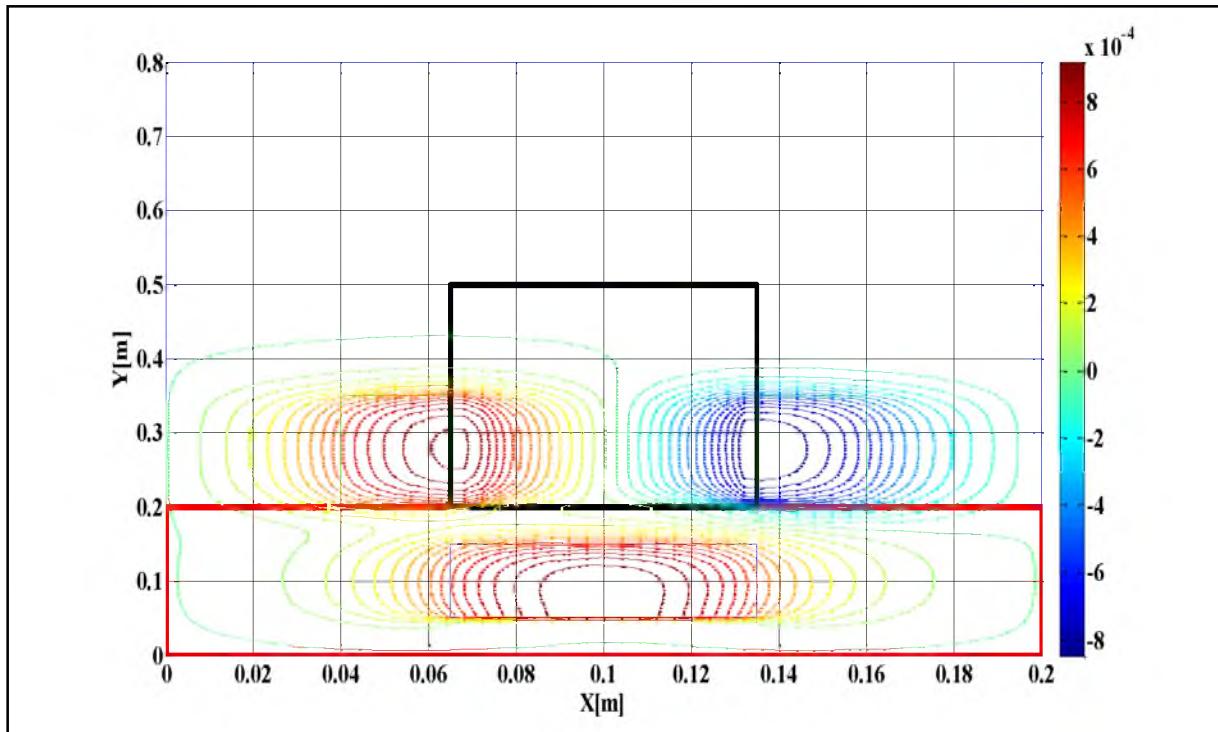


Figure IV.5. Les lignes équipotentielles dans la pompe MHD

#### IV.6.1.1 Distribution de potentiel vecteur magnétique.

Les Figure (IV.6.a) et (IV.6.b) : représentent la distribution du potentiel vecteur magnétique dans la pompe MHD en 3D et en 2D en fonction de la direction x.

On remarque que, le potentiel vecteur magnétique  $A[\text{Tm}]$  atteint sa valeur maximale au milieu de pompe.

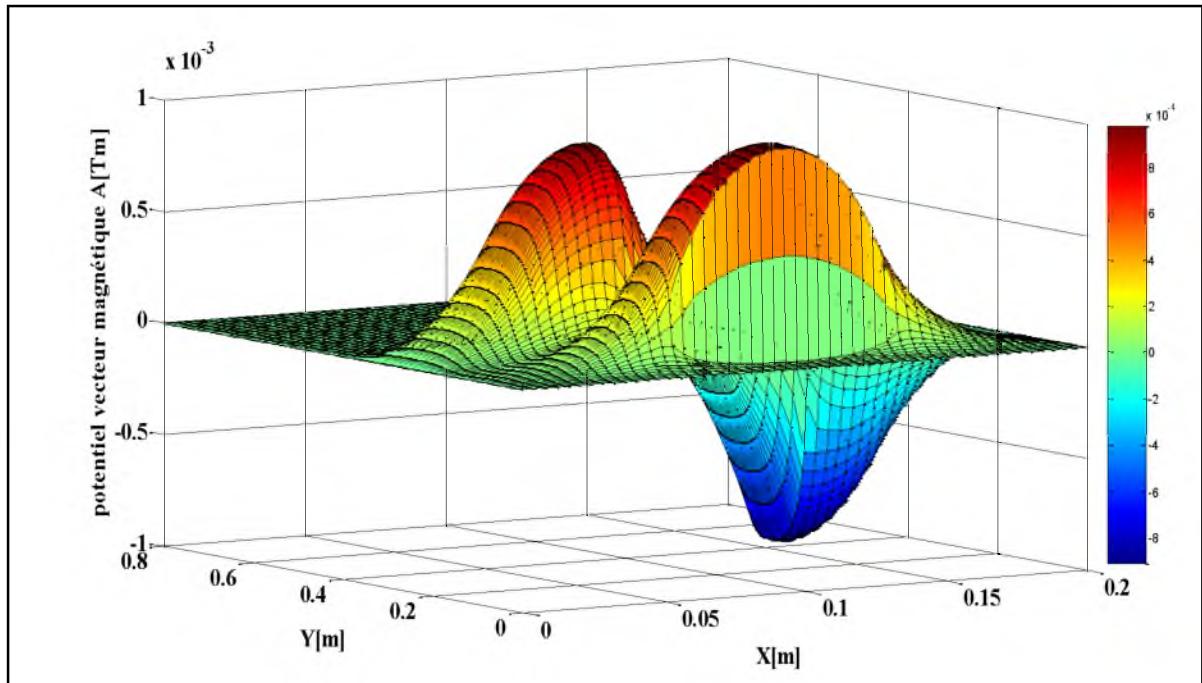


Figure IV.6.a. Potentiel vecteur magnétique en 3 D.

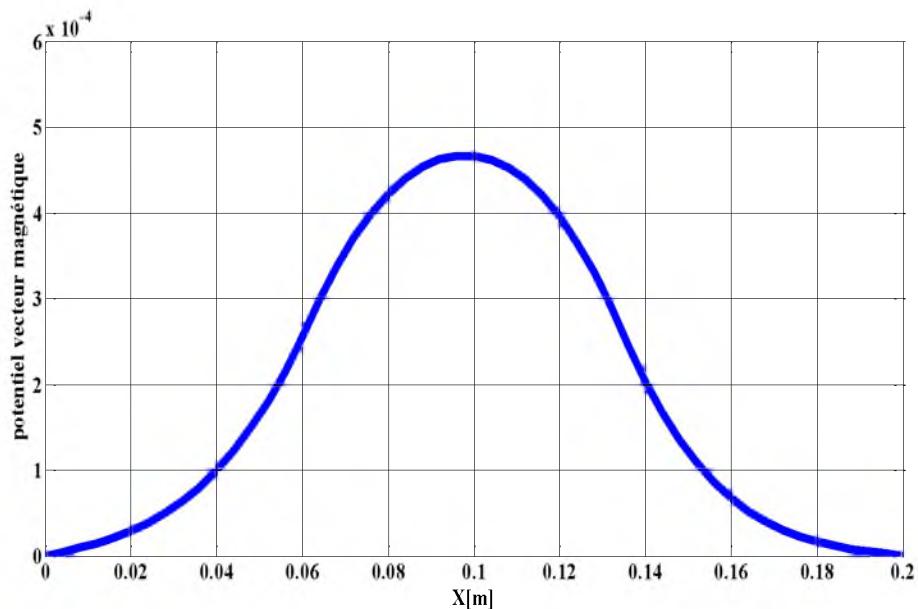


Figure IV.6.b. Potentiel vecteur magnétique en 2 D dans la pompe.

#### IV.6.1.2 Représentation de l'induction magnétique.

Les figures (IV.7.a) et (IV.7.b): représentent respectivement la variation de l'induction magnétique dans la pompe MHD en 3D et en 2D en fonction de la direction de X.

On constate que, l'induction magnétique  $B[T]$  atteint sa valeur maximale dans le canal de la pompe MHD. Les valeurs de l'induction magnétique  $B$  elle augmente de zéro à une valeur maximale  $B_{\max}=1.49T$ .

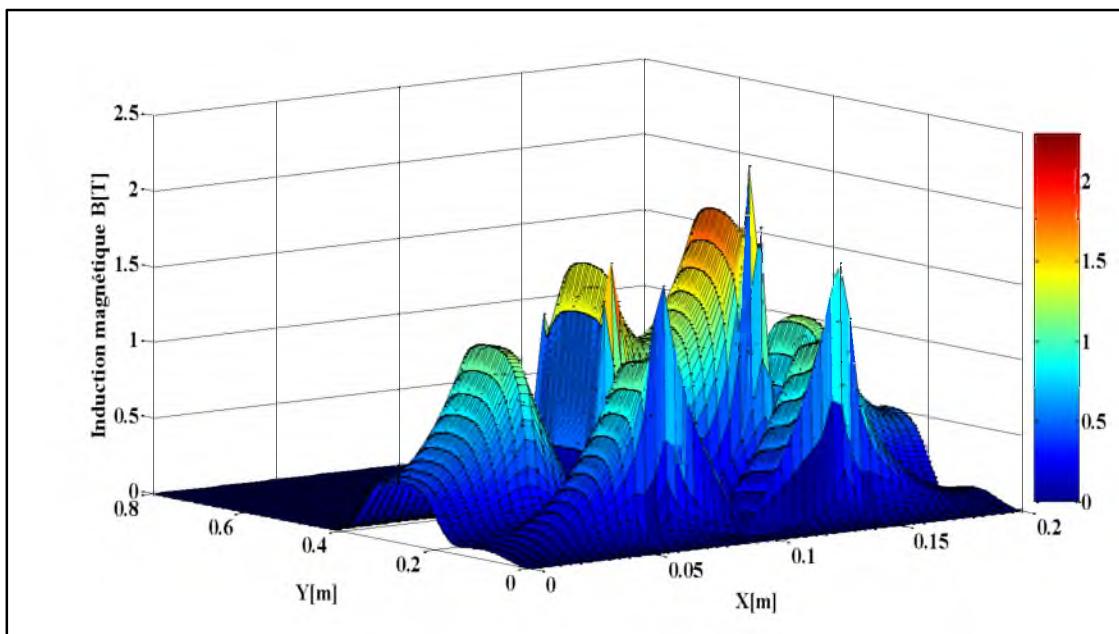


Figure IV.7.a. Induction magnétique en 3D.

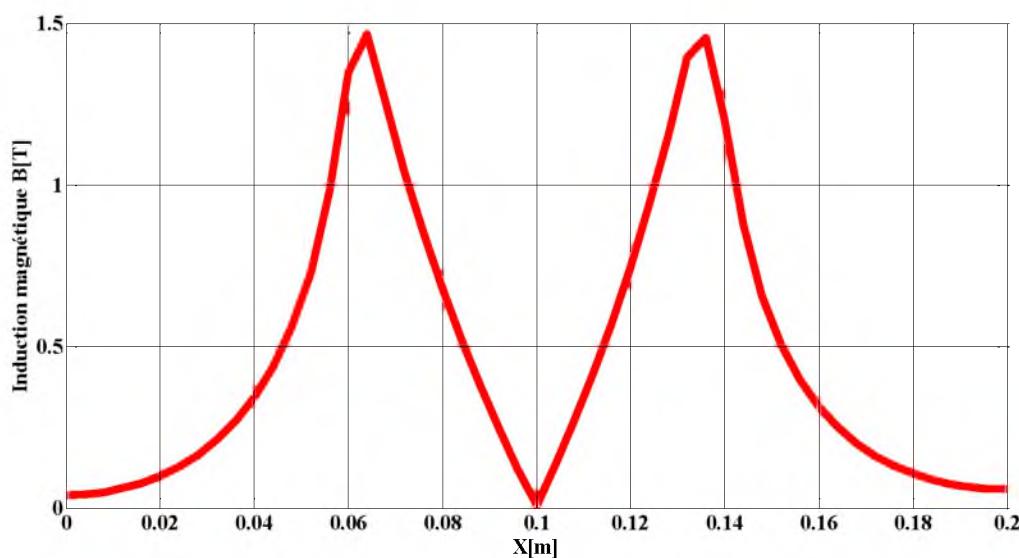


Figure IV.7.b. Induction magnétique  $B[T]$  en 2D dans la pompe MHD.

#### IV.6.1.3 Influence des matériaux des électrodes sur les performances de la pompe MHD.

Dans les pompes MHD à conduction le courant électrique continu est amené dans le fluide conducteur par des électrodes, les matériaux des électrodes sont caractérisées par leurs conductivités électriques élevées, parmi ces matériaux on trouve, l'Argent, l'Or, et le Platine. Dans cette partie on va étudier l'effet du choix des matériaux des électrodes sur les performances de la pompe MHD à conduction. Les conductivités de ces matériaux sont données dans le Tableau(IV.1).

##### A) Influence sur le potentiel vecteur magnétique.

La figure ci-dessous montre une différence importante entre les trois courbes, Les résultats représentés par les figures (IV.8.a,IV.8.b,IV.8.c) montrent que plus la conductivité augmente plus les valeurs de potentiel vecteur magnétique augmentent, on remarque que pour

Platine = 4.5 [Tm], Argent=5.7[Tm] et L'Or=5[Tm]

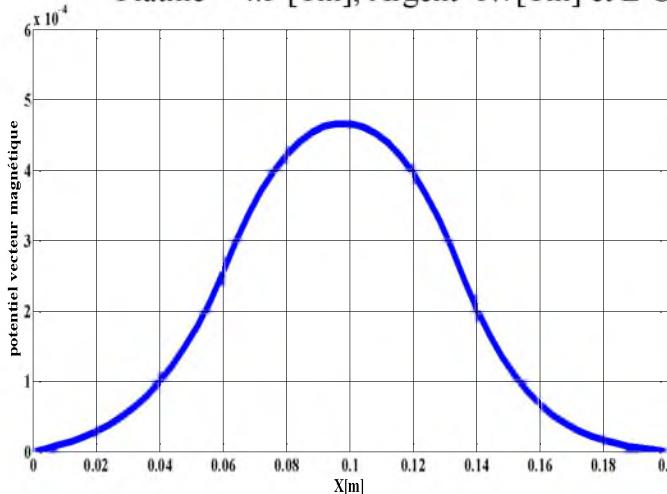


Figure IV.8.a. Matériau d'électrode le Platine

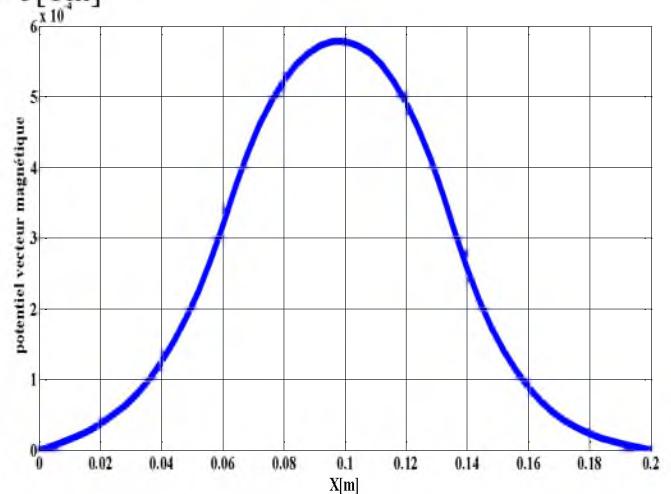


Figure IV.8.b. Matériau d'électrode l'Argent

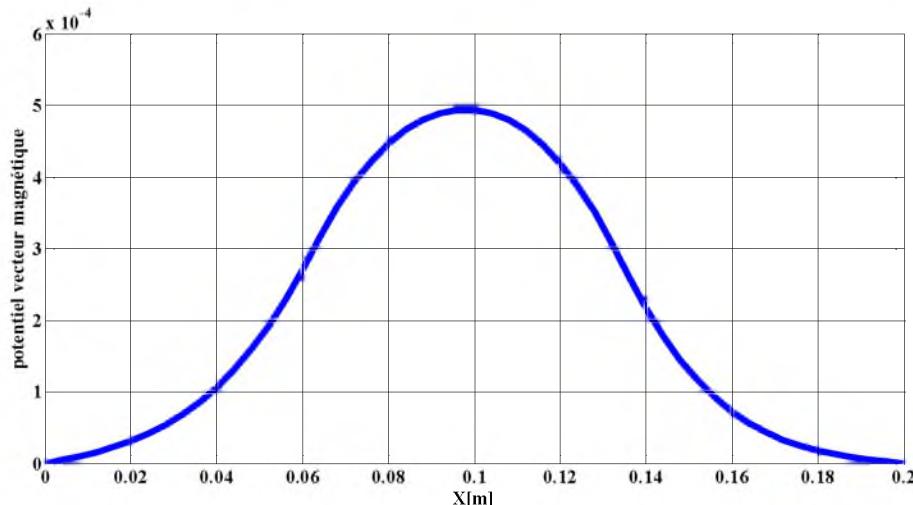


Figure IV.8.c. Matériau d'électrode l'Or

## B) Influence sur l'induction magnétique.

La figure ci-dessous montre une différence importante entre les trois courbes. Les résultats représentés par les figures (IV.9.a, IV.9.b, IV.9.c) montrent que plus la conductivité augmente plus les valeurs de l'induction magnétique  $B[T]$ . Pour les différentes valeurs de  $B$ , Platine = 4.7 T, Argent = 1.8 T et L'Or = 1.57 T.

Tableau ci-dessous représente les résultats de la modélisation de l'influence des matériaux d'électrode sur le potentiel vecteur magnétique et l'induction magnétique.

| Mâtereau | potentiel vecteur magnétique $A[Tm] * 10^{-4}$ | l'induction magnétique $B[T]$ |
|----------|------------------------------------------------|-------------------------------|
| Platine  | 4.5                                            | 4.7                           |
| Argent   | 5.7                                            | 1.8                           |
| Or       | 5                                              | 1.57                          |

Tableau.IV.2. les valeurs obtenu après simule.

Pour le fonctionnement normal de la pompe le matériau d'électrode choisi est le platine puisque ce dernier présente des caractéristiques électrochimiques très intéressantes (une très bonne tenue aux agressions chimiques ou électrochimiques).

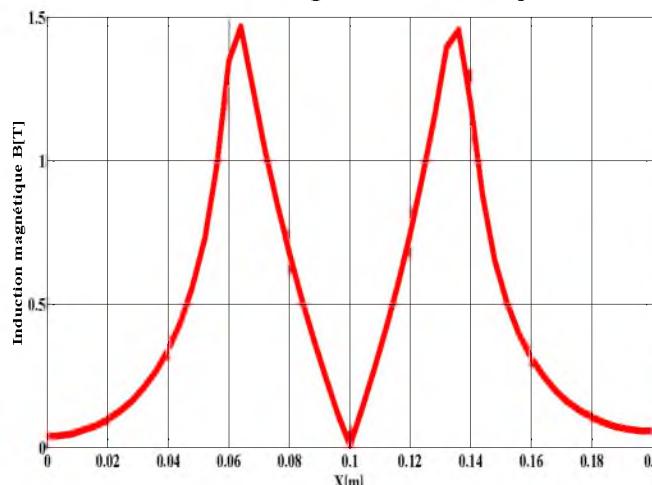


Figure IV.9.a. Matériau d'électrode le Platine

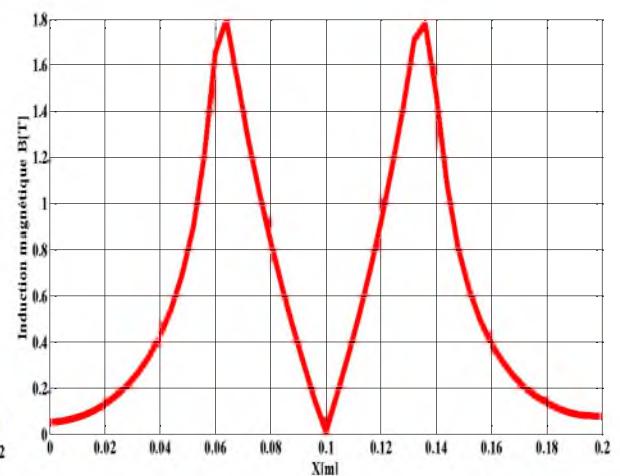


Figure IV.9.b. Matériau d'électrode l'Argent

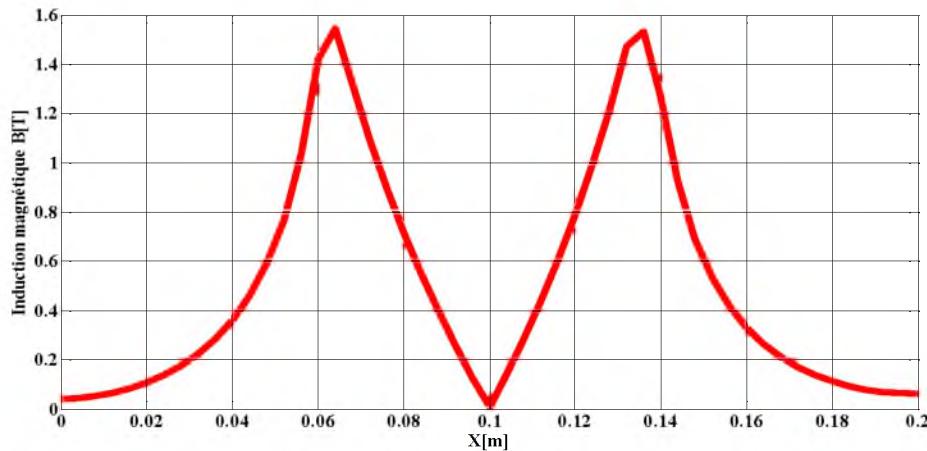
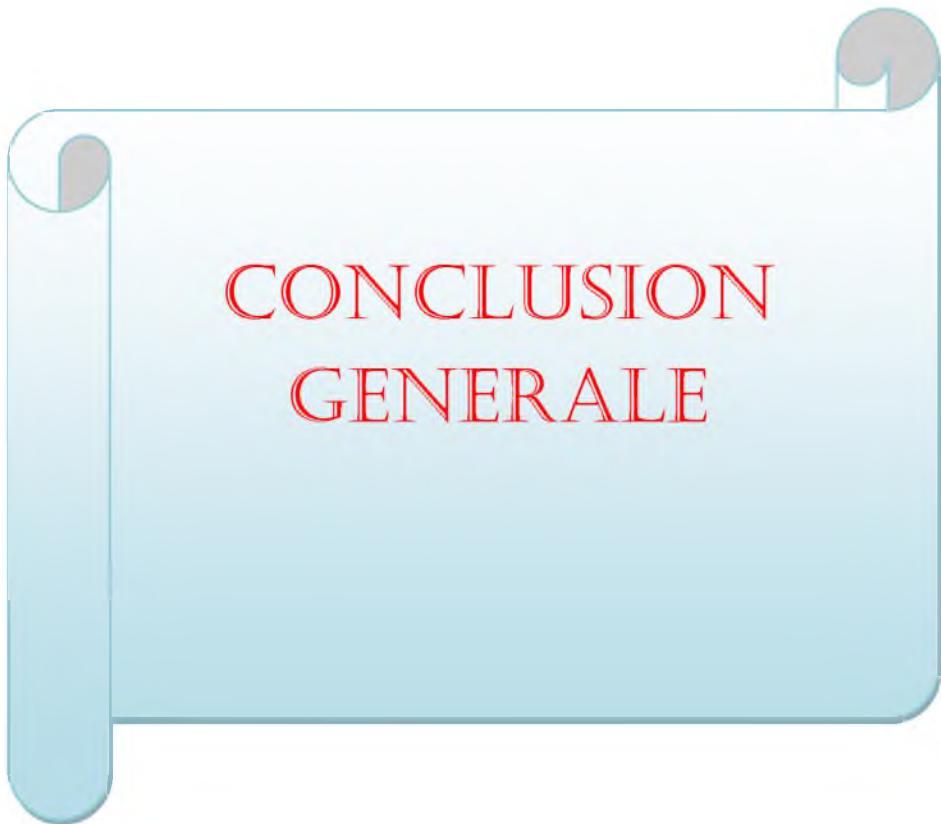


Figure IV.9.c. Matériau d'électrode l'Or

#### **IV.7 Conclusion.**

Le présent chapitre a été consacré à la présentation des différents résultats obtenus par l'application de la méthode des volumes finis au problème électromagnétique dans les cas linéaire de la pompe MHD à conduction. L'influence de la nature et les caractéristiques des matériaux des électrodes (ce cas nous avons imposé différentes matériau) sur les performances de la pompe a été également étudiée .



## CONCLUSION GÉNÉRALE

## **CONCLUSION GENERALE**

La magnétohydrodynamique (MHD) est un domaine très vaste de la physique qui concerne l'interaction entre un champ électromagnétique et un fluide conducteur du courant électrique (liquide ou gaz ionisé appelé plasma) en présence de champs électromagnétiques.

L'objectif de ce travail consiste à l'étude l'influence des matériaux d'électrodes sur les performances d'une pompe MHD, et la détermination des différentes caractéristiques d'une pompe MHD à conduction, principe fonctionnement, la nature du matériau des électrodes. Pour cela une modélisation numérique des phénomènes électromagnétiques est indispensable.

Les équations de Maxwell, les caractéristiques électriques et magnétiques mènent à l'obtention de modèles mathématiques représentant les phénomènes physiques qui régissent le comportement des dispositifs électromagnétiques. Dans notre cas, la formulation en potentiel vecteur magnétique pour la résolution du problème a été choisie.

Le choix des méthodes utilisées s'est effectué en fonction des caractéristiques principales des phénomènes physiques. Nous avons ainsi retenu la méthode des volumes finis pour traiter les problèmes électromagnétique.

La modélisation numérique en 2D des phénomènes couplés a été réalisée en utilisant un code de calcul bidimensionnel (2D) établi sous environnement MATLAB. Les résultats de simulation a Permis d'étudier les phénomènes électromagnétiques de la pompe MHD à conduction et de Déterminer le potentiel vecteur magnétique, l'induction magnétique, dans le canal. Pour améliorer les performances de la pompe MHD à conduction.

Par ailleurs, le travail peut être poursuivi et amélioré en se penchant sur les axes suivants :

- La détermination de la force électromagnétique ainsi les courant induite dans le canal de la pompe MHD ;
- Le couplage des effets électromagnétiques -hydrodynamiques- électrochimiques.

# ANNEXE

## Annexe01

# Méthode de résolution des systèmes D'équations algébriques

Pour la résolution des systèmes d'équations algébriques linéaires, il existe deux grandes catégories de méthodes :

- Les méthodes directes ;
- Les méthodes itératives.

### ❖ Les méthodes directes.

Pour les matrices creuses et de taille très importante, la résolution du système final est faite par des méthodes itératives qui font passer d'un estimé  $A^{(k)}$  de la solution à un autre estimé  $A^{(k+1)}$  de cette solution ; s'il y a convergence, la solution ne pourrait être atteinte qu'après un nombre d'itération  $s$ , donc les plus utilisées sont citées ci-dessous :

#### **A) Méthode de Gauss - Seidel (point par point).**

C'est la méthode la plus simple qui calcule chaque valeur de  $\vec{A}$  en balayant les points dans un certain ordre après chaque passage, la valeur de  $\vec{A}$  est modifiée grâce à l'équation discrète :

$$a_p A_p = \sum a_{nb} A_{nb} + b$$

d'où

$$A_p = \frac{\sum a_{nb} A_{nb}^* + b}{a_p}$$

$A_{nb}^*$  : Représente la valeur des points voisins.

La méthode de Gauss- Seidel est préférée parce qu'elle consomme moins de mémoire et converge souvent plus vite.

#### **B) Méthode de relaxation.**

Pour améliorer la rapidité de la convergence, il est souvent utile d'accélérer ou de freiner le procédé itératif, on utilise un facteur de relaxation  $\alpha$ .

On a l'équation :

$$a_p A_p = \sum a_{nb} A_{nb} + b$$

Si  $A_p^*$  est la valeur précédente, on peut écrire :

$$A_p = A_p^* + \left( \frac{\sum a_{nb} A_{nb} + b}{a_p} - A_p^* \right)$$

Si nous modifions le terme entre parenthèse par un coefficient  $\alpha$ , nous aurons :

$$A_p = A_p^* + \alpha \left( \frac{\sum a_{nb} A_{nb} + b}{a_p} - A_p^* \right)$$

Il en résulte :

$$\frac{a_p}{\alpha} A_p = \sum a_{nb} A_{nb} + b + (1 - \alpha) \frac{a_p}{\alpha} A_p^*$$

Quand  $\alpha$  est compris entre 0 et 1,  $A_p$  est plus proche de  $A_p^*$  nous avons une sous relaxation

Quand  $\alpha$  est plus grand que 1, nous avons une sur- relaxation.

Notons qu'il n'y a pas de règles générales permettent un choix idéal du paramètre  $\alpha$ , seule l'expérience peut nous aider. De plus  $\alpha$  peut être modifié au cours des itérations.

La méthode de relaxation est généralement beaucoup plus rapide que celle de Gauss Seidel, même si le facteur optimal  $\alpha$  est réglé expérimentalement selon l'aspect physique du problème à traiter.

Dans le cadre de notre travail, pour la résolution des systèmes d'équations algébriques en électromagnétisme, nous allons choisir la méthode de sous relaxation avec  $\alpha = 0.5$ , [25].

## Annexe02

### Caractéristiques des métaux conducteurs

| Désignation et composition | Masse volumique<br>$10^3 (\text{kg/m}^3)$ | Température de fusion( $^\circ\text{C}$ ) | Conductivité thermique<br>(W/(m.k)) | Coefficient dilatation | Résistivité à $20^\circ\text{C}$ ( $10^{-8}/^\circ\text{C}$ ) | Coefficient d températur e<br>( $10^{-4}/^\circ\text{C}$ ) | Résistance à la rupture<br>(N/mm $^2$ ) |
|----------------------------|-------------------------------------------|-------------------------------------------|-------------------------------------|------------------------|---------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| Argent Ag                  | 10.5                                      | 960                                       | 408                                 | 20                     | 1.6                                                           | 38                                                         | 157                                     |
| Cuivre Cu                  | 8.9                                       | 1085                                      | 400                                 | 17                     | 1.7                                                           | 39                                                         | 25-30                                   |
| Or- Au                     | 19.3                                      | 1604                                      | -                                   | 19                     | 2.1                                                           | 30                                                         | -                                       |
| Aluminium Al               | 2.7                                       | 660                                       | 222                                 | 23                     | 2.8                                                           | 43                                                         | 80-170                                  |
| Sodium Na                  | 1                                         | 98                                        | 134                                 | 71                     | 4.2                                                           | -                                                          | -                                       |
| Platine Pt                 | 21.5                                      | 1773                                      | 71                                  | 89                     | 10                                                            | 104                                                        | 180                                     |
| Etain Sn                   | 7.3                                       | 232                                       | 27                                  | -                      | 11.5                                                          | 43                                                         | 80                                      |
| Plomb Pb                   | 11.3                                      | 327                                       | 34                                  | 29                     | 21                                                            | 42                                                         | 50                                      |
| Mercure Hg                 | 13.6                                      | - 39                                      | -                                   | -                      | 96                                                            | 9                                                          |                                         |



# RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

## Références Bibliographiques

N<sup>º</sup>

Références

- [1] F.MERDJ, « Contribution à l'étude d'un microsystème Fluidique MHD (Magnétohydrodynamique) » Université de BATNA ; Thèse de magistère 2011.
- [2] N. BERGOUG, « contribution à la modelisation numerique d'une pompe magnetohydrodynamique (MHD) ANNULAIRE À INDUCTION » Université de BATNA , Thèse de magistère 2006.
- [3] K .Ouzna, «Conception d'un inducteur destiné à l'entraînement électrique d'un ascenseur » Thèse de Magister, UNIVESITE MOULOUAD MAMMERI DE TIZI-OUZOU, 2013.
- [4] M.STOLIDI, « matériaux en électrotechniques », IUFM AIX-MARSEILLE CAPET et PLP2 Electrotechnique
- [5] Kittel, « Introduction à la physique du solide », Livre.
- [6] Lyon-Caen, « Diodes et transistors en commutation », Livre.
- [7] Goudet-Reuleau, « Les semi-conducteurs », Livre.
- [8] « IGEE-403 Matériaux de l'électrotechnique », Maxime Dubois 2006.
- [9] « IGEE-403 Matériaux de l'électrotechnique », Maxime Dubois 2006.
- [10] M. Lamrani et N Amaouz « synthese et caracterisation de materiaux dielectriques a structures perovskite complexe de type Ca<sub>1-x</sub>A<sub>x</sub>Ti<sub>1-y</sub>B<sub>y</sub>O<sub>3</sub> (A=Sr, B=Zr, ...) » ; Thèse de doctorat ; UNIVERSITE MOULOUAD MAMMERI, TIZI-OUZOU ; 2011.
- [11] A.Chovet P. Masson « PHYSIQUE DES SEMI-CONDUCTEURS » ecole polytechnique universitaire de marseille , 2004 .

- [12] L. MADDOUI, « Etude et réalisation d'un dispositif péristaltique pour application médicale. », Thèse de magistère, Université de Batna,2010.
- [13] S .NACEUR, « Contribution à La Modélisation Numérique D'une Pompe MHD En Tenant Compte De La Nature Des Matériaux Des Electrodes Et Du Fluide » ; Thèse de magistère ; UNIVERSITE DE BATNA ; 2007
- [14] M .TAWK, « Etude et réalisation d'un système de refroidissement pour l'électronique de puissance basé sur la mise en mouvement d'un fluide conducteur électrique », Thèse de de Doctorat ; 2011.
- [15] M .Berhanu, « Magnétohydrodynamique turbulente dans les métaux liquides », Thèse de Doctorat, Université de L'Ecole Normale Supérieure, 2008.
- [16] A Benoudjitt, « Introduction aux machines électriques, machines à courant continu », Presses de l'université de Batna,1995.
- [17] D.Convert, « Propulsion Magnétohydrodynamique en eau de mer ». Thèse de Doctorat, Université de Grenoble, 1995
- [18] N. Bennecib, « Contribution à l'étude des phénomènes d'écoulement dans les générateurs MHD ».Thèse de magistère 2001.
- [19] F. Z .Kadid, « Contribution à l'étude des convertisseurs MHD à induction »,Thèse de Doctorat, Université de Batna,2004.
- [20] B. Zappoli, « La Magnétohydrodynamique, L'état De L'art Premières Expériences Probatoires D'application Propulsive »,Centre National D'études Spatiales Toulouse, 1981.
- [21] R.Abdessemed, M.S. Aggoune et F.Z. Kadid, « Magnétisme Cours et Exercices ».Presses de l'université de Batna, 1997.
- [22] J.P Faroux, J. Renault, « Electromagnétisme I, 94 exercices et problèmes corrigés rappels de cours », Dunod, Paris 2000.

- [23] J.P.Pérez, R. Carles et R. Fleckinger, « Electromagnétisme vide et milieux Matéreils », Edission Masson, 1991
- [24] F.Gherabli, « Modélisation des phénomènes électromagnétiques par couplage:Méthode de Galerkine sans maillage», Thèse de magistère 2003.
- [25] N. Benyahia, « Modélisation des phénomènes électromagnétiques par couplage:Méthode des volumes finis- méthode des circuits couples »; Thèse de magistère 2004.
- [26] H. Becha, « Modélisation des phénomènes électromagnétiques et thermique couplés par la méthode des Volumes finis et de la paramétrisation dans les systèmes Amagnétiques de chauffage par induction »,Thèse de magistère 2001.
- [27] M.L. Khene, « Modélisation des phénomènes électromagnétiques dans les structures à géométrie complexe par adaptation de la méthode des volumes finis » Thèse de magistère 2006.
- [28] M. Hamidi, « Modélisation axisymétrique par la méthode des volumes finis du transformateur à plasma thermique inductif Méthode des volumes fini-méthode des circuits couple ». Thèse de magistère 2001.
- [29] A. Maioufi, « Modélisation des phénomènes électromagnétiques non linéaire par la méthode des Volumes finis ». Thèse de magistère 2006.

# RESUME

## Résumé :

Le travail présenté dans ce mémoire, consiste en l'étude électromagnétique d'une pompe magnétohydrodynamique à conduction par la méthode des volumes finis et l'effet du choix des matériaux d'électrode sur les performances de cette machine. Les pompes MHD présentent des avantages intéressants, elles sont conçues dans le but d'éliminer toutes parties mobiles. On s'intéresse dans ce mémoire à la modélisation des phénomènes électromagnétiques en 2D par la méthode des volumes finis sous environnement MATLAB.

**Mots clés :** Canal, Electrode, Magnétohydrodynamique (MHD), Méthode des volumes finis (MVF).

## Abstract:

The work presented in this thesis, consists of electromagnetic study of magnetohydrodynamic pump conduction by finite volume method, and to study the effect of choice of electrode materials on the performance of pump (MHD) conduction. MHD pumps have interesting advantages, they are designed to eliminate all moving parts. We focus in this thesis we propose to model the electromagnetic phenomena in 2D finite volumes under MATLAB environment.

**Keywords:** Canal, Electrode, Magnetohydrodynamics (MHD), Finite volumes (MVF).

## الخلاصة :

العمل المقدم في هذه الأطروحة، يتكون من الدراسة الكهرومغناطيسية من مضخة التوصيل بطريقة الحجم المحدود. (MHD) مضخات لها مزايا مثيرة للاهتمام، وهي مصممة للقضاء على جميع الأجزاء المتحركة. و دراسة تأثير اختيار المواد الكهربائية على أداء مضخة التوصيل (MHD). نحن نركز في هذه الأطروحة اقتراح نموذجة لظواهر الكهرومغناطيسية في D2 كميات محدودة تحت بيئة MATLAB .

**الكلمات المفتاحية:** قناء، قطب كهربائي ، كهرومغناطيسية (MHD)، وطريقة الحجم المحدود (MVF) .