مساهمة في دراسة توزيعات المشتقات الفضائية للحقول الكهربائية الموضعية الأيونية في البلازما

Contribution to the study of the distribution functions of spatial derivatives of ion microfield in plasma

Souhila ASKRI[1,*] et Mohammed Tayeb MEFTAH[2,**]
[1] *Département de Physique, Institut des Sciences et de Technologie,*
Centre Universitaire de El-Oued, El-Oued 39000 (Algérie)
[2] *Laboratoire LRPPS, Faculté des Sciences et de la Technologie et des Sciences de la Matière, Université Kasdi Merbah Ouargla, Ouargla 30000 (Algérie)*
*askrisouha@gmail.com , **mewalid@yahoo.com

مختصر:
لقد تم في هذا العمل الحساب النظري لدوال توزيع المشتقات الفضائية لمركبات الحقل الكهربائي الأيوني داخل البلازما، باعتبار طاقة تفاعل كل الجسيمات مساهمة ، ولقد أبدى ذلك نتائج مقبولة.
الكلمات المفتاحية: دوال توزيع، الحقول الموضعية في البلازما، المشتقات الفضائية للحقول الموضعية.

Abstract:
In this work, the distribution functions of spatial derivatives of components of electric ionic microfield in plasma have been theoretically calculated, taking into account the interaction of all particles. We have shown this procedure was satisfy.
Key words: Distribution functions, microfield, plasma, spatial derivative.

1 - المقدمة:

إن دراسة الإشعاعات المنبعثة من البلازما تشكل هدفا رئيسيا لدى المنشغلين بمطيافية البلازما، لأن أشكال وإزاحات الخطوط الطيفية الصادرة من هذه الإشعاعات تعتبر أدوات مهمة لتشخيص البلازما أو بالأحرى معرفة حالة البلازما كدرجة حرارتها[1] و كثافتها[2]
تختلف أشكال الخطوط الطيفية حسب المشعات الصادرة منها، إذ أن أي خط طيفي تميزه وسائط[3] أهمها : لا تناظره، إزاحته و عرضه.
هناك عدة أسباب تؤدي الى تعريض الخطوط الطيفية أهمها فعل Stark، ويكون هذا التعريض بسبب أي تفاعل بين مشع وجسيم أخر مسبب للاضطراب[4]، و تحت تأثير الحقل الكهربائي الموضعي.
إن تأثير الحقل الكهربائي الموضعي يبدو واضحا أنه مهم في إعطاء الخطوط الطيفية شكلها النهائي، ومن جهة أخرى فإن الصيغة التحليلية للخط الطيفي تستوجب معرفة دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضعي من الرتبة الأولى ، ومن الرتبة الثانية والتي نقصد بها دوال توزيع المشتقات الجزئية للحقل الكهربائي الموضعي.

2 - التوزيعات في البلازما:

تتألف البلازما من عدد كبير جدا من الجسيمات المتفاعلة فيما بينها، ولتوفير وصف عيني لظواهر البلازما، من الملائم اعتماد تقريب إحصائي، مما يؤدي الى انخفاض كبير في كمية المعلومات التي تتعين معالجتها، فمثلا في نموذج البلازما الحارة تكون كل المقادير العينية ذات الأهمية مختزلة في دالة التوزيع[5].

3- دالة توزيع الحقل الكهربائي:

لقد أنجزت عدة حسابات نظرية لحساب دالة توزيع الحقل الكهربائي الموضعي،وكل هذه الدراسات تعتمد على وصف الجملة الفيزيائية للبلازما و طريقة إحصائية ما.

نعتبر الجملة الفيزيائية المراد دراستها مكونة منN أيونا نقطيا،هذه الأيونات مغمورة في خلفية متجانسة ومتعادلة كهربائيا، لها درجة حرارة T وتشغل حجما V، هذه الأيونات تتفاعل فيما بينها بكمون ديباي (Debye-Hückel).

نعرف $Q(\vec{\varepsilon})$ بأنها احتمال وجود الحقل الكهربائي $\vec{\varepsilon}$ عند المرجع مشحونا كان أم حياديا حيث :

$$Q(\vec{\varepsilon}) = \frac{1}{Z_N}\int \dots \int exp[-\beta U] \times \delta\left(\vec{\varepsilon} - \sum_i^N \vec{E_i}\right) \prod_{j=1}^{N} d\vec{r_j} \quad (1)$$

حيث : $\beta = \frac{1}{kT}$ ،T درجة الحرارة، k ثابت بولتزمان، U طاقة تفاعل الجملة $\delta\left(\vec{\varepsilon} - \sum_i^N \vec{E_i}\right)$ دالة توزيع ديراك (Dirac)، $\sum_i^N \vec{E_i}$ المحصلة الشعاعية للحقول الكهربائية الناشئة عن جميع الأيونات.

$\mathbb{Z}_N = \int \dots \int exp[-\beta U] \prod_{j=1}^{N} d\vec{r_j}$ تدعى دالة التقسيم، و باعتبار الجملة متماثلة المناحي وفي فضاء الحقول يمكن كتابة :

$$P(\varepsilon)d\varepsilon = Q(\varepsilon)\, .4\pi\varepsilon^2\, d\varepsilon \qquad (2)$$

يدعى $P(\varepsilon)$ دالة توزيع الحقل الكهربائي الموضعي للقيمة ε عند مركز الإحداثيات.

لقد سعى الباحثون لإيجاد دوال توزيع الحقل الكهربائي الموضعي منذ 1919 من قبل J . Holtsmark [6] والذي يعتبر أول من عالج هذه المسالة منطلقا من فكرة أن الجسيمات المكونة للجملة الفيزيائية لا تتفاعل فيما بينها أي أن طاقة التفاعل معدومة (U=0)[7]، و سنة 1966 قدم Hooper [8] نموذجا جديدا لحساب دالة توزيع الحقل الكهربائي الموضعي حيث يعتبر أن طاقة التفاعل بين كل الجسيمات مساهمة، ثم توالت أعمال أخرى لعدة باحثين.

4 ـ الحساب النظري لدوال توزيع المشتقات الجزئية الحقل الكهربائي الموضعي:

تعطى طاقة التفاعل الإجمالية:

$$U(\vec{r_i},\vec{r_j}) = \frac{(Ze)^2}{|\vec{r_i}-\vec{r_j}|}e^{-\frac{|\vec{r_i}-\vec{r_j}|}{\lambda}} = \left(\sum_{0<i\le N}\frac{(Ze)^2}{|\vec{r_i}-\vec{r_j}|}e^{-\frac{|\vec{r_i}-\vec{r_j}|}{\lambda}} + \sum_{1\le i<j\le N}\sum\frac{(Ze)^2}{|\vec{r_i}-\vec{r_j}|}e^{-\frac{|\vec{r_i}-\vec{r_j}|}{\lambda}}\right)$$
$$= \left(\sum_{0<i\le N}\frac{(Ze)^2}{|\vec{r_i}|}e^{-\frac{|\vec{r_i}|}{\lambda}} + \sum_{1\le i<j\le N}\sum\frac{(Ze)^2}{|\vec{r_i}-\vec{r_j}|}e^{-\frac{|\vec{r_i}-\vec{r_j}|}{\lambda}}\right) \quad (3)$$

وتضم طاقة التفاعل بين الأيون المشع والمعتبر عند مبدإ الإحداثيات وبقية الأيونات الأخرى، بالإضافة إلى طاقة تفاعل الأيونات الأخرى فيما بينها، أي أن طاقة التفاعل بين كل الجسيمات مساهمة.

حيث : Ze الشحنة الفعلية للأيون. λ طول ديباي المعرف كمايلي : $\lambda = \sqrt{\frac{k_\beta T_e}{4\pi n_e}}\ (SI) = 6,9\sqrt{\frac{T_e}{n_e}}\ (cgs)$

أما عن الحقل الكهربائي الناشئ عن أحد الأيونات عند موضع المشع فهو:

$$\vec{E}(r) = -q\left(1+\frac{r}{\lambda}\right)e^{-\frac{r}{\lambda}}\frac{\vec{r}}{r^3} \qquad (4)$$

حيث: $\vec{r}$ شعاع الموضع الممتد من الشعاع إلى الأيون.

سنقوم بحساب دوال توزيع بعض مركبات تنسور دوال التوزيع للمشتقات الفضائية لمركبات الحقل الموضعي عند المشع، ولتكن $P(\partial_z E_z)$ ، $P(\partial_x E_z)$،$P(\partial_y E_z)$ ، من الموتر الأصلي $P\begin{pmatrix}\partial_x E_x & \partial_y E_x & \partial_z E_x\\ \partial_x E_y & \partial_y E_y & \partial_z E_y\\ \partial_x E_z & \partial_y E_z & \partial_z E_z\end{pmatrix}$.

4 -1 - حساب دالة توزيع المشتقة $\frac{\partial E_z}{\partial z}$ [9]:

تكتب العبارة العامة للتوزيع كالتالي[10] :

$$P(f,\varepsilon) = \left\langle \delta\left(f - \frac{\partial E_z}{\partial z}\right)\delta(\varepsilon - E)\right\rangle \qquad (5)$$

حيث : $f = \frac{\partial E_z}{\partial z}$، وهي تعني التوزيع الاحتمالي للمشتقة $\frac{\partial E_z}{\partial z}$ ، المشروط بالحقل الموضعي ذي القيمة ε مهما كان اتجاهه .

$$P(f,\varepsilon) = \frac{1}{\mathbb{Z}_N}\int \dots \int exp[-\beta U]\,\delta\left(f - \sum_{0<i\le N} D_i\right)\delta\left(\varepsilon - \sum_{0<i\le N} E_i\right) d\vec{r_1}\dots d\vec{r_N}$$

$$= \frac{1}{\mathbb{Z}_N}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-itf}\, e^{-is\varepsilon}\, dt\, ds \int \dots \int e^{\sum_{0<i\le N}\left(i\,t\,D_i + i\,s\,E_i - \beta\frac{(Ze)^2}{|\vec{r_i}|}e^{-\frac{|\vec{r_i}|}{\lambda}}\right)}$$
$$\times\, e^{-\beta\left(\sum_{1\le i<j\le N}\sum\frac{(Ze)^2}{|\vec{r_i}-\vec{r_j}|}e^{-\frac{|\vec{r_i}-\vec{r_j}|}{\lambda}}\right)} d\vec{r_1}\dots d\vec{r_N} \qquad (6)$$

حيث : $\sum_{0<i\le N} D_i$ وهي المشتقة الجزئية للمركبة E_z بالنسبة للاحداثي z لـ N أيون.

$$\sum_{0<i\le N} D_i = \sum_{0<i\le N}\frac{\partial E_z}{\partial z} = \sum_{0<i\le N}\frac{Ze}{r_i^3}\left[\left(1+\frac{r_i}{\lambda}\right) - \left(\frac{r_i^2}{\lambda^2} + \frac{3r_i}{\lambda} + 3\right)(\cos\theta)^2\right]e^{-\frac{r_i}{\lambda}}$$

$$e^{-\beta\left(\sum_{1\le i<j\le N}\sum\frac{(Ze)^2}{|\vec{r_i}-\vec{r_j}|}e^{-\frac{|\vec{r_i}-\vec{r_j}|}{\lambda}}\right)} = 1 + \sum_{i\,j}\left(-\beta\frac{(Ze)^2}{|\vec{r_i}-\vec{r_j}|}e^{-\frac{|\vec{r_i}-\vec{r_j}|}{\lambda}}\right) + \cdots \qquad (7)$$

بالتعويض عن قيمة الحقل و مشتقة مركبته و العلاقة (7) في صيغة التوزيع (6) نجد:

$$P(f,\varepsilon) = \frac{1}{\mathbb{Z}_N}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-itf}\, e^{-is\varepsilon}\, dt\, ds$$
$$\times \int \dots \int e^{\sum_{0<i\le N}\left(i\,t\frac{Ze}{r_i^3}\left[\left(1+\frac{r_i}{\lambda}\right)-\left(\frac{r_i^2}{\lambda^2}+\frac{3r_i}{\lambda}+3\right)(\cos\theta)^2\right] + i\,s\frac{Ze}{r_i^2}\left(1+\frac{r_i}{\lambda}\right) - \beta\frac{(Ze)^2}{|\vec{r_i}|}\right)e^{-\frac{r_i}{\lambda}}}$$
$$\times\left(1 + \sum_{i\,j}\left(-\beta\frac{(Ze)^2}{|\vec{r_i}-\vec{r_j}|}e^{-\frac{|\vec{r_i}-\vec{r_j}|}{\lambda}}\right)\right) d\vec{r_1}\dots d\vec{r_N}$$
$$= \frac{1}{\mathbb{Z}_N}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-itf}\, e^{-is\varepsilon}\, dt\, ds\left([G]^N + [G]^{(N-2)}\times L\right) \qquad (8)$$

حيث :

$$[G]^N = \left[\int g(\vec{r})d\vec{r}\right]^N = \left[2\pi\int_0^R r^2 e^{-\beta\frac{(Ze)^2}{r}e^{-\frac{r}{\lambda}} + i\,t\frac{(Ze)^2}{r^3}\left(1+\frac{r}{\lambda}\right)e^{-\frac{r}{\lambda}} + i\,s\frac{(Ze)^2}{r^2}\left(1+\frac{r}{\lambda}\right)e^{-\frac{r}{\lambda}}} dr\right.$$
$$\left.\times\int_0^\pi \sin\theta\, e^{-i\,t\frac{(Ze)^2}{r^3}\left(\frac{r^2}{\lambda^2}+\frac{3r}{\lambda}+3\right)(\cos\theta)^2 e^{-\frac{r}{\lambda}}} d\theta\right]^N \qquad (9)$$

باعتبار:

$$A(t,s,r) = t\,\frac{Ze}{r^3}\left(1+\frac{r}{\lambda}\right)e^{-\frac{r}{\lambda}} + s\,\frac{Ze}{r^2}\left(1+\frac{r}{\lambda}\right)e^{-\frac{r}{\lambda}}، \; B(t,r) = t\,\frac{Ze}{r^3}\left(\frac{r^2}{\lambda^2}+\frac{3r}{\lambda}+3\right)e^{-\frac{r}{\lambda}}$$

تصبح:

$$G = 2\pi\int_0^R r^2 e^{-\beta\frac{(Ze)^2}{r}e^{-\frac{r}{\lambda}} + iA(t,s,r)}\, dr\int_0^\pi \sin\theta\, e^{-iB(t,r)(\cos\theta)^2}\, d\theta$$

بإجراء تغيير للمتغير θ إلى المتغير u على اعتبار $\cos\theta = u$ يكون :

$$\int_0^\pi \sin\theta\, e^{-iB(t,r)(\cos\theta)^2}\, d\theta = \int_{-1}^{+1} e^{-iB(t,r)u^2}\, du = 2\int_0^{+1} e^{-iB(t,r)u^2}\, du$$

وعليه:

$$G = 4\pi\int_0^R r^2 e^{-\beta\frac{(Ze)^2}{r}e^{-\frac{r}{\lambda}}+iA(t,s,r)}\,dr\int_0^{+1} e^{-iB(t,r)u^2}\,du$$

$$= 4\pi\int_0^R r^2 e^{-\beta\frac{(Ze)^2}{r}e^{-\frac{r}{\lambda}}}dr(\cos A + i\sin A)\int_0^{+1}(\cos B u^2 - i\sin B u^2)du \quad (10)$$

باعتبار $Bu^2 = \frac{\pi}{2}x^2$ يمكننا إجراء التحويل التالي: $\sqrt{B}u = \sqrt{\frac{\pi}{2}}x \Longrightarrow \sqrt{B}\,du = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\,dx$ وبالتالي يصبح:

$$\int_0^{+1}\cos B u^2 du = \sqrt{\frac{\pi}{2B}}\int_0^{\sqrt{\frac{2B}{\pi}}}\cos\frac{\pi}{2}x^2\,dx = \sqrt{\frac{\pi}{2B}}FRESC\left(\sqrt{\frac{2B}{\pi}}\right) = X_0$$

$$\int_0^{+1}\sin B u^2 du = \sqrt{\frac{\pi}{2B}}\int_0^{\sqrt{\frac{2B}{\pi}}}\sin\frac{\pi}{2}x^2\,dx = \sqrt{\frac{\pi}{2B}}FRESS\left(\sqrt{\frac{2B}{\pi}}\right) = Y_0$$

$FRESC$ دالة خاصة تعرف بتكامل جيب تمام فرينل، وتعرف بـ: $FRESC(x) = \int_0^x cos\left(\frac{\pi}{2}t^2\right)dt$

و$FRESS$ دالة خاصة تعرف بتكامل جيب فرينل، وتعرف بـ: $FRESS(x) = \int_0^x sin\left(\frac{\pi}{2}t^2\right)dt$

إذا ستكتب (10) كالأتي:

$$G = 4\pi\int_0^R r^2 e^{-\beta\frac{(Ze)^2}{r}e^{-\frac{r}{\lambda}}}dr(\cos A + i\sin A)(X_0 - iY_0)$$

$$=4\pi\int_0^R r^2 e^{-\beta\frac{(Ze)^2}{r}e^{-\frac{r}{\lambda}}}dr[(X_0\cos A + iX_0\sin A) - (iY_0\cos A - Y_0\sin A)]$$

$$= \left\{4\pi\int_0^R r^2 e^{-\beta\frac{(Ze)^2}{r}e^{-\frac{r}{\lambda}}}dr(X_0\cos A + Y_0\sin A)\right\}$$

$$+i\left\{4\pi\int_0^R r^2 e^{-\beta\frac{(Ze)^2}{r}e^{-\frac{r}{\lambda}}}dr(X_0\sin A - Y_0\cos A)\right\}$$

$$= Re(G) + i\,Im(G) = |G|(cos\Delta + isin\Delta) = |G|e^{i\Delta} \quad (11)$$

حيث $|G|$ طويلة العدد المركب G وΔ زاويته، إذا يمكن كتابة:

$$[G]^N = |G|^N(cosN\Delta + isinN\Delta) \quad (12)$$

$$[G]^{N-2} = |G|^{N-2}(cos(N-2)\Delta + isin(N-2)\Delta) \quad (13)$$

من جهة أخرى يبقى إلا حساب الحد L.

ولحسابه سنضع شرطين:

$\lambda >> |\vec{r_1} - \vec{r_2}|$ أي نعتبر أن الكمون أصبح كمون كولوم بدلا من كمون ديباي.

$|\vec{r_1}| > |\vec{r_2}|$ وباستخدام صيغة متعدد الحدود لـ Legender.

وعليه نجد:

$$L = \sum_{i\,j}\int\int g(\vec{r_i})g(\vec{r_j})\left(-\beta\frac{(Ze)^2}{|\vec{r_i} - \vec{r_j}|}e^{-\frac{|\vec{r_i}-\vec{r_j}|}{\lambda}}\right)d\vec{r_i}d\vec{r_j}$$

$$= -\beta(Ze)^2\frac{N(N-1)}{2}\left(\int\int g(\vec{r_1})g(\vec{r_2})\left(\frac{1}{r_1}\right)d\vec{r_1}d\vec{r_2} + \int\int g(\vec{r_1})g(\vec{r_2})\left(\frac{r_2}{r_1^2}\cos\theta\right)d\vec{r_1}d\vec{r_2}\right.$$

$$\left. + \int\int g(\vec{r_1})g(\vec{r_2})\left(\frac{r_2^2}{r_1^3}\left(\frac{3(\cos\theta)^2 - 1}{2}\right)\right)d\vec{r_1}d\vec{r_2}\right)$$

بإتباع نفس الطريقة السابقة في حساب G نحصل على:

$$L = -\beta(Ze)^2\frac{N(N-1)}{2}\left(|g_1|e^{i\Delta_1}|g_2|e^{i\Delta_2} + |g_{10}|e^{i\Delta_{10}}|g_{20}|e^{i\Delta_{20}}\right.$$

$$\left. + \frac{1}{4}\left(|g_{11}|e^{i\Delta_{11}} - 3|g_{21}|e^{i\Delta_{21}}\right)\times\left(|g_{12}|e^{i\Delta_{12}} - 3|g_{22}|e^{i\Delta_{22}}\right)\right) \quad (14)$$

نعلم أن دالة توزيع المشتقة $\frac{\partial E_z}{\partial z}$ هي قيمة حقيقية، وهو ما يتفق مع كونها لا تحتمل قيما تخيلية، مما يقود إلى أن الجزء التخيلي معدوم، وبالتالي تكون الزاوية لأي عدد مركب في هذا البند معدومة.

باستعمال الاختصارات و الترتيبات اللازمة و بتعويض ذلك عن المعادلة (8) يكون :

$$P(f,\varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} dt\, ds \cos(t f + s\ \varepsilon) \left(\frac{|G|}{V}\right)^{N}$$
$$-\beta(Ze)^2\frac{N(N-1)}{2V^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} dt\, ds \cos(t f + s\ \varepsilon) \left(\frac{|G|}{V}\right)^{(N-2)}$$
$$\times \left(|g_1||g_2| + |g_{10}||g_{20}| + \frac{1}{4}(|g_{11}| - 3|g_{21}|)\times(|g_{12}| - 3|g_{22}|)\right) \qquad (15)$$

بما أن عدد الأيونات N كبيرا، فيمكن أن نكتب : $\frac{N(N-1)}{2V^2} \approx \frac{N^2}{2V^2}$

إضافة إلى ذلك نضع:

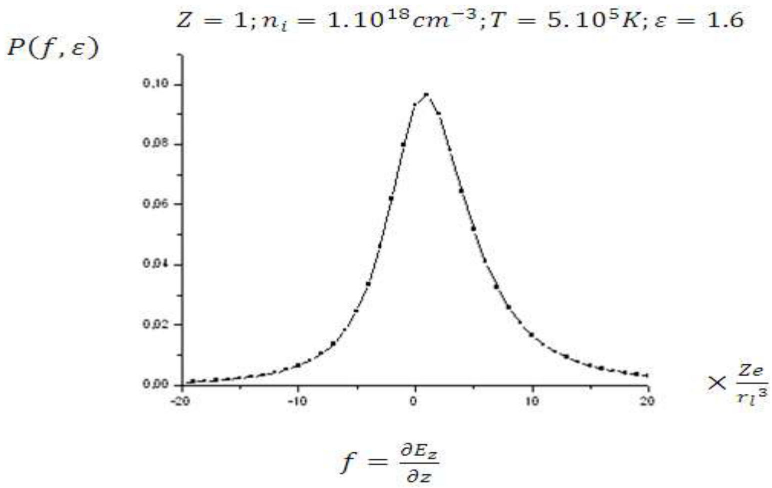
$$MA_z = \left(|g_1||g_2| + |g_{10}||g_{20}| + \frac{1}{4}(|g_{11}| - 3|g_{21}|)\times(|g_{12}| - 3|g_{22}|)\right)$$

فإن(15) تصبح كالآتي:

$$\boxed{P(f,\varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} dt\, ds \cos(t f + s\ \varepsilon) \left(\frac{|G|}{V}\right)^{N}\left[1 - \beta(Ze)^2\, \frac{N^2}{2V^2} MA_z\right] \quad (16)}$$

وهي العبارة النهائية لدالة توزيع مشتقة الحقل $f = \frac{\partial E_z}{\partial z}$ عند القيمة ε للحقل الموضعي .

لقد عالجنا المعادلة (16) عدديا فتحصلنا على الشكل :



الشكل 1: دالة توزيع المشتقة $\frac{\partial E_z}{\partial z}$

وعلى هذا المنوال يمكن حساب بقية مركبات الموتر.

2-4-حساب دالة توزيع المشتقة $\frac{\partial E_z}{\partial x}$ (9):

مثلما كتبنا المعادلة (5)، فإنه يمكن التعبير عن توزيع هذه المشتقة كما يلي :

$$P(f,\varepsilon) = \left\langle \delta\left(f - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right)\delta(\varepsilon - E)\right\rangle \qquad (17)$$

حيث: $f = \frac{\partial E_z}{\partial x}$، $\frac{\partial E_z}{\partial x}$ مشتقة المركبة E_z للحقل بالنسبة للإحداثي x .

و بإجراء الاشتقاق لمركبة الحقل E_z يمكن كتابة :

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{Ze}{r^3}\cos\theta \sin\theta \cos\varphi\left(3\left(1+\frac{r}{\lambda}\right)+\frac{r^2}{\lambda^2}\right)e^{-\frac{r}{\lambda}}$$

بالتعويض عن الحقل الكلي ومشتقة مركبته الكلية في صيغة التوزيع (17) نجد :

$$P(f,\varepsilon) = \frac{1}{\mathbb{Z}_N}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-itf}\, e^{-is\varepsilon}\, dt\, ds$$
$$\times \int \dots \int e^{\sum_{0<i\le N}\left(i\, t\frac{Ze}{r_i^3}\left[\cos\theta \sin\theta \cos\varphi\left(3\left(1+\frac{r}{\lambda}\right)+\frac{r^2}{\lambda^2}\right)\right]+i\, s\frac{Ze}{r_i^2}\left(1+\frac{r_i}{\lambda}\right)-\beta\frac{(Ze)^2}{|\vec{r_i}|}\right)e^{-\frac{r_i}{\lambda}}}$$
$$\times\left(1+\sum_{i\,j}\left(-\beta\frac{(Ze)^2}{|\vec{r_i}-\vec{r_j}|}e^{-\frac{|\vec{r_i}-\vec{r_j}|}{\lambda}}\right)\right)d\vec{r_1}\dots d\vec{r_N} \quad (18)$$

بالاستناد إلى مراحل حساب دالة توزيع المشتقة $\frac{\partial E_z}{\partial z}$ (السابق)، يمكننا استخلاص عدة عبارات مهمة لحساب دالة توزيع المشتقة $\frac{\partial E_z}{\partial x}$ ، لأن التغيير سيكون في استبدال المشتقات، وعليه نجد:

$$[G]^N = \left[\int g(\vec{r})d\vec{r}\right]^N = \left[2\pi\int_0^R r^2 e^{-\beta\frac{(Ze)^2}{r}e^{-\frac{r}{\lambda}}+i\, s\frac{Ze}{r^2}\left(1+\frac{r}{\lambda}\right)e^{-\frac{r}{\lambda}}}dr\right.$$
$$\left.\times\int_0^{\pi}\sin\theta\, e^{-i\, t\frac{Ze}{r^3}\cos\theta \sin\theta \cos\varphi\left(3\left(1+\frac{r}{\lambda}\right)+\frac{r^2}{\lambda^2}\right)e^{-\frac{r}{\lambda}}}d\theta\right]^N$$

باعتبار: $A(s,r) = s\,\frac{Ze}{r^2}\left(1+\frac{r}{\lambda}\right)e^{-\frac{r}{\lambda}},\ B(t,r) = t\,\frac{Ze}{r^3}\left(\frac{r^2}{\lambda^2}+\frac{3r}{\lambda}+3\right)e^{-\frac{r}{\lambda}}$

تصبح: $G = 2\pi\int_0^R r^2 e^{-\beta\frac{(Ze)^2}{r}e^{-\frac{r}{\lambda}}+iA(s,r)}dr\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\sin\theta\, e^{-iB(t,r)\cos\theta \sin\theta \cos\varphi}d\theta\, d\varphi$

$$= 2\pi\int_0^R r^2 e^{-\beta\frac{(Ze)^2}{r}e^{-\frac{r}{\lambda}i}}(\cos A(s,r)+i\sin A(s,r))dr\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\sin\theta\cos\left(\frac{1}{2}B(t,r)\sin 2\theta\cos\varphi\right)d\theta\, d\varphi$$

$$= 2\pi\int_0^R r^2 e^{-\beta\frac{(Ze)^2}{r}e^{-\frac{r}{\lambda}}}(\cos A+i\sin A)dr\times\int_0^{\pi}\sin\theta\, J_0\left(\frac{1}{2}B(t,r)\sin 2\theta\right)d\theta \quad (19)$$

بإجراء تغيير للمتغير θ إلى المتغير x على اعتبار $x = 2\theta$ يكون :

$$\int_0^{\pi}\sin\theta\, J_0\left(\frac{1}{2}B(t,r)\sin 2\theta\right)d\theta = \frac{1}{2}\int_0^{\pi}\sin\left(\frac{x}{2}\right)J_0\left(2\,\frac{B(t,r)}{4}\sin x\right)dx$$

إذا ستكتب (19) كالآتي:

$$G = \pi\int_0^R r^2 e^{-\beta\frac{(Ze)^2}{r}e^{-\frac{r}{\lambda}}}(\cos A+i\sin A)dr\int_0^{\pi}\sin\left(\frac{x}{2}\right)J_0\left(2\,\frac{B(t,r)}{4}\sin 2x\right)dx$$
$$= \sqrt{2}\pi^2\int_0^R r^2 e^{-\beta\frac{(Ze)^2}{r}e^{-\frac{r}{\lambda}}}\cos A\, J_{-\frac{1}{4}}\left(\frac{B(t,r)}{4}\right)J_{\frac{1}{4}}\left(\frac{B(t,r)}{4}\right)dr$$
$$+ i\sqrt{2}\pi^2\int_0^R r^2 e^{-\beta\frac{(Ze)^2}{r}e^{-\frac{r}{\lambda}}}\sin A\, J_{-\frac{1}{4}}\left(\frac{B(t,r)}{4}\right)J_{\frac{1}{4}}\left(\frac{B(t,r)}{4}\right)dr$$
$$= Re(G)+i\, Im(G) = |G|e^{i\Delta} \quad (20)$$

حيث $|G|$ طويلة العدد المركب G وΔ زاويته، إذا يمكن كتابة:

$$[G]^N = |G|^N(\cos N\Delta + i\sin N\Delta) \quad (21)$$

$$[G]^{N-2} = |G|^{N-2}(\cos(N-2)\Delta + i\sin(N-2)\Delta) \quad (22)$$

أما L و بإتباع نفس الطريقة السابقة في حساب G نحصل على:

$$L = -\beta(Ze)^2\frac{N(N-1)}{2}\left(\int\int g(\vec{r_1})g(\vec{r_2})\left(\frac{1}{r_1}\right)d\vec{r_1}d\vec{r_2}+\int\int g(\vec{r_1})g(\vec{r_2})\left(\frac{r_2}{r_1^2}\cos\theta\right)d\vec{r_1}d\vec{r_2}\right)$$

$$+\int\int g(\vec{r_1})g(\vec{r_2})\left(\frac{r_2^2}{r_1^3}\left(\frac{3(\cos\theta)^2-1}{2}\right)\right)d\vec{r_1}\,d\vec{r_2}$$

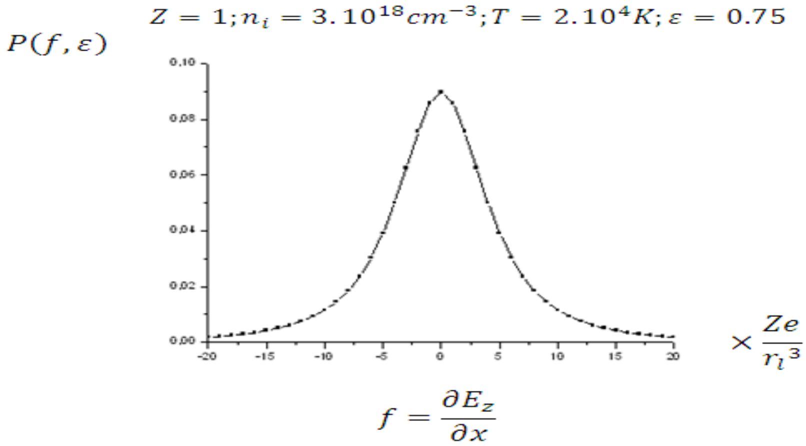
$$=-\beta\,(Ze)^2\frac{N(N-1)}{2}\left(|g_1||g_2|+|g_{10}||g_{20}|+\frac{3}{2}|g_{11}|\,|g_{12}|-\frac{1}{2}|g_{21}||g_{22}|\right)\quad(23)$$

نضع $MA_x=\left(|g_1||g_2|+|g_{10}||g_{20}|+\frac{3}{2}|g_{11}|\,|g_{12}|-\frac{1}{2}|g_{21}||g_{22}|\right)$

بتعويض ما سبق في المعادلة (17) نجد العبارة النهائية لدالة توزيع المشتقة $\frac{\partial E_z}{\partial x}$ كالتالي:

$$P(f,\varepsilon)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}dt\,ds\,\cos(t\,f+s\;\varepsilon)\left(\frac{|G|}{V}\right)^N\left[1-\beta(Ze)^2\,\frac{N^2}{2V^2}MA_x\right]\quad(24)$$

لقد عالجنا المعادلة (24) عدديا فتحصلنا على الشكل :



الشكل 2: دالة توزيع المشتقة $\frac{\partial E_z}{\partial x}$

4-3-حساب دالة توزيع المشتقة $\frac{\partial E_z}{\partial y}$ [9]:

يكون الحساب كما في البند السابق تماما ، فالتغيير سيكون باستبدال $cos\varphi$ بـ $sin\varphi$ في عبارة المشتقة التي بصدد دراستها.

إذا يمكن التعبير عن توزيع هذه المشتقة كما يلي :

$$P(f,\varepsilon)=\langle\delta\left(f-\frac{\partial E_z}{\partial y}\right)\delta(\varepsilon-E)\rangle$$

حيث: $f=\frac{\partial E_z}{\partial y}=-\frac{q}{r^3}\cos\theta\,sin\theta\,sin\varphi\left(3\left(1+\frac{r}{\lambda}\right)+\frac{r^2}{\lambda^2}\right)e^{-\frac{r}{\lambda}}$

$\frac{\partial E_z}{\partial y}$ مشتقة المركبة E_z للحقل بالنسبة للاحداثي y .

لقد قمنا بإجراء الحساب لهذه المشتقة ، فوجدنا نتيجتها مساوية تماما لنتيجة $\frac{\partial E_z}{\partial x}$ ، وهو ما يتفق مع تناظر المسألة ، إذ لا يوجد ما يميز الاتجاه x عن الاتجاه y أو عن أي اتجاه آخر متعامد مع المحور Z .

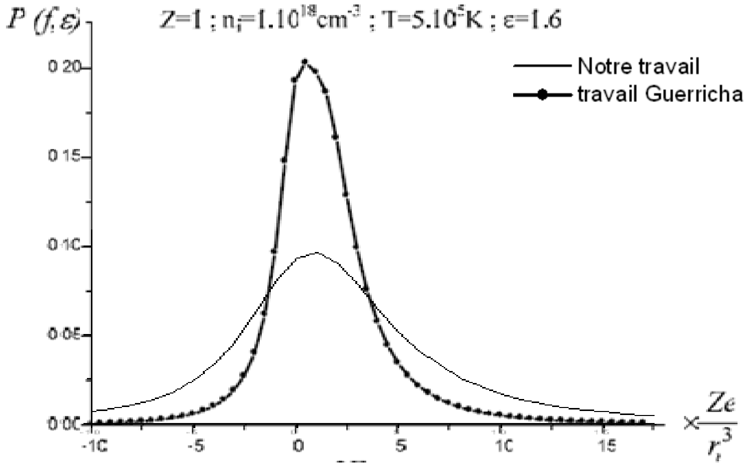
5- نتائج ومقارنات :

I- من خلال الشكل (1) يتبين لنا أن دالة توزيع المشتقة$\frac{\partial E_z}{\partial z}$ تظهر عدم تناظر جناحي التوزيع، في حين كان التناظر واضحا لدالة توزيع المشتقة $\frac{\partial E_z}{\partial x}$ في الشكل (2).

كما بين لنا الحساب التحليلي أن دالتي التوزيع $\frac{\partial E_z}{\partial x}$ و $\frac{\partial E_z}{\partial y}$ متساويتين وهو ما يتفق مع تناظر المسألة.

أما عن المقارنة، فيعتبر عملنا تقريبا الأول الذي يعالج نظريا مسألة دوال توزيع المشتقات الجزئية للحقل الكهربائي الموضعي الأيوني منطلقا من فكرة أن طاقة تفاعل كل الجسيمات مساهمة، وهي نفس فكرة Hooper التي عالج بها مسألة دالة توزيع الحقل الكهربائي الموضعي الأيوني في نموذجه.

لقد قارنا عملنا مع عمل Guerricha[11,12] التي تأخذ مساهمة طاقة تفاعل الأيون المشع مع الأيونات المسببة للاضطراب فقط.



الشكل (3):مقارنة بين عملنا وعمل Guerricha لدالة توزيع المشتقة $\frac{\partial E_z}{\partial z}$

فكانت نتيجة المقارنة كالتالي:

- اختلاف في قمة التوزيعين حيث أن حسابنا ذا قمة أدنى من حساب Guerricha.
- سرعة اضمحلال توزيع حساب Guerricha عند الطرفين عما هو موجود في عملنا.
- اتساع توزيعنا مقارنة بتوزيع Guerricha .
- أما التوافق بين التوزيعين فظهر في عدم تناظر جناحي كل توزيع.

المراجع

[1] I. O. Golosnoy ; Plasma Physics Reports ; **Vol. 27**, No. 6, pp. 497-506 (2001).
[2] H. R. Griem, J. Halenka and W. Olchawa; J. Phys. B, **38**, 975-1000 (2005).
[3] Olivier VALLÉE, "Rayonnement des plasmas et profil des raies spectrales", LASEP (Laboratoire d'Analyse Spectroscopique et d'Énergétique des Plasmas), UPRES EA 3269, Faculté des Sciences - Université d'Orléans , (2002).
[4] M. S. Murillo, D. P. Kilcrease and L. A. Collins ; Phys. Rev E **55**, 6289-6292 (1997).
[5] Vladimir V. Uchaikin and Vladimir M. Zolotarev ; *"Chance and Stability Stable Distributions and their Applications"* ; VSP (1999).

[6] J. Holtsmark ; Ann. Phys. (Leipzig) **58**, 577 (1919).
[7] F. Perrot and M.W.C. Dharma -Wardana ; Physica **134** A (1985) 231-248 .
[8] C. F. Hooper; Phys. Rev. **149**, 177 (1966).
[9] رسالة ماجستير في الفيزياء، عسكري سهيلة، المركز الجامعي بالوادي، (2011)
[10] L. E. Reichl ; *"A Modern Course in Statistical Physics"* ; 2nd Edition, USA (1997).
[11] رسالة ماجستير في الفيزياء، قريشة سليمة، جامعة ورقلة، (2008)
[12] S. Guerricha, S. Chihi and M.T. Meftah ; CONTRIBUTION TO THE STUDY OF THE DISTRIBUTION FUNCTIONS OF SPATIAL DERIVATIVES OF ION MICROFIELD IN PLASMA ; *AFSSI Vol.1 n°3 ; pp* 32-42 (2009) (article en langue nationale).