

Détermination du profil d'indice d'un guide optique plan à gradient d'indice

Saïd MEHELLOU* et Ferhat REHOUMA

Département de Physique, Institut des Sciences et Technologies, Centre Universitaire d'El-Oued, El-Oued 39000 (Algérie)

* E-mail : saidmeh@gmail.com

Résumé : Les guides optiques, une fois fabriqués, possèdent des indices de réfraction qui sont inconnus à l'utilisateur. Notre tâche est de déterminer le profil d'indice de ces guides, pour cela, plusieurs méthodes sont disponibles. La déduction du profil d'indice du guide optique se fait à partir de ses constantes de propagation de ses différents modes avec d'autant de précision qu'il y a d'avantage de modes. L'une des méthodes les plus connues, et qu'on va utiliser dans ce travail est la méthode des m-lines, qui est basée sur le principe de couplage par prisme pour déterminer l'indice effectif d'un mode guidé. Une fois les indices effectifs des modes guidés sont déterminés on peut remonter au profil d'indice du guide en utilisant la méthode W.K.B. Inverse (Wenzel – Kramers – Brillouin). Ce travail a été appliqué à plusieurs guides déjà caractérisés, dont l'un d'eux va être donné comme exemple par la suite, et a donné des résultats qui donnent preuve à son application pour caractériser de nouveaux guides.

Mots Clés : Guide optique plan, profil d'indice, méthode W.K.B. inverse, mode guidé.

1. Introduction

De nombreuses méthodes physicochimiques permettent d'obtenir des guides optiques plans dont l'indice n varie continûment en fonction des profondeurs selon une loi $n(x)$, le terme 'Profil d'indice' désigne cette loi ou sa représentation graphique.

La méthode qu'on va employer pour retrouver le profil d'indice est la mesure des constantes de propagation des modes guidés, puis l'utilisation de la méthode W.K.B. Inverse.

Le profil d'indice est défini de façon approchée par la connaissance de l'indice à la surface du guide et des couples (n_{em}, x_m) , où n_{em} et x_m sont respectivement l'indice effectif et la profondeur du mode d'ordre m . L'objectif est donc de déterminer les profondeurs x_m et les valeurs de l'indice du guide en ces points.

2. Les guides optiques plans

Dans leur forme la plus simple, les guides optiques plans sont constitués par la superposition de trois couches diélectriques :

- Un milieu d'indice n_c nommé superstrat qui est en général l'air ($n_o = 1$) ;
- Une zone guidante d'épaisseur h et d'indice n_g constant ou variable ;
- Un milieu d'indice n_s nommé substrat.

Pour que l'énergie lumineuse puisse être confinée dans le guide d'indice n_g , deux conditions doivent être respectées :

- Les indices de réfraction des trois milieux constituant le guide plan doivent vérifier la condition : $n_g > n_s \geq n_c$;
- L'épaisseur du guide ne doit pas être inférieure à une limite critique en dessous de laquelle il n'y a plus de guidage.

Selon la distribution de l'indice de réfraction on distingue deux types de guides optiques plans :

- Guide plan à saut d'indice ;
- Guide plan à gradient d'indice.

3. Propagation guidée de la lumière

Le principe de la propagation de la lumière dans les guides optiques plans peut être traité dans une première approche par la théorie des rayons, issue de l'optique géométrique, et dans une seconde approche, par l'optique ondulatoire décrite par les équations de Maxwell.

3.1. Théorie des rayons

3.1.1. Guide plan à saut d'indice

Un guide est dit à saut d'indice si son indice est constant dans chaque région (fig. 1. b).

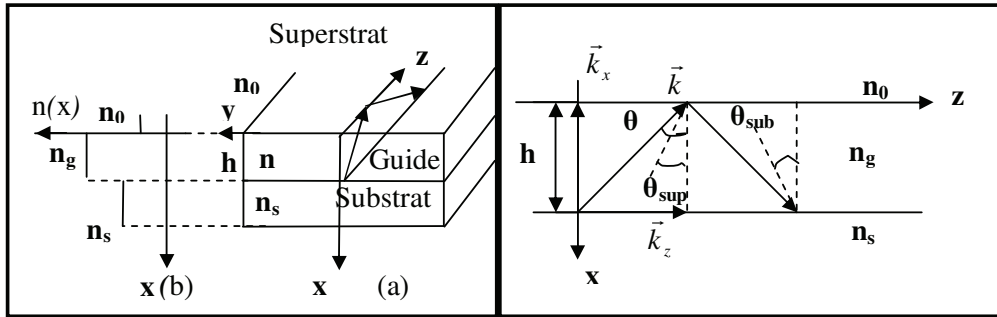


Figure 1 : Guide d'onde à saut d'indice.
(a) Structure. (b) Profil d'indice.

Figure 2 : Propagation de la lumière dans un guide d'onde à saut d'indice.

L'approche la plus simplifiée de la propagation d'un rayon lumineux dans un tel guide consiste en sa réflexion totale ou partielle aux interfaces guide-substrat et guide-superstrat (fig. 1. a).

Le rayon est guidé lorsque son angle d'incidence θ par rapport à la normale aux interfaces est inférieur à $\pi/2$ et est supérieur aux angles critiques θ_{sub} et θ_{sup} définis par : (fig. 2).

$$\theta_{\text{sub}} = \arcsin(n_s/n_g) \quad (1)$$

$$\theta_{\text{sup}} = \arcsin(n_0/n_g) \quad (2)$$

Lorsque cette condition n'est pas respectée, les modes ne sont plus guidés, on parle alors de modes à fuite ou rayonnés. Dans le cas d'ondes planes associées aux rayons dans la zone guidante, les différents modes sont caractérisés par leur constante de propagation :

$$\beta = k \cdot \sin\theta \quad (3)$$

où k est le module du vecteur d'onde, normal à la surface du plan d'onde de chacune des ondes. Le module du vecteur \vec{k} peut s'écrire :

$$k = 2\pi/\lambda = (2\pi/\lambda_0) \cdot n_g = k_0 \cdot n_g \quad (4)$$

avec : k_0 : module du vecteur \vec{k} dans le vide.

λ_0 : longueur d'onde dans le vide.

λ : longueur d'onde dans le guide.

En introduisant la notion d'indice effectif n_{em} d'un mode d'ordre m on aura :

$$n_{\text{em}} = n_g \sin\theta = \beta/k_0 \quad (5)$$

Cet indice doit vérifier la condition :

$$n_g > n_{\text{em}} > n_s \quad \text{et par conséquent :} \quad k_0 \cdot n_g > \beta > k_0 \cdot n_s \quad (6)$$

3.1.2. Guide plan à gradient d'indice

Pour ce type de guide, l'indice de réfraction n_g varie graduellement en fonction de la profondeur x , depuis l'interface guide – superstrat jusqu'à l'indice du substrat (fig. 3. b). Le profil d'indice peut prendre différentes formes analytiques (parabolique, exponentielle, gaussienne,.....) qui dépendent de la méthode de fabrication et de la nature du matériau utilisé.

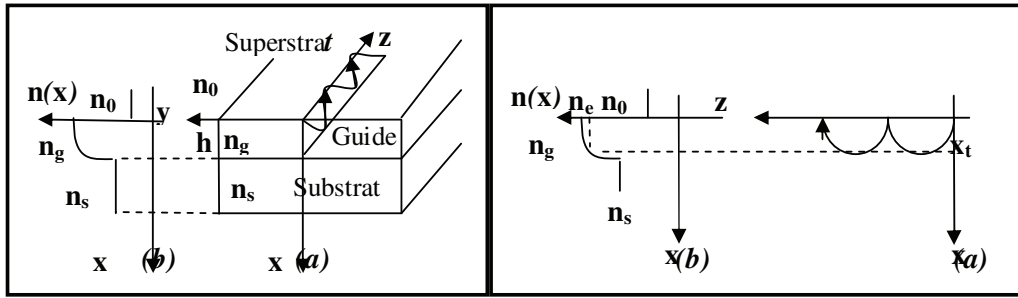


Figure 3 : Guide d'onde à gradient d'indice. (a) Structure. (b) Profil d'indice.
Figure 4 : Propagation de la lumière dans un guide d'onde à gradient d'indice. (a) Trajectoire de la lumière. (b) Profil d'indice.

La lumière guidée est représentée par un rayon lumineux se propageant suivant un chemin courbé périodique limité par des points tournants plus ou moins profonds dans la couche guidante (qui dépend du profil d'indice et du mode de propagation) et éventuellement par des réflexions totales successives à l'interface guide – superstrat (fig. 4.a).

3.2. Théorie électromagnétique

L'étude des guides plans à partir des équations de Maxwell (théorie électromagnétique) s'avère nécessaire et beaucoup plus rigoureuse que l'approche géométrique. La résolution de ces équations admet pour solution une suite discrète de modes pouvant se propager dans le guide.

3.2.1. Equation de propagation

Dans un milieu diélectrique (conductivité électrique $\sigma = 0$), non magnétique (perméabilité magnétique $\mu = \mu_0$) isotrope et linéaire ($\vec{D} = \epsilon \vec{E}$) et en l'absence de charge ($\rho = 0$) et de courant ($\vec{j} = \vec{0}$). Les équations de Maxwell s'écrivent :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu_0 \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right) \tag{7}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \epsilon_0 n^2 \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \tag{8}$$

où : μ_0 : perméabilité magnétique du vide.

ϵ_0 : permittivité diélectrique du vide.

La constante diélectrique relative est liée à l'indice de réfraction par la relation :

$$n^2 = \epsilon_r \tag{9}$$

Le développement des équations de Maxwell en un milieu diélectrique, non magnétique d'indice n montre que les ondes électromagnétiques susceptibles de se propager dans des guides plans sont régies par l'équation de propagation des champs électrique et magnétique a pour forme générale :

$$\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right) + (k_0^2 n^2 - \beta^2) \varphi = 0 \tag{10}$$

Où : β : Constante de propagation.

$\varphi = E_y$ dans le cas du mode TE.

$\varphi = H_y$ dans le cas du mode TM.

TE : mode transverse électrique, il caractérise la propagation d'une onde électromagnétique dont le champ électrique ne présente pas de composante longitudinale selon l'axe de propagation (oz), et en particulier : $\vec{E} = (0, E_y, 0)$ et le champ magnétique associé est tel que $\vec{H} = (H_x, 0, H_z)$.

TM : mode transverse magnétique, il correspond à la propagation d'une onde dont le champ magnétique ne présente pas de composante longitudinale selon l'axe de propagation (oz), et en particulier : \vec{E} et \vec{H} sont définis par les composantes suivantes : $\vec{H} = (0, H_y, 0)$ et $\vec{E} = (E_x, 0, E_z)$. En faisant intervenir l'indice effectif n_{em} , l'équation (10) prend la forme :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + k_0^2 (n^2 - n_{em}^2) \varphi = 0 \quad (11)$$

Selon la valeur de n_{em} , les solutions de cette équation correspondent soit à des modes de rayonnement, soit à des modes guidés.

L'invariance du guide suivant l'axe de propagation permet d'écrire le champ électromagnétique sous la forme :

Pour le mode TE : $\vec{E}(x, y, z) = E_y(x) \exp[j(\omega t - \beta z)] \vec{u}_y$

Pour le mode TM : $\vec{H}(x, y, z) = H_y(x) \exp[j(\omega t - \beta z)] \vec{u}_y$

3.2.2. Guide plan à saut d'indice

3.2.2.1. Relations caractéristiques

Le tableau suivant résume les équations caractéristiques d'un Guide plan à saut d'indice.

| | |
|--|--|
| Répartition du champ électromagnétique (Mode TE) | Dans l'air $x < 0$: $E_y = E_0 \exp \left[k_0 \sqrt{n_{em}^2 - n_0^2} \cdot x \right]$ (12) |
| | Dans le guide : $0 \leq x \leq h$: $E_y = E_g \cos \left[k_0 \sqrt{n_g^2 - n_{em}^2} \cdot x + \varphi \right]$ (13) |
| | Dans le substrat $x > h$: $E_y = E_s \exp \left[-k_0 \sqrt{n_{em}^2 - n_s^2} \cdot (x + h) \right]$ (14) |
| Relation de dispersion | $k_0 h \sqrt{n_g^2 - n_{em}^2} = \varphi_{g0} + \varphi_{gs} + m\pi$ (15) |
| Phase | $\varphi_{g0} = \text{arctg} \left[\left(\frac{n_g}{n_0} \right)^{2\gamma} \sqrt{\frac{n_{em}^2 - n_0^2}{n_g^2 - n_{em}^2}} \right]$ $\varphi_{gs} = \text{arctg} \left[\left(\frac{n_g}{n_0} \right)^{2\gamma} \sqrt{\frac{n_{em}^2 - n_s^2}{n_g^2 - n_{em}^2}} \right]$ (16) |

Où : φ_{g0} et φ_{gs} représentent respectivement les demi-avances de phase due à la réflexion totale du rayon aux interfaces guide-superstrat et guide-substrat.

Avec : $\gamma = 0$ pour les modes TE.

$\gamma = 1$ pour les modes TM.

m est un entier positif ou nul qui représente l'ordre du mode, l'ordre 0 étant le mode fondamental.

3.2.2.2. Coupure du mode

L'épaisseur limite, notée h_{lim} en dessous de laquelle il n'y a plus guidage, sauf dans le cas du guide symétrique ($n_0 = n_s$) est donnée par la relation :

$$h_{lim} = \frac{\text{arctg} \left[\left(\frac{n_g}{n_0} \right)^{2\gamma} \sqrt{\frac{n_s^2 - n_0^2}{n_g^2 - n_s^2}} \right] + m\pi}{k_0 \sqrt{n_g^2 - n_s^2}} \quad (17)$$

3.2.2.3. Nombre de modes guidés

Le nombre total de modes guidés peut être déterminé à partir de l'équation (15) :

$$N = 1 + \text{Partie entière} \left[k_0 h \sqrt{n_g^2 - n_s^2} - \text{arctg} \left[\left(\frac{n_g}{n_0} \right)^{2\gamma} \sqrt{\frac{n_s^2 - n_0^2}{n_g^2 - n_s^2}} \right] \right] / \pi \quad (18)$$

3.2.3. Guide plan à gradient d'indice

3.2.3.1. Equation de propagation

La présence du gradient d'indice qui caractérise ce genre de guide complique l'équation de propagation :

$$(\partial^2 \varphi / \partial x^2) + k_0^2 (n^2(x) - n_{em}^2) \varphi = 0 \tag{19}$$

La résolution de cette équation est plus compliquée que dans le cas des guides plans à saut d'indice. Plusieurs méthodes peuvent être utilisées dans ce but parmi lesquelles on peut citer la méthode approchée W.K.B.

3.2.3.2. Répartition du champ électromagnétique

- L'approximation W.K.B.

Un moyen de résoudre l'équation (19) consiste selon l'approximation W.K.B. à chercher des solutions de la formes (cas des modes TE) :

$$E_y(x) = \exp[jk_0 s(x)] \tag{20}$$

L'injection de: $E_y(x)$ dans la relation (19) conduit à l'écriture d'une équation différentielle du second ordre en $s(x)$:

$$j s''(x) - k_0 s'^2(x) + k_0 [n^2(x) - n_{em}^2] = 0 \tag{21}$$

En considérant le développement limité de $s(x)$ et en se limitant au premier ordre, $s(x)$ peut s'écrire :

$$s(x) = s_0(x) + s_1(x)/k_0 \tag{22}$$

En reportant l'expression de $s(x)$ dans l'équation (21), nous obtenons un polynôme que nous pouvons ordonner suivant les valeurs de k_0 et k_0^2 . Afin de vérifier la relation (21) les coefficients des termes k_0 et k_0^2 doivent être nuls. Ceci conduit au système à deux équations suivant :

$$-s_0''(x) + [n^2(x) - n_{em}^2] = 0 \tag{23}$$

$$j s_0''(x) - 2s_0'(x).s_1'(x) = 0 \tag{24}$$

Les solutions de ce système sont de la forme :

$$s_0(x) = \pm \int \sqrt{n^2(x) - n_{em}^2} dx + c_1 \tag{25}$$

$$s_1(x) = -\frac{j}{2} \ln \left[\pm \sqrt{n^2(x) - n_{em}^2} \right] + c_2 \tag{26}$$

D'après l'approximation W.K.B., les solutions approchées du champ E_y (cas du mode TE) peuvent s'écrire sous la forme :

$$E_y(x) = c \exp \left[\pm j k_0 \int_0^x \sqrt{n^2(x) - n_{em}^2} dx \right] / \sqrt[4]{n^2(x) - n_{em}^2} \tag{27}$$

| | | | |
|---|---|--|------|
| Répartition du champ électromagnétique | Pour $x < 0$: | $E_y(x) = A_0 \exp \left[k_0 \sqrt{n_{em}^2 - n_0^2} \cdot x \right]$ | (28) |
| | Pour $0 \leq x \leq x_m$: | $E_y(x) = \frac{2A_1}{\sqrt{K_1(x)}} \cos \left[\int_x^{x_m} K_1(x) dx - \frac{\pi}{4} \right]$ | (29) |
| | Pour $x \geq x_x$: | $E_y(x) = \frac{A_1}{\sqrt{K_2(x)}} \exp \left[- \int_{x_m}^x K_2(x) dx \right]$ | (30) |
| | $K_1(x) = k_0 \sqrt{n^2(x) - n_{em}^2}$ | pour $n(x) > n_{em}$ | |
| $K_2(x) = k_0 \sqrt{n_{em}^2 - n^2(x)}$ | pour $n(x) < n_{em}$ | | |

| | |
|------------------------|--|
| Relation de dispersion | $k_0 \int_0^{x_m} \sqrt{n^2(x) - n_{em}^2} dx \approx \frac{\pi}{4} + \varphi_{g0} + m\pi$ |
| Phase | $\varphi_{g0} = \arctg \left[\left(\frac{n(0)}{n_0} \right)^{2\gamma} \sqrt{\frac{n_{em}^2 - n_0^2}{n^2(0) - n_{em}^2}} \right]$ |

4. Caractérisation des structures guidantes

4.1. Caractérisation de l'indice de surface

Une des méthodes les plus simples pour mesurer l'indice de réfraction est la méthode de Brewster, qui consiste à utiliser le dioptre air-surface du matériau. Son principe consiste à faire réfléchir un faisceau parallèle de la lumière polarisée sur la surface du matériau utilisé. Si la lumière du faisceau incident est polarisée dans le plan d'incidence (formé par les rayons incident et réfléchi), nous montrons en considérant le rapport des intensités de la lumière réfléchie I_r et la lumière incidente I_i (formule de Fresnel), qu'il existe une valeur particulière i_B de l'angle d'incidence pour laquelle l'intensité lumineuse du rayon réfléchi est nulle. (fig. 5). Cette condition est définie par :

$$i_B + r_B = \pi/2 \quad (33)$$

nous obtenons, par suite, d'après la loi de Descartes :

$$n_{sur} = \operatorname{tg}(i_B) \quad (34)$$

avec : n_{sur} indice à la surface et i_B angle de Brewster.

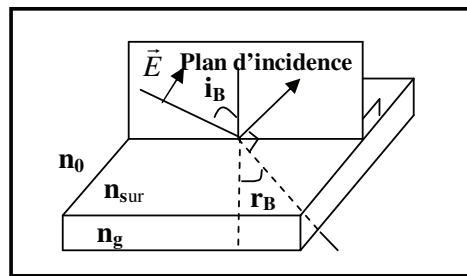


Figure 5 : Schéma de principe de la méthode de Brewster.

4.2. Caractérisation de l'indice du guide

Pour confiner la lumière dans un guide, plusieurs techniques de couplage peuvent être utilisées, parmi lesquelles on peut citer le couplage par prisme. Cette méthode est couramment utilisée en optique guidée compte tenu de sa facilité de mise en œuvre. Elle repose sur la notion de réflexion totale frustrée (ou effet tunnel optique). Le principe, les conditions d'excitation d'un mode, et la reconstruction du profil d'indice sont exposés ci-après.

4.2.1. Principe

Le faisceau lumineux focalisé d'un laser polarisé verticalement et injecté dans le guide plan grâce à un prisme de fort indice n_p .

La lumière étant focalisée, elle attaque le guide selon plusieurs angles d'incidence.

Pour un angle d'incidence particulier θ , la lumière peut exciter un mode dont l'indice effectif est donné par la relation :

$$n_{em} = n_p \cdot \sin \alpha \quad (35)$$

Pour un large domaine d'angle θ , la lumière introduite dans le prisme présente pour la face hypoténuse un angle d'incidence qui correspondrait à une réflexion totale en l'absence du guide. Par contre si ce guide est amené très près (fig. 6), l'onde évanescente (créée dans le gap d'air) peut exciter un mode pourvu que la condition de synchronisation (35) soit satisfaite (fig. 7). Celle-ci correspond à une valeur particulière de l'angle θ .

Dans le cas contraire où la synchronisation n'est pas réalisée, la lumière ne pénètre pas dans le guide, est réfléchi dans le prisme et ressort dans l'air de façon symétrique.

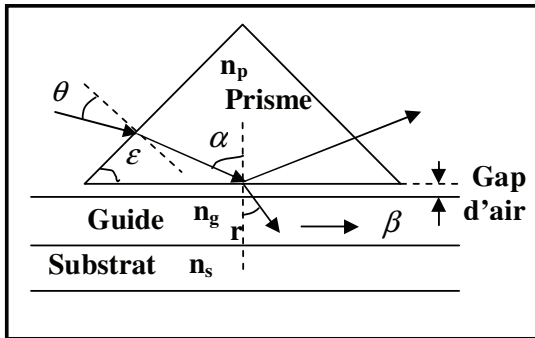


Figure 6 : Réflexion totale frustrée.

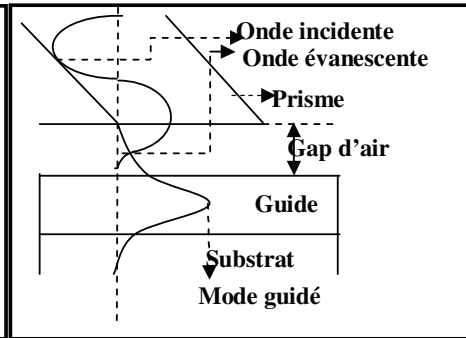


Figure 7 : Principe de couplage par prisme.

Nous visualisons sur un écran la lumière issue du prisme (fig. 8). La figure observée est une tache lumineuse correspondant au faisceau laser réfléchi sur le guide, striée de lignes sombres appelées m-lines, qui correspondent à la lumière guidée se propageant jusqu'à la face de sortie du guide. A cause de la diffusion, ces lignes sombres se transforment en lignes brillantes sur un fond sombre à l'extérieur de cette tache. En mesurant l'angle qui correspond à une ligne noire, c'est-à-dire pour un mode excité, nous pouvons remonter à l'indice effectif de ce mode guidé, en utilisant la relation (40).

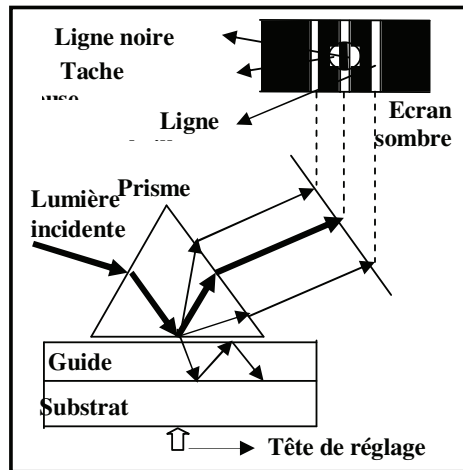


Figure 8 : Principe de la méthode m-lines.

4.2.2. Condition d'excitation

Pour déterminer cette condition, il suffit d'appliquer la relation de Descartes au point où à lieu la réflexion totale frustrée :

$$n_p \sin \alpha = n_g \sin r \tag{36}$$

La condition d'excitation établit l'égalité des composantes longitudinales du vecteur d'onde défini dans le prisme ($k_0 \cdot n_p \cdot \sin \alpha$) et dans le guide ($k_0 \cdot n_g \cdot \sin r$) :

$$k_0 \cdot n_p \cdot \sin \alpha = k_0 \cdot n_g \cdot \sin r = \beta \tag{37}$$

Si nous faisons intervenir l'indice effectif n_e nous obtenons alors :

$$n_p \cdot \sin \alpha = \beta/k_0 = n_e \tag{38}$$

Pour le mode d'ordre m, l'indice effectif n_{em} est lié à l'angle α_m par La relation :

$$n_{em} = n_p \cdot \sin \alpha_m \tag{39}$$

Il est plus commode d'exprimer l'indice effectif en fonction de l'angle d'incidence θ . Après un calcul simple faisant intervenir ε , l'angle du prisme, nous obtenons la relation suivante :

$$n_{em} = \sin\theta \cos\varepsilon + (n_p^2 - \sin^2\theta)^{1/2} \sin\varepsilon \quad (40)$$

4.2.3. Reconstruction du profil d'indice

Une fois les indices mesurés, le profil d'indice est reconstruit en utilisant la méthode W.K.B. Inverse. La relation de dispersion dans le cas d'un guide à gradient d'indice est :

$$k_0 \int_0^{x_m} \sqrt{n^2(x) - n_{em}^2} dx = \varphi_{g0} + \frac{\pi}{4} + m\pi \quad (41)$$

Où n_{em} et x_m sont respectivement l'indice effectif et la profondeur du mode. L'objectif est donc la détermination de x_m .

Le profil d'indice est défini de façon approchée par la connaissance de n_{sur} (indice à la surface du guide) et des couples (n_{em}, x_m) . Nous transformons cette relation de dispersion au moyen des hypothèses suivantes :

- L'interface air-guide est assimilée à une paroi parfaitement réfléchissante donc : $\varphi_{g0} = \pi/2$
- On suppose que $n(x)$ est linéaire entre deux points tournants consécutifs :

$$n(x) = n_m + [(n_{m-1} - n_m)/(x_m - x_{m-1})](x_m - x) \quad \text{pour } x_{m-1} < x < x_m \quad (42)$$

- On fait alors l'approximation suivante :

$$n^2(x) - n_m^2 \approx (n(x) - n_m) [(n_{m-1} + 3n_m)/2] \quad \text{pour } : x_{m-1} < x < x_m \quad (43)$$

$$n(x) + n_m \approx [(n_{m-1} + n_m)/2] + n_m \quad \text{donc } n(x) \approx (n_{m-1} + n_m)/2 \quad (44)$$

L'équation (41) s'écrit alors :

$$\int_0^{x_m} \sqrt{n^2(x) - n_{em}^2} dx = [(4m+3)/8] \cdot \lambda_0 \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (45)$$

Le mode fondamentale qui correspond à $m = 0$ qui a un indice effectif n_1 permet d'écrire $n(x)$ entre $x = 0$ et $x = x_1$ comme :

$$n(x) = n_1 + [(n_{sur} - n_1)/x_1](x_1 - x) \quad (46)$$

où : $n_{sur} = n(0)$, l'indice à la surface.

Quand on remplace entre 0 et x_1 , $n(x) + n_1$ par : $n_1 + [(n_1 + n_{sur})/2]$ l'équation (45) donne :

$$x_1 = \frac{9 \lambda_0 \sqrt{2}}{16 \sqrt{n_{sur} - n_1} \sqrt{n_{sur} + 3n_1}} \quad (47)$$

Et comme $n(x)$ est supposé linéaire entre deux points tournants consécutifs on peut trouver la formule de récurrence :

$$x_{m+1} = x_m + \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{n_m + 3n_{m+1}} \sqrt{n_m - n_{m+1}}} \left[\frac{(4m+3)\lambda_0}{8} - S \right] \quad (48)$$

$$\text{où : } S = \frac{2}{3} \sum_{k=1}^m \sqrt{\frac{n_{k-1} + n_k}{2} + n_{m+1}} \frac{x_k - x_{k-1}}{n_{k-1} - n_k} \left[\sqrt[3]{n_{k-1} - n_{m+1}} - \sqrt[3]{n_k - n_{m+1}} \right]$$

4.2.4. Détermination du tracé du profil d'indice

Dans cette partie de ce travail nous allons traiter un exemple d'un guide optique plan formé par échange d'ions ($\text{Ag}^+ / \text{Na}^+$), dont on va tracer le profil d'indice et le profil du champ électromagnétique.

Les données sont prises de la référence [10], pour pouvoir comparer à la fin nos résultats à ceux de cette référence.

Tableau 1: Paramètres caractéristiques du guide d'onde plan formé par échange d'ions (Ag⁺/Na⁺)

$\epsilon = 45^\circ$, $n_p = 2.640$, $i_B = 56.100$, $n_{sur} = 1.487$.

| m | θ (°) | n_{em} | n_m | x_m (micron) |
|---|-----------------|----------|-------|----------------|
| 0 | - 29.80 0 | 1.481 | 1.483 | 2.849 |
| 1 | - 30.350 | 1.474 | 1.478 | 3.622 |
| 2 | - 30.800 | 1.469 | 1.471 | 5.213 |

Tableau 2: Paramètres caractéristiques du d'onde plan, suivant la référence [10].

$n_{sur} = 1.486$

| m | n_m | x_m |
|---|-------|-------|
| 0 | 1.484 | 2.950 |
| 1 | 1.475 | 3.750 |
| 2 | 1.470 | 5.150 |

ϵ : angle au pied du prisme.
 n_p : indice de réfraction du prisme.
 i_B : angle d'incidence de Brewster.
 n_{sur} : indice à la surface du guide.

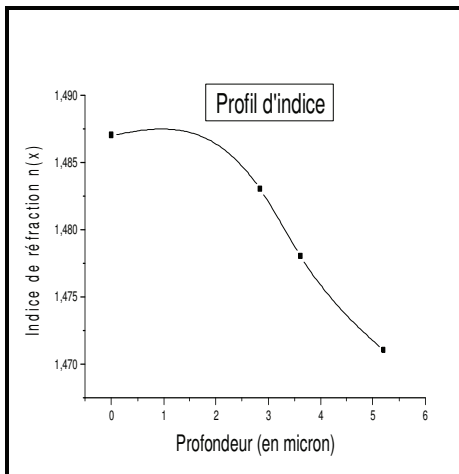


Figure 9 : Profil d'indice d'un guide d'onde plan formé par échange d'ions (Ag⁺/Na⁺).

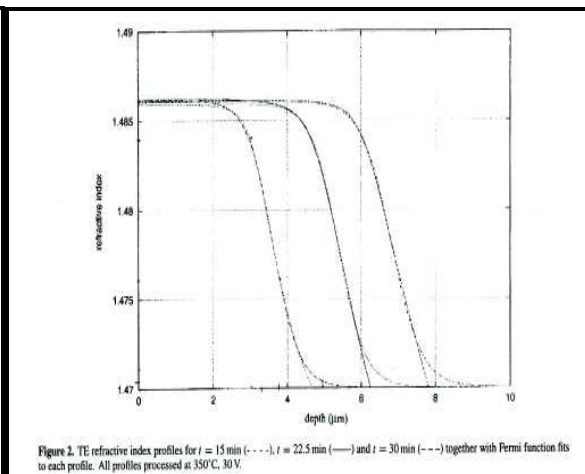


Figure10 : Profil d'indice d'un guide d'onde plan suivant la référence [10].

4.2.5. Reconstruction du profil du champ électromagnétique

Pour reconstruire le profil du champ électromagnétique, il existe plusieurs méthodes, parmi les plus connues, nous pouvons citer les méthodes, Runge Kutta (RK) et W.K.B. La première est relativement simple à exploiter et fournit le tracé en tout point du guide, en revanche, la méthode W.K.B. ne s'applique pas à la région où l'indice du milieu est égal à l'indice du mode étudié. C'est pourquoi par la suite, nous utiliserons la méthode RK.

4.2.5.1. Application de la méthode RK au tracé du champ électromagnétique

La fonction ϕ correspondant au champ électrique (mode TE) ou bien au champ magnétique (mode TM) d'un guide satisfaisant l'équation suivante :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + k_0^2 (n^2(x) - n_{em}^2) \phi = 0$$

Nous cherchons à intégrer cette équation sur un intervalle Δx . Pour ce faire, nous utilisons la méthode de Runge Kutta qui consiste à découper cet intervalle en p pas de longueur h petite. Les

valeurs de φ et $d\varphi/dx$ sont calculées à la fin de chaque pas à partir des valeurs en début. Par étapes successives, tout le domaine peut ainsi être décrit. Les conditions initiales sont les valeurs des coordonnées φ (soit φ_0) et $d\varphi/dx$ ($(d\varphi/dx)_0$) au début de cet intervalle, prises arbitrairement à l'origine en $x = 0$.

Posons : $x_n = p \cdot h$

Aux extrémités de chaque pas, les inconnues u et y prennent les valeurs :

φ_n et $(d\varphi/dx)_n$ en x_n ,

φ_{n+1} et $(d\varphi/dx)_{n+1}$ en x_{n+1} ,

Afin de procéder à l'intégration, il est nécessaire de définir auparavant pour chacun des pas (c'est-à-dire pour chaque valeur particulière de n) et de façon successive, les quantités suivantes :

| | |
|---|------------------------------------|
| $m_0 = -hk_0^2 [n^2(x_n) - n_{em}^2] \varphi_n$ (44) | $k_0 = h(d\varphi/dx)_n$ |
| $m_1 = -hk_0^2 [n^2(x_n + h/2) - n_{em}^2] (\varphi_n + k_0/2)$ (45) | $k_1 = h[(d\varphi/dx)_n + m_0/2]$ |
| $m_2 = -hk_0^2 [n^2(x_n + h/2) - n_{em}^2] (\varphi_n + k_1/2)$ (46) | $k_2 = h[(d\varphi/dx)_n + m_1/2]$ |
| $m_3 = -hk_0^2 [n^2(x_n + h) - n_{em}^2] (\varphi_n + k_2)$ (47) | $k_3 = h[(d\varphi/dx)_n + m_2]$ |

Les quantités $m_0, \dots, m_3, k_0, \dots, k_3$ se calculent à partir de la valeur de l'indice effectif n_{em} (supposée connue) et de la valeur du champ E_n en début de pas c'est-à-dire en x_n .

Les calculs du champ et de sa dérivée se font grâce aux formules suivantes :

$$\begin{aligned} (d\varphi/dx)_{n+1} &= (d\varphi/dx)_n + (1/6)[m_0 + 2m_1 + 2m_2 + m_3] \\ \varphi_{n+1} &= \varphi_n + h(d\varphi/dx)_n + (h/6)[m_0 + m_1 + m_2] \end{aligned} \quad (48)$$

Pour effectuer ces calculs, il est nécessaire de fixer des conditions initiales. Il est commode de se donner arbitrairement la valeur unité en début du domaine d'intégration. Il faut également préciser la valeur initiale de la dérivée première.

Comme le guide plan étudié présente un superstrat d'indices constant et connu (généralement l'air $n_0 = 1$) s'étendant jusqu'à l'infini, il est pratique de prendre comme position initiale le plan d'interface entre cette région et la zone guidante. Dans ces conditions et avec l'hypothèse du champ initial égal à l'unité, la dérivée première se calcule aisément par :

$$\varphi_{x=0} = 1 \text{ et } (d\varphi/dx)_{x=0} = (2\pi/\lambda_0) \sqrt{n_{em}^2 - n_0^2} \quad (49)$$

4.2.4.2. Détermination du tracé du profil du champ électromagnétique (modes TE)

Suite à l'exemple étudié auparavant nous traçons les premiers modes du guide étudié en résolvant l'équation de propagation par la méthode de Runge Kutta.

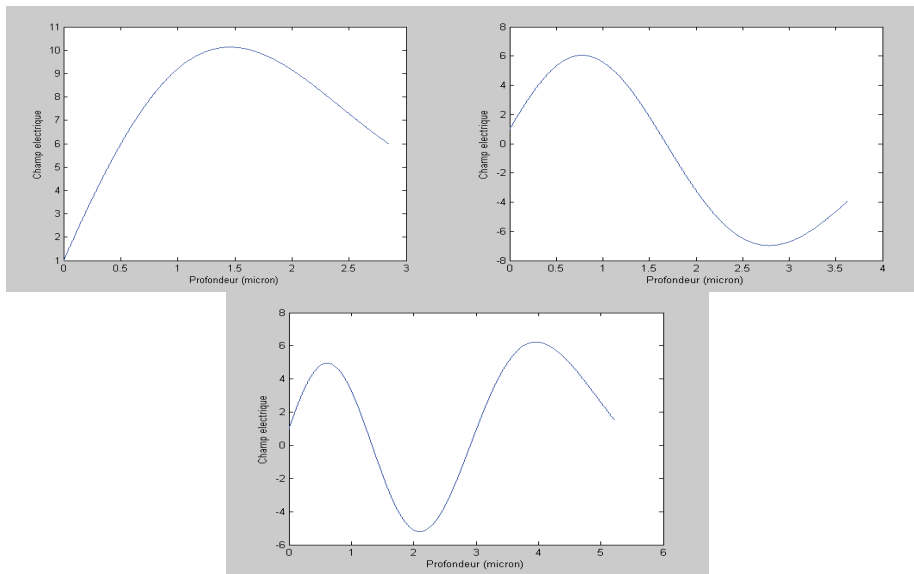


Figure 10 : Premiers modes d'un guide d'onde plan formé par échange d'ions ($\text{Ag}^+ / \text{Na}^+$)

5. Conclusion

Elaborer des guides optiques sans déterminer leurs profils d'indices est un travail inachevé et sans intérêt, c'est sur cette idée qu'a été fondé ce travail.

En premier lieu une étude a été faite des guides plans à saut et à gradient d'indice par la théorie des rayons et la théorie électromagnétique, cette dernière s'avère plus rigoureuse que les autres approches. Après avoir mis en évidence les modes propres susceptibles de se propager dans une telle structure, le travail a été étendu à la caractérisation de ces guides en exposant une des méthodes les plus connues, qu'est la méthode des m-lines, basée sur le couplage par prisme pour déterminer l'indice effectif d'un mode guidé, jusqu'à remonter au profil d'indice du guide en utilisant la méthode W.K.B. Inverse.

Les résultats obtenus sont conformes à ceux donnés dans la référence [10], ce qui donne preuve à l'application de ce travail pour caractériser de nouveaux guides. Le profil d'indice représente la boîte noire du guide optique, dans l'espérance de l'exploiter au maximum, ce travail doit être suivi, à titre d'exemple, d'un programme simulant la cinétique de diffusion.

Références :

- [1] F. Rehouma ; "Etude de l'échange d'ions à l'argent dans un verre aluminoborosilicate" ; Thèse de doctorat ; Institut national polytechnique de Grenoble, Septembre 1994.
- [2] G. Lifante ; "Integrated photonics: Fundamentals"; Universidad Autonoma de Madrid, Wiley, 2003.
- [3] E. Giacobino ; "Propagation guidée de la lumière" ; Technique de l'ingénieur, Traité sciences fondamentales.
- [4] K. S. Chiang ; "Construction of refractive – index profiles of planar dielectric waveguides from the distribution of effective indexes"; J. of Lightwave Technology, Vol. LT-3, N° 2, April 1985.
- [5] R. Srivastava, C.K. Kao et R.V. Ramaswamy ; "W.K.B. Analysis of planar surfac waveguides with truncated index profiles" ; J. of Lightwave Technology, Vol. LT-5, N° 11, November 1987.

- [6] K. S. Chiang, C. L. Wong, H. P. Chan et Y. T. Chow ; “Refractive-index profiling of graded-index planar waveguides from effective indexes measured for both mode types and at different wavelengths” ; J. of Light wave Technology, Vol. 14, N° 5, May 1996.
- [7] K. S. Chiang ; “Simplified universal dispersion curves for graded-index planar waveguides based on the WKB method” ; J. of Light wave Technology, Vol. 13, N° 2, February 1995.
- [8] D. Marcuse ; “TE modes of graded-index slab waveguides” ; J. of Quantum electronics, Vol. QE-9, N° 10, October 1973.
- [9] A. K. Ghatak, E. Khular et K. Thyagarajan ; “Modes in optical waveguides formed by Silver-Sodium ion exchange” ; J. of Quantum electronics, Vol. QE-14, N° 6, June 1978.
- [10] R. Oven, M. Yin et P. A. Davis ; “Characterization of planar optical waveguides formed by copper-sodium, electric field assisted, ion exchange in glass” ; J. Phys. D : Appl. Phys. 37, pp 2207 – 2215 (2004).