



**MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET
DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE KASSDI MERBAH - OUARGLA
FACULTE DES SCIENCES ET SCIENCES DE L' INGENIEUR
DEPARTEMENT DE GENIE DES PROCEDES**

MEMOIRE

Présenté pour l' obtention du diplôme de Magister

En Génie des Procédés

LA CONVECTION MIXTE DANS UN CANAL HORIZONTAL MUNI DE BLOCS CHAUFFES

Option :

Energétique et Procédés

Par :

SOUIADI Lyès

Devant le jury composé de :

Président :	Mr N.SETTOU	Professeur	Université Kasdi Merbah- Ouargla
Rapporteur :	Mr M.KADJA	Professeur	Université Mentouri -Constantine
Examineurs :	Mr Z .NEMOUCHI	Professeur	Université Mentouri - Constantine
	Mr. H.BEN MOUSSA	Professeur	Université de Batna - Batna

Année : 2012- 2013

Remerciements

Je remercie tout d'abord Dieu le tout puissant qui nous éclaire le bon chemin.
Je remercie vivement et chaleureusement Monsieur M. KADJA, Professeur à l'Université Mentouri – Constantine, encadreur de ce mémoire, pour son aide et ses conseils qui ont contribué à la réalisation de ce travail.

Je tiens à remercier Monsieur N. SETTOU, Professeur à l'Université Kasdi Merbah – Ouargla, qui ma fait l'honneur d'accepter la présidence du jury.

J'exprime mes vifs remerciements à Monsieur Z. NEMOUCHI, Professeur à l'Université Mentouri – Constantine, et Monsieur H. BENMOUSSA, Professeur à l'Université BATNA – Batna d'avoir accepter de participer au jury.
A tous, je tiens à exprimer mes sincères remerciements.

Dédicace

*A toute ma famille , qui m'a éclairé le chemin et m'a donné la main tout
le long de mes années d'études*

A ma femme

et

A tous mes amis sans exception.

SOMMAIRE

Remerciement	i
Dédicaces.....	ii
Sommaire	iii
Nomenclature	v

Chapitre I : Introduction

I.1. Généralités	1
I.2. Bibliographie	13
I.3. Objectif du travail	28

Chapitre II : Modèle mathématique

II.1. Introduction	29
II.2. Géométrie du problème	29
II.2.1. Conditions aux limites	30
II.3. Hypothèses	31
II.4. Eléments mathématiques de base (équations gouvernantes)	
II.4.1. Equation de continuité	31
II.4.2. Equations de la quantité de mouvement	32
II.4.3. Equation de l' énergie	33
II.5. Le modèle $K-\epsilon$	
II.5.1. Equation de l' énergie cinétique	33
II.5.2. L'équation de transport de taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente	34
II.6. Traitement près des parois	34
II.7. Nombres adimensionnel	37

Chapitre III : Résolution Numérique

III.1. Qu'est-ce que la CFD.....	38
III.2. Intérêts de la CFD	38
III.3.1.Méthode numérique	39
III.4. Types de simulation (DNS, RANS.....	40
III.5.Méthode des volumes finis	40
III-6- Logiciels utilisés pour la présente simulation.....	55
III-7- Etapes d'une simulation CFD à l'aide de Gambit et Fluent.....	56

Chapitre IV : Résultats et discussions

IV.1. Validation du modèle_	66
IV.2. Indépendance du maillage	66
IV.3 Présentation des résultats pour $Re=5000$ et $Gr=2,5 \times 10^7$ (c.-à-d. $Gr/Re^2=1$	69
IV.4 Effet de la flottabilité sur le transfert thermique	79
IV.5 Effet de turbulateur sur le transfert thermique par convection mixte	81

Conclusion et recommandation

Conclusion et recommandation	85
------------------------------------	----

Références

Références	87
------------------	----

NOMENCLATURE

Cp : Chaleur spécifique à pression constante	[J/kg.K]
Fi : Force suivant la direction i par unité de volume	N.m⁻³
g : Accélération de la pesanteur	[m.s⁻²]
H :Hauteur du canal	[m]
h:Hauteur des blocs chauffés	[m]
w :Longueur des blocs chauffés	[m]
i, j :Indices	[-]
K :Energie cinétique turbulent	[m²/s²]
l: Longueur caractéristique	[m]
lm: Longueur de mélange	[m]
L:Longueur du canal	[m]
Nu:Nombre de Nusselt	[-]
Po:Pression atmosphérique	[Pa]
P: Pression	[Pa]
Pr :Nombre de Prandtl $Pr = 0.71$	[-]
Gr : Nombre de Grashof	[-]
Re :Nombre de Reynolds	[-]
Ri :Nombre de Richardson	[-]
S : Terme source de l' équation de transport	[-]
To: Température ambiante	[K]
Ts: Température de chaque bloc	[K]
θ : Température adimensionnelle	[-]
t : Temps dimensionnel	[s]

u, v : Composantes de la vitesse dimensionnelle	[m.s-1]
V : la vitesse de l'écoulement	[m.s-1]
u_0 : la vitesse d'écoulement à l'entrée de canal	[m.s-1]
x, y : Coordonnées cartésiennes dimensionnelles	[m]

Symboles grecs

α : Diffusivité thermique	[m².s-1]
β : Coefficient d'expansion thermique à pression constante,	[K-1]
φ : Variable dépendante générale	[-]
μ : Viscosité dynamique	[kg.m-1.s-1]
ν : Viscosité cinématique	[m².s-1]
ρ : Masse volumique	[kg.m-3]
ρ_0 : Masse volumique à T_0	[kg.m-3]
ΔT : Différence de température	[K]
Γ : Coefficient de diffusivité	[-]

Chapitre I

Introduction

I.1. Généralités

Il est bien connu depuis plus d'un siècle, que les scientifiques se penchent sur l'étude des écoulements avec transfert de chaleur par différents modes de convection (naturelle, forcée et mixte). Celles-ci, s'impliquant dans de nombreux phénomènes naturels ou processus industriels. Parmi les différents domaines industriels où l'on trouve leur application on peut citer, par exemple, les processus de dépôt de vapeurs chimiques, ainsi que le refroidissement des réacteurs nucléaires et des systèmes électroniques (**Icoz et Jaluria, [1]**), etc.

Comme nous le savons tous aujourd'hui, l'une des exigences primordiales dans la conception des équipements industriels est l'échange thermique avec leur entourage. Ainsi, maintes études des processus de refroidissement, plus particulièrement dans l'industrie électronique où la génération excessive de chaleur peut être la cause d'endommagement et de la perte de matériel, ont été effectuées par les chercheurs à travers le monde.

La convection mixte est largement utilisée pour le refroidissement des sources de chaleur en écoulement laminaire ou turbulent. Différentes configurations et géométries ont été étudiées afin d'améliorer le transfert de chaleur et le refroidissement par ce mode d'échange thermique.

I.1.1. Convection

I.1.1.1. Définition

La convection caractérise la propagation de la chaleur dans un fluide, gaz ou liquide, dont les molécules sont en mouvement

Imaginons un solide baignant dans un fluide en mouvement. Si le solide et le fluide ne sont pas à la même température, de la chaleur est échangée entre le solide et les particules fluides qui sont à son contact. Cet échange se fait par conduction. Mais la particule de fluide, dès qu'elle a échangé de la chaleur, se déplace et est remplacée, au contact du solide, par une autre particule. Par ailleurs, la particule fluide initiale rencontre, au cours de son déplacement, d'autres particules fluides avec lesquelles elle échange de la chaleur par conduction. Le mécanisme élémentaire de transfert de chaleur est la conduction thermique mais le phénomène global, qui est la convection thermique, résulte de la combinaison de cette conduction avec les mouvements du fluide qui obéissent à des lois spécifiques. Deux types de convection sont généralement distingués :

I.1.1 .2. la convection naturelle

Dans ce type de convection le mouvement résulte de la variation de la masse volumique du fluide avec la température ; cette variation crée un champ de forces gravitationnelles qui conditionne les déplacements des particules du fluide ;

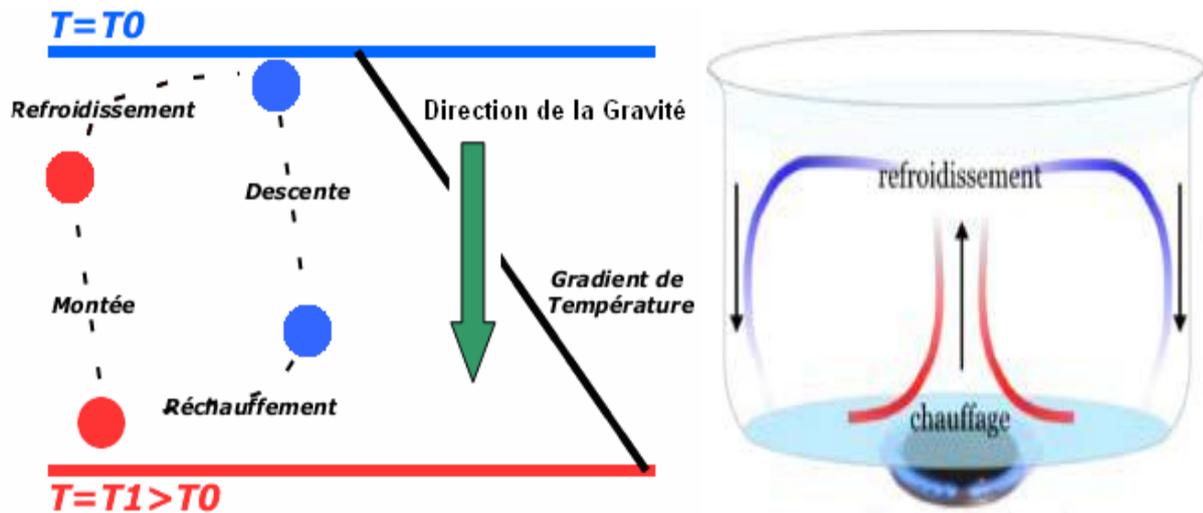


Fig I .1 : Principe physique de la convection naturelle

I.1.1 .3. la convection forcée

Dans ce type de convection le mouvement est provoqué par un procédé mécanique indépendant des phénomènes thermiques (compresseur, pompe, ventilateur, etc...) ; c'est donc un gradient de pression extérieur qui provoque les déplacements des particules du fluide. L'étude de la transmission de chaleur par convection est donc étroitement liée à celle de l'écoulement des fluides.

I.1.1.4.Applications

Les applications du transfert de chaleur par convection sont beaucoup trop nombreuses pour que l'on puisse envisager de les citer toutes. Elles interviennent chaque fois que l'on chauffe ou que l'on refroidit un liquide ou un gaz, qu'il s'agisse de faire bouillir de l'eau dans une casserole, du radiateur de chauffage central, du radiateur associé au moteur d'une voiture ou de l'échangeur dans un procédé, évaporateur ou condenseur. La convection s'applique même si la surface d'échange n'est pas matérialisée par une paroi, ce qui est le cas des condenseurs par mélange ou des réfrigérants atmosphériques, voire des sècheurs à air chaud.

La convection naturelle est rencontrée dans plusieurs situations. En effet, elle est toujours présente tant que la température du fluide est variable ainsi que quand il y a un champ d'accélération tel que la gravité. Dans quelques applications, le transfert de chaleur en

convection naturelle est parfois petit, comparé aux autres modes de transfert de chaleur (conduction - rayonnement), par conséquent, il peut être négligé ; Sinon il est le mécanisme le plus dominant en transfert de chaleur. Il y a des situations où on a besoin de supprimer la convection naturelle, comme dans le cas de la chaleur perdue par la vapeur depuis une canalisation, depuis des fenêtres, ou depuis des collecteurs solaires. Mais d'autre part on cherche à augmenter le transfert de chaleur par convection naturelle afin de refroidir les composants microélectroniques dégageant de la chaleur par effet Joule.

Le refroidissement des composants électroniques tels que les modules de **RAM** de PC, les **LED** ...etc, est l'une des principales barrières au développement rapide et fiable des systèmes électroniques compacts. Pour la majorité des ordinateurs, la dissipation de chaleur est le problème technique majeur dans l'atteinte des vitesses optimales de calcul par microprocesseurs.

Généralement, le refroidissement se fait par convection forcée et par changement de phase, cependant, la convection naturelle est une partie intégrante de la dissipation de chaleur surtout dans le cas des ordinateurs portables et les appareils électroniques de petites dimensions. Bien que la convection forcée reste le principal mode de refroidissement, il est toutefois important de déterminer avec certitude le processus de transport du fluide dans l'absence de courte durée d'un écoulement externe forcé quand il y a interruption temporaire du système de refroidissement par ventilation.

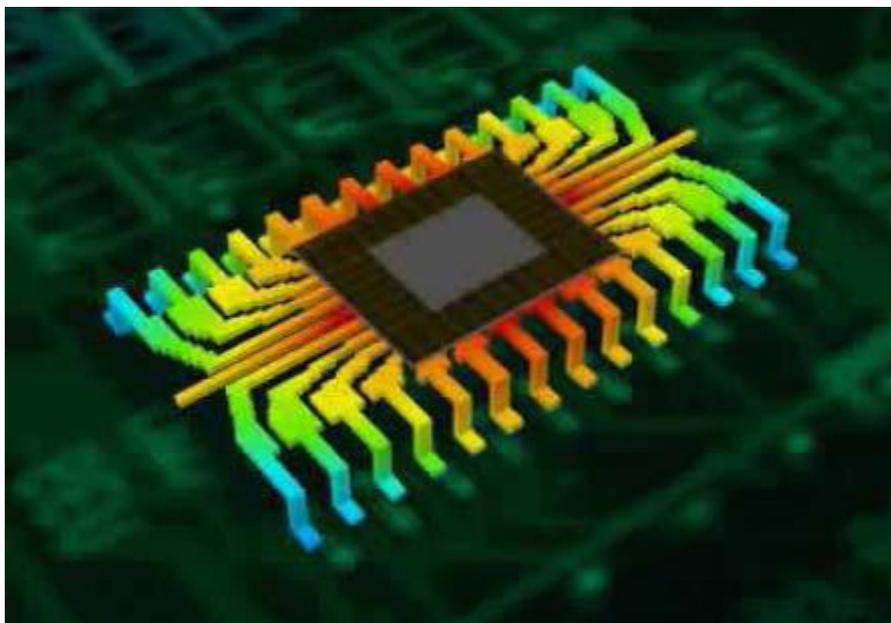


Fig. I.2 : Emanation de chaleur sur une puce électronique

D'après la revue scientifique américaine (**YEH'S REVIEW - 2002**), une étude de l'U.S. Air force a indiqué que plus de **52%** des défauts des systèmes électroniques sont étroitement liés à la hausse incontrôlée des températures. Quant aux ventilateurs installés sur les PC, bien qu'ils soient souvent bon marché en matière de coûts, ils représentent des inconvénients majeurs car ils font du bruit et requièrent de l'espace, donc peu efficaces et peu fiables. Les études de convection sont donc nécessaires à la gestion des flux thermiques et la conception des équipements (équipements électroniques, fabrication des films fins, décomposition des vapeurs chimiques et bien d'autres domaines...)

I.1.1.5.Rappel sur la convection

L'étude du transfert de chaleur par convection permet de déterminer les échanges de chaleur se produisant entre un fluide et une paroi

Régime d'écoulement :

Compte-tenu du lien entre le transfert de quantité de mouvement et le transfert de chaleur, on doit considérer le régime d'écoulement. Considérons l'exemple d'écoulement d'un fluide dans une conduite :

En régime laminaire : l'écoulement s'effectue par couches pratiquement indépendantes. :



Fig. I.3 : Ecoulement laminaire

Entre deux filets fluides adjacents les échanges de chaleur s'effectuent donc : Par conduction uniquement si l'on considère une direction normale aux filets fluides.

Par convection et conduction (négligeable) si l'on considère une direction non normale aux filets fluides.

En régime turbulent : l'écoulement n'est pas unidirectionnel

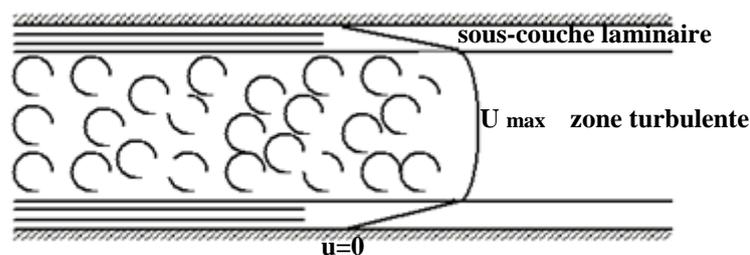


Fig. I.4 : Sous-couche laminaire d'un écoulement turbulent

L'échange de chaleur dans la zone turbulente s'effectue par convection et conduction dans toutes les directions. On vérifie que la conduction est généralement négligeable. Par rapport à la convection.

Analogie de Reynolds

De même qu'au niveau moléculaire on explique la viscosité des gaz par la transmission des quantités de mouvement des molécules lors des chocs intermoléculaires, on explique la chaleur par la transmission de la chaleur par la transmission d'énergie cinétique lors de ces mêmes chocs. Cette liaison intime des phénomènes de viscosité et de transfert de chaleur conduit à l'analogie de Reynolds : dans un écoulement fluide avec transfert de chaleur dans un tube, le profil des vitesses et le profil des températures sont liés par une relation de similitude .

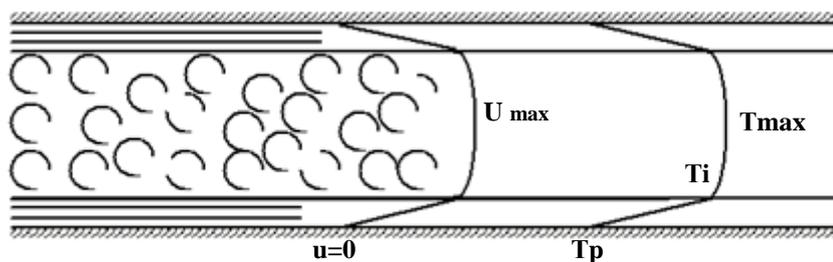


Fig. I.5 : Analogie des transferts de quantité de mouvement et de la chaleur

Couches limites dynamiques et thermiques

Quelque soit le régime d'écoulement, il demeure une sous-couche laminaire (couche limite dynamique) dont l'épaisseur est d'autant plus réduite que le nombre de Reynolds est grand. L'épaisseur de cette couche limite varie en fonction de nombreux paramètres : nature du fluide, température, rugosité de la paroi...L'analogie de Reynolds montre que le gradient thermique est particulièrement important au voisinage de la paroi, c'est à dire dans la sous-couche laminaire. Quelque soit le régime d'écoulement du fluide on considère que la résistance thermique est dans le film laminaire qui joue le rôle d'isolant (couche limite thermique).

Expression du Flux de Chaleur.

On considère que la résistance thermique R est équivalente à celle que le flux de chaleur rencontrerait en conduction à travers une paroi dont l'épaisseur serait celle du film laminaire et qui a les mêmes caractéristiques thermiques que le fluide soit :

$$R = \frac{e}{\lambda} \quad (\text{m}^2 \cdot \text{C/W})$$

Avec : e : épaisseur du film laminaire (m)
 λ : conductivité thermique du fluide w / m.C

Rigoureusement, le flux de chaleur par unité de surface s'écrit :
$$\phi = \frac{\lambda}{e}(T_p - T_i)$$

où T_i est la température à la limite du film laminaire.

Pour un régime thermique bien établi, on peut considérer en première approximation que par suite des courants de convection la masse fluide au-delà du film laminaire est à une température constante et prendre comme loi de la densité de flux de chaleur la relation :

$$\phi = \frac{\lambda}{e}(T_p - T_\infty) \quad (\text{W.m}^{-2})$$

Avec : T_∞ : Température du fluide loin de la paroi ($^{\circ}\text{C}$).

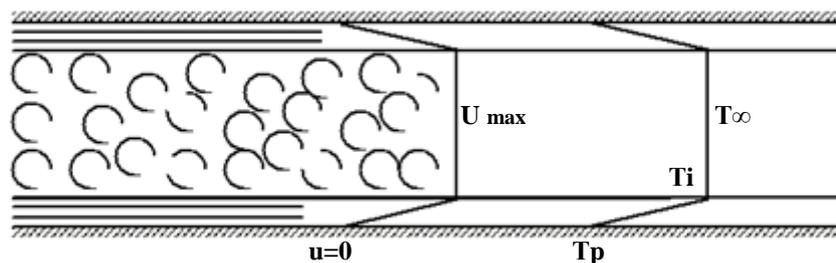


Fig. I.6 : Définition de T_∞

Dans le cas de la circulation d'un fluide dans une canalisation, T_∞ dépend du régime d'écoulement et est égale à la température moyenne du fluide dans une section perpendiculaire à l'écoulement. Dans le cas d'échange paroi fluide, on prendra pour T_∞ la température du fluide loin de la paroi.

Loi de Newton. Valeur du coefficient de transfert :

Cette loi simple présente néanmoins une énorme difficulté dans son application puisque l'on ne connaît pas l'épaisseur e du film laminaire. C'est ce qui amène à définir un coefficient de transfert superficiel ou coefficient de transfert de chaleur par convection par :

$$h = \frac{\lambda}{e} \quad (\text{W m}^{-2} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1})$$

Quelque soit le type de convection (libre ou forcée) et quelque soit le régime d'écoulement du fluide (laminaire ou turbulent), le flux de chaleur ϕ est donné par la relation dite loi de Newton :

$$\phi = h S \Delta T \quad (\text{W})$$

Le problème majeur à résoudre avant le calcul du flux de chaleur consiste à déterminer h qui dépend d'un nombre important de paramètres : caractéristiques du fluide, de l'écoulement, de la température, de la forme de la surface d'échange,...

Valeurs de h

Pour estimer la valeur du coefficient d'échange, il existe deux méthodes:

- soit on calcule (analytiquement ou par une méthode numérique) h à partir d'une expression existante de h .

-soit on trouve h expérimentalement. Dans ce cas on cherche à tracer le nombre de Nusselt Nu sous la forme d'un produit de nombres sans dimensions: $Nu = C Re^n . Pr^m$. On trouve dans la littérature des tables exprimant ces relations. Le but des expériences est de fournir des formules approchées (dites empiriques) ou de déterminer h par des expériences et de tabuler les résultats. Ensuite, on peut faire des calculs simplifiés en veillant à ce que les hypothèses posées pour établir l'expression de h soient à peu près respectées.

(pour la lecture des tables de coefficients h il faudra faire très attention aux températures de référence, car h dépend de la température!).

Exemples de valeurs

La "gamme des valeurs" de h ($\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$) est :

convection libre (air) 5-25

convection libre (eau) 100-900

convection forcée (air) 10-500

convection forcée (eau) 100-15000

convection forcée (huile) 50-2000

convection forcée (métaux fondus) 6000-120000

eau bouillante 2500-25000

vapeur d'eau se condensant 50000-100000

Le calcul d'un flux de chaleur transmis par convection naturelle ou forcée s'effectue de la manière suivante :

1. Calcul des nombres adimensionnels de Reynolds et de Prandtl.
2. Suivant la valeur de Re et la configuration \rightarrow choix de la corrélation.
3. Calcul de Nu par application de cette corrélation.
4. Calcul de $h = \lambda Nu/D$ et de $\phi = h S (T_p - T)$.

I.1.1.6. Grandeurs Fondamentales Liées à La Convection

Lorsqu'une étude de transfert de chaleur, faisant intervenir le phénomène de convection, est à réaliser, il est important de prédire le type de régime d'écoulement dans lequel nous nous trouvons: La convection peut être libre ou forcée et l'écoulement peut être laminaire ou turbulent. Dans ce but, deux grandeurs sans dimensions ont donc été définies: Le nombre de Reynolds **Re** et le nombre de Grashof **Gr**.

Le rapport **Gr/Re²** détermine le type de régime de convection:

$$\frac{Gr}{Re^2} > 1 \quad \text{La convection libre est prépondérante}$$

$$\frac{Gr}{Re^2} \ll 1 \quad \text{La convection forcée est prédominante}$$

Sinon, le régime est mixte et dans ce cas, la modélisation devient complexe. Il est alors nécessaire de procéder à des expérimentations à l'aide de prototypes (ou par calculs numériques).

Nombre de Reynolds:
$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}$$

avec:

μ : Viscosité du fluide.

ρ : Masse volumique du fluide

D : Dimension caractéristique.

V : Vitesse du fluide.

Nombre de Grashof:
$$Gr = \frac{\rho^2 g \beta L^3 \Delta T}{\mu^2}$$

avec

β : Coefficient d'expansion thermique.

ΔT : Différence de températures entre la surface du solide et la surface libre du fluide.

L: Longueur caractéristique

D'autres grandeurs sans dimension interviennent dans l'étude des écoulements de fluide accompagnés de transfert thermiques:

Le nombre de Prandtl
$$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda}$$

Nombre de Nusselt:
$$Nu = \frac{hD}{\lambda}$$

Où **D** est une dimension caractéristique

Convection libre:

La relation générale pour la convection libre est $Nu = f(Gr.Pr)$. Le transfert de chaleur qui s'effectue suivant ce type de convection, obéit donc à la relation suivante (écoulement laminaire ou turbulent):

$$Nu = c(Gr.Pr)^n = c(Ra)^n$$

où c et n sont des constantes dépendant des caractéristiques géométriques du problème et du fluide et où

Ra est le nombre de Rayleigh

Convection forcée:

La relation générale pour la convection forcée est $Nu = f(Re.Pr)$. Le nombre du Nusselt obéit à la relation suivante :

$$Nu = c.Re^n.Pr^m$$

où c , n et m sont des constantes dépendant des caractéristiques géométriques du problème et du fluide.

I.1.2.Turbulence :**I.1.2.1.Définition de la turbulence :**

Le régime turbulent n'a pas à proprement parlé une définition spécifique, il est surtout défini par rapport au régime laminaire.

Le régime laminaire présente un écoulement organisé. Le régime turbulent présente un écoulement désorganisé, irrégulier dans le temps et dans l'espace.

L'écoulement turbulent est non prédictible : une petite modification entraîne de grands changements ultérieurs.

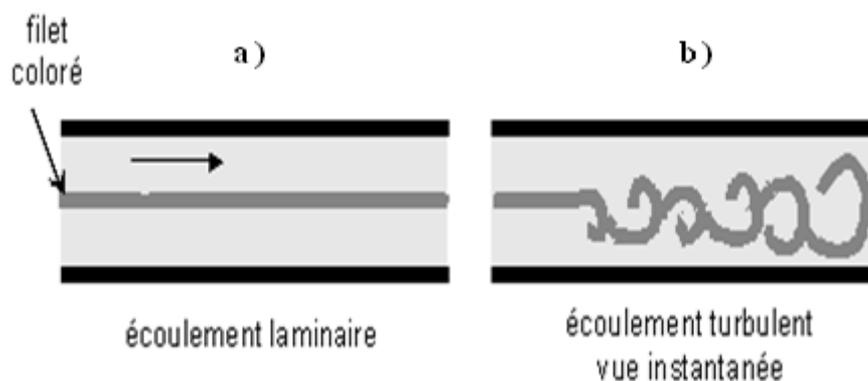


Fig. I.7 : Exemple d'écoulements laminaires et turbulents

I.1.2.2. Importance et champ d'application :

L'étude de l'écoulement des fluides peut être arrangée en une séquence allant du plus simple au plus compliqué :

Écoulement sans frottement (Euler) \Rightarrow écoulement visqueux laminaire (Navier Stokes) \Rightarrow écoulement turbulent (Reynolds).

La même séquence a été suivie historiquement. C'est au début des années 50 que l'étude des écoulements turbulents a connu un important développement. Pourtant la plupart des écoulements qui se produisent dans la nature et dans les applications techniques est turbulente. Les recherches ont permis d'avancer d'une façon très importante dans la compréhension et la description des écoulements turbulents, mais les problèmes sont tellement compliqués qu'on est loin de les avoir résolus de façon satisfaisante.

Les champs d'applications sont très nombreux :

- \rightarrow Atmosphère
- \rightarrow Océans
- \rightarrow Hydraulique : rivières, fleuves, écoulement dans les pipes lines

I.1.2.3. Nature de la turbulence :

Le régime turbulent apparaît lorsque le nombre de Reynolds de l'écoulement ($Re = V.D / \nu$) est suffisamment grand :

$$Re > Re_{cr} \text{ (nombre critique de Reynolds)}$$

Reynolds (1883) ,était le premier à déterminer les conditions de passage laminaire - turbulent dans une conduite. La valeur $Re_{cr}=2320$ provient des recherches ultérieures par L. Schiller (1921) et elle concerne les valeurs moyennes pour les tuyaux très lisses. Le nombre de Reynolds critique est susceptible d'être modifié par de nombreux facteurs, comme les suivants:

- la pulsation de l'écoulement à l'entrée du tuyau
- la répartition de vitesse à l'entrée du tuyau
- la vibration des parois
- les aspérités de paroi.

Une turbulence « idéale » est atteinte lorsque le nombre de Reynolds est très grand. Les transferts d'énergie se font entre grandes structures et petites structures. L'apport d'énergie se fait par l'écoulement moyen. Sa dissipation en chaleur se fait à travers une chaîne continue de tourbillons de plus en plus petits par un mécanisme non linéaire.

La turbulence est une caractéristique de l'écoulement et non du fluide. En conséquence la dynamique de la turbulence est la même pour tous les fluides, liquides ou gazeux. Puisqu'il n'y a pas de solution générale des équations de Navier-Stokes, il n'y a pas de solution générale aux problèmes des écoulements turbulents.

I.1.2.4. Modèles de turbulence :

Ces modèles étudient les équations statistiques aux dérivées partielles obtenues par passage à la moyenne des équations de Navier-Stokes. On obtient alors un système ouvert. Mais ce passage engendre une perte d'informations, il convient alors de choisir judicieusement les schémas de fermeture pour qu'ils réintroduisent les informations perdues dans un nouveau système, fermé celui-ci, que l'on pourra résoudre numériquement.

On peut classer ces modèles suivant deux critères : on distingue les modèles par leur ordre (un ou deux en général) et par le nombre d'équations de fermeture supplémentaires (plutôt une ou deux selon la complexité du modèle de fermeture).

Les modèles de type k-epsilon sont mal adaptés aux écoulements à bas Reynolds que l'on trouve près des parois (écoulement de couche limite) où dans le cas de présence de force volumique (Cf. Instabilités de Rayleigh Bénard).

Il existe une grande variété de modèles de turbulence. On distingue en général les différentes méthodes de fermeture en fonction de leur complexité relative. Les modèles les plus simples utilisent des relations purement algébriques pour spécifier les contraintes turbulentes. Ces modèles s'appuient sur le concept de viscosité turbulente, dont la détermination est effectuée à l'aide de formules empiriques simples (modèles de Goertler, Prandtl, Cebeci-Smith,...).

Dans les modèles à une équation de transport, la détermination des contraintes de Reynolds nécessite l'intégration d'une équation aux dérivées partielles. On considère généralement une équation de transport pour l'énergie cinétique turbulente et on exprime la viscosité turbulente en fonction de cette quantité (modèle de Prandtl-Kolmogorov).

Les modèles à deux équations de transport, comme le modèle k-epsilon, ou le modèle k- ω^2 , font intervenir deux équations aux dérivées partielles pour déterminer la viscosité turbulente. On utilise encore une équation de transport pour l'énergie cinétique turbulente et une 2ème équation qui décrit la dissipation ou la pseudo-vorticité.

Les modèles précédents s'appuient tous sur la notion de viscosité turbulente. Ce concept est mis en défaut dans divers types d'écoulements, ce qui conduit à spécifier les contraintes de Reynolds à l'aide d'un système complet d'équations de transport. On parle alors de **modèles de second ordre ou modèles RSM**(« Reynolds Stress Models »).

Il existe aussi des modèles intermédiaires qui utilisent deux équations de transport et un ensemble de relations algébriques pour calculer les éléments du tenseur de Reynolds.

Le modèle de longueur de mélange : Prandtl (1925)

Soit une couche turbulente mince. Dans cette situation, le modèle de Prandtl consiste à représenter μ_t , coefficient de proportionnalité entre la contrainte et le gradient de vitesse, sous la forme :

$$\mu_t = \rho l_m^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|$$

La contrainte de Reynolds devient alors :

$$-\rho \overline{u'v'} = \rho l_m^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$$

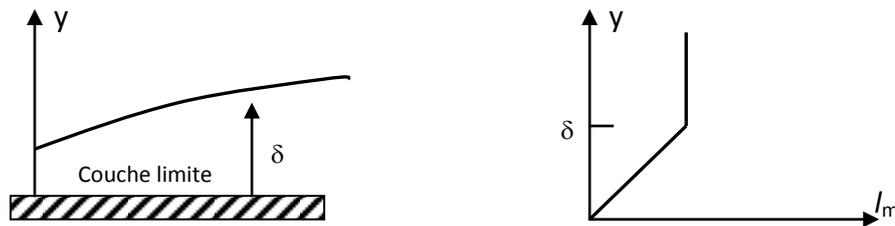


Fig. 1.8 Longueur de mélange dans une couche limite

La longueur de mélange l_m doit être déterminée de façon empirique. Le choix de la longueur de mélange l_m dépend du type d'écoulement envisagé et, de ce fait, les modèles de turbulence basés sur cette notion n'ont pas un degré de généralité élevé. Des améliorations de ce modèle (Van Driest, Cebeci-Smith..) permettent cependant l'analyse de la plupart des écoulements turbulents cisailés simples.

Modèles à une équation de transport

La quasi-totalité des modèles utilisent majoritairement la proposition de Prandtl et Kolmogorov selon laquelle :

$$\mu_t = C_\mu \rho k^{1/2} l$$

C_μ est une constante et l représente une échelle de longueur qui reste donnée par une relation algébrique. Ainsi la viscosité de turbulence dépend-elle, dans ce cas, de l'énergie cinétique de turbulence dont la racine carrée est prise comme une échelle de vitesse significative. La valeur de cette quantité, variable dans le champ de l'écoulement, est obtenue en résolvant une équation supplémentaire de transport sur k , d'où la terminologie de modèle à une équation.

Modèle à 2 équations de transport : k - ϵ

L'utilisation d'une seule équation de transport ne permet pas la détermination de l'échelle caractéristique l . Comme la distribution de cette échelle n'est pas connue a priori, la

spécification empirique de l s'avère difficile. Pour lever cette difficulté, on peut rechercher une nouvelle équation de transport permettant la détermination de cette échelle. Cette équation c'est l'équation de transport de la dissipation ε qu'on va voir dans le deuxième chapitre à coté de celle de l'énergie cinétique turbulente k .

I.2. Bibliographie

Les problèmes de dissipation thermique a une grande importance dans le domaine de l'industrie électronique l'étude et la maitrise de ces problèmes est indispensable afin d'assurer les garanties de fonctionnement et la fiabilité. la génération excessive de la chaleur nécessite une bonne et suffisante évacuation de la chaleur, sinon la durée de vie des composants électroniques sera affectée par cette génération excessive de chaleur (**Bouttout, [2]**). Un grand nombre des travaux numériques et expérimentaux ont été effectué par les chercheurs et les scientifiques concernant la convection sous ses trois formes, parmi ces travaux : **Icoz et Jaluria [1]**. , qui ont fait une simulation numérique de la convection naturelle en deux dimensions, dans un canal rectangulaire ouvert et contenant deux sources de chaleur identiques (figure I.9). L'objectif de cette étude est la simulation exacte des conditions aux limites proches de la réalité dans un canal. Les effets de la température des sources, des dimensions du canal, de l'emplacement des sources ainsi que le début de l'instabilité ont été étudiés. Les résultats indiquent que les dimensions du canal et la présence des ouvertures ont des effets considérables sur l'écoulement du fluide. Par contre leurs effets sur le transfert de chaleur sont relativement petits, l'augmentation de la hauteur du canal, donne un écoulement moins stable et par conséquent elle conduit à une diminution du nombre de Grashof critique.

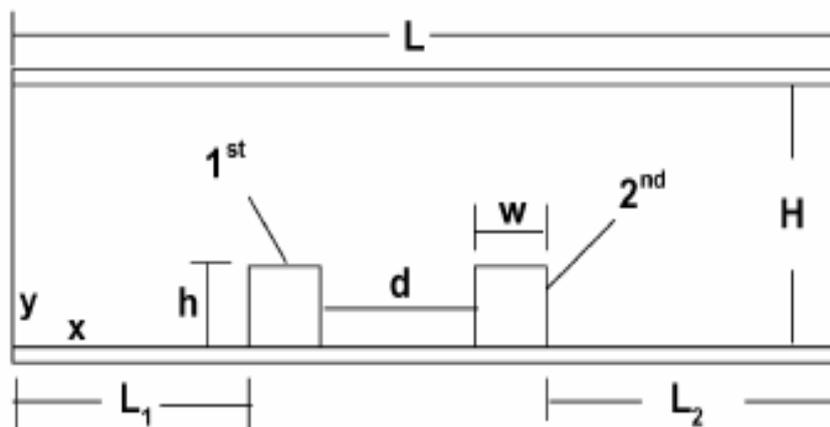


Fig. I.9 : Canal horizontal contenant deux composants électroniques [1].

Adel et Rachid [3] . ont étudié numériquement le refroidissement par convection mixte des composants électroniques montés dans un canal rectangulaire horizontal. Ils ont étudié l'effet

de nombre de Richardson, l'effet de variation des dimensions de l'élément de blocage et ainsi que l'effet de blocage partiel de l'écoulement sur le transfert de chaleur.

Il ont trouvé que le transfert de chaleur augmente avec le nombre de Richardson et aussi lorsque un élément de blocage est utilisé. Il ont aussi trouvé que l'emplacement de l'élément de blocage entre les deux composants est très favorable pour l'amélioration de transfert de chaleur.

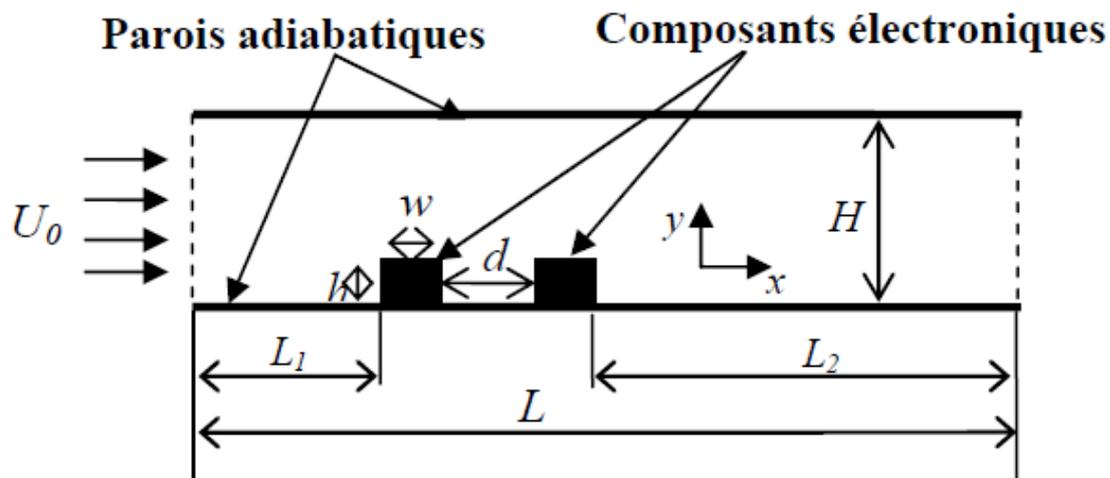


Fig. I.10 . Canal Horizontal contenant deux composants électroniques[3]

Manca et al. [4]. Ont fait une étude expérimentale de l'effet de la distance entre une plaque chauffée discrètement et une autre placée parallèlement à la première sur la convection. Trois bandes de sources chaudes étaient localisées en différentes positions, et plusieurs paramètres sont mis en jeu. La distance b variant de 4 à 7 mm, entre les parois, deux différentes valeurs du flux de chaleur dissipée par les sources chaudes et plusieurs angles d'inclinaison des deux plaques ont été pris. L'analyse a montré que pour des angles un peu plus grands que 85° , l'augmentation de b ne réduit pas la température de la paroi ; par contre, pour des angles très supérieurs à 85° , le résultat obtenu est totalement opposé.

Bazylak et al. [5]. ont fait une analyse numérique estimative du transfert de chaleur dû à des sources disposées sur la paroi inférieure d'une enceinte horizontale. Ils ont trouvé que les taux optimums de transfert de chaleur et le début de l'instabilité thermique dépendent de la longueur et de l'espacement des sources et du rapport d'aspect de l'enceinte. La transition du régime conductif au régime convectif est caractérisée par une gamme de valeurs du nombre de Rayleigh ; et cette dernière diminue en augmentant la longueur de la source. Seulement, pour de petites longueurs de la source la structure de la cellule de Rayleigh – Bénard se transforme en de petites cellules larges, ce qui veut dire que nous sommes en présence d'un important transfert de chaleur à la suite duquel, une bifurcation caractérisée par l'existence d'instabilités dans le système physique a été obtenue.

Gunes[6]. A fait une étude analytique de la convection naturelle dans un canal vertical contenant des sources de chaleur ,il a tiré des expressions analytiques décrivant les variations des champs de variables en régime stationnaire, en deux et en trois dimensions. Il a trouvé que pour de petits nombres de Grashof, ces expressions sont en excellent accord avec les solutions numériques dans tout le domaine de calcul. L'expression analytique du débit volumique à travers le canal et la variation du nombre de Nusselt a été obtenue par l'auteur.

Calgani et al. [7] ont étudié expérimentalement et numériquement le transfert de chaleur en convection naturelle dans des enceintes carrées chauffées par le bas et refroidies à partir des parois latérales. Leur étude est concentrée sur l'effet de l'augmentation de la longueur de la source sur le développement de l'échange de chaleur. Les études numérique et expérimentale montrent un transfert conductif pour $Ra \leq 10^4$ (nombre de Rayleigh), alors que le phénomène convectif se développe complètement pour $Ra \approx 10^5$, et le nombre de Nusselt local Nu est évalué à la surface de la source de chaleur et présente une allure symétrique près des sources de chaleur.

D'Orazio et al. [8] ont étudié numériquement la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire bidimensionnelle, remplie d'air, chauffée par le bas et refroidie par le haut. Les simulations numériques ont été réalisées pour différents rapports d'aspect et pour une gamme du nombre de Rayleigh ($10^3 \leq Ra \leq 10^5$). Les résultats montrent qu'en augmentant le nombre de Rayleigh progressivement, la nature de l'écoulement évolue comme suit : -une cellule stable, deux cellules stables, deux cellules périodiques, une à deux cellules périodiques et trois cellules périodiques.
-chaque bifurcation se caractérise par une symétrie/asymétrie et plus important encore, chaque bifurcation est accompagnée par une différence qui est plus ou moins grande du nombre Nusselt.

Furukawa et Yang [9] ont développé une méthode numérique pour connaître le comportement thermique d'un fluide s'écoulant entre dans deux plans parallèles où se trouvent des blocs générateurs de chaleur (sources de chaleur). Le système simule les passages de l'air de refroidissement à ces blocs dans un ensemble de circuits électroniques. Les résultats révèlent qu'à des valeurs basses du nombre de Reynolds, l'écoulement atteindra un état qui est complètement développé en un certain bloc à l'entrée et que la conductivité thermique de la plaque et la résistance thermique de contact entre l'élément générateur de chaleur et cette plaque a un impact considérable sur les performances thermiques.

Bhowmik et Tou [10] ont effectué des expériences a fin d'étudier le transfert de chaleur en régime transitoire monophasé en convection forcée. Le dispositif expérimental comporte quatre (4) sources de chaleur montées dans un canal vertical rectangulaire.

L'eau est utilisée comme fluide de refroidissement et l'écoulement comprend une large gamme du nombre de Reynolds basé sur la longueur de la source de chaleur, en régime laminaire, variant de 800 à 2625. Les résultats expérimentaux indiquent que le transfert de chaleur est fortement lié au nombre de sources et au nombre de Reynolds. Les résultats montrent aussi que plus la hauteur du composant est grande, plus le transfert de chaleur est plus important.

Fu et Tong[11] ont fait une simulation numérique de la convection forcée, en étudiant l'influence d'un cylindre oscillant sur le transfert de chaleur dans un nombre de sources de chaleur soumises à un écoulement dans un canal horizontal. La méthode Lagrange - Euler de description cinématique a été adoptée pour décrire les champs d'écoulement et de température, et la méthode des éléments finis a été appliquée pour résoudre les équations gouvernantes. Les résultats montrent que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds et s'améliore remarquablement pour une grande oscillation du cylindre.

Timothy et Vafai [12], ont fait une investigation détaillée sur le refroidissement par convection forcée d'un ensemble de sources de chaleur sur la paroi inférieure d'un canal. L'étude emploie les variations de la hauteur, de la largeur de la source, également sa conductivité thermique normalisée K_s / K_f où K_s est la conductivité thermique de la source et K_f du fluide, et aussi l'influence du nombre de Reynolds. Les résultats de cette investigation montrent que la forme et le matériau de la source ont des effets considérables sur les caractéristiques de l'écoulement et du transfert thermique.

Kim et al. [13] ont effectué une investigation numérique dans un canal contenant deux blocs chauffés d'un écoulement pulsatoire et des caractéristiques du transfert de chaleur qui l'accompagnent (figure I.11). A l'entrée du canal, l'écoulement est maintenu à une température uniforme T_c , animé d'une vitesse $U_i = U_0(1 + A \sin \omega \tau)$, (où U_0 est la vitesse d'un cycle de l'écoulement à l'entrée, A est l'amplitude d'oscillations de la vitesse d'entrée, ω la vitesse angulaire et τ est le temps). Les surfaces des blocs sont maintenues à une température constante T_h . Les résultats obtenus indiquent que la recirculation des écoulements derrière les blocs situés en aval et entre les blocs est affectée substantiellement par le nombre de Reynolds, par le nombre de Strouhal, $St = fH/U_0$, f étant la fréquence des oscillations, par l'amplitude de la pulsation et enfin par l'espace entre les blocs.

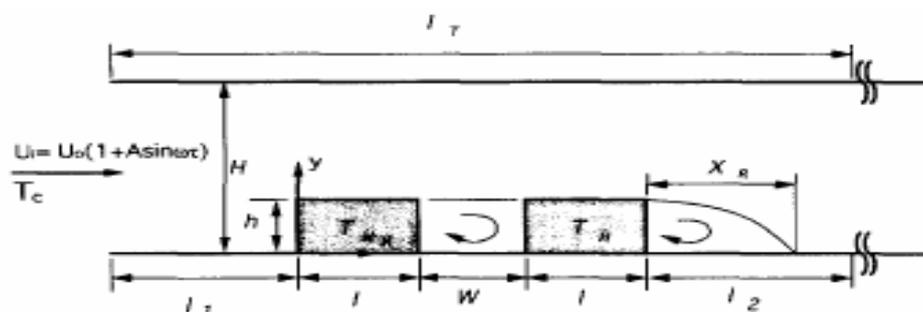


Figure I.11: Canal horizontal contenant des blocs chauffés en présence d'un écoulement pulsatoire [13].

Young et Vafai [14], ont fait une investigation numérique de la convection forcée pour un fluide compressible dans un canal muni d'obstacles chauffés et montés sur sa paroi inférieure (figure I.12). Ils ont étudié les effets du nombre de Reynolds, de la hauteur, de la largeur et de l'espacement des obstacles ainsi que de leur conductivité thermique. Les résultats montrent

que tous ces paramètres ont des influences remarquables sur la variation du nombre de Nusselt moyen des composantes de la vitesse et de la distribution de la température au sein du fluide.

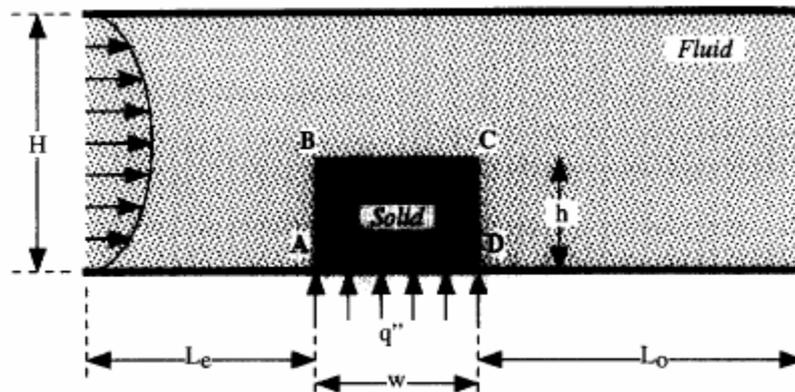


Figure I. 12: Canal contenant un seul obstacle Chauffé [14].

Mohamed [15] a fait une investigation expérimentale dans le but de connaître les caractéristiques du refroidissement à air dans un dispositif de refroidissement. Quatre dispositifs de 9, 16, 25 et 36 modules placés dans la même région et mis en saillie. Les résultats indiquent que le coefficient de transfert de chaleur moyen augmente légèrement avec l'augmentation de la température du dispositif du module, mais l'augmentation est considérablement plus élevée avec l'augmentation des vitesses d'écoulement de l'air et de la hauteur du module.

Korichi et al. [16] ont fait une étude numérique de la convection forcée laminaire transitoire, dans un canal en présence d'un cylindre de section carrée. Les calculs ont été effectués pour le cas de l'air ($Pr=0.71$) et un rapport de blocage ($H/D = 0.1$). Les résultats permettent de conclure que l'écoulement est permanent pour $Re \leq Re_{cr}$ et donne naissance à des tourbillons alternés pour $Re > Re_{cr}$. La valeur de Re_{cr} dépend du rapport H/D . Pour $Re_{cr}=60$, le transfert de chaleur est maximal le long de la face frontale et faible le long de face arrière située dans la zone du sillage. Le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds.

Papanicolaou et Jaluria [17] ont fait une simulation numérique de la convection mixte transitoire du régime stationnaire laminaire au régime périodique dans une cavité bidimensionnelle aérée et soumise à un échauffement local. Les résultats montrent que dès que le nombre de Grashof critique Gr_{cr} est dépassé, une situation instable surgit. Les résultats montrent que les effets thermiques affectent essentiellement les paramètres de l'écoulement comme la fréquence des oscillations qui est proportionnelle au nombre Grashof et inversement au nombre de Reynolds. Les résultats montrent aussi que la fréquence et

l'amplitude des oscillations ne dépendent pas des conditions initiales ni de l'incrément de temps, mais un grand maillage donnera des fréquences et des amplitudes très grandes.

Bhowmik et al.[18] ont effectué des expériences à l'état stationnaire pour étudier le transfert de chaleur en convection mixte de quatre éléments électroniques chauffants placés dans un canal rectangulaire vertical, utilisant l'eau comme fluide caloporteur. Les effets du flux de chaleur, du débit, des paramètres géométriques et du nombre d'éléments chauffants ont été examinés. Les résultats expérimentaux indiquent que le transfert de chaleur est fortement lié au nombre de Reynolds. Des corrélations empiriques ont été développées pour des relations utilisant les nombres de Nusselt, de Reynolds et de Grashof basés sur le diamètre hydraulique du canal.

Icoz et Jaluria [19] ont élaboré une méthodologie pour la conception et l'optimisation des systèmes de refroidissement des équipements électroniques. Dans cette approche, les données expérimentales ou de modélisation numérique, notamment, le nombre Reynolds et la dimension des composants ont été utilisés pour obtenir une conception acceptable et optimale. Deux configurations simples ont été utilisées pour démontrer cette approche, Fig. I.13a et Fig. I.13 b. Cette investigation montre qu'on peut utiliser les résultats qui permettent de réaliser des géométries adéquates et optimales dans le but d'avoir le meilleur dispositif de refroidissement des composants électroniques.

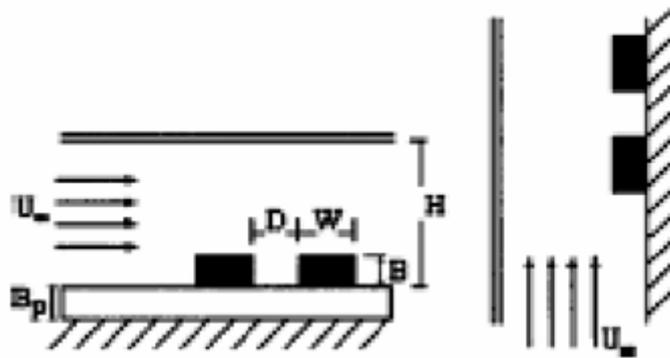


Figure I. 13a: Canaux horizontal et vertical contenant des composants électroniques [19]

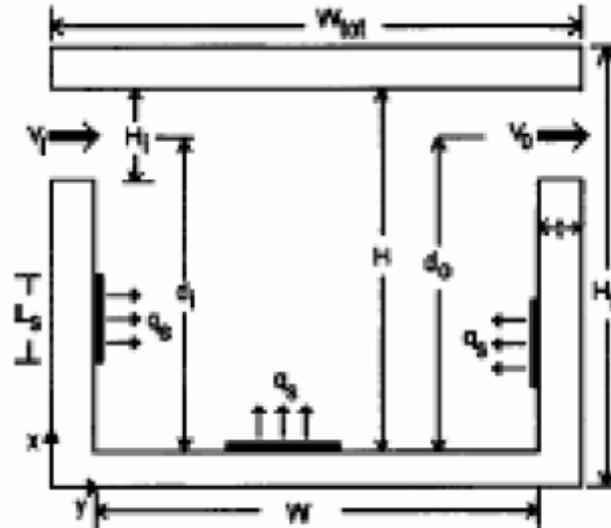


Figure I.13b : Cavité carrée contenant des sources de chaleur [19]

Wang et Jaluria [20] ont étudié numériquement le transfert de chaleur conjugué dans une conduite rectangulaire tridimensionnelle avec deux sources de chaleur dans le cadre du refroidissement des équipements électroniques (figure I.14). Le nombre de Grashof est fixé à 10^6 , et le fluide utilisé est de l'air. Les résultats montrent que le nombre de Reynolds, l'arrangement spatial des sources de chaleur et le rapport des conductivités thermiques, $K=K_s/K_{air}$, ont des effets considérables sur l'amélioration du transfert de chaleur. Les magnitudes des échanges thermiques par conduction et par convection ont été comparées pour différentes combinaisons paramétriques.

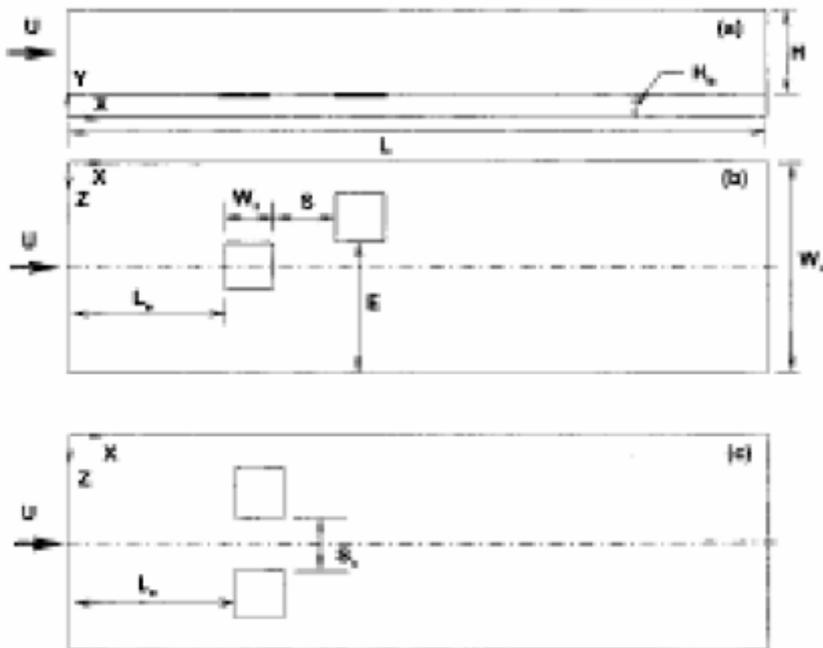
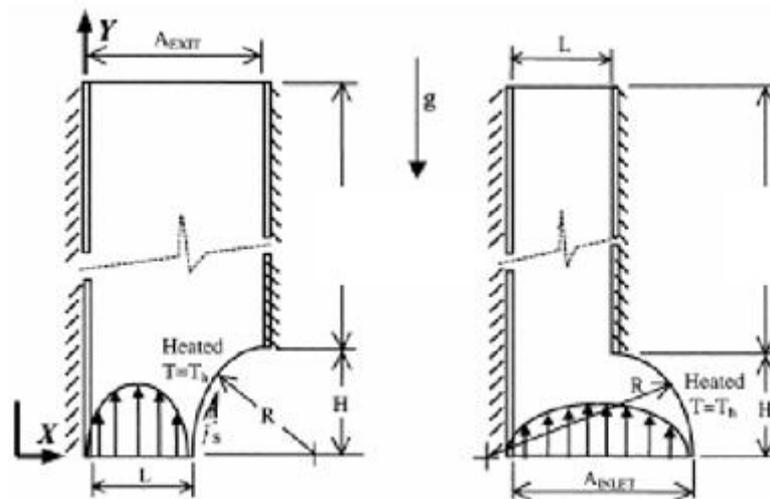


Figure I.14 : Différentes configurations géométriques [20]

H : hauteur de la conduite	s : espace entre les sources parallèlement
w _b : largeur de la source	L : longueur de la conduite
w _d : largeur de la conduite	L _e : longueur de la conduite à l'entrée
Sh : espace entre les sources transversalement.	

Wang et Jaluria [21], ont étudié par une simulation numérique la stabilité en convection mixte tridimensionnelle dans une conduite horizontale rectangulaire à faibles nombres de Reynolds. Des sources de chaleur sont montées sur la surface d'en bas, modélisant les éléments du circuit intégré. Le fluide considéré est l'air. Les résultats montrent qu'il y a quatre types d'écoulements, c-à-d en rouleaux longitudinaux, en rouleaux transversaux, en mélange et en écoulement chaotique. Les rouleaux longitudinaux et rouleaux transversaux coexistent pour des nombres de Reynolds supérieurs à 3 et des nombres de Grashof de l'ordre de 10^4 . L'écoulement devient chaotique pour des $Re < 3$ et des nombres de Grashof très élevés.

Le transfert de chaleur par convection mixte a été étudié numériquement par **Moukalled et al [22]** dans deux canaux verticaux, ayant des parois courbées considérées comme des sources de chaleur. La première a une forme concave et l'autre une forme convexe (figure I.15). Les résultats ont été obtenus pour plusieurs rapports de courbure (R/L) (concave et/ou convexe) et pour certaines valeurs du nombre de Richardson $Ri = Gr/Re^2$, et ont été comparés avec ceux des canaux droits. Ils montrent que le transfert global dans la surface convexe est toujours plus grand que celui dans un canal droit à égale hauteur pour de faibles rapports (R/L) et des Ri élevés. Cependant, au dessous d'une valeur critique, Ri_{cr} , l'amélioration du transfert de chaleur est obtenue avec les surfaces concaves.



(a) Canal avec une entrée convexe; (b) canal avec une entrée concave

Figure I.15 Géométrie de la référence [22]

Wu et Perng [23] ont étudié numériquement l'effet d'une plaque oblique sur l'amélioration du transfert de chaleur en convection mixte, au dessus de blocks chauffés dans un canal horizontal en régime stationnaire (figure I.16). Cette plaque est installée pour modifier l'écoulement à l'intérieur du canal en produisant un tourbillon. Les résultats indiquent que l'installation d'une plaque oblique et l'association de l'effet de flottabilité au tourbillon a des influences profondes sur l'amélioration des caractéristiques du transfert de chaleur et l'instabilité du champ d'écoulement.

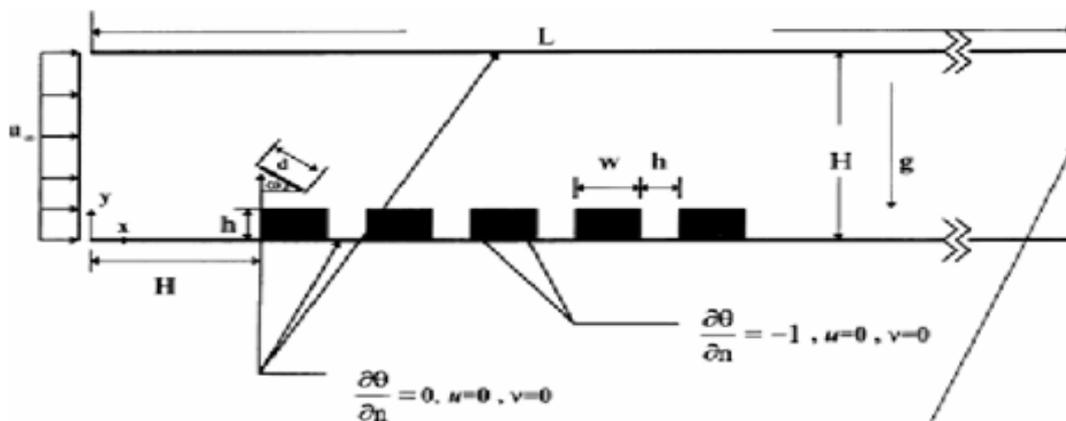


Figure I.16: Canal contenant des composants électroniques avec une plaque oblique [23]

Une étude numérique a été présentée par **Islam et al.[24]** sur le transfert de chaleur par convection mixte en régime stationnaire laminaire, et particulièrement, à l'entrée de la partie annulaire horizontale de deux cylindres coaxiaux, utilisant l'air et l'eau comme caloporteurs. Les conditions aux limites choisies essentiellement sont que le flux de chaleur soit uniforme à la paroi interne et que la paroi externe soit adiabatique. Les études révèlent que l'augmentation du nombre Rayleigh améliore le transfert de chaleur, que le nombre de Nusselt moyen augmente avec le rapport d'aspect et avec le nombre de Prandtl lorsque la longueur axiale Z est au dessus d'une certaine valeur, et que l'effet du nombre de Reynolds est très minime sur le nombre de Nusselt moyen aussi bien que sur le coefficient de frottement.

Fang [25] a fait une investigation numérique dans laquelle il a étudié l'effet de la convection mixte sur l'enlèvement hydrodynamique transitoire d'un contaminant dans une cavité (fig. I.17). Le fluide utilisé est l'eau. Le processus de renouvellement du fluide dans la cavité a été modélisé par une solution numérique des équations de Navier – Stokes. Les résultats montrent que le processus de nettoyage est amélioré en augmentant le nombre de Grashof et que pour des valeurs du nombre de Grashof supérieures à 4000, un comportement oscillatoire de l'écoulement est observé.

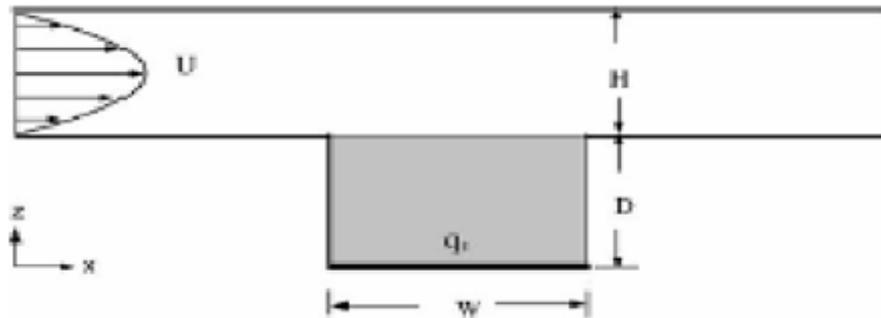


Figure I.17: Conduit horizontal avec cavité rectangulaire ayant une source de chaleur [25].

Chen et al. [26] ont fait une combinaison qui consiste en la visualisation expérimentale et la mesure de la température, pour pouvoir étudier la stabilisation possible et l'élimination de l'instabilité due à la force de flottabilité, en convection mixte, dans une conduite horizontale. Ceci a été fait en plaçant une plaque chauffée en haut de cette conduite. Les résultats montrent que pour des nombres de Reynolds variant entre 1 et 50 et des nombres de Rayleigh fixés à 8000, 6000 et 4000, la plaque chauffée produit un grand effet de stabilisation et d'élimination du vortex des écoulements. Ainsi, en augmentant la température de cette plaque, l'écoulement tourbillonnaire pourra être régularisé et devenir périodique et même stationnaire.

Lin et Chen [27]. Ont fait une étude numérique de l'instabilité thermique dans un écoulement en convection mixte sur des plaques horizontales et inclinées. Les résultats montrent que l'augmentation de l'inclinaison stabilise l'instabilité thermique et n'a pas d'effets prononcés sur le nombre de Nusselt et fait augmenter la valeur du nombre de Grashof critique.

Bousedra et al. [28] ont étudié expérimentalement la convection mixte dans un écoulement laminaire d'eau dans la région d'entrée d'une conduite semi circulaire avec des inclinaisons ascendante et descendante, d'un angle variant entre -20 et $+20$, en imposant un flux de chaleur constant et axial. L'expérience a été conçue pour déterminer l'effet de l'inclinaison, en particulier, descendante sur la température de la paroi et sur les nombres de Nusselt local et global pour trois valeurs du nombre de Reynolds 500, 1000 et 1500 et pour différents nombres de Grashof. Les résultats révèlent que pour les inclinaisons ascendantes, le nombre de Nusselt et la température de la paroi augmentent avec le nombre de Grashof. Pour les inclinaisons descendantes, le nombre de Reynolds a un effet très important sur le nombre de Nusselt moyen.

Barletta [29] a fait une étude d'analyse de la convection mixte dans un canal vertical en tenant compte de l'effet de la dissipation visqueuse. Les deux parois verticales ont été considérées isothermes ou différentiellement chauffées. Les champs de vitesses et de

températures adimensionnels et le nombre de Nusselt ont été évalués dans les deux cas. Les résultats montrent que l'effet de la dissipation visqueuse peut être important, spécialement, dans le cas de l'écoulement ascendant. L'une des conséquences des termes de la dissipation visqueuse et que le transfert de chaleur n'est pas dû simplement à la conduction pure comme dans le cas où on néglige la dissipation visqueuse

YOO [30] a présenté une étude numérique de la convection mixte de l'écoulement de l'air, entre deux cylindres concentriques maintenus à des températures constantes puis différentes. L'écoulement forcé est induit par le cylindre extérieur froid qui tourne lentement avec une vitesse angulaire constante. Les investigations ont été faites pour différentes combinaisons de Ra , Re et du rapport du diamètre du cylindre intérieur sur l'écart des diamètres intérieur et extérieur σ , pour $Ra < 10^5$, $Re < 1500$ et $0.5 < \sigma < 5$. Les résultats montrent qu'il y a trois types d'écoulements : écoulements à deux tourbillons, écoulements à un tourbillon et à aucun tourbillon. La circulation du fluide dans la direction de rotation des cylindres diminue en augmentant le nombre de Rayleigh. Le transfert de chaleur global à la paroi est rapidement réduit lorsqu'on atteint la valeur critique du nombre de Reynolds à la transition.

Barletta et Zankini [31] ont étudié analytiquement la convection mixte laminaire avec dissipation visqueuse dans un canal incliné, dont les parois sont maintenues respectivement aux températures $T1$ et $T2$. Deux cas sont considérés : en premier lieu, la convection forcée avec dissipation visqueuse et les effets des forces de buoyance pour des valeurs fixes du nombre de Brinkman, $Br = \Delta T / T2 - T1$, où $\Delta T = \mu U_o^2 / k$ la différence de température de référence, U_o est la vitesse à l'entrée, μ est la viscosité dynamique du fluide et k est la conductivité thermique. En second lieu, la convection mixte sans dissipation visqueuse et les effets du nombre de Brinkman pour des valeurs fixes du nombre de Grashof ont été analysés. Les résultats montrent que la dissipation visqueuse améliore les effets des forces de buoyance et vice versa.

Kim et al. [32]. ont étudié numériquement les caractéristiques de l'écoulement et du transfert de chaleur en convection mixte dans un canal avec des sources de chaleur attachées à une paroi du canal. La géométrie de l'écoulement modélise le processus de refroidissement des microplaquettes intégrées, de hautes densité de puissances montées sur un système de circuits imprimés multi - couches (Figure I.18). Les résultats trouvés du nombre de Nusselt local le long des surfaces des sources et de la distribution de la température et la densité du flux de chaleur sur la surface des plaques, indiquent qu'on peut affirmer que les hypothèses trop simplificatrices ne sont pas appropriées pour simuler le refroidissement des équipements électroniques.

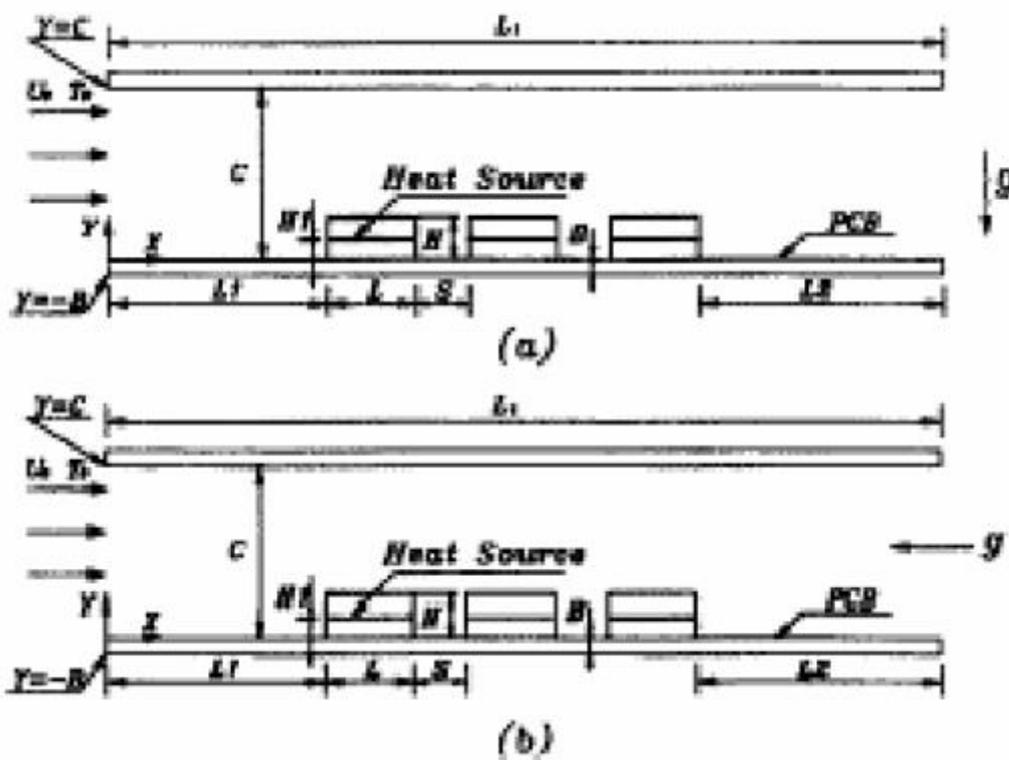


Figure I.18: Géométries des écoulements [32]

- (a) - canal horizontal
 (b) - canal vertical

Nomenclature de la figure I.18 :

L_t : Longueur totale du canal	L_1 : Longueur de l'entrée du canal jusqu'à la première source
L : Longueur de la source	L_2 : Longueur de la deuxième source jusqu'à la sortie du canal
H : Hauteur de la source	H_1 : Hauteur de la source à la paroi
S : Espace entre les sources	B : Epaisseur de la paroi
C : Espace entre les parois du canal	<i>Heat source</i> : Source de chaleur

Saldana [33] a fait une étude numérique de la convection mixte dans un canal tridimensionnel chauffé par sa paroi inférieure (marche) à une température constante, tandis que la paroi supérieure est maintenue à une température plus inférieure. La marche est conductrice de la chaleur et les deux autres faces sont adiabatiques. Les effets des forces de buoyance sur la distribution de la vitesse et de la température ont été étudiés pour trois différents nombres de Richardson ($Ri=0$, $Ri=2$, $Ri=3$) et pour un nombre de Reynolds Re fixé à 200. Les résultats montrent que les champs de vitesse et de température pour la convection forcée sont très différents de ceux de la convection mixte et lorsque les forces de buoyance deviennent prédominantes, une importante couche limite est localisée au niveau de la paroi supérieure, les rouleaux convectifs deviennent plus bouclés et les composantes de la vitesse deviennent plus grandes.

Abid et al. [34] ont fait une étude expérimentale sur l'intermittence spatio-temporelle d'écoulement cylindrique dans un conduit horizontal en convection mixte laminaire, en mesurant le gradient de la température sur la paroi. Les résultats montrent que pour de fortes valeurs du débit il apparaît un phénomène d'intermittence pour lequel le gradient de température varie au cours du temps avec de grandes amplitudes dépendant de la position de la section étudiée et de la vitesse du fluide. C'est le phénomène que les auteurs ont tenté de caractériser, en l'examinant comme une transition du régime laminaire au régime turbulent.

Leong et al. [35] ont étudié numériquement le transfert de chaleur résultant de la convection mixte d'un fond d'une cavité ouverte (Fig I.19) chauffée et soumise à un courant d'air externe pour $1 \leq Re \leq 2000$ et $0 \leq Gr \leq 10^6$, pour différents rapports d'aspect ($A=0.5$, 1, 2 et 4). Les résultats montrent que les nombres de Reynolds et de Grashof contrôlent l'aspect des cellules formées, alors que le rapport d'aspect a une influence sur leurs orientations. Les auteurs ont montré aussi que le transfert de chaleur est approximé d'une part par la convection naturelle (à faibles nombres de Reynolds), et d'autre part par convection forcée (pour des nombres de Reynolds plus élevés), mais il est réduit en convection mixte où l'écoulement peut devenir instable .

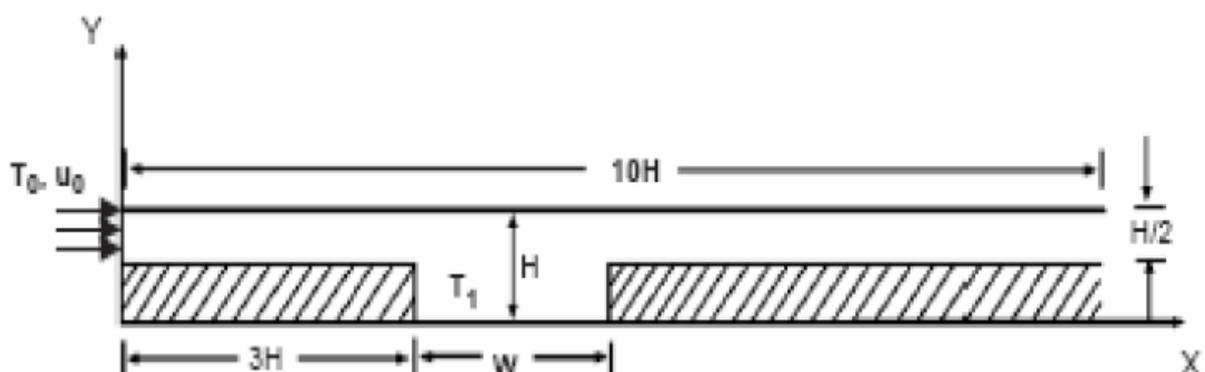


Figure I.19: Canal bidimensionnel avec une cavité ouverte sur la paroi inférieure.

Chang et shian [36]. On fait une investigation numérique dans l'intention d'étudier les effets d'une cloison horizontale sur les caractéristiques de transfert de chaleur en convection

mixte avec écoulement pulsatoire, dans un canal ouvert (Figure I.20). Les influences des fréquences de pulsation, de la magnitude du nombre de Prandtl et de la position de la cloison pour différents nombres de Richardson Ri sont explorées. Les résultats obtenus montrent que le transfert de chaleur est meilleur lorsqu'on utilise une cloison et l'écoulement pulsatoire. le nombre de Nusselt moyen augmente pour de grandes valeurs du nombre de Reynolds, de la magnitude des pulsations et du nombre de Prandtl.

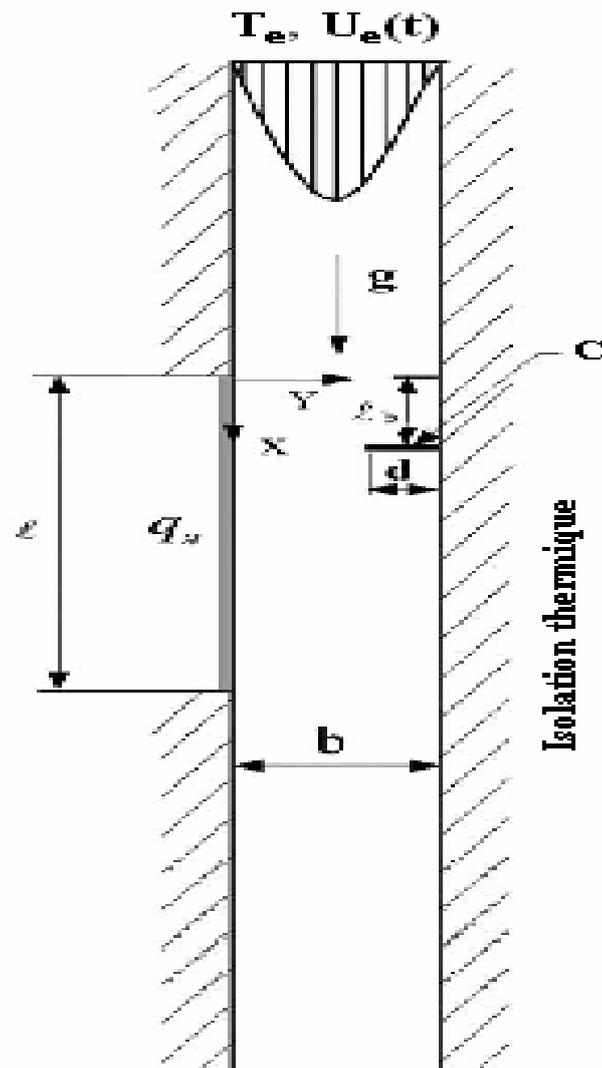


Figure (I.20) : Canal vertical ouvert avec cloison soumise à un écoulement avec pulsations
 Baffle : cloison
 Thermally insulated: thermiquement isolé

Habchi et Acharya [37] ont fait une investigation numérique de la convection mixte de l'air dans un canal vertical (Fig I.21), contenant un obstacle sur l'une de ses parois supposée chauffée, alors que l'autre est considérée comme adiabatique ou chauffée aussi (deux cas).

Les résultats indiquent qu'à de faibles valeurs du nombre Richardson, le maximum de la vitesse se trouve à proximité de la paroi adiabatique et de la paroi chaude lorsque Ri augmente. Un écoulement inverse est prédit derrière l'obstacle, où les variations de température sont faibles. Le nombre de Nusselt moyen en amont et au niveau de l'obstacle augmente lorsque Ri diminue. Derrière cet obstacle, le nombre de Nusselt diminue lorsque le nombre Grashof augmente. Pour les deux cas, les nombres de Nusselt moyens sont plus petits que ceux dans un conduit lisse.

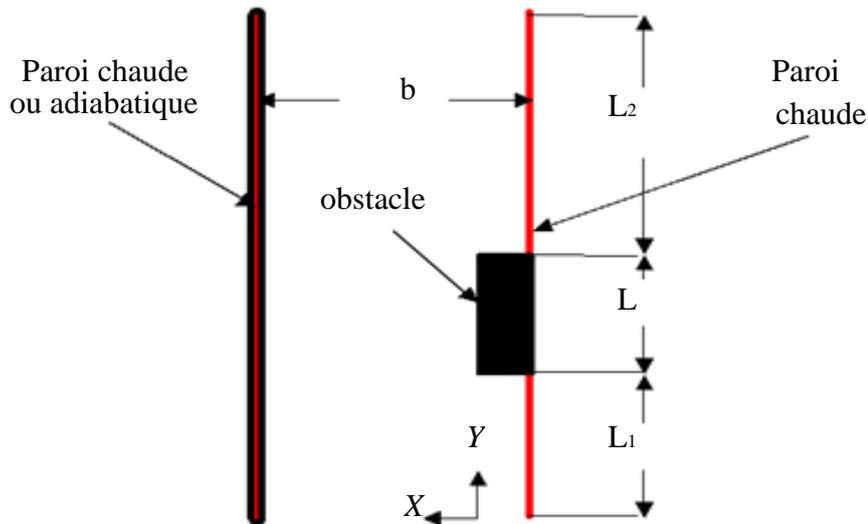


Figure I.21: Canal vertical contenant un obstacle rectangulaire sur sa paroi chaude [37].

Banarjee et al [38] ont étudié le refroidissement passif par convection naturelle de deux semi-conducteurs disposés horizontalement sur la surface inférieure d'une enceinte carrée dont les parois sont isolées thermiquement (Fig. I.22). Leurs résultats découlent des variations des longueurs dimensionnelles liées au domaine d'étude ainsi qu'aux sources elles mêmes. Ils ont conclu qu'il existe une longueur spécifique du composant qui produit une température constante maximale sur chaque composant.

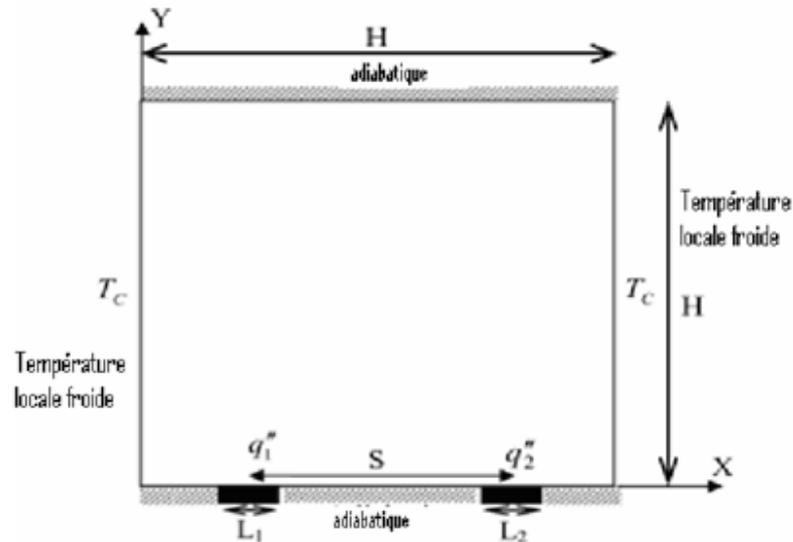


Fig. I.22: Schéma de la configuration avec 02 sources de chaleur [38]

I.3. Objectif du travail

L'objectif de ce travail réside dans le fait de déterminer les effets de la présence de trois blocs- dans un canal horizontal à section rectangulaire- sur l'amélioration de la dissipation de la chaleur échangée par convection mixte à travers une partie de la surface de la paroi inférieure du canal. Ces effets sont quantifiés pour deux cas différents

- Lorsque le nombre de Richardson est inférieure à 1 (convection naturelle plus importante que la convection forcée)
- Lorsque le nombre de Richardson est supérieure à 1 (convection forcée plus importante que la convection naturelle)

On a aussi étudié l'effet du placement d'un turbulateur au dessus du premier obstacle sur l'amélioration de la convection mixte. Le régime de l'écoulement étudié est turbulent et stationnaire.

Ce mémoire présente dans son premier chapitre, des rappels sur la convection et la turbulence ainsi qu'une recherche bibliographique. Au second chapitre le problème à étudier est géométriquement décrit ainsi que le model mathématique utilisé, quand au troisième chapitre l'accent est mise sur la méthode numérique utilisée, où le logiciel utilisé est présenté.

Dans le quatrième chapitre les résultats numériques sont présentés avec leurs discussions, en suite le mémoire est clôturé par une conclusion et des recommandations.

Chapitre II

Modèle mathématique

II.1. Introduction

Le terme convection est habituellement connu sous le nom de transport d'énergie par gradients potentiels et mouvements du fluide. La convection est un mode de transfert de chaleur qui est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz.

Ce chapitre est consacré à la mise en équations du problème considéré en utilisant les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Ces dernières expriment les principes fondamentaux de la physique.

On commence par une description et présentation du problème et les conditions aux limites puis on passe à l'écriture des équations gouvernantes.

II.2. Géométrie du problème :

La géométrie du problème considéré est schématisée par la figure II.1. Elle consiste en trois blocs chauffés (sources de chaleur), montés dans un canal horizontal de longueur L et de hauteur H . Les deux parois supérieure et inférieure sont supposées adiabatiques. À l'entrée du canal, l'air forcé pénètre avec une vitesse U_0 à l'intérieur du canal pour refroidir les blocs chauffés. Ces blocs sont montés sur la paroi inférieure du canal. Chacun a une longueur w et une hauteur h . La distance entre l'entrée du canal et le premier bloc est égale à H .

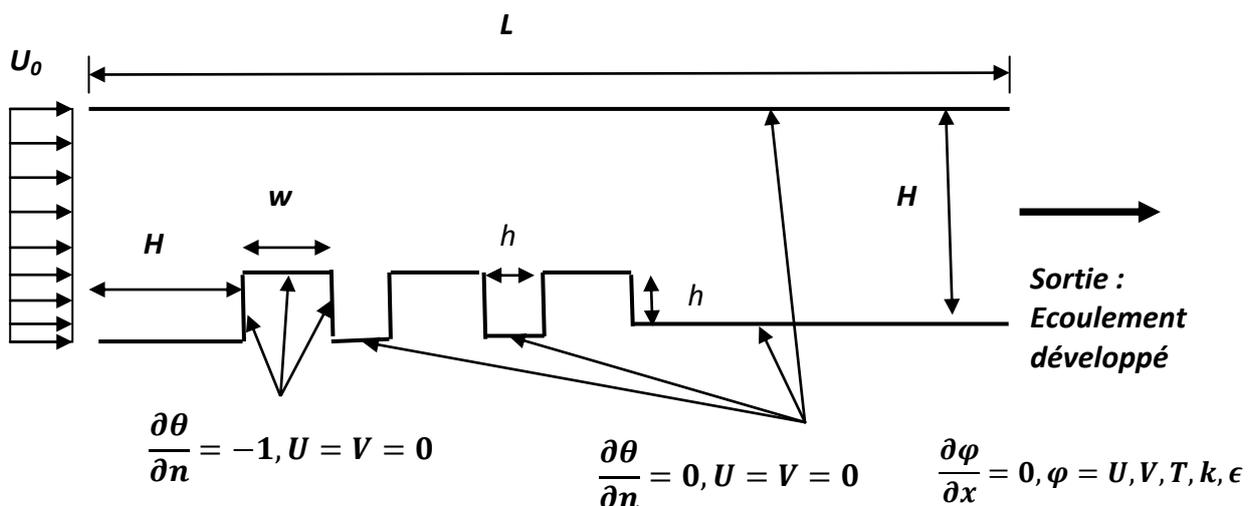


Figure II.1: Géométrie du problème et conditions aux limites

Conditions aux limites :

On fait les changements de variables suivants :

$$X = x/H \quad Y = y/H \quad U = u/U_0 \quad V = v/U_0 \quad \theta = ((T - T_0) / (qH/k))$$

Où U_0 et T_0 sont les vitesses et températures du fluide à l'entrée. q est le flux thermique sortant des parois des blocs. k est la conductivité thermique du fluide.

Les conditions aux limites du problème sont présentées dans le tableau II .1.

Pour les conditions de l'entrée, les valeurs de k et ε sont fixées par l'intermédiaire de la longueur caractéristique de la turbulence l et l'intensité turbulente I :

Limites	Conditions Hydrodynamiques	Conditions thermiques et conditions de turbulence
X=0 entrée du canal	U=1 V=0	$\theta = 0$ $k_{entrée} = \frac{3}{2} I^2 U_0^2$ $\varepsilon_{entrée} = k_{entrée}^{3/2} / l$
X= L/H sortie du canal	$dU/dX=0 \quad dV/dX=0$ (écoulement établi)	$d\theta/dX=0$ $dk/dX=0 \quad d\varepsilon/dX=0$ (écoulement établi)
Y=0 paroi inférieure	U=V=0	$d\theta/dn=0$ (adiabatique) k et ε calculées à partir des fonctions de paroi
Y= 1 paroi supérieure	U=V=0	$d\theta/dn=0$ (adiabatique) k et ε calculées à partir des fonctions de paroi
Les parois des blocs	U=V=0	$d\theta/dn= -1$ (flux imposé) k et ε calculées à partir des fonctions de paroi

Tableau II .1 : Conditions aux limites

II.3. Hypothèses :

- Fluide Newtonien
- Milieu continu.
- Ecoulement bidimensionnel.
- Régime turbulent.
- La dissipation visqueuse est négligeable et pas de sources de chaleur au sein du fluide.
- L'approximation de Boussinesq est valide, elle consiste à considérer que les variations de la masse volumique sont négligeables aux niveau de tous les termes des équations de quantité de mouvement (masse volumique constante) , sauf au niveau de terme de la force de buoyance. La variation de masse volumique en fonction de la température est donnée comme suit:

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{II.1})$$

Où T_0 est la température de référence.

β : Le coefficient d'expansion thermique à pression constante.

ρ_0 : masse volumique de fluide à la température T_0 .

On écrit les équations gouvernantes en prenant compte de toutes ces hypothèses.

II.4. Equations gouvernantes:

La formulation mathématique des phénomènes de convection repose sur les équations liant les différents paramètres à savoir: la vitesse, la pression et la température.

Ces équations proviennent de la prise de la moyenne dans le temps des équations de Navier Stokes. On obtient en conséquence les équations de Reynolds(RANS) données ci-dessous et exprimant

- la loi de conservation de masse (équation de continuité).
- la loi de conservation de la quantité de mouvement.
- la loi de conservation de l'énergie (équation de l'énergie).

II.4.1. Equation de continuité :

Cette équation est déduite du principe de conservation de masse. Puisque l'air est considéré comme étant un fluide incompressible ($\rho = \text{constante}$), Elle s'exprime sous forme tensorielle comme suit :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{II.2})$$

Où \bar{u}_i est la composante de la vitesse moyenne dans la direction i

II.4.2. Equations de la quantité de mouvement :

Cette équation est déduite de la deuxième loi de la dynamique, qui stipule que la variation de quantité de mouvement d'une particule fluide est égale à la somme des forces extérieures sur cette particule. Dans ce cas l'axe des coordonnées Y est de sens opposé à l'accélération due à la gravité \vec{g} , donc les composantes de g sont $(0, -9.81)$ et la force volumique peut s'écrire :

$$\text{Force volumique} = -\rho g_i + \rho_0 g_i$$

En substituant pour ρ de l'équation (II.1) nous obtenons :

$$\text{Force volumique} = g_i \beta (\bar{T} - T_0) \rho_0$$

L'équation de quantité de mouvement s'écrit donc sous forme tensorielle comme suit, après division des deux membres par ρ_0 :

$$\bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{u'_j u'_i} \right) + g_i \beta (\bar{T} - T_0) \quad (\text{II.3})$$

$\bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$ représente le taux net de transport de quantité de mouvement suivant la direction i par mouvement de fluide.

$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}$ représente les forces dues à la pression .

$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right)$ représente les forces nettes de viscosité.

$g_i \beta (\bar{T} - T_0)$ représente les forces de volume suivant la direction i .

Les équations (II.3) sont les équations RANS et représentent la conservation de quantité de mouvement d'un fluide visqueux incompressible .

Les contraintes de Reynolds $\overline{u'_j u'_i}$ sont modélisés en utilisant l'hypothèse de Boussinesq qui relie les contraintes aux gradients de vitesse, ce qui donne:

$$\overline{u'_j u'_i} = -\nu_t \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (\text{II.4})$$

Où ν_t est la viscosité cinématique turbulente. Elle n'est pas une propriété du fluide mais elle dépend de l'écoulement envisagé et δ_{ij} est le symbole de Kronecker. Il est égal à 1 si $i = j$ et 0 si $i \neq j$

II.4.3. Equation de l'énergie :

$$\overline{u}_j \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} - \overline{u'_j T'} \right) \quad (\text{II.5})$$

Dans l'équation de l'énergie, le concept de diffusivité turbulente α_t liée à la viscosité turbulente par l'intermédiaire du nombre de Prandtl turbulent Pr_t est introduit. Ce nombre sans dimension est en général donné par l'expérience. La corrélation $\overline{u'_j T'}$ est donc modélisée comme suit :

$$\overline{u'_j T'} = \alpha_t \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} = \frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} \quad (\text{II.6})$$

II.5. Modèle k-ε :

Le modèle le plus utilisé aujourd'hui pour les applications industrielles et des calculs d'écoulement et de transfert de chaleur sont les modèles de viscosité à deux équations (k-ε).

Le modèle (k-ε) standard est un modèle semi empirique basé sur les équations de transport de l'énergie cinétique turbulente k et de sa dissipation ε. L'équation modélisée de l'énergie turbulente est dérivée de l'équation exacte. Celle de la dissipation est obtenue sur la base d'un raisonnement physique.

II.5.1. Equation de l'énergie cinétique :

Elle est donnée par l'expression suivante:

$$\bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \varepsilon \quad (\text{II.7})$$

La viscosité turbulente est obtenue en combinant k et ε come suit:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (\text{II.8})$$

II.5.2. L'équation de transport de taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente :

$$\bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_1 \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \frac{\varepsilon}{k} - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (\text{II.9})$$

Les constantes usuelles du modèle de turbulence k-ε ont été obtenus à partir de l'expérience ou de la théorie. Elles ont les valeurs suivantes.

$$C_\mu = 0.09, \quad C_1 = 1.44, \quad C_2 = 1.92, \quad \sigma_k = 1, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3.$$

Pour notre application, le modèle de fermeture k-ε a été choisi parce qu'il permet de réaliser un bon compromis entre son niveau de sophistication et son efficacité numérique

II.6. Traitement près des parois (Fonctions de paroi)

Dans nos calculs, nous avons utilisé les fonctions de paroi standard.

II.6.1. Quantité de mouvement :

L'expression de la vitesse proche de la paroi donne :

$$U^* = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^*) \quad (\text{II.10})$$

Où

$$U^* \equiv \frac{U_P C_\mu^{1/4} k_P^{1/2}}{\tau_w / \rho} \quad (\text{II.11})$$

$$y^* \equiv \frac{\rho C_\mu^{1/4} k_P^{1/2} y_P}{\mu} \quad (\text{II.12})$$

Et κ = constante de von Karman (=0.42)

E = constante empirique (=9.81)

U_P = vitesse moyenne du fluide au point P (Figure II.2)

k_P = énergie cinétique du fluide au point P

y_P = distance du point P à la paroi

La loi logarithmique de la vitesse moyenne est connue d'être valable pour $y^* > 30-60$. Dans FLUENT la loi logarithmique est utilisée pour $y^* > 11.225$.

Lorsque le maillage est tel que $y^* < 11.225$ dans les cellules en contact avec la paroi, FLUENT applique la loi de l'écoulement laminaire (écoulement de Couette) :

$$U^* = y^* \quad (\text{II.13})$$

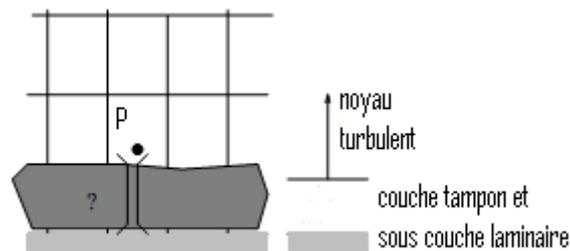


Figure II.2 L'approche « Fonctions de Paroi »

II.6.2. Energie :

L'analogie de Reynolds entre le transport de quantité de mouvement et d'énergie donne une loi logarithmique similaire pour la température moyenne. Comme pour les lois de paroi de la vitesse moyenne, les lois de paroi pour la température utilisées dans FLUENT comprennent les deux différentes lois suivantes :

- Loi linéaire pour la conduction thermique dans la souscouche où la conduction est importante.
- Loi logarithmique pour la région turbulente où les effets de la turbulence dominent la conduction.

La loi de paroi incorporée dans FLUENT a la forme composée suivante :

$$\begin{aligned}
 T^* &\equiv \frac{(T_w - T_p) \rho c_p C_\mu^{1/4} k_p^{1/2}}{\dot{q}} \\
 &= \begin{cases} \text{Pr } y^* + \frac{1}{2} \rho \text{Pr} \frac{C_\mu^{1/4} k_p^{1/2}}{\dot{q}} U_p^2 & (y^* < y_T^*) \\ \text{Pr}_t \left[\frac{1}{\kappa} \ln(E y^*) + P \right] + \\ \frac{1}{2} \rho \frac{C_\mu^{1/4} k_p^{1/2}}{\dot{q}} \{ \text{Pr}_t U_p^2 + (\text{Pr} - \text{Pr}_t) U_c^2 \} & (y^* > y_T^*) \end{cases}
 \end{aligned} \tag{II.14}$$

Où P est calculé en utilisant la formule :

$$P = 9.24 \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_t} \right)^{3/4} - 1 \right] \left[1 + 0.28 e^{-0.007 \sigma / \sigma_t} \right] \tag{II.15}$$

Et :

k_f = conductivité thermique du fluide

ρ = masse volumique du fluide

C_p = chaleur spécifique du fluide

\dot{q} = flux thermique pariétal

T_p = température de la cellule adjacente à la paroi

T_w = température de la paroi

Pr = nombre de Prandtl moléculaire ($\mu C_p / k_f$)

Pr_t = nombre de Prandtl turbulent (0.85 à la paroi)

$A=26$ (constante de Van Driest)

$\kappa=0.4187$ (constante de von Karman)

$E=9.793$ (constante de la fonction de paroi)

U_c = valeur de la vitesse moyenne correspondante à $y^*=y_T^*$

II.6.3. Turbulence:

Dans le modèle k- ϵ l'équation de k est résolue dans tout le domaine de calcul y compris les cellules adjacentes à la paroi. Les conditions aux limites imposées à la paroi sont :

$$\frac{\partial k}{\partial n} = 0 \tag{II.16}$$

Où n est la coordonnée locale perpendiculaire à la paroi.

La production de l'énergie cinétique, G_k et son taux de dissipation ε (qui sont les termes sources dans l'équation de k) dans les cellules adjacentes aux parois sont calculés en se basant sur l'hypothèse d'équilibre local. D'après cette hypothèse, la production de k et son taux de dissipation sont supposées égales dans les volumes de contrôle adjacents aux parois. Ainsi la production de k est calculée de :

$$G_k \approx \tau_w \frac{\partial U}{\partial y} = \tau_w \frac{\tau_w}{\kappa \rho C_\mu^{1/4} k_P^{1/2} y_P} \quad (\text{II.17})$$

Où τ_w est la contrainte pariétale, $\tau_w = \mu \left(\frac{\partial U}{\partial n} \right)_{\text{paroi}}$

et ε est calculée de :

$$\varepsilon_P = \frac{C_\mu^{3/4} k_P^{3/2}}{\kappa y_P} \quad (\text{II.18})$$

L'équation pour ε n'est pas résolue dans les cellules adjacentes aux parois, mais il est calculé en utilisant l'équation (II.18).

II.7. Nombres Adimensionnels

- ✓ Nombre de Prandtl : $\text{Pr} = \frac{\nu_{\text{air}}}{\alpha_{\text{air}}}$
- ✓ Nombre de Reynolds : $\text{Re} = \frac{U_0 H}{\nu_{\text{air}}}$
- ✓ Nombre de Grashof : $\text{Gr} = \frac{g \beta q H^4}{\kappa \nu^2}$
- ✓ Nombre de Richardson : $\text{Ri} = \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2}$

Chapitre III

Résolution numérique à l'aide de codes CFD

III.1 Qu'est-ce que la CFD

La CFD, i.e. « Computational Fluid Dynamics » (soit en français : Dynamique des Fluides Numérique) est un ensemble de méthodes numériques permettant d'obtenir une solution approximative d'un problème de dynamique des fluides et/ou de transfert thermique. Les équations qui interviennent sont celles de la mécanique des fluides, résolues par des méthodes numériques. La solution est approximative et non pas exacte pour plusieurs raisons. D'abord, parce qu'on résout les équations de Navier-Stokes numériquement en les discrétisant. Deuxièmement, et comme on le verra un peu plus loin, pour des raisons de limitation de la puissance de calcul et de mémoire, certains termes des équations à résoudre sont remplacés par des modèles empiriques de turbulence qui ne sont pas exacts. Cependant, grâce au développement des méthodes numériques et à des calculateurs de plus en plus puissants avec une grande capacité de mémoire, la CFD permet d'avoir des solutions très satisfaisantes. Ceci est encore plus vrai dans l'industrie où très souvent on ne s'intéresse qu'aux valeurs moyennes et aux ordres de grandeur d'un problème donné.

III.2 Intérêts de la CFD

Pour traiter un problème de mécanique des fluides (c'est vrai aussi pour d'autres branches de la physique), on peut le résoudre soit par une approche :

- **analytique** : le grand avantage de cette approche est qu'elle permet d'avoir des solutions exactes. Cependant, elle est limitée pour des cas très simples en formulant un certain nombre d'hypothèses ; comme pour un écoulement laminaire dans un tuyau, où l'écoulement peut être considéré comme unidimensionnel.
- **expérimentale** : c'est sûrement l'approche qui représente le mieux la réalité. En contrepartie, elle est souvent difficile à mettre en oeuvre et nécessite un certain temps pour résoudre tous les problèmes qu'on peut rencontrer. Sans oublier qu'elle peut devenir très coûteuse ;
- **numérique** : elle permet de faire moins d'hypothèses qu'une approche analytique

et permet de traiter des problèmes relativement complexes. De plus, elle est beaucoup moins coûteuse qu'une approche expérimentale. Par contre, elle est limitée par l'ordre des méthodes numériques utilisées, la précision du modèle et les moyens de calcul. Les efforts et les progrès réalisés dans les méthodes numériques et plus particulièrement en CFD depuis les années 1960, montrent tout l'intérêt qu'on lui porte. A-t-on pour autant mis de côté l'approche expérimentale ? Non, bien évidemment. Par contre les deux approches sont souvent associées et complémentaires : avant toute réalisation expérimentale, une étude CFD préalable est réalisée pour mieux cerner et jauger le problème. L'expérimentation ne vient qu'en phase finale confirmer ces résultats.

III.3 Méthodes numériques

Une solution à ces équations aux dérivées partielles peut être calculée numériquement par application de la méthode :

1. aux différences finies ;
2. aux éléments finis ;
3. ou aux volumes finis.

Contrairement à la méthode des différences finies qui met en jeu des approximations des dérivées, les méthodes des volumes finis et des éléments finis exploitent des approximations d'intégrales. Toutefois, la méthode des volumes finis se base directement sur la forme dite forte de l'équation à résoudre, alors que la méthode des éléments finis se fonde sur une formulation variationnelle de l'équation (on parle aussi de formulation faible) : on décompose la solution sur une base de fonctions tests. Dans le cas de la méthode aux volumes finis, les termes de flux sont évalués aux interfaces entre les volumes. Cette méthode est conservative, donc parfaitement adaptée à la résolution de lois de conservation. Plus de 90% des codes de calculs en CFD utilisent cette méthode. Les équations sont calculées de manière itérative en imposant des conditions initiales et des conditions aux limites du domaine. Le solveur cherche alors une solution des champs de pression, vitesse, température, etc. . . qui équilibre le système de lois de conservation (masse, quantité de mouvement, énergie, etc. . .). Le critère d'arrêt de ce calcul itératif, imposé par l'utilisateur, est souvent le résidu des variables u , k ou encore ε . C'est l'écart de la valeur d'une variable donnée entre deux itérations consécutives. Lorsque celui-ci devient faible (de l'ordre de 10^{-4} et moins), cela est un signe que le calcul a convergé vers une valeur donnée et peut-être arrêté.

Toutefois, il est bien souvent nécessaire d'imposer d'autres critères de convergence, comme la conservation du débit, la constance aux cours des itérations d'une quantité d'intérêt (par

exemple la pression statique en entrée d'une pompe) qui ont un sens plus physique ou plus parlant par rapport au problème étudié.

III.4. Types de simulation (DNS, RANS)

Les équations de la continuité et du bilan de quantité de mouvement forment un système d'équations fermé de quatre équations à quatre inconnues (u_i, u_j, u_k et p). Théoriquement, la résolution de ce système est possible et ne nécessite aucun modèle. Malheureusement, en pratique cela n'est pas toujours possible. En effet, pour un écoulement laminaire avec une géométrie assez simple la DNS est possible. Mais, pour un écoulement turbulent, qui est la règle du point de situations industrielles à nombre de Reynolds élevé, on a des structures turbulentes à toutes les échelles spatiales et temporelles. Pour pouvoir capter ces microstructures de très faible dimension il faut diviser le domaine en volumes de contrôle de taille très petite (au moins aussi petite que la taille de la plus petite structure qu'on souhaite capter), il faut donc un maillage très fin et donc des processeurs très puissants et beaucoup de mémoire (par exemple pour simuler un écoulement turbulent tridimensionnel où $Re = 10^6$, il faudra $N_{3D} = 3 \cdot 10^{13}$ mailles !!!). Les simulations DNS sont donc très coûteuses et sont réservées aux cas simples, avec un faible nombre de Reynolds. De plus, déterminer une solution numérique aussi précise a peu d'intérêt dans le cadre d'une application industrielle où on ne s'intéresse généralement qu'aux valeurs moyennes et globales. Il est donc nécessaire de trouver une autre méthode numérique beaucoup moins coûteuse et plus facile à mettre en place qu'une simulation de type DNS. C'est là qu'interviennent les modèles de turbulence qui sont basés sur la moyenne de Reynolds appliquée aux équations de Navier-Stokes (Reynolds Averaged Navier-Stokes ou encore RANS) (voir chapitre 2). Il existe plusieurs modèles de turbulence pour la fermeture des équations de Reynolds (RANS) :

- Modèles à zéro équation de transport (avec une expression pour ν_t) ;
- Modèles à une équation de transport (celle de k) ;
- Modèles à deux équations de transport (k et une autre variable, $\varepsilon, \omega, \dots$).

III.5-Méthode des volumes finis

Afin de résoudre numériquement les équations différentielles aux dérivées partielles, établies dans le chapitre précédent, nous allons procéder à leur discrétisation pour obtenir un système d'équations algébriques, dont la résolution permet de déterminer les champs de toutes les variables du problème considéré. La méthode des volumes finis a été utilisée pour accomplir cette discrétisation, ainsi que l'algorithme SIMPLE pour le couplage vitesse-pression.

La méthode des volumes finis a été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar [39]; le principe de cette méthode repose sur une technique de discrétisation, qui convertit les équations différentielles aux dérivées partielles en équations algébriques non linéaires, qui peuvent par la suite être résolues numériquement.

Elle se distingue par la fiabilité de ses résultats, son adaptation au problème physique, sa possibilité de traiter des géométries complexes, sa garantie pour la conservation de masse et de quantité de mouvement et de tout scalaire transportable sur chaque volume de contrôle, dans tout le domaine de calcul, ce qui n'est pas le cas pour les autres méthodes numériques.

Le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés volumes de contrôle. Chacun de ces derniers englobe un nœud, dit nœud principal, comme il est indiqué sur la Figure (III-1). La technique des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles pour obtenir les équations discrétisées, qui conservent toutes les grandeurs physiques sur chaque volume de contrôle. Elle comporte essentiellement les étapes suivantes :

- La division du domaine considéré en volumes de contrôle;
- La formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles;
- Ecriture des équations algébriques aux nœuds du maillage ;
- Résolution du système algébrique non linéaire obtenu.

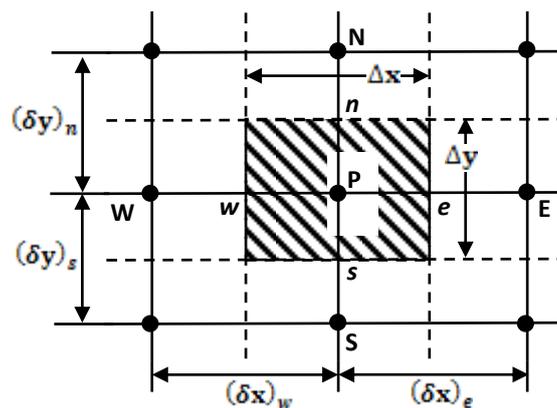


Figure (III-1) : Volume de contrôle bidimensionnel.

Pour un nœud principal P, les points E et W (Est et Ouest) sont des voisins dans la direction x, tandis que N et S (Nord et Sud) sont ceux dans la direction y. Le volume de

contrôle entourant P est montré par des lignes discontinues, alors que les faces sont localisées aux points e et w dans la direction x , n et s dans la direction y .

Dans ce mémoire, la résolution du problème est effectuée par le logiciel FLUENT, qui est basé sur la méthode des volumes finis, en utilisant le schéma « loi de puissance » pour la discrétisation de l'équation de quantité de mouvement et de l'énergie.

III-5.1- Maillage :

C'est la subdivision du domaine d'étude en grilles longitudinale et transversale, dont l'intersection représente un nœud, où on trouve le point central P et les composantes u et v du vecteur vitesse, qui se trouvent au milieu des segments, reliant deux nœuds adjacents. La discrétisation du domaine est obtenue par un maillage, constitué d'un réseau de points (nœuds).

Les grandeurs scalaires : pression, température, énergie cinétique et taux de dissipation sont stockées dans le nœud P du maillage, représenté par la Figure (III-2-a), tandis que les grandeurs vectorielles u et v sont stockées au milieu des segments reliant les nœuds. L'équation générale de transport est intégrée sur le volume de contrôle, associé aux variables scalaires et les équations de quantité de mouvement sont intégrées sur le volume de contrôle, associé aux composantes de vitesse.

Le volume de contrôle de la composante transversale u est décalé suivant la direction x par rapport au volume de contrôle principal (voir la Figure (III-2-b)), celui de la composante longitudinale v est décalé suivant la direction y (voir la Figure (III-2-c)). Ce type de maillage, dit « maillage décalé », permet d'avoir une bonne approximation des flux convectifs et une meilleure évaluation des gradients de pression, ainsi qu'une stabilisation numérique de la solution.

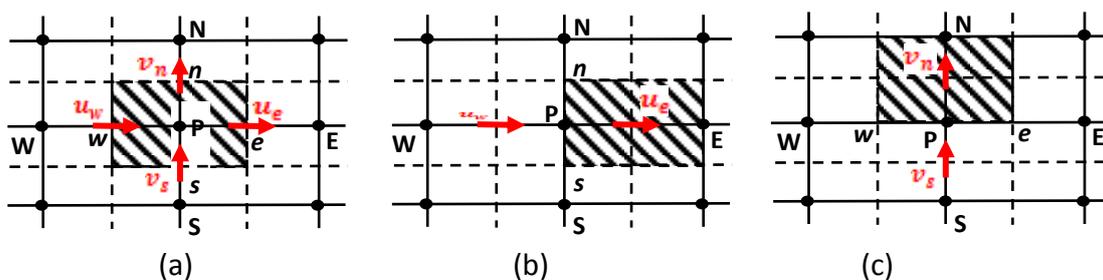


Figure (III-2) : Schéma du volume de contrôle (a), maillage décalé pour u_e (b), maillage décalé pour v_n (c).

Dans ce mémoire, nous avons opté un maillage non uniforme dans les deux directions, horizontale et verticale, resserré près des parois, vu les gradients importants comme le montre la Figure (III-3).

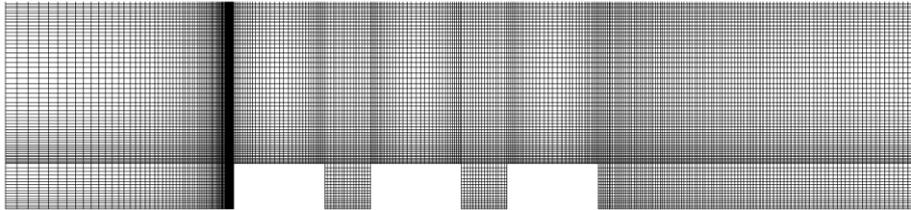


Figure (III-3) : Schéma du maillage utilisé.

III-5.2- Discrétisation des équations :

L'équation de transport d'une grandeur Φ telle que la vitesse V ; la température T et l'énergie cinétique turbulente k et sa dissipation ε est d'abord mise sous forme générale avant de lui appliquer la méthode des volumes finis. Cette équation générale de transport s'écrit en coordonnées Cartésiennes pour un écoulement d'un fluide incompressible et bidimensionnel :

$$\underbrace{div(\rho U \Phi)}_I = \underbrace{div(\Gamma_{\Phi} grad \Phi)}_{II} + S_{\Phi} \quad (III.1)$$

Φ étant la variable générale, le terme I est le terme convectif et le terme II est le terme diffusif, Γ_{Φ} est le coefficient de diffusion, S_{Φ} est le terme source.

Le tableau III.1 donne chaque terme de l'équation de transport pour les différentes grandeurs calculées dans le cas du régime turbulent. En remplaçant Φ par sa valeur dans la deuxième colonne du tableau on obtient respectivement les équations de conservation de :

- L'équation de continuité .
- L'équation de conservation de la quantité de mouvement moyennée.
- L'équation de conservation d'énergie moyennée.
- L'équation de conservation de l'énergie cinétique turbulente .
- L'équation de conservation de taux de dissipation de la turbulence.

Grandeur transportée	Φ	Γ_ϕ	S_ϕ
Conservation de masse	1	0	0
Quantité de Mouvement selon x_i	\bar{u}_i	$\nu + \nu_t$	$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} - g_i \beta (\bar{T} - T_0)$
Energie	\bar{T}	$\frac{\nu}{Pr} + \frac{\nu_t}{Pr_t}$	0
Energie cinétique turbulente	k	$\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k}$	$\nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \varepsilon$
Taux de dissipation	ε	$\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon}$	$C_1 \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \frac{\varepsilon}{k} - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k}$

Tableau III.1 : les termes de l'équation du transport

Pour chaque variable ϕ , l'équation de transport (III.1) peut être réécrite dans le cas stationnaire, bidimensionnel de la manière suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S_\phi \quad (\text{III. 2})$$

L'équation (III.2) est discrétisée selon la technique des volumes finis et le système d'équations retenu est résolu pour chaque valeur successive de ϕ .

En intégrant l'équation (III.2) sur un volume de contrôle CV, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \int \left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \phi) \right] dV \\ = \int \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] dV + \int S_\phi dV \end{aligned} \quad (\text{III. 3})$$

$$\int_s^n \int_w^e \left[\frac{\partial}{\partial x} (\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \phi) \right] dx dy = \int_s^n \int_w^e \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] dx dy + \int_s^n \int_w^e S_\phi dx dy \quad (\text{III.4})$$

$$\int_s^n [(\rho u \phi)_e - (\rho u \phi)_w] dy + \int_w^e [(\rho v \phi)_n - (\rho v \phi)_s] dx = \int_s^n \left[\left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] dy + \int_w^e \left[\left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] dx + \int_s^n \int_w^e S_\phi dx dy \quad (\text{III.5})$$

L'équation (III.5) s'écrit encore sous la forme:

$$\int_s^n [(\rho u \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x})_e - (\rho u \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x})_w] dy + \int_w^e [(\rho v \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y})_n - (\rho v \phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y})_s] dx = \int_s^n \int_w^e S_\phi dx dy \quad (\text{III.6})$$

Cette équation décrit l'équilibre entre les flux convectifs et diffusifs entrants et sortants à travers les faces du volume de contrôle, ainsi que les termes sources qui se trouvent dans ce volume. L'intégration de l'équation (III.6) donne :

$$\left[(\rho u)_e \phi_e - \Gamma_\phi^e \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e \right] \Delta y - \left[(\rho u)_w \phi_w - \Gamma_\phi^w \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y + \left[(\rho v)_n \phi_n - \Gamma_\phi^n \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n \right] \Delta x - \left[(\rho v)_s \phi_s - \Gamma_\phi^s \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x = \int_s^n \int_w^e S_\phi dx dy \quad (\text{III.7})$$

Pour évaluer $(\rho u)_e$, $(\rho u)_w$, $(\rho v)_n$, $(\rho v)_s$, nous choisissons une interpolation entre les nœuds voisins, nous obtenons :

$$\begin{aligned} (\rho u)_e &= \rho_e \frac{u_P + u_E}{2} \\ (\rho u)_w &= \rho_w \frac{u_W + u_P}{2} \end{aligned} \quad (\text{III.8})$$

$$(\rho v)_n = \rho_n \frac{v_P + v_N}{2}$$

$$(\rho v)_s = \rho_s \frac{v_S + v_P}{2}$$

De même pour les gradients : $\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_e, \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_w, \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_n, \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_s$. Une interpolation linéaire nous donne :

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_e = \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_e}$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_w = \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_w} \quad (\text{III.9})$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_n = \frac{\phi_N - \phi_P}{\delta y_n}$$

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_s = \frac{\phi_P - \phi_S}{\delta y_s}$$

Le problème majeur est d'approximer les valeurs des fonctions ϕ_e, ϕ_w, ϕ_n et ϕ_s aux interfaces des volumes de contrôle par rapport aux nœuds du maillage. Différents schémas sont disponibles dans la littérature : amont (upwind), hybride, loi de puissance, QUICK...etc.

Dans notre étude, nous avons choisi le schéma à loi de puissance (Power Law) parce qu'il est plus stable, surtout dans les écoulements de convection naturelle.

La relation (III.7), en tenant compte des relations (III.8) et (III.9) devient :

$$\begin{aligned} & \rho_e \frac{u_P + u_E}{2} \phi_e \Delta y - \Gamma_\phi^e \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_e} \Delta y - \rho_w \frac{u_W + u_P}{2} \phi_w \Delta y + \Gamma_\phi^w \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_w} \Delta y + \\ & \rho_n \frac{v_P + v_N}{2} \phi_n \Delta x - \Gamma_\phi^n \frac{\phi_N - \phi_P}{\delta y_n} \Delta x - \rho_s \frac{v_S + v_P}{2} \phi_s \Delta x - \Gamma_\phi^s \frac{\phi_P - \phi_S}{\delta y_s} \Delta x \\ & = \int_s^n \int_w^e S_\phi \, dx dy \quad (\text{III.10}) \end{aligned}$$

L'intégration du terme source sur tout le volume de contrôle s'effectue comme suit :

$$\int_S \int_w^e S_\phi dx dy = \int_S \left[\int_w^e S_\phi dx \right] dy = \overline{S_\phi} \Delta x \Delta y$$

Où $\overline{S_\phi}$ est la valeur moyenne du terme source sur le volume de contrôle.

Quand le terme source dépend de la variable dépendante, cette dépendance doit être exprimée par une relation linéaire, ceci permettra d'utiliser les méthodes de résolution des systèmes linéaires. La linéarisation est l'évolution de la valeur moyenne de $\overline{S_\phi}$, qui peut être en fonction de la variable dépendante, sa valeur est donc calculée à chaque itération à partir des nouvelles valeurs des variables dépendantes.

Suite à la résolution des équations algébriques adoptées, le terme source sera linéarisé de façon à forcer la convergence, on écrit :

$$\overline{S_\phi} = S_c + S_p \phi_p \quad (\text{III. 11})$$

Où S_c est la partie constante, qui ne dépend pas explicitement de S_p et S_p est la pente de ϕ_p .

Il est nécessaire que le coefficient S_p soit inférieur à zéro pour que la solution soit numériquement stable et la convergence soit plus rapide.

Donc, l'équation (III.10) s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} & \rho_e \frac{u_P + u_E}{2} \phi_e \Delta y - \Gamma_\phi^e \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_e} \Delta y - \rho_w \frac{u_W + u_P}{2} \phi_w \Delta y + \Gamma_\phi^w \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_w} \Delta y + \\ & \rho_n \frac{v_P + v_N}{2} \phi_n \Delta x - \Gamma_\phi^n \frac{\phi_N - \phi_P}{\delta y_n} \Delta x - \rho_s \frac{v_S + v_P}{2} \phi_s \Delta x - \Gamma_\phi^s \frac{\phi_P - \phi_S}{\delta y_s} \Delta x \\ & = S_c + S_p \phi_p \quad (\text{III. 12}) \end{aligned}$$

Finalement, on obtient une équation discrétisée pour la variable ϕ sous la forme générale suivante :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (\text{III. 13})$$

Où :

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S - S_p \Delta x \Delta y \quad (\text{III. 14})$$

Et $b = S_c \Delta x \Delta y$

Avec :

$$\begin{aligned}
 a_E &= D_e A(|P_e|) + \text{MAX}(-F_e, 0) \\
 a_W &= D_w A(|P_w|) + \text{MAX}(-F_w, 0) \\
 a_N &= D_n A(|P_n|) + \text{MAX}(-F_n, 0) \\
 a_S &= D_s A(|P_s|) + \text{MAX}(F_s, 0)
 \end{aligned}
 \tag{III.15}$$

Dans l'équation (III.15), P désigne le nombre de Péclet, qui caractérise le rapport entre le flux convectif et diffusif :

$$P_e = \frac{F_e}{D_e}; \quad P_w = \frac{F_w}{D_w}; \quad P_n = \frac{F_n}{D_n}; \quad P_s = \frac{F_s}{D_s}
 \tag{III.16}$$

$A(|P|)$ pour le schéma à loi de puissance s'écrit comme suit :

$$A(|P|) = \text{MAX}(0, (1 - 0.1|P|)^5)
 \tag{III.17}$$

Les coefficients de l'équation (III.13) contiennent une combinaison entre les flux convectif F et diffusif D aux interfaces des volumes de contrôle. Les valeurs de F et D pour chaque interface e, w, n et s du volume de contrôle sont données par les relations suivantes :

$$\begin{cases}
 F_e = (\rho u)_e \Delta y \\
 F_w = (\rho u)_w \Delta y \\
 F_n = (\rho v)_n \Delta x \\
 F_s = (\rho v)_s \Delta x
 \end{cases}
 \tag{III.18}$$

$$\begin{cases}
 D_e = \frac{\Gamma_e \Delta y}{\delta x_e} \\
 D_w = \frac{\Gamma_w \Delta y}{\delta x_w} \\
 D_n = \frac{\Gamma_n \Delta x}{\delta x_n} \\
 D_s = \frac{\Gamma_s \Delta x}{\delta x_s}
 \end{cases}
 \tag{III.19}$$

L'équation résultant des étapes précédentes est mise sous la forme condensée suivante :

$$a_P \phi_P = \sum a_{nv} \phi_{nv} + b \quad (\text{III. 20})$$

Où le terme de sommation indique tous les nœuds voisins au nœud central P.

III-5.3- Procédure de résolution :

Le résultat de la discrétisation des équations de conservation est un ensemble d'équations algébriques non linéaires. Si on divise le domaine de calcul en N mailles selon x et en M mailles selon y , on aura un système de $N \times M$ équations algébriques non linéaires pour chaque variable ϕ considérée. Rappelons que les variables ϕ , dans notre problème, sont la température T , les deux composantes de la vitesse u et v , l'énergie cinétique turbulente k et son taux de dissipation ϵ . Un problème subsiste du fait qu'il n'existe pas d'équations donnant directement le champ de pression, pour cette raison, il faut faire recours à une méthode itérative.

La pression est indirectement spécifiée par l'équation de continuité. Le champ de pression correct est le champ qui, lorsqu'il est introduit dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement, a un champ de vitesse associé, qui satisfait l'équation de continuité.

Toutes les trois équations (continuité et Navier-Stokes) sont couplées parce que chaque composante de la vitesse est présente dans toutes les équations. Comme le champ de pression est une partie de la solution globale du problème, le gradient de pression, n'est pas connu.

Si l'écoulement est incompressible comme le présent cas, alors la masse volumique est constante et elle n'est pas liée à la pression. Dans ce cas le couplage entre la pression et la vitesse introduit une contrainte sur la solution du champ d'écoulement : si le champ de pression correct est introduit dans les équations de conservation de la quantité de mouvement, le champ de vitesse qui en résulte vérifie l'équation de continuité.

De ce fait, le problème sera surmonté par l'utilisation d'une procédure itérative, comme l'algorithme de Patankar et Spalding, appelé l'algorithme SIMPLE. Dans cet algorithme, le flux convectif par l'unité de masse, F , à travers les interfaces du volume de contrôle est évalué à partir d'un champ de vitesse estimé.

III-5-4- Algorithme SIMPLE :

L'algorithme SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) a été créé par Patankar et Spalding en 1972 [39]. C'est une procédure itérative pour calculer la pression, en utilisant le maillage décalé.

La discrétisation de l'équation de transport sur le volume de contrôle par la méthode des volumes finis fait intervenir les valeurs des vitesses aux interfaces des volumes. Il est donc intéressant de calculer ces vitesses directement sur les interfaces (sans avoir effectué l'interpolation). D'autre part, la discrétisation de l'équation de continuité et du gradient de pression avec l'utilisation d'une interpolation linéaire peut induire des erreurs importantes, du fait qu'une répartition de pression ou de vitesse est vue comme un champ uniforme. Pour contourner ces difficultés, on préfère utiliser des grilles décalées, l'une vers la droite et l'autre vers le haut pour le calcul des vitesses horizontale et verticale.

La discrétisation des équations de conservation de la quantité de mouvement sur les deux grilles donnent respectivement :

$$\begin{cases} a_e u_e = a_{ee} u_{ee} + a_w u_w + a_{ne} u_{ne} + a_{se} u_{se} + b_u + (P_P - P_E) A_e \\ a_n u_n = a_{nn} v_{nn} + a_s v_s + a_{ne} v_{ne} + a_{nw} v_{nw} + b_v + (P_P - P_N) A_n \end{cases} \quad (\text{III. 21})$$

Avec : A_i les surfaces ($A_e = \Delta y$ et $A_n = \Delta x$), de sorte que $(P_P - P_N) \Delta y$ représente

la force de pression sur le volume de contrôle de la vitesse u , alors que (b_u, b_v) contient tous les termes sources de l'équation.

Ceci s'écrit aussi sous la forme condensée classique suivante:

$$\begin{cases} a_e u_e = \sum a_{voisins} u_{voisins} + (P_P - P_E) A_e + b_u \\ a_n v_n = \sum a_{voisins} v_{voisins} + (P_P - P_N) A_n + b_v \end{cases} \quad (\text{III. 22})$$

Le principe de l'algorithme SIMPLE consiste à partir d'un champ de pression estimé P^* au départ ou à l'itération précédente à déduire les champs de vitesse u^* et v^* , à l'aide des relations (III.21). On a donc :

$$\begin{cases} a_e u_e^* = \sum a_{voisins} u_{voisins}^* + (P_P^* - P_E^*) A_e + b_u \\ a_n v_n^* = \sum a_{voisins} v_{voisins}^* + (P_P^* - P_N^*) A_n + b_v \end{cases} \quad (\text{III. 23})$$

La pression est ensuite corrigée d'une quantité P' , qui induit une correction sur les vitesses u' et v' de sorte que les nouveaux champs s'écrivent :

$$\begin{cases} P = P^* + P' \\ u = u^* + u' \\ v = v^* + v' \end{cases} \quad (\text{III. 24})$$

Les corrections sur les vitesses se déduisent facilement en soustrayant membre à membre les systèmes (III.21)-(III.22). On obtient alors :

$$\begin{cases} a_e u'_e = \sum a_{\text{voisins}} u'_{\text{voisins}} + (P'_p - P'_E) A_e \\ a_n v'_n = \sum a_{\text{voisins}} v'_{\text{voisins}} + (P'_p - P'_N) A_n \end{cases} \quad (\text{III. 25})$$

À ce moment, une approximation est introduite: les termes $\sum a_{\text{voisins}} u'_{\text{voisins}}$ et $\sum a_{\text{voisins}} v'_{\text{voisins}}$ sont négligés pour simplifier l'équation (III.25). L'omission de ces termes est la principale approximation de l'algorithme SIMPLE. On obtient :

$$\begin{cases} u'_e = d_e (P'_p - P'_E) \\ v'_n = d_n (P'_p - P'_N) \end{cases} \quad (\text{III. 26})$$

$$\text{Où : } d_e = \frac{A_e}{a_e}; \quad d_n = \frac{A_n}{a_n}$$

Des expressions similaires sont bien sûr obtenues pour u_w et v_s .

L'équation (III.26) décrit les corrections, qui doivent être appliquées aux vitesses à travers les formules de vitesse (III.24), ce qui donne :

$$\begin{cases} u_e = u_e^* + d_e (P'_p - P'_E) \\ v_n = v_n^* + d_n (P'_p - P'_N) \end{cases} \quad (\text{III. 27})$$

L'équation de continuité intégrée sur le volume de contrôle, montrée dans la Figure (III-2 (a)) est:

$$(\rho u A)_w - (\rho u A)_e + (\rho v A)_s - (\rho v A)_n = 0 \quad (\text{III. 28})$$

En regroupant les différents termes de cette équation, on peut aboutir finalement à la forme standard suivante :

$$a_p P'_p = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b \quad (\text{III.29})$$

Avec :

$$\begin{cases} a_E = (\rho A d)_e & ; & a_W = (\rho A d)_w \\ a_N = (\rho A d)_n & ; & a_S = (\rho A d)_s \end{cases}$$

Et :

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S$$

$$b = (\rho u^* A)_w - (\rho u^* A)_e + (\rho v^* A)_s - (\rho v^* A)_n \quad (\text{III.30})$$

Cette équation est appelée équation de correction de la pression.

L'algorithme SIMPLE est une méthode pour calculer la pression et la vitesse, mais quand d'autres variables sont couplées aux équations de conservation de la quantité de mouvement, par exemple la température, la résolution doit être séquentielle.

III-5-5- Résolution du système d'équations linéaires :

Considérons la notation indicielle, utilisée en raison de faciliter la programmation des étapes de calcul. La forme de l'équation générale de transport discrétisée sous la nouvelle notation est la suivante:

$$(A_{i,j} - S_{pi,j})\phi_{i,j} - A_{i,j-1}\phi_{i,j-1} - A_{i,j+1}\phi_{i,j+1} = A_{i+1,j}\phi_{i+1,j} + A_{i-1,j}\phi_{i-1,j} + S_c \quad (\text{III.31})$$

Avec: $1 \leq i \leq N$ et $1 \leq j \leq M$

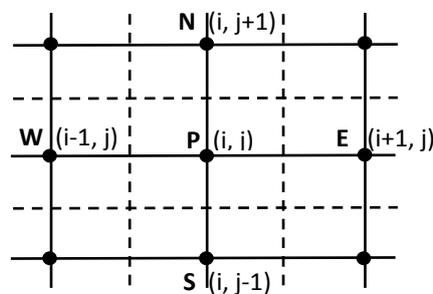


Figure (III-4) : Domaine de calcul.

Les coefficients de l'équation précédente sont fonction des variables de transport ϕ , une méthode de résolution itérative doit être utilisée à cause de la non-linéarité. Le système (III.31) est écrit sous la forme matricielle suivante :

$$[A][\phi] = [S] \quad (\text{III. 32})$$

Où :

$[A]$ est une matrice ;

$[\phi]$ est le vecteur des inconnues $\phi(i, j)$.

La technique de balayage permet de transformer le système (III.32) en un système tri-diagonal. Ce système tri-diagonal peut être résolu par l'algorithme de Thomas TDMA (**T**ri **D**agonal **M**atrix **A**lgorithm). Considérons le balayage Ouest-Est :

On attribut à la variable ϕ pour les lignes $(i-1)$ et $(i+1)$ ses valeurs obtenues lors de l'itération précédente, on aboutit au système suivant :

$$d_j \phi_j = C_j + b_j \phi_{j-1} + a_j \phi_{j+1} \quad (\text{III. 33})$$

Les coefficients de cette équation sont exprimés comme suit :

$$a_j = A_{i,j+1}$$

$$b_j = A_{i,j-1}$$

$$\text{Avec : } C_j = A_{i+1,j} \phi_{i+1,j} + A_{i-1,j} \phi_{i-1,j} + S_c \quad (\text{III. 34})$$

$$d_j = A_{i,j} - S_{pi,j}$$

Cette technique de balayage permet une convergence plus rapide, le choix de la direction de balayage est exigé par les conditions aux limites. La méthode TDMA est utilisée après chaque balayage pour résoudre les systèmes d'équations correspondantes. Dans l'équation (III.33), ϕ_j est en fonction de ϕ_{j+1} et ϕ_{j-1} , or une équation correspondante au nœud (i, j) peut être écrite de la manière suivante :

$$\phi_j = P_j \phi_{j+1} + Q_j \quad (\text{III. 35})$$

Une équation correspondante au nœud $(i, j-1)$ est de la forme :

$$\phi_{j-1} = P_{j-1}\phi_j + Q_{j-1} \quad (\text{III. 36})$$

En introduisant l'expression précédente dans l'équation (III.33), on aura :

$$\phi_j = \frac{a_j}{d_j - b_j P_{j-1}} \phi_{j+1} + \frac{C_j + b_j Q_{j-1}}{d_j - b_j P_{j-1}} \quad (\text{III. 37})$$

De telle façon que :

$$P_j = \frac{a_j}{d_j - b_j P_{j-1}} \quad \text{et} \quad Q_j = \frac{C_j + b_j Q_{j-1}}{d_j - b_j P_{j-1}} \quad (\text{III. 38})$$

Donc, il faut calculer P_1 et Q_1 , ensuite P_2 et Q_2 jusqu'à P_N et Q_N .

$$P_1 = \frac{a_1}{d_1}, Q_1 = \frac{C_1}{d_1}, P_N = 0 \quad \text{et} \quad Q_N = \phi_N.$$

La valeur de Q_N étant connue d'après les conditions aux limites, on déterminera par retour en arrière, $\phi_{N-1}, \phi_{N-2}, \dots, \phi_2$ (ϕ_1 étant connue), nous balayons dans le sens inverse.

III-5-6- Critère de convergence :

La convergence est quantifiée par l'intermédiaire de résidus normalisés (définis pour chaque grandeur comme la somme sur tous les volumes de contrôle, des erreurs sur le bilan de ϕ , rapportées à la somme des termes de l'équation discrétisée, qui concernent le centre des volumes). Elles permettent de suivre la convergence des calculs au fur et à mesure des itérations.

Ce résidu est défini par :

$$R_\phi = \frac{\sum |\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + S_c - a_p \phi_p|}{F_{in,\phi}} \quad (\text{III. 39})$$

Où :

R_ϕ : la somme absolue des résidus, correspondant à la variable ϕ ;

$F_{in,\phi}$: le flux total à l'entrée de la variable ϕ .

Le procédé itératif est lancé par la solution de l'équation d'énergie, suivie par les équations de quantité de mouvement et continué jusqu'à ce que la convergence soit réalisée. Les résidus normalisés doivent être inférieurs à 10^{-4} et des itérations supplémentaires ne doivent pas modifier les résultats une fois la convergence atteinte.

III-5-7- Méthode de sous relaxation :

Pour améliorer la stabilité du calcul, pendant le processus itératif, nous utilisons la sous relaxation suivante :

$$P^{nouv} = P^* + \alpha_P P' \quad (\text{III.40})$$

Où : $0 < \alpha_P < 1$ est le facteur de sous relaxation.

Les composantes de la vitesse u et v seront relaxées comme suit :

$$u^{nouv} = \alpha_u u + (1 - \alpha_u) u^{(n-1)} \quad (\text{III.41})$$

$$v^{nouv} = \alpha_v v + (1 - \alpha_v) v^{(n-1)} \quad (\text{III.42})$$

Où α_u et α_v sont les facteurs de sous relaxation pour les composantes de la vitesse.

u et v sont les composantes corrigées sans relaxation, tandis que $u^{(n-1)}$ et $v^{(n-1)}$ représentent leurs valeurs à l'itération précédente.

III-6- Logiciels utilisés pour la présente simulation

Dans la présente étude, on a utilisé le logiciel GAMBIT comme mailleur et le logiciel FLUENT comme solveur.

Le logiciel Gambit est un mailleur 2D/3D ; préprocesseur qui permet de mailler des domaines de géométrie d'un problème de CFD. Il génère des fichiers *.mesh pour Fluent.

Fluent est un logiciel qui résout par la méthode des volumes finis des problèmes de mécanique des fluides et de transferts thermiques.

Gambit regroupe trois fonctions : définition de la géométrie du problème (construction si la géométrie est simple ou bien import de la géométrie CAO), le maillage et sa vérification, la définition des frontières (types de conditions aux limites) et définitions des domaines de calcul (fluide ou solide).

III.7-Etapes d'une simulation CFD à l'aide de Gambit et Fluent [40] et [41]

III.7.1 CAO

Toute simulation CFD commence par la réalisation de la géométrie en 2D ou 3D, soit avec un logiciel intégré au code de calcul CFD soit à l'aide d'un logiciel de CAO. Dans le deuxième cas, la géométrie doit être exportée en un format lisible par le logiciel de maillage. Les formats step ou iges sont les plus couramment utilisés.

III.7.2 Maillage

La génération du maillage (2D ou 3D) est une phase très importante dans une analyse CFD, vu son influence sur la solution calculée. Un maillage de très bonne qualité est essentiel pour l'obtention d'un résultat de calcul précis, robuste et significatif. La qualité du maillage a un sérieux impact sur la convergence, la précision de la solution et surtout sur le temps de calcul. Une bonne qualité de maillage repose sur la minimisation des éléments présentant des distorsions (skewness en anglais), et sur une bonne « résolution » dans les régions présentant un fort gradient (couches limites, ondes de choc, . . .). Un bon maillage doit également être suffisamment « lisse ».

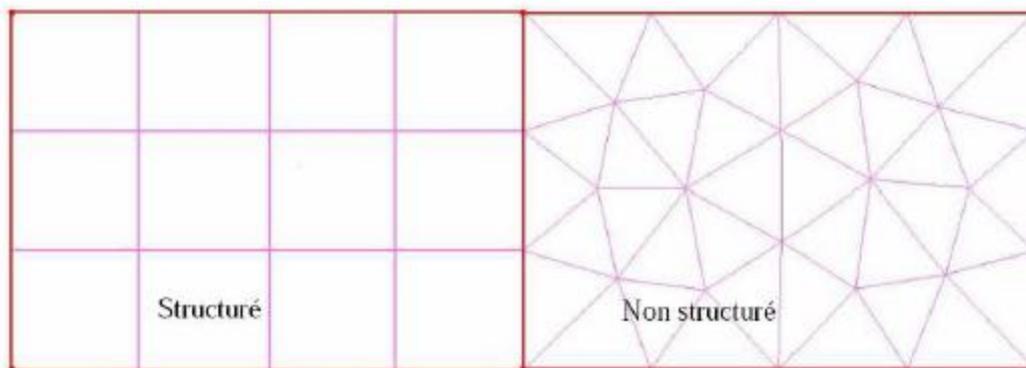


Figure (III-5) : Maillages structuré et non structuré.

III.7.2.1 Choix du type de maillage

On définit les maillages structurés, et non structurés (voir Fig. (III.5)).

Maillage structuré (quadra/hexa)

Il présente les avantages suivants :

- Economique en nombre d'éléments, présente un nombre inférieur de mailles par rapport à un maillage non structuré équivalent.

- Lorsque l'écoulement moyen est aligné avec le maillage, un maillage structuré réduit les risques d'erreurs numériques.

Ses inconvénients :

- Difficile à générer dans le cas d'une géométrie complexe.

- Difficile d'obtenir une bonne qualité de maillage pour certaines géométries complexes.

Il est beaucoup plus facile à générer en utilisant une géométrie à blocs multiples.

Maillage non structuré (tri/tétra)

Les éléments de ce type de maillage sont générés arbitrairement sans aucune contrainte quant à leur disposition. Ses avantages :

- Peut être généré sur une géométrie complexe tout en gardant une bonne qualité des éléments,

- Les algorithmes de génération de ce type de maillage (tri/tétra) sont très automatisés.

Ses inconvénients :

- Très gourmand en nombre de mailles comparativement au maillage structuré.

- Engendre des erreurs numériques (fausse diffusion) qui peuvent être plus importantes si l'on le compare avec le maillage structuré.

Maillage hybride

Maillage généré par un mélange d'éléments de différents types, triangulaires ou quadrilatéraux en 2D, tétraédriques, prismatiques, ou pyramidaux en 3D. Il combine les avantages des maillages structurés et non structurés.

III.7.2.2 Techniques générales de génération du maillage

En pratique, il n'existe pas de règle précise pour la création d'un maillage valable, cependant il existe différentes approches qui permettent d'obtenir une grille acceptable.

Nous pouvons résumer ces règles ainsi :

- Maintenir une bonne Qualité des éléments,

- Assurer une bonne Résolution dans les régions à fort gradient,

- Assurer un bon Lissage dans les zones de transition entre les parties à maillage fin et les parties à maillage grossier,

- Minimiser le nombre Total des éléments (temps de calcul raisonnable).

On peut se souvenir de ces règles en utilisant la formulation mnémotechnique QRLT.

Distorsion

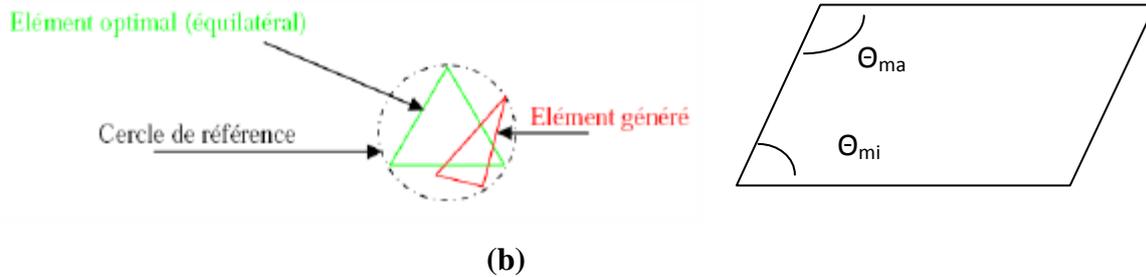


Figure (III-6) : Définition de la skewness basé sur (a) le volume équilatéral (b) la déviation angulaire

Le facteur de distorsion F_d (skewness) peut être défini de deux façons différentes. Pour des éléments triangulaires ou tétraédriques, le calcul est basé sur le volume équilatéral (voir Fig. (III.6)a) :

$$F_d = (\text{Taille}_{\text{élément optimal}} - \text{Taille}_{\text{élément générée}}) / \text{Taille}_{\text{élément optimal}}$$

L'autre formulation, applicable pour tout élément, est basée sur la déviation angulaire (voir Fig. (III.6)b):

$$F_d = \max\left\{\frac{\theta_{\max} - 90}{90}, \frac{90 - \theta_{\min}}{90}\right\}$$

Le facteur de distorsion est nul pour des éléments parfaits (carrés, triangles équilatéraux). Notons que les grandes valeurs du facteur de distorsion induisent des erreurs de calcul et ralentissent considérablement le processus de convergence. Quelques distorsions peuvent être tolérées si elles sont situées dans des régions à faible gradient. Le tableau ci-dessous illustre la variation de la qualité des éléments de maillage en fonction de la valeur du coefficient de distorsion F_d :

F_d	0-0.25	0.25-0.50	0.50-0.80	0.80-0.95	0.95-0.99	0.99-1.00
Qualit	Excellent	Bon	Acceptable	Pauvre	Trs pauvre	Mauvais

Résolution

La notion de résolution concerne plus particulièrement les zones qui présentent un fort gradient, ainsi une bonne résolution permet de mieux décrire les phénomènes physiques qui existent dans ces zones telles que les ondes de choc, ou les phénomènes liés à la couche limite.

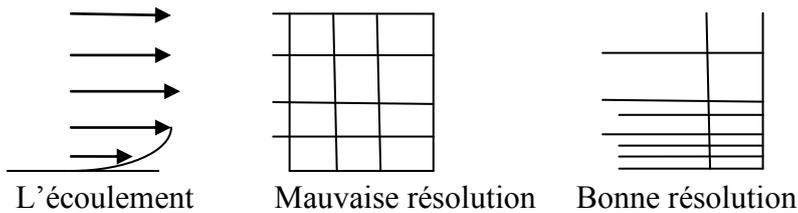


Figure (III-7) : Raffinement du maillage dans les régions de fort gradient

Lissage

Figure (III-8) : Evolution de la taille des éléments.

Le changement dans la taille des éléments du maillage d'une zone maillée à une autre doit être graduel, la variation de la taille des éléments de deux zones adjacentes ne doit pas dépasser 20% (voir Fig. (III-8)).

Nombre total d'éléments

Un nombre important d'éléments de maillage permet sans doute d'améliorer la précision des calculs, mais pénalise les ressources informatiques en terme de mémoire et alourdit le système. En conséquence, un compromis entre précision et temps de calcul s'impose. Des techniques existent pour économiser un certain nombre d'éléments :

Utilisation des maillages non uniformes, en concentrant la bonne qualité du maillage uniquement dans les zones où c'est nécessaire,

- Utilisation de la fonction adaptation de maillage pour raffiner uniquement sur des

zones bien précises (FLUENT possède cette option),

- Utilisation des éléments de maillage hexaédriques dans les zones adéquates.

Convergence en maillage

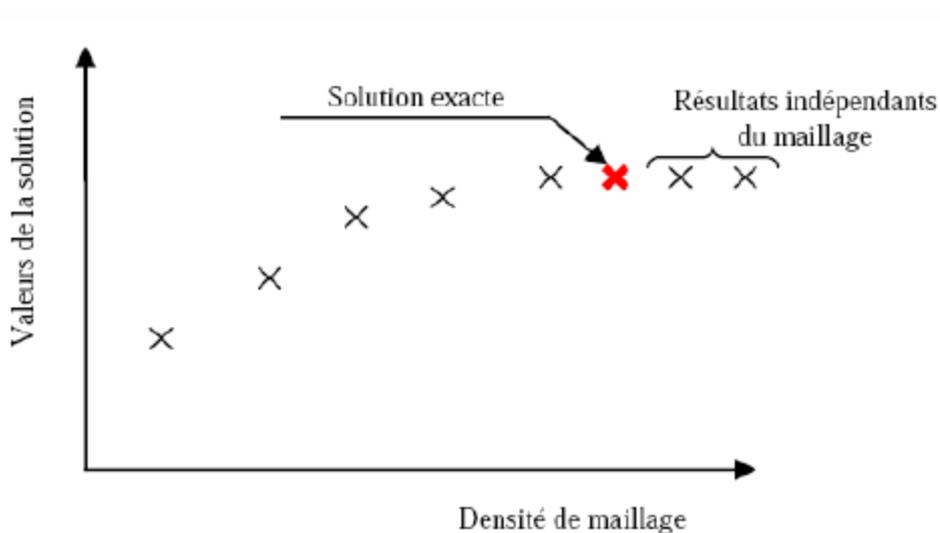


Figure (III-9) : Test de convergence en maillage.

Dans une modélisation CFD, la solution doit être indépendante de la densité du maillage pour être sûr du réalisme de la solution que donne le solveur après convergence. On doit réaliser un test de convergence en maillage, en reportant l'évolution d'une grandeur, par exemple le coefficient de frottement à une paroi, en fonction de la taille du maillage que l'on raffine successivement (**Figure (III-9)**).

III.7.3 Simulation

Cette section explicite les étapes nécessaires pour réussir une simulation d'un problème en mécanique des fluides à l'aide du code Fluent.

1. Choix du solveur
2. Choix du modèle de turbulence
3. Définition des caractéristiques du fluide
4. Operating conditions
5. Conditions aux limites
6. Choix des critères de convergence

- Conservation de la masse
- Evolution d'une intégrale (surfactive ou volumique) d'une variable pendant les calculs

7. Initialisation des calculs

8. Sauvegardes

9. Lancement de la simulation

III.7.3.1 Choix du solveur

Selon le problème, on peut être amené à considérer :

- La dimension du problème, 2D, 3D, ou axisymétrique ;
- Le caractère stationnaire ou instationnaire ;
- Le caractère incompressible ou compressible de l'écoulement ;
- Le besoin ou non de prendre en compte le bilan d'énergie, et dans ce cas, on pourra alors avoir accès à des équations d'état, à des modèles de type Boussinesq pour la convection naturelle, . . . ;
- La prise en compte de forces extérieures (gravité, force d'inertie liées à la rotation, . . .) ;
- La modélisation éventuelle de la turbulence ;
- La présence de plusieurs phases . . .

III.7.3.2 Choix du modèle de turbulence

Parmi les principaux modèles de turbulence disponibles, on a :

<i>Modèles</i>	<i>Avantages</i>	<i>Inconvénients</i>
Spalart-Allmaras	Economique (1 equ). Bon pour les écoulements moyennement complexes, et les écoulements sur profil.	N'est pas largement testé.
Standard $k - \epsilon$	Robuste, économique et relativement précis.	Résultats médiocre pour des écoulements complexes (fort gradient de pression, rotation et swirl).
RNG $k - \epsilon$	Dérivé par une méthode statistique rigoureuse (Renormalization Group theory). Bon pour des écoulements moyennement complexes (impact de jet, séparation d'écoulements, recirculations).	Limité par l'hypothèse de viscosité turbulente isotrope.
Realizable $k - \epsilon$	Respecte une contrainte physique que peut violer le modèle $k - \epsilon$. Offre les mêmes avantages que le RNG. Recommandé dans le cas des turbomachines.	Limité par l'hypothèse de viscosité turbulente isotrope.
SST et Standard $k - \omega$	Modèle le plus recommandé pour les problèmes liés aux turbomachines, meilleur que le Realizable $k - \epsilon$. Le SST $k - \omega$ fait une transition entre le $k - \omega$ (faibles nombres de Reynolds et couche limites) et une version haut Re du $k - \epsilon$ lorsqu'on est loin des parois.	Nécessite une plus grande résolution du maillage aux frontières (pas de lois aux murs).
Reynolds-Stress Model (RSM)	Le modèle le plus complet physiquement (transport et anisotropie de la turbulence sont pris en compte).	Requiert plus de temps CPU. Les équations de quantité de mouvement et turbulence sont étroitement liées.

Pour les modèles $k - \epsilon$ et RSM, on a alors le choix du traitement des parois (les modèles $k - \omega$ et Spalart-Allmaras s'appliquent dans les couches limites si la résolution est suffisante). Le paramètre le plus important est la distance de la première maille à la paroi. De manière succincte, afin d'avoir un critère « universel », on définit une distance adimensionnée

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu}$$

où y est l'ordonnée de la première maille. C'est cette dimension que nous cherchons à connaître. Dans la formule précédente, la viscosité cinématique du fluide est notée ν , avec $\nu = \mu/\rho$, et la vitesse de frottement est notée u_τ , avec, si τ_w est la contrainte de cisaillement pariétale, $u_\tau = (\tau_w/\rho)^{1/2}$. Pour l'évaluer on doit connaître la contrainte de

frottement pariétal τ_w . A cette fin on peut utiliser des expressions empiriques (loi de Colebrook par exemple) ou des tables (Moody chart) pour le coefficient de frottement pariétal

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U^2}$$

On utilise ce qu'on appelle des lois de paroi pour modéliser les couches limites, ces lois étant valables pour des plages de valeurs de y^+ différentes. C'est avec cette valeur que l'on choisira la taille de la première maille de couche limite.

<i>Loi de paroi</i>	<i>Domaine de validité</i>	<i>Utilisation</i>
“Standard wall function” ou “High y^+ Wall Function”	$30 < y^+ < 300$	A utiliser avec un standard $k - \epsilon$, lorsqu'il n'y a pas de gros gradient de pression adverse.
“Non equilibrium wall function”	$30 < y^+ < 300$	Conçu pour des situations plus complexes impliquant détachement, impacts, recirculations (à utiliser donc plutôt en combinaison avec un RNG ou Realizable $k - \epsilon$).
“Enhanced wall treatment” ou “Low y^+ Wall Function”	$y^+ \simeq 1$ et 10 cellules dans la zone où $Re_y < 200$.	Dans le cas de nombres de Reynolds intermédiaires, dispose d'options permettant de mieux prendre en compte les transferts thermiques.

Il est donc important de vérifier a posteriori la valeur des y^+ .

III.7.3.3 Définition des caractéristiques du fluide

Le code Fluent dispose d'une bibliothèque des fluides les plus courants.

III.7.3.4 Operating conditions

Avant de choisir les conditions aux limites, il faut choisir d'abord la valeur de la pression de référence. En effet, bien souvent on utilise une pression appelée « gauge pressure » et ce afin d'éviter les erreurs d'ordre numérique lors du calcul pour des écoulements à faible nombre de Mach. La relation liant la pression absolue à la « gauge pressure » est donnée par

$$P_{abs} = P_{op} + P_{gauge}.$$

Par défaut il s'agit de la valeur de la pression atmosphérique comme operating pressure.

On peut également inclure la gravité. On a alors pris en compte de la pression hydrostatique dans la pression utilisée.

III.7.3.5 Conditions aux limites

On dispose d'un certain nombre de conditions, parmi lesquelles :

-Velocity Inlet : Utilisée pour des écoulements incompressibles ou moyennement compressibles, quand la vitesse d'entrée est connue.

-Pressure Inlet : Utilisée pour les écoulements compressibles et incompressibles. On fixe alors la pression totale en entrée.

Définition de la pression totale en écoulement incompressible :

$$P_t = p + \frac{1}{2}\rho V^2$$

En écoulement compressible avec k l'exposant polytropique :

$$P_t = p \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

-Mass Flow Inlet : On impose un débit massique connu à l'entrée. Pas nécessaire en écoulement incompressible.

-Pressure Outlet : Spécifie la pression statique de sortie. L'utilisation de **Pressure Outlet** sert à définir la pression statique à la sortie. L'utilisation de la condition « **Pressure Outlet** » au lieu de **Outflow** a souvent comme conséquence une meilleure convergence. Nota : Problèmes de retour de débit (**BackFlow**). Le phénomène apparaît lorsque la pression statique dans une maille voisine à la maille qui est sur la frontière est inférieure à la pression imposée en conditions aux limites. Il faut essayer d'éliminer le Backflow en éloignant la sortie (en allongeant la sortie).

-Outflow : L'Outflow est utilisée pour modéliser les sorties de fluide dont on ne connaît à priori les détails de la vitesse et de la pression à la sortie. Il n'est pas approprié pour les calculs suivants :

- Si le problème possède une condition de pressure inlet ;
- Si vous modélisez un écoulement compressible ;
- Si vous modélisez un écoulement instationnaire avec variation de la densité

Wall : Utilisé pour délimiter les régions solides des régions fluides. En général on utilise les propriétés d'une paroi lisse, i.e « Roughness Height »=0 et « Roughness

Constant_ »=0.5.

III.7.3.6 Choix des critères de convergence

Un solveur itératif cherche à équilibrer les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Partant d'une solution initiale, le solveur la fait évoluer vers une solution finale qui respecte au mieux ces diverses équations. On définit les résidus comme une mesure de l'écart à une solution parfaite.

III.7.3.7 Initialisation des calculs

Il est conseillé dans de nombreux cas d'initialiser les calculs aux conditions de l'entrée. Toutefois s'il y a un calcul qui a déjà convergé et que vous désirez changer juste un paramètre (par exemple la vitesse d'entrée), il est préférable d'initialiser au calcul précédent déjà convergé.

III.7.3.8 Sauvegardes

Il est conseillé une fois le paramétrage effectué de sauvegarder la simulation, avant de la lancer, ainsi que de mettre en place une sauvegarde automatique tous les n itérations ou pas de temps.

III.7.4 Post-traitement

Le logiciel Fluent fournit des outils intégrés de post-traitement. Toutefois, rien n'interdit d'exporter les données dans divers formats afin de les traiter sous d'autres logiciels tels que : TECPLOT pour la visualisation, ou pour une analyse plus poussée.

CHAPITRE IV : RESULTATS ET DISCUSSION

IV.1 Validation du modèle :

Pour montrer que le programme peut simuler les transferts thermiques turbulents dans des canaux munis de blocs chauffants nous avons utilisé le code pour résoudre l'écoulement turbulent dans le canal utilisé dans les expériences de Lockett[30]. Les blocs dans ce cas sont carrés de côté h et le rapport H/h est égal à 9,5, où H est la hauteur du canal. Le rapport de la longueur du canal (L) à sa hauteur est 8 et le nombre de Reynolds Re_D ($D=2H$) de l'écoulement est égal à 30000. Puisque le canal contient beaucoup de blocs, le calcul a été fait uniquement pour deux blocs et pour cela nous avons dû imposer des conditions aux limites périodiques le long de la direction de l'écoulement, c'est-à-dire x . La paroi supérieure est maintenue adiabatique tandis que la paroi inférieure est soumise à un flux constant q sur la partie horizontale (entre et à l'extérieur des blocs) et à un flux $q/3$ sur chacune des faces des blocs (voir Fig.(IV.1)). Le maillage utilisé (Fig.(IV.2)) comporte 100x48 nœuds, le long des directions x et y respectivement. La solution correspondante à l'état stationnaire est obtenue à l'aide du modèle $k-\varepsilon$ standard et l'algorithme SIMPLE. La figure (IV.3) montre les courbes expérimentale et numérique du nombre de Nusselt local normalisé avec la valeur moyenne de Nu sur la paroi inférieure et les faces des 2 blocs. Les deux courbes ont même tendance et sont quantitativement suffisamment proches l'une de l'autre dans les surfaces amont et aval du bloc. La différence entre les deux courbes doit être due au fait que l'écoulement n'est pas parfaitement périodique.

IV.2 Indépendance du maillage:

Afin de nous assurer que les résultats numériques sont indépendants du maillage. Des calculs ont été faits pour $Re=5000$ et $Gr=2,5.10^7$ en utilisant les maillages suivants : 112x20, 224x40, 224x60, 448x80 et 560x80. La figure (IV.4) montre la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de nœuds. On constate qu'il y a peu de variation de cette quantité après le maillage 448x80 et c'est pour cette raison que nous avons choisi ce maillage pour obtenir tous les résultats discutés ci-dessus.

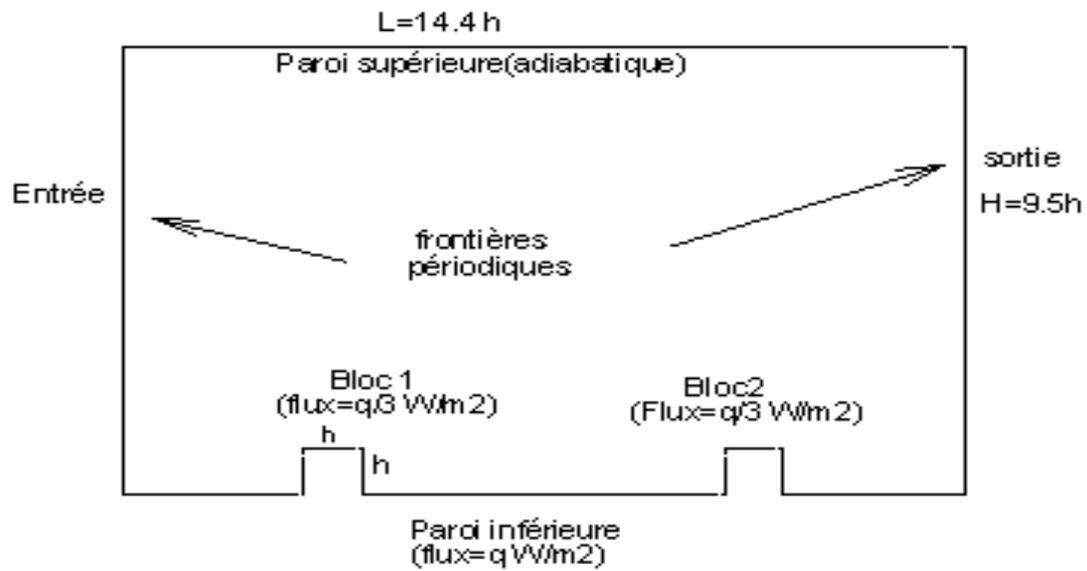


Fig.IV.1 : Domaine de calcul et conditions aux limites pour la simulation des expériences de Lockett[30]

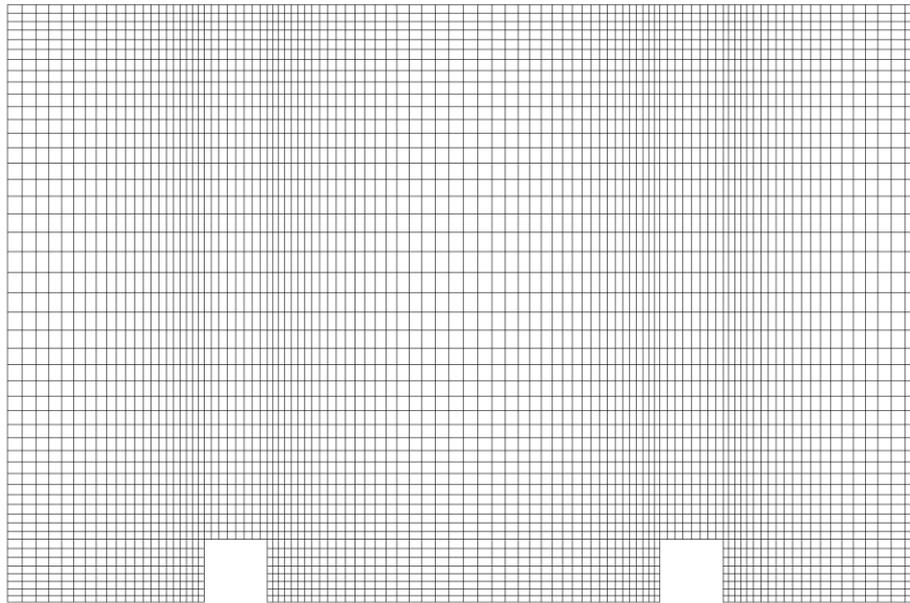
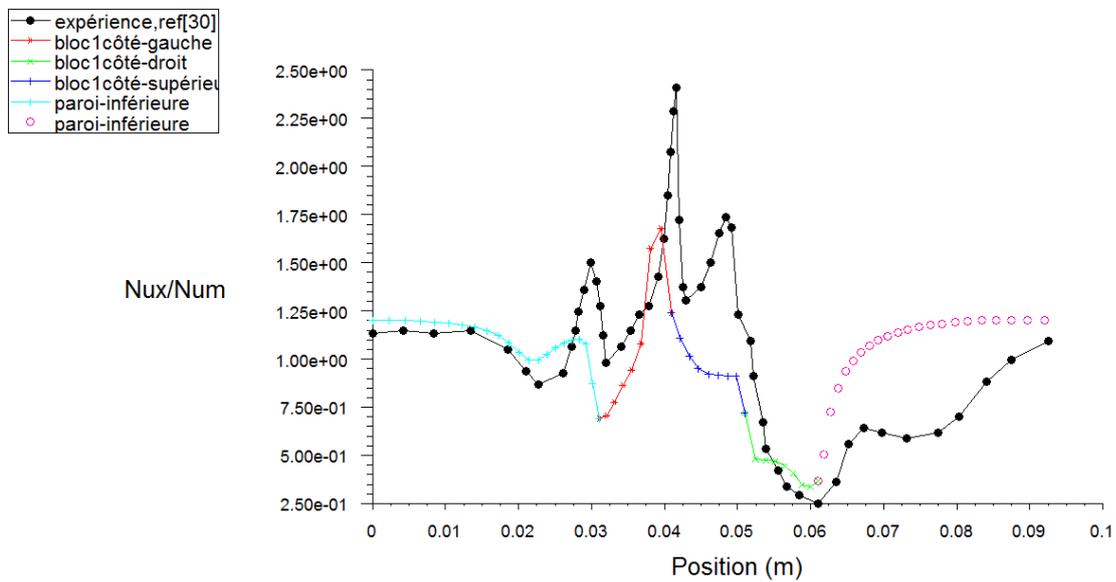


Fig.IV.2 : Maillage 100x48 utilisé pour la simulation des expériences de Lockett[30]



Surface Nusselt Number

Aug 04, 2012
FLUENT 6.3 (2d, pbns, ske)

Fig.IV.3 : Confrontation des résultats numériques avec les expériences de Lockett[30] : nombre de Nusselt local normalisé avec le nombre de Nusselt moyen

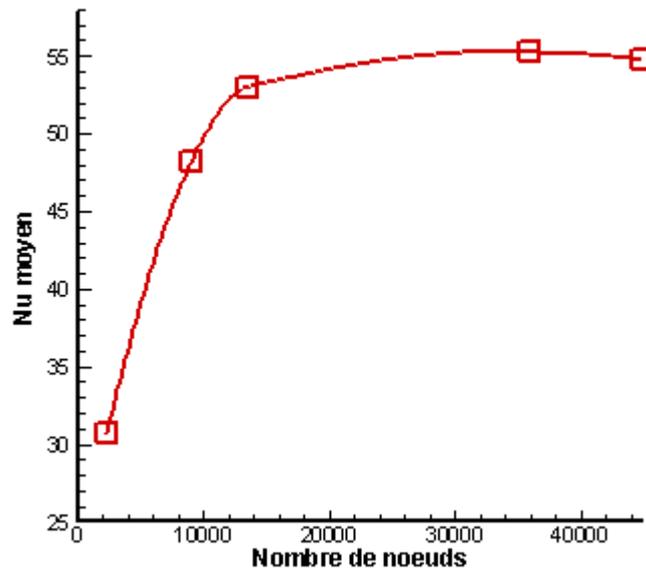


Fig.IV.4 : Influence du nombre de nœuds sur la valeur du nombre de Nusselt moyen

IV.3 Présentation des résultats pour $Re=5000$ et $Gr=2,5 \times 10^7$ (c-à-d $Gr/Re^2=1$) :

Le maillage utilisé est montré dans les figures (IV.5a) et (IV.5b). Il a été raffiné dans les régions à proximité des parois afin de capturer la grande variation des paramètres de l'écoulement (vitesse, pression, température, k et ε) dans ces régions. La figure (IV.6) montre la variation des résidus normalisés en fonction du nombre d'itérations. On peut constater que la convergence est atteinte au bout de 140 itérations. Les résidus représentés dans la figure correspondent aux six équations résolues (continuité, équation pour U , équation pour V , équation pour T , équation pour k et équation pour ε).

Les figures (IV.7a), (IV.7b) et (IV.7c) montrent les lignes de courant de l'écoulement. On peut remarquer l'existence de zones de recirculation en amont et en aval des trois blocs, entre les blocs et sur les faces supérieures (toits) des blocs. Le plus grand de ces vortex se trouve en aval des trois blocs (Fig. (IV.7c)) et mesure approximativement $3h$ où h est la hauteur des blocs. Entre deux blocs, l'écoulement ressemble à celui ayant lieu dans une cavité ayant sa paroi supérieure en mouvement. Au dessus du 1^{er} bloc, la zone de recirculation est presque plate et s'étend à peu près sur les trois quarts de la surface ($\approx 1,5h$). Pour mieux visualiser l'écoulement dans l'espace entre les blocs, nous avons représenté dans la figure (IV.8) les vecteurs vitesses. On constate la formation de trois tourbillons. Le plus grand

tourne autour du point (0,6h,0.7h) tandis que les deux petits tourbillons sont situés aux coins inférieurs gauche et droit de la cavité.

La figure (IV.9) montre les profils de vitesse longitudinale U dans différentes stations de calcul le long du canal (lignes $x=cte$). On peut remarquer les vitesses négatives des deux stations $x=0,07$ et $0,08$ qui traversent la région de recirculation située derrière le 3^{ème} bloc. On remarque aussi l'évolution spatiale progressive de l'écoulement vers un profil développé. Le profil obtenu n'est pas symétrique par rapport à l'axe du canal comme c'est le cas d'un canal dépourvu de blocs.

Les isothermes dues à cette convection mixte sont montrées dans les figures (IV.10) et (IV.11). De la figure (IV.10) on constate que la variation de température est limitée à une couche de fluide de faible épaisseur : c'est-à-dire que la turbulence n'est pas suffisamment forte pour permettre le transport de la chaleur vers le fluide de toute la section d'écoulement et donc obtenir une variation de température à travers toute la section du canal. La figure (IV.11) montre que les températures les plus élevées se trouvent dans le fluide circulant près des parois de la cavité formée par deux blocs. Les faibles vitesses et la faible turbulence dans ces régions ne favorisent pas le transport de la chaleur vers le courant principal. La figure (IV.12) montre l'évolution des couches limites thermiques au dessus des blocs. La couche au dessus du 1^{er} bloc a une épaisseur d'approximativement 0,003 m. Celle au dessus du 2^{ème} bloc 0,004m et celle au dessus du 3^{ème} bloc 0,006m. Dans ces couches la température atteint approximativement 435 K à la paroi et diminue progressivement vers $T_{\infty}=300$ K au sein du fluide.

Les figures (IV.13a)- (IV.13c) montrent la variation du coefficient de pression C_p ($= (P-P_{ref})/0,5\rho U_{\infty}^2$) le long des parois du canal. On constate d'après la figure (IV.13a) la diminution de la pression due au rétrécissement de la section d'écoulement provoqué par les blocs. Lorsque le fluide dépasse les blocs, la section de l'écoulement augmente progressivement et donc la pression augmente jusqu'à ce qu'elle atteigne une valeur maximale à $x=0,11$, c'est-à-dire dans la zone de redéveloppement de l'écoulement. A partir de cette position, la pression diminue linéairement en fonction de la distance à cause des frottements (pertes de charge linéaires). La figure (IV.13b) montre que la pression minimale a lieu en $x=0,0252$ (c'est-à-dire au coin gauche du bloc1), puis elle commence à augmenter jusqu'à atteindre sa valeur maximale en $x=0,773$, puis elle chute linéairement dans la zone de redéveloppement de l'écoulement. La figure (IV.13c) est un agrandissement de la courbe 13 (b) au niveau des blocs. Les points de séparation et de rattachement de l'écoulement peuvent être localisés à l'aide de cette courbe en appliquant la condition de changement de signe du gradient de pression dP/dS où S est la distance le long de la paroi inférieure.

Les coefficients de frottement C_f ($= \tau_p/0,5\rho U_{\infty}^2$) le long des parois du canal sont représentés graphiquement dans les figures (IV.14a) et (IV.14b). Le changement des profiles de vitesse dans la région qui contient les blocs donne des coefficients de frottement différents pour les deux parois. Dans la zone de redéveloppement de l'écoulement, les couches limites dynamiques sur les deux parois deviennent presque identiques et donc les coefficients de

frottement prennent des valeurs très proches ($C_F=0,02$ pour la paroi supérieure et $=0,018$ pour la paroi inférieure). La figure (IV.14a) montre que le coefficient de frottement est très élevé à l'entrée du canal où l'on a supposé un profil uniforme de vitesse, qu'il a une variation presque linéaire dans la région séparant les blocs de la paroi supérieure et qu'il tend vers une valeur constante à la sortie au fur et à mesure que le profil de vitesse tend vers le profil développé. Les variations du coefficient de frottement sur la paroi inférieure (Fig. (IV.14b)) est très complexe au niveau des parois des blocs à cause de l'alternance des zones de recirculation avec l'écoulement normal, mais dans la zone de redéveloppement de l'écoulement, le coefficient tend vers la valeur constante donnée ci-dessus.

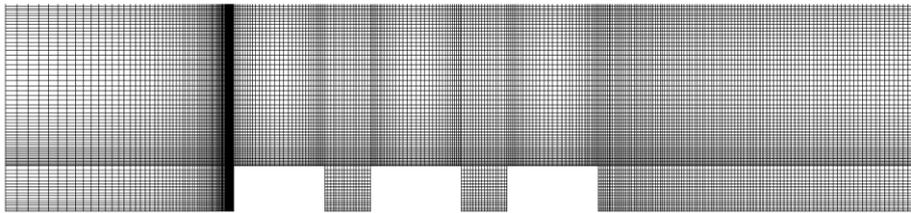


Fig.IV.5a : Maillage 448x80 utilisé dans les calculs

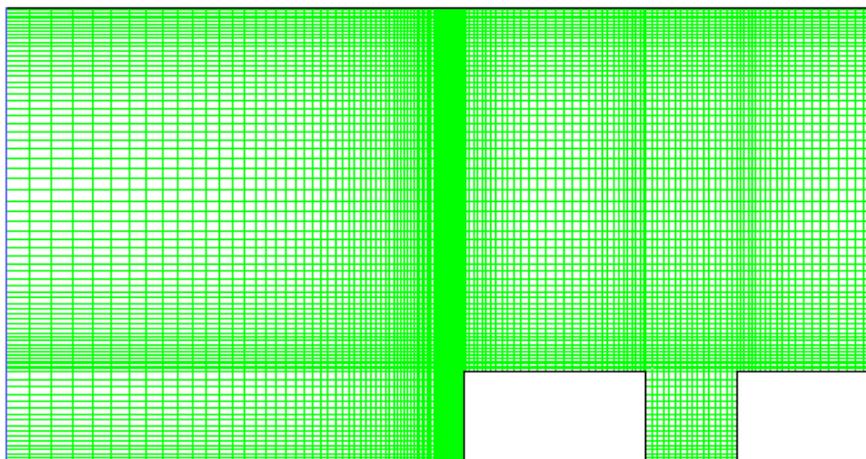


Fig.IV.5b : Agrandissement du maillage à proximité du premier bloc

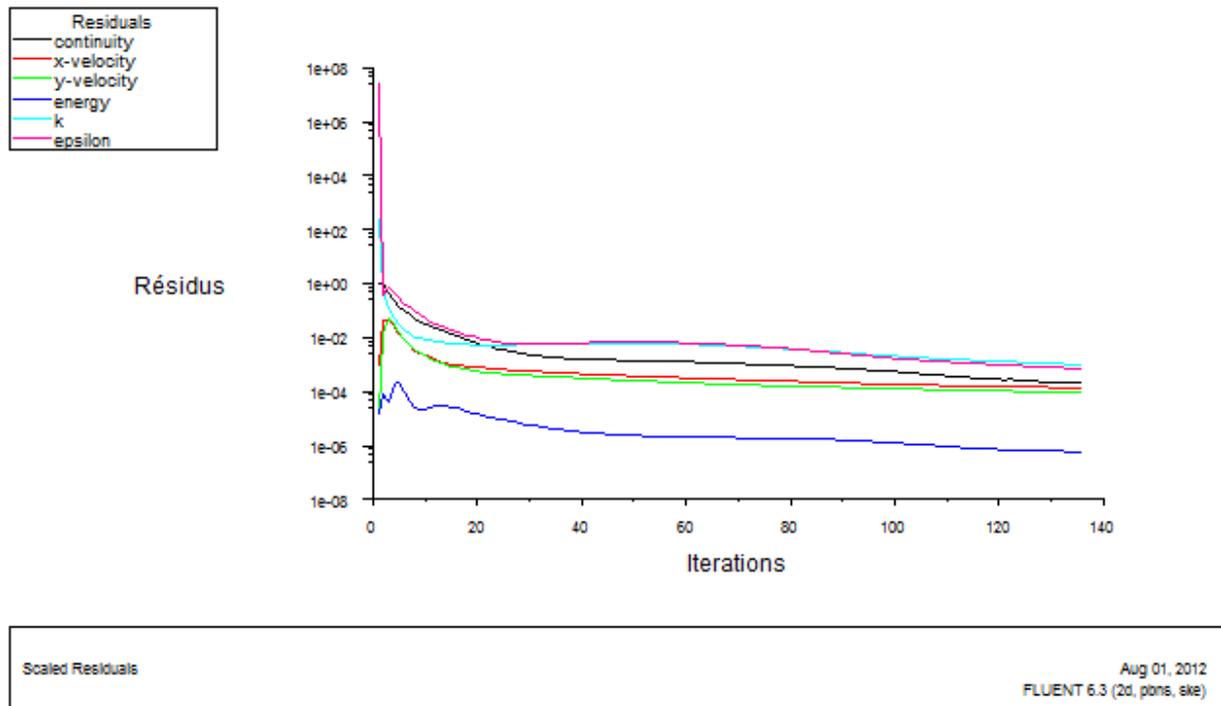


Fig.IV.6 : Variation des résidus en fonction du nombre d'itérations

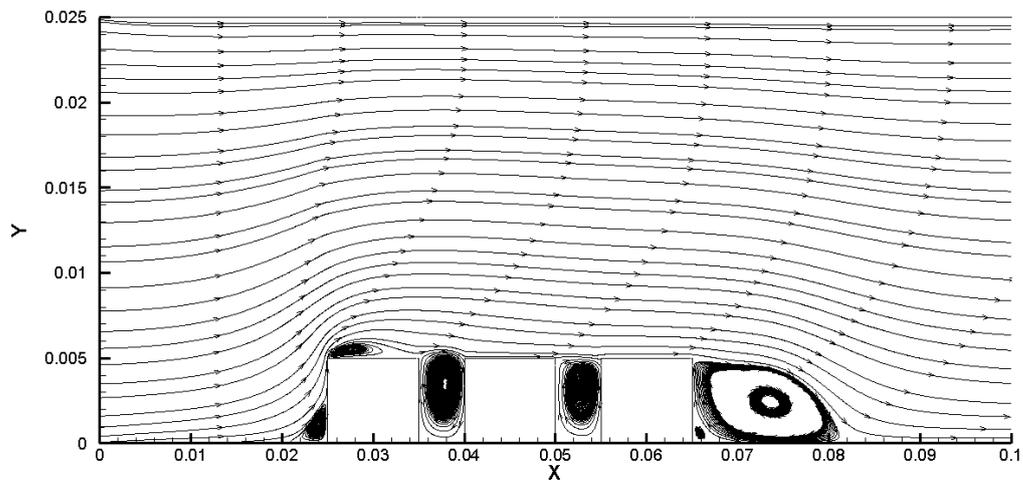


Fig.IV.7a : Lignes de courant correspondantes à $Re=5000$ et $Gr=2.5e+7(Gr/Re^2=1)$

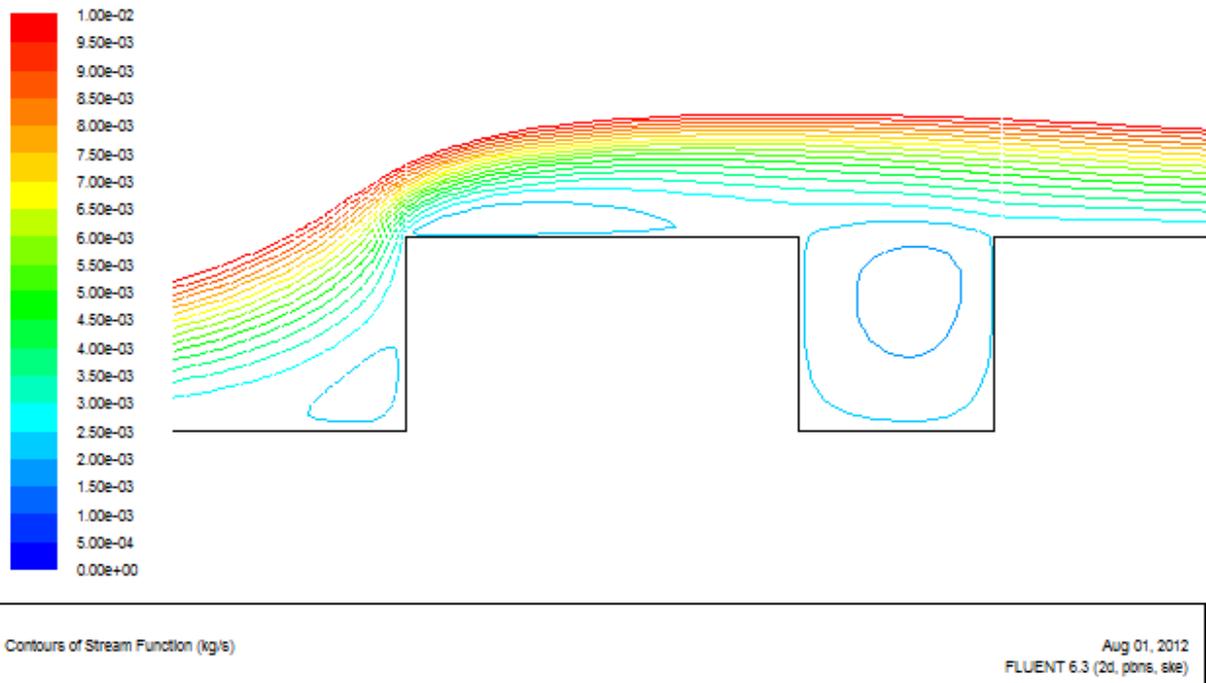


Fig.IV.7b : Agrandissement autour du 1^{er} bloc de la figure des lignes de courant correspondantes à $Re=5000$ et $Gr=2.5e+7$ ($Gr/Re^2=1$)

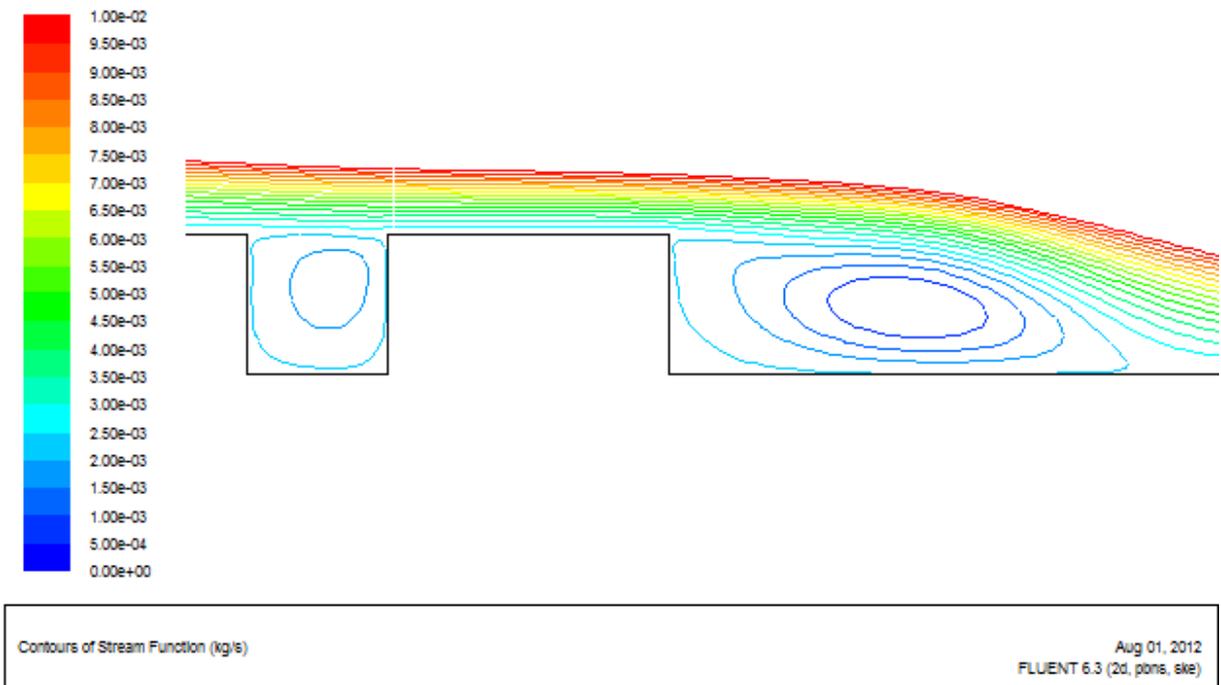


Fig.IV.7c : Agrandissement autour du 3^{ème} bloc de la figure des lignes de courant correspondantes à $Re=5000$ et $Gr=2.5e+7(Gr/Re^2=1)$

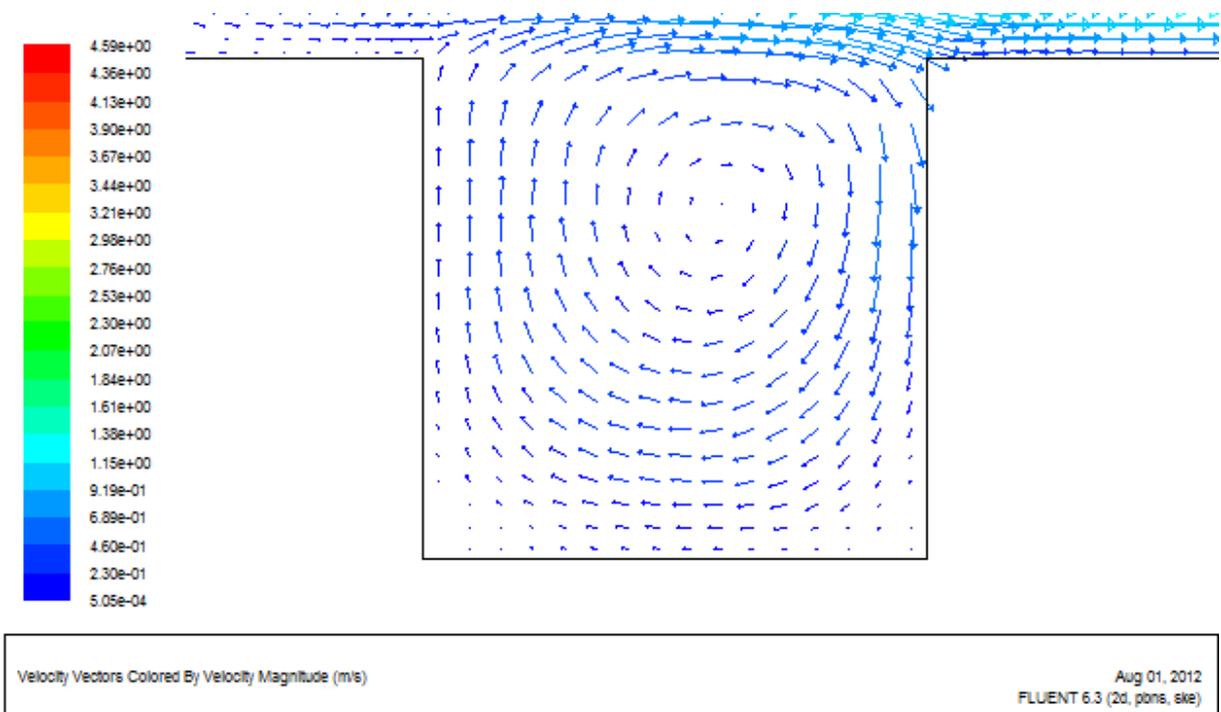


Fig.IV.8 : Agrandissement autour de l'espace entre les blocs de la figure des vecteurs vitesses correspondants à $Re=5000$ et $Gr=2.5e+7(Gr/Re^2=1)$

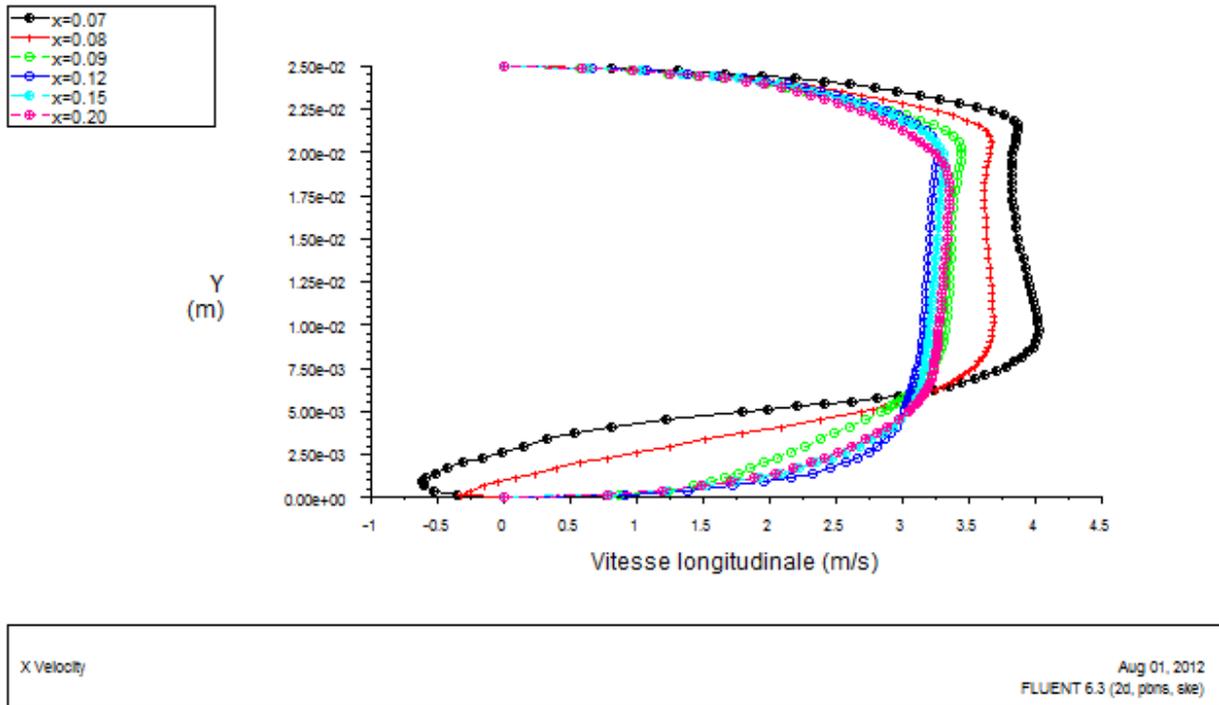


Fig.IV.9 : Profils de vitesse correspondants à $Re=5000$ et $Gr=2.5e+7(Gr/Re^2=1)$

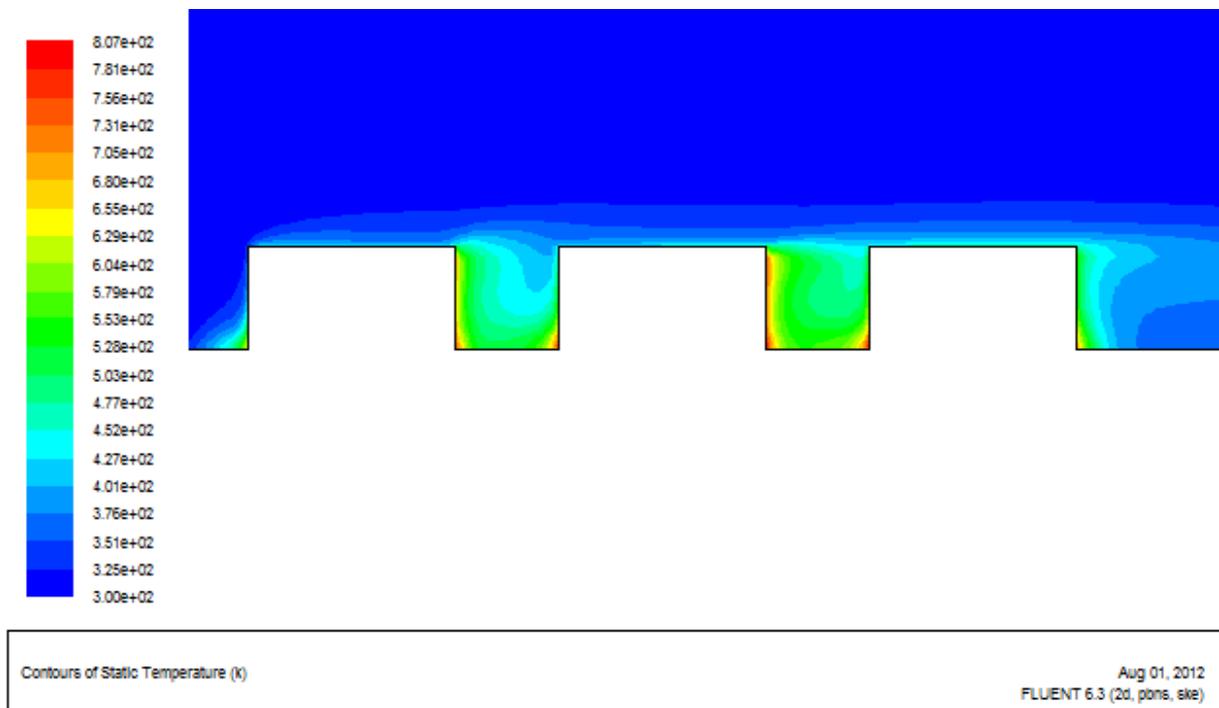


Fig.IV.10 : Isothermes autour des trois blocs correspondantes à $Re=5000$ et $Gr=2.5e+7(Gr/Re^2=1)$

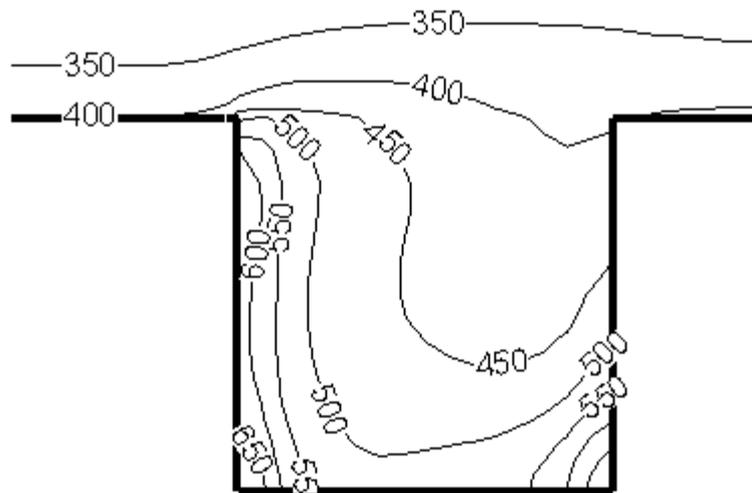


Fig.IV.11 : Agrandissement autour de l'espace entre les blocs de la figure des isothermes correspondantes à $Re=5000$ et $Gr=2.5e+7(Gr/Re^2=1)$

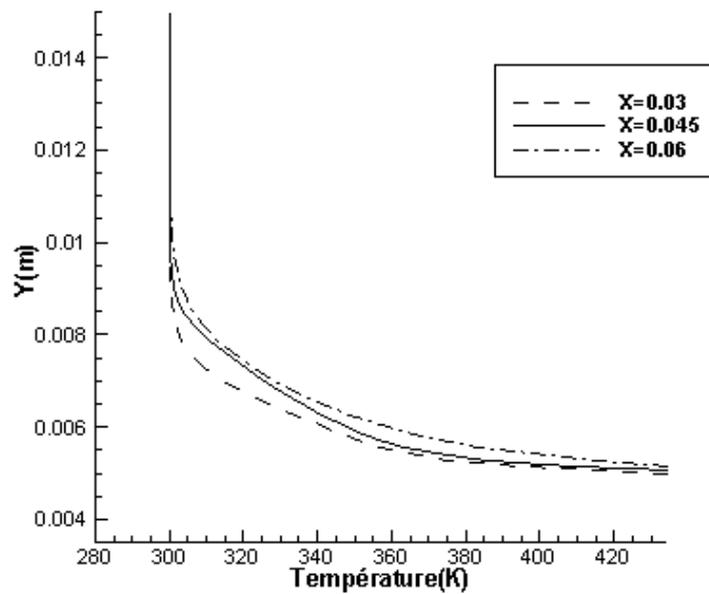


Fig.IV.12 : Couches limites thermiques- au dessus des blocs -correspondantes à $Re=5000$ et $Gr=2.5e+7(Gr/Re^2=1)$

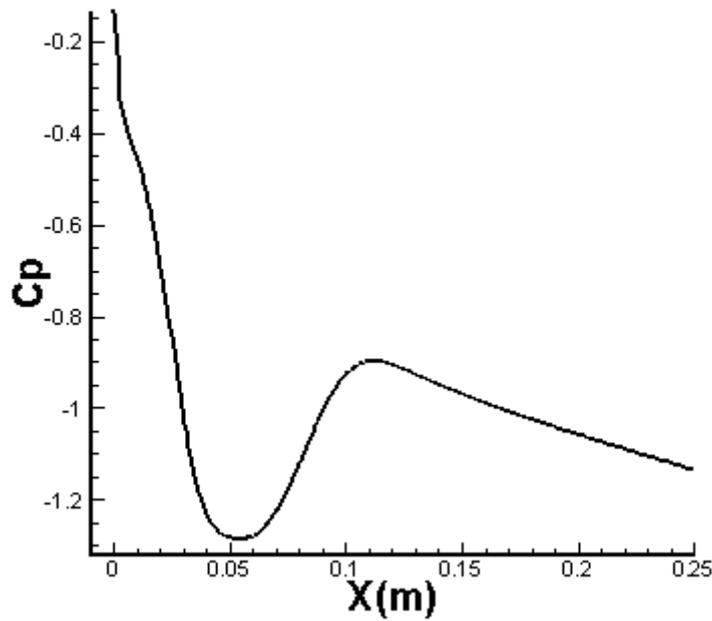
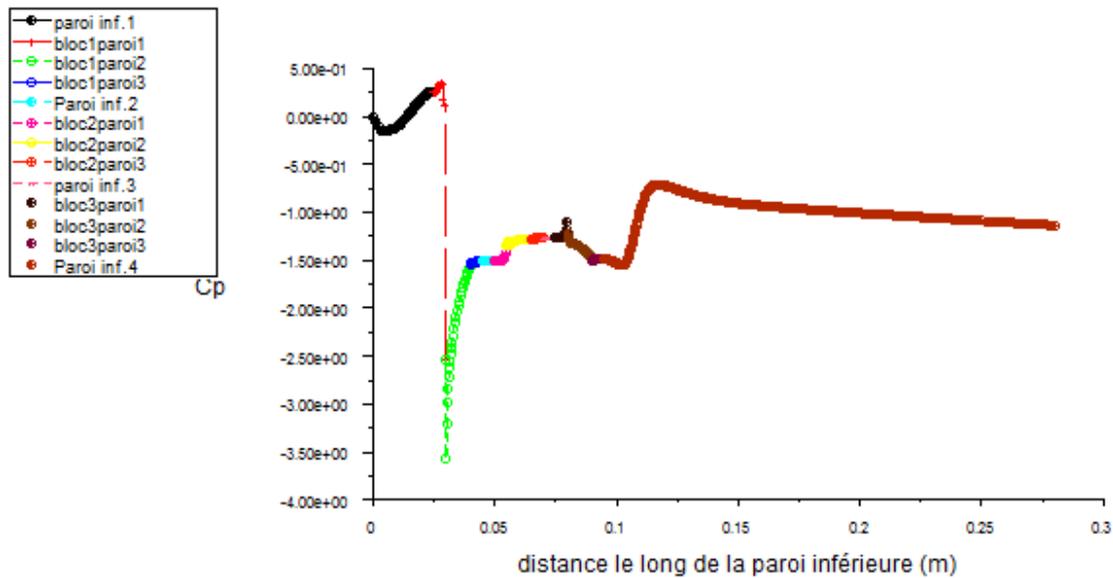
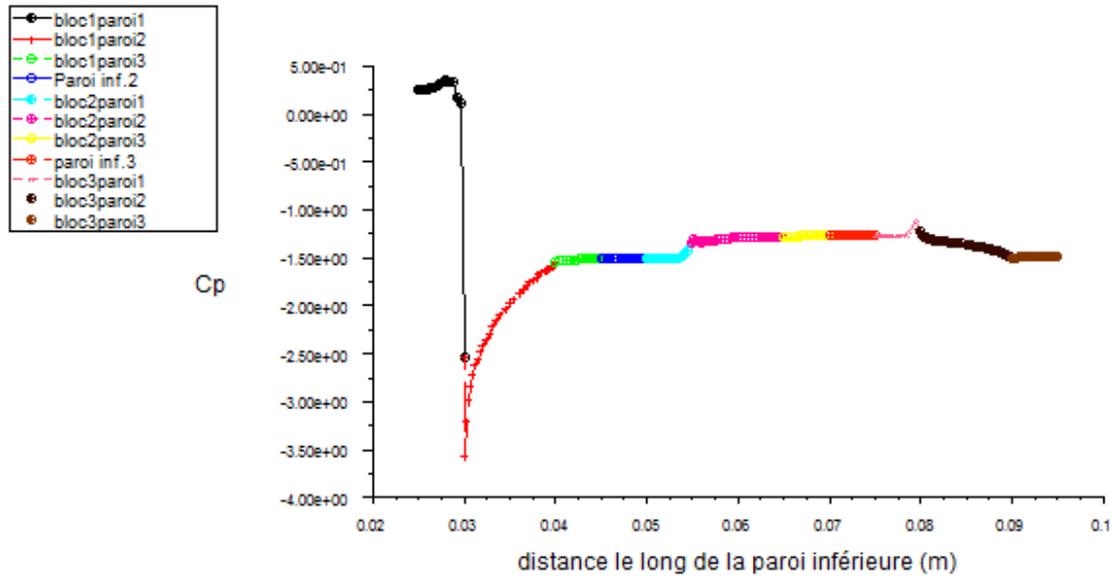


Fig.IV.13a : Variation du coefficient de pression le long de la paroi supérieure du canal (Re=5000 et Gr=2.5e+7(Gr/Re²=1))



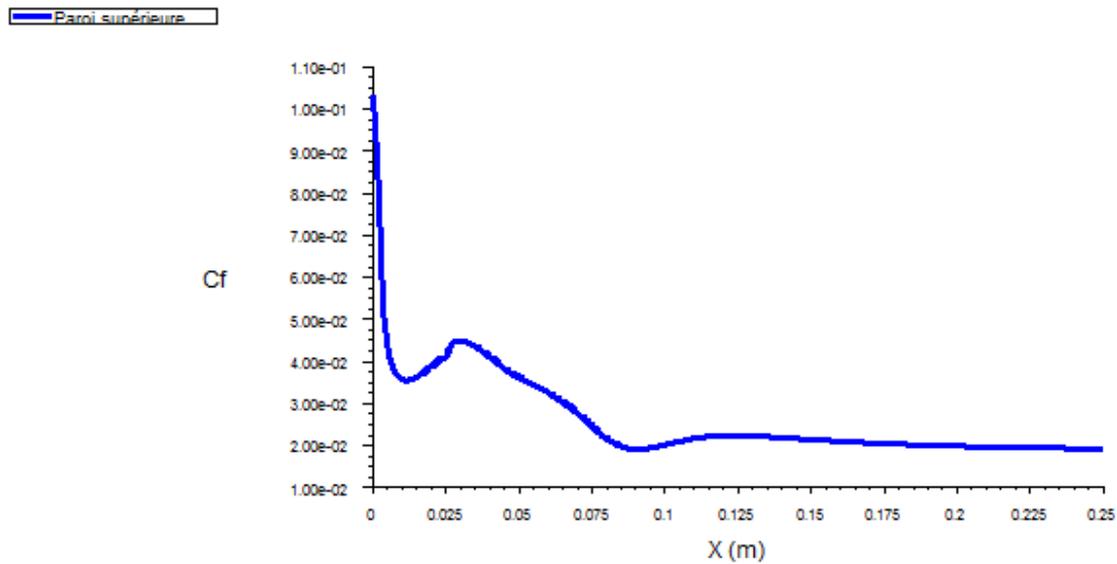
Pressure Coefficient Aug 04, 2012
FLUENT 6.3 (2d, pions, ske)

Fig.IV.13b : Variation du coefficient de pression le long de la paroi inférieure du canal (Re=5000 et Gr=2.5e+7(Gr/Re²=1))



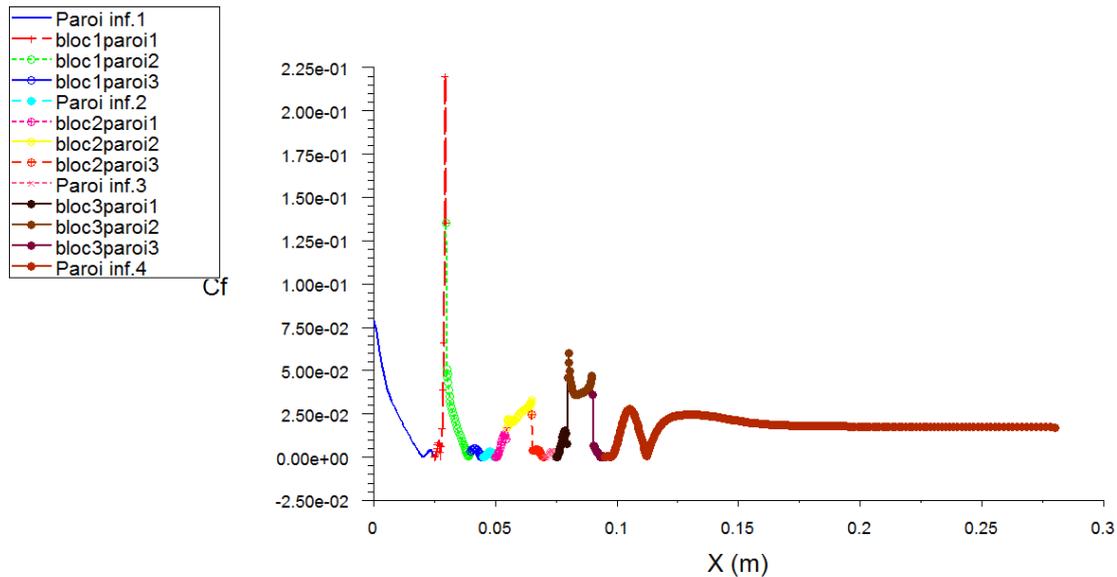
Pressure Coefficient Aug 04, 2012
FLUENT 6.3 (2d, pons, ske)

Fig.IV.13c : Variation du coefficient de pression le long des parois des trois blocs ($Re=5000$ et $Gr=2.5e+7(Gr/Re^2=1)$)



Skin Friction Coefficient Aug 04, 2012
FLUENT 6.3 (2d, pons, ske)

Fig.IV.14a : Variation du coefficient de frottement le long de la paroi supérieure du canal ($Re=5000$ et $Gr=2.5e+7(Gr/Re^2=1)$)



Skin Friction Coefficient

Aug 05, 2012
FLUENT 6.3 (2d, pbns, ske)

Fig.IV.14b : Variation du coefficient de frottement le long de la paroi inférieure du canal
($Re=5000$ et $Gr=2.5e+7$ ($Gr/Re^2=1$))

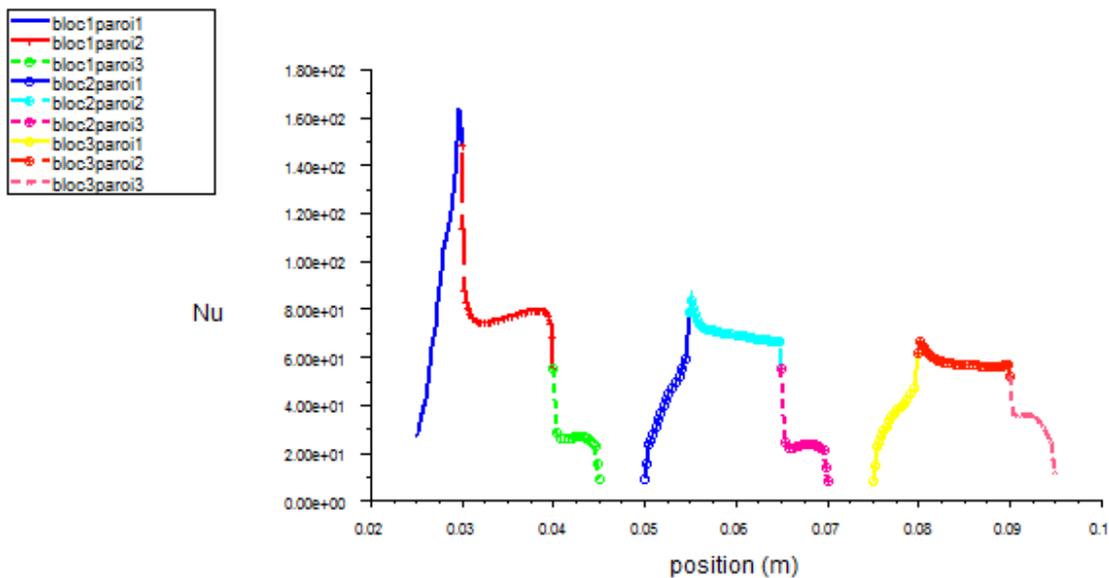
IV.4 Effet de la flottabilité sur le transfert thermique:

La figure (IV.15) montre la variation du nombre de Nusselt local sur les trois parois de chaque bloc pour $Re=5000$ et $Gr/Re^2=1$. Pour un bloc donné, On remarque que la valeur maximale du nombre de Nusselt local a lieu au coin constituant l'intersection des paroi1 et paroi2 tandis que la valeur minimale a lieu au coin constituant l'intersection de la paroi3 du bloc avec la paroi inférieure. Ce comportement peut être lié aux vitesses de l'écoulement (voir fig. (IV.8)) car il y a accélération de l'écoulement sur la paroi 1 du bloc et décélération sur la paroi 3. On remarque aussi dans la figure (IV.15) que le transfert thermique est meilleur au niveau du 1^{er} bloc puis se dégrade au niveau des deux autres. Cette dégradation peut être expliquée par la diminution de la différence de température entre le fluide et la paroi au fur et à mesure que le fluide avance dans le canal.

Le tableau IV.1 montre l'effet de la variation de Gr sur le transfert thermique par convection mixte. Lorsque le rapport Gr/Re^2 est égal à 1 l'augmentation du nombre de Nusselt moyen est très faible (<0.2%) et donc la convection naturelle peut être négligée. Cependant pour un rapport Gr/Re^2 égal à 20 l'augmentation du nombre de Nusselt moyen est de 5,5%. La convection naturelle doit donc être prise en considération lorsque le nombre adimensionnel Gr/Re^2 prend de grandes valeurs. Le tableau IV.1 montre aussi que l'augmentation du nombre Gr/Re^2 modifie surtout le nombre de Nusselt des parois verticales, où la convection libre est plus importante.

Gr/Re^2 Surface	$Gr/Re^2=0$ Nu_{face} Pas de flottabilité	$Gr/Re^2=0$ Nu_{bloc} Pas de flottabilité	$Gr/Re^2=1$ Nu_{face}	$Gr/Re^2=1$ Nu_{bloc}	$Gr/Re^2=20$ Nu_{face}	$Gr/Re^2=20$ Nu_{bloc}
Bloc1paroi1	91.257767	68.375488	91.169594	68.400032	90.86689	70.506645
Bloc1paroi2	78.508286		78.395912		78.772072	
Bloc1paroi3	25.227596		25.638712		33.615555	
Bloc2paroi1	41.821518	51.069427	41.936687	51.195606	44.27737	54.729656
Bloc2paroi2	70.098839		70.136765		70.512878	
Bloc2paroi3	22.25853		22.57222		33.615509	
Bloc3paroi1	35.544106	46.108845	35.589294	46.161278	39.399788	49.368046
Bloc3paroi2	58.079754		58.076771		60.327496	
Bloc3paroi3	32.731777		32.902283		37.417404	
Nu moyen		55.184586		55.252308		58.20145

Tableau IV.1 Influence de la flottabilité sur le transfert thermique par convection mixte



Surface Nusselt Number Aug 07, 2012
FLUENT 6.3 (2d, pbn, ske)

Fig.IV.15 : Variation du nombre de Nusselt le long des parois des trois blocs ($Re=5000$ et $Gr=2.5e+7(Gr/Re^2=1)$)

IV.5 Effet de turbulateur sur le transfert thermique par convection mixte:

Dans ce cas on modifie la géométrie en ajoutant un turbulateur de forme carrée i.e. $B/h=1$. Ceci est monté au dessus du premier bloc. La figure (IV.16) montre la configuration et les conditions aux limites. Nous avons supposé un turbulateur ayant des parois thermiquement isolées (parois adiabatiques). Ceci implique que la chaleur transmise à travers les blocs est évacuée uniquement par le fluide.

Les figures (IV.17a) et (IV.17b) montrent la nouvelle structure de l'écoulement. Des vortex contrarotatifs se forment derrière le turbulateur et des zones de recirculations se forment sur les parois inférieure et supérieure du turbulateur. Il y a donc une accélération importante de l'écoulement dans la région située entre le turbulateur et les blocs. Ceci entraîne un mélange plus important que dans le cas sans turbulateur et donc un meilleur transfert thermique.

La comparaison des deux cas (avec et sans turbulateur) est montrée dans les figures (IV.18a)- (IV.18c) et le tableau IV.2. On remarque une augmentation du Nusselt local pour les trois blocs. La valeur du Nusselt moyen augmente de 17%. Cette méthode d'augmentation du transfert thermique est donc très efficace. Malheureusement les pertes de charges singulières augmentent avec cette méthode, ce qui entraîne une plus grande énergie de pompage du fluide.

Gr/Re^2 Surface	$Gr/Re^2=1$ Nu_{face} Pas de turbulateur	$Gr/Re^2=1$ Nu_{bloc} Pas de turbulateur	$Gr/Re^2=1$ Nu_{face} Avec turbulateur ($B/h=1.0$)	$Gr/Re^2=1$ Nu_{bloc} Avec turbulateur ($B/h=1.0$)
Bloc1paroi1	91.169594	68.400032	98.9505	82.749512
Bloc1paroi2	78.395912		99.674812	
Bloc1paroi3	25.638712		32.697926	
Bloc2paroi1	41.936687	51.195606	52.330475	57.610683
Bloc2paroi2	70.136765		75.394707	
Bloc2paroi3	22.57222		27.322855	
Bloc3paroi1	35.589294	46.161278	43.061558	53.294117
Bloc3paroi2	58.076771		65.583557	
Bloc3paroi3	32.902283		38.947796	
Nu moyen		55.252308		64.551437

Tableau IV.2 Influence de turbulateurs sur le transfert thermique par convection mixte

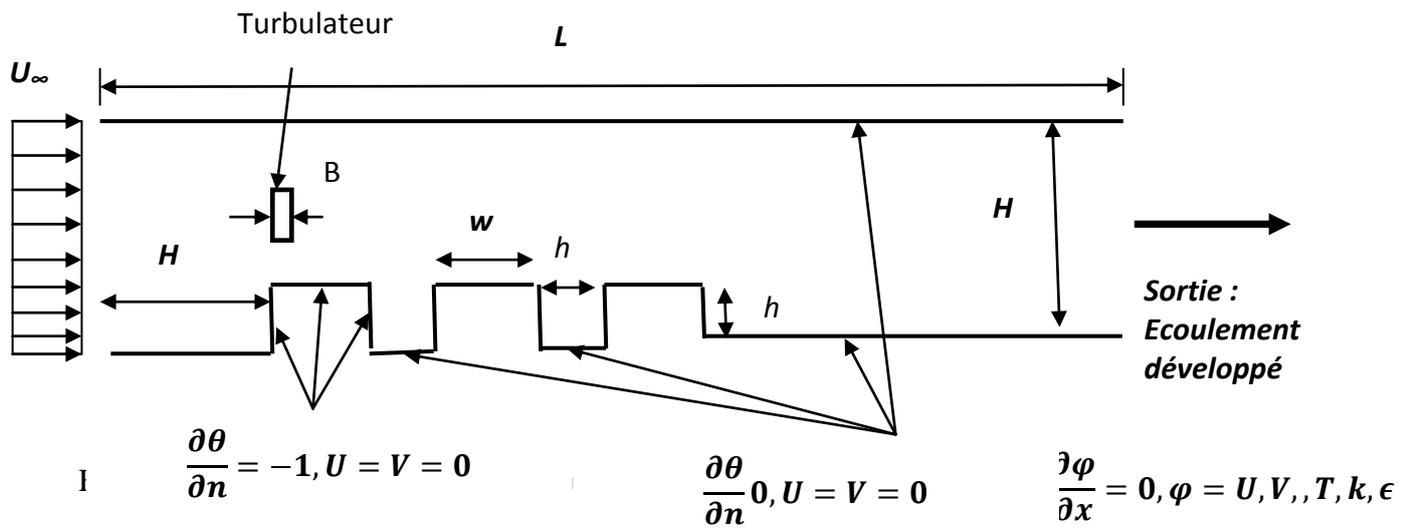
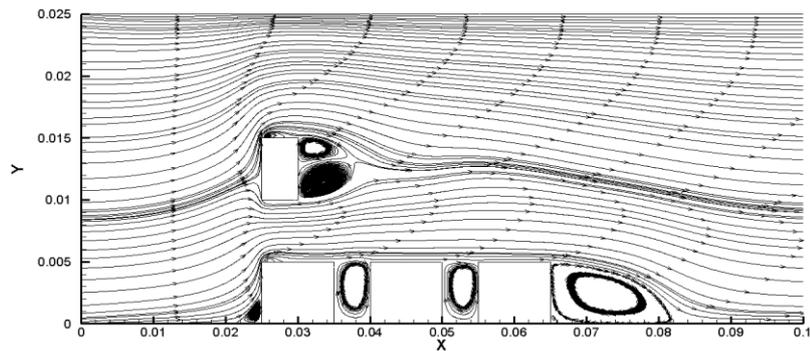
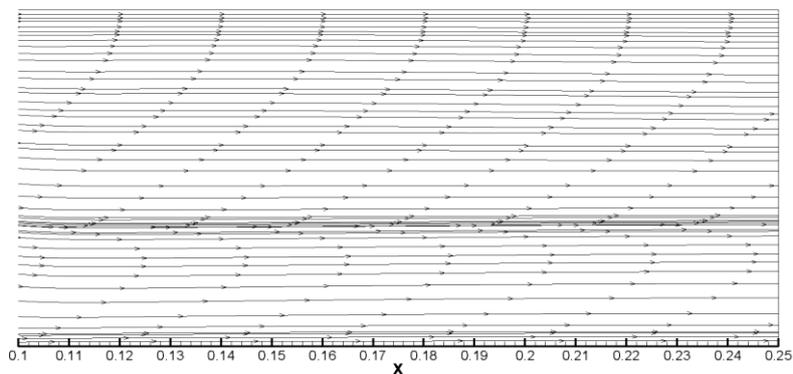


Fig : VI. 16. Géométrie du problème avec turbulateur et conditions au:



Région s'étendant de $x=0$ à $x=0.1$



Région s'étendant de $x=0.1$ à $x=0.25$ (sortie du canal)

Fig.IV.17a: Lignes de courant de l'écoulement à travers un canal pourvu de turbulateur ($Re=5000$ et $Gr=2.5e+7(Gr/Re^2=1)$)

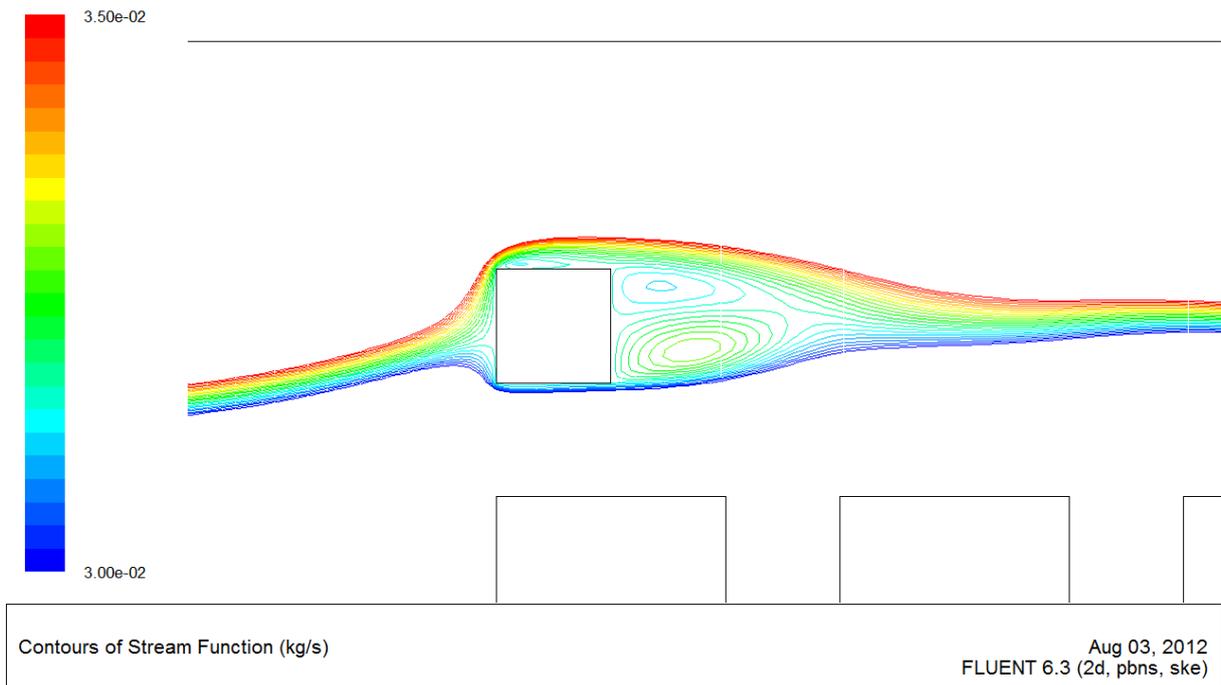


Fig.IV.17b: Agrandissement des lignes de courant autour du turbulateur ($Re=5000$ et $Gr=2.5e+7(Gr/Re^2=1)$)

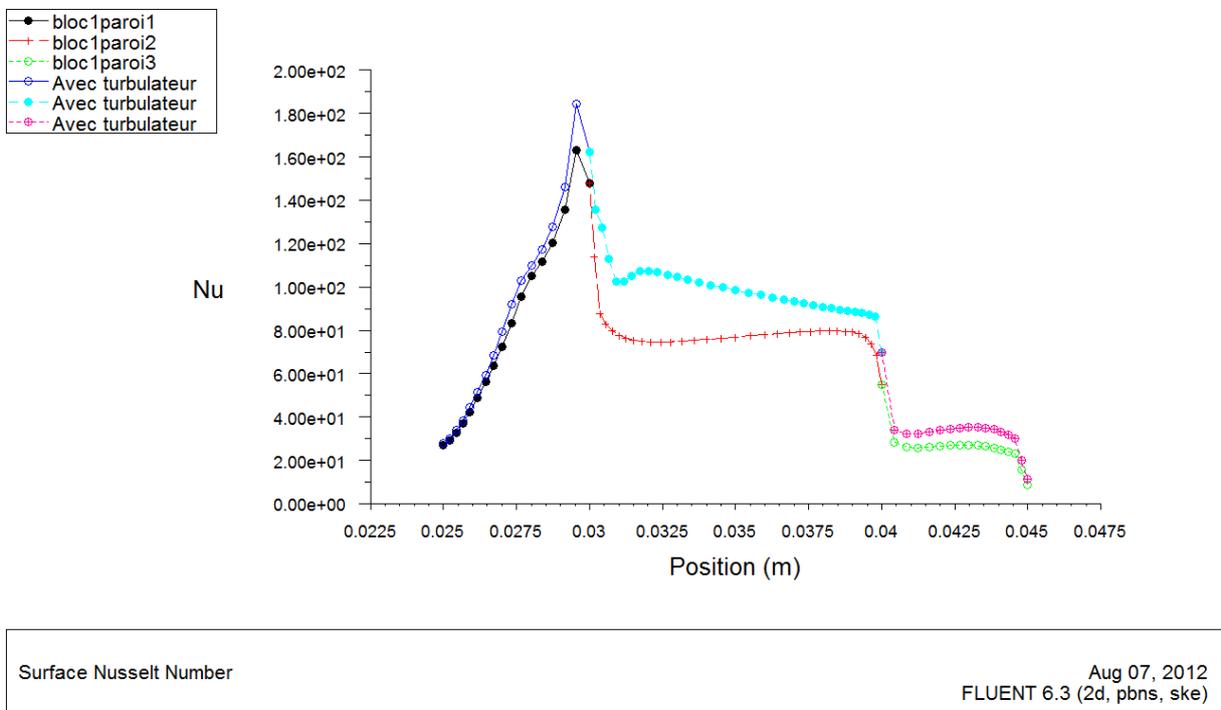
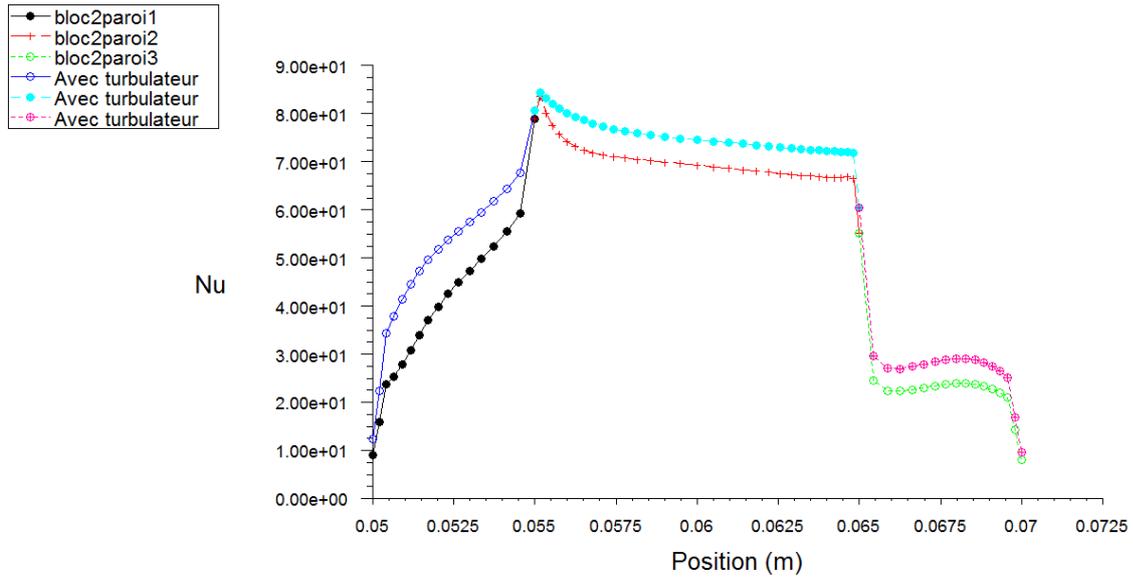


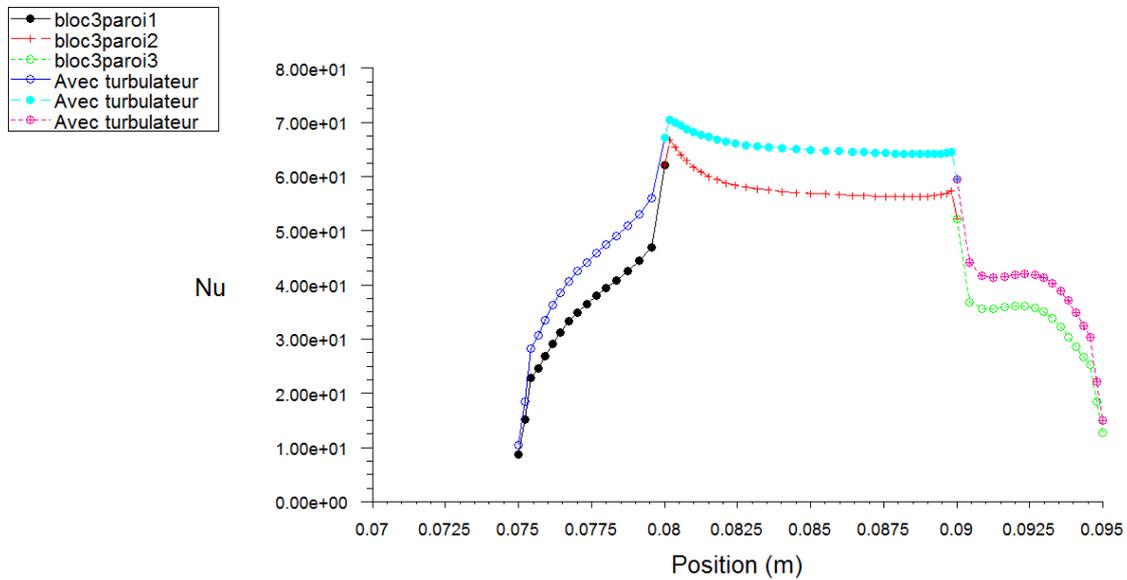
Fig.IV.18a: Variation du nombre de Nusselt local sur les parois du 1^{er} bloc ($Re=5000$ et $Gr=2.5e+7(Gr/Re^2=1)$)



Surface Nusselt Number

Aug 07, 2012
FLUENT 6.3 (2d, pbns, ske)

Fig.IV.18b: Variation du nombre de Nusselt local sur les parois du 2^{ème} bloc ($Re=5000$ et $Gr=2.5e+7(Gr/Re^2=1)$)



Surface Nusselt Number

Aug 07, 2012
FLUENT 6.3 (2d, pbns, ske)

Fig.IV.18c: Variation du nombre de Nusselt local sur les parois du 3^{ème} bloc ($Re=5000$ et $Gr=2.5e+7(Gr/Re^2=1)$)

CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

Ce mémoire rapporte les résultats d'une simulation CFD réalisée sur une configuration géométrique formée par un canal muni de blocs chauffants. Le point de départ de cette simulation sont les équations de la dynamique des fluides et de transfert de la chaleur. Étant impossible de les résoudre analytiquement, on a eu recours aux méthodes numériques de discrétisation spatiale. Nous avons opté pour une simulation RANS au lieu d'une simulation DNS car la dernière est très coûteuse et difficile à mettre en place bien qu'elle ne nécessite pas de modèle de turbulence. L'utilisation d'un modèle de turbulence permet de simplifier la mise en place d'un calcul CFD au prix d'inconnues supplémentaires qu'il faut modéliser pour parvenir à un système fermé. Une modélisation de type RANS calcule des valeurs moyennes et la qualité des résultats comparés à la réalité dépend notamment du choix d'un modèle adapté au cas de la simulation ; d'autres critères interviennent comme l'ordre des schémas de discrétisation, la qualité du maillage, le nombre de mailles...

Cette simulation CFD a permis l'étude numérique de l'écoulement turbulent stationnaire accompagné de transfert thermique par convection mixte dans un canal horizontal chauffé par des blocs, avec et sans installation de turbulateurs. Les conclusions principales émergeant de ces résultats peuvent être résumées dans ce qui suit :

1°) Les résultats du nombre de Nusselt normalisé sont en bon accord qualitatif avec les données expérimentales disponibles dans la littérature.

2°) L'installation d'un turbulateur peut améliorer d'une manière très efficace les caractéristiques du transfert thermique convectif turbulent en changeant la structure de l'écoulement c'est-à-dire en accélérant le fluide et en augmentant son intensité de turbulence. L'accélération du fluide permet d'augmenter les termes convectifs dans l'équation de conservation de l'énergie tandis que l'intensité de turbulence permet d'augmenter la viscosité turbulente et donc les termes diffusifs dans l'équation de conservation de l'énergie.

3°) Lorsque le rapport Gr/Re^2 est proche de 1 l'effet de la flottabilité c'est-à-dire la convection naturelle peut être négligé et donc on peut résoudre les équations sans le terme de Boussinesq, ce qui permet de réduire le temps de calcul.

4°) Lorsque le rapport Gr/Re^2 est égal à 20, l'effet de la flottabilité existe surtout le long des surfaces verticales des blocs

Comme recommandations pour compléter cette étude, on peut suggérer :

- a) L'utilisation des modèles à faible nombre de Reynolds pour mieux capturer la turbulence à proximité des parois.
- b) L'utilisation de turbulateurs de différentes formes et rapports d'aspect : rectangulaires, triangulaires, circulaires, etc....
- c) Etudier l'effet de l'espacement des blocs sur le transfert
- d) Etudier l'influence de la position du turbulateur sur le transfert.
- e) Etudier l'effet de l'intensité de turbulence à l'entrée sur le transfert thermique
- f) Influence du nombre de Reynolds sur le transfert thermique

Références bibliographiques

- [1] **T.Icoz et Y.Jaluria.** (2005) “Numerical simulation of boundary conditions and the onset of instability in natural convection due to protruding thermal sources in an open rectangular channel “*Numerical heat transfer, part A, vol 48 pp 831-847*
- [2] **M. Bouttout et R. Bessaih.** (2006) “Etude de l’ instabilité hydrodynamique et thermique lors du refroidissement à air des sources de chaleur “, *Thèse de Magister, IGM, Université Mentouri de Constantine.*
- [3] **A.Hamouche.** (2007) “Refroidissement à air des composants électroniques par convection Mixte ‘ ’ Mémoire de Magistaire ,Université Mentouri de Constantine.
- [4] **O.Manca, S.Nardini, V.Nazo.** (2002) “Effect natural convection of the distance between an inclined discretely heated plate and a parallel shroud bellow “*Journal of heat Transfer, vol 124 pp 441-451*
- [5] **A. Bazylak, N.Djilali, D.Sinton.** (2006) “Natural convection in an enclosure with distributed heat sources “*Numerical Heat Transfer, Part A vol, 49 pp655-667,*
- [6] **H. Gunes.** (2003) “Analytical solution of buoyancy-driven flow and heat transfer in a vertical channel with spatially periodic boundary conditions” *Heat and Mass Transfer vol 40 pp33-45*
- [7] **B.Calgani, F.Msili, M.Paroncini.** (2005) “Natural convective heat transfer in a squareenclosures heated from below “, *Applied Thermal engineering vol 25 pp 2522-2531*
- [8] **M.C.D’ Orazio, C. Cianfrini, M.Corcione.** (2004) “Rayleigh - Bénard convection in a tall rectangular enclosure “, *International Journal of Thermal Sciences vol 43 pp 135 - 144*
- [9] **T. Furukawa, W-J Yang.** (2003) “Thermal fluid flow in parallel boards with heat generating blocs “, *International Journal of Heat and Mass Transfer vol 46 pp 5005-5015*
- [10] **H. Bhowmik et K. W.Tou.** (2005) “An experimental study of transient heat transfer from discrete heat sources in water cooled vertical rectangular channel” , *Journal of Electronic Packaging, vol 127 pp 193-199*
- [11] **Wu-S.Fu et B.H.Tong.** (2004) “Numerical investigation of heat transfer characteristics of the heated blocks in the channel with transversally oscillating cylinder “, *International Journal of Heat Transfer vol 4 7pp 341-351*

- [12] **Timothy J. Y. K. Vafai.** (1998) “ Convective cooling heated obstacle in a channel” , *International Journal of Heat and Mass transfer vol 41 pp 3131-3148*
- [13] **S. Y. Kim, B Y. H. Kang et Jae Min Hyun.** (1998) “ Forced convective heat transfer from two heated blocks in pulsating channel flow “ , *International Journal of Heat and Mass Transfer, vol 41, N° 3, pp 625-6634,*
- [14] **T.J. Young, K.Vafai.** (1998) “Convective flow and heat transfer in a channel containing multiple heated obstacles” , *International Journal of Heat and Mass Transfer vol 41 3279-3298*
- [15] **M. M. Mohamed.** (2005) “Air cooling characteristics of a uniform square modules array for electronic device heat sink “ , *Applied Thermal Engineering xxx xxx-xxx*
- [16] **A.Korichi, H. Chérifi et L. Oufer** (2005). “Transfert convectif lors d’ un écoulement oscillatoire en présence d’ un barreau cylindrique “ , *17^{eme} congrès français de Mécanique. Troyes – Septembre*
- [17] **E. Papanicolaou et Y. Jaluria.** (1992) “Transition to a periodic regime in mixed convection in a square cavity “ , *J. A. Reizes (Editor) pp 478-491*
- [18] **H. Bhowmik, C. P. Tso, K.W. Tou, F. L Tan** (2005) “Convection heat transfer from discrete heat sources in a liquid cooled rectangular channel “ , *Applied Thermal Engineering vol 25 pp 2532-2542*
- [19] **T. Icoz et Y.Jaluria.** (2004) “Design of cooling system for electronic equipment using both experimental and numerical inputs” , *Journal of Electronic Packaging, vol 126 pp 465 - 471*
- [20] **Q.Wang et Y.Jaluria.** (2004) “Three dimensional conjugate Heat Transfer in a horizontal channel with discrete heating “ , *Journal of Heat Transfer, vol 126 pp 642 -647*
- [21] **Q.Wang et Y. aluria.** (2002) “Instability and heat transfer in mixed convection flow in a horizontal duct with discrete heat sources “ , *Numerical Heat Transfer, Part A, vol 42:pp 445 -463*
- [22] **F. Moukalled, A. Doughan, S. Acharya.** (2000) “Parametric study of mixed convection in channels with concave and convexes surfaces” , *International Journal of Heat and Mass Transfer vol 43, pp 1947 - 1963*
- [23] **H.W.Wu, S.W. Perng.** (1999) “Effect of an oblique plate on the heat transfer enhancement of mixed convection over heated blocks in horizontal channel “ , *International Journal of Heat Transfer vol 42 pp 1217 - 1235*

- [24] **N. Islam, U. N. Gaitonde, G. K. Sharma.** (2001) “Mixed convection heat transfer in the entrance region of horizontal annuli “, *International Journal of Heat and Mass Transfer* vol 44 pp 2107 - 2120
- [25] **Lih - C.Fang.** (2003) “Effect of mixed convection on transient hydrodynamic removal of contaminant from cavity “, *International Journal of Heat and Mass Transfer* vol 46 pp 2039 -2049
- [26] **S. W. Chen, C. Y. Chang, J.T. Lir, T. F. Lin.** (2004) “Stabilisation and elimination of transient instable mixed convective vortex flow of air in a bottom heated horizontal flat duct by top plate heating “, *International Journal of Heat and Mass Transfer* vol 47 pp 4137 - 4152
- [27] **M.H.Lin, C.Tai Chen.** (2002) “Numerical Study of thermal instability in mixed convection flow over horizontal and inclined surface” , *International Journal of Heat and Mass Transfer* vol 45 pp 1595 - 1603
- [28] **A. A. Bousedra, H. M. Soliman.** (2000) “Experimental investigation of laminar mixed convection in an inclined semi circular duct under buoyancy assisted and opposed conditions “, *International Journal of Heat and Mass Transfer* vol 43pp 1103 - 1111
- [29] **A.Barletta.** (1998) “Laminar mixed convection with viscous dissipation in a vertical channel “, *International Journal of Heat and Mass Transfer* vol 41 pp 3501 - 3513
- [30] **J.S.YOO.** (1998) “Mixed convection of air between two horizontal concentric cylinders with a cooled rotating outer cylinder “, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol 41, N°2, pp 293 - 302
- [31] **A. Barletta, E. Zankini.** (2001) “Mixed convection with viscous dissipation in an inclined channel with prescribed wall temperatures” , *International Journal of Heat and Mass Transfer* vol 44 pp 4267 - 4275
- [32] **S.Y.KIM, H.J.SUNG AND J.M. HUN,** (1992) “Mixed convection from multiple layered boards with cross streamwise periodic boundary conditions” , *International Journal of heat and mass Transfer*, Vol 35, N° 11, pp 2941 - 295
- [33] **J. G. B. Saldana.** (May 2005) “Numerical Simulation of mixed convection over a three dimensional Horizontal Backward - Facing Step “, *National Polytechnic Institute, Mexico*
- [34] **C. Abid, F. Papini et A. Ropke.** (1993) “Intermittence spatio-temporelle d’ un écoulement cylindrique dans un conduit horizontal : détermination du champ de température

externe par thermographie infrarouge et étude de comportement “, *J. Phys.III France* 3 pp 255-266

[35] **J. C. Leong, N. M. Brown, F. C. Lai**, (2005) “Mixed convection from an open cavity in a horizontal channel “, *International communication in Heat and Mass Transfer* vol 32 pp 583 -592

[36] **T. S. Chang, Y. H. Shian**, (2005) “flow pulsating and baffle’ s effect on the opposing mixed convection in a vertical channel “, *International Journal of Heat and Mass Transfer* vol 48 pp 4190 - 4204

[37]] **S.HABCHI et S. ACHARYA**. (1986) “Laminar mixed convection in partially blocked vertical channel” , *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 29, No. 11, pp.1711-1722,

[38] **S. Banarjee A. Mukhopadhyay , S. Sen and R. Ganguly (2008)**, “Natural convection in a bi-heater configuration of passive electronic cooling” , *International Journal of Thermal Sciences*

[39] **S.V. Patankar**, (1980) “A Numerical heat transfer and fluid flow” Hemisphere pub.,WDC

[40]. **H. Nouri, F. Ravelet** : « Tutoriel introductif à la simulation numérique des écoulements » site Internet

[41]. **F.Bakir,D.Fedala,S.Khelladi** : « Simulation numérique des écoulements internes dans les turbomachines », site internet