

UNIVERSITE KASDI MERBAH OUARGLA

Faculté des Sciences Appliquées

Département de Génie Electrique



Mémoire

MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et technologies

Filière : Génie électrique

Spécialité : Matériaux électrotechniques

Présenté par :

...Bazzine Amina....

...Bouanane Nouria..

Thème:

**Contribution à l'Etude des Phénomènes de Chauffage
par Induction**

Soutenu publiquement

Le : 07/06/2015

Devant le jury :

M. BOUREK Yacine

MA (A) Président

UKM
Ouargla

M^{me} BELKEBIR Amel

MA (A) Encadreur/rapporteur

UKM
Ouargla

M. BOUCHALA Tarik

MC (B) Examineur

UKM
Ouargla

Année universitaire 2014/2015

DÉDICACE

Au nom de dieu, le tout miséricordieux , le très miséricordieux, et la prière et le prophète Mohamed.

Voila le commencement de la fin avec des fruits et des fleurs , des feuilles et des branches et puis voila mon œuvre , qui ne bat que pour mes deux grands héros de ma vie qui sans les quels je ne serai pas sur terre ; je ne sais comment m'exprimer ouvres vous .

Ma mère le visage angélique qui ne donne la tendresse et l'espoir dans ma vie.
Mon père, le commandable qui me donne la fierté et qui m'a éclairée mon chemin,

Et qui ma encouragée et soutenue toute au long de mes études : que dieu ait son âme.

À mon cher mari Yakoube pour me soutenir et à ses parents
Ainsi , mes sœurs:Hadjer,Nour El Houda,Aziza , pour leurs soutien aux moments difficiles .

Mes frères :Houssame El Din, Abd El Baset , qui m'ont beaucoup encouragée .
Mon binôme Nouria, pour l'effort fourni et pour sa patience.

Pour mes profe, surtout M^{me} **Belkebir Amel** mon encadreur pour la somme de ses conseils et de ses recommandation.

Pour tout les étudiants sas exception .Mes amies et mes camarades depuis l'enfance jusqu'à ce jour.

Sans oublier, Hadja,Hana ,Saliha , Fatma ,Mariam , Ilhame et Mariam.

A tout ce qui ma connu de prés ou de loin et tout ce qui participé pour l'accomplissement de ce travail.

Finalement, je souhaite que mon travail ait toute satisfaction, et qu'il soit efficace.

AMINA

Remerciements

Nous remercions Dieu qui nous à donné la force et la volonté d'accomplir ce modeste travail.

nous tiens tout d'abord à exprimer mes sincères remerciements ainsi que notre vive gratitude envers tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce modeste travail.

Mes sincères remerciements et reconnaissances vont à notre encadreur, Prof.Belkebir Amel pour son aide, ainsi que pour la confiance qu'il m'a prodiguée durant la réalisation de ce travail.

Mes plus vifs remerciements s'adressent également aux membres de jury qui m'ont honoré en acceptant d'évaluer ce travail.

Que tous les enseignants qui ont contribué à ma formation reçoivent ma gratitude et en particulier ceux du département d'électrotechnique de l'université de Ouargla

.

Sans oublier d'exprimer mes remerciements à tous mes amis Chacun avec son nom et tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin.

Résumé

Tout matériau conducteur électrique exposé à un champ magnétique variable développe des courants de Foucault, donc s'échauffe par l'effet Joule. La répartition des courants de Foucault dépend de la forme de ce matériau, de celle de l'inducteur, de la fréquence et de l'amplitude du champ, ainsi que des propriétés physiques des matériaux.

Le chauffage par induction est une technique bien adaptée aux traitements thermiques en métallurgie. Cependant il est nécessaire de bien dimensionner les inducteurs afin d'avoir un processus optimal. Vu le nombre de paramètres à prendre en compte pour cette étude, il semble adéquat et nécessaire d'avoir recours à des techniques numériques.

Dans ce travail, après avoir décrit les phénomènes physiques et principes mathématiques, les méthodes d'analyse numériques adaptées aux problèmes magnétodynamiques et thermiques, on présente un modèle pour le couplage magnéto-thermique appliqué aux problèmes de chauffage par induction.

Un problème industriel et 3D de chauffage par induction est résolu à titre d'illustration, en utilisant le logiciel multiphysique Comsol et plus particulièrement son module AC/DC.

Mots clé: Chauffage par induction, Courant de Foucault, effet de peau

Abstract

Any electrically conductive material exposed to a variable magnetic field develops eddy currents, so it heats up by the Joule effect. The distribution of the eddy currents depends on the form of such material and that of the inductor, the frequency and amplitude of the field, as well as physical properties of materials.

Induction heating is a well adapted technique to heat treatment in metallurgy. However it is necessary to properly size the inductors in order to have an optimal process. Seen the number of parameters to be considered for this study, it appears appropriate and necessary to use digital techniques

In this paper, after describing the physical phenomena and mathematical principles, digital analysis methods adapted to Magnetodynamic and thermal problems, we present a model for the magneto-thermal coupling applied to induction heating problems.

An industrial problem in induction heating 3D is solved by way of illustration, using the multiphysics software Comsol and particularly its AC / DC module.

Key words : chauffage induction, eddy current, skin effect.

SOMMAIRE

Introduction Générale	1
-----------------------------	---

Chapitre 1 : Généralité sur les Phénomènes de Chauffage par Induction

Introduction	3
1.1 Historique	3
1.2 Qu'est ce que le chauffage par induction.....	3
1.3 Principe de chauffage par induction.....	4
1.3.1 Courants de Foucault.....	4
1.3.2 Effet joule.....	5
1.4 Type de chauffage par induction.....	6
1.4.1 Chauffage direct.....	6
1.4.1.1- Chauffage direct des métaux (applications métallurgiques).....	7
1.4.2 chauffage indirect.....	7
1.4.2.1-Chauffage indirect de matériaux dans des recipients métalliques.....	8
1.5 Type d'inducteur.....	8
1.6 Caractéristiques du chauffage par induction.....	9
1.6.1 Pénétration électrique δ	9
1.6.2 Epaisseur de peau.....	9
1.6.3 Exemples de valeurs.....	10
1.6.4 Pénétration thermique	10
1.6.5 Puissance dissipée.....	11
1.6.7 Rendement (inducteur –charge).....	12
1.7 Applications du chauffage par induction.....	12
1.7.1 fusion de métaux par induction	12
1.7.1.1 Four à induction à creuset	12
1.7.1.2 Four à induction à canal.....	13
1.7.2 traitements thermiques par induction (trompe)	13
1.7.2.1 Trompe superficielle	13
1.7.2.2 Traitements thermique dans la masse.....	13
1.7.2.3 Traitements de surface	14
1.7.2.4 Chauffage avant formage des métaux	14
1.7.3 Autres applications du chauffage par induction.....	14

1.8 Avantages du chauffage par induction.....	15
1.9 Inconvénients du chauffage par induction.....	15
Conclusion.....	15

Chapitre 2: Phénomènes Physiques et Equations de Maxwell

Introduction.....	16
2.1 Définition d'un champ.....	16
2.2 Opérateur différentiel Nabla	16
2.2.1 Gradient d'un champ scalaire.....	16
2.2.2 Divergence	17
2.2.3 Rotationnel d'un vecteur A.....	18
2.3 Propriétés d'opérateur Nabla	19
2.3.1 Laplacien scalaire d'un champ scalaire.....	19
2.3.2 Laplacien vectoriel.....	19
2.4 Electromagnétisme.....	20
2.4.1 Champ magnétique.....	20
2.4.2 Théorème de Gauss.....	21
2.4.2.1 Théorèmes de Gauss applicable au magnetism.....	21
2.4.3 Loi d'induction de Faraday.....	22
2.4.4 Théorème d'Ampère	23
2.4.4.1 Courant de déplacement	23
2.5 Equations de Maxwell.....	24
2.5.1 Historique des équations de Maxwell.....	24
2.5.2 Equations fondamentales de l'électromagnétisme.....	26
Conclusion.....	26

Chapitre 3: Modélisation du Système de Chauffage par Induction

Introduction.....	27
3.1 Modélisation analytique d'une plaque conductrice en cuivre.....	27
3.1.1 Champ magnétique \vec{H} à l'intérieur de la plaque.....	28
3.1.2 Densité volumique des courants induits dans la plaque \vec{J}	30
3.1.3 Pertes par les courants de Foucault.....	31

3.1.4 Résultats obtenus.....	32
3.1.4.1 Pénétration du champ magnétique dans la plaque conductrice.....	32
3.1.4.2 Pertes dissipés par courants de Foucault.....	33
3.2 Profondeur de pénétration.....	34
3.2 .1 Effet de La résistivité électrique.....	35
3.2 .2 Effet de la fréquence.....	37
Conclusion	38

Chapitre 4 : Simulation et Résultats

Introduction.....	39
4.1 multiphysique Comsol.....	39
4.2 Description du système proposé.....	39
4.3 Construction de système sur COMSOL Multiphysics	40
4.3.1-Choix de la dimension.....	40
4.3.2- Choix des modules physique.....	40
4.3.3- Choix du type d'étude.....	40
4.3.4- Construction de la géométrie	40
4.3.5. Choix des matériaux	41
4.3.6. Choix du maillage	41
4.3.7 Résultat de la simulation.....	42
4.4. Influence de la fréquence sur la distribution de la température.....	43
4.4.1 pour la fréquence $F=50\text{Hz}$	43
4.4.2 pour la fréquence $F=500\text{Hz}$	44
4.4.3 pour la fréquence $F=5000\text{Hz}$	45
4.5 Influence de la fréquence sur l'épaisseur de peau.....	47
4.5.1 pour la fréquence $F=50\text{Hz}$	47
4.5.2 pour la fréquence $F=500\text{Hz}$	47
4.5.1 pour la fréquence $F=5000\text{Hz}$	48
4.6 Influence du rayon de l'inducteur sur la température transmise.....	48
4.6.1 Pour rayon de l'inducteur 0.05(m).....	49
4.6.1 Pour rayon de l'inducteur 0.1 (m).....	50
4.6.2 Pour rayon de l'inducteur 0.15(m).....	51
4.7 Influence du rayon de l'inducteur sur l'épaisseur de peau.....	52
4.7.1 Pour rayon de l'inducteur 0.05(m).....	53
4.7.2 Pour rayon de l'inducteur 0.1(m).....	53
4.7.3 Pour rayon de l'inducteur 0.15(m).....	54
4.8 Influence de la hauteur de la pièce cylindrique sur la température transmise.....	54
4.8.1 Pour la hauteur de la pièce cylindrique 0.05 (m).....	55

4.8.2	Pour la hauteur de la pièce cylindrique 0.1 (m)	56
4.8.3	Pour la hauteur de la pièce cylindrique 0.2 (m)	57
4.9	Influence de la hauteur de la pièce sur l'épaisseur de peau	58
4.9.1	Pour la hauteur de la pièce cylindrique 0.05 (m)	59
4.9.2	Pour la hauteur de la pièce cylindrique 0.1 (m)	59
4.9.3	Pour la hauteur de la pièce cylindrique 0.2 (m)	60
	Conclusion	60
	Conclusion Générale	61

Liste Des Figures

Chapitre 1 : Généralité sur les Phénomènes de Chauffage par Induction

Figure 1.1: Chauffage par induction par une solénoïde

Figure 1.2 : Principe de chauffage par induction

Figure 1.3: Principe du chauffage par induction

Figure 1.4: Chauffage par induction

Figure 1.5: Chauffage par induction indirect

Figure 1.6: chauffages par induction avec des inducteurs de formes différentes .

Figure 1.7 : Epaisseur de peau en fonction de la fréquence

Figure 1.8 : La pénétration thermique

Figure 1.9 : four à induction creuset

Figure 1.10: four à induction à canal

Chapitre 2: Phénomènes Physiques et Equations de Maxwell

Figure 2.1: La quantité f varie de f à $f+df$ sur la distance dl

Figure 2.2 Représentation d'un élément de volume $dx dy dz$

Figure 2.3 : Les lignes de champ magnétique

Figure 2.4 : Lignes de champ magnétique d'un barreau aimanté.

Figure 2.5 : Portraits des Physiciens Ecossais J. C. Maxwell et Allemand H. R. Hertz.

Chapitre 3: Modélisation du Système de Chauffage par Induction

Figure 3.1 plaque conductrice infini

Figure 3.2 : Pénétration du champ magnétique dans la plaque

Figure 3.3 Pertes dissipés par effet Joules

Figure 3.4 : Répartition de la densité de courant induit dans la pièce

Figure 3.5 : Evolution de la résistivité en fonction de la température

Figure 3.6 : Evolution de la conductivité en fonction de la température

Figure 3.7 : Evolution de l'épaisseur de peau en fonction de la température

Figure 3.8 : Evolution de l'épaisseur de peau en fonction de la fréquence

Chapitre 4 : Simulation et Résultats

Figure 4.1 : Géométrie proposée

Figure 4.2 : Présentation du maillage

Figure 4.3 : Distribution de la température dans le milieu d'étude

Figure 4.4 : L'évolution de la température en fonction du temps pour $f=50\text{Hz}$

Figure 4.5 : Distribution de la température dans le milieu d'étude pour $f=50\text{Hz}$
Figure 4.6 : L'évolution de la température en fonction du temps pour $f=500\text{Hz}$
Figure 4.7 : Distribution de la température dans le milieu d'étude pour $f=500\text{Hz}$
Figure 4.8 : L'évolution de la température en fonction du temps pour $f=5000\text{Hz}$
Figure 4.9 : Distribution de la température dans le milieu d'étude pour $f=5000\text{Hz}$
Figure 4.10 : épaisseur de peau en fonction du temps pour $f=50\text{Hz}$
Figure 4.11 : épaisseur de peau en fonction du temps pour $f=500\text{Hz}$
Figure 4.12 : épaisseur de peau en fonction du temps pour $f=5000\text{Hz}$
Figure 4.13 : rayon de l'inducteur
Figure 4.14 : L'évolution de la température en fonction du temps pour rayon de L'inducteur $0.05(\text{m})$
Figure 4.15 : Distribution du rayon de l'inducteur $0.05(\text{m})$ dans le milieu d'étude
Figure 4.16 : L'évolution de la température en fonction du temps pour rayon de L'inducteur $0.1(\text{m})$
Figure 4.17 Distribution du rayon de l'inducteur $0.1(\text{m})$ dans le milieu d'étude
Figure 4.18 : L'évolution de la température en fonction du temps pour rayon de L'inducteur $0.15(\text{m})$
Figure 4.19 Distribution du rayon de l'inducteur $0.15(\text{m})$ dans le milieu d'étude
Figure 4.20 : épaisseur de peau en fonction du temps pour rayon de l'inducteur $0.05(\text{m})$
Figure 4.21 : épaisseur de peau en fonction du temps pour rayon de l'inducteur $0.1(\text{m})$
Figure 4.22 : épaisseur de peau en fonction du temps pour rayon de l'inducteur $0.15(\text{m})$
Figure 4.23 : hauteur de la pièce cylindrique
Figure 4.24 : L'évolution de la température en fonction du temps pour hauteur de la pièce cylindrique $0.05(\text{m})$
Figure 4.25 Distribution de la hauteur de la pièce cylindrique $0.05(\text{m})$ dans le milieu d'étude
Figure 4.26 : L'évolution de la température en fonction du temps pour hauteur de la pièce cylindrique $0.1(\text{m})$
Figure 4.27: Distribution de la hauteur de la pièce cylindrique $0.1(\text{m})$ dans le milieu d'étude
Figure 4.28: L'évolution de la température en fonction du temps pour hauteur de la pièce cylindrique $0.2(\text{m})$
Figure 4.29 : Distribution de la hauteur de la pièce cylindrique $0.1(\text{m})$ dans le milieu d'étude
Figure 4.30 : épaisseur de peau en fonction du temps pour hauteur de la pièce cylindrique $0.05(\text{m})$
Figure 4.31 : épaisseur de peau en fonction du temps pour hauteur de la pièce cylindrique $0.1(\text{m})$
Figure 4.32 : épaisseur de peau en fonction du temps pour hauteur de la pièce cylindrique $0.2(\text{m})$

Liste Des Tableaux

Chapitre 1 : Généralité sur les Phénomènes de Chauffage par Induction

Tableau 1.1: Exemples de valeurs

Chapitre 2: Phénomènes Physiques et Equations de Maxwell

Chapitre 3: Modélisation du Système de Chauffage par Induction

Tableau 3.1 : pertes dissipées par effet joule

Tableau 3.2 : Profondeur de pénétration

Chapitre 4 : Simulation et Résultats

Tableau 4.1 Effet du paramètre ' f ' sur la distribution de la température

Tableau 4.2 Effet du paramètre ' f ' sur l'épaisseur de peau

Tableau 4.3 Effet du rayon de l'inducteur sur la distribution de la température

Tableau 4.4 Effet du rayon de l'inducteur sur l'épaisseur de peau

Tableau 4.5 Effet de la hauteur de la pièce sur la distribution de la température.

Tableau 4.6 Effet de la hauteur de la pièce sur l'épaisseur de peau

Principales Notations

ω : La pulsation. en radian sur seconde [rad/s]

f : La fréquence en Hertz [Hz]

\mathbf{B} : L'induction magnétique. en tesla [T]

\mathbf{E} : Le champ électrique. en [V/m]

\mathbf{H} : Le champ magnétique, en [A/m]

μ_0 : Constante, appelée perméabilité magnétique dans le vide $4\pi \cdot 10^{-7}$ [H/m]

μ_r : appelée perméabilité magnétique relative.

μ : La perméabilité magnétique absolue, en [H/m]

t : Le temps en seconde [s]

I : Courant en Ampère [A]

J : La densité volumique de courant en surface. en [A/m^2]

R : La résistance, en Ohm [Ω]

ρ : La résistivité de matériau. en ohm mètre [$\Omega.m$].

σ : La conductivité électrique. siemens par mètre [S/m]

δ : épaisseur de peau en mètre [m]

e : épaisseur du matériaux [m]
 λ : la conductivité thermique [K/m]
P : puissance [w]
 η_e : rendement électrique
 ϵ : la permittivité électrique [F/m]
 ϵ_r : la permittivité relative
 ϵ_0 : la permittivité en vide $8.85 \cdot 10^{-12}$ [F/m]
 τ : Le temps d'extraction de la valeur moyenne [s]
Q : la charge électrique [c]
 Φ : le flux du champ magnétique [wb]
 I_D : courant de déplacement [A]
 H_0 : champ magnétique d'excitation [A/m]
L : longueur [m]
S : surface [m^2]
V : volume [m^3]
r : rayon [m]
h : hauteur [m]
T : température [K]
 T_0 : température de référence [K]

Introduction General

Généralité et problématique

L'induction électromagnétique est une technique de chauffage pour les matériaux conducteurs d'électricité (métaux), fréquemment utilisée pour de nombreux procédés thermiques tels que la fusion ou la chauffe des métaux, [1].

L'induction électromagnétique a pour particularité de générer la chaleur directement à l'intérieur du matériau à chauffer. Cette particularité présente de nombreux atouts par rapport aux méthodes de chauffe plus standards, notamment la réduction des temps de chauffe et des rendements élevés, ou encore la possibilité de chauffer de façon très locale, [2].

Le chauffage par induction a acquis une très grande importance dans l'industrie, vu ces diverses caractéristiques très intéressantes d'un point de vue technologique ; chauffage rapide et à distance, choix de la zone d'envoi de la puissance suivant la fréquence du générateur ou les caractéristiques physiques de l'élément à chauffer, homogénéité du chauffage ainsi que sa très simple mise en œuvre,[3].

C'est pour cela que les domaines d'application du chauffage par induction s'élargissent de jours en jours, on peut citer à titre d'exemple, le traitement thermique des déchets nucléaires, la fabrication des semi-conducteurs, le traitement de surface et le maintien en fusion des métaux, ainsi que la fabrication des fibres optiques,[4].

Notre contribution dans ce mémoire est de développer un modèle magnéto-thermique en bidimensionnelle d'un système de chauffage par induction. Ce modèle sera élaboré sous logiciel Comsol Multiphysiques utilisant la méthode des éléments finis pour résoudre les équations aux dérivées partielles.

Objectifs de ce travail

Dans ce travail, six principaux objectifs étaient fixés à savoir:

-  *Recherche bibliographique sur le système de chauffage par induction et leur caractérisation*
-  *Calcul de la densité de courant, du champ magnétique et les pertes dissipé par courant de Foucault.*
-  *Analyse des effets de la fréquence et de la résistivité sur la variation de l'épaisseur de peau*
-  *Modélisation et simulation des phénomènes de chauffage par induction à travers une pièce cylindrique en cuivre*
-  *Présentation de logiciel Comsol Multiphysique*



Etude de l'influence des paramètres géométriques de la pièce et de l'inducteur sur le système de chauffage par induction

Présentation du mémoire

Pour aboutir aux objectifs de ce travail, notre mémoire sera structuré en quatre chapitres comme suit:

Le premier chapitre sera dédié à une présentation d'un aperçu sur les phénomènes de chauffage par induction, sur le principe de fonctionnement et sur les types de chauffage ainsi que les différentes applications industrielles

Dans le deuxième chapitre on passera en revue l'électromagnétisme. Ce chapitre se décompose en trois parties, la première fera une description des opérateurs différentiels (gradient, divergence et rotationnel). La deuxième présentera quelques notions de magnétisme et d'électrostatique. Tandis que la troisième partie présentera les équations fondamentales de l'électromagnétisme.

Dans le troisième chapitre on présentera le modèle mathématique du processus de chauffage par induction. On commencera par la détermination des expressions du champ magnétique, de la densité volumique des courants, ensuite on étudiera la pénétration du champ magnétique dans une plaque conductrice et les pertes dissipées par effet Joules. On terminera par une étude de l'effet de la fréquence et de la résistivité sur la variation de l'épaisseur de peau

Le quatrième chapitre sera dédié à la simulation des problèmes de chauffage par induction à travers une pièce cylindrique en cuivre. L'étude portera sur l'influence de certains paramètres sur la performance du système en particulier le rayon intérieur de l'inducteur et la hauteur de la pièce cylindrique et on terminera ce travail par une étude de l'influence de la fréquence sur la température transmise dans la pièce. Les résultats du code de calcul et de la simulation par Comsol Multiphysique seront présentés et discutés.

A la fin de ce mémoire, une conclusion générale résumera le travail accomplis et présentera les perspectives à envisager pour la continuation du présent travail

Chapitre 01 :
Généralité sur les
Phénomènes de Chauffage
par Induction.

Introduction

Le chauffage par induction est l'un des principaux procédés de chauffer la matière utilisé dans les nombreuses branches de l'industrie, concernant les applications suivantes: les traitements de surface (brasage ou soudage), et le chauffage à cœur (cisaillement).

Dans ce chapitre nous présenterons le principe du phénomène de chauffage par induction, leurs utilisations et leurs avantages.

1.1 Historique

Le phénomène d'induction magnétique fut découvert par le physicien anglais Mickael

Faraday en 1831. C'est dans les années 1900 que l'on commence à utiliser l'induction comme procédé de chauffage de pièces en métal, mais il est très limité à cause des faibles puissances disponibles. En 1922, l'avènement des générateurs dynamiques le rend plus efficace et des études scientifiques sur le chauffage par induction montrent que l'on peut chauffer différentes parties d'une pièce sans chauffer les autres en jouant sur la fréquence, la puissance ainsi que les paramètres matériaux tels que la résistivité électrique et la perméabilité magnétique relative. Le traitement superficiel par induction est né. Plus tard dans les années 1960, l'arrivée des générateurs statiques avec les semi-conducteurs permet l'utilisation de plus grandes puissances et fréquences. Aujourd'hui, le chauffage par induction est un procédé industriel bien maîtrisé dans un grand nombre de domaines, tels que la fonderie, le soudage ou le durcissement (Rudnev et al., 2003).[4]

1.2 Qu'est ce que le chauffage par induction

Un chauffage par induction est une technique de chauffage reposant sur l'induction électromagnétique. Son avantage est de chauffer des matériaux sans contact avec la source d'énergie.

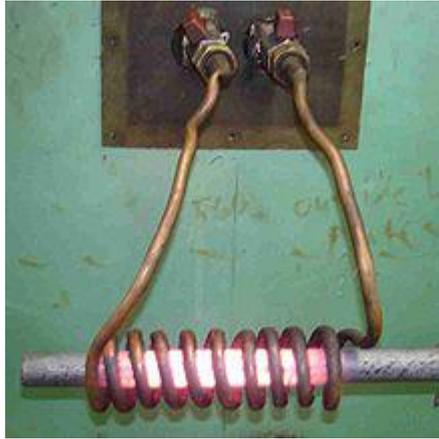


Figure 1.1: Chauffage par induction par une solénoïde

1.3 Principe de chauffage par induction

Le chauffage par induction consiste à envoyer par voie électromagnétique de l'énergie à l'intérieur ou à la surface des matériaux à chauffer. Ce type de chauffage, est une application directe à la fois de la loi de LENZ (loi de l'induction), et l'effet JOUL, par un dispositif approprié, qui est le plus souvent un enroulement bobiné qu'on appelle l'inducteur. Conformément à la loi de LENZ, tout corps conducteur, s'il se trouve dans un champ magnétique variable, est le siège de force électromotrice induite, donc le courant induite. A leur tour, ces courants induits appelés courants de Foucault, dissipent de la chaleur par l'effet joule Dans la substance même où ils ont pris naissance (figure 1.2). [3]

Lignes de champ

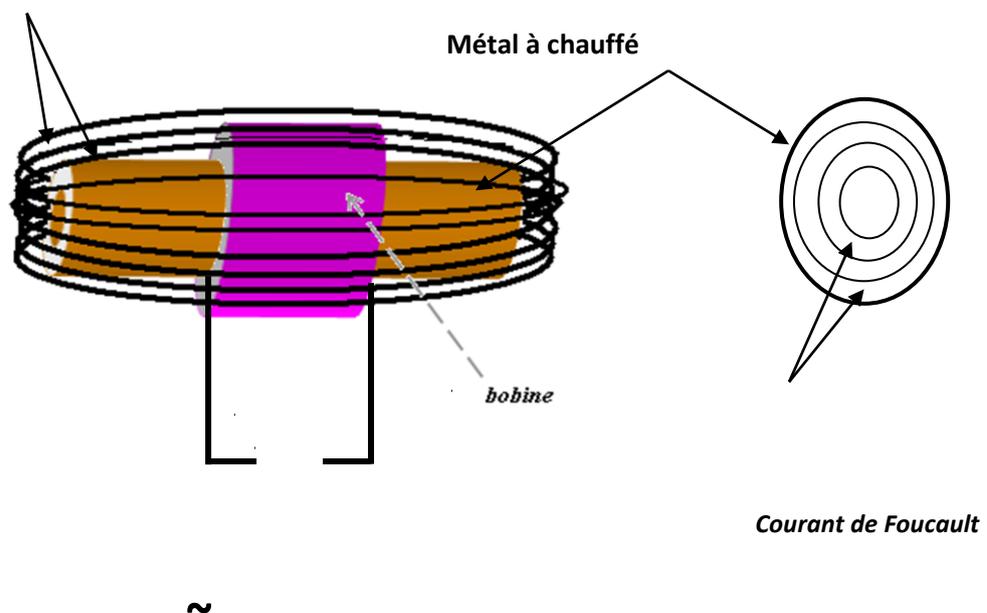


Figure 1.2 : Principe de chauffage par induction

1.3.1 Courants de Foucault

Courants étudiés par le physicien français Léon Foucault, apparaissant dans la masse de tout matériau conducteur en mouvement dans un champ magnétique, ou dans tout matériau conducteur placé dans un champ magnétique variable. J.B. Léon Foucault (1819-1868) Les lignes de ces courants sont fermées sur elles-mêmes : on parle de boucles de courants. Les courants de Foucault s'expliquent par le phénomène d'induction électromagnétique. En anglais, on parle d' « eddy current ». [5]

Les courants de Foucault circulent d'une manière pour créer un champ magnétique qui s'oppose aux appliqué de l'inducteur. Ce principe est utilisée dans certains appareille, pour freiner ou amortir les oscillations d'une pièce mobile, comme ils sont utilisée dans les dispositifs de chauffage par induction. Ce phénomène est géré par les relations physiques suivantes :

$$\vec{\text{rot}}\vec{H} = \vec{J} \quad (1.1)$$

$$\vec{\text{rot}}\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \quad (1.2)$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (1.3)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (1.4)$$

\vec{H} : Champ magnétique.

\vec{B} : Champ d'induction magnétique.

\vec{E} : Champ électrique.

\vec{J} : Densité volumique du courant.

σ : Conductivité électrique du matériau.

μ : Perméabilité magnétique.

Le chauffage par induction est produit par les courants de Foucault induits dans la pièce à chauffer. Ce type de chauffage est donc réservé aux matériaux conducteurs. Il est par exemple utilisé dans les plaques de cuisson à induction, et également en métallurgie avec les fours à induction qui chauffent le minerai jusqu'à sa température de fusion. [6]

1.3.2 Effet joule

Lorsqu'on place une pièce conductrice dans un champ magnétique variable, elle sera le siège des courants induits de Foucault. Leur circulation provoque l'échauffement de la pièce d'après l'effet joule. [3]

L'énergie calorifique Q (en joule) dégagée par un conducteur électrique de résistance R (en Ohm) traversée par un courant d'intensité I (en Ampère) pendant un temps t (en seconde) est donné par la relation (1.5).

$$Q = R.I^2.t \quad (1.5)$$

L'énergie calorifique (ou chaleur) Q dépende donc de trois facteurs (R, i, t) mais L'intensité du courant I le facteur le plus important puisque 'il est au carré. [3]

Enfin la chaleur se propage vers le centre de la pièce par diffusion thermique, (voire figure 1-3)

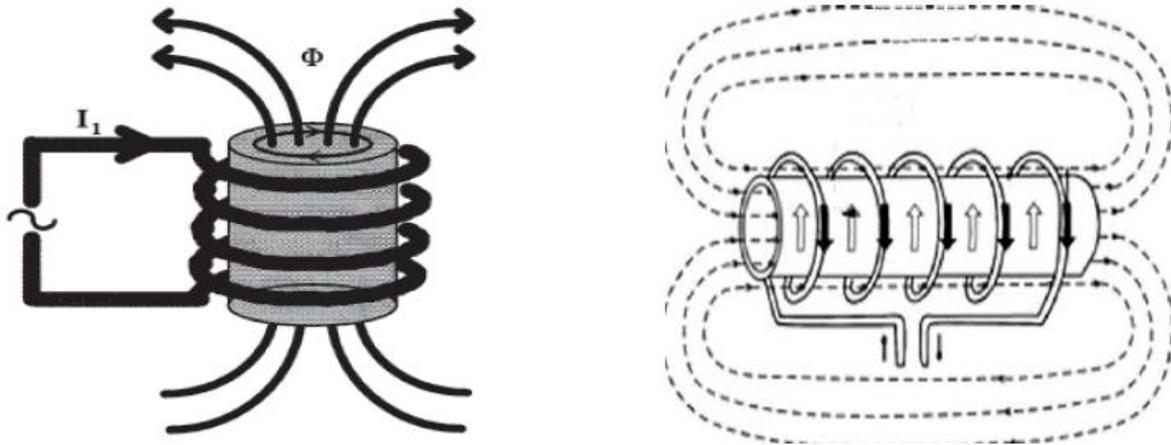


Figure 1.3: Principe du chauffage par induction

La zone de production de la chaleur est concentrée dans une fine couche sous la surface de la pièce. En effet, la densité des courants induits décroît de manière exponentielle vers le centre de la pièce avec la distance à la surface : c'est l'effet de peau. [2]

1.4 Type de chauffage par induction

On distingue deux types de chauffage par induction l'une direct lorsque les courant de Foucault se développent directement dans la pièce à chauffer, en provoquant son échauffement par effet joule, et l'autre indirect où les courants sont induits dans un élément en contact thermique avec la charge. [3]

1.4.1 Chauffage direct

Il s'agit de plonger la pièce conductrice dans un champ magnétique variable. Les courants de Foucault se développent directement dans la pièce à chauffer, en provoquant son échauffement effet Joule. [3]

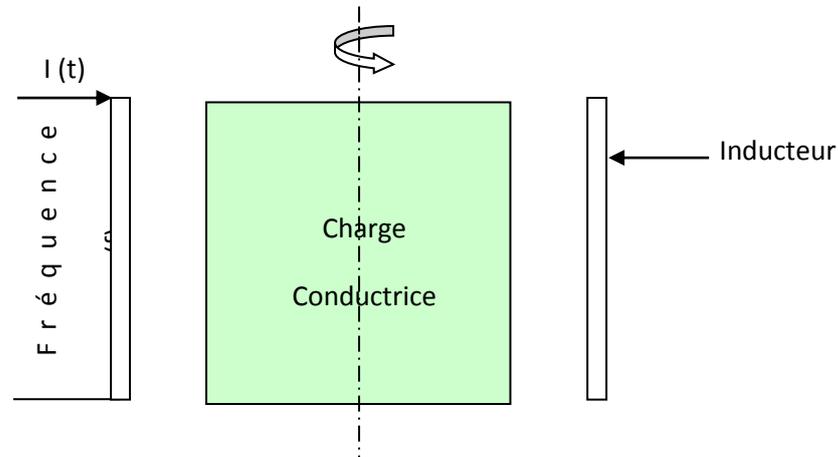


Figure 1.4: Chauffage par induction Direct

1.4.1.1 Chauffage direct des métaux (applications métallurgiques)

Quasiment tous les modes de chauffage des métaux.

- Fusion et fonte de l'acier, de la fonte, de l'aluminium, du cuivre, du zinc, du plomb, du magnésium, des métaux précieux et alliages.
- Chauffage avant façonnage ou forgeage (brames, billettes, tôles, tubes, barres, pions, etc.).
- Traitements thermiques (trempe des engrenages et recuit des tubes, soudures, fils, tôles, etc.).
- Chauffage avant traitements de surface des pièces métalliques (nettoyage, séchage, décapage, galvanisation, étamage, émaillage, revêtements organiques, etc.).
- Soudage et brasage.
- Durcissement des époxydes.
- Chauffage sélectif de pièces et collage de corps métalliques et non métalliques.

1.4.2 Chauffage indirect

Les courants de Foucault se développent dans une pièce conductrice, en contact avec un matériau de bonne conductivité thermique pour assurer la transmission rapide de la chaleur vers la charge. [3]

L'un des avantages de ce type chauffage est l'obtention des températures de fonctionnement élevées, ainsi l'échauffement de pièce même non conductrice (plastique). [3]

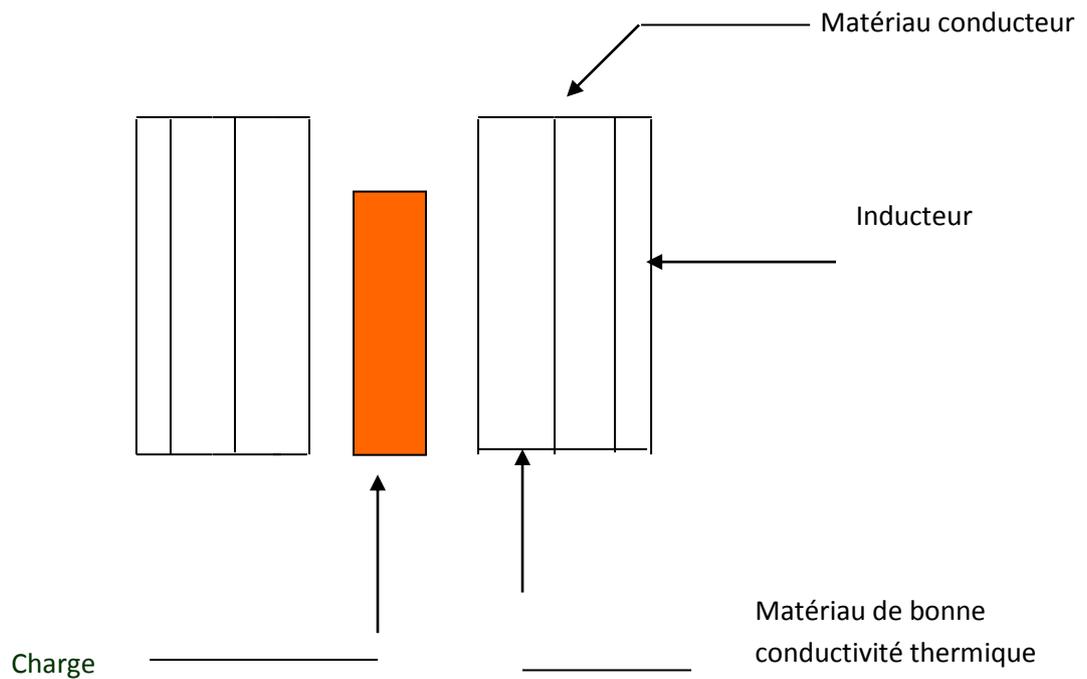


Figure 1.5: Chauffage par induction indirect

1.4.2.1 Chauffage indirect de matériaux dans des récipients métalliques

- Chauffage des filières et des platines de presse dans l'industrie des matières plastiques.
- Chauffage des réacteurs chimiques dans la fabrication des résines, peintures et encres.
- Chauffage des cuves dans l'industrie alimentaire.
- Chauffage des lits fluidisés.
- Fusion et cristallisation du verre, des oxides réfractaires et des déchets nucléaires. [7]

1.5 Type d'inducteur

Pour la plupart des applications, l'inducteur est un tube en cuivre creux se présentant comme un enroulement venant couvrir l'objet à chauffer. Toutefois, l'inducteur peut être placé de différentes façons selon l'application. L'inducteur est le plus souvent en cuivre, afin de limiter les pertes électriques, il est refroidi par eau, dans la plupart des cas. [08]

Les géométries d'inducteurs peuvent être très variées, allant de la simple spire à des inducteurs multi-spires de formes complexes (voir figure 1-6-). [09]



Figure 1.6: chauffages par induction avec des inducteurs de formes différentes. [08]

1.6 Caractéristiques du chauffage par induction

Les caractéristiques essentielles du chauffage par induction sont : [2]

1. la création de la chaleur au sein du matériau à chauffer (homogénéité de chauffage).
2. La faible inertie thermique (souplesse).
3. La densité de puissance importante (rapidité de chauffage).

Pour les applications industrielles, plusieurs grandeurs caractérisent l'efficacité Thermique et énergétique de l'induction [2] :

- la profondeur de pénétration électrique (L'effet de peau)
- La puissance dissipé dans la pièce
- La profondeur de pénétration thermique
- Le rendement inducteur - charge

1.6.1 Pénétration électrique δ

La profondeur de pénétration encore appelée épaisseur de peau c'est l'un des paramètres fondamentale qui régit le phénomène d'induction dans le four à induction, elle caractérise la répartition des courants induits dans la pièce à chauffer. [11]

1.6.2 Epaisseur de peau

L'épaisseur de peau détermine en première approximation la largeur de la zone où se concentre le courant dans un conducteur. Elle permet de calculer la résistance effective à une fréquence donnée.

Donc la bonne ou la mauvaise pénétration du champ magnétique dépend du rapport $\frac{e}{\delta}$, (e épaisseur du matériau), l'épaisseur de peau est donnée par la formule (1.6).

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \mu_r f \pi \sigma}} \quad (1.6)$$

Avec :

σ : La conductivité électrique du métal.

μ_0 : Perméabilité magnétique du vide ($\mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$).

μ_r : Perméabilité magnétique relative du matériau considéré.

f : fréquence de la source utilisé.

Pour un conducteur de section significativement plus grande que δ , on peut calculer la résistance effective à une fréquence donnée en considérant que seule la partie extérieure d'épaisseur δ contribue à la conduction. Par exemple pour un conducteur cylindrique de rayon R on aura une section utile de :

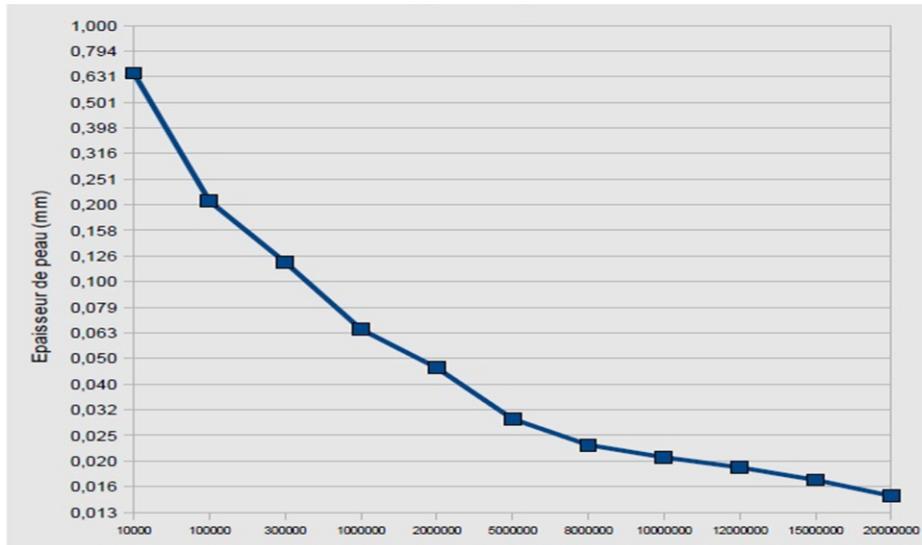
$$S_u = \pi.(R^2 - (R - \delta)^2) \quad (1.7)$$

1.6.3 Exemples de valeurs

Pour un conducteur cylindrique en cuivre, on a les valeurs ci-dessous obtenues d'après la relation

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{w \mu_0 \sigma}}$$

Fréquence	δ
50 Hz	9,38 mm
60 Hz	8.57 mm
10 KHz	0.66 mm
100 KHz	0.21 mm
1 MHz	66 μ m
10 MHz	21 μ m

Tableau 1.2: Exemples de valeurs [11]**Figure 1.7** Epaisseur de peau en fonction de la fréquence, [11].

1.6.4 Pénétration thermique [2]

La puissance électromagnétique introduite dans le matériau diffuse dans le corps par conduction Thermique. La diffusion est définie à partir de la diffusivité thermique :

$$a = \frac{\lambda}{\rho.C} \quad (1.7)$$

a Est exprimée en (m^2/s) ρ , λ et C sont respectivement la masse volumique, la conductivité Thermique et la chaleur massique spécifique du matériau chauffé (figure 1.8). Pour les métaux Habituellement utilisée en chauffage par induction cette diffusivité est de l'ordre de $10^{-5} (m^2/s)$.

La distance affectée thermiquement Δ peut être estimée par la formule suivante :

$$\Delta = k.\sqrt{a.t} \quad (1.8)$$

Avec :

$$k = \frac{1}{\sqrt{f_0}} \text{ Est généralement compris entre } 3 \text{ et } 4$$

Δ : Profondeur de pénétration thermique (m),

f_0 : Le nombre de Fourier,

a : Diffusivité thermique (m^2/s),

t : Le temps d'échauffement (s)

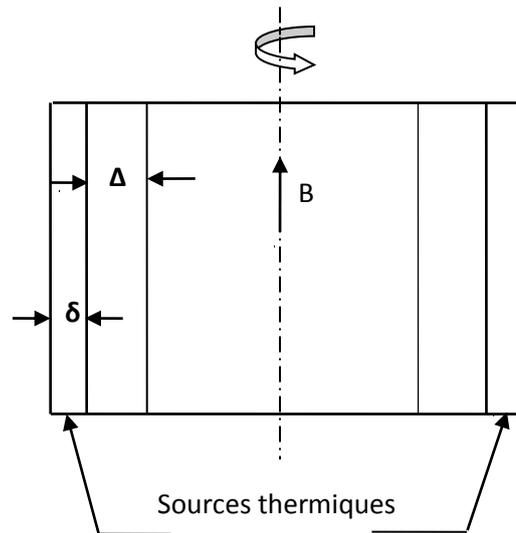


Figure 1.8: La pénétration thermique [2]

1.6.5 Puissance dissipée

Cette puissance varie en fonction des paramètres suivants :

1. La fréquence du courant induit (f).
2. La nature du matériau et son état (perméabilité magnétique, conductivité électrique).
3. Le milieu entre l'inducteur et la pièce à chauffer (permittivité électrique).
4. Le champ inducteur (H).
5. Le type d'inducteur et la caractéristique géométrique.

L'augmentation du temps, induit l'augmentation de la profondeur de pénétration thermique on peut noter qu'une augmentation de la fréquence induit une diminution de cette dernière. [10]

1.6.6 Rendement (inducteur –charge)

Le rendement électrique est le rapport entre la puissance dissipée dans la charge par rapport à la puissance fournie aux bornes de l'inducteur. [10]

$$\eta_e = P_c / (P_i + P_c) \quad (1.9)$$

Avec :

P_c : puissance dans la charge.

p_i : Puissance perdue dans les spires d'inducteur.

1.7 Applications du chauffage par induction

Les applications actuelles de l'induction sont très variées et continuent de se diversifier grâce aux progrès des inducteurs et des générateurs. Parmi ces applications :

- La fusion.
- Le traitement thermique.

1.7.1 Fusion de métaux par induction

On distingue généralement deux types de four de fusion par induction :

1. les fours à creuset (figure 1.9).
2. les fours à canal (figure 1.10).

1.7.1.1 Four à induction à creuset

Ils se composent essentiellement d'une bobine refroidie par circulation d'eau entourant un garnissage réfractaire en pisé damé formant un creuset dans lequel se trouve la masse métallique à fondre. La bobine est maintenue très solidaire car elle subit des Efforts mécaniques importants dues forces électromagnétique et la à la poussée du pisé (dilatation).

La puissance de ces fours va de quelque (KW) (fusion de métaux précieux) jusqu'à une dizaine de MW ; les capacités peuvent atteindre plusieurs dizaines de tonnes. [3]

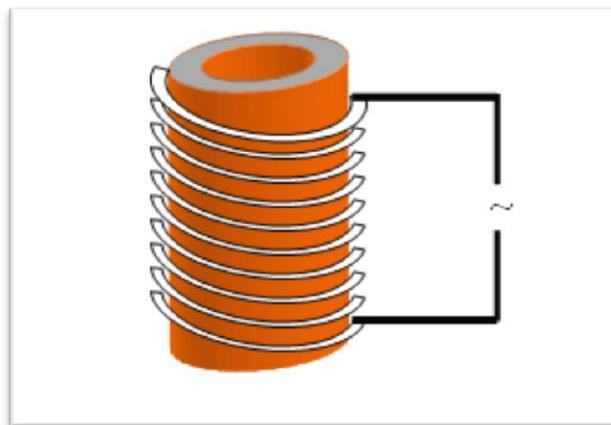


Figure 1.9: four à induction creuset

1.7.1.2 Four à induction à canal

Les fours à induction à canal se composent essentiellement :

- d'un réservoir de métal liquide en communication avec deux extrémités du canal, ce réservoir, tapissé d'une épaisseur importante de garnissage réfractaire, contient la majeure du métal.
- d'un canal rempli de métal liquide présentant en générale la forme d'une boucle dont les deux extrémités débouchent au fond de la cuve.
- d'une bobine d'induction enroulée autour d'un noyau feuilleté, le canal entourant le noyau magnétique. [3]

Du point de vue électrique, le four à induction à canal est équivalent à un transformateur avec circuit magnétique fermé dont le canal constituerait l'enroulement secondaire. Il est généralement alimenté à la fréquence du réseau.

Les fours à canaux se caractérisent par une puissance spécifique faible et la nécessité de conserver en permanence du métal liquide dans la veine.

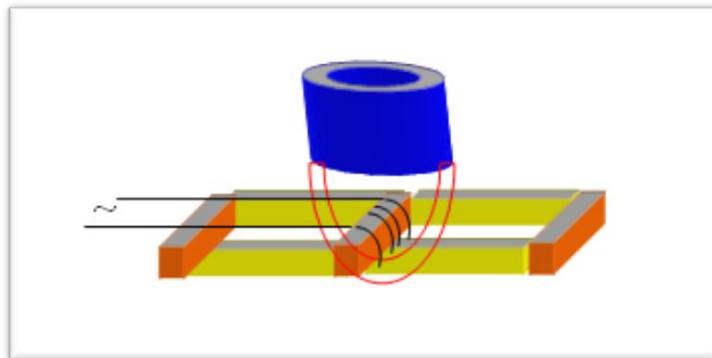


Figure 1.10: four à induction à canal

1.7.2 Traitements thermiques par induction (trempe)

1.7.2.1 Trempe superficielle

Pour obtenir un traitement thermique superficiel, donc un effet de peau marqué, la densité de puissance spécifique utilisée est très élevée, de l'ordre de 1.5 à 5 (KW/cm), ce qui conduit à des temps de traitement inférieur à 2 secondes.

De ce fait, la trempe superficielle par induction présente les avantages suivants :

- Facilité d'automatisation et d'intégration dans les chaînes de production.
- Faible consommation d'énergie. [3]

1.7.2.2 Traitements thermique dans la masse

L'induction, dans ce cas, est généralement utilisée pour le revenu complet de barre ou de tubes d'acier et parfois de fils, ainsi que pour le revenu complet de bandes minces. Dans la plupart des cas les inducteurs utilisés sont, comme pour la forge, des inducteurs solénoïdes adaptés à la forme de la pièce (cylindrique pour les barres, aplatie pour les bandes). La puissance typique va de quelques centaines de (KW) à plusieurs (MW).

1.7.2.3 Traitements de surface

Les traitements de surface couvrent des opérations très diverses :

- dégraissage, décapage, séchage.
- galvanisation, étamage (éventuellement recuit).
- émaillage (séchage- cuisson - éventuellement recuit).
- revêtements divers (vernis, plastification, peintures etc....).

Dans un certain nombre de cas (émaillage, dégraissage, séchage), les avantages de l'induction ne sont pas des critères prépondérants. La puissance s'échelonne de 200 (KW) à 2-3 (MW). [3]

1.7.2.4 Chauffage avant formage des métaux

Le chauffage d'un métal, dans la masse, est facile considérablement sa déformation plastique en pièces de géométrie simple. L'acier est porté de façon homogène à un niveau de température de l'ordre $1100 - 1300^{\circ}C$, les cuivreux à $750 - 900^{\circ}C$, et 450 à $550^{\circ}C$ pour les alliages d'aluminium.

Pour un chauffage à cœur, la fréquence doit être relativement basse. Une fréquence très élevée conduirait, en revanche, à un chauffage trop superficiel d'où, l'allongement du temps de chauffage à cœur à augmentation relative de toutes les pertes d'origine thermique. [12]

1.7.3 Autres applications du chauffage par induction

Il existe plusieurs applications du chauffage par induction, parmi ces applications :

- le soudage par induction
- le brasage par induction
- le chauffage des cuves
- traitement thermique des produits carbonés
- fusion minérale par induction
- collage des métaux par induction
- collage des métaux et de corps non métalliques
- La cuisson extrusion dans l'industrie agro-alimentaire
- Plasma inductif
- le chauffage des liquides par induction (les chaudières nucléaires).

1.8 Avantages du chauffage par induction

La chaleur inductive permet :

- de régler la chaleur à diffuser de manière précise. La chaleur se transmet beaucoup plus rapidement le long de l'objet qu'une chaleur par convection traditionnelle ;
- de chauffer des parties inaccessibles, comme par exemple des morceaux de métal, encastrés dans du bois, du PVC, ou dans d'autres vacuum. [5]
- une économie d'espace que les installations pour chaleur par convection dans la mesure où la chaleur est présente elle-même dans la matière, la radiation thermique est alors très petite ;
- de meilleures conditions de travail sans saleté ni fumée par rapport aux installations traditionnelles de chauffage ;
- d'avoir une rentabilité beaucoup plus importante, conditionnée par une moindre perte de chaleur et d'émission. [5]

1.9 Inconvénients du chauffage par induction

Lors de mauvaises manipulations, d'autres objets peuvent être involontairement chauffés. Pour y remédier, on utilise le procédé d'émulsion ou le refroidissement par eau. [5]

- des coûts d'acquisition élevés pour les fortes puissances.
- des champs électromagnétiques peuvent apparaître ce qui peut alors perturber.

L'environnement, lorsque les isolations sont mauvaises ou bien lorsqu'il y a une protection HF.

Conclusion

Le chauffage par induction est produit par les courants de Foucault induits dans la pièce à chauffer. Ce type de chauffage est donc réservé aux matériaux conducteurs. Il est par exemple utilisé dans les plaques de cuisson à induction, et également en métallurgie avec les fours à induction qui chauffent la masse métallique jusqu'à la faire fondre. L'avantage principal du chauffage par induction est que la chaleur est directement générée dans le matériau devant être chauffé. Cela permet de réduire fortement les temps de réponse et d'obtenir de très bons rendements et des possibilités de chauffe localisées.

Les modèles mathématiques régissant les phénomènes physiques concernant le fonctionnement du procédé de chauffage par induction seront présentés dans le chapitre suivant.

Chapitre 02:
Phénomènes Physiques et
Equations de Maxwell.

Introduction

Les travaux de J. C. Maxwell sont particulièrement mis en relief à cause de son introduction de l'aspect purement mathématique dans l'interprétation des phénomènes électromagnétiques découverts à cette époque.

Dans ce chapitre on essayer de présenter la description des effets magnétiques et électriques en utilisant la théorie des champs. On décrira la définition des opérateurs différentiels (gradient, divergence et rotationnel), ensuite on présentera des quelques notions de magnétisme et d'électrostatique qui sera nécessaires pour introduire les équations de Maxwell.

2.1 Définition d'un champ

Le champ est tout effet crée par une source en un point de l'espace à un instant donné.

Il y a deux types de champs : les champs scalaires qui se mesurent par une valeur numérique et les champs vectoriels qui se traduisent en plus par un sens et une direction. On peut citer, à titre d'exemple, température T (champ scalaire): effet crée par une source (source de chaleur ou froid) en un point de l'espace. Son effet se traduit par l'état d'un corps placé en ce point.

Champ électrique E (champ vectoriel): effet crée par une charge (ou un ensemble de charges) en un point de l'espace. Son effet se traduit par une force sur toute charge placée en ce point. [12]

2.2 Opérateur différentiel Nabla

2.2.1 Gradient d'un champ scalaire

Considérant une quantité scalaire qui est une fonction continue et différentielle des coordonnées, et qui prend la valeur f en un certain point (figure 2.1).

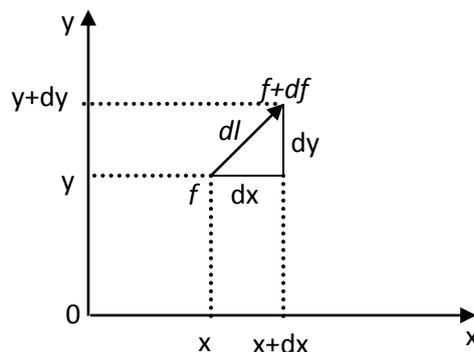


Figure 2.1: La quantité f varie de f à $f+df$ sur la distance dl

Nous voulons savoir comment f change sur une distance dl à partir de ce point. Nous savons que :

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy \quad (2.1)$$

df est donc le produit scalaire de deux vecteurs \vec{A} et \vec{dl} tel que :

$$\vec{A} = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{j} \quad (2.2)$$

$$\vec{dl} = dx \vec{i} + dy \vec{j} \quad (2.3)$$

Le vecteur \vec{A} , dont les composantes sont les taux de variation de f avec la distance le long des trois axes, est appelé **le gradient de la quantité scalaire** donné par la formule (2.4).

$$\vec{A} = \text{grad} f = \nabla f \quad (2.4)$$

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{k} \quad (2.5)$$

Donc on peut dire que le gradient est un vecteur dont l'amplitude et la direction celle de la variation maximum de f , et c'est aussi le vecteur donné par la formule (2.5).

D'une manière générale, le gradient est un vecteur qui nous indique le sens d'accroissement maximal d'un champ scalaire.

2.2.2 Divergence

Soit un élément de volume $dx dy dz$ autour du point p où le vecteur \vec{A} à la valeur représentée par la flèche sur la figure (2.2).

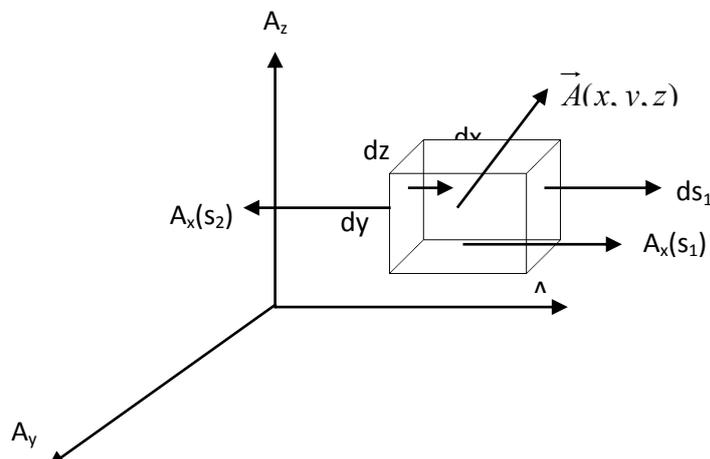


Figure 2.2 Représentation d'un élément de volume $dx dy dz$

Pour une surface fermée, On trouve Le flux total en intégrant $\vec{A} \cdot \vec{ds}$ sur toute la surface :

$$\varphi = \oiint \vec{A} \cdot \vec{ds} = \sum_{i=1}^6 \iint_{s_i} \vec{A} \cdot \vec{ds}_i \quad (2.6)$$

Avec $\varphi_1 = \iint_{s_1} \vec{A} \cdot \vec{ds}_1 = A_x(s_1) dx dy$ car ds_1 est une surface élémentaire.

Si le vecteur $\vec{A}(x, y, z)$ au centre de ce cube.

$$A_x(s_1) = A_x\left(x + \frac{dx}{2}, y, z\right) = A_x(x, y, z) + \frac{\partial A_x}{\partial x} \frac{dx}{2} \quad (2.7)$$

Mais :

$$\varphi_2 = \iint_{s_2} \vec{A} \cdot \vec{ds}_2 = -A_x(s_2) dx dy \quad (2.8)$$

$$A_x(s_2) = -A_x\left(x - \frac{dx}{2}, y, z\right) = -\left(A_x(x, y, z) + \frac{\partial A_x}{\partial x} \left(-\frac{dx}{2}\right)\right) \quad (2.9)$$

$$A_x(s_2) = -A_x(x, y, z) + \frac{\partial A_x}{\partial x} \frac{dx}{2} \quad (2.10)$$

Donc :

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \frac{\partial A}{\partial x} dx dy dz \quad (2.11)$$

De même pour

$$\varphi_3 + \varphi_4 = \frac{\partial A}{\partial y} dx dy dz \quad (2.12)$$

$$\varphi_5 + \varphi_6 = \frac{\partial A}{\partial z} dx dy dz \quad (2.13)$$

Le flux total sortant est :

$$\varphi_{tot} = \iiint \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) d\tau \quad (2.14)$$

En tout point du volume, la quantité $\left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right)$ est donc égale au flux sortant par unité de

volume. Nous l'appelons *la divergence du vecteur \vec{A}* en ce point ($div \vec{A} = \vec{\nabla} \cdot \vec{A}$).

En général :

$$\oiint_{(s)} \vec{A} \cdot d\vec{s} = \iiint_{\tau} \text{div} \vec{A} d\tau \quad (2.15)$$

Si le volume τ est suffisamment petit pour que $\text{div} \vec{A}$ ne varie pas de façon appréciable à l'intérieur, on a :

$$\oiint_{(s)} \vec{A} \cdot d\vec{s} = \text{div} \vec{A} d\tau \quad (2.16)$$

Et on peut donc définir la divergence par :

$$\text{div} \vec{A} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \oiint_s \vec{A} \cdot d\vec{s} \quad (2.17)$$

Comme nous l'avons vu, la divergence est le flux sortant par unité de volume, quand le volume tend vers zéro. Donc on peut définir la divergence comme un champ scalaire qui présente la densité volumique de flux.

2.2.3 Rotationnel d'un vecteur A

L'application de l'opérateur nabla à un champ vectoriel sous forme de produit vectoriel définit un autre champ appelé le rotationnel.

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} \quad (2.18)$$

Cette opération résulte dans un champ vectoriel où les composants sont les différences entre les taux de variation des composantes de \vec{A} par rapport aux coordonnées. Ce champ vectoriel est appelé *le Rotationnel de \vec{A}* et on note :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \quad (2.19)$$

On remarque que les deux champs \vec{A} et $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}$ sont perpendiculaires.

Le rotationnel est un champ vectoriel qui présente la densité surfacique du travail. Il nous indique également le sens de circulation et il est perpendiculaire au plan de la circulation.

2.3 Propriétés d'opérateur Nabla

2.3.1 Laplacien scalaire d'un champ scalaire

La divergence du gradient à une grande importance dans la théorie de l'électromagnétisme, on à :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} f = \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \quad (2.20)$$

En coordonnées cartésiennes, la divergence du gradient d'une fonction est la somme des dérivées secondes de cette fonction par rapport aux coordonnées. On écrit la quantité $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} f$ sous la forme $\nabla^2 f$, on l'appelle *le laplacien scalaire de f* et on note :

$$\Delta f = \nabla^2 f \quad (2.21)$$

2.3.2 Laplacien vectoriel

Le produit vectoriel de Nabla et du gradient de f résulte dans un opérateur nul, à savoir Le gradient de la divergence d'un champ vectoriel, on obtient deux opérations couramment utilisées en théorie de champ et leur différence est appelée *le laplacien vectoriel* :

$$\vec{\Delta} \vec{A} = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) \quad (2.22)$$

En coordonnées cartésiennes, cette expression se simplifie en :

$$\vec{\Delta} \vec{A} = \Delta A_x \vec{i} + \Delta A_y \vec{j} + \Delta A_z \vec{k} \quad (2.23)$$

Où :

$$\Delta A_x = \frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} \quad (2.24)$$

2.4 Electromagnétisme

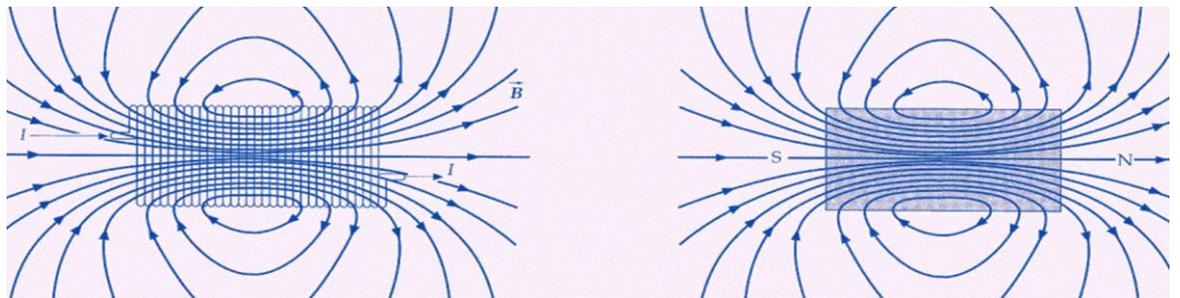
C'est en 1820 qu'**Oersted**, physicien et chimiste danois, découvre le déplacement d'une aiguille placée sous un fil parcouru par un courant. Un mois après avoir pris connaissance des expériences d'Oersted, les physiciens français **Biot** et **Savart** communiquent l'Académie Française la loi qui porte leur nom et qui permet de connaître la valeur du champ magnétique créé en un point distant d'un conducteur parcouru par un courant d'intensité I. A partir de cette expérience qu'il a su interpréter, le physicien **Ampère** établit en quelques semaines les bases de toute une science à laquelle il donne le nom d'électromagnétisme avec l'introduction de la notion de **champ electromagnétique**, un objet qui permet de décrire les effets des courants électriques sur l'espace qui les entoure. Excellent mathématicien, **Laplace** est l'un de ceux qui ont participé à l'élaboration de la description mathématique de l'électromagnétisme. Un peu plus tard, en 1831, **Faraday** découvre l'induction électromagnétique, ce

qui permit à **Maxwell** de donner une formulation mathématique complète (les équations de Maxwell) de l'ensemble des phénomènes de l'électromagnétisme. En réalité, les équations de Maxwell étant relativistes, c'est l'élaboration de la théorie de la relativité par **Einstein** qui permet dès 1905 une description plus rigoureuse de l'électromagnétisme. C'est cette théorie qui devrait être utilisée pour définir le champ magnétique. Nous nous contenterons d'une approche phénoménologique en adoptant une démarche similaire à la description du champ électrostatique. [13]

2.4.1 Champ magnétique

Le champ magnétique est une grandeur physique engendrée par le déplacement de charges électriques (courant électrique), ou la proximité d'un matériau ayant une perméabilité magnétique non nulle (un aimant). Le champ généré est capable d'exercer une force sur d'autres charges électriques en mouvement, ou de matériaux ayant une susceptibilité magnétique non nulle. Une ligne de champ magnétique nous indique le sens du champ magnétique. On peut les tracer à l'aide d'une boussole ou avec de la limaille de fer qui se comporte comme plusieurs boussoles par leur propriété d'aimant induit. [14]

- Les lignes de champ magnétique décrivent la direction et le module des champs B de la même façon que les lignes de champ électrique décrivent les champs E .
- Les lignes de champ magnétique d'un bobinage cylindrique de fil parcouru



par un courant I sont identiques à celles d'un aimant cylindrique.

Figure 2.3 : Les lignes de champ magnétique**2.4.2 Théorème de Gauss**

Le flux du champ électrique à travers une surface fermée est égal, au facteur $\frac{1}{\epsilon_0}$ près, à la charge électrique contenue à l'intérieur de cette surface :

$$\oiint_s \vec{E}.d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (2.25)$$

En termes de lignes de champ, ceci signifie qu'autant de lignes de champ doivent entrer qu'il en sort, dans une surface qui ne contient pas de charge électrique. [15]

Le théorème de Gauss nous dit que, pour une fonction F quelconque, l'intégrale du flux sur une surface s est égale à l'intégrale volumique à l'intérieur de la surface s , de sa divergence.

$$\oiint \vec{E}.d\vec{s} = \int \vec{\nabla}.\vec{E}d\tau \quad (2.26)$$

$$\int \vec{\nabla}.\vec{E}d\tau = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho d\tau \quad (2.27)$$

Les volumes d'intégration étant les mêmes pour le membre de droite et celui de gauche, les fonctions intégrées doivent être égales en tout point. C'est-à-dire :

$$\vec{\nabla}.\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.28)$$

2.4.2.1 Théorèmes de Gauss applicable au magnétisme

Nous avons vu que l'on pouvait définir le flux du champ magnétique à travers une surface par :

$$\phi = \int \vec{B}.d\vec{s} \quad (2.29)$$

Nous avons aussi vu que le théorème de Gauss exprimait que le flux du champ électrique à travers une surface fermée était égal à la charge totale contenue dans cette surface :

$$\oiint \vec{E}.d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (2.30)$$

Dans la mesure où il n'existe pas d'équivalent magnétique aux charges électriques, **l'équivalent magnétique du théorème de Gauss** s'écrit :

$$\oiint \vec{B}.d\vec{s} = 0 \quad (2.31)$$

On dit que **le champ magnétique est à flux conservatif**.

En traitant de la même façon la deuxième équation de Maxwell, on aboutit aussi simplement à :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.32)$$

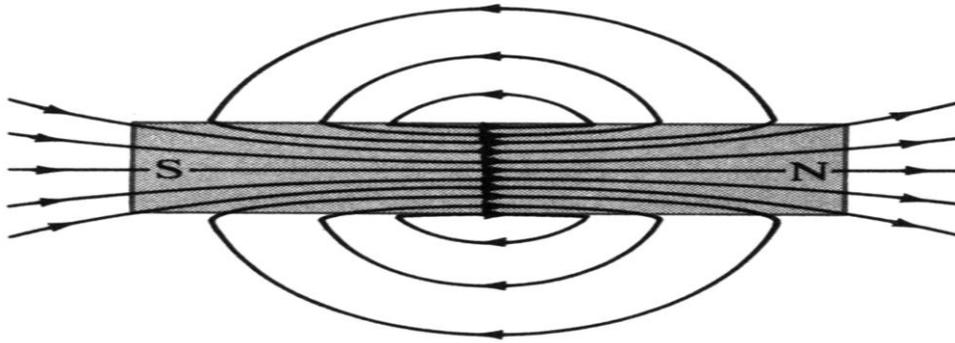


Figure 2.4 : Lignes de champ magnétique d'un barreau aimanté.

En termes de lignes de champ magnétique, ceci signifie que, si l'on considère une surface donnée, autant de lignes de champ magnétique en sortent qu'il y en a qui y rentrent (figure 2.4).

L'équation locale $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ permet d'écrire que :

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} \quad (2.33)$$

Car :

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = 0 \quad (2.34)$$

On dit que \vec{B} dérive d'un **potentiel vecteur** \vec{A} , exprimé en Tesla par m.

2.4.3 Loi d'induction de Faraday

La loi d'induction de Faraday précise que le champ électrique, la force électromotrice (f.é.m.) dans un circuit sont égaux à la variation du flux magnétique qui le traverse :

$$e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\phi}{dt} \quad (2.35)$$

Où :

$$\phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (2.36)$$

Cette loi est extrêmement importante puisqu'elle introduit une relation entre le champ magnétique et le champ électrique. Si le champ magnétique est constant, il n'y a pas création de champ électrique. [16]

En utilisant le théorème de Stokes qui établit une relation entre l'intégrale curviligne et l'intégrale de surface par :

$$\oint \vec{E}.d\vec{l} = \iint \vec{\nabla} \wedge \vec{E}.d\vec{s} = -\frac{d\phi}{dt} \quad (2.37)$$

On à :

$$\iint \vec{\nabla} \wedge \vec{E}.d\vec{s} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint \vec{B}.d\vec{s} \quad (2.38)$$

Soit :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.39)$$

2.4.4 Théorème d'Ampère

En sens inverse, nous avons vu que la circulation d'un courant dans un circuit produit un champ magnétique. La force du champ magnétique dépend directement de la valeur du courant on peut relier l'intégrale curviligne du champ magnétique le long d'une ligne fermée, au courant qui traverse la surface délimitée par cette ligne. C'est le théorème d'Ampère. [16]

$$\oint \vec{B}.d\vec{l} = \mu_0 I \quad (2.40)$$

2.4.4.1 Courant de déplacement

Oersted a découvert qu'un courant électrique continu produit un champ magnétique, la relation mathématique étant donnée par le théorème d'Ampère comme nous l'avons vu par l'équation (2.41). Nous avons vu que la loi d'induction de Faraday prévoit la création d'un champ électrique par un champ magnétique variable (sans circulation de courant). La grande intuition de Maxwell a été de penser que, pour des raisons de symétrie, une relation équivalente inverse devait être vraie : **Un champ électrique variable produit un champ magnétique**. Notons que pour lui, cela correspondait uniquement au départ à une notion d'esthétique de l'univers.

Les équations précédentes montrent que le champ électrique et le champ magnétique sont découplés en régime permanent. Il n'en est plus de même quand le champ électromagnétique dépend du temps. De même, le déplacement d'un circuit dans un champ magnétique conduit à l'apparition d'un champ électrique autre que le champ électrostatique. Les relations entre \vec{E} et \vec{B} ne peuvent être correctement décrites sans l'utilisation de la relativité, car les champs se déplacent à une vitesse proche de celles de la lumière. [16]

Maxwell affirmait donc que le champ électrique variable était équivalent à un courant électrique. Il a introduit la notion de courant de déplacement I_D . Le champ magnétique est donc donné par :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I + I_D) \quad (2.41)$$

Où
$$I_D = \varepsilon_0 s \frac{dE}{dt} \quad (2.42)$$

Donc : Un champ magnétique est donc produit, à la fois par un courant continu et par la variation d'un champ électrique.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 s \frac{dE}{dt} \quad (2.43)$$

L'équation (2.44) se transforme par l'intermédiaire du théorème de Stokes en notant que :

$$\oiint \vec{\nabla} \wedge \vec{B} ds = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \iint \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (2.44)$$

En chaque point d'une matière conductrice, on définit la densité de courant électrique $\vec{j}(r, t)$ par

$$\vec{j} = \rho \vec{v} \quad (2.45)$$

\vec{j} exprimée en $\text{Cm}^{-2}\text{s}^{-1}$. Cette densité de courant est comparable à celle rencontrée pour le transport de matière par diffusion dans la loi de Fick. Comme les charges électriques n'apparaissent ni ne disparaissent spontanément, on peut également écrire une équation de continuité.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \quad (2.46)$$

Basée sur la conservation de la charge électrique. Lorsque les courants sont stationnaires, on a

$$\rho(\vec{r}, t) = \rho(\vec{r}) \text{ et } \vec{j}(\vec{r}, t) = \vec{j}(\vec{r}) \quad (2.47)$$

Donc :
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \quad (2.48)$$

En outre, il est utile de définir la quantité de charge I qui traverse une surface S par unité de temps

$$I = \iint_s \vec{j} \cdot d\vec{s} \quad (2.49)$$

Exprimée en Cs^{-1} ou en ampères. Le courant est donc le flux de la densité de courant \vec{j} le long d'une surface orientée.

À partir de l'équation (2.44), on a :

$$\oiint \vec{\nabla} \wedge \vec{B} ds = \mu_0 \oiint \vec{j} \cdot d\vec{s} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \oiint \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (2.50)$$

Ce qui finalement :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.51)$$

2.5 Equations de Maxwell

2.5.1 Historique des équations de Maxwell

La contribution de Maxwell a débuté en 1861 par sa publication intitulée « On Physical Lines of Forces » [a] où il a introduit le concept de lignes de force, de flux, de champ... En 1864, dans son article « A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field » [17], Maxwell a introduit un groupe de huit équations (de A à H) dont quatre furent résumées par *Oliver Heaviside* en 1884 et éditées sous forme vectorielle connue de nos jours. » [17]



Figure 2.5 : Portraits des Physiciens Ecossais J. C. Maxwell et Allemand H. R. Hertz.

La première équation de Maxwell est basée sur la Loi de Gauss et montre l'effet des charges électriques. Le champ électrique résultant en est déduit dans les configurations simples à symétrie (2.52) :

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0} \iiint_v \rho dv \quad (2.52)$$

En utilisant le Théorème de la divergence, on obtient en notation différentielle :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.53)$$

La deuxième équation de Maxwell exprime la notion d'absence de monopoles magnétiques et reflète la loi de Gauss en magnétisme. En terme de conservation de flux magnétique, elle montre que pour une surface fermée, le flux entrant dans le volume délimité par cette surface est égal au flux sortant :

$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (2.54)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.55)$$

D'où on déduit $\vec{A} = \vec{\nabla} \wedge \vec{B}$ où \vec{A} est le potentiel vecteur.

La relation entre le champ magnétique et l'induction magnétique est donnée par :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2.56)$$

La troisième équation se base sur la Loi de Lenz-Faraday et exprime l'unification des lois électriques et magnétiques. A travers cette équation, Maxwell montre qu'un champ électrique variable dans l'espace induit un champ magnétique et une fem induite [17]

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (2.57)$$

Ou en notation différentielle :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.58)$$

La quatrième équation de Maxwell est une généralisation du Théorème d'Ampère où Maxwell a introduit un courant fictif qu'il appela « le vecteur déplacement électrique » ». [17]

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\varphi}{dt} \quad \text{soit} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.59)$$

2.5.2 Equations fondamentales de l'électromagnétisme.

L'ensemble des équations qui décrivent le comportement, intimement lié, du champ électrique et du champ magnétique, peut donc s'écrire

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \text{soit} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.60)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \text{soit} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.61)$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\phi}{dt} \quad \text{soit} \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.62)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi}{dt} \quad \text{soit} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.63)$$

Pour les milieux conducteurs :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad \text{Avec : } \sigma = cte$$

Pour les milieux diélectriques :

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad \text{et} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_l$$

Les deux premières équations correspondent donc au théorème de Gauss pour l'électricité, et pour le magnétisme, la troisième est la loi de Faraday et la quatrième correspond au théorème de d'Ampère modifié par Maxwell. **Ces équations sont les équations fondamentales de l'électromagnétisme.**

Conclusion

Tous les phénomènes électromagnétiques que l'on veut généralement étudier au sein des dispositifs électrotechniques sont régis par les équations de Maxwell et les équations caractéristiques du milieu à étudier. Ces équations sont le couronnement de vieux concepts de la physique.

Chapitre 03:
Modélisation du Système de
Chauffage par Induction.

Introduction

La résolution des équations de Maxwell en électrotechnique nécessite des méthodes analytique et numérique de plus en plus élaborées pour l'obtention des grandeurs électromagnétiques.

Dans ce chapitre on présentera la modélisation analytique du phénomène du chauffage par induction

3.1 Modélisation analytique d'une plaque conductrice en cuivre

On considère une plaque conductrice d'épaisseur « e », de longueur et de largeur infini, plongé dans un milieu de champ magnétique variable appliqué suivant l'axe (ox) comme le montre la figure (3.1) :

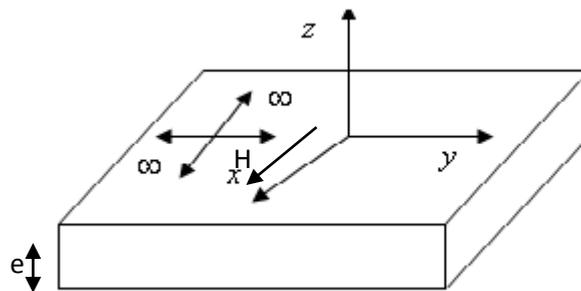


Figure 3.1 plaque conductrice infini

Pour calculer les différentes grandeurs « \vec{H} » et « \vec{J} » dans la plaque, il faut résoudre les équations de maxwell couplées aux équations du milieu:

$$(3.1) \quad \vec{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J}$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.2)$$

Les équations du milieu sont :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (3.3)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (3.4)$$

3.1.1 Champ magnétique \vec{H} à l'intérieur de la plaque

La substitution des deux équations (3.3) et (3.4) dans l'équation (3.2) donne l'équation (3.5):

$$\frac{1}{\sigma} \text{rot} \vec{J} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (3.5)$$

Mais :

$$\vec{J} = \text{rot} \vec{H}$$

Donc:

$$\frac{1}{\sigma} \text{rot} \text{rot} \vec{H} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (3.6)$$

D'après la définition de Laplacien vectoriel $\Delta \vec{H} = \text{grad}(\text{div} \vec{H}) - \text{rot} \text{rot} \vec{H}$ et l'équation de Maxwell $\text{div} \vec{B} = 0$ on à:

$$\text{rot} \text{rot} \vec{H} = -\Delta \vec{H} \quad (3.7)$$

La substitution de l'équation (3.7) dans (3.6) donne l'équation de Helmholtz. (3.8)

$$\Delta \vec{H} = \sigma \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (3.8)$$

Mais:

$$\begin{cases} Hy(x, y, z, t) = 0 \\ Hz(x, y, z, t) = 0 \end{cases} \quad \text{H suivant "ox"}$$

$$\begin{cases} \partial H_x(x, y, z, t) / \partial x = 0 \\ \partial H_x(x, y, z, t) / \partial y = 0 \end{cases} \quad \text{la plaque est infin selon "ox" et "oy"}$$

L'équation (3.8) devient:

$$\Delta \vec{H} = \begin{pmatrix} \Delta H_x \\ \Delta H_y \\ \Delta H_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta H(z, t) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial^2 H_x(z, t)}{\partial z^2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

$$\Delta \vec{H} = \begin{pmatrix} \partial^2 H_x / \partial z^2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \mu \sigma \begin{pmatrix} \partial H_x / \partial t \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Donc :

$$\frac{\partial^2 H(z,t)}{\partial z^2} = \mu\sigma \frac{\partial H(z,t)}{\partial t} \quad (3.11)$$

Le champ d'excitation est variable dans le temps. On peut l'écrire sous forme [3] :

$$\vec{H} = H_0 e^{i(\omega t)} \vec{u}_y \quad (3.12)$$

Pour résoudre l'équation (3.11), on utilise la méthode de séparation des variables [3] :

$$H(z,t) = \bar{h}(z,t) e^{i\omega t} \quad (3.13)$$

On dérive l'équation (3.13) et en remplace dans l'équation (3.11), on obtient:

$$\frac{\partial^2 \bar{h}(z,t)}{\partial z^2} - i\sigma\mu\omega \bar{h}(z,t) = 0 \quad (3.14)$$

La solution générale de cette équation différentielle a la forme:

$$\bar{h}(z,t) = \bar{A}ch(kz) + \bar{B}sh(kz)$$

Avec:

$$k^2 - i\sigma\mu\omega = 0 \Rightarrow k = \pm(i+1) \frac{1}{\delta}$$

Avec:

$$\delta : \text{Epaisseur de peau} : \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}}$$

Donc la solution de l'équation (3.14) est donnée par : [3]

$$\bar{h}(z,t) = \bar{A}ch(kz) + \bar{B}sh(kz) \quad (3.15)$$

Mais $\bar{B} = 0$

Donc l'équation (3.15) devient:

$$\bar{h}(z,t) = \bar{A}ch(kz) \quad (3.16)$$

En utilisant les conditions aux limites (continuité de la composante tangentielle du \vec{H}):

$$\bar{h}\left(-\frac{e}{2}\right) = h\left(\frac{e}{2}\right) = H_0$$

Donc: on obtient l'équation (3.17)

$$Ach\left(k\frac{e}{2}\right) = Ach\left(k\frac{e}{2}\right) = H_0 \quad (3.17)$$

$$\Rightarrow A = \frac{H_0}{ch\left(k\frac{e}{2}\right)} \quad (3.18)$$

La substitution de l'équation (3.18) dans l'équation (3.16) donne l'équation (3.19)

$$\bar{h}(z,t) = \frac{H_0}{ch\left(k\frac{e}{2}\right)} ch(kz) \quad (3.19)$$

3.1.2 Densité volumique des courants induits dans la plaque \vec{J}

D'après l'équation (3.1) on trouve :

$$\vec{J}_y = \frac{\partial H(z,t)}{\partial z} \vec{j} \quad (3.20)$$

Avec:

$$\vec{rot}H = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\partial H_x(z)}{\partial z} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{J} = \begin{pmatrix} \bar{J}_x \\ \bar{J}_y \\ \bar{J}_z \end{pmatrix}$$

Donc l'équation (3.20) devient:

$$\vec{J}_y = \frac{\partial H_x(z,t)}{\partial z} \vec{j} \quad (3.21)$$

La substitution de l'équation (3.19) dans (3.21) donne l'équation (3.22):

$$\bar{J}_y(z) = \frac{H_0 k}{ch\left(k\frac{e}{2}\right)} sh(kz) \quad (3.22)$$

Pour trouver l'expression de la densité volumique du courant, on calcule:

$$|J^2(z)| = \vec{J}(z) \cdot \vec{J}^*(z) \quad (3.23)$$

Donc : On déduit l'expression de la densité volumique des courants (3.24)

$$|J^2(z)| = H_0^2 \frac{2}{\delta^2} \cdot \frac{\left(\operatorname{ch}\left(\frac{2}{\delta}z\right) - \cos\left(\frac{2}{\delta}z\right) \right)}{\left(\operatorname{ch}\left(\frac{e}{\delta}\right) + \cos\left(\frac{e}{\delta}\right) \right)} \quad (3.24)$$

3.1.3 Pertes par courants de Foucault

$$dP = dR.I^2 \quad (3.25)$$

Mais

$$R = \rho \frac{L}{s} \Rightarrow dP = \rho \frac{dL}{s} I^2 \quad (3.26)$$

D'après l'intégrale de l'équation (3.26), on trouve:

$$P = \frac{1}{\sigma} \iiint |J^2(z)| dv \Rightarrow P = \frac{1}{\sigma} \iiint |J^2(z)| dx dy dz \quad (3.27)$$

La substitution de l'équation (3.24) dans (3.27) donne l'équation (3.28):

$$P = \frac{2}{\sigma} \frac{e.l.L}{e.\delta} H_0^2 \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{e}{\delta}\right) - \sin\left(\frac{e}{\delta}\right)}{\operatorname{ch}\left(\frac{e}{\delta}\right) + \cos\left(\frac{e}{\delta}\right)} \quad (3.28)$$

Mais: $e.l.L = v$

Donc l'expression des pertes par unité de volume est donnée par:

$$\frac{P}{v} = \frac{2}{\sigma.\delta.e} H_0^2 \frac{\operatorname{sh}\left(\frac{e}{\delta}\right) - \sin\left(\frac{e}{\delta}\right)}{\operatorname{ch}\left(\frac{e}{\delta}\right) + \cos\left(\frac{e}{\delta}\right)} \quad (3.29)$$

3.1.4 Résultats obtenus

Pour étudier la pénétration du champ magnétique et les pertes volumique dissipées par effet Joules, on utilise les équations (3.19) et (3.28).

Le modèle analytique est appliqué sur une plaque conductrice de cuivre pour différentes fréquences du champ d'excitation et qui possède les propriétés suivantes :

- Epaisseur de la plaque $e=17\text{mm}$
- Perméabilité magnétique $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$
- Conductivité électrique $\sigma = 5.8 \times 10^7 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$
- Champ magnétique d'excitation $H_0 = 3000 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$

3.1.4.1 Pénétration du champ magnétique dans la plaque conductrice

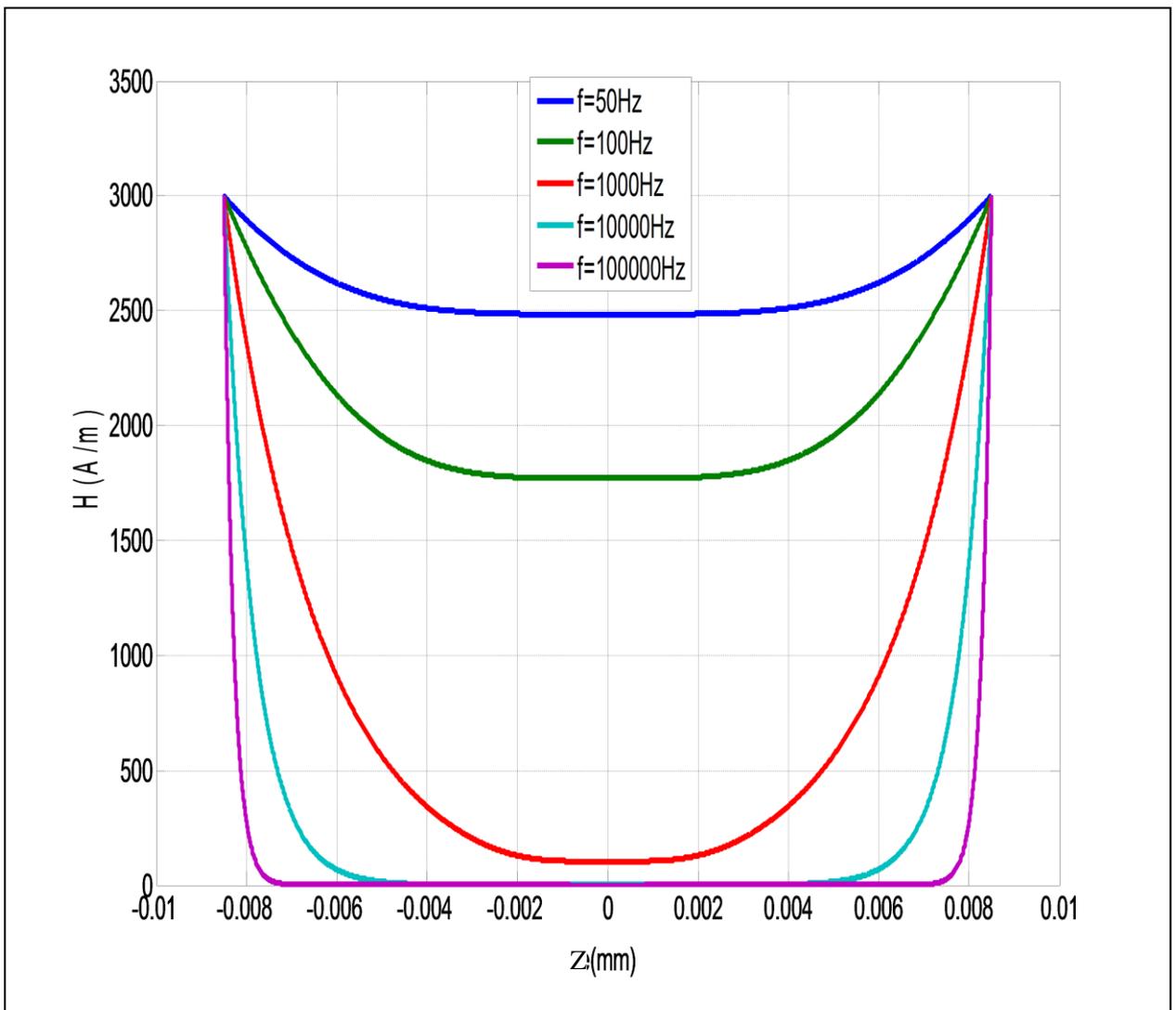


Figure 3.2 : Pénétration du champ magnétique dans la plaque

Remarque:

On remarque que pour les basses fréquences le champ magnétique pénètre bien dans la plaque, quand on augmente la fréquence la pénétration diminue d'une façon remarquable pour les moyennes (quelques KHz) et les hautes fréquences (des centaines KHz).

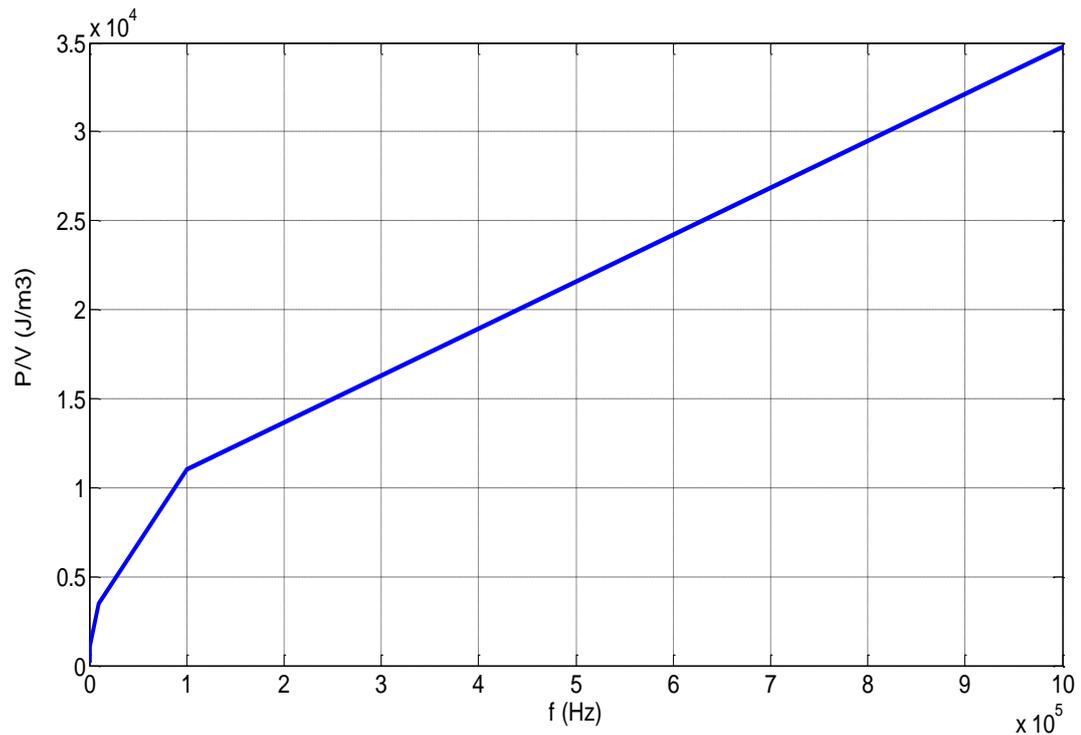
3.1.4.2 Pertes par courants de Foucault

Figure 3.3 Pertes par courants de Foucault

Les résultats des pertes par courants de Foucault pour différentes valeurs de fréquences sont regroupés dans le tableau (3.1).

Tableau 3.1 : pertes dissipées par effet joule						
<i>f</i> (Hz)	50	100	1000	10000	100000	1000000
$P(J/m^3) * 10^4$	0.0134	0.0329	0.1098	0.3479	1.1000	3.4786

Remarque:

L'évolution des pertes par courants de Foucault en fonction de la fréquence montrent qu'elles peuvent atteindre les 34786 J/m³ à la fréquence de 10⁶Hz.

On note qu'une forte augmentation des pertes à des fréquences élevées.

3.2 Profondeur de pénétration

Une caractéristique générale des courants alternatifs est de ne pas utiliser toute la surface utile des conducteurs pour circuler. Il apparaît, en effet, qu'ils se concentrent sur la périphérie des conducteurs : c'est l'effet de peau. Ainsi, les courants de Foucault induits dans le matériau à chauffer sont plus importants en périphérie qu'au cœur de l'objet. Il en résulte que la chaleur est principalement générée à l'extérieur. [2]

Pour un cylindre de rayon infini La densité de courant dans la pièce décroît exponentiellement comme il est montré dans la figure ci-dessous:

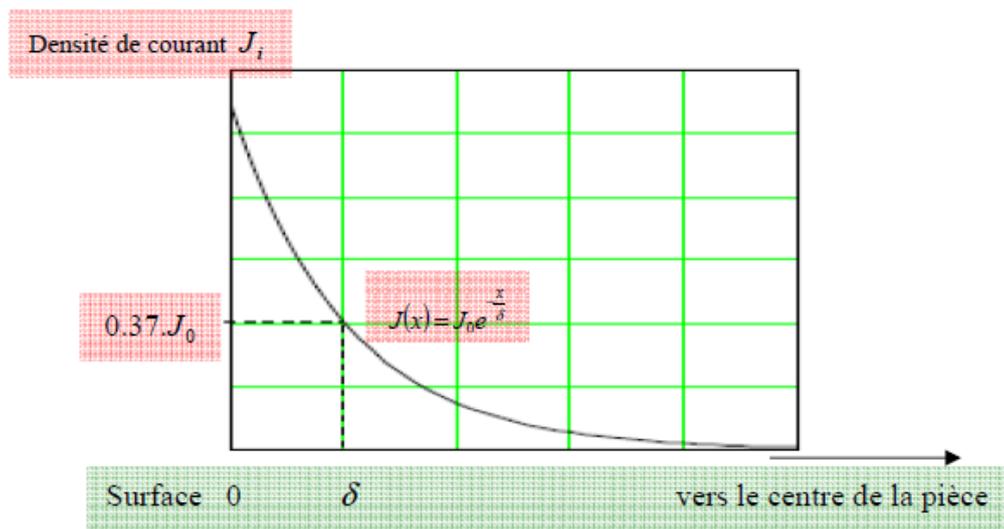


Figure 3.4 : Répartition de la densité de courant induit dans la pièce [2]

La profondeur de pénétration δ est définie par le point où la densité de courant J_i a atteint 37 % (soit $1/e$) de sa valeur maximale J_0 . [2]

Dans cet exemple, la répartition de la densité de courant est donnée par:

$$J_i(x) = J_0 e^{-\left(\frac{x}{\delta}\right)} \quad (3.30)$$

$$J_i(x) = J_0 e^{-1} = \frac{J_0}{e} = 0.37 J_0 \quad (3.31)$$

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \mu_r f \pi \sigma}} \quad (3.32)$$

Avec:

J : Valeur maximale de la densité de courant

x : Distance de la surface

σ : Conductivité électrique

δ : Profondeur de pénétration
 μ_0 : Perméabilité magnétique du vide
 μ_r : Perméabilité magnétique relative
 f : Fréquence du courant d'excitation

3.2 .1 Effet de La résistivité électrique

La résistance de la plupart des matériaux conducteurs augmente avec la température, en raison de l'agitation accrue des molécules du matériau qui gêne le passage des charges.

Pour modéliser l'évolution de la résistivité électrique, on utilise l'équation (3.33)

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha(T - T_0)) \quad (3.33)$$

La figure ci-dessous indique que la résistance du cuivre augmente de façon presque linéaire avec la température.

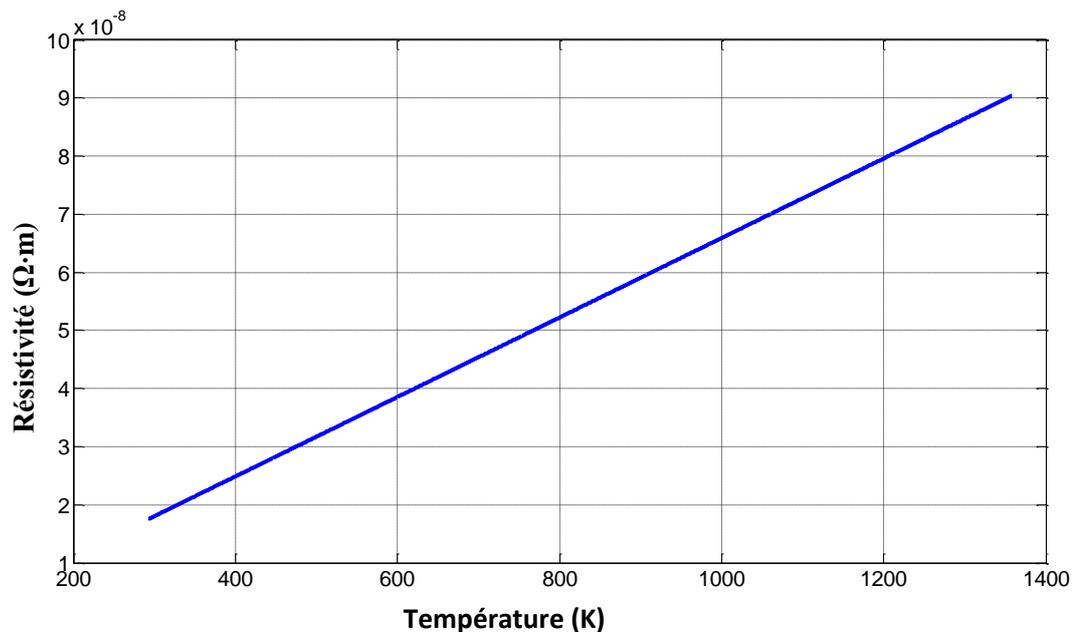


Figure 3.5 : Evolution de la résistivité en fonction de la température

La croissance de la résistivité avec la température, assez forte pour les métaux usuels, est un facteur favorable au chauffage par induction et en particulier, à la fusion des métaux puisque leur résistivité croît fortement au point de fusion.

Les deux figures (3.6), (3.7) représentent l'évolution de la conductivité électrique et de la profondeur de pénétration en fonction de la température.

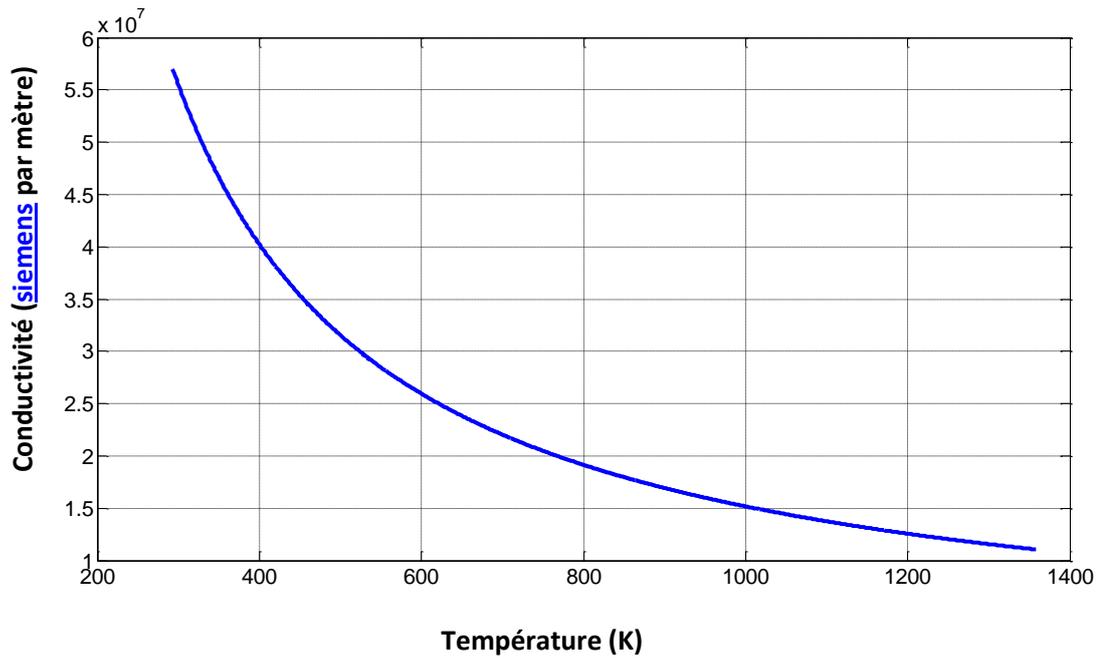


Figure 3.6 : Evolution de la conductivité en fonction de la température

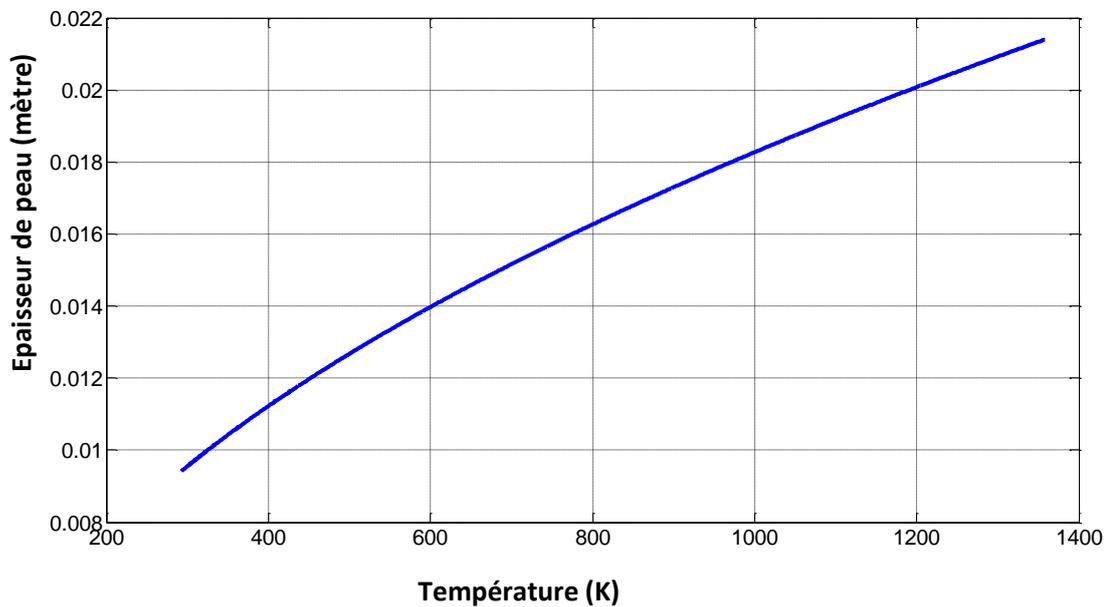


Figure 3.7 : Evolution de l'épaisseur de peau en fonction de la température

Remarque:

La conductivité électrique est l'inverse de la résistivité. Donc elle est diminuée avec l'augmentation de la température.

On observe que l'augmentation de l'épaisseur de peau est accompagnée par la diminution de la conductivité électrique.

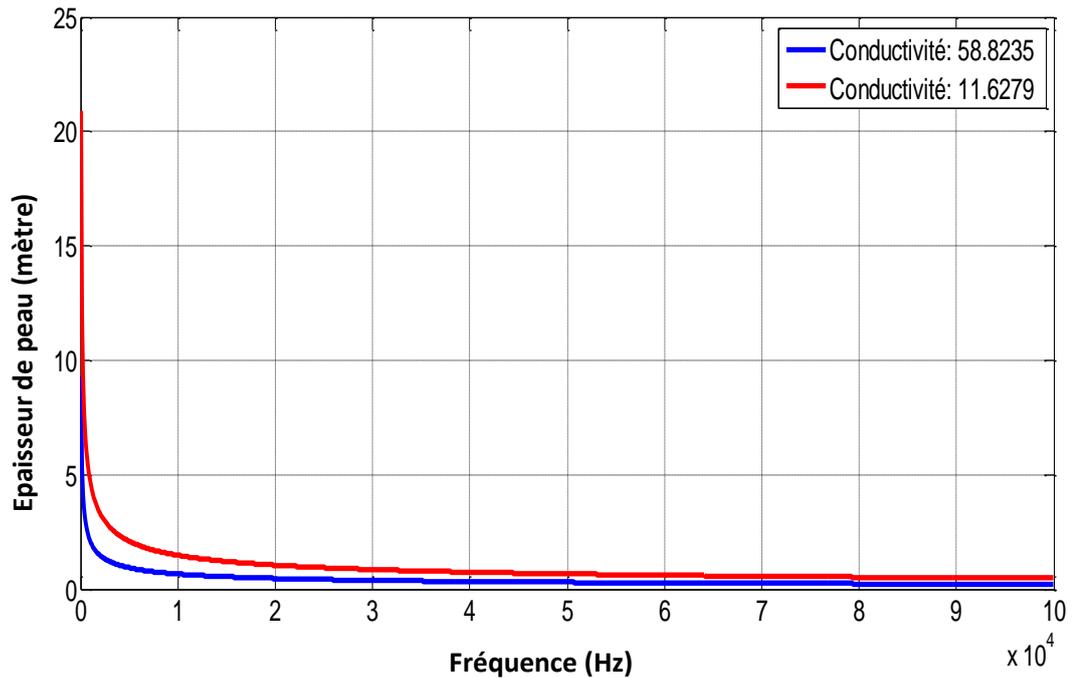
3.2 .2 Effet de la fréquence

D'après l'équation (3.32), il apparaît que la profondeur de pénétration dépend à la fois des caractéristiques du matériau à chauffer (ρ , μ), et de la fréquence du courant alternatif le parcourant. La fréquence est donc un levier de contrôle de la profondeur de pénétration.

Le tableau (3.2) regroupe des ordres de grandeur de δ de cuivre pour différentes valeurs de la fréquence.[1]

Tableau 3.2 : Profondeur de pénétration		
	Cuivre 20°C	Cuivre 900°C
ρ [$\mu\Omega.m$] →	0,017	0,086
μ_r [-] →	1	1
f (Hz)		
50 Hz	9,31	20,87
100 Hz	6,58	14,76
1 KHz	2,08	4,67
10 KHz	0,66	1,48
100 KHz	0,21	0,47
1 MHz	0,07	0,15

La figure (3.8) représente l'évolution de l'épaisseur de peau en fonction de la fréquence (f)



Remarque: Figure 3.8 : Evolution de l'épaisseur de peau en fonction de la fréquence

Plus la fréquence d'alimentation 'f' augmente, plus les courants induits se concentrent en surface. On peut dire que la fréquence c'est la notion fondamentale qui régit le phénomène de l'induction.

Conclusion

Dans ce chapitre on a résolu les équations de Maxwell pour obtenir un modèle analytique du processus de chauffage par induction, ce modèle nous a permis de calculer le champ magnétique et la densité des courants qui pénètrent dans une plaque en cuivre.

Les résultats de la simulation ont montré que plus la fréquence augmente et plus les pertes joule dans la plaque sont importantes et plus la profondeur de pénétration diminue.

Chapitre 04 :
Simulation et Résultats.

Introduction

Pour la résolution des problèmes électromagnétiques et thermiques, il existe plusieurs méthodes: la méthode des éléments finis, la méthode des différences finies, la méthode des volumes finis...

Dans ce chapitre on présentera l'outil de simulation par éléments finis ainsi que le chauffage par induction d'un cylindre en cuivre.

Le logiciel utilisé est le logiciel Comsol multiphysique et plus particulièrement son module AC/DC.

4.1 Comsol Multiphysique

COMSOL est un logiciel de simulation par éléments finis (FEM) permettant de résoudre tout type de problème pouvant être décrit par des équations aux dérivées partielles. Dans ces logiciels, les équations différentielles sont exprimées dans des petits volumes permettant leur expression sous forme de différences simples et transformant le problème continu en un problème comportant un nombre fini d'équations et d'inconnues pouvant se résoudre avec des techniques d'algèbre linéaire. On comprend intuitivement que plus le volume de discrétisation sera petit plus le modèle discret approchera le modèle continu, [04].

4.2 Description du système proposé

Considérant une charge cylindrique en cuivre de perméabilité absolue $\mu_r=1$, de résistivité électrique ρ , de rayon 'r' et de hauteur 'h' disposée coaxialement dans un enroulement de chauffage par induction.

Un défi dans le chauffage par induction est que le courant élevé dans les bobines d'induction nécessite un refroidissement actif. Ceci peut être obtenu en utilisant une bobine à conducteurs creux à l'intérieur desquels l'eau circule. Même pour les vitesses d'écoulement assez modestes, le débit du liquide de refroidissement devient très turbulent ce qui rend le transfert de chaleur entre le fluide et le conducteur très efficace. Ce modèle illustre une méthode simplifiée de refroidissement par eau basée sur l'hypothèse d'un écoulement turbulent et d'un mélange instantané.

Pour le support mécanique et l'isolement électrique, le cylindre et la bobine sont logés dans FR4 (matériau composite).

Le problème de chauffage par induction suppose la résolution d'un problème magnétodynamique dans tout l'espace (équations 4.1-4.2), autrement dit dans les différentes pièces du système matériel (inducteur et la pièce).

$$j\omega\sigma(T)A + \nabla \times (\mu^{-1}\nabla \times A) = 0 \quad (4.1)$$

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot k \nabla T = Q(T, A) \quad (4.2)$$

Avec

ρ la densité (kg.m^{-3}), C_p la chaleur spécifique (J.K^{-1}), k la conductivité thermique ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$), $Q(T, A)$ la source de chaleur (W.m^{-3}),

La conductivité électrique de cuivre est donnée par l'équation (4.3)

$$\sigma = \frac{1}{[\rho_0(1 + \alpha(T - T_0))]} \quad (4.3)$$

Avec:

Paramètres	Expression	Description
I0	$2e^{-3}[\text{A}]$	Courant
T0	$293[\text{K}]$	Température de référence
r 0	$1.754 e^{-8}[\text{ohm}*\text{m}]$	Résistivité pour T=T0
Alpha	$0.0039[1/\text{K}]$	Coefficient de Température

4.3 Construction de système sur COMSOL Multiphysiques [18]

4.3.1-Choix de la dimension:

Nous faisons notre étude dans un système de coordonnées 3D

4.3.2- Choix des modules physique :

Nous avons choisi: Electromagnétique et Transfert de chaleur.

4.3.3- Choix du type d'étude: (Temporelle, Fréquentielle, Stationnaire)

Nous faisons notre travail sur le régime Stationnaire.

4.3.4- Construction de la géométrie (figure 4.1):

Rectangle :

Taille	Rectangle 1	Rectangle 2
Largeur (m)	0.2	0.03
Hauteur (m)	0.5	0.1
Position	Rectangle 1	Rectangle 2
r (m)	0	0
Z (m)	-0.25	-0.05

Cercle:

Taille	<i>cercle1</i>	<i>cercle2</i>
rayon (m)	0.01	0.005
Position	<i>cercle1</i>	<i>cercle2</i>
r (m)	0.05	0.05
Z (m)	0	0

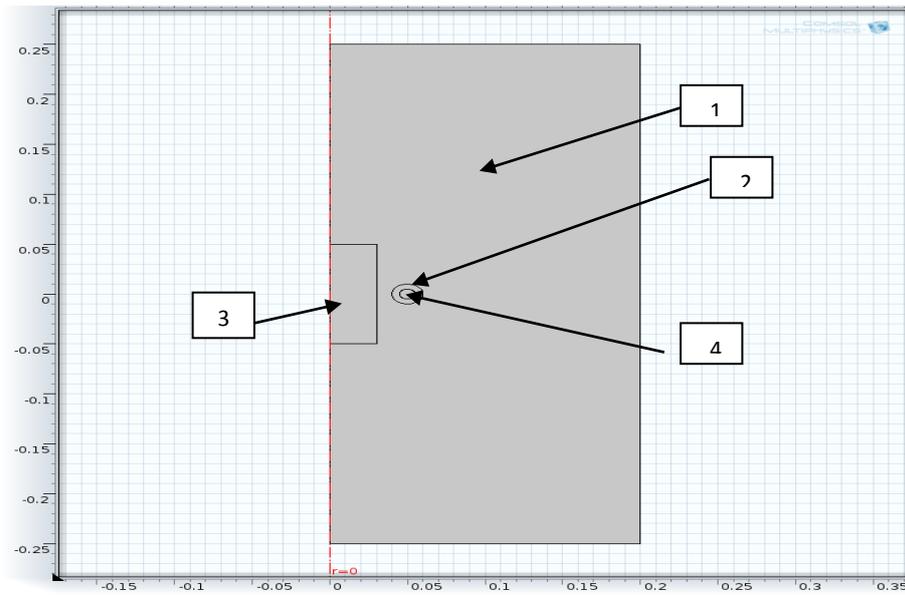


Figure 4.1 : Géométrie proposée

4.3.5. Choix des matériaux :

Matériaux	Domaine
FR4	Domaine 1
Cuivre	Domaine 2-3
Eau	Domaine 4

4.3.6. Choix du maillage :

Cette étape sert à définir les volumes élémentaires pour permettre la discrétisation du système continu. La dimension de la maille peut être modifiée afin de diminuer le nombre d'élément et de réduire l'utilisation de la mémoire - et augmenter la vitesse de calcul. (Figure 4.2)

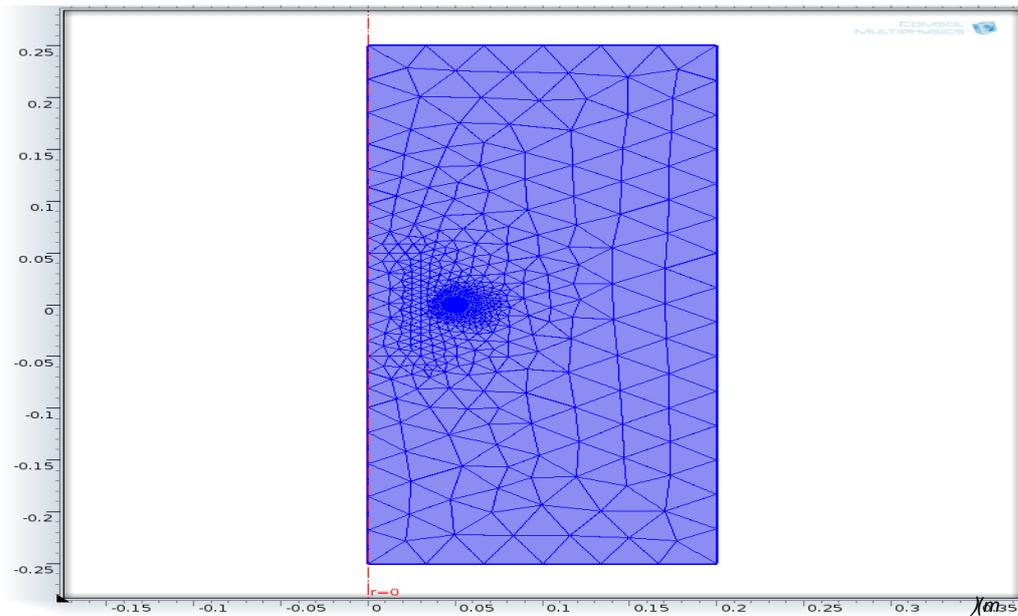


Figure 4.2 : Présentation du maillage

4.3.7 Résultat de la simulation:

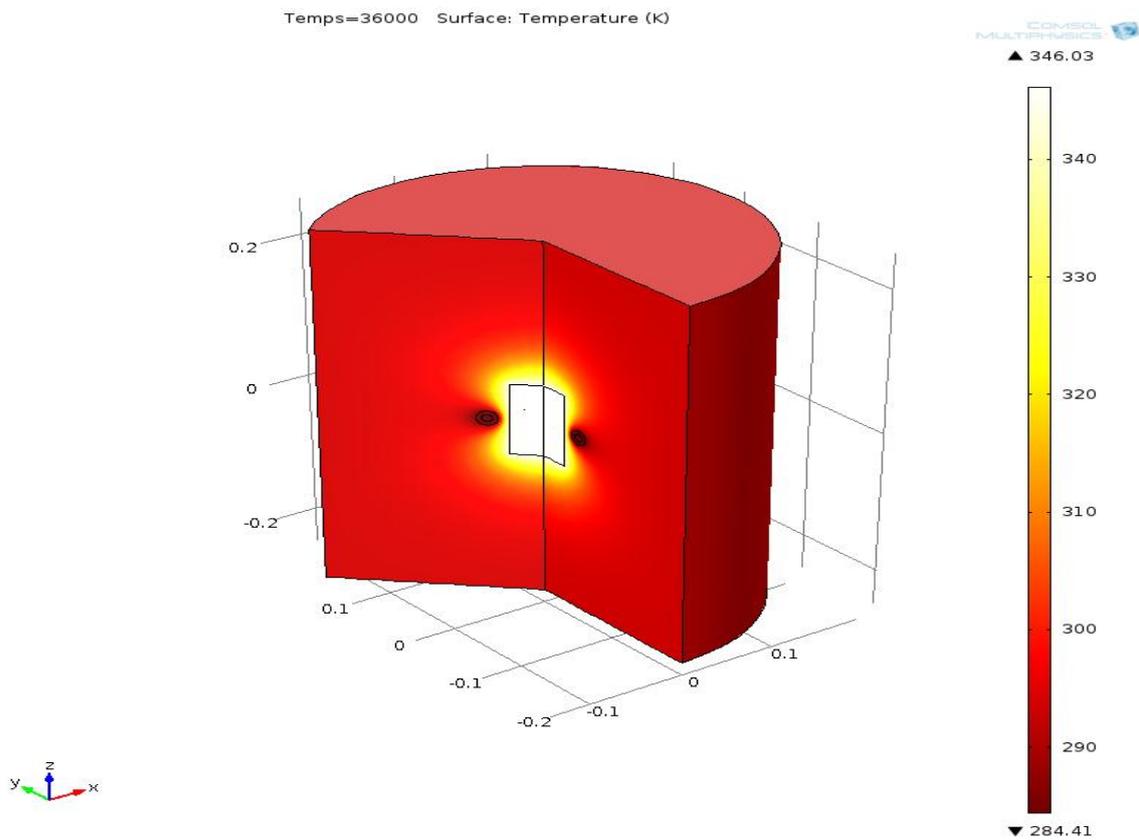


Figure 4.3 : Distribution de la température dans le milieu d'étude

4.4. Influence de la fréquence sur la distribution de la température

Dans le module AC/DC du logiciel COMSOL, la fréquence est une entrée. Elle est choisie par l'utilisateur et reste constante tout au long de la simulation de chauffe par induction. Pour documenter l'effet d'une variation de la fréquence au cours de la chauffe, des simulations de chauffe sur un cylindre à différentes fréquences ont été effectuées (figures: 4.4....4.9)

4.4.1 Pour la fréquence $F=50\text{Hz}$

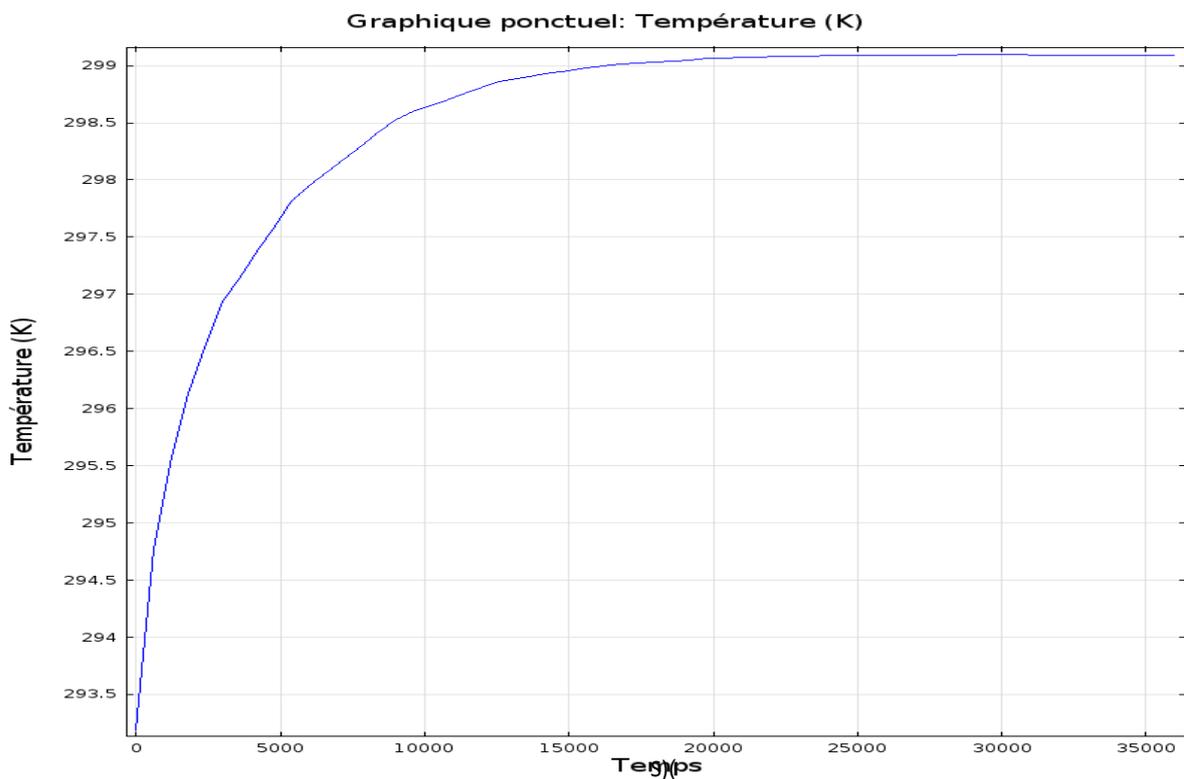


Figure 4.4 : L'évolution de la température en fonction du temps pour $f=50\text{Hz}$

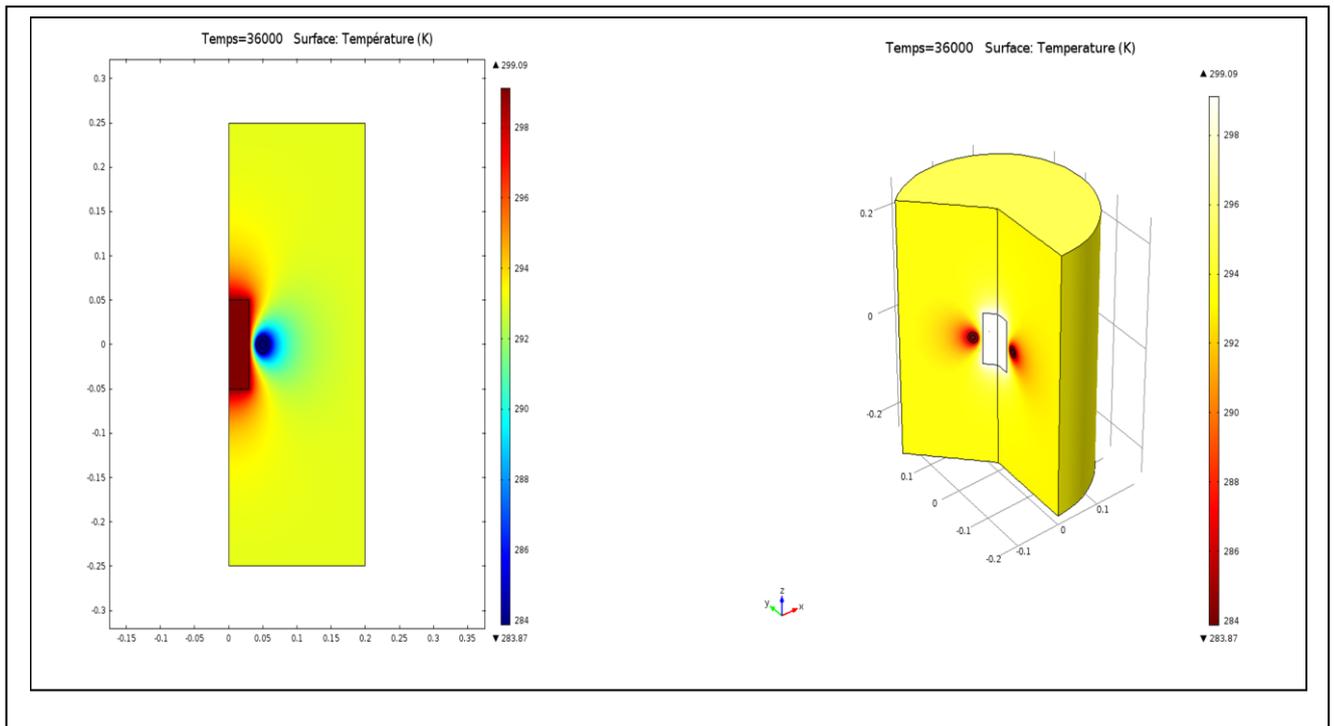


Figure 4.5 : Distribution de la température dans le milieu d'étude pour $f=50\text{Hz}$

4.4.2 Pour la fréquence $F=500\text{Hz}$

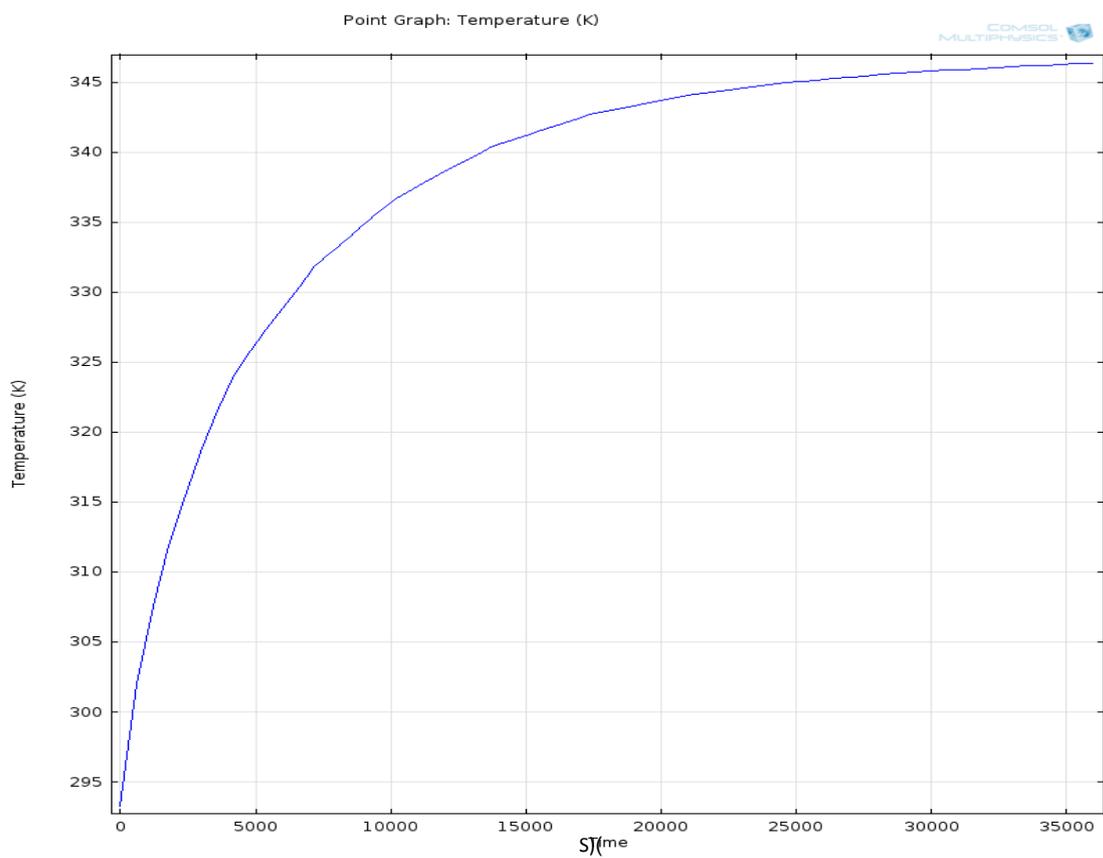


Figure 4.6 : L'évolution de la température en fonction du temps pour $f=500\text{Hz}$

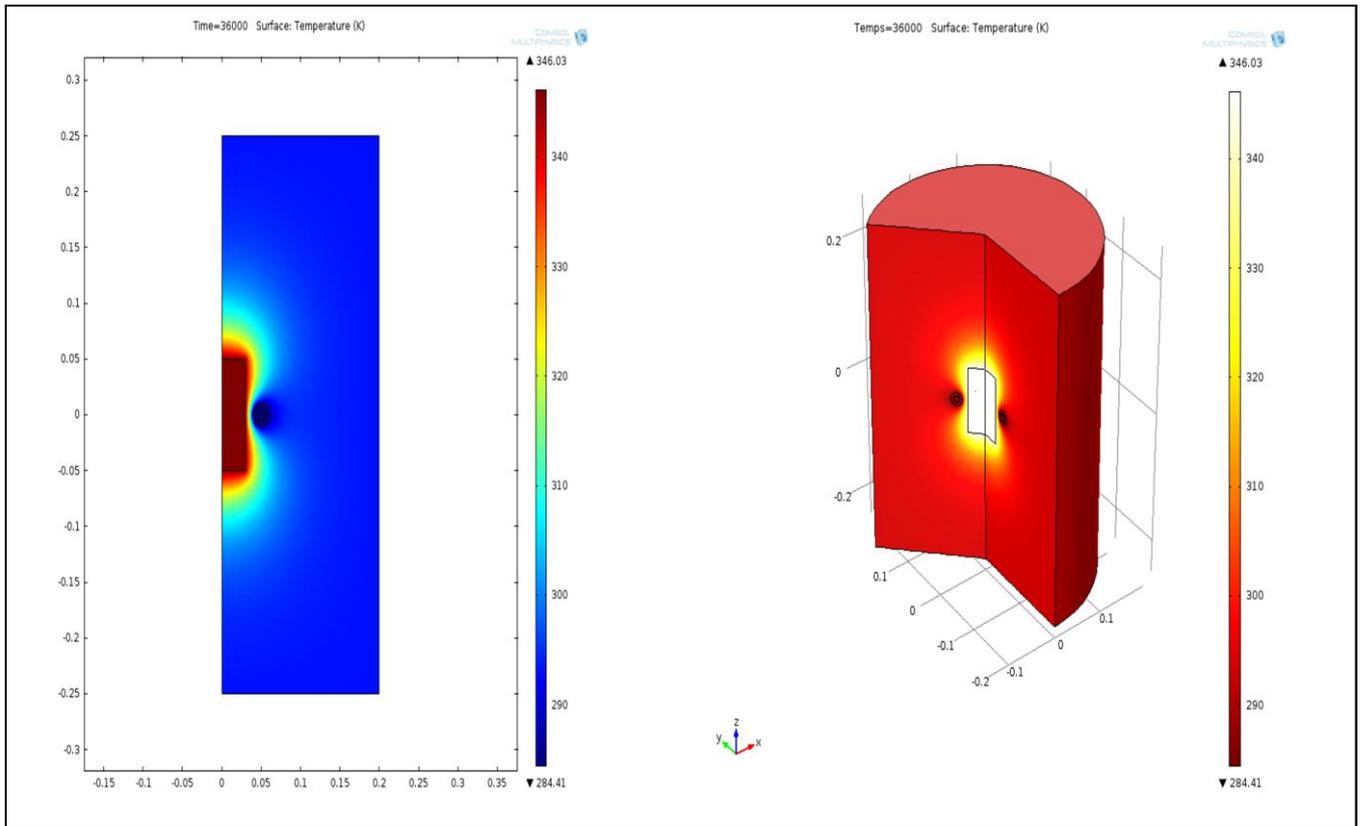


Figure 4.7 : Distribution de la température dans le milieu d'étude pour $f=500\text{Hz}$

4.4.3 pour la fréquence $F=5000\text{Hz}$

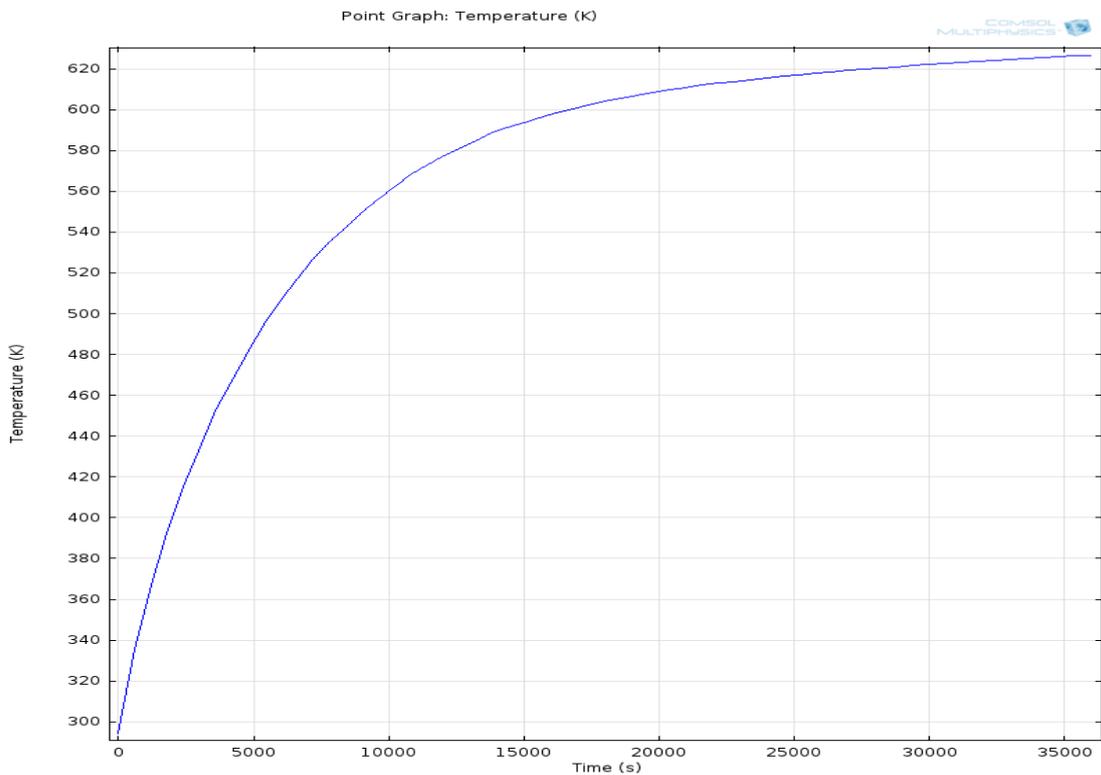


Figure 4.8 : L'évolution de la température en fonction du temps pour $f=5000\text{Hz}$

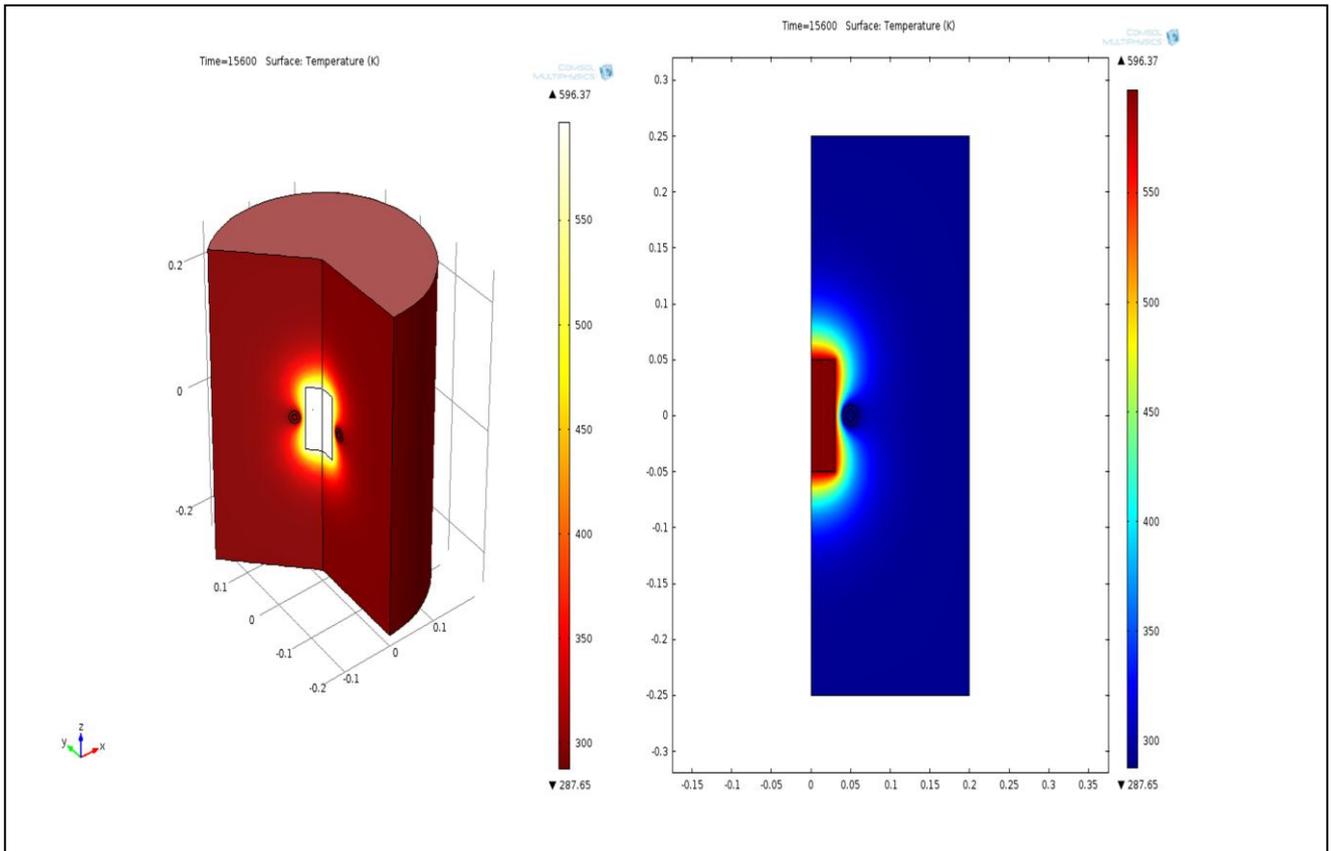


Figure 4.9 : Distribution de la température dans le milieu d'étude pour $f=5000\text{Hz}$

Sur les figures ci- dessus, on a représenté la variation de distribution de température (T) en fonction du temps. On remarque que cette distribution tend vers une distribution uniforme avec l'augmentation du temps

On remarque une augmentation de la variation de température avec l'augmentation du temps de chauffe.

Le tableau (4.1) résume les effets des de la fréquence sur la distribution de la température dans le milieu d'étude

Tableau 4.1 Effet du paramètre 'f' sur la distribution de la température.			
Fréquence(Hz)	50	500	5000
Temps (s)	36000	36000	36000
Température (K)	299.5	345.5	620.5

On remarque que la température transmise dans la pièce cylindrique (cuivre) augmente quand on augmente la fréquence.

4.5 Influence de la fréquence sur l'épaisseur de peau

Les figures (4.10, 4.11, 4.12) représentent l'évolution de l'épaisseur de peau en fonction du temps pour différentes valeurs de la fréquence.

4.5.1 Pour la fréquence $F=50\text{Hz}$

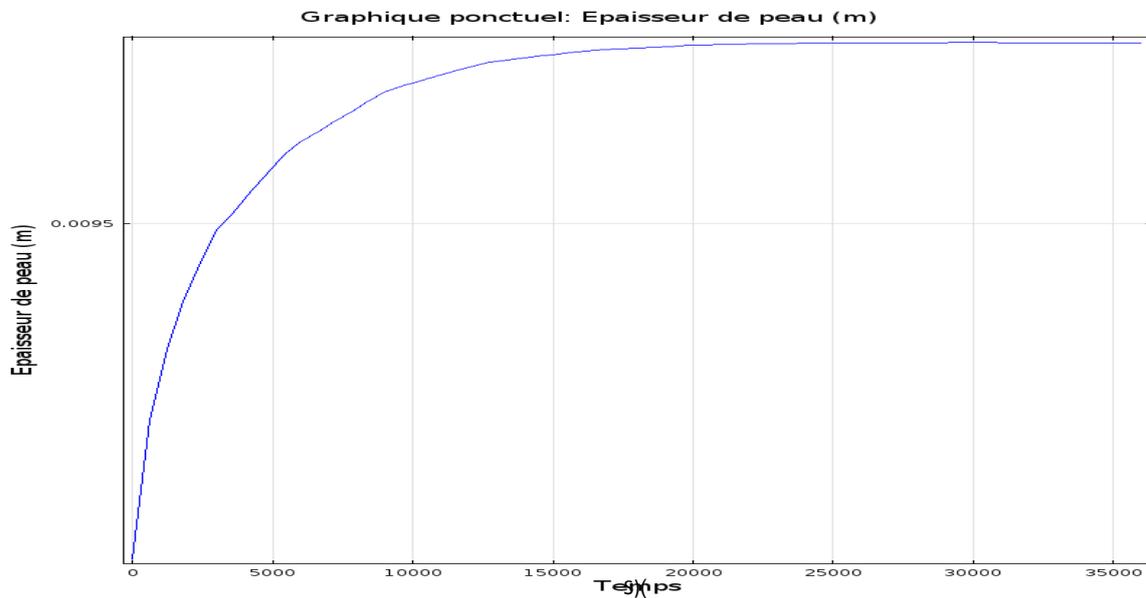


Figure 4.10 : épaisseur de peau en fonction du temps pour $f=50\text{Hz}$

4.5.2 Pour la fréquence $F=500\text{Hz}$

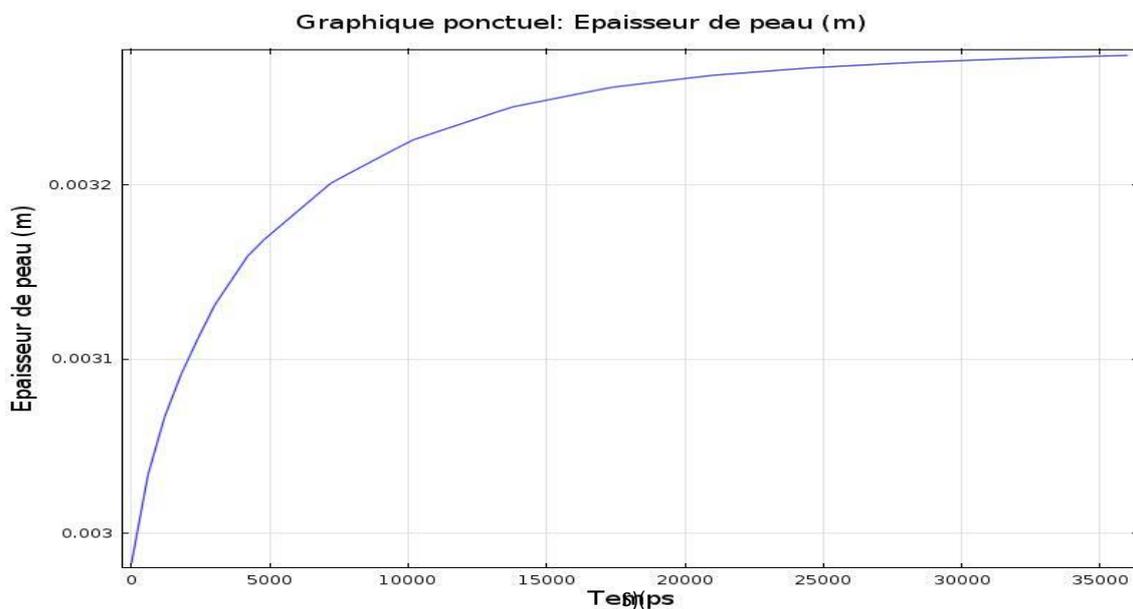


Figure 4.11 : épaisseur de peau en fonction du temps pour $f=500\text{Hz}$

4.5.3 Pour la fréquence F=5000Hz

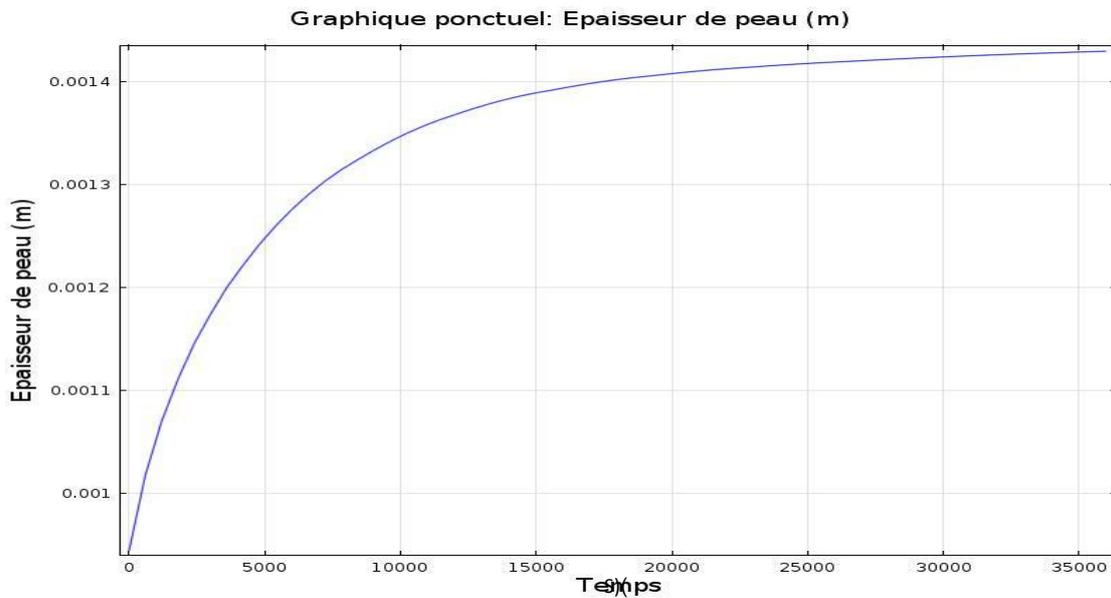


Figure 4.12 : épaisseur de peau en fonction du temps pour $f=5000\text{Hz}$

Les résultats de l'effet de la fréquence sur l'épaisseur de peau sont regroupés dans le tableau (4.2)

Tableau 4.2 Effet du paramètre 'f' sur l'épaisseur de peau.			
Fréquence(Hz)	50	500	5000
Temps (s)	36000	36000	36000
Epaisseur de peau (δ) (m)	0.01425	0.00329	0.00142

On observe que l'augmentation de la fréquence est accompagnée par la diminution de la profondeur de pénétration des courants induits dans la charge. Cela se confirme avec

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \sigma \cdot \mu_0 \mu_{r\phi}}}$$
 où l'on remarque que la profondeur de pénétration est fonction de la racine carrée de la fréquence ce qui diminue l'influence de cette dernière pour des grandes valeurs de f.

4.6 Variation de rayon intérieur de l'inducteur

On fait la simulation sur trois modèles, chaque fois on change le rayon de l'inducteur (figure (4.13)). Les résultats sont présentés dans les Figures (4.144.19)

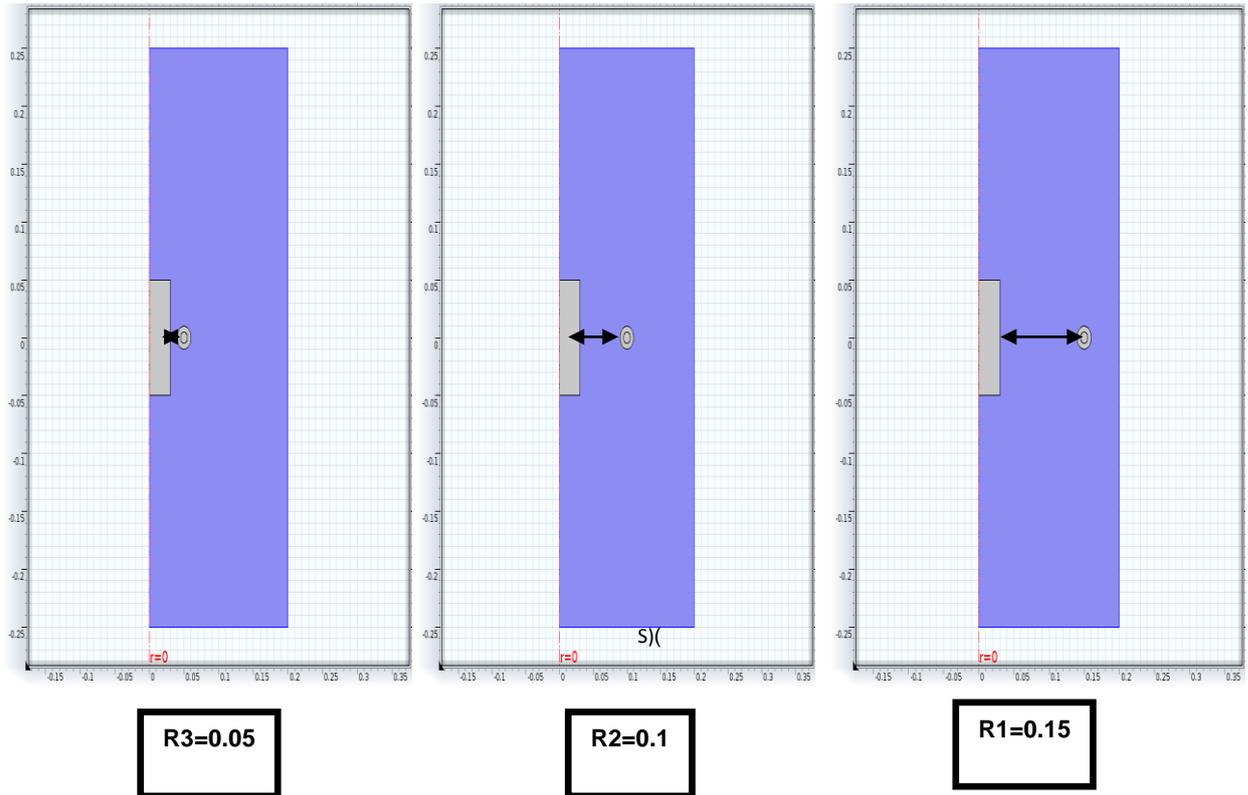


Figure 4.13 : Rayon intérieur de l'inducteur

4.6.1 Pour le rayon intérieur de l'inducteur égale 0.05 (m)

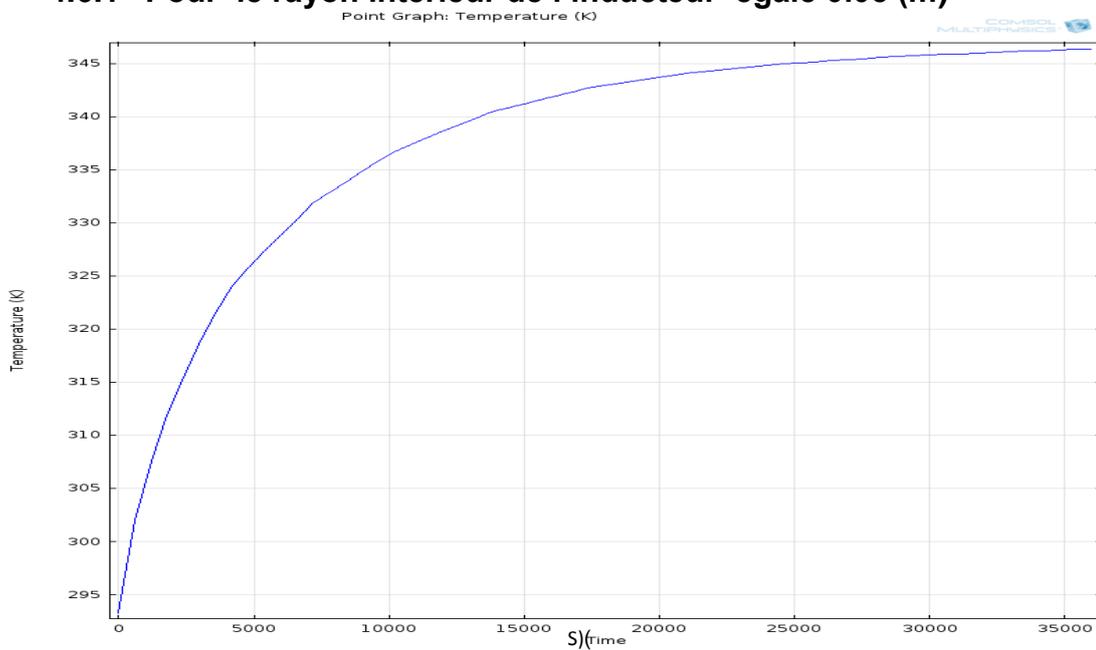


Figure 4.14 : L'évolution de la température en fonction du temps pour $R1=0.05(m)$

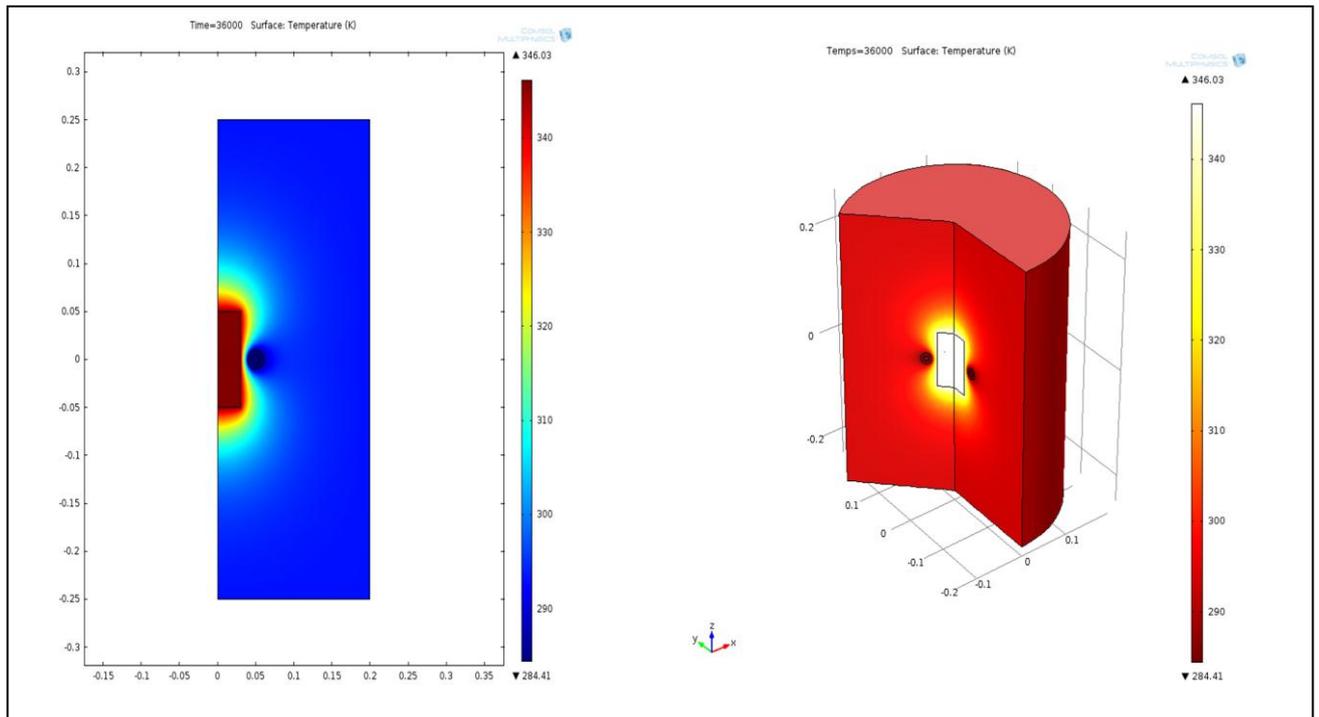


Figure 4.15 : Distribution de la température dans le milieu d'étude pour $R1=0.05(m)$

4.6.2 Pour le rayon intérieur de l'inducteur égale 0.1 (m)

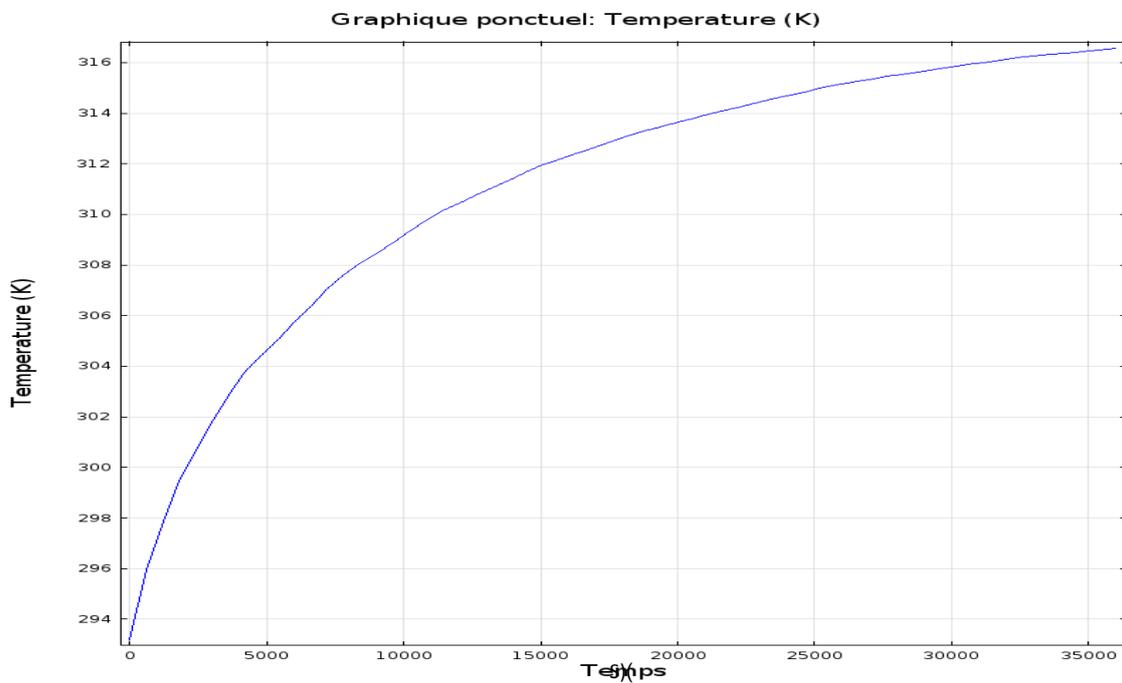


Figure 4.16 : L'évolution de la température en fonction du temps pour $R2=0.1(m)$

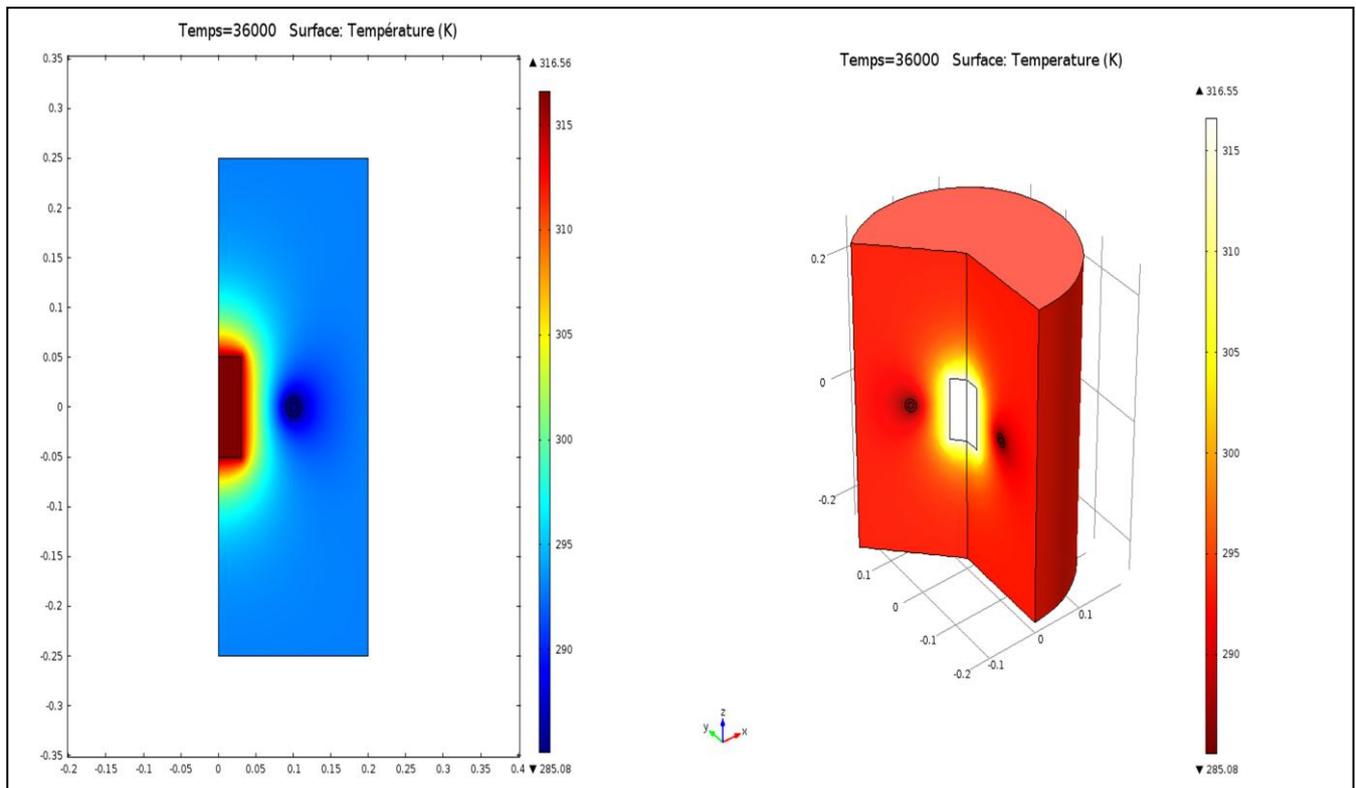


Figure 4.17 Distribution de la température dans le milieu d'étude pour $R2=0.1(m)$

4.6.3 Pour le rayon intérieur de l'inducteur égale 0.15(m)

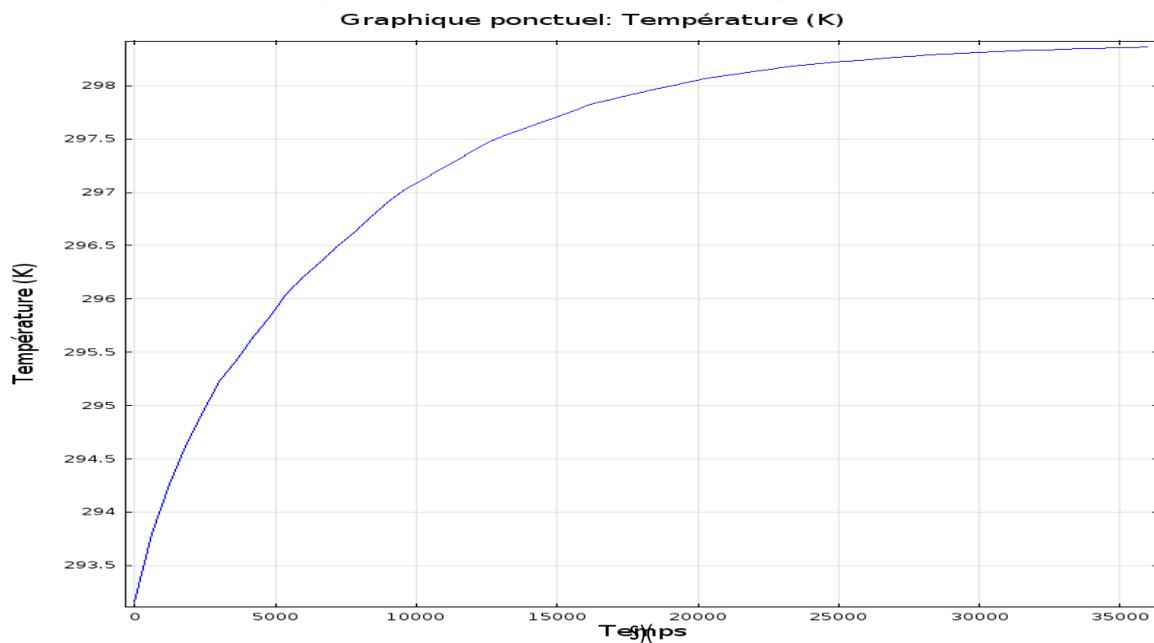


Figure 4.18 : L'évolution de la température en fonction du temps pour $R3=0.15(m)$

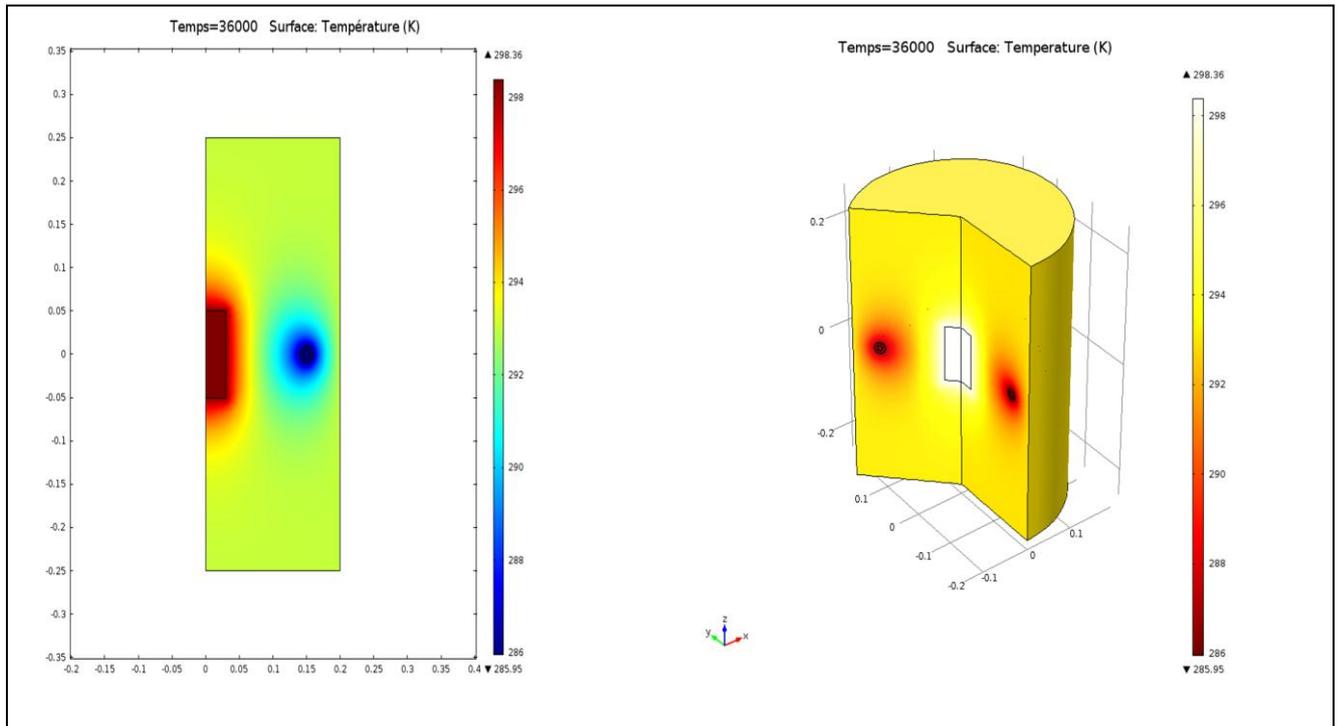


Figure 4.19 Distribution de la température dans le milieu d'étude pour $R3=0.15(m)$

Le tableau (4.3) résume les effets du rayon intérieur de l'inducteur sur la température transmise

Tableau 4.3 Effet du rayon de l'inducteur sur la distribution de la température.			
rayon de l'inducteur (m)	0.05	0.1	0.15
Temps (s)	36000	36000	36000
Température (K)	345.5	316.5	298.5

On remarque que, plus le couplage (distance de séparation) augmente plus la température transmise dans la pièce cylindrique diminue

4.7 Influence du rayon de l'inducteur sur l'épaisseur de peau

Les figures (4.20, 4.21, 4.22) représentent l'évolution de l'épaisseur de peau en fonction du temps pour différentes valeurs du rayon R.

4.7.1 Pour le rayon intérieur de l'inducteur égale 0.05(m)

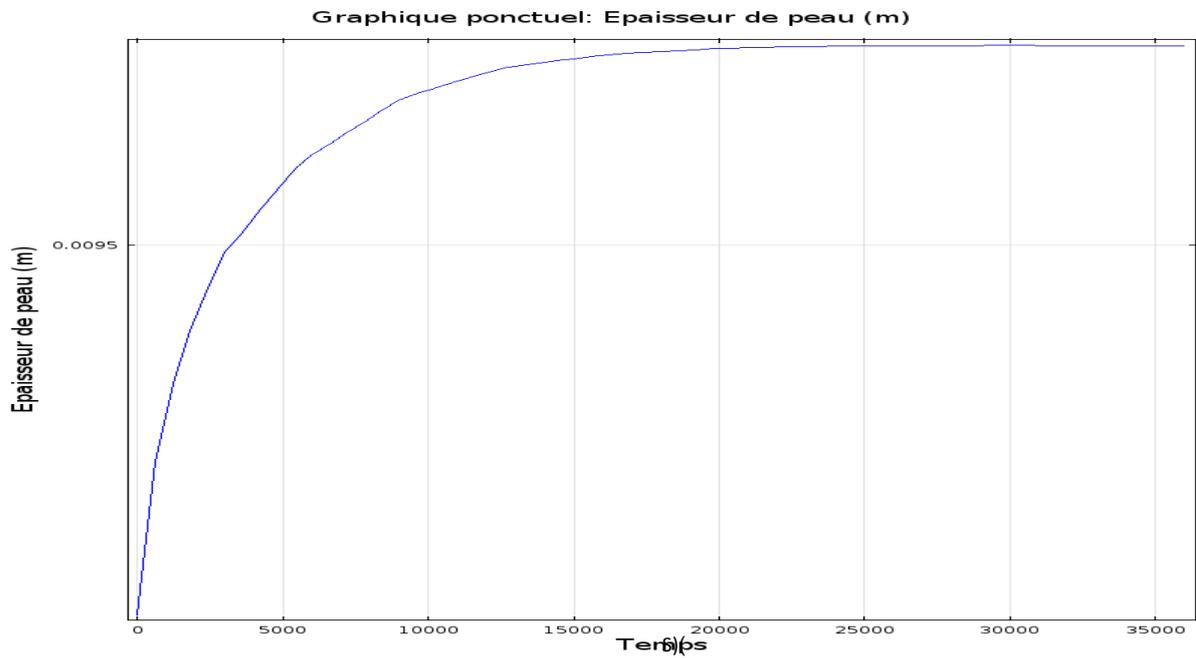


Figure 4.20 : épaisseur de peau en fonction du temps pour $R1 = 0.05(m)$

4.7.2 Pour le rayon intérieur de l'inducteur égale 0.1(m)

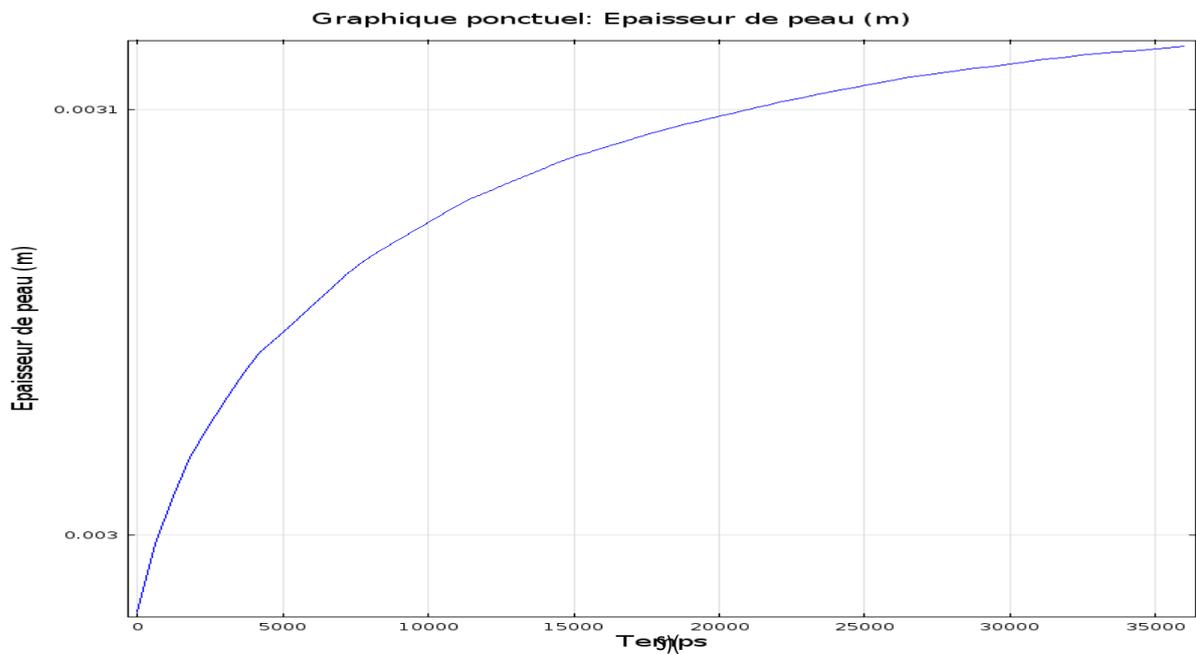


Figure 4.21 : épaisseur de peau en fonction du temps pour $R2 = 0.1(m)$

4.7.3 Pour le rayon intérieur de l'inducteur égale 0.15(m)

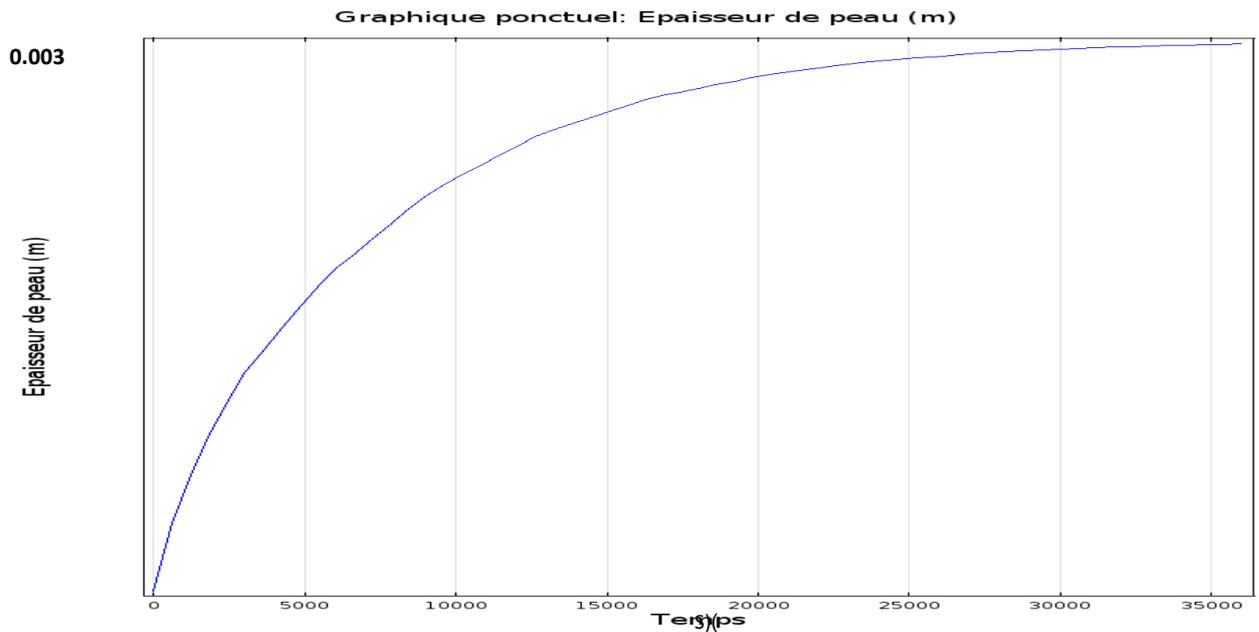


Figure 4.22 : épaisseur de peau en fonction du temps pour $R_3 = 0.15(m)$

Les résultats de l'effet de la fréquence sur l'épaisseur de peau sont regroupés dans le tableau (4.4)

rayon de l'inducteur (m)	0.05	0.1	0.15
Temps (s)	36000	36000	36000
Epaisseur de peau (δ) (m)	0.00329	0.00311	0.003

On remarque plus le couplage est élevé plus la profondeur de pénétration est faible et plus la transition est rapide car la zone affectée par les courants de Foucault est plus petite

4.8 Influence de la hauteur de la pièce cylindrique sur la température transmise

La simulation des modèles sélectionnés dans le paragraphe précédent permet de choisir le couplage R3(0.05m) comme un couplage optimal, avec lui même on fait la simulation sur trois modèles, chaque fois on change la hauteur de la pièce cylindrique (figure(4.23))

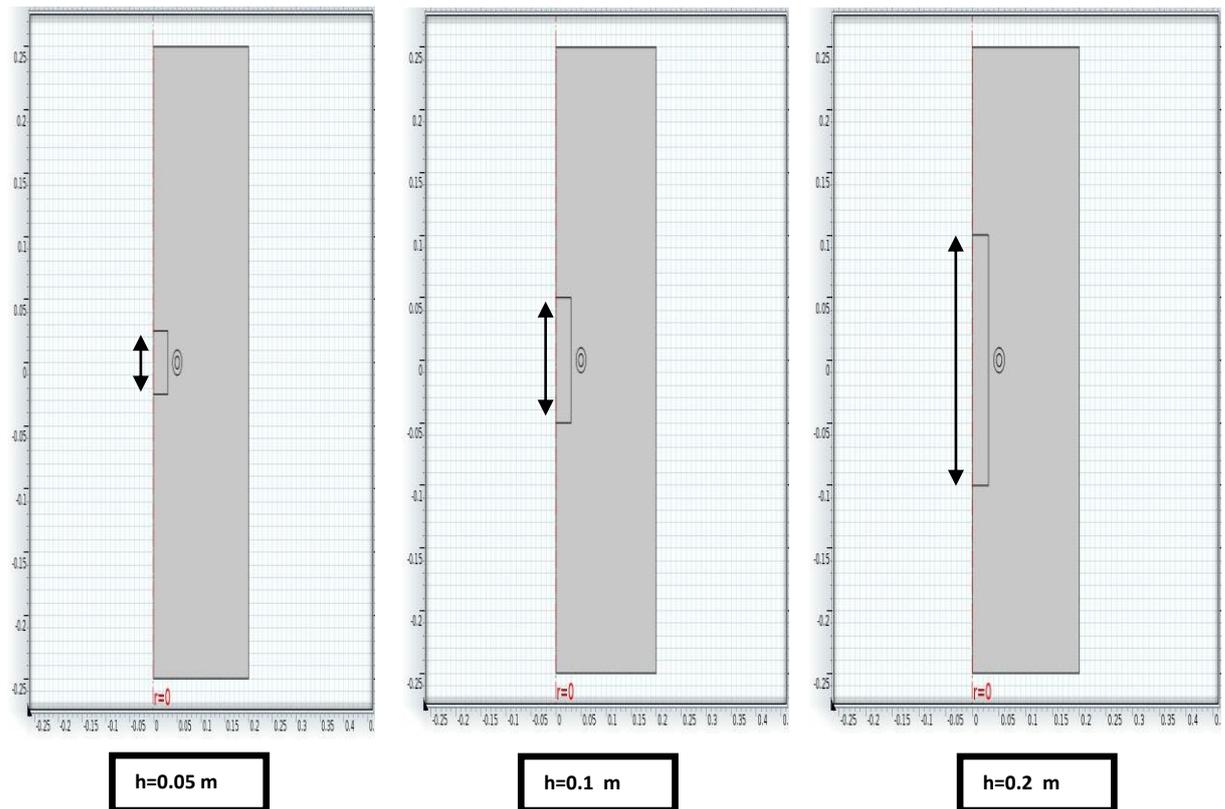


Figure 4.23 : hauteur de la pièce cylindrique

Ces profils de température à la fin de la simulation sont reportés sur les Figure (4.244.29) .

4.8.1 Pour la hauteur de la pièce cylindrique 0.05 (m)

Graphique ponctuel: Température (K)

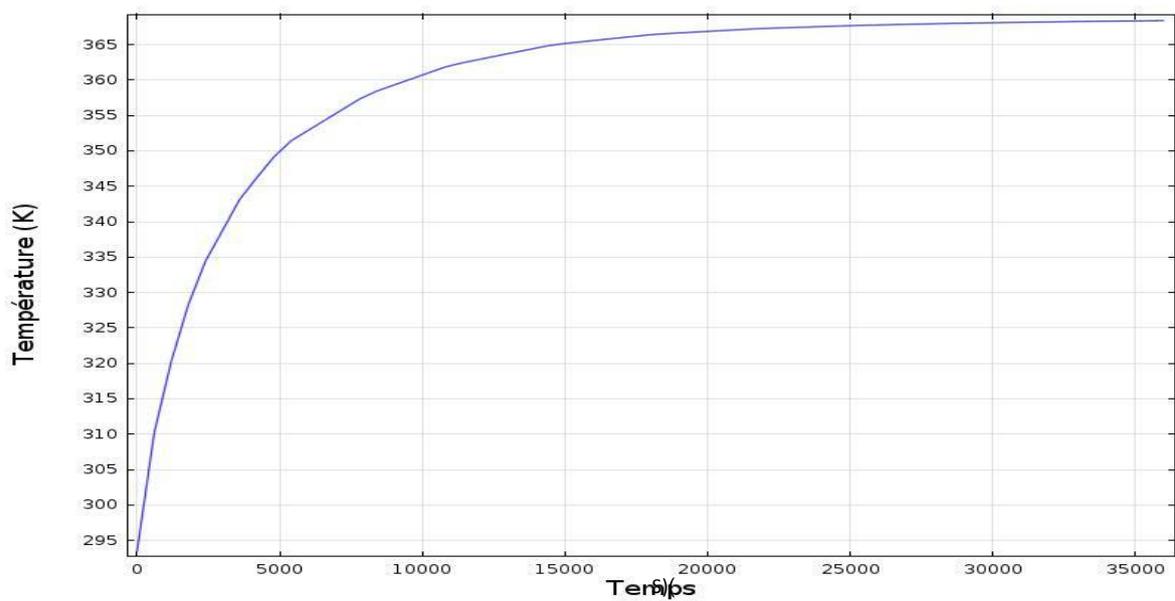


Figure 4.24 : L'évolution de la température en fonction du temps pour hauteur de la pièce cylindrique 0.05 (m)

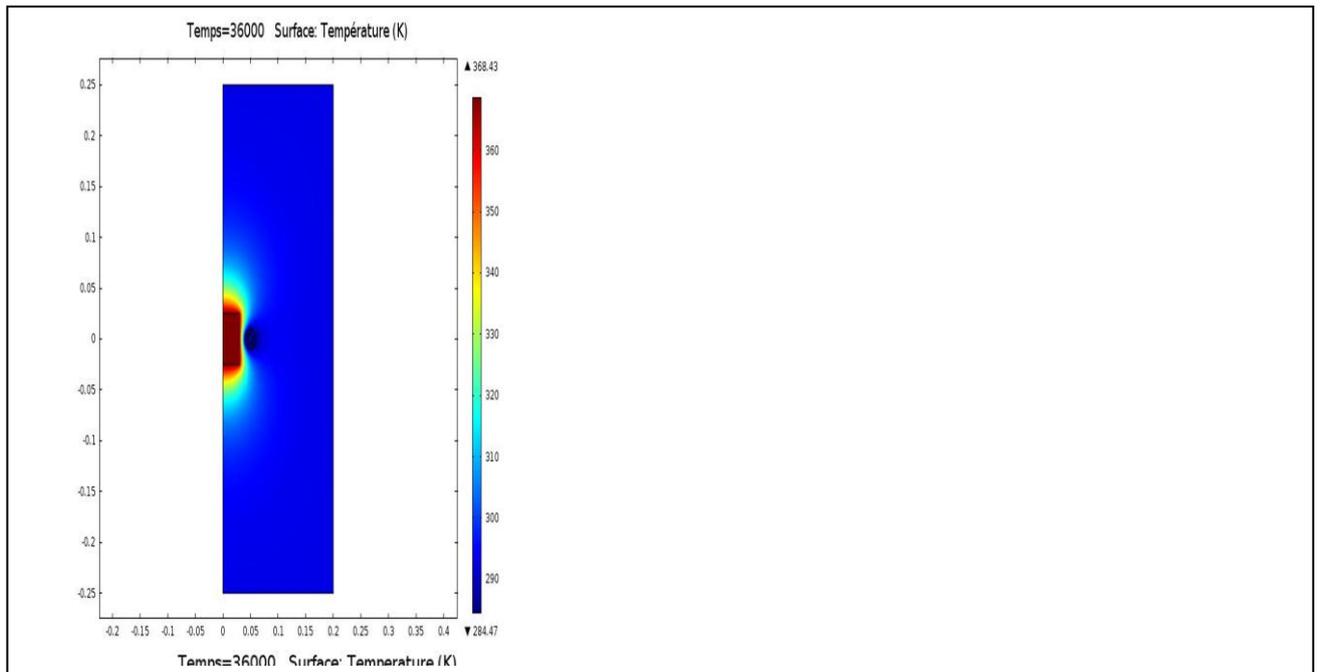


Figure 4.25 : *Distribution de la température dans le milieu d'étude pour $h_3=0.05$ (m)*

4.8.2 Pour la hauteur de la pièce cylindrique 0.1 (m)

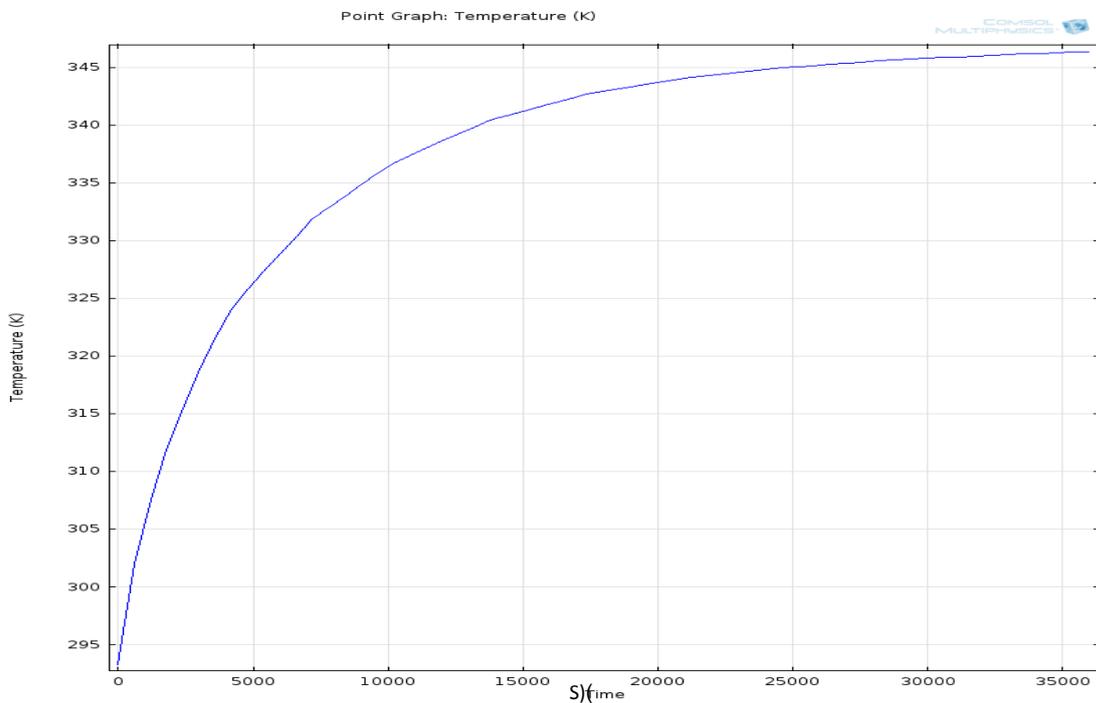


Figure 4.26 : *L'évolution de la température en fonction du temps pour hauteur de la pièce cylindrique 0.1 (m)*

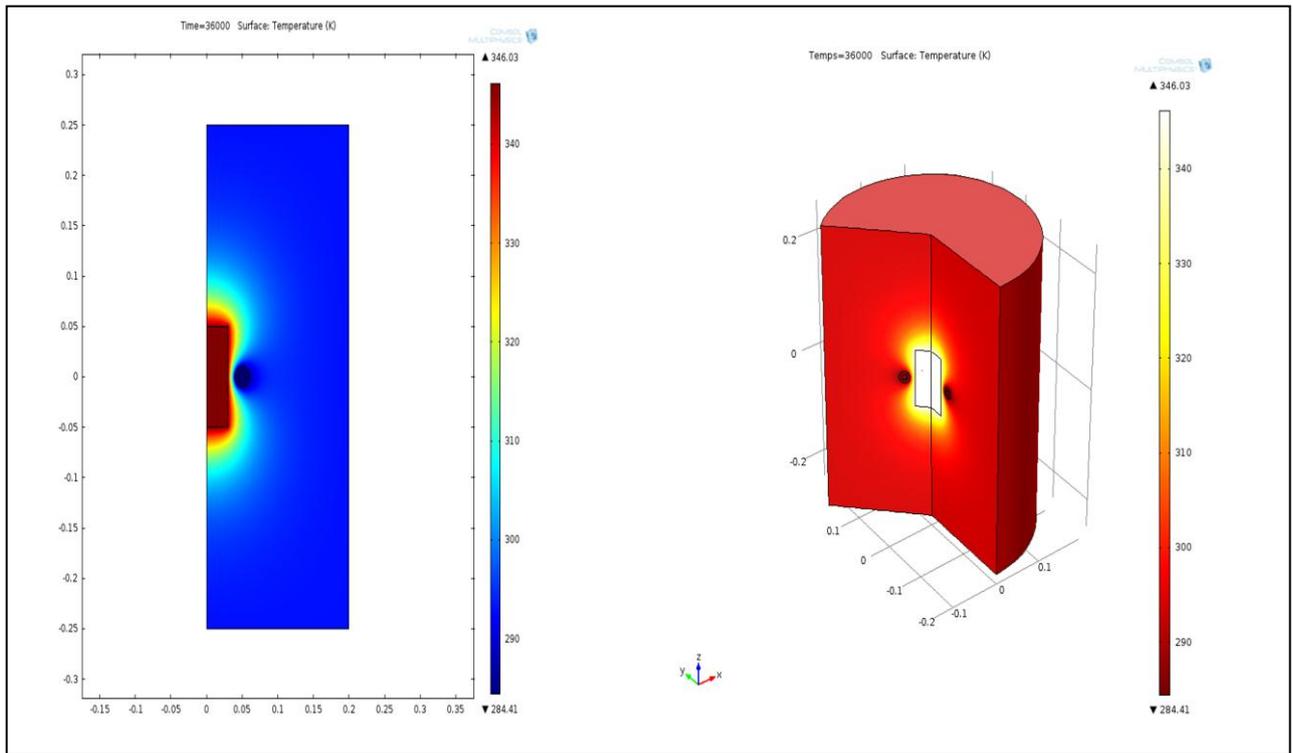


Figure 4.27: Distribution de la température dans le milieu d'étude pour $h1=0.1$ (m)

4.8.3 Pour la hauteur de la pièce cylindrique 0.2 (m)

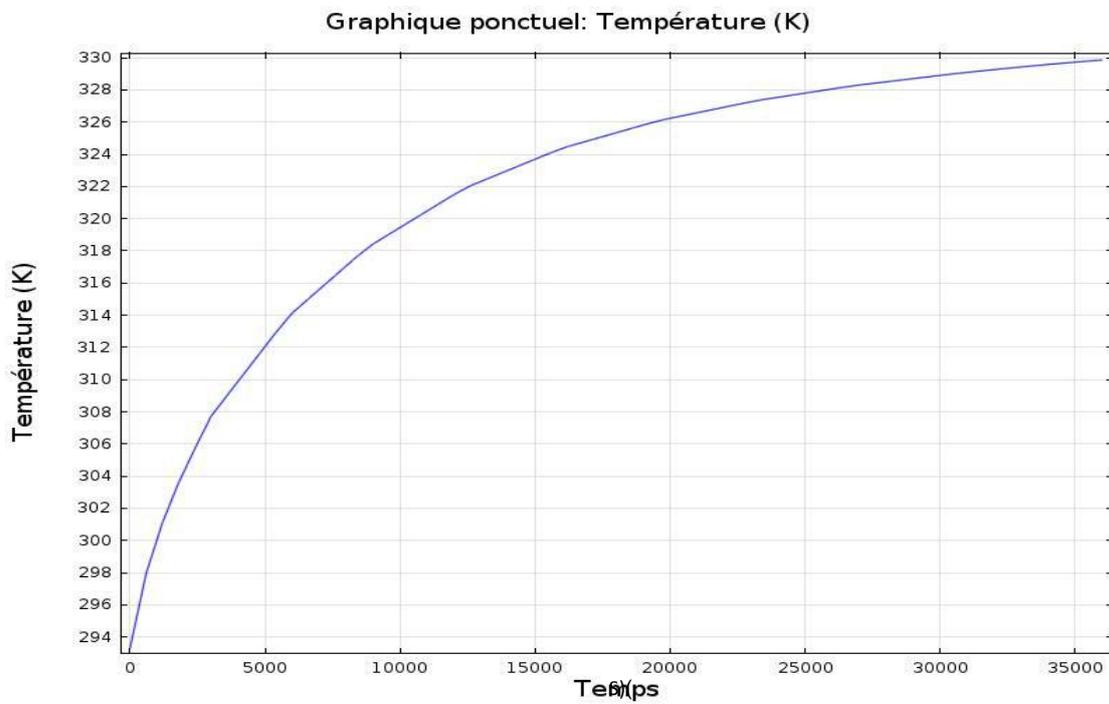


Figure 4.28: L'évolution de la température en fonction du temps pour hauteur de la pièce cylindrique 0.2 (m)

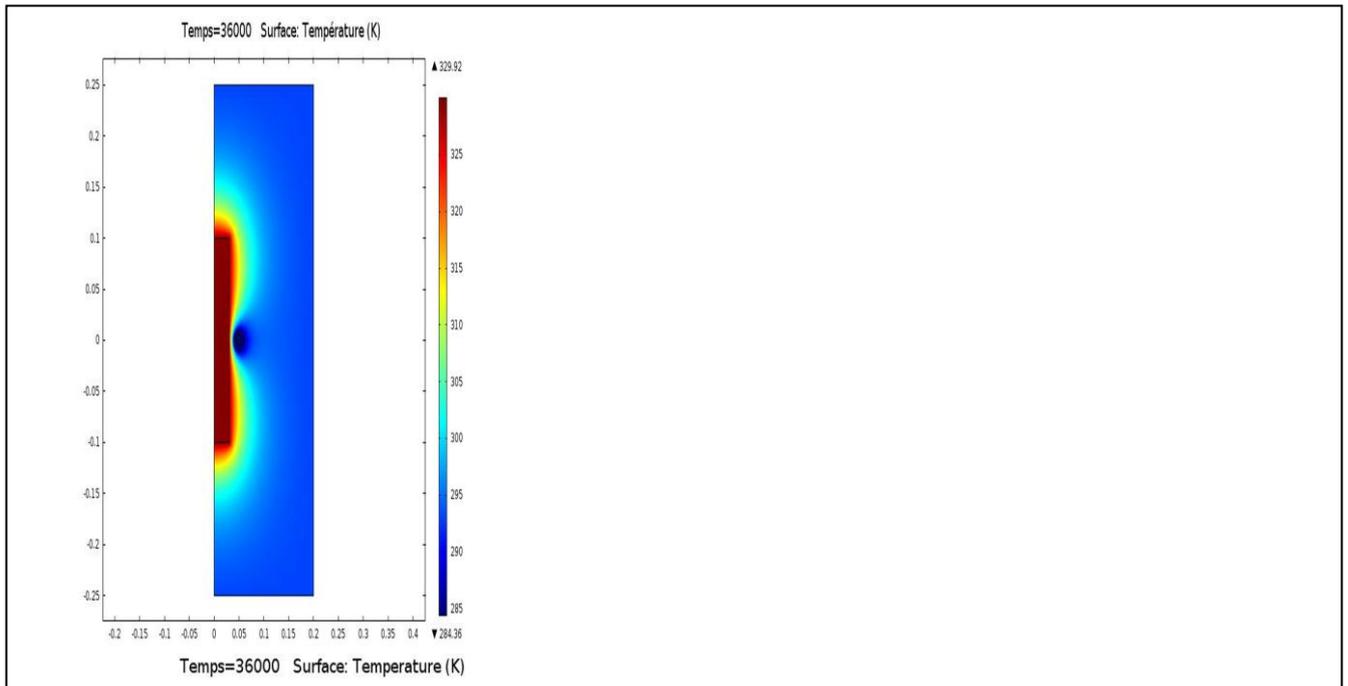


Figure 4.29 : Distribution de la température dans le milieu d'étude pour $h_2=0.1$ (m)

Le tableau (4.5) résume les effets de la hauteur de la pièce sur la température transmise

Tableau 4.5 Effet de la hauteur de la pièce sur la distribution de la température.			
hauteur de la pièce (m)	0.05	0.1	0.2
Temps (s)	36000	36000	36000
Température (K)	369	345,5	330

D'après la visualisation de l'évolution de la température transmise en fonction du temps (figures ci-dessus), on remarque que plus l'hauteur de la pièce cylindrique augmente plus la température transmise dans la pièce cylindrique diminue

4.9 Influence de la hauteur de la pièce sur l'épaisseur de peau

Les figures (4.30, 4.31, 4.32) représentent l'évolution de l'épaisseur de peau en fonction du temps pour différentes valeurs de la hauteur de la pièce (h).

4.9.1 Pour la hauteur de la pièce cylindrique 0.05 (m)

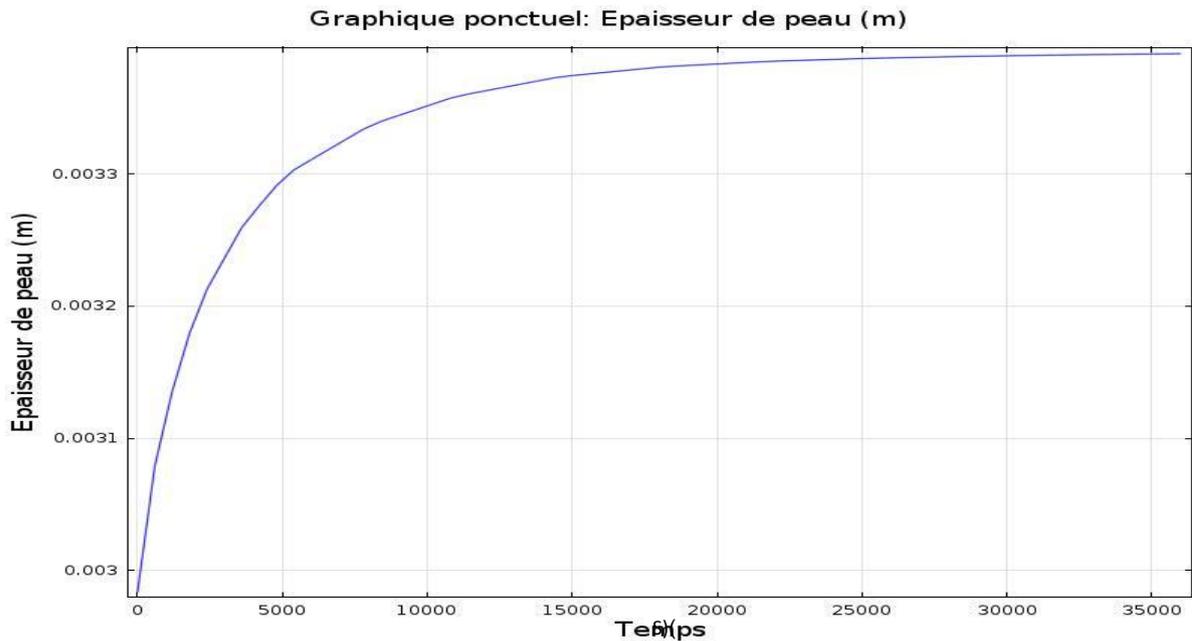


Figure 4.30 : épaisseur de peau en fonction du temps pour hauteur de la pièce cylindrique $h1=0.05$ (m)

4.9.2 Pour la hauteur de la pièce cylindrique 0.1 (m)

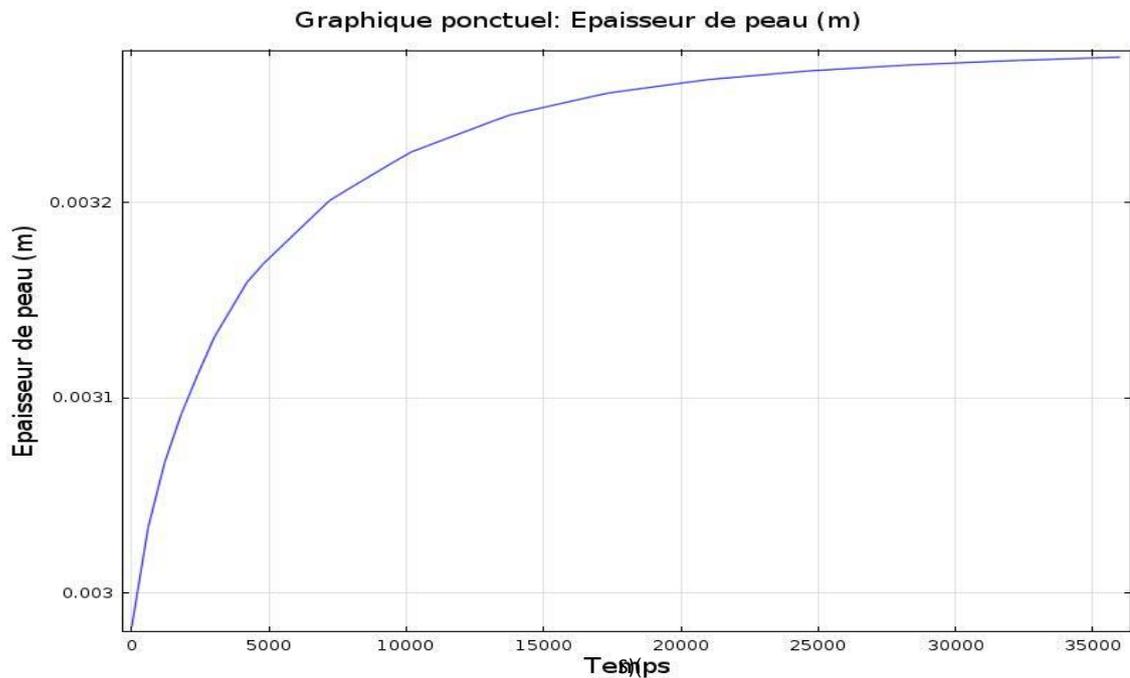


Figure 4.31 : épaisseur de peau en fonction du temps pour hauteur de la pièce cylindrique $h2=0.1$ (m)

4.9.3 Pour la hauteur de la pièce cylindrique 0.2 (m)

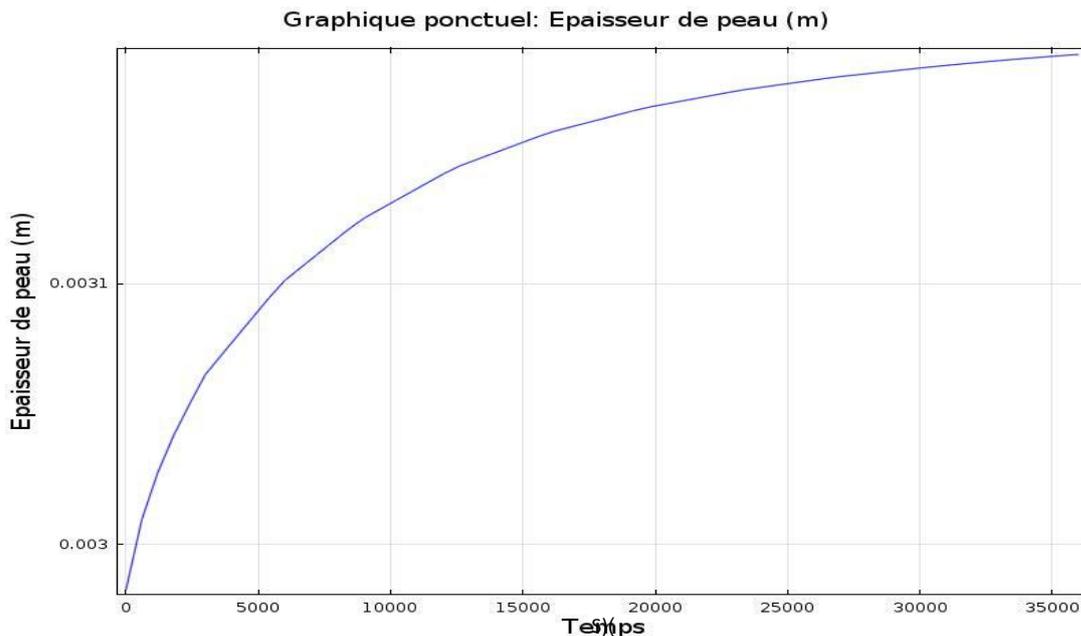


Figure 4.32 : épaisseur de peau en fonction du temps pour hauteur de la pièce cylindrique $h_3=0.2$ (m)

Les résultats de l'effet de la fréquence sur l'épaisseur de peau sont regroupés dans le tableau (4.6)

Tableau 4.6 Effet de la hauteur de la pièce sur l'épaisseur de peau.			
hauteur de la pièce (m)	0.05	0.1	0.2
Temps (s)	36000	36000	36000
Epaisseur de peau (δ) (m)	0.00339	0.00329	0.00319

Remarque :

On remarque que plus l'hauteur de la pièce cylindrique augmente plus l'épaisseur de peau diminue

La profondeur de pénétration augmente avec l'augmentation de la résistivité (ρ), qui est indirectement influencée par la géométrie car elle dépend de la température

Conclusion

Les résultats de la simulation ont été élaborés par le logiciel COMSOL. Ce dernier permet de réaliser des calculs électromagnétiques plus réalistes. Cependant les équations comportent les données matériaux qui doivent elles mêmes aussi être les plus réalistes possible. La fréquence était un paramètre important du procédé de chauffe par induction et l'analyse de la géométrie de la pièce cylindrique et de la position de l'inducteur sur la température transmise a montré que cette dernière est très sensible à la variation de ces paramètres.

Références Bibliographiques

Références Bibliographiques

- [01] Eonardo-energy.org/wp-content/.../01/chauffage-par-induction. Document Internet
- [02] N. Ben Sedira, "Contribution à l'Etude du Couplage Électromagnétique-Thermique dans une Charge à Symétrie Axiale (Etude + Simulation)", Mémoire de Magister, Université de Batna, 2013.
- [03] B. OUARLAL, "Contribution à la Modélisation Analytique du Phénomène de Chauffage par Induction", Mémoire d'Ingénieur, Université de Batna, 2008.
- [04] B. Grégory, "Effet de la Géométrie sur les Paramètres du Générateur et le Profil de Dureté lors d'une Chauffe par Induction : Expérience et Simulation", Mémoire de Magister, Université DU Québec, 2010.
- [05] T. Mammeri, " Contribution à l'Etude Théorique d'un Four à Induction", Mémoire de Magister, de Batna, 2012.
- [06] https://cours.etsmtl.ca/mec761/.../04_Courants%20de%20Foucault.pdf, Document Internet
- [07] www.hydroone.com/.../Guide%20d'amélioration%20du%20rendement%, Document Internet.
- [08] <http://www.ceiapower.com/applications.aspx?lan=fra&gclid=CKCVy7CDtbQCF>, Document Internet.
- [09] L. Valerie, "Modélisation Numérique du Chauffage par Induction : Approche Eléments Finis et Calcul Parallèle", Thèse de Doctorat, Ecole des Mines de Paris, 2002.
- [10] B. Adnani, " Modélisation et Contrôle des Convertisseurs à Résonance : Application au Chauffage par Induction ", Mémoire de Magister, de Batna, 2010
- [11] M.Gamoda, " Contribution à l'Etude de la Résolution des Equations du Maxwell en utilisant Femlab", Mémoire de Master, 2011
- [12] M.S. Aggoune, R. Abdessemed et FZ.Kadid, " Electrostatique". Presses de l'Université de Batna, 1997
- [13] C. Templier, "Électromagnétisme : régimes permanents et régimes variables ", livre, Université de Poitiers ; France
- [14] http://fr.wikipedia.org/wiki/Champ_magnétique, " Champ magnétique", Document Internet.

- [15] www.lpm.u-nancy.fr/.../Electrostatique%20EIGM/Ch_4_Gauss.pdf, " Flux du champ électrique et théorème de Gauss ", Document Internet.
- [16] <http://www.cpge-brizeux.fr/casiers/francoise/.../chelm3>., " les équations de maxwell", Document Internet.
- [17] M.S.Aggoune,"Contribution à l'Etude des Phénomènes Electromagnétiques dans les Plasmas", Thèse de Doctorat ,Université de Batna, 2010.
- [18] <https://www.comsol.fr/model/.../models.acdc.inductiv>", Document Internet.

Conclusion Générale

Travail effectué

Tout corps conducteur électrique soumis à l'influence d'un champ magnétique variable est le siège de courants induits. C'est le principe du chauffage par induction. L'induction électromagnétique a pour particularité de générer la chaleur directement à l'intérieur du matériau à chauffer. Cette particularité présente de nombreux atouts par rapport aux méthodes de chauffe plus standard, notamment la réduction des temps de chauffe et des rendements élevés, ou encore la possibilité de chauffer de façon très sélective. Le chauffage par induction permet ainsi le traitement thermique des métaux (superficiel ou à cœur) et La fusion (les fours à creuset, les fours à canal).

La conception, l'étude et l'optimisation du procédé de trempe superficielle avec chauffage par induction impliquent une analyse à la fois électromagnétique et thermique. On a affaire à un système de deux équations paraboliques non-linéaires couplées. Du fait de la grande inertie des phénomènes thermiques vis-à-vis des phénomènes magnétiques, il s'agit en réalité d'un couplage unilatéral: il y a une équation principale, celle de la chaleur, dont le second membre est obtenu en recherchant la solution stationnaire de l'équation secondaire, celle du champ magnétique.

L'idée originale de ce travail est d'étudier les phénomènes des chauffages par induction dans une plaque conductrice et dans un conducteur cylindrique en cuivre. Dans cette étude nous avons accompli deux tâches principales. Nous avons déterminé les expressions des champs magnétiques et des pertes dissipées par effet joule et de la densité du courant à partir des équations de Maxwell, nous avons aussi étudié la distribution de la température dans un conducteur cylindrique et l'influence de la géométrie de la pièce et de l'inducteur. Pour accomplir ces tâches, nous avons effectué une recherche bibliographique approfondie sur le système de chauffage par induction, leur utilisation et leur caractérisation, Nous avons présenté les équations de Maxwell qui s'appuient en partie sur les résultats de l'électrostatique et de la magnétostatique. Une bonne connaissance de l'électromagnétisme, partie de la physique qui traite des relations entre les phénomènes électriques et magnétiques, est une des bases nécessaires à l'électrotechnicien. Dans la première étape nous avons examiné le cas d'un matériau amagnétique (cuivre) en utilisant la méthode analytique pour la résolution de ce système d'équation, et après couplage on a déterminé la solution de la distribution de température.

La mise en jeu de l'outil informatique. Nous avons permis la simulation de la pénétration du champ magnétique et les pertes dissipées par courants de Foucault et l'analyse de l'effet de la fréquence et la résistivité électrique sur l'épaisseur de peau dans des programmes sous environnement MATLAB. Les résultats de la simulation ont

été élaborés par le modèle de simulation par éléments finis développé avec le logiciel Comsol multiphysique.

A partir de ce travail, on peut conclure que :

- ✚ L'épaisseur de peau dépend de la fréquence f , mais également de la conductivité du matériau utilisé.
- ✚ la température transmise dans la pièce cylindrique (cuivre) augmente quand on augmente la fréquence.
- ✚ l'augmentation du couplage (distance de séparation) accompagnée par la diminution de la température transmise dans la pièce cylindrique
- ✚ Effet de peau augmente avec l'augmentation de la fréquence et le paramètre du milieu (σ) de sorte que la section effective parcourue par le courant devient réduite et située à la périphérie du conducteur
- ✚ plus la fréquence augmente et plus les pertes joule dans la plaque sont importantes et plus la profondeur de pénétration diminue
- ✚ la température transmise dans la pièce cylindrique (cuivre) diminue quand on augmente l'hauteur de la pièce.

Il est important de signaler que logiciel COMSOL est un logiciel de simulation par éléments finis (FEM) permettant de résoudre tout type de problème pouvant être décrit par des équations aux dérivées partielles.

Suggestions et Perspectives

Les suggestions qu'on peut apporter pour la continuité de ce travail sont:

- L'utilisation de creusets froids.
- L'utilisation de bobines solénoïdes dont le nombre de spires peut jouer un rôle favorable dans le chauffage par induction.
- Chauffage par micro-ondes

