

**UNIVERSITÉ KASDI MERBAH OUARGLA**

**Faculté des Sciences Appliquées**

**Département de Génie Mécanique**



**Mémoire**

**MASTER ACADEMIQUE**

**Domaine** : Sciences Appliquées

**Filière** : Génie Mécanique

**Spécialité** : Génie Productique

**Présenté par :**

**Mr Zitouni Soufiane**

**Mr Rahmani Khaled**

# **Caractérisation et Modélisation des Matériaux Cellulaires Solides**

**Soutenu publiquement :**

Le: 07/06/2015

**Devant le jury:**

Mr Boukhatem Mourad

Mr Kheireddine Abdelkarim

Dr Bouakba Moustapha

President

Examination

Encadreur

UKM Ouargla

UKM Ouargla

UKM Ouargla

**Année universitaire : 2014/2015**

# **REMERCIEMENTS**

Au moment d'écrire les dernières lignes de ce document, je tiens à remercier et exprimer ma profonde gratitude auprès des membres du Jury.

A Monsieur Dr B.mostapha, Enseignant au sein du département de m'avoir proposé cet intéressant thème de recherche et d'avoir aidé à la définition, la réalisation et les

interprétations de ce travail par ses nombreuses interventions. Qu'il soit assuré de ma profonde reconnaissance

A Mr .boukhatem le Président du Jury d'avoir accepté de présider ce Jury malgré ses nombreuses occupations ; qu'il soit assuré de ma grande reconnaissance.

A Messieurs les enseignants qui me font l'honneur d'examiner ce travail de recherche ; qu'ils soient assurés de ma grande considération

A tous mes enseignants de l'université d'Ouargla qui ont participé à ma formation

A tous mes camarades de promotion pour leur soutien et la bonne ambiance qu'il sont créée tout au long des années de formation

A tous ceux et celles qui ont participé de près ou de loin à la concrétisation de ce travail de recherche.

## **Dédicace**

Je dédie ce modeste travail A mon cher  
père A ma chère mère A mes sœurs A  
mes frères A ma famille A toutes mes  
amies et surtout sofian ,tarak,wafi,rabah  
et hamza A toute personne qui me  
connaît

A mes frères

A ma famille

toute personne qui me connaît

**R.Khaled**

## **Dédicace**

Je dédie ce modeste travail A mon cher  
père A ma chère mère A mes sœurs A  
mes frères A ma famille A toutes mes  
amies et surtout  
khaled ,raouf,abdelrazak et A toute  
personne qui me connaît

A mes frères

A ma famille

toute personne qui me connaît

**Z.Soufiane**

## NOMENCLATURE

hf	épaisseur de peau
hc	épaisseur de l'âme
d	distance entre l'axe neutre de deux peaux
b	largeur du sandwich
H	épaisseur du sandwich
P	charge appliquée
L	distance entre les appuis (flexion 3 points)
E <sub>c</sub>	module d'élasticité de l'âme
E <sub>f</sub>	module d'élasticité du matériau de peau
G <sub>c</sub>	module de cisaillement de l'âme
D	rigidité en flexion
S	rigidité en cisaillement
M <sub>x</sub>	moment de flexion
T <sub>x</sub>	force transversale
$\sigma$	contrainte de traction dans les matériaux peaux
$\tau$	contrainte de cisaillement dans le matériau d'âme
$\delta_f$	Déplacement due à la flexion des peaux
$\delta_c$	Déplacement due au cisaillement du matériau d'âme
$\delta_t$	Déplacement totale
Z	coordonnées suivant l'épaisseur du sandwich
E1	module d'élasticité de nid d'abeille suivant l'axe X
E2	module d'élasticité de nid d'abeille suivant l'axe Y
E3	module d'élasticité de nid d'abeille suivant l'axe Z
$\delta U1$	déplacement suivant l'axe X
$\delta U2$	déplacement suivant l'axe Y
$\delta U3$	déplacement suivant l'axe Z
VER	volume élémentaire représentatif
G <sub>ij</sub>	module de cisaillement, avec $i \neq j$ et $i, j = x, y, z = 1, 2, 3$

$\tau_{ij}$  contrainte de cisaillement, avec  $i \neq j$  et  $i, j = x, y, z = 1, 2, 3$

$\gamma_{ij}$  déformation de cisaillement, avec  $i \neq j$  et  $i, j = x, y, z = 1, 2, 3$

$F_i$  force de liaison suivant la direction  $i$

$V_0$  volume avant déformation

$V_f$  volume après déformation

$G_f$  module de cisaillement de la fibre

$G_m$  module de cisaillement de la matrice

## Liste des tableaux

### **CHAPITRE I : Etude bibliographique sur les matériaux sandwiches**

Tableau I.1 : Caractéristique mécanique de fibre de verre [3].

Tableau. I.2 : Caractéristique mécanique de fibre de Carbone [3].

Tableau. I.3 : Caractéristique mécanique de fibre aramide [3].

### **CHAPITRE II : Homogénéisation du nid d'abeille**

Tableau II.1 Paramètres géométriques d'une cellule en nid d'abeille [7].

Tableau II.2 : Module de Gibson.

## Liste des figures

### CHAPITRE I : Etude bibliographique sur les matériaux sandwichs

Figure I-1 : Section représente les différentes composantes D'une moderne SKI de Neige [4].

Figure I.2 : Schéma d'un sandwich [7].

Figure I.3 : Les éléments Constituants les panneaux sandwichs [4].

Figure I.4 : Pli à Renforcement unidirectionnel [5].

Figure I.5 : Constitution d'un stratifié [5].

Figure I.6 : Désignation d'un stratifié [3].

Figure I-7 : Structure des matériaux Composites [4].

Figure I-8 : Ruban unidirectionnel Carbone/Verre sur lequel Sont mis en évidence la chaîne et la trame [3], [5].

Figure I.9 : Structure en nid d'abeille polypropylène [7].

Figure I.10 : Flambement généralisé des peaux du sandwich [7].

Figure I.11 : Rupture des peaux en traction ou en compression [7].

Figure I.12 : Modes locaux de rupture par indentation [7].

Figure I.13 : Rupture de l'âme en cisaillement [7].

Figure I.14 : Flambement généralisé de l'âme du sandwich [7].

Figure I.15 : Flambement localisé « wrinkling » [7].

Figure I.16 : Flambement localisé «dampling» [7].

Figure I.17 : Type de dégradation de l'adhésif [7].

Figure I.18 : Pièces d'automobile en composites [2].

Figure I.19 : Pièces de Sports et loisirs en composites [2].



## CHAPITRE II : Homogénéisation du nid d'abeille

Figure II.1 Géométrie d'un nid d'abeille [7].

Figure II.2. Vue en perspective du nid d'abeilles.

Figure II. 3. Déformation des cellules sous une charge dirigée suivant X et Y.

Figure II. 4. Déformation en flexion et rotation des parois.

Figure II.5. V.E.R du nid d'abeille.

Figure II.6. V.E.R en sollicitation de traction suivant X (a) ; Y (b) ; Z (c).

Figure II.7. VER sous sollicitation de cisaillement.

Figure II.8. Conditions aux limites pour une traction suivant la direction X.

Figure II.9. Effet de traction suivant X.

Figure II.10. Conditions aux limites pour une traction suivant la direction Y.

Figure II.11. Effet de traction suivant Y.

Figure II.12. Conditions aux limites pour une traction suivant la direction Z.

Figure II.13. Effet de traction suivant Z.

Figure II.14 Conditions aux limites pour la détermination du module de cisaillement  $G_{xy}$ .

Figure II.15. Effet de cisaillement dans le plan XY

Figure II.16. Évolution du module de Young  $E_1$  en fonction de la densité relative.

Figure II.17. Évolution du module de Young  $E_2$  en fonction de la densité relative.

Figure II.18. Évolution du module de Young  $E_3$  en fonction de la densité relative.

Figure II.19. Évolution du module de cisaillement  $G_{12}$  en fonction de la densité relative.

# SOMMAIRE

<i>Introduction Générale</i> .....	2
<i>Chapitre I</i>	
<i>Généralité sur les matériaux sandwichs</i>	
<i>I.1. Introduction</i> .....	5
<i>I.2. Définition</i> .....	6
<i>I.3. Les panneaux Sandwichs</i> .....	6
<i>I.4. Qu'est ce qu'un matériau sandwich ?</i> .....	6
<i>I.5. Intérêt des structures sandwichs</i> .....	8
<i>I.6. Les éléments constituant les matériaux</i> .....	8
<i>Sandwichs</i>	
<i>I.6.1. Les peaux</i> .....	9
<i>I.6.1.1. Monocouches</i> .....	9
<i>I.6.1.2. Stratifiés</i> .....	9
<i>I.6.1.3. Structure de la peau (composée)</i> .....	11
1. <i>Les Renforts</i> .....	11
1.1. <i>La fibre</i> .....	11
1.2. <i>Matériaux employés dans les renforts</i> .....	12
<i>Fibreux</i>	
a) <i>Fibres de verre</i> .....	12
b) <i>Fibres de carbone</i> .....	13
c) <i>Fibres aramidés</i> .....	14
2. <i>Les matrices</i> .....	15
a) <i>Les résines de polyester et de vinylester</i> .....	15
b) <i>Les résines thermodurcissables</i> .....	16
c) <i>Les résines thermoplastique</i> .....	16
<i>I.6.2. L'âme</i> .....	16



II.4. Géométrie et notations.....	30
II.5. Modélisations Analytiques.....	31
II.5.1. Modèle de GIBSON et ASHBY.....	31
II.5.1.1. Propriétés dans le plan( $X, Y$ ).....	31
a) Modules $E_1$ et $E_2$ .....	31
b) Module de cisaillement dans le plan $G_{12}$ .....	33
II.5.1.2. Propriétés hors du plan.....	34
a) Module d'élasticité $E_3$ .....	34
b) Modules de cisaillement transverses.....	35
II.6. Approches numériques.....	38
II.6.1. Introduction.....	38
II.6.2. Le volume élémentaire représentatif $V.E.R.$ .....	38
II.6.3. La méthode d'homogénéisation.....	38
II.6.3.1. Organigramme d'homogénéisation.....	41
numérique	
a) Constantes de l'ingénieur $E_i$ et $\nu_{ij}$ .....	42
b) Modules de cisaillements $G_{ij}$ .....	42
II.6.4. Résultats.....	44
a) Module d'élasticité $E_1$ .....	44
b) Module d'élasticité $E_2$ .....	45
c) Module d'élasticité $E_3$ .....	46
d) Modules de cisaillement $G_{12}$ .....	47
II.6.5. Résultats et discussions.....	49
II.7. Conclusion.....	51

# INTRODUCTION

### **Introduction :**

Le développement des technologies modernes exige que l'on utilise des matériaux présentant des propriétés mécaniques élevées spécifiques à leur emploi, mais dont les masses volumiques soient faibles. L'objectif est notamment de réduire la masse des structures. Les matériaux composites sont des matériaux qui répondent aux exigences précédentes. En raison de leur faible densité, grande résistance, rigidité importante et de leur excellente durabilité, les matériaux composites ont d'abord été utilisés dans de nombreuses composantes structurales, notamment dans le domaine de l'aéronautique. De nos jours, la diminution de leurs coûts de production permet l'utilisation de ces matériaux dans des applications de plus en plus variées (automobile, navigation, construction, etc.).

Parmi les matériaux composites les plus utilisés, on notera les matériaux sandwichs. Les structures sandwichs se distinguent des autres matériaux comme les métaux, les céramiques et les polymères par le fait qu'ils sont constitués :

- de deux semelles ou peaux, de faibles épaisseurs. Ces peaux sont constituées de matériaux à relativement haute résistance.
- d'une âme beaucoup plus épaisse et de faible densité.

Peaux et âmes sont séparables mécaniquement. On peut par conséquent modifier les propriétés de ces matériaux en variant les proportions de leurs constituants ou les propriétés des constituants eux-mêmes. Ces ajustements permettent donc d'atteindre les propriétés souhaitées pour répondre à des applications bien identifiées.

Les structures sandwichs offrent donc de grandes potentialités aux concepteurs dans des secteurs très divers.

Dans un premier temps, on peut songer à des applications structurales classiques pour lesquelles il faut allier légèreté et rigidité comme l'industrie aérospatiale, ou plus généralement les transports (TGV). Leur résistance à la corrosion, quand les divers constituants ne sont pas métalliques, en fait également un matériau de choix pour la construction navale. L'usage des sandwichs se répand aussi dans l'industrie du bâtiment, et cette fois, ce sont leurs excellentes caractéristiques d'isolation thermique qui sont prises en compte.

Ces matériaux sandwichs peuvent être réalisés en éléments très divers :

- aluminium, acier, bois, plastique, résines renforcées de fibres organiques ou inorganiques (matériaux composites), ...pour les peaux ;
- pour l'âme, le balsa, les nids d'abeilles (NIDA) [confectionnés en polypropylène, en aluminium, en Nomex (papier aramide enduit de résine phénolique)], les mousses alvéolaires,.....

De nombreux paramètres structuraux influent sur le comportement mécanique de ces systèmes complexes :

- la nature des matériaux constitutifs (densité, propriétés mécaniques, propriétés physiques, propriétés chimiques) ;
- les séquences d'empilement ;
- les épaisseurs relatives des différentes couches.

L'objectif de ce travail est : de remplacer un matériau réel non homogène par un matériau fictif homogène avec des propriétés macroscopiques équivalentes.

Le mémoire est structuré de la manière suivante :

- Dans le **chapitre I**, nous donnons une Généralité sur les matériaux cellulaires solides.
- Le **chapitre II**, concerne à l'homogénéisation analytique et la modélisation numérique de l'âme en nid d'abeilles.
- Finalement une conclusion générale.

# CHAPITRE I



## I.1. Introduction :

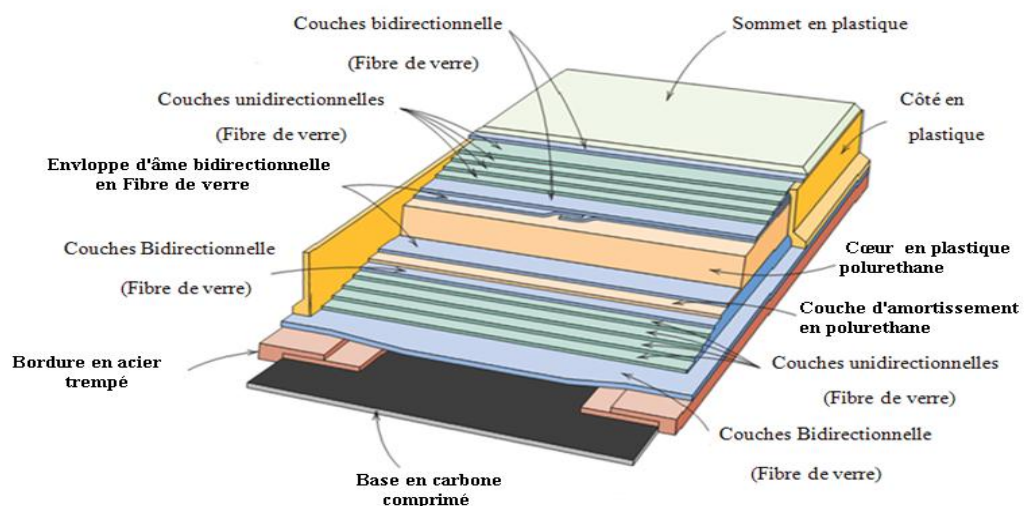
Les matériaux composites ont été utilisés pour résoudre des problèmes technologiques depuis longtemps, mais seulement dans les années 1960 ces matériaux ne commencer à capturer l'attention des industries de l'introduction des composites à base de polymères. Depuis lors, les matériaux composites sont devenus des matériaux d'ingénierie commune et sont conçus et fabriqués pour diverses applications, notamment les composants d'automobile, articles de sport, pièces aérospatiales, des biens de consommation, et dans l'industrie maritime et de l'huile.

La croissance de l'utilisation des matériaux composite également vu le jour La prise de conscience accrue quant aux performances des produits et une concurrence accrue dans le marché mondial des composants légers.

Parmi tous les matériaux, les matériaux composites ont le potentiel pour remplacer largement utilisé en acier et aluminium, et à plusieurs reprises avec de meilleures performances.

Le remplacement des composants en acier avec des composants composites peuvent mettre 60 à 80% en poids des composants, et de 20 à 50% du poids en remplaçant des pièces en aluminium.

Aujourd'hui, il apparaît que les matériaux composites sont des matériaux de choix pour de nombreuses applications d'ingénierie [1].



**Figure I-1: Section représente les différentes composantes d'une moderne SKI de Neige[4].**

## I.2. Définition :

Un matériau composite est, par définition, tout alliage ou matière première comportant un renfort sous forme filamentaire et une matrice [2]. Donc dans un sens large le mot « Composite » signifie « constitué de deux ou plusieurs parties différentes ». En fait l'appellation *matériau composite* ou *composite* [3].

## I.3. Les panneaux Sandwiches :

Aujourd'hui, on enregistre une progression importante dans l'emploi des matériaux composites dans des domaines aussi divers que l'aéronautique, l'automobile, le sport et les loisirs. Parmi les matériaux composites les plus utilisés, on peut citer les matériaux sandwichs. Les structures sandwich occupent un large créneau dans la construction des pièces composites. Historiquement, ce sont les premières structures composites allégées et performantes [7].

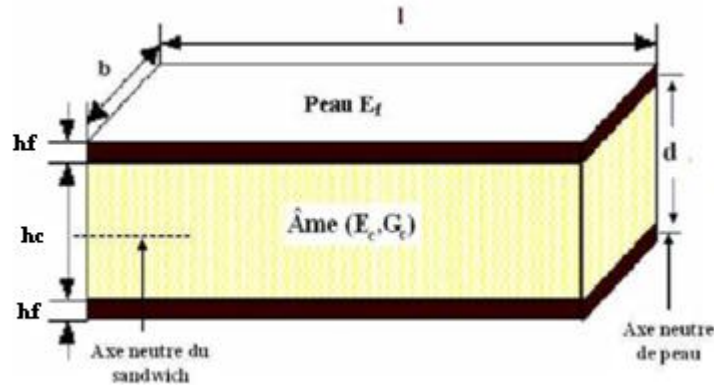
## I.4. Qu'est ce qu'un matériau sandwich ?

Une structure sandwich résulte de l'assemblage par collage ou soudure de deux semelles ou peaux (Fig. I.2) et d'un matériau d'âme. Les peaux sont de faibles épaisseurs et possèdent de très bonnes caractéristiques mécaniques (module élevé, grande résistance). Entre les deux peaux est intercalé un matériau d'âme de forte épaisseur et de faible densité. En gardant une distance constante entre les deux peaux, l'insertion de cette âme permet d'augmenter le moment d'inertie de la structure, et par conséquent sa rigidité en flexion, tout en minimisant la masse de l'ensemble.

Dans un sandwich, il ne faut pas oublier un troisième composant : l'adhésif. C'est ce dernier qui permet un bon assemblage de la structure et aussi une bonne transmission des contraintes d'un milieu à l'autre. Sa principale caractéristique doit être une bonne résistance en cisaillement. Dans le cas de peaux en matériau composite, l'insertion de cette troisième phase peut être évitée par l'utilisation d'une résine auto-adhésive.

De part la constitution des matériaux sandwichs, on peut adapter leurs propriétés mécaniques en faisant varier la nature des peaux (identiques ou non) et de l'âme ainsi que l'épaisseur de chacune des phases. En règle générale, les peaux ont la même épaisseur  $h_f$ . Le rapport  $h_f/h_c$  ( $h_c$  étant l'épaisseur de l'âme) est compris entre 0,1 et 0,01, D'après Allen [15], on peut classer les sandwichs en trois catégories selon la valeur du rapport  $d/h_f$  ( $d$  étant la

distance séparant l'axe neutre de chacune des peaux). Pour un sandwich symétrique (peaux de même épaisseur)  $d = h_c + h_f$ .



**Figure I.2 : Schéma d'un sandwich [7].**

En fonction des valeurs du rapport  $d/h_f$ , on peut classer les sandwichs de la manière suivante:

- si le rapport  $d/h_f$  est supérieur à 1,00 on parle de sandwichs à peaux très fines ;
- pour un rapport  $d/h_f$  compris entre 1,00 et 5,77 le sandwich est considéré comme ayant des peaux fines ;
- dans le cas où  $d/h_f$  est inférieur à 5,77 la structure est dite à peaux épaisses.

On définira les bornes limites par rapport à la contribution de chaque constituant vis-à-vis de la rigidité en flexion et en cisaillement du sandwich.

En plus de leur bonne rigidité en flexion, de leur bonne résistance au flambement et de leur légèreté, les matériaux sandwichs possèdent également de bonnes propriétés d'isolation thermique et phonique. Ceci explique leur emploi de plus en plus fréquent comme cloison. Ces matériaux sont de plus en plus utilisés dans l'aéronautique ou l'industrie du transport en tant que structures primaires ou Secondaires, comme par exemple les coques de bateaux rapides, les planchers d'avions [7].

### I.5. Intérêt des structures sandwichs :

L'intérêt principal des structures sandwichs, par opposition aux composites traditionnels dits monolithiques, réside dans leur rigidité spécifique très élevée. La densité de l'âme est couramment de l'ordre de  $100 \text{ kg m}^{-3}$ . En modifiant la nature et l'épaisseur de la peau et/ou de l'âme, on parvient à donner à la structure le matériau qui convient le mieux. Ainsi, l'amélioration de la rigidité qui traduit le comportement en flexion du matériau, s'obtient en augmentant soit l'épaisseur de l'âme qui conduit à l'augmentation de son moment d'inertie, soit le module d'élasticité des peaux. Puisque l'âme du sandwich possède une faible densité, la masse du composite n'évolue pas de façon importante.

Les matériaux composites sandwichs disposent d'atouts importants par rapport aux matériaux traditionnels. Ils apportent de nombreux avantages fonctionnels : légèreté, résistance mécanique et chimique, maintenance réduite, liberté de formes. Ils permettent d'augmenter la durée de vie de certains équipements grâce à leurs propriétés mécaniques et chimiques. Ils contribuent au renforcement de la sécurité grâce à une meilleure tenue aux chocs et au feu. Ils offrent une meilleure isolation thermique ou phonique et, pour certains d'entre eux, une bonne isolation électrique. Ils enrichissent aussi les possibilités de conception en permettant d'alléger des structures et de réaliser des formes complexes, aptes à remplir plusieurs fonctions. Dans chacun des marchés d'application (automobile, bâtiment, électricité, équipements industriels,...), ces performances remarquables sont à l'origine de solutions technologiques innovantes [7].

### I.6. Les éléments constituant les matériaux sandwichs :

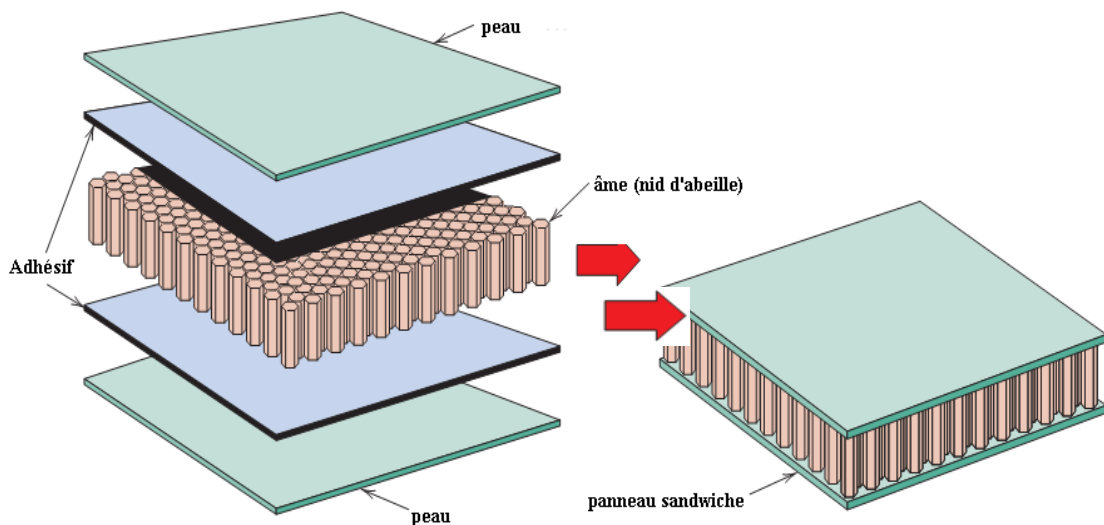


Figure I.3 : Les éléments Constituant les panneaux sandwichs [4].

### I.6.1. Les peaux :

Généralement de faibles épaisseurs, les peaux sont constituées de tout matériau pouvant être obtenu sous forme de couche. Elles peuvent être en bois, métal ou matériau composite. Le choix de la nature et de la séquence des couches dépendra de l'utilisation des matériaux composites. Les peaux ont pour but de reprendre les efforts de flexion traduit par des contraintes normales (traction ou compression).

On peut trouver les peaux sous forme monocouches ou stratifiés :

#### I.6.1.1. Monocouches :

Les monocouches représentent l'élément de base de la structure composite. Les différents types de monocouches sont caractérisés par la forme du renfort : à fibres longues (unidirectionnelles UD, réparties aléatoirement), à fibres tissées, à fibres courtes.

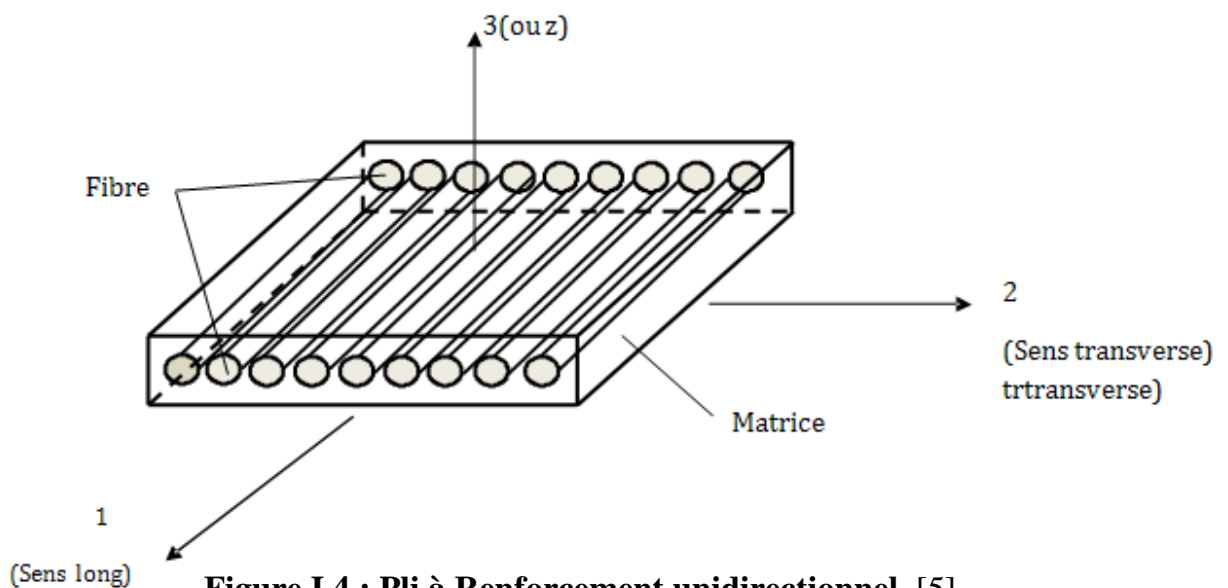


Figure I.4 : Pli à Renforcement unidirectionnel [5].

#### I.6.1.2. Stratifiés :

Un stratifié est constitué d'un empilement de monocouches ayant chacune une orientation propre par rapport à un référentiel commun aux couches, et désigné comme le référentiel du stratifié. Le choix de l'empilement et plus particulièrement des orientations permettra d'avoir des propriétés mécaniques spécifiques. On pourra avoir des stratifiés du type :

1. Equilibré : stratifié comportant autant de couches orientées suivant la direction  $+\theta$  que de couches orientées suivant la direction  $-\theta$ .
2. Symétrique : stratifié comportant des couches disposées symétriquement par rapport à un plan moyen.
3. Antisymétrique: stratifié comportant des couches disposées non Symétriquement par rapport à un plan moyen.
4. Croisé : stratifié comportant autant de couches à  $0^\circ$  que de couches à  $90^\circ$ .
5. Hybride : les couches successives comportent des fibres de natures différentes, il s'agit d'un stratifié hybride [5].

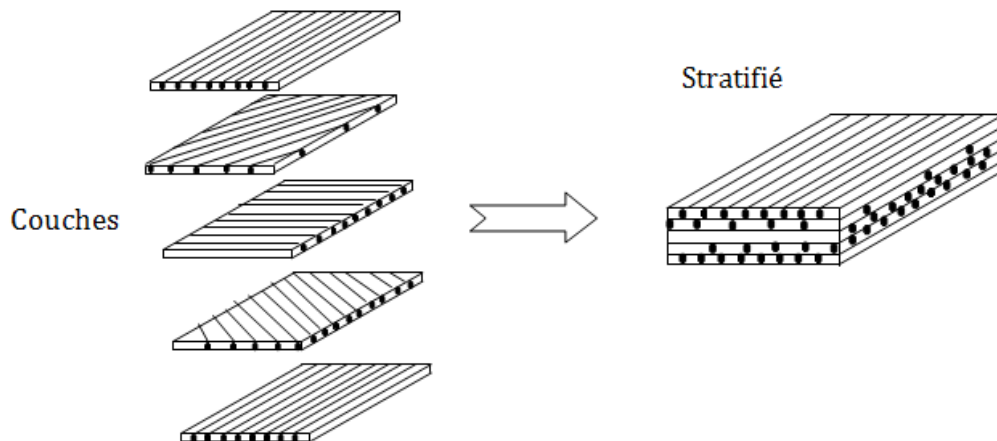


Figure I.5 : Constitution d'un stratifié [5].

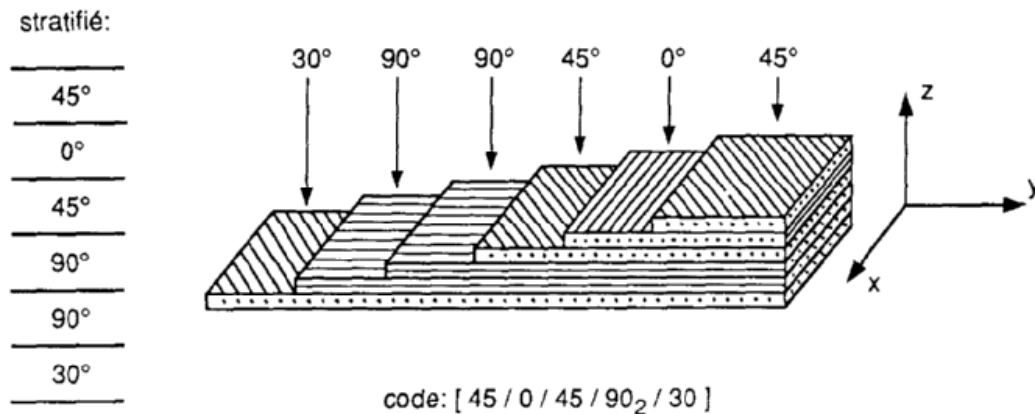


Figure I.6 : Désignation d'un stratifié [3].

### I.6.1.3. Structure de la peau (composite) :

Les Composites nécessitent l'association intime d'au moins deux composants: *le renfort* et *la matrice*, qui doivent être compatibles entre eux et se solidariser, ce qui introduit la notion d'un agent de liaison, l'interface.

Le renfort a pour mission de supporter l'essentiel de l'effort mécanique appliqué au matériau. Le rôle de la matrice est plus complexe; elle doit lier les renforts entre eux, les protéger du milieu extérieur (corrosion par exemple) et répartir la charge mécanique appliquée [2].

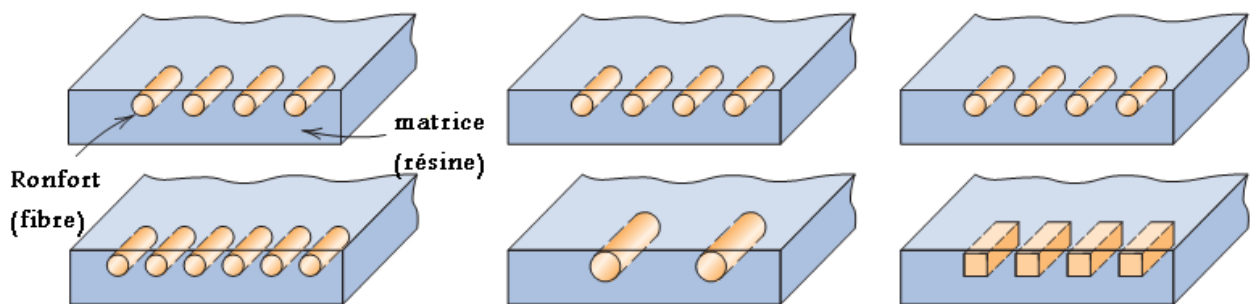


Figure I-7 : Structure des matériaux Composites [4].

## 1. Les Renforts:

Les renforts se présentent généralement sous diverses formes: linéique, surfacique et structures multidirectionnelles. Les renforts contribuent à améliorer la résistance mécanique et la rigidité des matériaux composites et se présentent sous forme filamentaire, allant de la particule de forme allongée à fibre continue qui donne au matériau un effet directif. Ils sont caractérisés par:

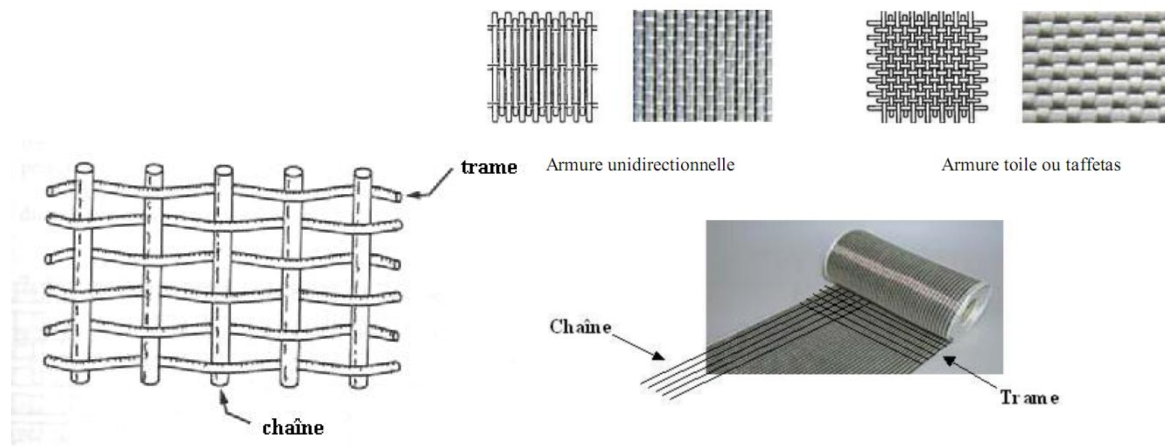
- La nature de fibre, minérale ou organique.
- L'architecture du renfort.

### 1.1.La fibre:

C'est le renfort qui constitue l'armature ou le squelette qui assure la tenue mécanique (résistance à la traction et rigidité...). Il est, par définition, de nature filamentaire (fibre minérale ou organique) allant de la particule allongée à la fibre continue. La fibre de renfort

apporte donc toujours la tenue mécanique de la structure Composite (tandis que la matrice apporte la forme et la tenue chimique) et peut représenter un taux massique de 20% à 80%.

En général, dans une structure composite (anisotrope), les fibres travaillent bien en traction, mais en comparaison avec les structures métalliques (isotropes), les performances en compression sont moins bonnes et la résistance au cisaillement demeure faible. D'où l'intérêt de l'association en forme pour obtenir une charpente résistante à toutes ces contraintes [2].



**Figure I-8 : Ruban unidirectionnel Carbone/Verre sur lequel sont mis en évidence la chaîne et la trame [3], [5].**

## 1.2. Matériaux employés dans les renforts fibreux:

Les matériaux employés pour produire les composites sont polymères et inorganiques. Parmi les matériaux traditionnels généralement employés, il y a des polyamides, des polyesters, des fibres aramides de métal et des fibres de verre, tandis que les matériaux ont de rendements élevés récemment développés, il y a les fibres aramides, fibres de carbone, de fibres de polyéthylène et poly-ester-cétone. Ces matériaux sont différents pour leurs caractéristiques de résistance élastique et d'environnement [6].

Les fibres les plus souvent rencontrées dans les composites sont les suivantes :

### a) Fibres de verre:

La connaissance des matériaux composites fibreux à matrice de polymères est initialement basée sur des études des composites à fibres de verre. Ces fibres sont très répandues dans des applications basses performances ainsi que des applications hautes performances telle que les



réservoirs de propulseurs de fusée. Leurs avantages incluent prix compétitif, disponibilité, et résistance élevée. Cependant, à cause de leur rigidité relativement faible, les fibres de verre sont progressivement remplacées par les fibres aramides ou les fibres de carbone dans les applications hautes performances [6].

**Tableau I.1 : Caractéristique mécanique de fibre de verre[3].**

caractéristiques			Verre E	Verre R
Masse volumique	$\rho$	$\text{kg/m}^3$	2600	2550
Module d'Young	$E_f$	GPa	73	86
Contrainte à la rupture	$\sigma_{fu}$	MPa	3400	4400
Allongement à la rupture	$\varepsilon_{fu}$	%	4.4	5.2
Coefficient de Poisson	$\nu_f$		0.22	-

### b) Fibres de carbone:

Actuellement, les fibres de carbone sont le renfort le plus répandu pour les matériaux composites hauts performances. Deux avantages principaux de ces fibres sont leur fabrication plus adaptée à la production à grande échelle que d'autres fibres hautes performances et leurs excellentes propriétés mécaniques plus facilement transférables aux matériaux composites. Leur prix reste toutefois prohibitif pour les produits grand public [6].

Tableau. I.2 : Caractéristique mécanique de fibre de Carbone[3].

Caractéristiques	Verre E	Carbone HR	Carbone HM	Carbone THM	Carbone HM (brai)
Masse volumique $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	2600	1750	1810	1950	2000
Diameter ( $\mu\text{m}$ )		8	8	8	12
Module d'Young $E_f$ (GPa)	73	220	400	600	380
Module spécifique $E_f/\rho$ (MN m/kg)	28	120	210	310	190
Contrainte à la rupture $\sigma_{fu}$ (MPa)	3400	3000-5000	2800	2000	2000-2400
Contrainte spécifique $\sigma_{fu}/\rho$ (kN m/kg)	1300	1710-2860	1550	1030	1000-1200
Prix de revient rapporté aux fibres de verre E	1*	25-30	50-60	65-70	25-30

1\* = 15 F/kg en 1990.

HM (brai) : fibres élaborées à partir du brai.

### c) Fibres aramides :

Ces fibres appartiennent à la famille des fibres polyamides aromatiques. Les versions commerciales disponibles incluent le Kevlar (nom déposé) et le Nomex (nom déposé). Elles possèdent une résistance élevée et une rigidité considérablement supérieure à celle des fibres de verre. La tolérance aux dommages est très bonne également. Leurs désavantages incluent une résistance en compression inférieure à celle des fibres de carbone et une adhésion relativement faible aux matrices [6].

Tableau. I.3 : Caractéristique mécanique de fibre aramide[3].

Caractéristiques	Kevlar 29	Kevlar 49	Kevlar 149	Twaron	Technora
Masse volumique $\rho$ ( $\text{kg/m}^3$ )	1440	1450	1470	1440	1390
Diameter ( $\mu\text{m}$ )	12	12	12	12	12
Module d'Young $E_f$ (GPa)	60	130	200	100	90
Module spécifique $E_f/\rho$ (MN m/kg)	42	90	136	70	65
Contrainte à la rupture $\sigma_{fu}$ (MPa)	3000	3600	3000	3500	3800
Contrainte spécifique $\sigma_{fu}/\rho$ (kN m/kg)	2080	2480	2040	2430	2730
Allongement a la rupture (%)	4	3	1.5	3	4

## 2. Les matrices:

La matrice a pour rôle de lier les fibres renforts, de répartir les efforts (résistance à la flexion ou à la compression). Elle assure en outre la protection chimique et donne la forme au produit réalisé; pour les composites plastiques, c'est par définition un polymère ou une résine organique. Le choix de la matrice dépend de l'utilisation à laquelle est destinée le matériau composite [2].

Il existe un grand nombre de polymères pouvant servir de matrice aux matériaux composites.

Ceux parmi les plus utilisés sont les suivants :

### a) Les résines de polyester et de vinylester :

Ce sont les résines les plus utilisées de toutes les matrices, pour des applications commerciales, Industrielle, et de transport. L'adhésion avec les fibres de verre est excellente. Les résines de Polyester et de vinylester sont en majeure partie limitées aux applications basses performances à cause d'un problème d'adhésion avec les fibres hautes performances telles que fibres de carbone et fibres aramides.

**b) Les résines thermodurcissables :**

Lorsqu'une résine thermodurcissable est soumise à une élévation de température, il se crée des réactions chimiques au cours desquelles des liaisons covalentes sont formées entre les chaînes de molécules résultant en un réseau tridimensionnel. Le polymère final se présente sous la forme d'un corps solide et infusible. La polymérisation étant irréversible, ce matériau ne peut être mis en forme qu'une seule fois au moment de sa fabrication.

En règle générale, les matrices thermodurcissables possèdent une faible résistance à l'impact et une faible tenue en température. Les quatre types de résines couramment utilisées dans l'industrie aérospatiale sont les époxydes, les bismaléimides, les polyimides, et les phénoliques.

Les époxydes sont les plus utilisés pour la fabrication de structures aéronautiques. Ils possèdent une combinaison d'avantage quasiment imbattable : facilité de manipulation, flexibilité de traitement, de bonnes propriétés mécaniques, et un prix acceptable.

Leur application est cependant limitée à une température maximale comprise entre 80°C et 120°C.

**c) Les résines thermoplastiques :**

Les matrices thermoplastiques peuvent être divisées en deux classes selon leurs structures moléculaires : la structure semi-cristalline et la structure amorphe. Ces matrices sont caractérisées par la capacité d'être alternativement ramollies par chauffage au-dessus de la température de fusion ou de ramollissement et durcies par refroidissement. Dans ce cas, la modification de forme et le recyclage du composite sont envisageables. Ces résines possèdent des avantages sur les résines thermodurcissables telles qu'une ténacité améliorée, une déformation à rupture élevée, et une faible absorption d'humidité. De plus, elles ont une durée de stockage illimitée. Cependant, les thermoplastiques amorphes présentent des problèmes de résistance aux solvants organiques [6].

**I.6.2. L'âme :**

Légère, l'âme a en général une très faible résistance à la flexion. Son but est de reprendre les efforts de compression et de cisaillement. Les matériaux d'âme les plus utilisés se présentent principalement sous deux formes[7]:

- âmes pleines, parmi lesquelles on trouve le balsa (ou bois cellulaire), diverses mousses cellulaires et des résines chargées de microsphères creuses de verres (mousses syntactiques) ;
- âme creuses, essentiellement de type nid d'abeilles et profilé (réseaux métalliques légers, réseaux en papier enduit ou non, réseaux en polycarbonate et en polypropylène).

### **I.6.2.1. Nid d'abeille :**

Le nid d'abeille a été largement utilisé dans l'industrie aérospatiale en raison de ses excellentes propriétés telles que la rigidité, le rapport résistance/poids élevé, une faible conductivité thermique et une bonne capacité d'isolation sonore. La fonction principale du nid d'abeille est non seulement de maintenir la distance entre les peaux et d'augmenter la rigidité en flexion du sandwich, mais également de supporter des efforts de cisaillement dans les directions longitudinales et transversales.

Les nids d'abeilles, connus sous le terme "Nida", sont des matériaux structuraux légers, souples, constitués de mailles hexagonales, réalisés à partir de différents matériaux comme par exemple le papier, l'aluminium et certains thermoplastiques. Parmi les Nidas les plus utilisés, nous retrouvons le nid d'abeille en aluminium, en plastique et en papier "Nomex" [7].



**Figure I.9 : Structure en nid d'abeille polypropylène [7].**

### **I.6.3. L'interface :**

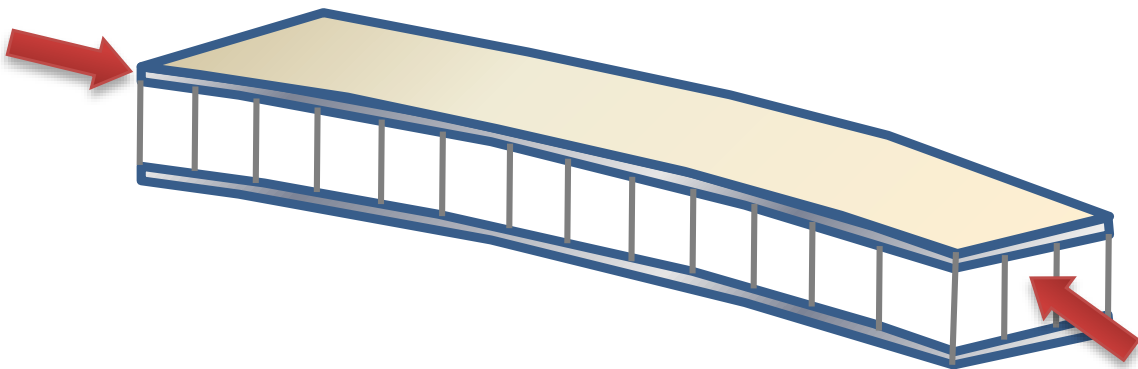
L'assemblage de la structure sandwich peut être réalisé par collage, soudage ou brassage. Lors des simulations numériques, on suppose que, quel que soit le mode d'assemblage des différentes couches, le lien est parfait entre les constituants [7].

## I. 7. Modes de dégradations des sandwichs :

Nous représentons ici les différents modes de rupture des structures sandwichs soumis à la flexion afin de mieux cerner le comportement mécanique de ces structures.

### a) Flambement généralisé des peaux :

Une poutre sandwich soumise à la compression peut céder sous l'effet de conditions d'instabilité concernant toute la poutre (Fig. I.10). Le flambement généralisé peut également survenir quand les contraintes dans les peaux et dans l'âme sont inférieures à leurs résistances à la rupture respectives. La charge qui cause le flambement du sandwich dépend de paramètres tels que les dimensions du sandwich, le type de sandwich, la rigidité en flexion, l'épaisseur des peaux, l'épaisseur de l'âme et le module de cisaillement de l'âme [7].

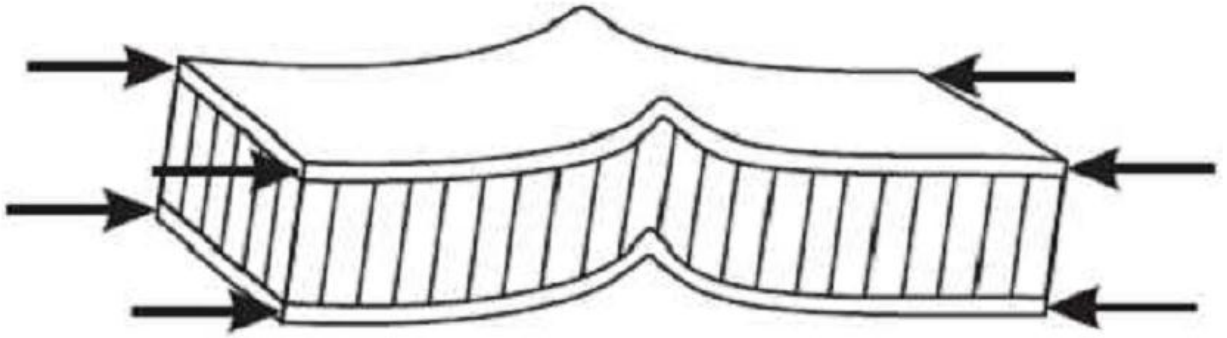


**Figure I.10 : Flambement généralisé des peaux du sandwich [7].**

Si l'on craint un flambement généralisé, on peut utiliser des peaux ayant un module d'élasticité plus élevé, augmenter l'épaisseur des peaux, augmenter l'épaisseur de l'âme, ou encore utiliser pour l'âme un matériau avec un module de cisaillement plus élevé.

### b) Rupture des peaux en traction ou en compression :

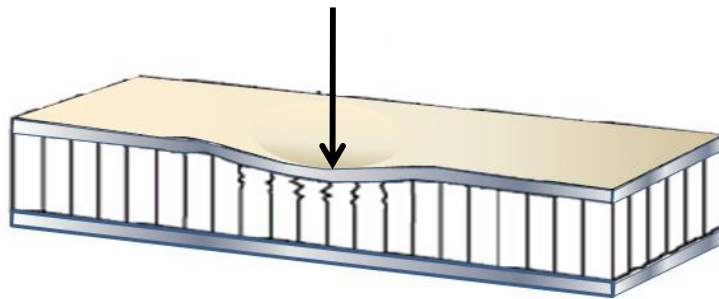
Il s'agit du cas où les contraintes dans les peaux sont supérieures aux contraintes admissibles pour le matériau constituant les peaux (Fig. I.11). Ce phénomène peut être évité en utilisant un matériau dont les contraintes à rupture sont plus élevées, en augmentant l'épaisseur des peaux (ce qui réduit les contraintes appliquées), ou en augmentant l'épaisseur de l'âme (ce qui permet également de réduire les contraintes dans les peaux). La manière la plus adéquate de résoudre le problème est d'augmenter l'épaisseur de l'âme. Par contre, une âme de plus forte densité (plus rigide) n'affecte pas les contraintes dans la peau [7].



**Figure I.11 : Rupture des peaux en traction ou en compression [7].**

**c) Modes locaux de rupture :**

L'indentation locale est un mode localisé de rupture dû à une concentration de contraintes résultant, soit de l'application d'une charge localisée, soit de la position d'un appui de type ponctuel ou linéique (Fig. I.12).



**Figure I.12 : Modes locaux de rupture par indentation [7].**

**d) Rupture de l'âme en cisaillement :**

Si la contrainte de cisaillement (prépondérante dans l'âme) dépasse la résistance au cisaillement du matériau de l'âme, il y a rupture de l'âme (Fig. I.13). Si l'on se trouve dans ce cas, on peut soit utiliser un matériau d'âme qui possède une résistance au cisaillement plus élevée, soit augmenter l'épaisseur de l'âme. Par contre, utiliser un matériau différent pour les peaux, ou changer leur épaisseur n'aura pas d'effet [7].

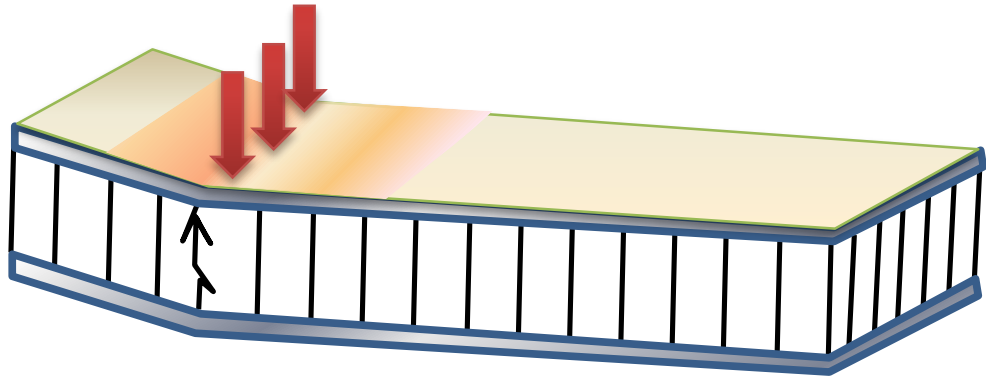


Figure I.13 : Rupture de l'âme en cisaillement [7].

**e) Flambement généralisé de l'âme ou « crimping » :**

Si le rapport longueur/épaisseur est relativement faible, et que la rigidité de cisaillement est négligeable devant la rigidité de flexion, le flambement généralisé prend la forme du flambement de l'âme. Le flambement de l'âme ne dépend pratiquement pas des propriétés des peaux ; par contre, il augmente de façon linéaire avec l'épaisseur de l'âme et le module de cisaillement de l'âme. Pour augmenter la résistance à cette charge critique, il faut donc soit augmenter l'épaisseur de l'âme, soit utiliser une âme avec un module de cisaillement plus élevé [7].

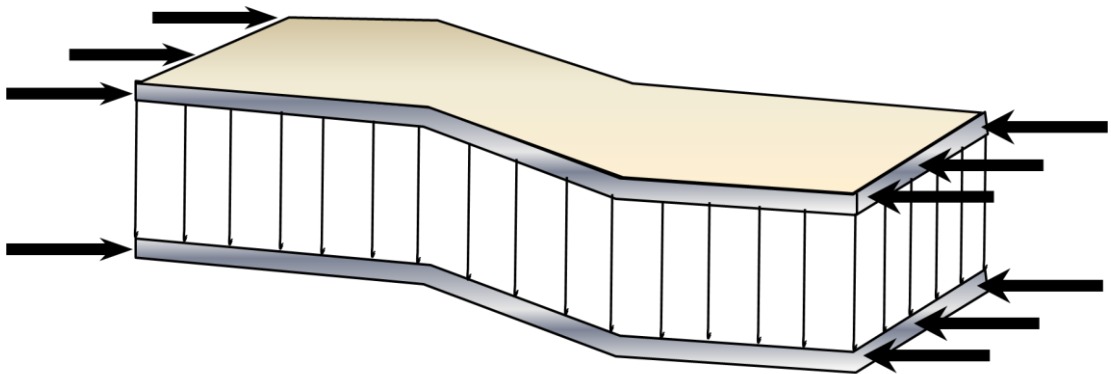
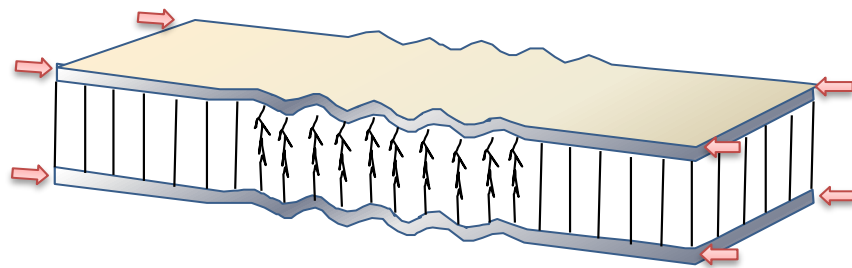
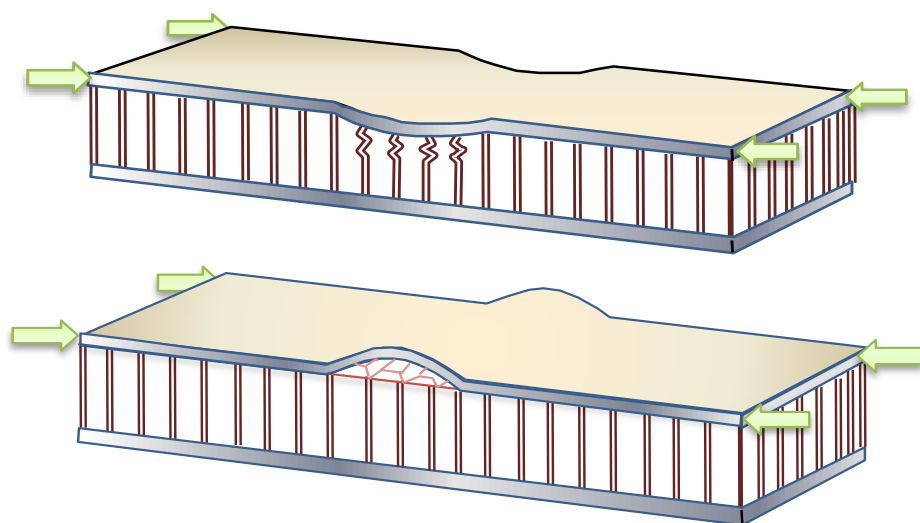


Figure I.14 : Flambement généralisé de l'âme du sandwich [7].



**f) Flambement localisé, « wrinkling » ou « dimpling » :**

Les peaux, considérées par elles-mêmes, sans connexion avec l'âme, flambent très facilement à cause de leur faible épaisseur. C'est l'âme qui empêche leur flambement. Cependant, si on atteint la contrainte limite, il se peut que l'âme ne soit plus capable d'empêcher le flambement. Dans ce cas, le flambement localisé des peaux, ou « wrinkling » (Fig. I.15), se produit. Contrairement au flambement généralisé, le flambement localisé peut prendre des configurations différentes qui ne dépendent pas de la géométrie de la structure. Par contre, il est influencé par les modules élastiques des peaux et de l'âme, et le module de cisaillement de l'âme. Si l'on craint un flambement localisé de la peau, on peut soit utiliser pour les peaux, un matériau avec un module élastique plus élevé, soit utiliser pour l'âme, un matériau présentant des propriétés élastiques plus élevées. Dans le cas d'une âme en nid d'abeille, mise à part les ruptures par « wrinkling », il peut survenir aussi un autre mode de rupture par flambement localisé de la peau en fossettes, appelé « dampling » (Fig. I.16) [7].

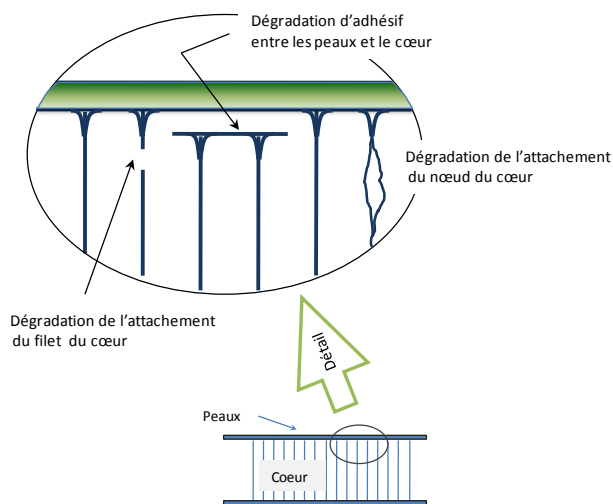
**Figure I.15 : Flambement localisé « wrinkling » [7].****Figure I.16 : Flambement localisé «dimpling» [7].**

### g) Dégradation de l'adhésive :

La dégradation de l'adhésive, entre les peaux et l'âme en nid d'abeille se fait généralement selon trois types :

- dégradation de l'adhésive entre les peaux et l'âme,
- dégradation de l'attachement des cellules de l'âme,
- dégradation de l'attachement du nœud des cellules de l'âme.

La (Fig. I.17) illustre les modes de dégradation de l'adhésif. L'exposition à l'humidité provoque des dégradations remarquables de la résistance de l'adhésif ce qui peut changer le mode de dégradation et causer la ruine avancée du panneau sandwich.



**Figure I.17 : Type de dégradation de l'adhésif [7].**

### I.8. Avantages des matériaux composites:

- Gain de masse, ce qui entraîne une économie de carburant ou un accroissement de charge utile ou encore un rayon d'action accru; c'est à dire de meilleures performance.
- Grande résistance à la fatigue.
- Faible vieillissement sous l'action de l'humidité, de la chaleur et de la corrosion (sauf alu-carbone).
- Insensibles aux produits chimiques "mécaniques " comme les graisses, huiles, liquides hydrauliques, peintures, solvants, pétrole [2].

## I.9. Application des matériaux Composites:

Les matériaux composites sont aujourd'hui présents dans tous les secteurs industriels [2].

### a) Aéronautique:

Les composites de haute performance ont été longtemps confinés dans l'aéronautique civile à des pièces de structure secondaire (habillage intérieur, volets), plus rarement primaire et jamais à la voilure, car il se posait deux difficultés:

- Des coûts élevés par rapport à l'aluminium.
- Des risques de délaminage les interdisant de vol sur les structures aérodynamiques chargées.

L'aéronautique utilise principalement des composites « hautes performances » constitués d'une matrice époxy associée à un taux élevé de renforts en fibres de carbone.

L'aéronautique utilise les composites « hautes performances » pour la fabrication de pièces de structure primaire des appareils en raison de leur légèreté, de leur souplesse de forme et des économies de frais de maintenance qu'ils engendrent.

Les applications rencontrées concernent : radome de radar, bords d'attaque, volets, dérives, pales d'hélicoptères, disques de freins d'avion,...etc.

### b) Automobile:

L'utilisation des composites dans le secteur automobile remonte à des origines relativement anciennes (fin des années 1980), mais ne s'est généralisé que très récemment, comme le montrent les décisions récentes de grands constructeurs étrangers (Volvo, Mercedes) de développer des coffres et hayons. Les composites à matrice thermoplastique sont, par contre, de plus en plus fréquents.

Le secteur de l'automobile utilise pour 95% des composites à matrice polyesters et fibres de verre, mais devrait intégrer massivement les composites thermoplastiques d'ici 2003-2006.

Les composites apportent au secteur de l'automobile une facilité d'entretien et une grande liberté de conception ; l'allègement de 1 kg, obtenu par l'utilisation des composites, autorise un surcoût de 3 €/kg gagné ou permet d'économiser 1,5 € de carburant par 100 km.

Les applications est pour les pièces de carrosseries, roues, calandres, ressorts de suspension, sièges...etc.



**Figure I.18 : Pièces d'automobile en composites [2].**

**c) Secteur médical :**

Les applications des composites aux secteurs médical et de la sécurité sont très récentes et concernent plutôt les composites hautes performances, à matrice époxyet fibres de carbone, ou à matrice thermoplastique et fibres longues de verre ou de carbone d'autre part.

**d) Sports et loisirs :**

Les sports et loisirs utilisent des composites HP avec un taux de renforts de plus de 70%. Les composites permettent d'augmenter sur mesure les performances, la fiabilité des articles de sports.

Les applications rencontrées concernent les raquettes de tennis et de squash, cannes à pêche, skis, planches à voiles, arcs, flèches, javelots, cadres de bicyclette, casques de protection, clubs de golf, avirons, surf,...etc.



**Figure I.19 : Pièces de Sports et loisirs en composites [2].**

**e) Travaux publics et bâtiments :** Piscines, profilés, cloisons, portes, mobilier, sanitaires...etc.

**f) Spatial** :Corps de propulseurs, Réservoirs, Tuyères, corps de rentrée d'atmosphère,...etc.

**g) Electricité et électronique** :supports de circuits imprimés, disjoncteurs, Isolant,Coffrets,...etc. [2].

**I.10. Conclusion :**

Dans ce chapitre, nous nous sommes attachés à présenter et à définir la notion de matériau Composite. Dans un premier temps, nous avons présenté une généralité sur les structures sandwichs, ainsi que les différents modes d'endommagements. Le chapitre suivant va porter sur l'homogénéisation de NIDA.

# CHAPITRE II

**II.1. Introduction :**

Les matériaux sandwichs à structures en nid d'abeille sont un bon compromis entre résistance et légèreté. De ce fait, les domaines d'application très variés font qu'il est intéressant de connaître leurs propriétés mécaniques pour prédire et calculer leur comportement dans des environnements spécifiques. Ces matériaux sandwichs sont composés de plusieurs parties interagissant entre elles. Il sera donc possible d'associer judicieusement les propriétés des peaux ou semelles et celles des matériaux de cœur ou âme. L'assemblage de ces deux parties se réalise par collage, soudage ou brassage en mettant en jeu un autre composé de comportement différent.

**II.2. Méthode d'homogénéisation :**

La méthode d'homogénéisation consiste à remplacer un matériau réel non homogène par un matériau fictif homogène avec des propriétés macroscopiques équivalentes. Les procédures d'homogénéisation peuvent être appliquées pour déterminer une large gamme de propriétés physiques qui peuvent être mécaniques, électriques, acoustiques, thermiques et autres [8] [9].

Pour que l'homogénéisation soit possible, il faut pouvoir définir un volume élémentaire représentatif (V.E.R.) du matériau. Le résultat de l'homogénéisation, sur ce volume, sera le comportement du matériau homogène équivalent [7].

Le V.E.R. doit répondre à plusieurs conditions:

- être suffisamment grand par rapport à la taille des hétérogénéités pour être représentatif du matériau et être statistiquement équivalent d'une zone à l'autre ;
- être suffisamment petit par rapport aux dimensions de la structure considérée pour qu'il puisse être considéré comme étant sollicité par une contrainte uniforme ou soumis à une déformation uniforme.

**II.3. Propriétés mécaniques de l'âme en nid d'abeille :**

Le nid d'abeille étant assimilable à un matériau orthotrope, sa matrice de rigidité ou de souplesse est caractérisée par neuf termes indépendants. Dans le cas orthotrope, la loi de comportement est décrite par [3] :



$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{31}}{E_3} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Dans cette matrice:

- $E_1, E_2, E_3$  sont les modules d'élasticité longitudinaux ;
- $G_{23}, G_{13}, G_{12}$  sont les modules de cisaillement ;
- $\nu_{12}, \nu_{21}, \nu_{23}, \nu_{32}, \nu_{13}, \nu_{31}$  sont les coefficients de Poisson.

La symétrie de la loi de comportement permet d'écrire:

$$\frac{\nu_{21}}{E_2} = \frac{\nu_{12}}{E_1}, \frac{\nu_{31}}{E_3} = \frac{\nu_{13}}{E_1}, \frac{\nu_{32}}{E_3} = \frac{\nu_{23}}{E_2} \quad (3)$$

La détermination de ces caractéristiques mécaniques peut être effectuée grâce à deux méthodes différentes:

- la modélisation analytique ;
- la modélisation numérique.

En comparant les résultats obtenus à partir de ces deux méthodes, on peut approximer les constantes de l'ingénieur du nid d'abeille.

#### II.4. Géométrie et notations :

Nous détaillerons maintenant les notations et préciserons les caractéristiques géométriques nécessaires aux modélisations [7].

- Les modules d'élasticité :  $E_X$  où  $X$  est la direction de traction
- Les coefficients de Poisson:  $\nu_{XY}$  où  $X$  est la direction de traction et  $Y$  la direction de Contraction.
- Les modules de cisaillement :  $G_{XY}$  module de cisaillement dans le plan  $(X, Y)$

Les modules sont calculés dans le repère  $(X, Y, Z)$ , (Fig.).

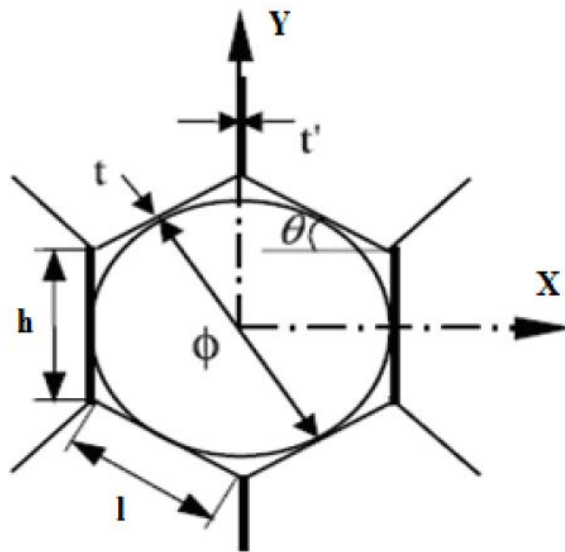


Figure II.1 Géométrie d'un nid d'abeille [7].

Un nid d'abeille est décrit par un angle de cellule et quatre paramètres définis à partir des données du tableau.

Tableau II.1 Paramètres géométriques d'une cellule en nid d'abeille [7].

Paramètres	Définition
$\theta$	Angle de la cellule
$\phi$	Diamètre de la cellule
$h$	Longueur de la paroi centrale
$L$	Longueur de la paroi inclinée
$\hat{t}$	Épaisseur de la paroi centrale
$t$	Épaisseur de la paroi inclinée
$b$	Hauteur du nid d'abeilles

## II.5. Modélisations Analytiques :

### II.5.1. Modèle de GIBSON et ASHBY :

Le modèle de Gibson s'appuie sur les équations de l'élasticité pour déterminer les principaux modules et coefficients du nid d'abeille en fonction des paramètres géométriques [10]. Les propriétés sont définies dans le plan (X, Y) et hors plan (Fig. II. 2).

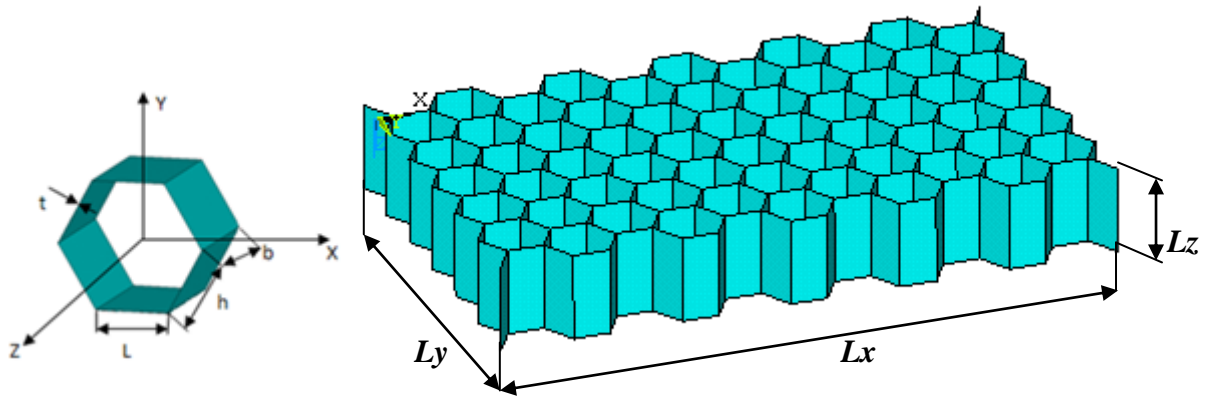


Figure II.2. Vue en perspective du nid d'abeilles.

#### II.5.1.1. Propriétés dans le plan(X, Y) :

L'hypothèse introduite par Gibson est que les déplacements sont uniquement dus à la flexion élastique des parois des cellules. Les effets de compression et de traction sont négligeables. Les caractéristiques qui entrent en jeu dans le plan sont:

- les modules  $E_1$  et  $E_2$
- le module de cisaillement  $G_{12}$ ,
- les coefficients de Poisson  $\nu_{12}$  et  $\nu_{21}$ .

##### a) Modules $E_1$ et $E_2$ :

Les modules d'élasticité  $E_1$  et  $E_2$  sont calculés en exerçant respectivement une pression suivant X et suivant Y. On induit ainsi un effort P suivant les axes X et Y et donc des moments de flexion M [11]. On considère le clinquant comme une poutre de longueur L, d'épaisseur t, de profondeur b et de module d'Young  $E_s$  [7]. L'étude de la poutre (Fig. II.3) permet d'obtenir l'équation du moment de flexion:

$$M = \frac{Pl \sin \theta}{2} \quad (4)$$

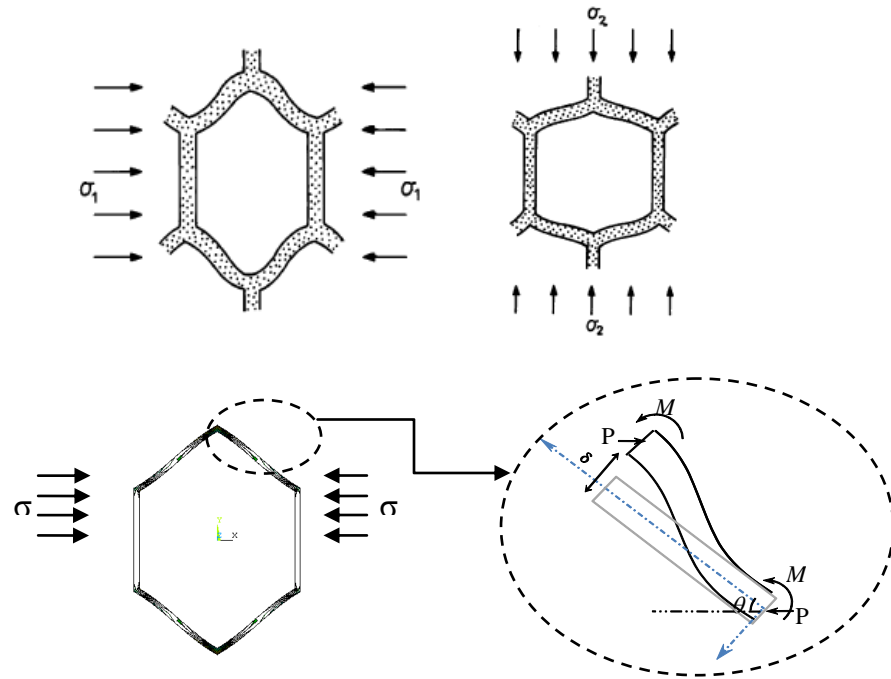


Figure II. 3. Déformation des cellules sous une charge dirigée suivant X et Y.

Dans l'équation (2)

$$P = \sigma_1(h + l\sin\theta)b \tag{5}$$

Le module d'Young  $E_1$  est défini en utilisant les relations suivantes:

$$E_1 = \frac{\sigma_{11}}{\varepsilon_{11}} \tag{6}$$

Avec:  $\varepsilon_{11} = \frac{\Delta l_{x1}}{l_{x1}} = \frac{\delta \sin \theta}{l \cos \theta}$  (7)

Où  $\delta = \frac{Pl^3 \sin \theta}{12E_s I}$  (8)

La déformation  $\varepsilon_{11}$  s'écrit:  $\varepsilon_{11} = \frac{Pl^3 \sin \theta}{12E_s I \cos \theta}$  (9)

Avec:  $I = \frac{bt^3}{12}$  (10)

Le module d'Young  $E_1$  s'écrit alors:

$$E_1 = E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{\cos \theta}{(h/l + \sin \theta) \sin^2 \theta} \tag{11}$$

Et de manière similaire que précédemment on obtient le module d'Young  $E_2$ :

$$E_2 = E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{(h/l + \sin\theta)}{\cos^3\theta} \quad (12)$$

Les coefficients de Poisson sont calculés selon la séquence suivante:

$$\nu_{12} = \frac{-\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11}} = \frac{\cos^2\theta}{(h/l + \sin\theta)\sin\theta} \quad (13)$$

$$\nu_{21} = \frac{-\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{22}} = \frac{(h/l + \sin\theta)\sin\theta}{\cos^2\theta} \quad (14)$$

### b) Module de cisaillement dans le plan $G_{12}$ :

Le module de cisaillement dans le plan est calculé à partir du schéma de la Fig. II.4. Les points A, B, C n'ont aucun mouvement relatif quand on exerce un état de cisaillement sur le nid d'abeille.

Vu la symétrie, la déviation  $us$  est uniquement due à la flexion et à la rotation de la paroi (rotation d'angle  $\varphi$ ) autour de B [7]. La déviation  $U$  est de la forme:

$$U = \frac{1}{2}\varphi h + \frac{F(h/2)^2}{3E_s I} \quad (15)$$

La somme des moments au point B est nulle, on en déduit le moment au niveau d'AB et BC.

$$M = \frac{Fh}{4} \quad (16)$$

Ensuite on peut en déduire l'angle  $\varphi$  :  $\varphi = \tan(\varphi) = \frac{\delta}{l}$  avec  $\delta = \frac{Ml^2}{6E_s I}$  (17)

On introduisant l'expression de l'angle  $\varphi$  dans l'expression de  $U$ , on obtient:

$$U = \frac{Fh^2}{48E_s I} (1 + 2h) \quad (18)$$

La relation de comportement en cisaillement s'écrit:

$$G_{12} = \frac{\tau}{\gamma} \quad (19)$$

$$\text{avec} \quad \tau = \frac{F}{2lb\cos\theta} \quad (20)$$

$$\text{et :} \quad \gamma = \frac{2U}{h+lsin\theta} \quad (21)$$

Ceci nous donne pour  $G_{12}$ :

$$G_{12} = E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{(h/l + \sin\theta)}{(h/l)^2 (1 + 2h/l) \cos\theta} \quad (22)$$

Les propriétés dans le plan jouent un rôle important dans les caractéristiques mécaniques des plaques sandwichs en nids d'abeilles.

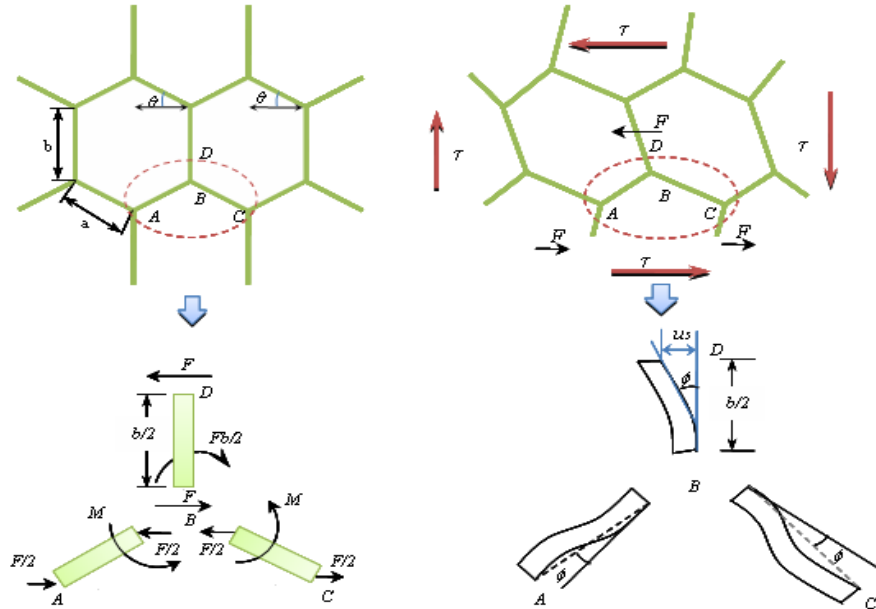


Figure II. 4. Déformation en flexion et rotation des parois.

**II.5.1.2. Propriétés hors du plan :**

Les propriétés concernées sont les suivantes:  $E_3$ ,  $G_{13}$ ,  $G_{23}$  et les coefficients de Poisson  $\nu_{13}$  et  $\nu_{23}$  sont nécessaires pour décrire les déformations hors plan.

**a) Module d'élasticité  $E_3$  :**

Le module  $E_3$  est calculé en multipliant le module  $E_s$  du clinquant par le rapport «section de la cellule sur la surface totale de l'hexagone» [7].

$$E_3 = E_s \frac{\text{section de la cellule}}{2 \text{ surface hexagone}}$$

$$E_3 = E_s \left(\frac{t}{l}\right) \frac{(h/l + 2)}{2(h/l + \sin\theta) \cos\theta} \quad (23)$$

Les coefficients de Poisson  $\nu_{13}$  et  $\nu_{23}$  sont supposés égaux au coefficient  $\nu_s$  du matériau constituant le nida.

$$\nu_{31} = \nu_{32} = \nu_s \quad (24)$$

La relation de réciprocité permet d'obtenir les 2 autres coefficients de Poisson:

$$\nu_{13} = \frac{E_1}{E_3} \nu_{31} \quad (25)$$

$$\nu_{23} = \frac{E_2}{E_3} \nu_{32} \quad (26)$$

### b) Modules de cisaillement transverses :

Le comportement du nid d'abeille en cisaillement transverse dépend des deux modules  $G_{13}$  et  $G_{23}$ . La structure répétitive des nids d'abeilles a été exploitée par Kelsey et Al [12] pour estimer ces modules en fonction de la géométrie de l'alvéole. Il faut noter que lorsque les faces inférieure et supérieure du nid d'abeille sont soumises à un déplacement relatif suivant une direction quelconque perpendiculaire à  $Z$ , le champ de cisaillement est généralement hétérogène au sein de la paroi. Ceci s'explique par le fait que les parties inférieure et supérieure de chaque paroi ont tendance à tourner et ce mouvement est contrarié par la présence des peaux [7].

En utilisant les théorèmes de l'énergie, Kelsey et Al [12] ont proposé des bornes pour le module de cisaillement transverse. La direction  $Y$  constitue un cas particulier important pour lequel le cisaillement est nul dans les parois centrales et constant dans les parois inclinées. Dans ce cas, les bornes sont identiques et égales à la valeur du module dans le plan  $(Y, Z)$ . En revanche, les bornes sont bien distinctes dans le plan  $(X, Z)$ . Les méthodes énergétiques permettent de trouver des bornes supérieure et inférieure.

La borne supérieure se calcule en utilisant le théorème du travail maximal. Ce théorème indique que l'énergie de déformation, calculée à partir d'un champ de déplacement virtuel compatible avec les conditions limites, est supérieure à l'énergie utilisée par le champ de déplacement réel [7].

Pour le cisaillement suivant l'axe  $X$ , on trouve en appliquant ce théorème:

**Théorème de la borne supérieure :**

$$\frac{1}{2} G_{j3} \gamma_{j3} V \leq \frac{1}{2} \sum_i G_s \gamma_i^2 V_i \quad (27)$$

Avec  $j = 1, 2$  et  $i$  : nombre de parois.  $G_j$  est le module de cisaillement du matériau constituant les parois.  $V$  est le volume de l'hexagone.

Dans le cas de nid d'abeille, on peut écrire:

$$\frac{1}{2} G_{j3} \gamma_{j3} S h \leq \frac{1}{2} \sum_i G_s \gamma_i^2 S_i h \quad (28)$$

$S$  : projection dans le plan (X, Y) de l'hexagone,

$S_i$  : projection dans le plan (X, Y) de la paroi  $i$ .

Pour déterminer la borne inférieure, l'énergie de déformation calculée à partir d'un champ de contraintes statiquement admissible (continu et vérifiant les conditions de bords) est inférieure à l'énergie de déformation obtenue pour un champ de contraintes réelles. Si le cisaillement a lieu le long de l'axe X, le théorème donne le résultat suivant:

**Théorème de la borne inférieure :**

$$\frac{1\tau_{j3}^2}{2G_{j3}} V \leq \left[ \frac{\tau_i^2}{G_s} V_i \right] \quad j = 1,2 \quad (29)$$

Dans le cas du nid d'abeille, on a:

$$\frac{1\tau_{j3}^2}{2G_{j3}} S h \leq \left[ \frac{\tau_i^2}{G_s} S_i h \right] \quad j = 1,2 \quad (30)$$

Après simplification, les formules analytiques des différents modules de cisaillement transverses sont données par les équations (28) et (29) :

$$G_{23} = G_s \frac{\cos\theta}{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)} \left(\frac{t}{l}\right) \quad (31)$$

$$G_s \left(\frac{t}{l}\right) \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)}{\cos\theta\left(\frac{h}{l} + 1\right)} \leq G_{13} \leq G_s \left(\frac{t}{l}\right) \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin^2\theta\right)}{\cos\theta\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)} \quad (32)$$



Où  $G_s$  est le module de cisaillement du matériau constituant les parois.

Le tableau II.2 ci-dessous résume les formules analytiques de Gibson.

**Tableau II.2 : Module de Gibson.**

Modules	Modules de Gibson
Module d'élasticité dans la direction X	$E_1 = E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{\cos\theta}{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right) \sin^2\theta}$
Module d'élasticité dans la direction Y	$E_2 = E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)}{\cos^3\theta}$
Module de cisaillement dans le plan (X, Y)	$G_{12} = E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)}{\left(\frac{h}{l}\right)^2 (1 + 2\frac{h}{l}) \cos\theta}$
Coefficient de poisson dans le plan (X, Y)	$\nu_{21} = \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right) \sin\theta}{\cos^2\theta}$
Coefficient de poisson dans le plan (Y, X)	$\nu_{12} = \frac{\cos^2\theta}{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right) \sin\theta}$
Module d'élasticité dans la direction Z	$E_3 = E_s \left(\frac{t}{l}\right) \frac{\left(\frac{h}{l} + 2\right)}{2\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right) \cos\theta}$
Cisaillement transverse	$G_{23} = G_s \frac{\cos\theta}{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)} \left(\frac{t}{l}\right)$
Cisaillement transverse	$G_{13} \leq G_s \left(\frac{t}{l}\right) \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin^2\theta\right)}{\cos\theta \left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)}$ $G_{13} \geq G_s \left(\frac{t}{l}\right) \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)}{\cos\theta \left(\frac{h}{l} + l\right)}$
Coefficient de poisson	$\nu_{31} = \nu_{32} = \nu_s \text{ (matériau solide)}$
	$\nu_{13} = \frac{E_1}{E_3} \nu_{31}$ $\nu_{23} = \frac{E_2}{E_3} \nu_{32}$

## II.6. Approches numériques :

### II.6.1. Introduction :

L'objectif est la détermination des constantes élastiques par une méthode d'homogénéisation numérique appliquée à l'échelle d'un volume élémentaire représentatif du nid d'abeille afin de comparer les résultats avec ceux obtenus analytiquement.

Neuf simulations sont nécessaires pour déterminer les neufs constants: Trois simulations en traction simple. Chacune permettant de calculer un module d'élasticité et deux coefficients de Poisson. Six simulations de cisaillement. Une pour chaque module de cisaillement.

Les propriétés mécaniques du nid d'abeille étant intimement liées à ses caractéristiques géométriques, il est important de bien les définir.

### II.6.2. Le volume élémentaire représentatif V.E.R :

Il est nécessaire, pour des raisons de temps de calcul et de puissance de calcul disponible, de réduire les modèles et donc d'utiliser les symétries du modèle.

Dans le cas de nid d'abeille, le nombre de modèles pouvant être créés est abondant. Le choix des modèles retenus est guidé par les études et les simulations effectuées sur le nid d'abeille par de nombreuses équipes de recherche [13] [14]. Le choix du V.E.R est dicté par le souci de comparaison et de vérification de nos résultats. La géométrie de base est celle de cellules hexagonales régulières. Si on se réfère aux notations de la Fig. II.1, les caractéristiques de nid d'abeille en Aluminium (ALU 48) sont les suivantes:

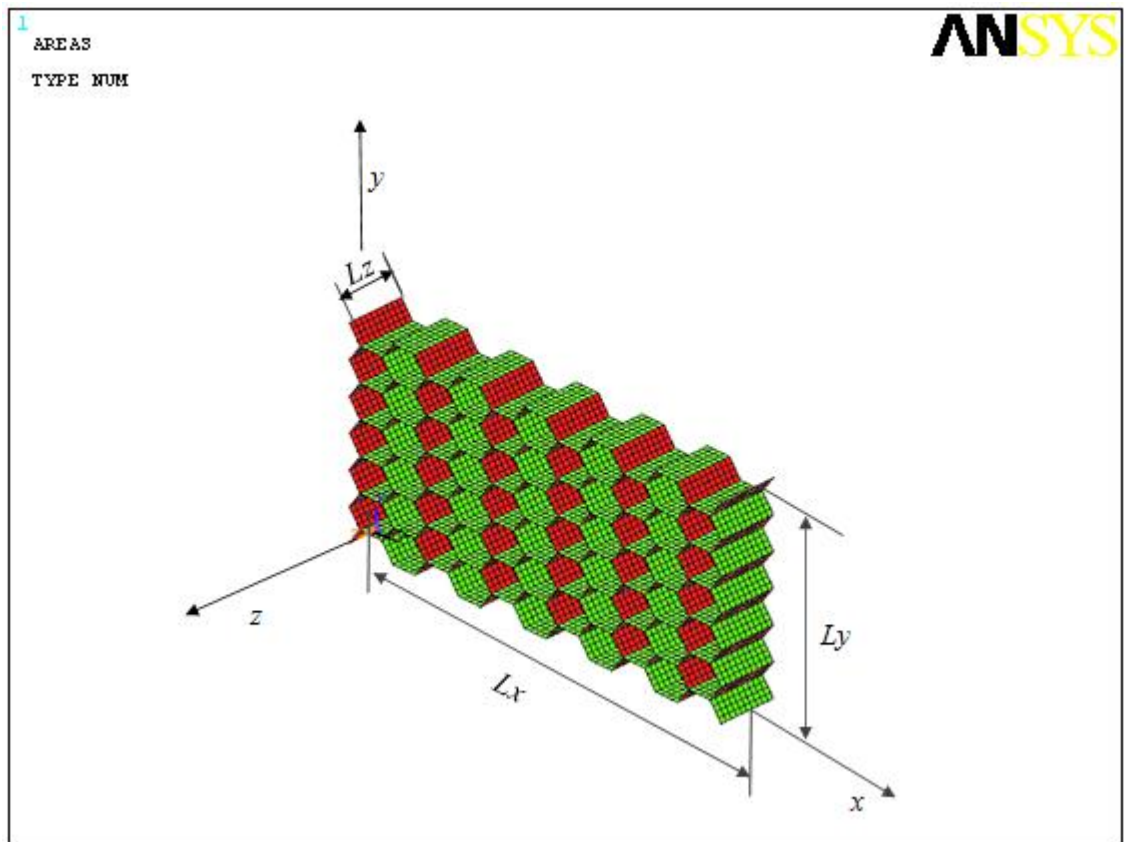
$$\phi = L\sqrt{3}, \quad L = h = 5, 5.5, 6, 6.5, 7, 7.5 \text{ mm}, \quad t = 0,075 \text{ mm} \quad b = 8.8 \text{ mm}, \quad \theta = 30^\circ.$$

Le matériau considéré est L'aluminium (Alu 48) avec les caractéristiques mécaniques suivantes  $E_s = 70 \text{ GPa}$ ,  $G_s = 26.9 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0,34$ .

### II.6.3. La méthode d'homogénéisation :

Les simulations ont été effectuées sur le code de calcul ANSYS 11. Le modèle de nida prend en compte 60 cellules maillées avec des éléments coque à 4 nœuds et 6 degrés de liberté par nœud. Le maillage choisi permet de ne pas alourdir le calcul tout en gardant une bonne

précision sur les résultats. Chaque cliquant contient 40 éléments, 10 suivant la hauteur et 4 suivant la longueur. La géométrie est à base de cellules hexagones régulières



**Figure II.5. V.E.R du nid d'abeille.**

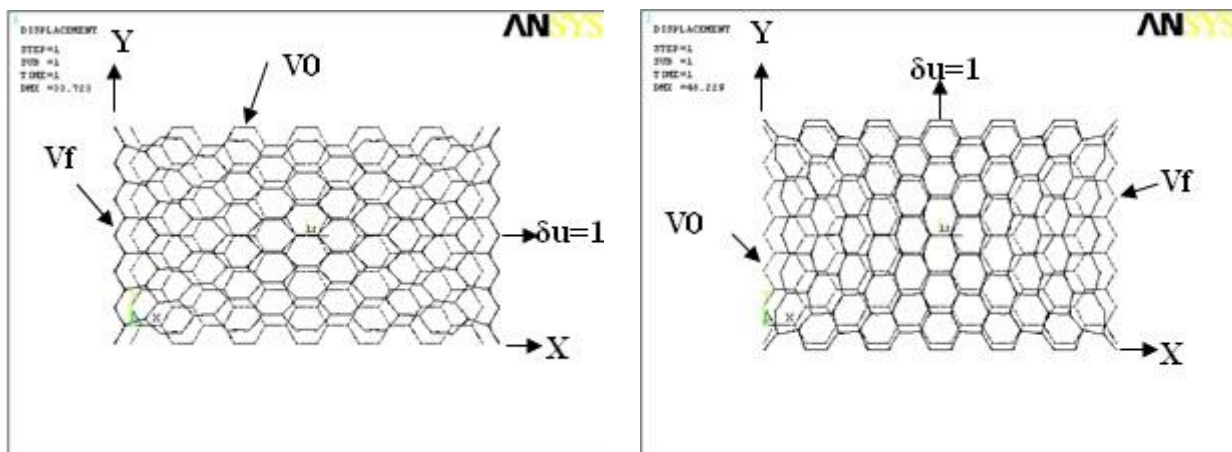
. Pour calculer les différents modules, un déplacement est imposé sur une face du V.E.R dans une direction donnée. Les symétries sont prises en compte au niveau des conditions limites.

- La simulation d'une sollicitation de traction suivant une direction  $i$  ( $i = x, y, z$ ) permet de déterminer les trois modules de rigidité  $E1, E2$  et  $E3$  et les six coefficients de Poisson.

$V0$  est le volume avant déformation.  $Vf$  est le volume après déformation.

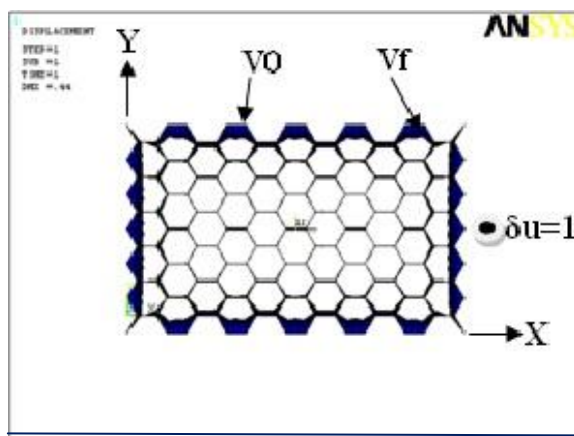
- La simulation des sollicitations en cisaillement suivant les plans  $XY, YZ, XZ$  (deux simulations par plan) permet de déterminer les six coefficients de cisaillement.

Cette méthode, basée sur les efforts aux liaisons à partir d'un déplacement imposé, permet par l'utilisation des lois de comportement de déduire les constantes d'élasticité.



(a)  $E1, \nu_{12}, \nu_{13}$

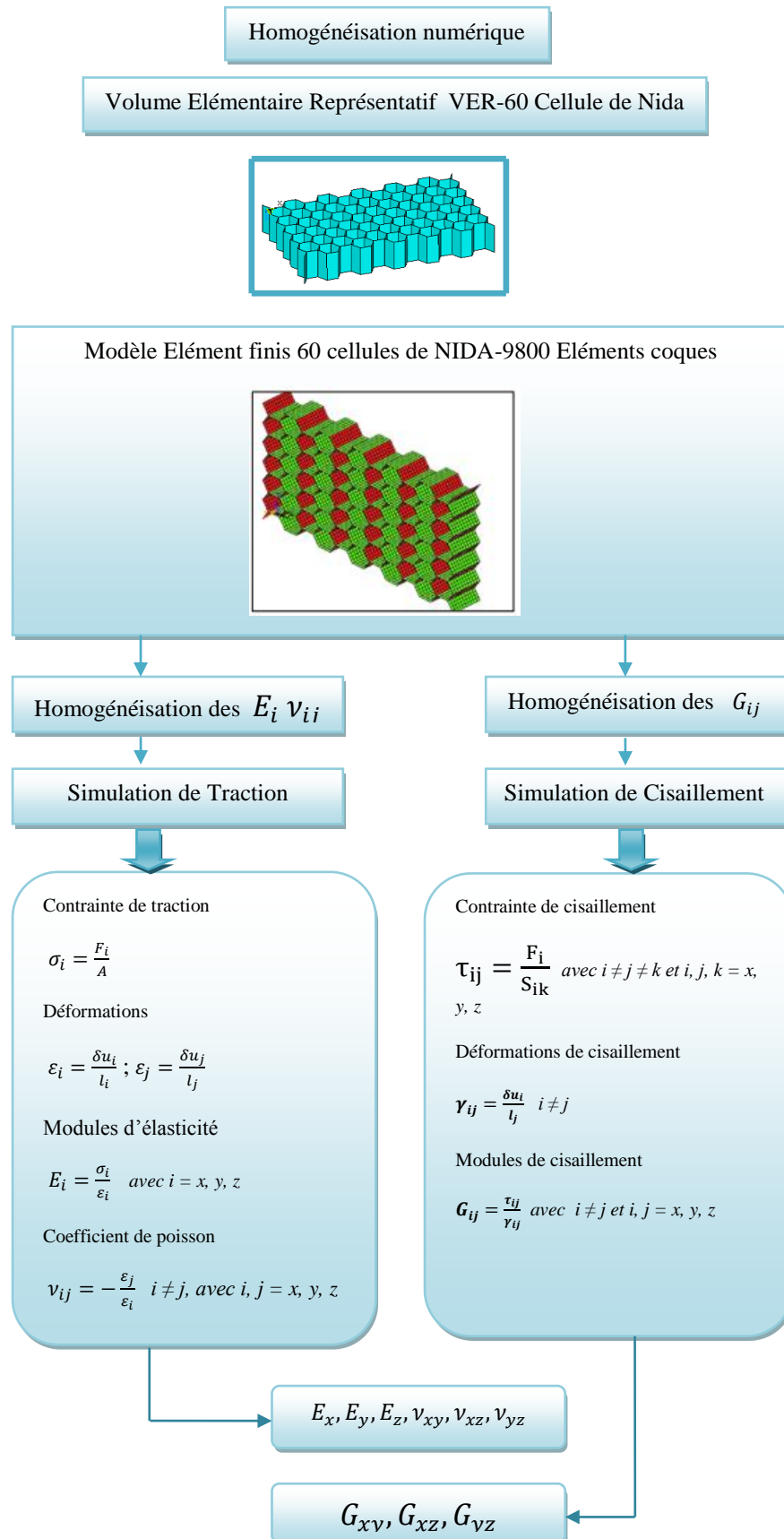
(b)  $E2, \nu_{21}, \nu_{23}$



(c)  $E3, \nu_{31}, \nu_{32}$

Figure II.6. V.E.R en sollicitation de traction suivant X (a) ; Y (b) ; Z (c).

II.6.3.1. Organigramme d'homogénéisation numérique :



**a) Constantes de l'ingénieur  $E_i$  et  $\nu_{ij}$  :**

Trois simulations en traction permettent de déterminer les modules d'élasticité et les coefficients de Poisson.

Dans le cas d'une traction uniaxial, les modules d'élasticité sont pour  $i = x, y, z$ :

$$E_i = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \quad (33)$$

Où la contrainte de traction est déduite à partir des efforts de liaisons:

$$\sigma_i = \frac{F_i}{S} \quad (34)$$

$F_i$  est la force de liaison du V.E.R. suivant la direction  $i$  (déduite à partir du déplacement  $\delta U_i$  imposé).  $S$  est la surface perpendiculaire au déplacement imposé  $\delta U_i$ . Les déformations, sont:

$$\varepsilon_i = \frac{\delta u_i}{l_i} \quad (35)$$

$$\varepsilon_j = \frac{\delta u_j}{l_j} \quad i \neq j, \text{ et } i, j = x, y, z \quad (36)$$

$\delta u_i$  est le déplacement (imposé) dans la direction  $i$  et  $L_i$  la longueur avant déformation du V.E.R dans la même direction.

$\delta u_j$  est le déplacement obtenu par le calcul dans la direction  $j$  et  $L_j$  la longueur avant déformation du V.E.R dans la même direction.

Les coefficients de Poisson sont déterminés par la relation:

$$\nu_{ij} = -\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_i} \quad i \neq j \text{ et } i, j = x, y, z \quad (37)$$

**b) Modules de cisaillements  $G_{ij}$  :**

De même, la détermination des modules de cisaillements  $G_{ij}$  nécessite l'utilisation des lois de comportement élastique. Des simulations de cisaillement sont indispensables à la détermination de  $G_{ij}$ , en bloquant les déplacements d'une face et en appliquant un cisaillement sur la face opposée. La loi de comportement dans le cas d'une sollicitation de cisaillement est:

$$G_{ij} = \frac{\tau_{ij}}{\gamma_{ij}} \quad i \neq j \text{ et } i, j = x, y, z \quad (38)$$

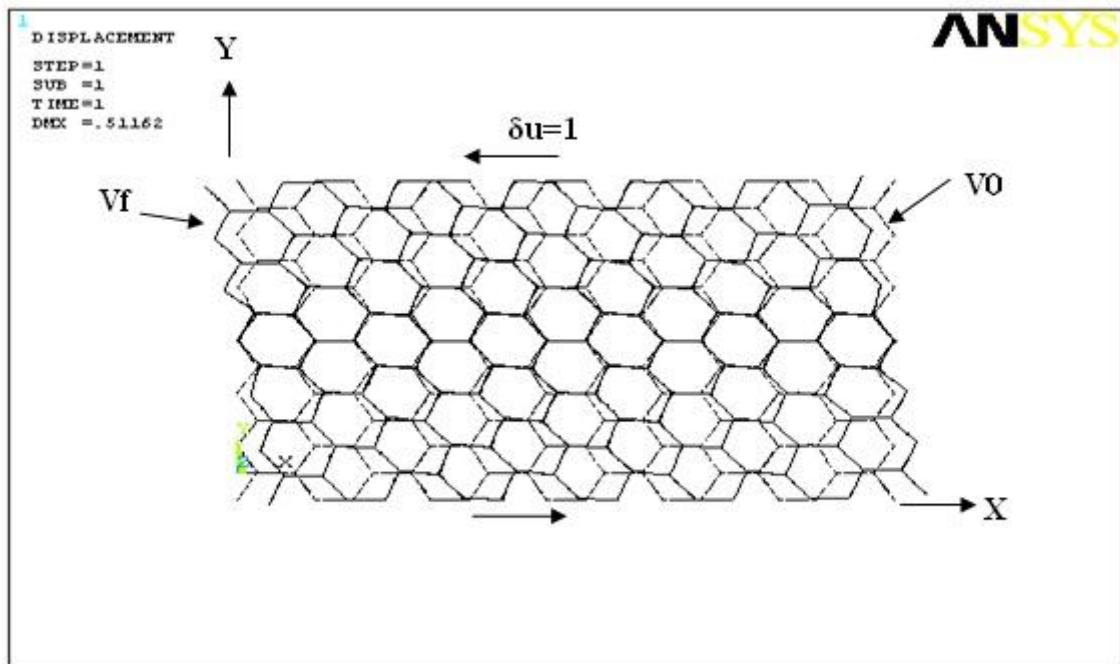
Pour la contrainte de cisaillement:

$$\tau_{ij} = \frac{F_i}{S_{ik}} \quad i \neq j \neq k \text{ et } i, j, k = x, y, z \quad (39)$$

Et la déformation de cisaillement :

$$\gamma_{ij} = \tan \alpha_{ij} = \frac{\delta u_i}{l_i} \quad i \neq j \quad (40)$$

$F_i$  est déterminée par la simulation numérique.



**Figure II.7. VER sous sollicitation de cisaillement.**

### II.6.4. Résultats :

#### a) Module d'élasticité $E_1$ - Déplacement imposé suivant la direction X:

Pour la détermination du module d'élasticité  $E_1$  on impose un déplacement de 1 mm sur les deux faces (1/2 mm sur la gauche et 1/2 mm sur la droite) suivant X.

Les conditions aux limites appliquées sont les suivantes:

Pour  $X = L_x$ , on impose un déplacement suivant X ( $U_x = 1$  mm) pour tous les nœuds allant de  $Y = 0$  à  $Y = L_y$  et de  $Z = 0$  à  $Z = L_x$ .

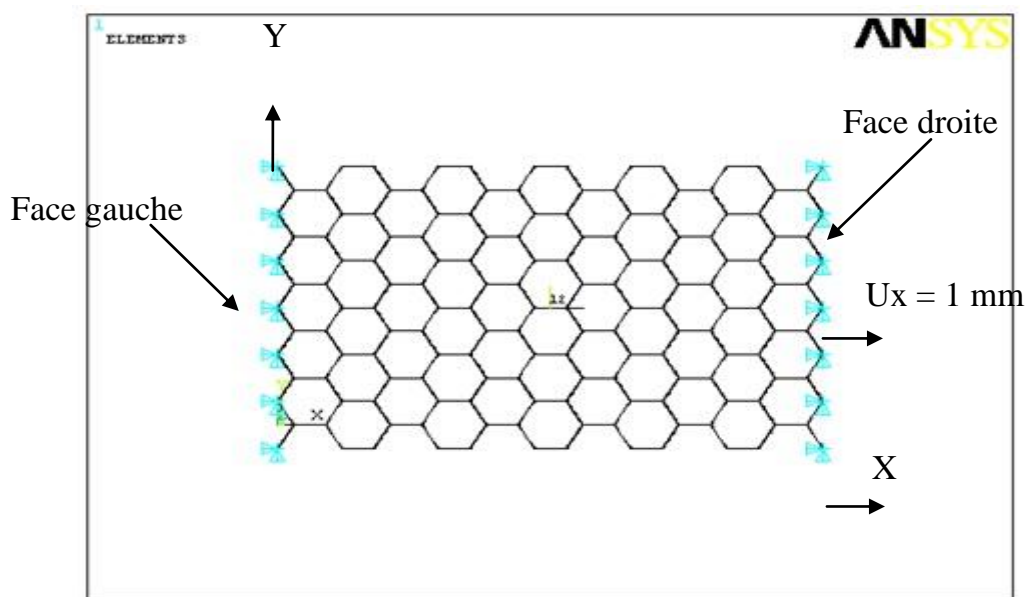
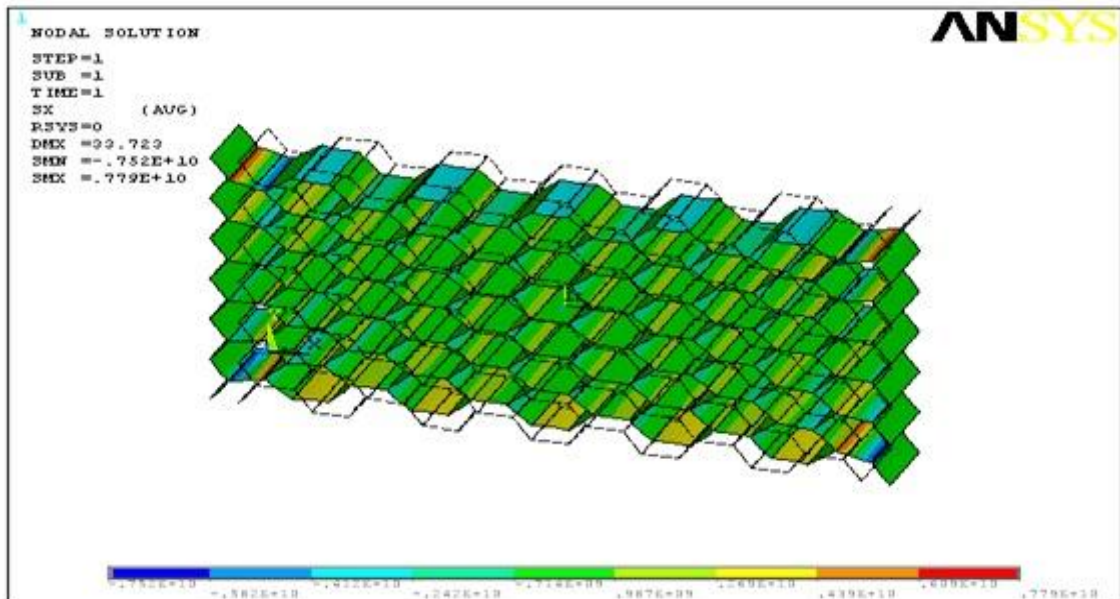


Figure II.8. Conditions aux limites pour une traction suivant la direction X.



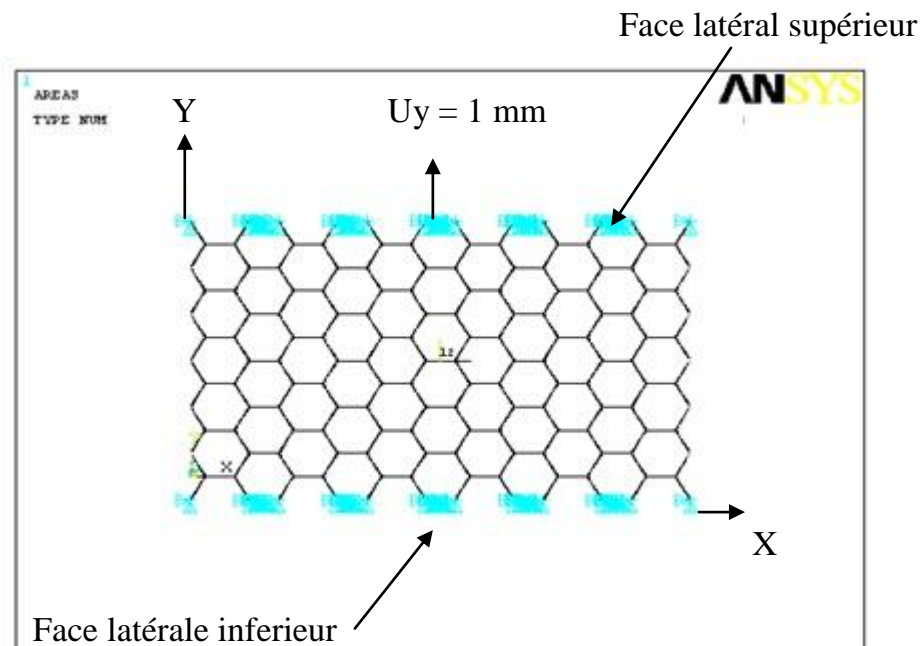
Sous l'effet de la traction uniaxial, nous obtenons pour le V.E.R du nid d'abeille la déformée représentée par la figure II.9.



### b) Module d'élasticité E2 - Déplacement imposé suivant la direction Y :

Pour déterminer le module d'élasticité E2 on impose un déplacement de 1 mm sur les deux faces latérales (1/2 mm sur la face inférieure et 1/2 mm sur la face supérieure).

Les conditions aux limites restent inchangées par rapport à la simulation de traction suivant Y.



Sous l'effet de la traction uniaxiale, nous obtenons pour le V.E.R du nid d'abeille la déformée représentée par la figure II.11.

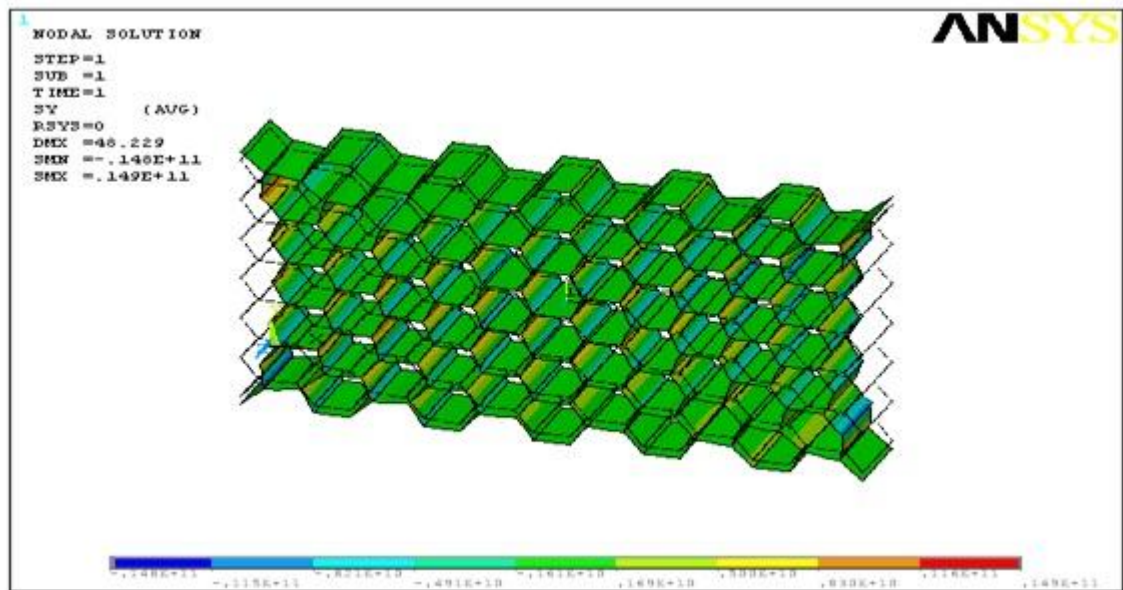


Figure II.11. Effet de traction suivant Y.

c) Module d'élasticité E3- Déplacement imposé suivant la direction Z :

Un déplacement de 1 mm suivant l'axe Z est imposé sur les deux faces (1/2 mm sur la face supérieure et 1/2 mm sur la face inférieure).

Les conditions aux limites dans le cas de la traction suivant Z est :

Pour  $Z = L_z$ , on impose un déplacement suivant Z ( $U_z = 1$  mm) pour tous les nœuds allant de  $Y = 0$  à  $Y = L_y$  et de  $X = 0$  à  $X = L_x$ .

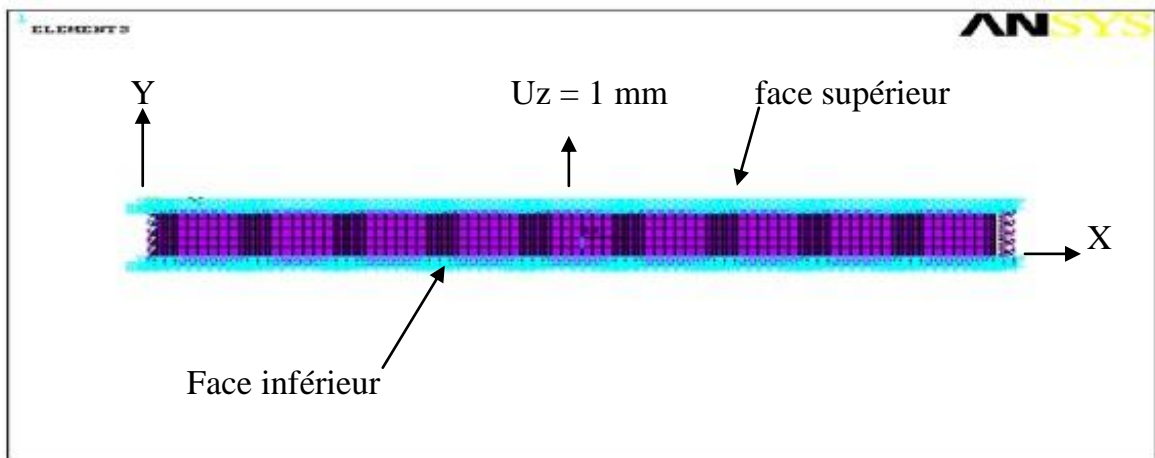


Figure II.12. Conditions aux limites pour une traction suivant la direction Z.

Sous l'effet de la traction uniaxiale, nous obtenons pour le V.E.R du nid d'abeille la déformée représentée par la figure II.13.

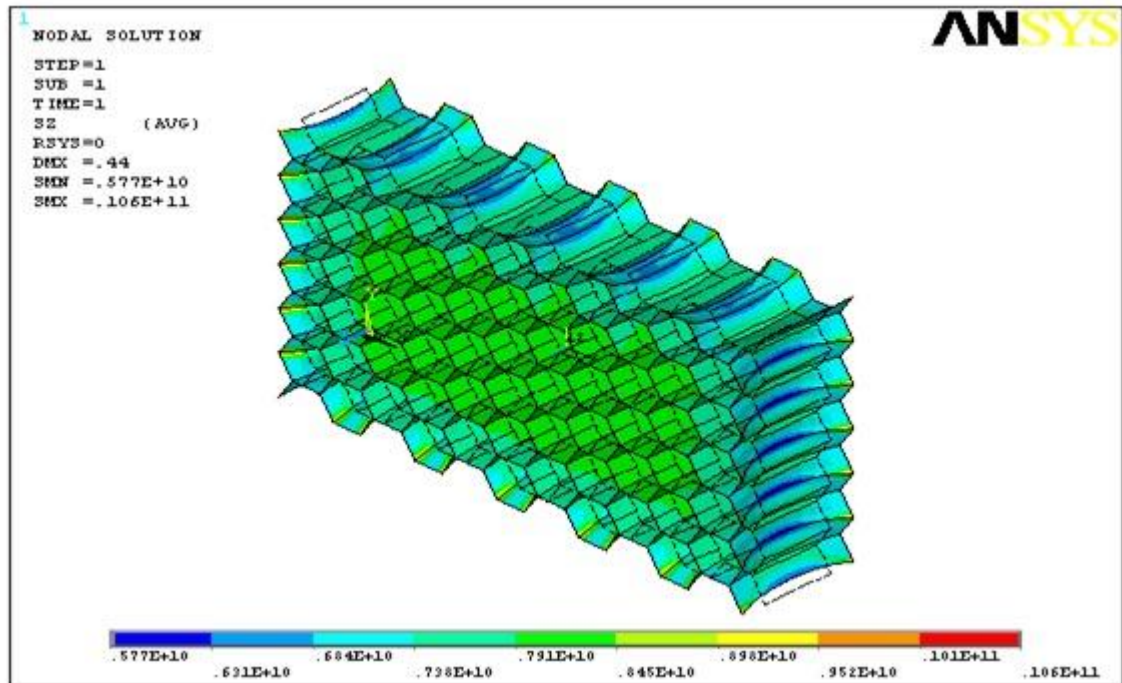


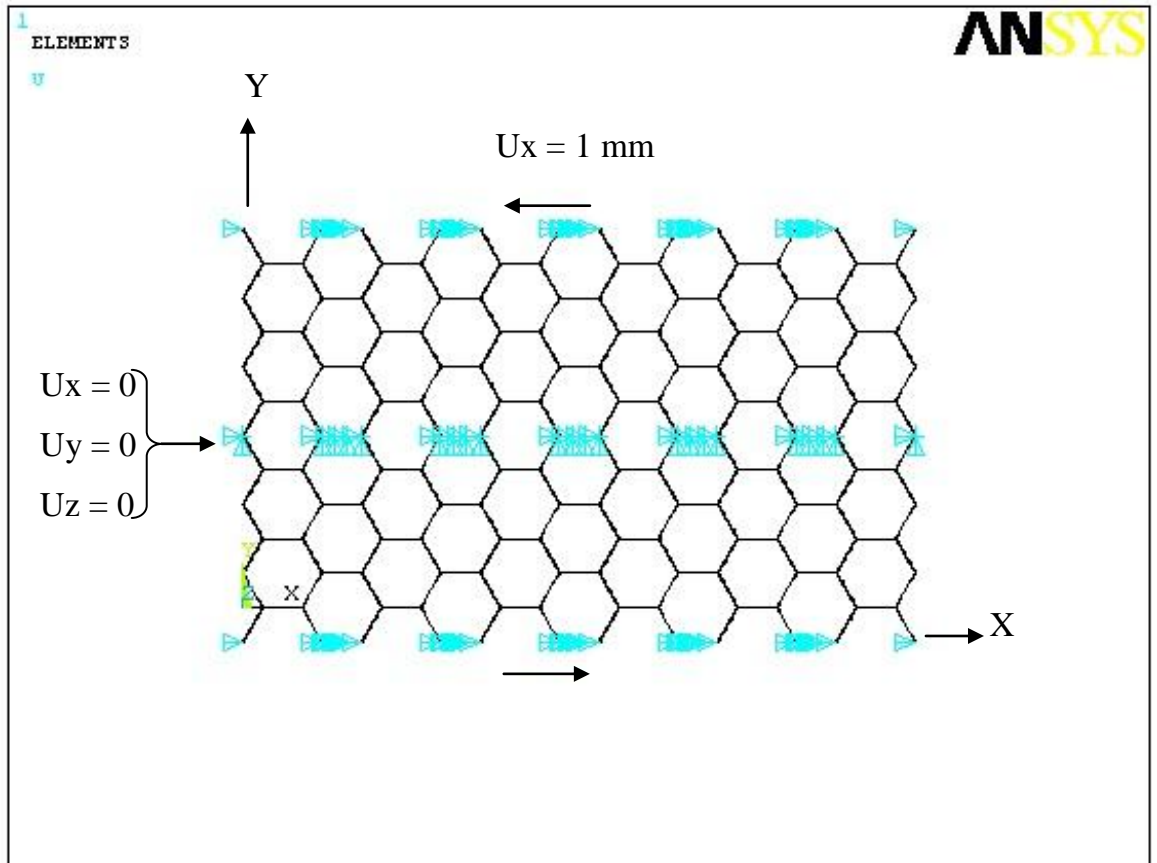
Figure II.13. Effet de traction suivant Z.

#### d) Modules de cisaillement G12- Déplacement imposé dans le plan XY :

La détermination des modules de cisaillement G12 est effectuée en imposant un déplacement dans un plan XY. La méthode de détermination des modules consiste à bloquer en translation la face médiane et à appliquer un déplacement sur les deux faces supérieur et inférieur.

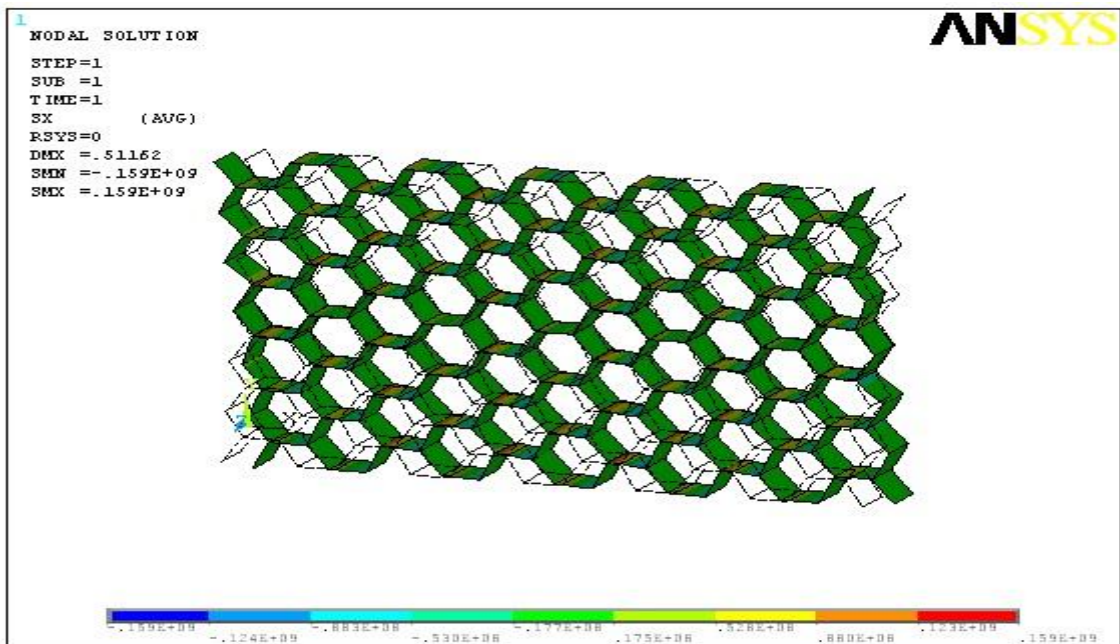
Pour déterminer G12, les conditions aux limites sont les suivantes (Fig. II.14)

- Pour  $X = 0$  à  $X=L_x$  et  $Z=0$  à  $Z=L_z$  on impose un déplacement de 1mm suivant la direction X ( $U_x = 1\text{mm}$ ).
- Pour  $X=0$  à  $X=L_x$ ,  $Z=0$  à  $Z=L_z$  et  $Y=L_y/2$  on bloque le déplacement suivant X, Y et Z ( $U_x = 0$ ,  $U_y = 0$ ,  $U_z = 0$ ).



**Figure II.14 Conditions aux limites pour la détermination du module de cisaillement  $G_{xy}$ .**

Sous l'effet de la traction uniaxiale, nous obtenons pour le V.E.R du nid d'abeille la déformée représentée par la figure II.15.



**Figure II.15. Effet de cisaillement dans le plan XY**

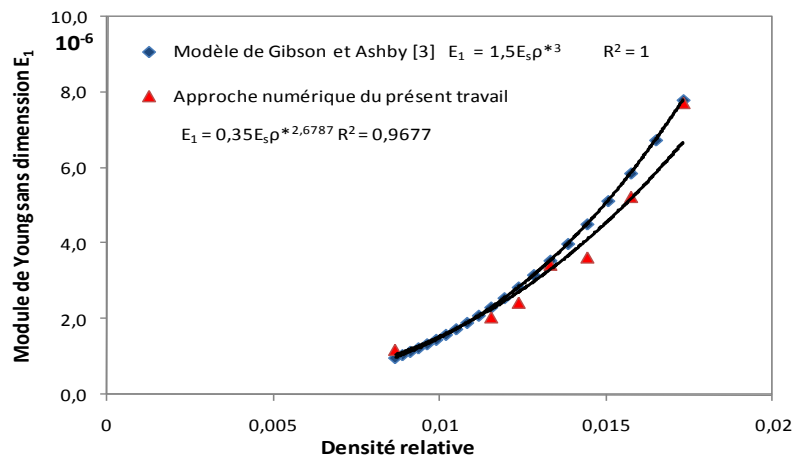
**II.6.5. Résultats et discussions :**

Les figures II.16, II.17 et II.18 représentent respectivement l'évolution des modules de Young sans dimension  $E_1$ ,  $E_2$ , et  $E_3$  en fonction de la densité relative ( $\rho^*$ ) par la méthode analytique de Gibson et Ashby, comparé à ceux obtenus par l'approche numérique du présent travail. Les résultats obtenus par ANSYS 11 montrent une bonne concordance avec les résultats analytiques. L'évolution des modules de Young  $E_1$ ,  $E_2$ , en fonction de la densité relative est du type puissance alors que celle de  $E_3$  est de type linéaire. Les évolutions des modules  $E_1$ ,  $E_2$ , et  $E_3$  pour les cellules régulières peuvent être déterminées par les formules:

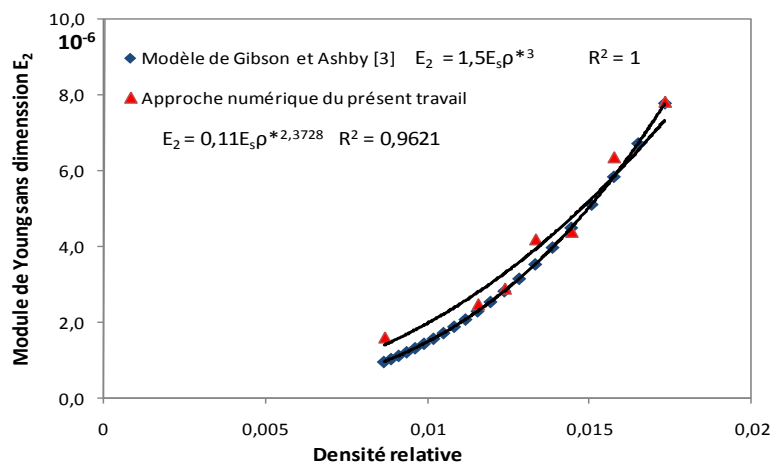
$$E_1 = E_2 = 1.5 E_s \rho^{*3} \tag{41}$$

$$E_3 = E_s \rho^{*1} \tag{42}$$

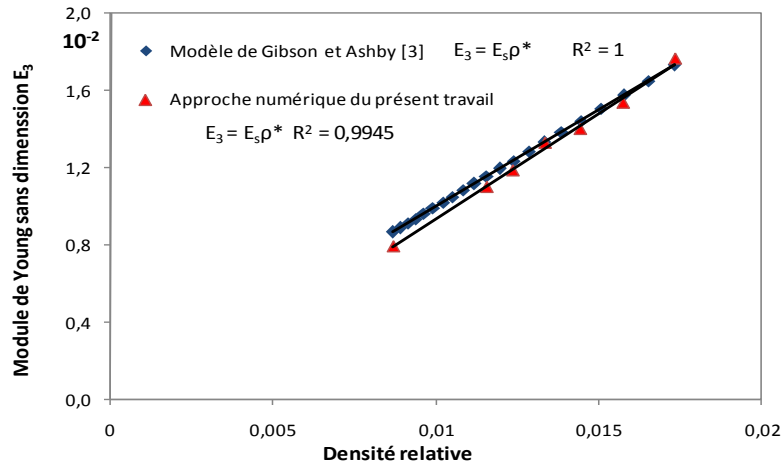
Où 
$$\rho^* = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{t}{l}\right) \tag{43}$$



**Figure II.16. Évolution du module de Young  $E_1$  en fonction de la densité relative.**



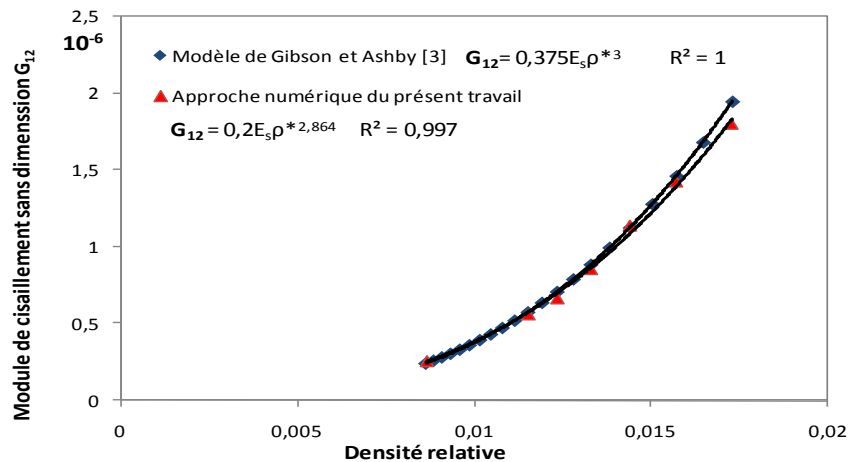
**Figure II.17. Évolution du module de Young  $E_2$  en fonction de la densité relative.**



**Figure II.18. Évolution du module de Young  $E_3$  en fonction de la densité relative.**

L'évolution du module de cisaillement  $G_{12}$  en fonction de la densité relative est représentée dans la figure II.19. Les résultats de l'approche numérique obtenus par le code de calcul des structures ANSYS 11 montrent une bonne concordance avec la modélisation analytique. L'évolution de module de cisaillement  $G_{12}$  pour les cellules régulières sans dimension s'effectue selon la formule:

$$G_{12} = 0.375 E_s \rho^{*3} \tag{44}$$



**Figure II.19. Évolution du module de cisaillement  $G_{12}$  en fonction de la densité relative.**

**II.7. Conclusion :**

On a vu dans ce chapitre la méthode de calcul analytique du déferant modules tel que les modules d'élasticité et de cisaillements. On a vu aussi que Les résultats obtenus par ANSYS 11 montrent une bonne concordance avec les résultats analytique.

**CONCLUSION**



### Conclusion Générale :

La connaissance des caractéristiques mécaniques est la première étape dans la compréhension des Matériaux Cellulaires Solides. Les formulations analytiques sur l'homogénéisation ont permis de déterminer les matrices de rigidité tridimensionnelle du nid d'abeille en aluminium.

Cette étude a permis de montrer que malgré les difficultés que pose le nid d'abeille et le composite, on arrive à déterminer son comportement en utilisant les modélisations analytiques pour le composite, analytiques et numériques pour le nid d'abeille.

La comparaison des résultats de modèle analytique (Gibson et Ashby) avec ceux obtenus par simulation numérique a permis de mieux cerner les valeurs des modules élastiques.

On peut constater pour les modules d'élasticité  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  que Les résultats obtenus par *ANSYS II* montrent une bonne concordance avec les résultats analytique, sachant que L'évolution des modules de Young  $E_1$ ,  $E_2$ , en fonction de la densité relative est du type puissance alors que celle de  $E_3$  et de type linéaire..

Pour ce qui concerne le module de cisaillement  $G_{12}$ , Les résultats de l'approche numérique obtenus par le code de calcul des structures *ANSYS II* montrent une bonne concordance avec la modélisation analytique.

**REFERENCE**

**BIBLIOGRAPH**

### Références bibliographiques :

- [1] **Sanjay.k.Mazumdar** (P.H.D). Composites Manufacturing. 2002.
- [2] **Samir Gherab**. Structure des matériaux composites. Mémoire de Magistère De L'université de Constantine.
- [3] **Berthelot .j.M** .Matériaux Composites Comportement mécanique et analyse des structures.3<sup>ème</sup> édition. Paris Milann Barcelone. 1992.
- [4] **William, D. Callister**, Jr. Materials Science and Engineering An Introduction. Université d'UTHA. 2007.
- [5] **Kaskas, Saliha**. Etude de l'effet du cisaillement transverse sur le Comportement mécanique de poutre composite. Mémoire de Magistère de l'université de Constantine. 2010.
- [6] **Pongtorn, Prombut**. Caractérisation de la propagation de Délaminage Des stratifiées composites multidirectionnelle. Thèse de Doctorat de l'université de Toulouse III – Paul Sabatier. 2007.
- [7] **Jamal Edine, Arbaoui**. Etude Comparative et Caractérisation Mécanique Des Structure Sandwiches Multicouches. Mémoire de Doctorat de l'université de PAUL VERLAINE – METZ. 2009.
- [8] **Kalamkarov A. L.**, "Composite and reinforced elements of construction". New Work, NY: John Wiley & Sons, 1992.
- [9] **Parton V. Z, Kudryavtsev B. A.**, "Engineering mechanics of composite structures". Boca Raton, FL: CRC Press, 1993.
- [10] **Gibson L. J, Ashby M. F**, "Cellular Solids: Structure and Properties", Pergamon, Oxford 1988.
- [11] **Abd El-Sayed F. K**, Phd thesis, Universty of Sheffied,1976.
- [12] **Kelsey S, Gellatly R. A, Clark B. W**, Aircraft engng, pp. 294-302, 1958.
- [13] **Chamis C. C, Aiello R. A, Murthy L. N.**, Journal of thechnology & research, vol. 10, pp. 93-99, 1988.

[14] **Albachi L.**, “Modélisation numérique et expérimentale du comportement des matériaux sandwichs appliqué à l’aéronautique”, Thèse de l’ENI de Tarbes, 2002.

[15] **Allen H. G.**, ”Analysis and design of structural sandwich panels,” Pergamon Press, London, U.K. 1961.

[16] Sandwich concept, “DIAB sandwich handbook” Available from, [http://:www.diabgroup.com](http://www.diabgroup.com)

# ANNEXE

---

## Présentation de code de calcul « ANSYS 11 » :

ANSYS 11 est un code de calcul par la méthode des éléments finis d'usage général dédié à la résolution numérique d'une large variété de problèmes physique en général et de mécanique en particulier. Ces problèmes portent notamment: analyse structurale en statique et en dynamique (linéaire et non linéaire), transfert de chaleur, dynamique des fluides, acoustique, électromagnétique.

ANSYS 11 a été développé à Canonsburg en Pennsylvanie. Ce code est l'un des plus grands développeurs et fournisseur de logiciels de simulation numérique.

De façon générale, une résolution par éléments finis comporte trois étapes :

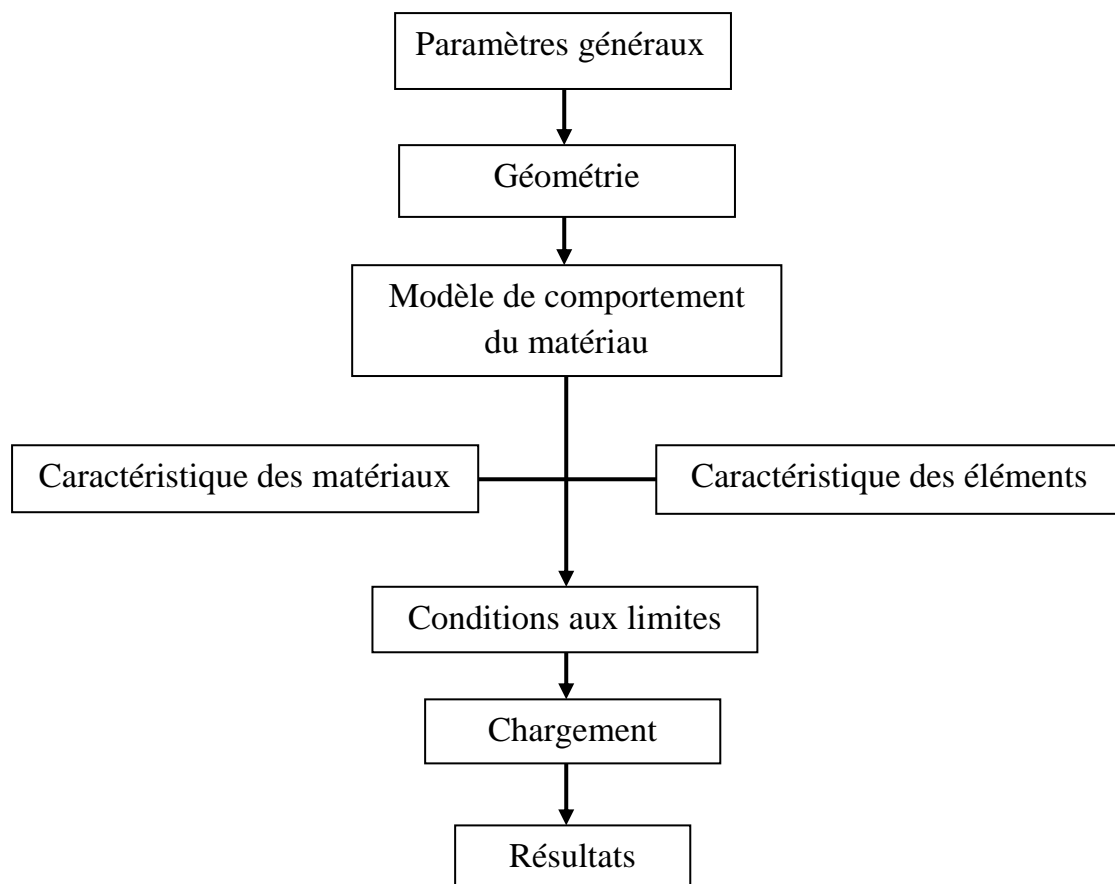
1. Préparation des données ou Pré-processing: définir le problème; les étapes majeurs sont données ci-dessous:
  - définition des points clés (keypoints) /lignes/surfaces/volumes ;
  - définir le type d'élément fini, ses propriétés géométriques et les propriétés physiques des matériaux; maillage des lignes /surfaces/volume si cela requis.

Les données nécessaires dépendent évidemment de la de la dimension du problème. (i.e.1D, 2D, axisymétrique, 3D).

2. Traitement ou Processing: assigner les charges, contraintes (conditions aux limites) et résolution; on spécifie notamment la nature des charges (localisées et/ou distribuées), contraintes ou conditions aux limites (translation et rotation) et, finalement, on résout le système d'équations.

3. Post-processing: analyse et visualisation des résultats; lors de cette étape, on peut examiner: la liste des déplacements nodaux ; les forces et des moments au niveau des éléments; tracé des Déformées.

L'organigramme de code d'éléments finis est décrit sur la figure.1.



**Figure. 1. Etapes à suivre pour la programmation.**

**UNIVERSITÉ KASDI MERBAH OUARGLA**

**Faculté des Sciences Appliquées**

**Département de Génie Mécanique**



**Mémoire**

**MASTER ACADEMIQUE**

**Domaine** : Sciences Appliquées

**Filière** : Génie Mécanique

**Spécialité** : Génie Productique

**Présenté par :**

**Mr Zitouni Soufiane**

**Mr Rahmani Khaled**

# **Caractérisation et Modélisation des Matériaux Cellulaires Solides**

**Soutenu publiquement :**

Le: 07/06/2015

**Devant le jury:**

Mr Boukhatem Mourad

Mr Kheireddine Abdelkarim

Dr Bouakba Moustapha

President

Examination

Encadreur

UKM Ouargla

UKM Ouargla

UKM Ouargla

**Année universitaire : 2014/2015**



# **REMERCIEMENTS**

Au moment d'écrire les dernières lignes de ce document, je tiens à remercier et exprimer ma profonde gratitude auprès des membres du Jury.

A Monsieur Dr B.mostapha, Enseignant au sein du département de m'avoir proposé cet intéressant thème de recherche et d'avoir aidé à la définition, la réalisation et les

interprétations de ce travail par ses nombreuses interventions. Qu'il soit assuré de ma profonde reconnaissance

A Mr .boukhatem le Président du Jury d'avoir accepté de présider ce Jury malgré ses nombreuses occupations ; qu'il soit assuré de ma grande reconnaissance.

A Messieurs les enseignants qui me font l'honneur d'examiner ce travail de recherche ; qu'ils soient assurés de ma grande considération

A tous mes enseignants de l'université d'Ouargla qui ont participé à ma formation

A tous mes camarades de promotion pour leur soutien et la bonne ambiance qu'il sont créée tout au long des années de formation

A tous ceux et celles qui ont participé de près ou de loin à la concrétisation de ce travail de recherche.

## **Dédicace**

Je dédie ce modeste travail A mon cher  
père A ma chère mère A mes sœurs A  
mes frères A ma famille A toutes mes  
amies et surtout sofian ,tarak,wafi,rabah  
et hamza A toute personne qui me  
connaît

A mes frères

A ma famille

toute personne qui me connaît

**R.Khaled**

## **Dédicace**

Je dédie ce modeste travail A mon cher  
père A ma chère mère A mes sœurs A  
mes frères A ma famille A toutes mes  
amies et surtout  
khaled ,raouf,abdelrazak et A toute  
personne qui me connaît

A mes frères

A ma famille

toute personne qui me connaît

**Z.Soufiane**

## NOMENCLATURE

hf	épaisseur de peau
hc	épaisseur de l'âme
d	distance entre l'axe neutre de deux peaux
b	largeur du sandwich
H	épaisseur du sandwich
P	charge appliquée
L	distance entre les appuis (flexion 3 points)
E <sub>c</sub>	module d'élasticité de l'âme
E <sub>f</sub>	module d'élasticité du matériau de peau
G <sub>c</sub>	module de cisaillement de l'âme
D	rigidité en flexion
S	rigidité en cisaillement
M <sub>x</sub>	moment de flexion
T <sub>x</sub>	force transversale
$\sigma$	contrainte de traction dans les matériaux peaux
$\tau$	contrainte de cisaillement dans le matériau d'âme
$\delta_f$	Déplacement due à la flexion des peaux
$\delta_c$	Déplacement due au cisaillement du matériau d'âme
$\delta_t$	Déplacement totale
Z	coordonnées suivant l'épaisseur du sandwich
E1	module d'élasticité de nid d'abeille suivant l'axe X
E2	module d'élasticité de nid d'abeille suivant l'axe Y
E3	module d'élasticité de nid d'abeille suivant l'axe Z
$\delta U1$	déplacement suivant l'axe X
$\delta U2$	déplacement suivant l'axe Y
$\delta U3$	déplacement suivant l'axe Z
VER	volume élémentaire représentatif
G <sub>ij</sub>	module de cisaillement, avec $i \neq j$ et $i, j = x, y, z = 1, 2, 3$

$\tau_{ij}$  contrainte de cisaillement, avec  $i \neq j$  et  $i, j = x, y, z = 1, 2, 3$

$\gamma_{ij}$  déformation de cisaillement, avec  $i \neq j$  et  $i, j = x, y, z = 1, 2, 3$

$F_i$  force de liaison suivant la direction  $i$

$V_0$  volume avant déformation

$V_f$  volume après déformation

$G_f$  module de cisaillement de la fibre

$G_m$  module de cisaillement de la matrice

## Liste des tableaux

### **CHAPITRE I : Etude bibliographique sur les matériaux sandwiches**

Tableau I.1 : Caractéristique mécanique de fibre de verre [3].

Tableau. I.2 : Caractéristique mécanique de fibre de Carbone [3].

Tableau. I.3 : Caractéristique mécanique de fibre aramide [3].

### **CHAPITRE II : Homogénéisation du nid d'abeille**

Tableau II.1 Paramètres géométriques d'une cellule en nid d'abeille [7].

Tableau II.2 : Module de Gibson.

## Liste des figures

### CHAPITRE I : Etude bibliographique sur les matériaux sandwichs

Figure I-1 : Section représente les différentes composantes D'une moderne SKI de Neige [4].

Figure I.2 : Schéma d'un sandwich [7].

Figure I.3 : Les éléments Constituants les panneaux sandwichs [4].

Figure I.4 : Pli à Renforcement unidirectionnel [5].

Figure I.5 : Constitution d'un stratifié [5].

Figure I.6 : Désignation d'un stratifié [3].

Figure I-7 : Structure des matériaux Composites [4].

Figure I-8 : Ruban unidirectionnel Carbone/Verre sur lequel Sont mis en évidence la chaîne et la trame [3], [5].

Figure I.9 : Structure en nid d'abeille polypropylène [7].

Figure I.10 : Flambement généralisé des peaux du sandwich [7].

Figure I.11 : Rupture des peaux en traction ou en compression [7].

Figure I.12 : Modes locaux de rupture par indentation [7].

Figure I.13 : Rupture de l'âme en cisaillement [7].

Figure I.14 : Flambement généralisé de l'âme du sandwich [7].

Figure I.15 : Flambement localisé « wrinkling » [7].

Figure I.16 : Flambement localisé «dampling» [7].

Figure I.17 : Type de dégradation de l'adhésif [7].

Figure I.18 : Pièces d'automobile en composites [2].

Figure I.19 : Pièces de Sports et loisirs en composites [2].

## CHAPITRE II : Homogénéisation du nid d'abeille

Figure II.1 Géométrie d'un nid d'abeille [7].

Figure II.2. Vue en perspective du nid d'abeilles.

Figure II. 3. Déformation des cellules sous une charge dirigée suivant X et Y.

Figure II. 4. Déformation en flexion et rotation des parois.

Figure II.5. V.E.R du nid d'abeille.

Figure II.6. V.E.R en sollicitation de traction suivant X (a) ; Y (b) ; Z (c).

Figure II.7. VER sous sollicitation de cisaillement.

Figure II.8. Conditions aux limites pour une traction suivant la direction X.

Figure II.9. Effet de traction suivant X.

Figure II.10. Conditions aux limites pour une traction suivant la direction Y.

Figure II.11. Effet de traction suivant Y.

Figure II.12. Conditions aux limites pour une traction suivant la direction Z.

Figure II.13. Effet de traction suivant Z.

Figure II.14 Conditions aux limites pour la détermination du module de cisaillement  $G_{xy}$ .

Figure II.15. Effet de cisaillement dans le plan XY

Figure II.16. Évolution du module de Young  $E_1$  en fonction de la densité relative.

Figure II.17. Évolution du module de Young  $E_2$  en fonction de la densité relative.

Figure II.18. Évolution du module de Young  $E_3$  en fonction de la densité relative.

Figure II.19. Évolution du module de cisaillement  $G_{12}$  en fonction de la densité relative.



# SOMMAIRE

<i>Introduction Générale.....</i>	<i>2</i>
-----------------------------------	----------

## *Chapitre I*

### *Généralité sur les matériaux sandwichs*

<i>I.1. Introduction.....</i>	<i>5</i>
-------------------------------	----------

<i>I.2. Définition.....</i>	<i>6</i>
-----------------------------	----------

<i>I.3. Les panneaux Sandwichs.....</i>	<i>6</i>
---	----------

<i>I.4. Qu'est ce qu'un matériau sandwich ?.....</i>	<i>6</i>
--	----------

<i>I.5. Intérêt des structures sandwichs.....</i>	<i>8</i>
---	----------

<i>I.6. Les éléments constituant les matériaux.....</i>	<i>8</i>
---	----------

#### *Sandwichs*

<i>I.6.1. Les peaux.....</i>	<i>9</i>
------------------------------	----------

<i>I.6.1.1. Monocouches.....</i>	<i>9</i>
----------------------------------	----------

<i>I.6.1.2. Stratifiés.....</i>	<i>9</i>
---------------------------------	----------

<i>I.6.1.3. Structure de la peau (composite).....</i>	<i>11</i>
---	-----------

<i>1. Les Renforts.....</i>	<i>11</i>
-----------------------------	-----------

<i>1.1. La fibre.....</i>	<i>11</i>
---------------------------	-----------

<i>1.2. Matériaux employés dans les renforts .....</i>	<i>12</i>
--	-----------

#### *Fibreux*

<i>a) Fibres de verre.....</i>	<i>12</i>
--------------------------------	-----------

<i>b) Fibres de carbone.....</i>	<i>13</i>
----------------------------------	-----------

<i>c) Fibres aramidés.....</i>	<i>14</i>
--------------------------------	-----------

<i>2. Les matrices.....</i>	<i>15</i>
-----------------------------	-----------

<i>a) Les résines de polyester et de vinyl ester .....</i>	<i>15</i>
--	-----------

<i>b) Les résines thermodurcissables.....</i>	<i>16</i>
---	-----------

<i>c) Les résines thermoplastique.....</i>	<i>16</i>
--	-----------

<i>I.6.2. L'âme.....</i>	<i>16</i>
--------------------------	-----------

I.6.2.1. Nid d'abeille.....	17
I.6.3. L'interface.....	17
I.7. Modes de dégradations des sandwichs.....	18
a) Flambement généralisé des peaux.....	18
b) Rupture des peaux en traction ou en.....	18
compression.	
c) Modes locaux de rupture.....	19
d) Rupture de l'âme en cisaillement.....	19
e) Flambement généralisé de l'âme ou « crimping ».....	20
f) Flambement localisé, « wrinkling » ou .....	21
« dimpling »	
g) Dégradation de l'adhésive.....	22
I.8. Avantages des matériaux composites.....	22
I.9. Application des matériaux Composites.....	23
a) Aéronautique.....	23
b) Automobile.....	23
c) Secteur médical.....	24
d) Sports et loisirs.....	24
e) Travaux publics et bâtiments.....	24
f) Spatial.....	25
g) Electricité et électronique.....	25
I.10. Conclusion.....	26

## **Chapitre II**

### **Homogénéisation du NIDA**

II.1. Introduction.....	28
II.2. Méthode d'homogénéisation.....	28
II.3. Propriétés mécaniques de l'âme en nid.....	28
d'abeille	

II.4. Géométrie et notations.....	30
II.5. Modélisations Analytiques.....	31
II.5.1. Modèle de GIBSON et ASHBY.....	31
II.5.1.1. Propriétés dans le plan( $X, Y$ ).....	31
a) Modules $E_1$ et $E_2$ .....	31
b) Module de cisaillement dans le plan $G_{12}$ .....	33
II.5.1.2. Propriétés hors du plan.....	34
a) Module d'élasticité $E_3$ .....	34
b) Modules de cisaillement transverses.....	35
II.6. Approches numériques.....	38
II.6.1. Introduction.....	38
II.6.2. Le volume élémentaire représentatif $V.E.R.$ .....	38
II.6.3. La méthode d'homogénéisation.....	38
II.6.3.1. Organigramme d'homogénéisation.....	41
numérique	
a) Constantes de l'ingénieur $E_i$ et $\nu_{ij}$ .....	42
b) Modules de cisaillements $G_{ij}$ .....	42
II.6.4. Résultats.....	44
a) Module d'élasticité $E_1$ .....	44
b) Module d'élasticité $E_2$ .....	45
c) Module d'élasticité $E_3$ .....	46
d) Modules de cisaillement $G_{12}$ .....	47
II.6.5. Résultats et discussions.....	49
II.7. Conclusion.....	51

# INTRODUCTION

### **Introduction :**

Le développement des technologies modernes exige que l'on utilise des matériaux présentant des propriétés mécaniques élevées spécifiques à leur emploi, mais dont les masses volumiques soient faibles. L'objectif est notamment de réduire la masse des structures. Les matériaux composites sont des matériaux qui répondent aux exigences précédentes. En raison de leur faible densité, grande résistance, rigidité importante et de leur excellente durabilité, les matériaux composites ont d'abord été utilisés dans de nombreuses composantes structurales, notamment dans le domaine de l'aéronautique. De nos jours, la diminution de leurs coûts de production permet l'utilisation de ces matériaux dans des applications de plus en plus variées (automobile, navigation, construction, etc.).

Parmi les matériaux composites les plus utilisés, on notera les matériaux sandwichs. Les structures sandwichs se distinguent des autres matériaux comme les métaux, les céramiques et les polymères par le fait qu'ils sont constitués :

- de deux semelles ou peaux, de faibles épaisseurs. Ces peaux sont constituées de matériaux à relativement haute résistance.
- d'une âme beaucoup plus épaisse et de faible densité.

Peaux et âmes sont séparables mécaniquement. On peut par conséquent modifier les propriétés de ces matériaux en variant les proportions de leurs constituants ou les propriétés des constituants eux-mêmes. Ces ajustements permettent donc d'atteindre les propriétés souhaitées pour répondre à des applications bien identifiées.

Les structures sandwichs offrent donc de grandes potentialités aux concepteurs dans des secteurs très divers.

Dans un premier temps, on peut songer à des applications structurales classiques pour lesquelles il faut allier légèreté et rigidité comme l'industrie aérospatiale, ou plus généralement les transports (TGV). Leur résistance à la corrosion, quand les divers constituants ne sont pas métalliques, en fait également un matériau de choix pour la construction navale. L'usage des sandwichs se répand aussi dans l'industrie du bâtiment, et cette fois, ce sont leurs excellentes caractéristiques d'isolation thermique qui sont prises en compte.

Ces matériaux sandwichs peuvent être réalisés en éléments très divers :

- aluminium, acier, bois, plastique, résines renforcées de fibres organiques ou inorganiques (matériaux composites), ...pour les peaux ;
- pour l'âme, le balsa, les nids d'abeilles (NIDA) [confectionnés en polypropylène, en aluminium, en Nomex (papier aramide enduit de résine phénolique)], les mousses alvéolaires,.....

De nombreux paramètres structuraux influent sur le comportement mécanique de ces systèmes complexes :

- la nature des matériaux constitutifs (densité, propriétés mécaniques, propriétés physiques, propriétés chimiques) ;
- les séquences d'empilement ;
- les épaisseurs relatives des différentes couches.

L'objectif de ce travail est : de remplacer un matériau réel non homogène par un matériau fictif homogène avec des propriétés macroscopiques équivalentes.

Le mémoire est structuré de la manière suivante :

- Dans le **chapitre I**, nous donnons une Généralité sur les matériaux cellulaires solides.
- Le **chapitre II**, concerne à l'homogénéisation analytique et la modélisation numérique de l'âme en nid d'abeilles.
- Finalement une conclusion générale.

# CHAPITRE I

## I.1. Introduction :

Les matériaux composites ont été utilisés pour résoudre des problèmes technologiques depuis longtemps, mais seulement dans les années 1960 ces matériaux ne commencer à capturer l'attention des industries de l'introduction des composites à base de polymères. Depuis lors, les matériaux composites sont devenus des matériaux d'ingénierie commune et sont conçus et fabriqués pour diverses applications, notamment les composants d'automobile, articles de sport, pièces aérospatiales, des biens de consommation, et dans l'industrie maritime et de l'huile.

La croissance de l'utilisation des matériaux composite également vu le jour La prise de conscience accrue quant aux performances des produits et une concurrence accrue dans le marché mondial des composants légers.

Parmi tous les matériaux, les matériaux composites ont le potentiel pour remplacer largement utilisé en acier et aluminium, et à plusieurs reprises avec de meilleures performances.

Le remplacement des composants en acier avec des composants composites peuvent mettre 60 à 80% en poids des composants, et de 20 à 50% du poids en remplaçant des pièces en aluminium.

Aujourd'hui, il apparaît que les matériaux composites sont des matériaux de choix pour de nombreuses applications d'ingénierie [1].

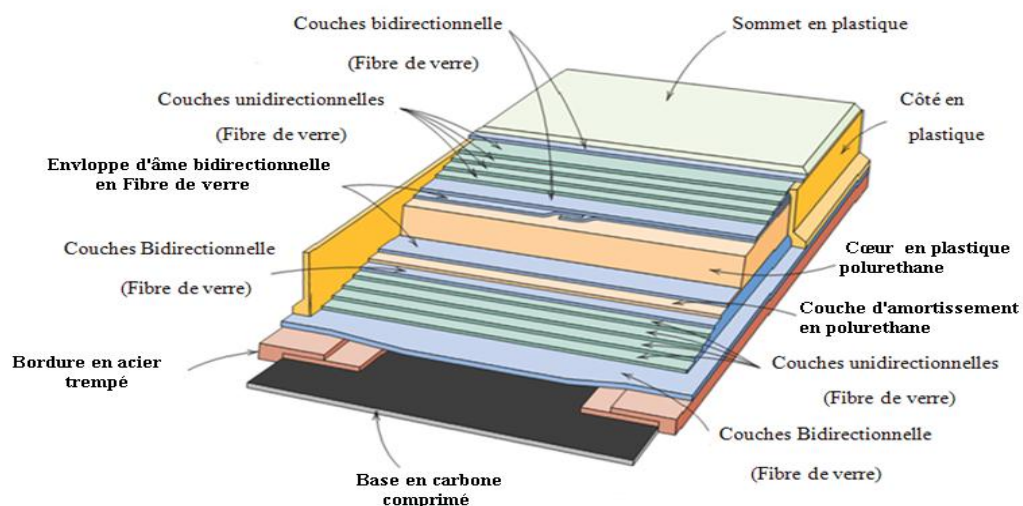


Figure I-1: Section représente les différentes composantes d'une moderne SKI de Neige[4].



**I.2. Définition :**

Un matériau composite est, par définition, tout alliage ou matière première comportant un renfort sous forme filamentaire et une matrice [2]. Donc dans un sens large le mot « Composite » signifie « constitué de deux ou plusieurs parties différentes ». En fait l'appellation *matériau composite* ou *composite* [3].

**I.3. Les panneaux Sandwiches :**

Aujourd'hui, on enregistre une progression importante dans l'emploi des matériaux composites dans des domaines aussi divers que l'aéronautique, l'automobile, le sport et les loisirs. Parmi les matériaux composites les plus utilisés, on peut citer les matériaux sandwichs. Les structures sandwich occupent un large créneau dans la construction des pièces composites. Historiquement, ce sont les premières structures composites allégées et performantes [7].

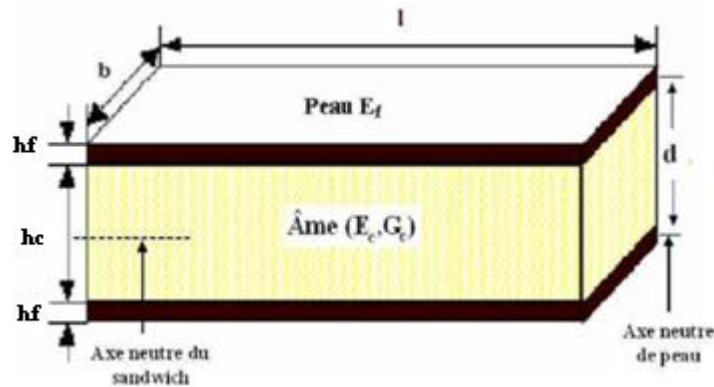
**I.4. Qu'est ce qu'un matériau sandwich ?**

Une structure sandwich résulte de l'assemblage par collage ou soudure de deux semelles ou peaux (Fig. I.2) et d'un matériau d'âme. Les peaux sont de faibles épaisseurs et possèdent de très bonnes caractéristiques mécaniques (module élevé, grande résistance). Entre les deux peaux est intercalé un matériau d'âme de forte épaisseur et de faible densité. En gardant une distance constante entre les deux peaux, l'insertion de cette âme permet d'augmenter le moment d'inertie de la structure, et par conséquent sa rigidité en flexion, tout en minimisant la masse de l'ensemble.

Dans un sandwich, il ne faut pas oublier un troisième composant : l'adhésif. C'est ce dernier qui permet un bon assemblage de la structure et aussi une bonne transmission des contraintes d'un milieu à l'autre. Sa principale caractéristique doit être une bonne résistance en cisaillement. Dans le cas de peaux en matériau composite, l'insertion de cette troisième phase peut être évitée par l'utilisation d'une résine auto-adhésive.

De part la constitution des matériaux sandwichs, on peut adapter leurs propriétés mécaniques en faisant varier la nature des peaux (identiques ou non) et de l'âme ainsi que l'épaisseur de chacune des phases. En règle générale, les peaux ont la même épaisseur  $h_f$ . Le rapport  $h_f/h_c$  ( $h_c$  étant l'épaisseur de l'âme) est compris entre 0,1 et 0,01, D'après Allen [15], on peut classer les sandwichs en trois catégories selon la valeur du rapport  $d/h_f$  ( $d$  étant la

distance séparant l'axe neutre de chacune des peaux). Pour un sandwich symétrique (peaux de même épaisseur)  $d = h_c + h_f$ .



**Figure I.2 : Schéma d'un sandwich [7].**

En fonction des valeurs du rapport  $d/h_f$ , on peut classer les sandwichs de la manière suivante:

- si le rapport  $d/h_f$  est supérieur à 1,00 on parle de sandwichs à peaux très fines ;
- pour un rapport  $d/h_f$  compris entre 1,00 et 5,77 le sandwich est considéré comme ayant des peaux fines ;
- dans le cas où  $d/h_f$  est inférieur à 5,77 la structure est dite à peaux épaisses.

On définira les bornes limites par rapport à la contribution de chaque constituant vis-à-vis de la rigidité en flexion et en cisaillement du sandwich.

En plus de leur bonne rigidité en flexion, de leur bonne résistance au flambement et de leur légèreté, les matériaux sandwichs possèdent également de bonnes propriétés d'isolation thermique et phonique. Ceci explique leur emploi de plus en plus fréquent comme cloison. Ces matériaux sont de plus en plus utilisés dans l'aéronautique ou l'industrie du transport en tant que structures primaires ou Secondaires, comme par exemple les coques de bateaux rapides, les planchers d'avions [7].

### I.5. Intérêt des structures sandwichs :

L'intérêt principal des structures sandwichs, par opposition aux composites traditionnels dits monolithique, réside dans leur rigidité spécifique très élevée. La densité de l'âme est couramment de l'ordre de 100 kg m<sup>-3</sup>. En modifiant la nature et l'épaisseur de la peau et/ou de l'âme, on parvient à donner à la structure le matériau qui convient le mieux. Ainsi, l'amélioration de la rigidité qui traduit le comportement en flexion du matériau, s'obtient en augmentant soit l'épaisseur de l'âme qui conduit à l'augmentation de son moment d'inertie, soit le module d'élasticité des peaux. Puisque l'âme du sandwich possède une faible densité, la masse du composite n'évolue pas de façon importante.

Les matériaux composites sandwichs disposent d'atouts importants par rapport aux matériaux traditionnels. Ils apportent de nombreux avantages fonctionnels : légèreté, résistance mécanique et chimique, maintenance réduite, liberté de formes. Ils permettent d'augmenter la durée de vie de certains équipements grâce à leurs propriétés mécaniques et chimiques. Ils contribuent au renforcement de la sécurité grâce à une meilleure tenue aux chocs et au feu. Ils offrent une meilleure isolation thermique ou phonique et, pour certains d'entre eux, une bonne isolation électrique. Ils enrichissent aussi les possibilités de conception en permettant d'alléger des structures et de réaliser des formes complexes, aptes à remplir plusieurs fonctions. Dans chacun des marchés d'application (automobile, bâtiment, électricité, équipements industriels,...), ces performances remarquables sont à l'origine de solutions technologiques innovantes [7].

### I.6. Les éléments constituant les matériaux sandwichs :

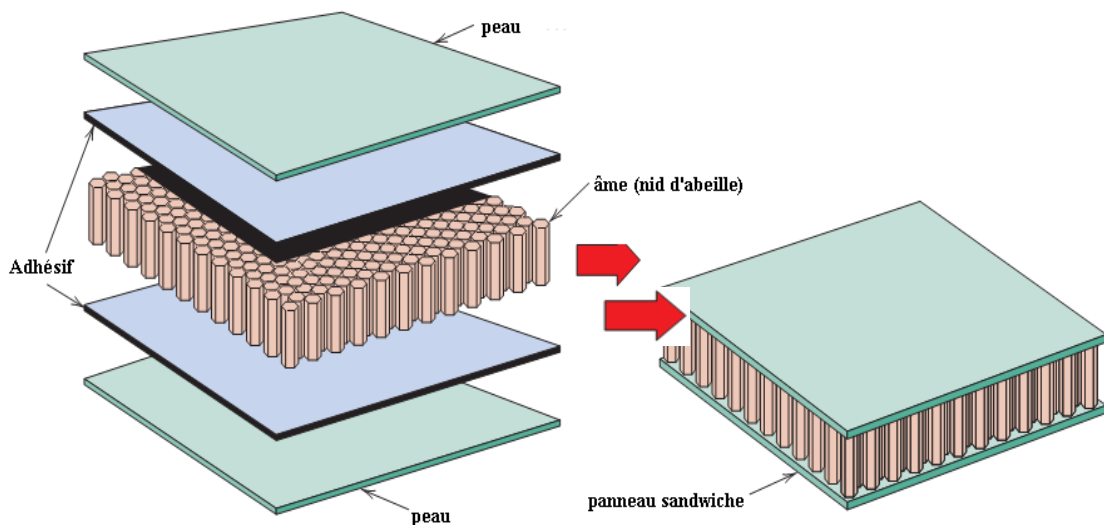


Figure I.3 : Les éléments Constituant les panneaux sandwichs [4].

### I.6.1. Les peaux :

Généralement de faibles épaisseurs, les peaux sont constituées de tout matériau pouvant être obtenu sous forme de couche. Elles peuvent être en bois, métal ou matériau composite. Le choix de la nature et de la séquence des couches dépendra de l'utilisation des matériaux composites. Les peaux ont pour but de reprendre les efforts de flexion traduit par des contraintes normales (traction ou compression).

On peut trouver les peaux sous forme monocouches ou stratifiés :

#### I.6.1.1. Monocouches :

Les monocouches représentent l'élément de base de la structure composite. Les différents types de monocouches sont caractérisés par la forme du renfort : à fibres longues (unidirectionnelles UD, réparties aléatoirement), à fibres tissées, à fibres courtes.

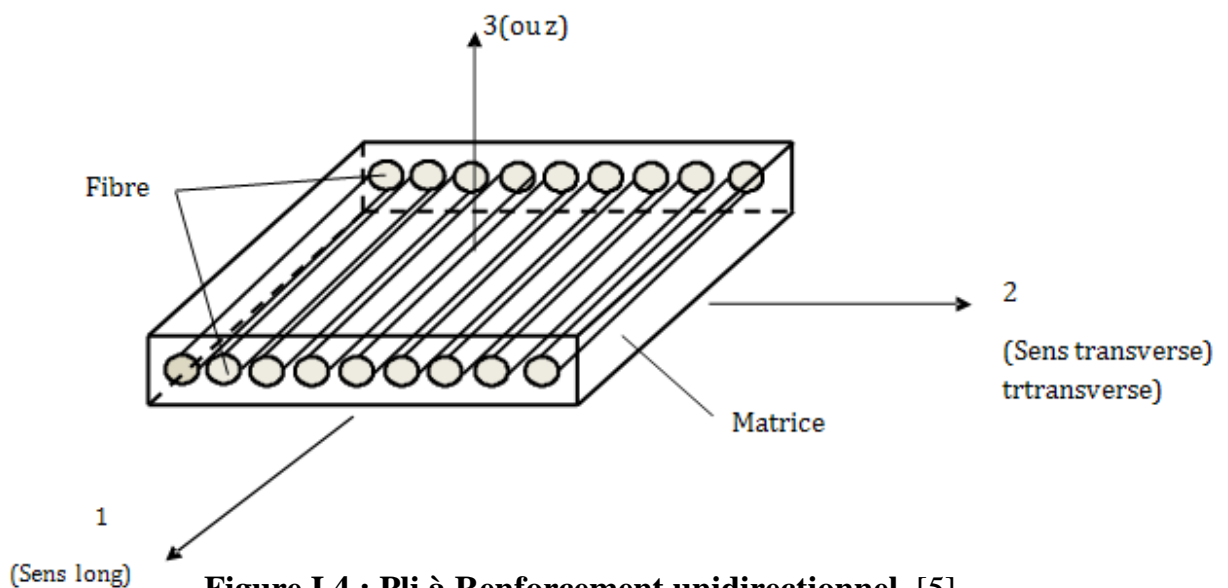


Figure I.4 : Pli à Renforcement unidirectionnel [5].

#### I.6.1.2. Stratifiés :

Un stratifié est constitué d'un empilement de monocouches ayant chacune une orientation propre par rapport à un référentiel commun aux couches, et désigné comme le référentiel du stratifié. Le choix de l'empilement et plus particulièrement des orientations permettra d'avoir des propriétés mécaniques spécifiques. On pourra avoir des stratifiés du type :

1. Equilibré : stratifié comportant autant de couches orientées suivant la direction  $+\theta$  que de couches orientées suivant la direction  $-\theta$ .
2. Symétrique : stratifié comportant des couches disposées symétriquement par rapport à un plan moyen.
3. Antisymétrique: stratifié comportant des couches disposées non Symétriquement par rapport à un plan moyen.
4. Croisé : stratifié comportant autant de couches à  $0^\circ$  que de couches à  $90^\circ$ .
5. Hybride : les couches successives comportent des fibres de natures différentes, il s'agit d'un stratifié hybride [5].

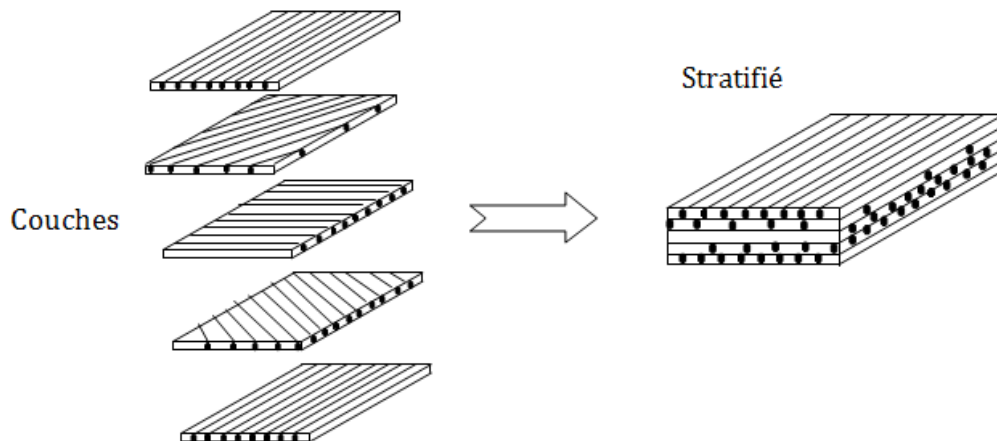


Figure I.5 : Constitution d'un stratifié [5].

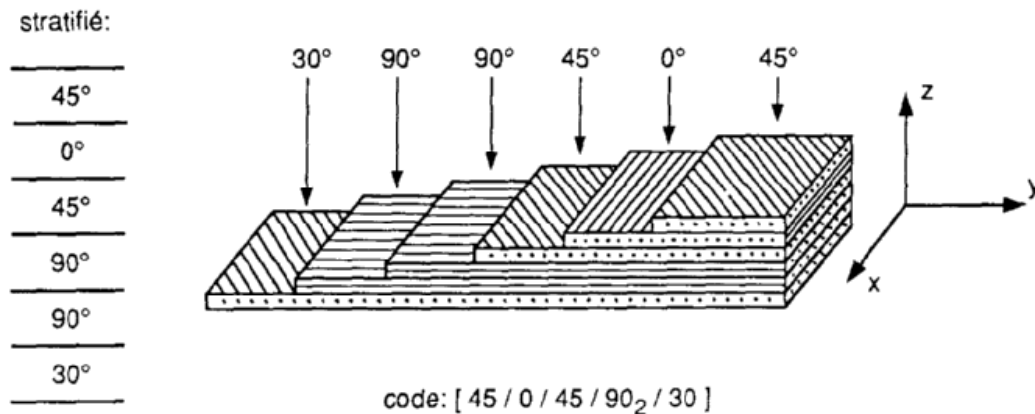


Figure I.6 : Désignation d'un stratifié [3].

### I.6.1.3. Structure de la peau (composite) :

Les Composites nécessitent l'association intime d'au moins deux composants: *le renfort* et *la matrice*, qui doivent être compatibles entre eux et se solidariser, ce qui introduit la notion d'un agent de liaison, l'interface.

Le renfort a pour mission de supporter l'essentiel de l'effort mécanique appliqué au matériau. Le rôle de la matrice est plus complexe; elle doit lier les renforts entre eux, les protéger du milieu extérieur (corrosion par exemple) et répartir la charge mécanique appliquée [2].

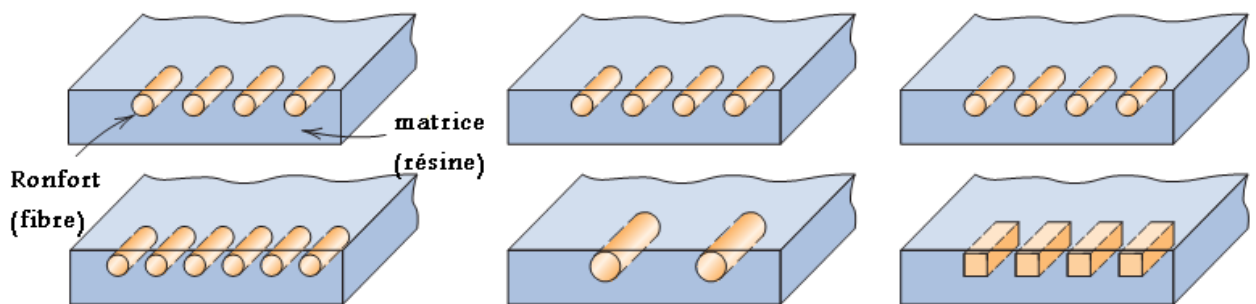


Figure I-7 : Structure des matériaux Composites [4].

## 1. Les Renforts:

Les renforts se présentent généralement sous diverses formes: linéique, surfacique et structures multidirectionnelles. Les renforts contribuent à améliorer la résistance mécanique et la rigidité des matériaux composites et se présentent sous forme filamentaire, allant de la particule de forme allongée à fibre continue qui donne au matériau un effet directif. Ils sont caractérisés par:

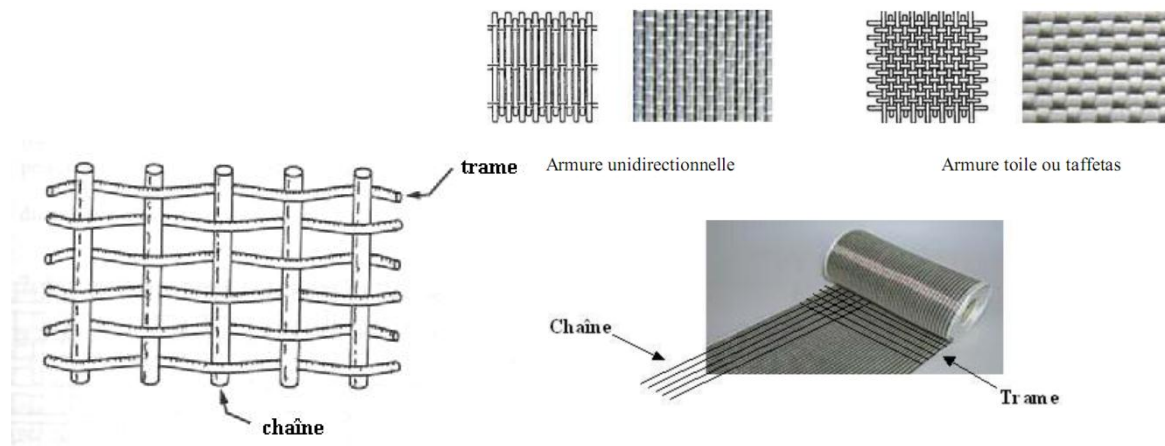
- La nature de fibre, minérale ou organique.
- L'architecture du renfort.

### 1.1.La fibre:

C'est le renfort qui constitue l'armature ou le squelette qui assure la tenue mécanique (résistance à la traction et rigidité...). Il est, par définition, de nature filamentaire (fibre minérale ou organique) allant de la particule allongée à la fibre continue. La fibre de renfort

apporte donc toujours la tenue mécanique de la structure Composite (tandis que la matrice apporte la forme et la tenue chimique) et peut représenter un taux massique de 20% à 80%.

En général, dans une structure composite (anisotrope), les fibres travaillent bien en traction, mais en comparaison avec les structures métalliques (isotropes), les performances en compression sont moins bonnes et la résistance au cisaillement demeure faible. D'où l'intérêt de l'association en forme pour obtenir une charpente résistante à toutes ces contraintes [2].



**Figure I-8 : Ruban unidirectionnel Carbone/Verre sur lequel sont mis en évidence la chaîne et la trame [3], [5].**

## 1.2. Matériaux employés dans les renforts fibreux:

Les matériaux employés pour produire les composites sont polymères et inorganiques. Parmi les matériaux traditionnels généralement employés, il y a des polyamides, des polyesters, des fibres aramides de métal et des fibres de verre, tandis que les matériaux ont de rendements élevés récemment développés, il y a les fibres aramides, fibres de carbone, de fibres de polyéthylène et poly-ester-cétone. Ces matériaux sont différents pour leurs caractéristiques de résistance élastique et d'environnement [6].

Les fibres les plus souvent rencontrées dans les composites sont les suivantes :

### a) Fibres de verre:

La connaissance des matériaux composites fibreux à matrice de polymères est initialement basée sur des études des composites à fibres de verre. Ces fibres sont très répandues dans des applications basses performances ainsi que des applications hautes performances telle que les

réservoirs de propulseurs de fusée. Leurs avantages incluent prix compétitif, disponibilité, et résistance élevée. Cependant, à cause de leur rigidité relativement faible, les fibres de verre sont progressivement remplacées par les fibres aramides ou les fibres de carbone dans les applications hautes performances [6].

**Tableau I.1 : Caractéristique mécanique de fibre de verre[3].**

caractéristiques			Verre E	Verre R
Masse volumique	$\rho$	$\text{kg/m}^3$	2600	2550
Module d'Young	$E_f$	GPa	73	86
Contrainte à la rupture	$\sigma_{fu}$	MPa	3400	4400
Allongement à la rupture	$\varepsilon_{fu}$	%	4.4	5.2
Coefficient de Poisson	$\nu_f$		0.22	-

### b) Fibres de carbone:

Actuellement, les fibres de carbone sont le renfort le plus répandu pour les matériaux composites hauts performances. Deux avantages principaux de ces fibres sont leur fabrication plus adaptée à la production à grande échelle que d'autres fibres hautes performances et leurs excellentes propriétés mécaniques plus facilement transférables aux matériaux composites. Leur prix reste toutefois prohibitif pour les produits grand public [6].



Tableau. I.2 : Caractéristique mécanique de fibre de Carbone[3].

Caractéristiques	Verre E	Carbone HR	Carbone HM	Carbone THM	Carbone HM (brai)
Masse volumique $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	2600	1750	1810	1950	2000
Diameter ( $\mu\text{m}$ )		8	8	8	12
Module d'Young $E_f$ (GPa)	73	220	400	600	380
Module spécifique $E_f/\rho$ (MN m/kg)	28	120	210	310	190
Contrainte à la rupture $\sigma_{fu}$ (MPa)	3400	3000-5000	2800	2000	2000-2400
Contrainte spécifique $\sigma_{fu}/\rho$ (kN m/kg)	1300	1710-2860	1550	1030	1000-1200
Prix de revient rapporté aux fibres de verre E	1*	25-30	50-60	65-70	25-30

1\* = 15 F/kg en 1990.

HM (brai) : fibres élaborées à partir du brai.

### c) Fibres aramides :

Ces fibres appartiennent à la famille des fibres polyamides aromatiques. Les versions commerciales disponibles incluent le Kevlar (nom déposé) et le Nomex (nom déposé). Elles possèdent une résistance élevée et une rigidité considérablement supérieure à celle des fibres de verre. La tolérance aux dommages est très bonne également. Leurs désavantages incluent une résistance en compression inférieure à celle des fibres de carbone et une adhésion relativement faible aux matrices [6].

Tableau. I.3 : Caractéristique mécanique de fibre aramide[3].

Caractéristiques	Kevlar 29	Kevlar 49	Kevlar 149	Twaron	Technora
Masse volumique $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1440	1450	1470	1440	1390
Diameter ( $\mu\text{m}$ )	12	12	12	12	12
Module d'Young $E_f$ (GPa)	60	130	200	100	90
Module spécifique $E_f/\rho$ (MN m/kg)	42	90	136	70	65
Contrainte à la rupture $\sigma_{fu}$ (MPa)	3000	3600	3000	3500	3800
Contrainte spécifique $\sigma_{fu}/\rho$ (kN m/kg)	2080	2480	2040	2430	2730
Allongement a la rupture (%)	4	3	1.5	3	4

## 2. Les matrices:

La matrice a pour rôle de lier les fibres renforts, de répartir les efforts (résistance à la flexion ou à la compression). Elle assure en outre la protection chimique et donne la forme au produit réalisé; pour les composites plastiques, c'est par définition un polymère ou une résine organique. Le choix de la matrice dépend de l'utilisation à laquelle est destinée le matériau composite [2].

Il existe un grand nombre de polymères pouvant servir de matrice aux matériaux composites.

Ceux parmi les plus utilisés sont les suivants :

### a) Les résines de polyester et de vinylester :

Ce sont les résines les plus utilisées de toutes les matrices, pour des applications commerciales, Industrielle, et de transport. L'adhésion avec les fibres de verre est excellente. Les résines de Polyester et de vinylester sont en majeure partie limitées aux applications basses performances à cause d'un problème d'adhésion avec les fibres hautes performances telles que fibres de carbone et fibres aramides.

**b) Les résines thermodurcissables :**

Lorsqu'une résine thermodurcissable est soumise à une élévation de température, il se crée des réactions chimiques au cours desquelles des liaisons covalentes sont formées entre les chaînes de molécules résultant en un réseau tridimensionnel. Le polymère final se présente sous la forme d'un corps solide et infusible. La polymérisation étant irréversible, ce matériau ne peut être mis en forme qu'une seule fois au moment de sa fabrication.

En règle générale, les matrices thermodurcissables possèdent une faible résistance à l'impact et une faible tenue en température. Les quatre types de résines couramment utilisées dans l'industrie aérospatiale sont les époxydes, les bismaléimides, les polyimides, et les phénoliques.

Les époxydes sont les plus utilisés pour la fabrication de structures aéronautiques. Ils possèdent une combinaison d'avantage quasiment imbattable : facilité de manipulation, flexibilité de traitement, de bonnes propriétés mécaniques, et un prix acceptable.

Leur application est cependant limitée à une température maximale comprise entre 80°C et 120°C.

**c) Les résines thermoplastiques :**

Les matrices thermoplastiques peuvent être divisées en deux classes selon leurs structures moléculaires : la structure semi-cristalline et la structure amorphe. Ces matrices sont caractérisées par la capacité d'être alternativement ramollies par chauffage au-dessus de la température de fusion ou de ramollissement et durcies par refroidissement. Dans ce cas, la modification de forme et le recyclage du composite sont envisageables. Ces résines possèdent des avantages sur les résines thermodurcissables telles qu'une ténacité améliorée, une déformation à rupture élevée, et une faible absorption d'humidité. De plus, elles ont une durée de stockage illimitée. Cependant, les thermoplastiques amorphes présentent des problèmes de résistance aux solvants organiques [6].

**I.6.2. L'âme :**

Légère, l'âme a en général une très faible résistance à la flexion. Son but est de reprendre les efforts de compression et de cisaillement. Les matériaux d'âme les plus utilisés se présentent principalement sous deux formes[7]:

- âmes pleines, parmi lesquelles on trouve le balsa (ou bois cellulaire), diverses mousses cellulaires et des résines chargées de microsphères creuses de verres (mousses syntactiques) ;
- âme creuses, essentiellement de type nid d'abeilles et profilé (réseaux métalliques légers, réseaux en papier enduit ou non, réseaux en polycarbonate et en polypropylène).

### **I.6.2.1. Nid d'abeille :**

Le nid d'abeille a été largement utilisé dans l'industrie aérospatiale en raison de ses excellentes propriétés telles que la rigidité, le rapport résistance/poids élevé, une faible conductivité thermique et une bonne capacité d'isolation sonore. La fonction principale du nid d'abeille est non seulement de maintenir la distance entre les peaux et d'augmenter la rigidité en flexion du sandwich, mais également de supporter des efforts de cisaillement dans les directions longitudinales et transversales.

Les nids d'abeilles, connus sous le terme "Nida", sont des matériaux structuraux légers, souples, constitués de mailles hexagonales, réalisés à partir de différents matériaux comme par exemple le papier, l'aluminium et certains thermoplastiques. Parmi les Nidas les plus utilisés, nous retrouvons le nid d'abeille en aluminium, en plastique et en papier "Nomex" [7].



**Figure I.9 : Structure en nid d'abeille polypropylène [7].**

### **I.6.3. L'interface :**

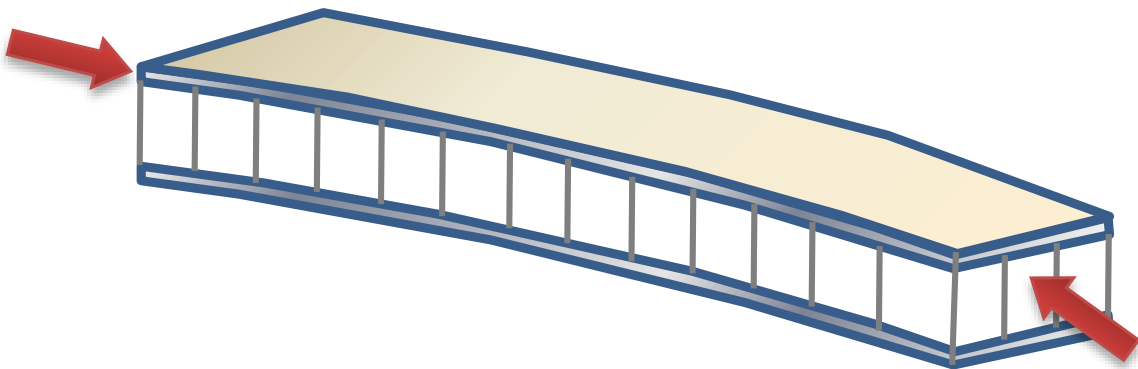
L'assemblage de la structure sandwich peut être réalisé par collage, soudage ou brassage. Lors des simulations numériques, on suppose que, quel que soit le mode d'assemblage des différentes couches, le lien est parfait entre les constituants [7].

## I. 7. Modes de dégradations des sandwichs :

Nous représentons ici les différents modes de rupture des structures sandwichs soumis à la flexion afin de mieux cerner le comportement mécanique de ces structures.

### a) Flambement généralisé des peaux :

Une poutre sandwich soumise à la compression peut céder sous l'effet de conditions d'instabilité concernant toute la poutre (Fig. I.10). Le flambement généralisé peut également survenir quand les contraintes dans les peaux et dans l'âme sont inférieures à leurs résistances à la rupture respectives. La charge qui cause le flambement du sandwich dépend de paramètres tels que les dimensions du sandwich, le type de sandwich, la rigidité en flexion, l'épaisseur des peaux, l'épaisseur de l'âme et le module de cisaillement de l'âme [7].

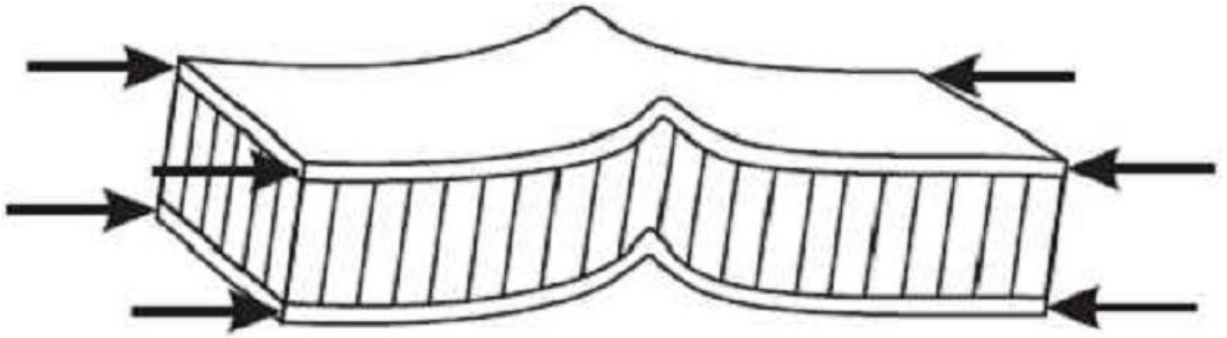


**Figure I.10 : Flambement généralisé des peaux du sandwich [7].**

Si l'on craint un flambement généralisé, on peut utiliser des peaux ayant un module d'élasticité plus élevé, augmenter l'épaisseur des peaux, augmenter l'épaisseur de l'âme, ou encore utiliser pour l'âme un matériau avec un module de cisaillement plus élevé.

### b) Rupture des peaux en traction ou en compression :

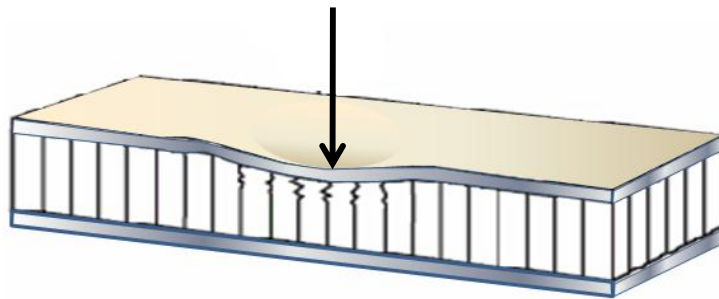
Il s'agit du cas où les contraintes dans les peaux sont supérieures aux contraintes admissibles pour le matériau constituant les peaux (Fig. I.11). Ce phénomène peut être évité en utilisant un matériau dont les contraintes à rupture sont plus élevées, en augmentant l'épaisseur des peaux (ce qui réduit les contraintes appliquées), ou en augmentant l'épaisseur de l'âme (ce qui permet également de réduire les contraintes dans les peaux). La manière la plus adéquate de résoudre le problème est d'augmenter l'épaisseur de l'âme. Par contre, une âme de plus forte densité (plus rigide) n'affecte pas les contraintes dans la peau [7].



**Figure I.11 : Rupture des peaux en traction ou en compression [7].**

**c) Modes locaux de rupture :**

L'indentation locale est un mode localisé de rupture dû à une concentration de contraintes résultant, soit de l'application d'une charge localisée, soit de la position d'un appui de type ponctuel ou linéique (Fig. I.12).



**Figure I.12 : Modes locaux de rupture par indentation [7].**

**d) Rupture de l'âme en cisaillement :**

Si la contrainte de cisaillement (prépondérante dans l'âme) dépasse la résistance au cisaillement du matériau de l'âme, il y a rupture de l'âme (Fig. I.13). Si l'on se trouve dans ce cas, on peut soit utiliser un matériau d'âme qui possède une résistance au cisaillement plus élevée, soit augmenter l'épaisseur de l'âme. Par contre, utiliser un matériau différent pour les peaux, ou changer leur épaisseur n'aura pas d'effet [7].

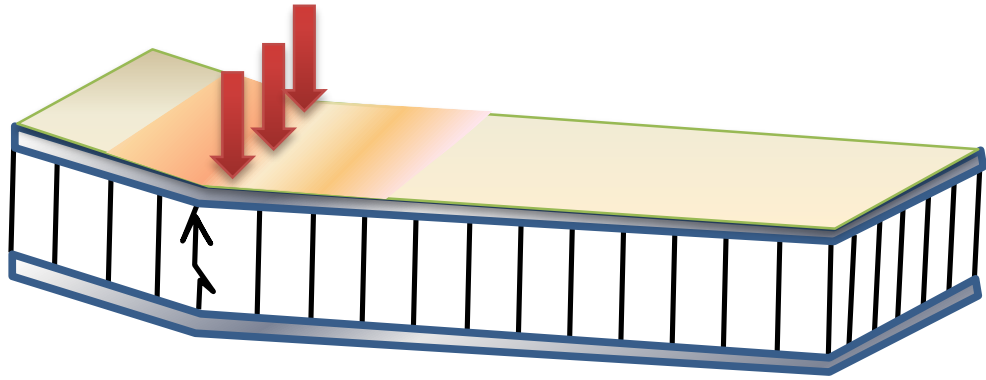


Figure I.13 : Rupture de l'âme en cisaillement [7].

**e) Flambement généralisé de l'âme ou « crimping » :**

Si le rapport longueur/épaisseur est relativement faible, et que la rigidité de cisaillement est négligeable devant la rigidité de flexion, le flambement généralisé prend la forme du flambement de l'âme. Le flambement de l'âme ne dépend pratiquement pas des propriétés des peaux ; par contre, il augmente de façon linéaire avec l'épaisseur de l'âme et le module de cisaillement de l'âme. Pour augmenter la résistance à cette charge critique, il faut donc soit augmenter l'épaisseur de l'âme, soit utiliser une âme avec un module de cisaillement plus élevé [7].

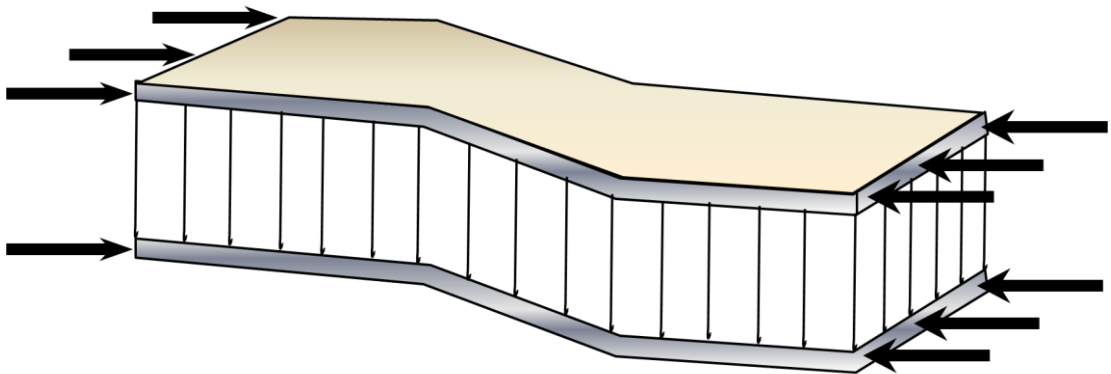
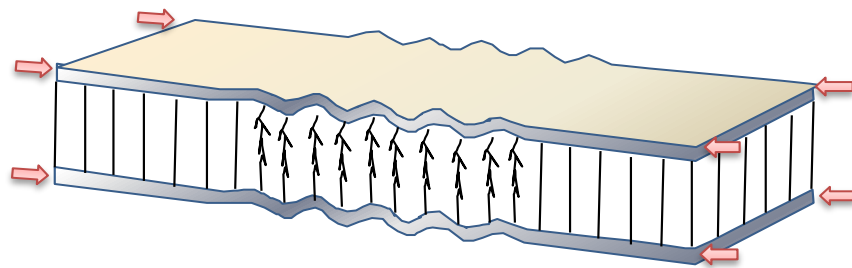
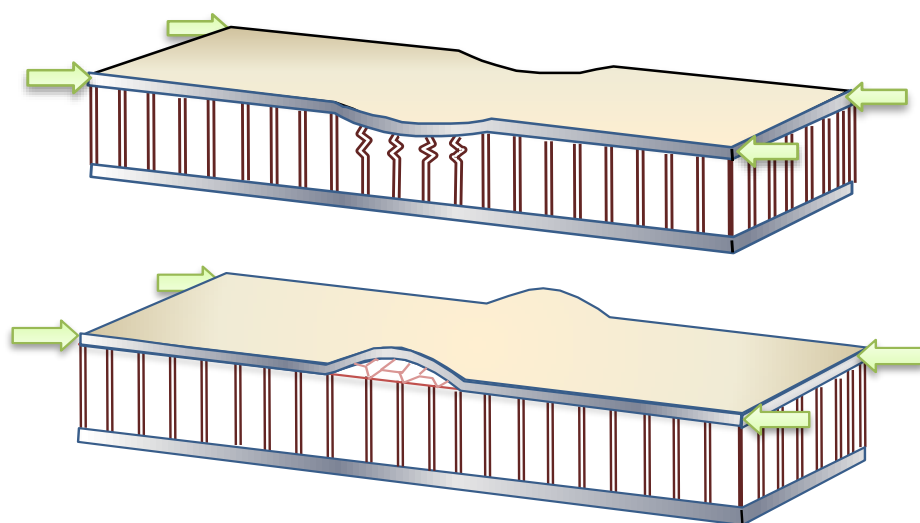


Figure I.14 : Flambement généralisé de l'âme du sandwich [7].

**f) Flambement localisé, « wrinkling » ou « dimpling » :**

Les peaux, considérées par elles-mêmes, sans connexion avec l'âme, flambent très facilement à cause de leur faible épaisseur. C'est l'âme qui empêche leur flambement. Cependant, si on atteint la contrainte limite, il se peut que l'âme ne soit plus capable d'empêcher le flambement. Dans ce cas, le flambement localisé des peaux, ou « wrinkling » (Fig. I.15), se produit. Contrairement au flambement généralisé, le flambement localisé peut prendre des configurations différentes qui ne dépendent pas de la géométrie de la structure. Par contre, il est influencé par les modules élastiques des peaux et de l'âme, et le module de cisaillement de l'âme. Si l'on craint un flambement localisé de la peau, on peut soit utiliser pour les peaux, un matériau avec un module élastique plus élevé, soit utiliser pour l'âme, un matériau présentant des propriétés élastiques plus élevées. Dans le cas d'une âme en nid d'abeille, mise à part les ruptures par « wrinkling », il peut survenir aussi un autre mode de rupture par flambement localisé de la peau en fossettes, appelé « dampling » (Fig. I.16) [7].

**Figure I.15 : Flambement localisé « wrinkling » [7].****Figure I.16 : Flambement localisé «dimpling» [7].**

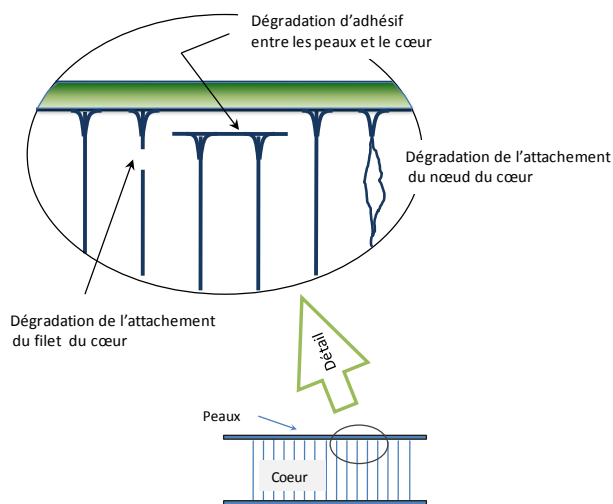


### g) Dégradation de l'adhésive :

La dégradation de l'adhésive, entre les peaux et l'âme en nid d'abeille se fait généralement selon trois types :

- dégradation de l'adhésive entre les peaux et l'âme,
- dégradation de l'attachement des cellules de l'âme,
- dégradation de l'attachement du nœud des cellules de l'âme.

La (Fig. I.17) illustre les modes de dégradation de l'adhésif. L'exposition à l'humidité provoque des dégradations remarquables de la résistance de l'adhésif ce qui peut changer le mode de dégradation et causer la ruine avancée du panneau sandwich.



**Figure I.17 : Type de dégradation de l'adhésif [7].**

### I.8. Avantages des matériaux composites:

- Gain de masse, ce qui entraîne une économie de carburant ou un accroissement de charge utile ou encore un rayon d'action accru; c'est à dire de meilleures performance.
- Grande résistance à la fatigue.
- Faible vieillissement sous l'action de l'humidité, de la chaleur et de la corrosion (sauf alu-carbone).
- Insensibles aux produits chimiques "mécaniques " comme les graisses, huiles, liquides hydrauliques, peintures, solvants, pétrole [2].

## **I.9. Application des matériaux Composites:**

Les matériaux composites sont aujourd'hui présents dans tous les secteurs industriels [2].

### **a) Aéronautique:**

Les composites de haute performance ont été longtemps confinés dans l'aéronautique civile à des pièces de structure secondaire (habillage intérieur, volets), plus rarement primaire et jamais à la voilure, car il se posait deux difficultés:

- Des coûts élevés par rapport à l'aluminium.
- Des risques de délaminage les interdisant de vol sur les structures aérodynamiques chargées.

L'aéronautique utilise principalement des composites « hautes performances » constitués d'une matrice époxy associée à un taux élevé de renforts en fibres de carbone.

L'aéronautique utilise les composites « hautes performances » pour la fabrication de pièces de structure primaire des appareils en raison de leur légèreté, de leur souplesse de forme et des économies de frais de maintenance qu'ils engendrent.

Les applications rencontrées concernent : radome de radar, bords d'attaque, volets, dérives, pales d'hélicoptères, disques de freins d'avion,...etc.

### **b) Automobile:**

L'utilisation des composites dans le secteur automobile remonte à des origines relativement anciennes (fin des années 1980), mais ne s'est généralisé que très récemment, comme le montrent les décisions récentes de grands constructeurs étrangers (Volvo, Mercedes) de développer des coffres et hayons. Les composites à matrice thermoplastique sont, par contre, de plus en plus fréquents.

Le secteur de l'automobile utilise pour 95% des composites à matrice polyesters et fibres de verre, mais devrait intégrer massivement les composites thermoplastiques d'ici 2003-2006.

Les composites apportent au secteur de l'automobile une facilité d'entretien et une grande liberté de conception ; l'allègement de 1 kg, obtenu par l'utilisation des composites, autorise un surcoût de 3 €/kg gagné ou permet d'économiser 1,5 € de carburant par 100 km.

Les applications est pour les pièces de carrosseries, roues, calandres, ressorts de suspension, sièges...etc.



**Figure I.18 : Pièces d'automobile en composites [2].**

**c) Secteur médical :**

Les applications des composites aux secteurs médical et de la sécurité sont très récentes et concernent plutôt les composites hautes performances, à matrice époxyet fibres de carbone, ou à matrice thermoplastique et fibres longues de verre ou de carbone d'autre part.

**d) Sports et loisirs :**

Les sports et loisirs utilisent des composites HP avec un taux de renforts de plus de 70%. Les composites permettent d'augmenter sur mesure les performances, la fiabilité des articles de sports.

Les applications rencontrées concernent les raquettes de tennis et de squash, cannes à pêche, skis, planches à voiles, arcs, flèches, javelots, cadres de bicyclette, casques de protection, clubs de golf, avirons, surf,...etc.



**Figure I.19 : Pièces de Sports et loisirs en composites [2].**

**e) Travaux publics et bâtiments :** Piscines, profilés, cloisons, portes, mobilier, sanitaires...etc.

**f) Spatial** :Corps de propulseurs, Réservoirs, Tuyères, corps de rentrée d'atmosphère,...etc.

**g) Electricité et électronique** :supports de circuits imprimés, disjoncteurs, Isolant,Coffrets,...etc. [2].

**I.10. Conclusion :**

Dans ce chapitre, nous nous sommes attachés à présenter et à définir la notion de matériau Composite. Dans un premier temps, nous avons présenté une généralité sur les structures sandwichs, ainsi que les différents modes d'endommagements. Le chapitre suivant va porter sur l'homogénéisation de NIDA.

# CHAPITRE II

**II.1. Introduction :**

Les matériaux sandwichs à structures en nid d'abeille sont un bon compromis entre résistance et légèreté. De ce fait, les domaines d'application très variés font qu'il est intéressant de connaître leurs propriétés mécaniques pour prédire et calculer leur comportement dans des environnements spécifiques. Ces matériaux sandwichs sont composés de plusieurs parties interagissant entre elles. Il sera donc possible d'associer judicieusement les propriétés des peaux ou semelles et celles des matériaux de cœur ou âme. L'assemblage de ces deux parties se réalise par collage, soudage ou brassage en mettant en jeu un autre composé de comportement différent.

**II.2. Méthode d'homogénéisation :**

La méthode d'homogénéisation consiste à remplacer un matériau réel non homogène par un matériau fictif homogène avec des propriétés macroscopiques équivalentes. Les procédures d'homogénéisation peuvent être appliquées pour déterminer une large gamme de propriétés physiques qui peuvent être mécaniques, électriques, acoustiques, thermiques et autres [8] [9].

Pour que l'homogénéisation soit possible, il faut pouvoir définir un volume élémentaire représentatif (V.E.R.) du matériau. Le résultat de l'homogénéisation, sur ce volume, sera le comportement du matériau homogène équivalent [7].

Le V.E.R. doit répondre à plusieurs conditions:

- être suffisamment grand par rapport à la taille des hétérogénéités pour être représentatif du matériau et être statistiquement équivalent d'une zone à l'autre ;
- être suffisamment petit par rapport aux dimensions de la structure considérée pour qu'il puisse être considéré comme étant sollicité par une contrainte uniforme ou soumis à une déformation uniforme.

**II.3. Propriétés mécaniques de l'âme en nid d'abeille :**

Le nid d'abeille étant assimilable à un matériau orthotrope, sa matrice de rigidité ou de souplesse est caractérisée par neuf termes indépendants. Dans le cas orthotrope, la loi de comportement est décrite par [3] :

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{31}}{E_3} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Dans cette matrice:

- E1, E2, E3 sont les modules d'élasticité longitudinaux ;
- G23, G13, G12 sont les modules de cisaillement ;
- $\nu_{12}, \nu_{21}, \nu_{23}, \nu_{32}, \nu_{13}, \nu_{31}$  sont les coefficients de Poisson.

La symétrie de la loi de comportement permet d'écrire:

$$\frac{\nu_{21}}{E_2} = \frac{\nu_{12}}{E_1}, \frac{\nu_{31}}{E_3} = \frac{\nu_{13}}{E_1}, \frac{\nu_{32}}{E_3} = \frac{\nu_{23}}{E_2} \quad (3)$$

La détermination de ces caractéristiques mécaniques peut être effectuée grâce à deux méthodes différentes:

- la modélisation analytique ;
- la modélisation numérique.

En comparant les résultats obtenus à partir de ces deux méthodes, on peut approximer les constantes de l'ingénieur du nid d'abeille.



#### II.4. Géométrie et notations :

Nous détaillerons maintenant les notations et préciserons les caractéristiques géométriques nécessaires aux modélisations [7].

- Les modules d'élasticité :  $E_X$  où  $X$  est la direction de traction
- Les coefficients de Poisson:  $\nu_{XY}$  où  $X$  est la direction de traction et  $Y$  la direction de Contraction.
- Les modules de cisaillement :  $G_{XY}$  module de cisaillement dans le plan  $(X, Y)$

Les modules sont calculés dans le repère  $(X, Y, Z)$ , (Fig.).

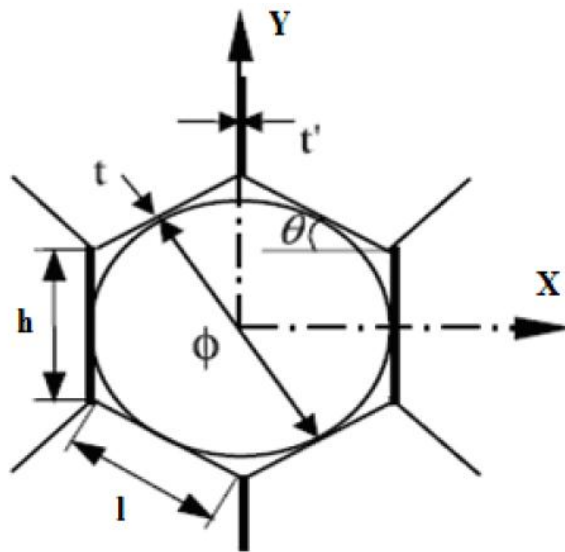


Figure II.1 Géométrie d'un nid d'abeille [7].

Un nid d'abeille est décrit par un angle de cellule et quatre paramètres définis à partir des données du tableau.

Tableau II.1 Paramètres géométriques d'une cellule en nid d'abeille [7].

Paramètres	Définition
$\theta$	Angle de la cellule
$\phi$	Diamètre de la cellule
$h$	Longueur de la paroi centrale
$L$	Longueur de la paroi inclinée
$\hat{t}$	Épaisseur de la paroi centrale
$t$	Épaisseur de la paroi inclinée
$b$	Hauteur du nid d'abeilles

## II.5. Modélisations Analytiques :

### II.5.1. Modèle de GIBSON et ASHBY :

Le modèle de Gibson s'appuie sur les équations de l'élasticité pour déterminer les principaux modules et coefficients du nid d'abeille en fonction des paramètres géométriques [10]. Les propriétés sont définies dans le plan (X, Y) et hors plan (Fig. II. 2).

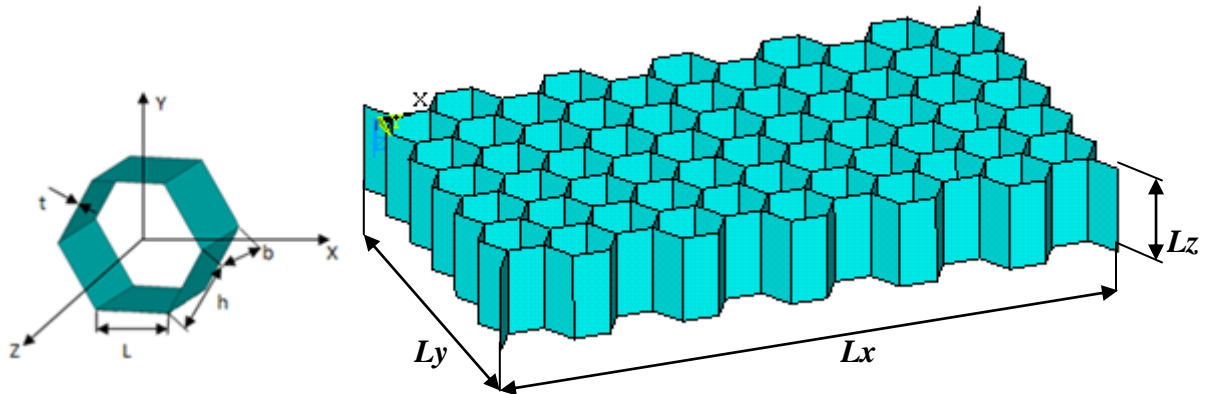


Figure II.2. Vue en perspective du nid d'abeilles.

#### II.5.1.1. Propriétés dans le plan(X, Y) :

L'hypothèse introduite par Gibson est que les déplacements sont uniquement dus à la flexion élastique des parois des cellules. Les effets de compression et de traction sont négligeables. Les caractéristiques qui entrent en jeu dans le plan sont:

- les modules  $E_1$  et  $E_2$
- le module de cisaillement  $G_{12}$ ,
- les coefficients de Poisson  $\nu_{12}$  et  $\nu_{21}$ .

##### a) Modules $E_1$ et $E_2$ :

Les modules d'élasticité  $E_1$  et  $E_2$  sont calculés en exerçant respectivement une pression suivant X et suivant Y. On induit ainsi un effort P suivant les axes X et Y et donc des moments de flexion M [11]. On considère le clinquant comme une poutre de longueur L, d'épaisseur t, de profondeur b et de module d'Young  $E_s$  [7]. L'étude de la poutre (Fig. II.3) permet d'obtenir l'équation du moment de flexion:

$$M = \frac{Pl \sin \theta}{2} \quad (4)$$

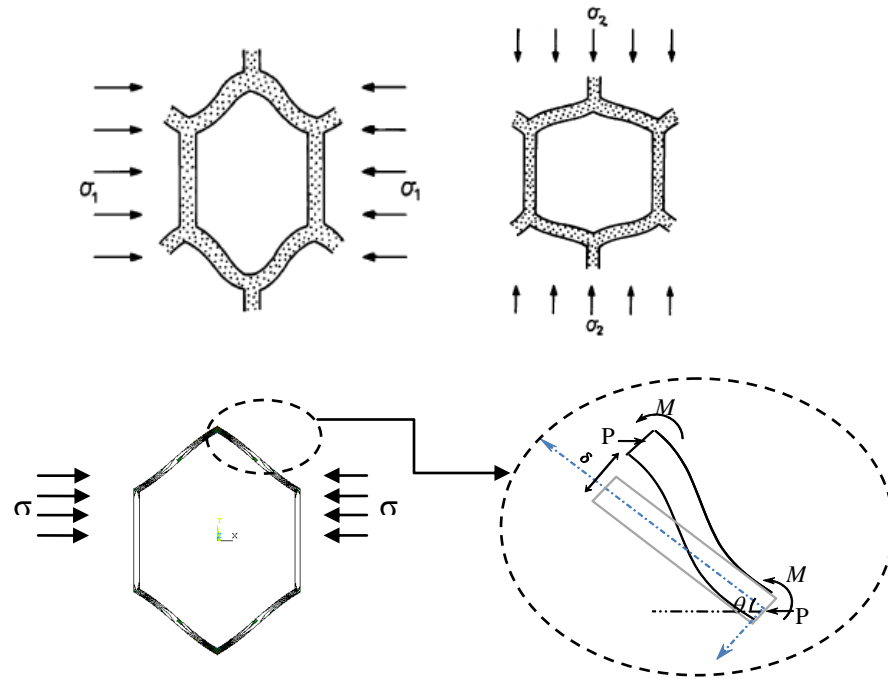


Figure II. 3. Déformation des cellules sous une charge dirigée suivant X et Y.

Dans l'équation (2)

$$P = \sigma_1(h + l \sin \theta)b \quad (5)$$

Le module d'Young  $E_1$  est défini en utilisant les relations suivantes:

$$E_1 = \frac{\sigma_{11}}{\varepsilon_{11}} \quad (6)$$

Avec:  $\varepsilon_{11} = \frac{\Delta l_{x1}}{l_{x1}} = \frac{\delta \sin \theta}{l \cos \theta}$  (7)

Où  $\delta = \frac{Pl^3 \sin \theta}{12E_s I}$  (8)

La déformation  $\varepsilon_{11}$  s'écrit:  $\varepsilon_{11} = \frac{Pl^3 \sin \theta}{12E_s I \cos \theta}$  (9)

Avec:  $I = \frac{bt^3}{12}$  (10)

Le module d'Young  $E_1$  s'écrit alors:

$$E_1 = E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{\cos \theta}{(h/l + \sin \theta) \sin^2 \theta} \quad (11)$$

Et de manière similaire que précédemment on obtient le module d'Young  $E_2$ :

$$E_2 = E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{(h/l + \sin\theta)}{\cos^3\theta} \quad (12)$$

Les coefficients de Poisson sont calculés selon la séquence suivante:

$$\nu_{12} = \frac{-\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11}} = \frac{\cos^2\theta}{(h/l + \sin\theta)\sin\theta} \quad (13)$$

$$\nu_{21} = \frac{-\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{22}} = \frac{(h/l + \sin\theta)\sin\theta}{\cos^2\theta} \quad (14)$$

### b) Module de cisaillement dans le plan $G_{12}$ :

Le module de cisaillement dans le plan est calculé à partir du schéma de la Fig. II.4. Les points A, B, C n'ont aucun mouvement relatif quand on exerce un état de cisaillement sur le nid d'abeille.

Vu la symétrie, la déviation  $us$  est uniquement due à la flexion et à la rotation de la paroi (rotation d'angle  $\varphi$ ) autour de B [7]. La déviation  $U$  est de la forme:

$$U = \frac{1}{2}\varphi h + \frac{F(h/2)^2}{3E_s I} \quad (15)$$

La somme des moments au point B est nulle, on en déduit le moment au niveau d'AB et BC.

$$M = \frac{Fh}{4} \quad (16)$$

Ensuite on peut en déduire l'angle  $\varphi$  :  $\varphi = \tan(\varphi) = \frac{\delta}{l}$  avec  $\delta = \frac{Ml^2}{6E_s I}$  (17)

On introduisant l'expression de l'angle  $\varphi$  dans l'expression de  $U$ , on obtient:

$$U = \frac{Fh^2}{48E_s I} (1 + 2h) \quad (18)$$

La relation de comportement en cisaillement s'écrit:

$$G_{12} = \frac{\tau}{\gamma} \quad (19)$$

$$\text{avec} \quad \tau = \frac{F}{2lb\cos\theta} \quad (20)$$

$$\text{et :} \quad \gamma = \frac{2U}{h+lsin\theta} \quad (21)$$

Ceci nous donne pour  $G_{12}$ :

$$G_{12} = E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{(h/l + \sin\theta)}{(h/l)^2 (1 + 2h/l) \cos\theta} \quad (22)$$

Les propriétés dans le plan jouent un rôle important dans les caractéristiques mécaniques des plaques sandwichs en nids d'abeilles.

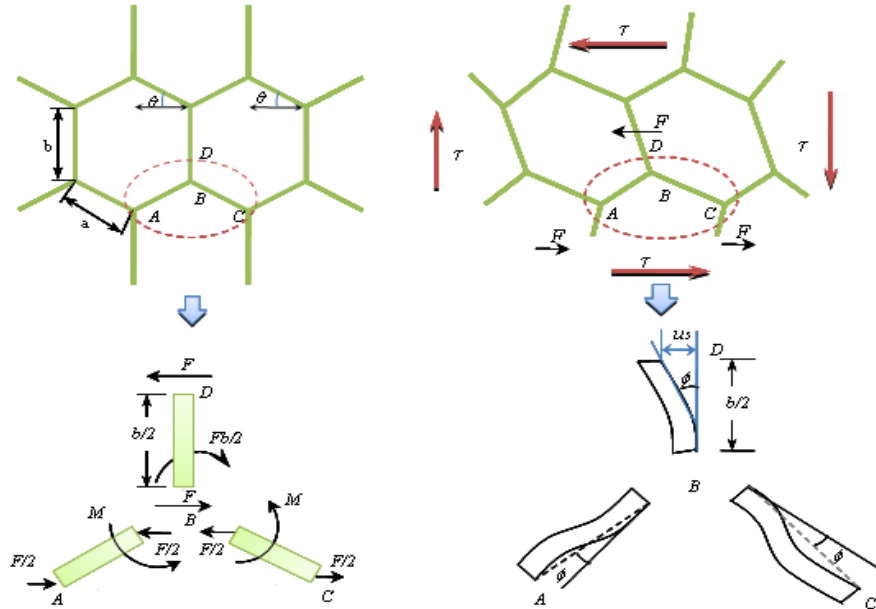


Figure II. 4. Déformation en flexion et rotation des parois.

**II.5.1.2. Propriétés hors du plan :**

Les propriétés concernées sont les suivantes:  $E_3$ ,  $G_{13}$ ,  $G_{23}$  et les coefficients de Poisson  $\nu_{13}$  et  $\nu_{23}$  sont nécessaires pour décrire les déformations hors plan.

**a) Module d'élasticité  $E_3$  :**

Le module  $E_3$  est calculé en multipliant le module  $E_s$  du clinquant par le rapport «section de la cellule sur la surface totale de l'hexagone» [7].

$$E_3 = E_s \frac{\text{section de la cellule}}{2 \text{ surface hexagone}}$$

$$E_3 = E_s \left(\frac{t}{l}\right) \frac{(h/l + 2)}{2(h/l + \sin\theta) \cos\theta} \quad (23)$$

Les coefficients de Poisson  $\nu_{13}$  et  $\nu_{23}$  sont supposés égaux au coefficient  $\nu_s$  du matériau constituant le nida.

$$\nu_{31} = \nu_{32} = \nu_s \quad (24)$$

La relation de réciprocité permet d'obtenir les 2 autres coefficients de Poisson:

$$\nu_{13} = \frac{E_1}{E_3} \nu_{31} \quad (25)$$

$$\nu_{23} = \frac{E_2}{E_3} \nu_{32} \quad (26)$$

### b) Modules de cisaillement transverses :

Le comportement du nid d'abeille en cisaillement transverse dépend des deux modules  $G_{13}$  et  $G_{23}$ . La structure répétitive des nids d'abeilles a été exploitée par Kelsey et Al [12] pour estimer ces modules en fonction de la géométrie de l'alvéole. Il faut noter que lorsque les faces inférieure et supérieure du nid d'abeille sont soumises à un déplacement relatif suivant une direction quelconque perpendiculaire à  $Z$ , le champ de cisaillement est généralement hétérogène au sein de la paroi. Ceci s'explique par le fait que les parties inférieure et supérieure de chaque paroi ont tendance à tourner et ce mouvement est contrarié par la présence des peaux [7].

En utilisant les théorèmes de l'énergie, Kelsey et Al [12] ont proposé des bornes pour le module de cisaillement transverse. La direction  $Y$  constitue un cas particulier important pour lequel le cisaillement est nul dans les parois centrales et constant dans les parois inclinées. Dans ce cas, les bornes sont identiques et égales à la valeur du module dans le plan  $(Y, Z)$ . En revanche, les bornes sont bien distinctes dans le plan  $(X, Z)$ . Les méthodes énergétiques permettent de trouver des bornes supérieure et inférieure.

La borne supérieure se calcule en utilisant le théorème du travail maximal. Ce théorème indique que l'énergie de déformation, calculée à partir d'un champ de déplacement virtuel compatible avec les conditions limites, est supérieure à l'énergie utilisée par le champ de déplacement réel [7].

Pour le cisaillement suivant l'axe  $X$ , on trouve en appliquant ce théorème:

**Théorème de la borne supérieure :**

$$\frac{1}{2} G_{j3} \gamma_{j3} V \leq \frac{1}{2} \sum_i G_s \gamma_i^2 V_i \quad (27)$$

Avec  $j = 1, 2$  et  $i$  : nombre de parois.  $G_j$  est le module de cisaillement du matériau constituant les parois.  $V$  est le volume de l'hexagone.

Dans le cas de nid d'abeille, on peut écrire:

$$\frac{1}{2} G_{j3} \gamma_{j3} S h \leq \frac{1}{2} \sum_i G_s \gamma_i^2 S_i h \quad (28)$$

$S$  : projection dans le plan (X, Y) de l'hexagone,

$S_i$  : projection dans le plan (X, Y) de la paroi  $i$ .

Pour déterminer la borne inférieure, l'énergie de déformation calculée à partir d'un champ de contraintes statiquement admissible (continu et vérifiant les conditions de bords) est inférieure à l'énergie de déformation obtenue pour un champ de contraintes réelles. Si le cisaillement a lieu le long de l'axe X, le théorème donne le résultat suivant:

**Théorème de la borne inférieure :**

$$\frac{1\tau_{j3}^2}{2G_{j3}} V \leq \left[ \frac{\tau_i^2}{G_s} V_i \right] \quad j = 1,2 \quad (29)$$

Dans le cas du nid d'abeille, on a:

$$\frac{1\tau_{j3}^2}{2G_{j3}} S h \leq \left[ \frac{\tau_i^2}{G_s} S_i h \right] \quad j = 1,2 \quad (30)$$

Après simplification, les formules analytiques des différents modules de cisaillement transverses sont données par les équations (28) et (29) :

$$G_{23} = G_s \frac{\cos\theta}{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)} \left(\frac{t}{l}\right) \quad (31)$$

$$G_s \left(\frac{t}{l}\right) \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)}{\cos\theta\left(\frac{h}{l} + 1\right)} \leq G_{13} \leq G_s \left(\frac{t}{l}\right) \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin^2\theta\right)}{\cos\theta\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)} \quad (32)$$

Où  $G_s$  est le module de cisaillement du matériau constituant les parois.

Le tableau II.2 ci-dessous résume les formules analytiques de Gibson.

**Tableau II.2 : Module de Gibson.**

Modules	Modules de Gibson
Module d'élasticité dans la direction X	$E_1 = E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{\cos\theta}{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)\sin^2\theta}$
Module d'élasticité dans la direction Y	$E_2 = E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)}{\cos^3\theta}$
Module de cisaillement dans le plan (X, Y)	$G_{12} = E_s \left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)}{\left(\frac{h}{l}\right)^2 (1 + 2\frac{h}{l}) \cos\theta}$
Coefficient de poisson dans le plan (X, Y)	$\nu_{21} = \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)\sin\theta}{\cos^2\theta}$
Coefficient de poisson dans le plan (Y, X)	$\nu_{12} = \frac{\cos^2\theta}{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)\sin\theta}$
Module d'élasticité dans la direction Z	$E_3 = E_s \left(\frac{t}{l}\right) \frac{\left(\frac{h}{l} + 2\right)}{2\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)\cos\theta}$
Cisaillement transverse	$G_{23} = G_s \frac{\cos\theta}{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)} \left(\frac{t}{l}\right)$
Cisaillement transverse	$G_{13} \leq G_s \left(\frac{t}{l}\right) \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin^2\theta\right)}{\cos\theta \left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)}$ $G_{13} \geq G_s \left(\frac{t}{l}\right) \frac{\left(\frac{h}{l} + \sin\theta\right)}{\cos\theta \left(\frac{h}{l} + l\right)}$
Coefficient de poisson	$\nu_{31} = \nu_{32} = \nu_s \text{ (matériau solide)}$
	$\nu_{13} = \frac{E_1}{E_3} \nu_{31}$ $\nu_{23} = \frac{E_2}{E_3} \nu_{32}$



## II.6. Approches numériques :

### II.6.1. Introduction :

L'objectif est la détermination des constantes élastiques par une méthode d'homogénéisation numérique appliquée à l'échelle d'un volume élémentaire représentatif du nid d'abeille afin de comparer les résultats avec ceux obtenus analytiquement.

Neuf simulations sont nécessaires pour déterminer les neufs constants: Trois simulations en traction simple. Chacune permettant de calculer un module d'élasticité et deux coefficients de Poisson. Six simulations de cisaillement. Une pour chaque module de cisaillement.

Les propriétés mécaniques du nid d'abeille étant intimement liées à ses caractéristiques géométriques, il est important de bien les définir.

### II.6.2. Le volume élémentaire représentatif V.E.R :

Il est nécessaire, pour des raisons de temps de calcul et de puissance de calcul disponible, de réduire les modèles et donc d'utiliser les symétries du modèle.

Dans le cas de nid d'abeille, le nombre de modèles pouvant être créés est abondant. Le choix des modèles retenus est guidé par les études et les simulations effectuées sur le nid d'abeille par de nombreuses équipes de recherche [13] [14]. Le choix du V.E.R est dicté par le souci de comparaison et de vérification de nos résultats. La géométrie de base est celle de cellules hexagonales régulières. Si on se réfère aux notations de la Fig. II.1, les caractéristiques de nid d'abeille en Aluminium (ALU 48) sont les suivantes:

$$\phi = L\sqrt{3}, \quad L = h = 5, 5.5, 6, 6.5, 7, 7.5 \text{ mm}, \quad t = 0,075 \text{ mm} \quad b = 8.8 \text{ mm}, \quad \theta = 30^\circ.$$

Le matériau considéré est L'aluminium (Alu 48) avec les caractéristiques mécaniques suivantes  $E_s = 70 \text{ GPa}$ ,  $G_s = 26.9 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0,34$ .

### II.6.3. La méthode d'homogénéisation :

Les simulations ont été effectuées sur le code de calcul ANSYS 11. Le modèle de nida prend en compte 60 cellules maillées avec des éléments coque à 4 nœuds et 6 degrés de liberté par nœud. Le maillage choisi permet de ne pas alourdir le calcul tout en gardant une bonne

précision sur les résultats. Chaque cliquant contient 40 éléments, 10 suivant la hauteur et 4 suivant la longueur. La géométrie est à base de cellules hexagones régulières

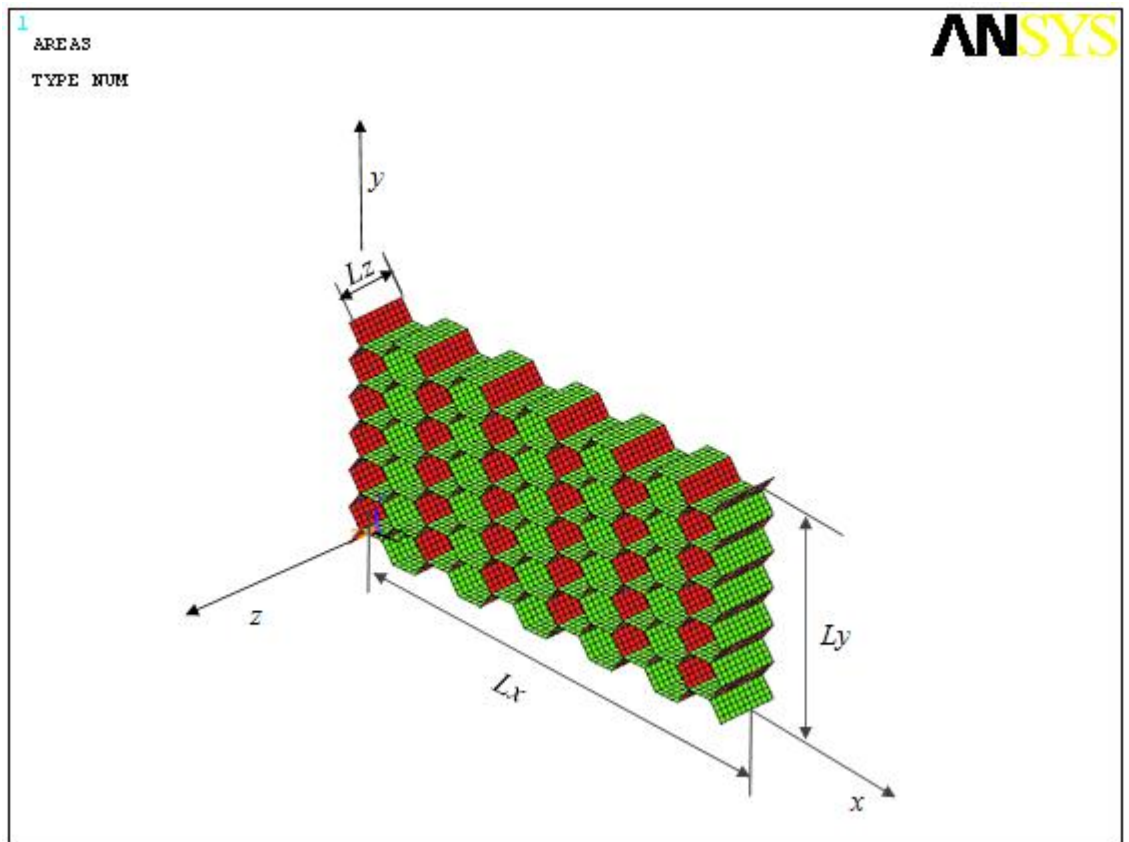


Figure II.5. V.E.R du nid d'abeille.

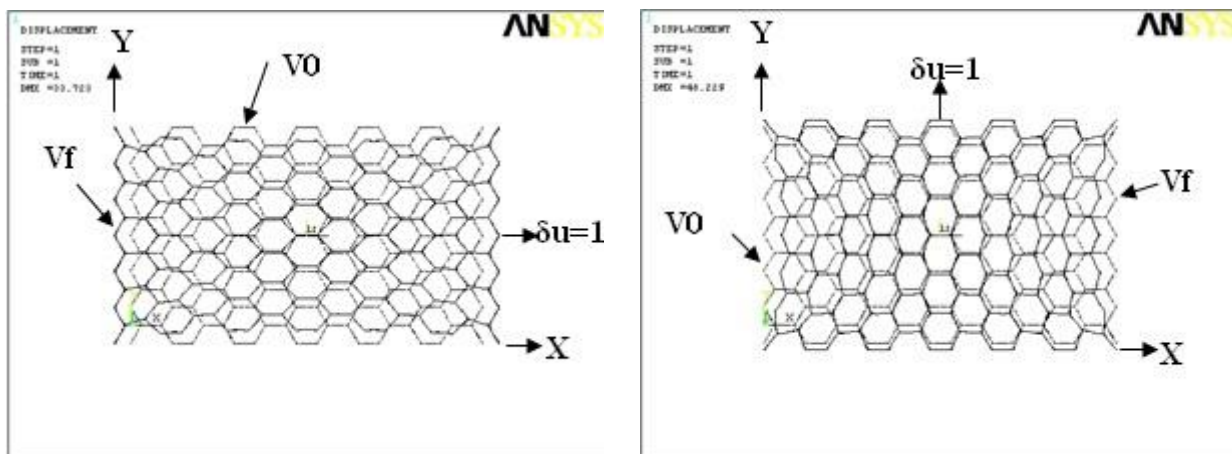
. Pour calculer les différents modules, un déplacement est imposé sur une face du V.E.R dans une direction donnée. Les symétries sont prises en compte au niveau des conditions limites.

- La simulation d'une sollicitation de traction suivant une direction  $i$  ( $i = x, y, z$ ) permet de déterminer les trois modules de rigidité  $E1, E2$  et  $E3$  et les six coefficients de Poisson.

$V0$  est le volume avant déformation.  $Vf$  est le volume après déformation.

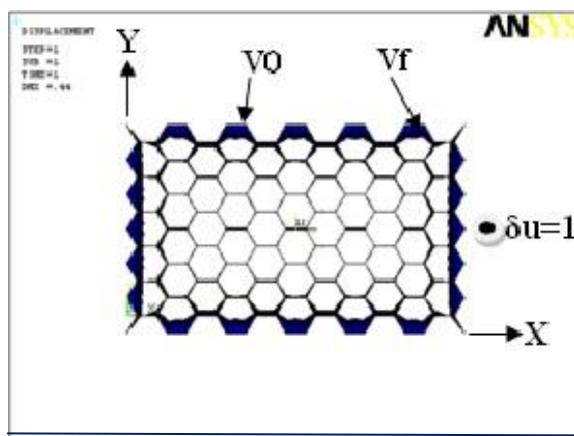
- La simulation des sollicitations en cisaillement suivant les plans  $XY, YZ, XZ$  (deux simulations par plan) permet de déterminer les six coefficients de cisaillement.

Cette méthode, basée sur les efforts aux liaisons à partir d'un déplacement imposé, permet par l'utilisation des lois de comportement de déduire les constantes élastiques.



(a)  $E1, \nu_{12}, \nu_{13}$

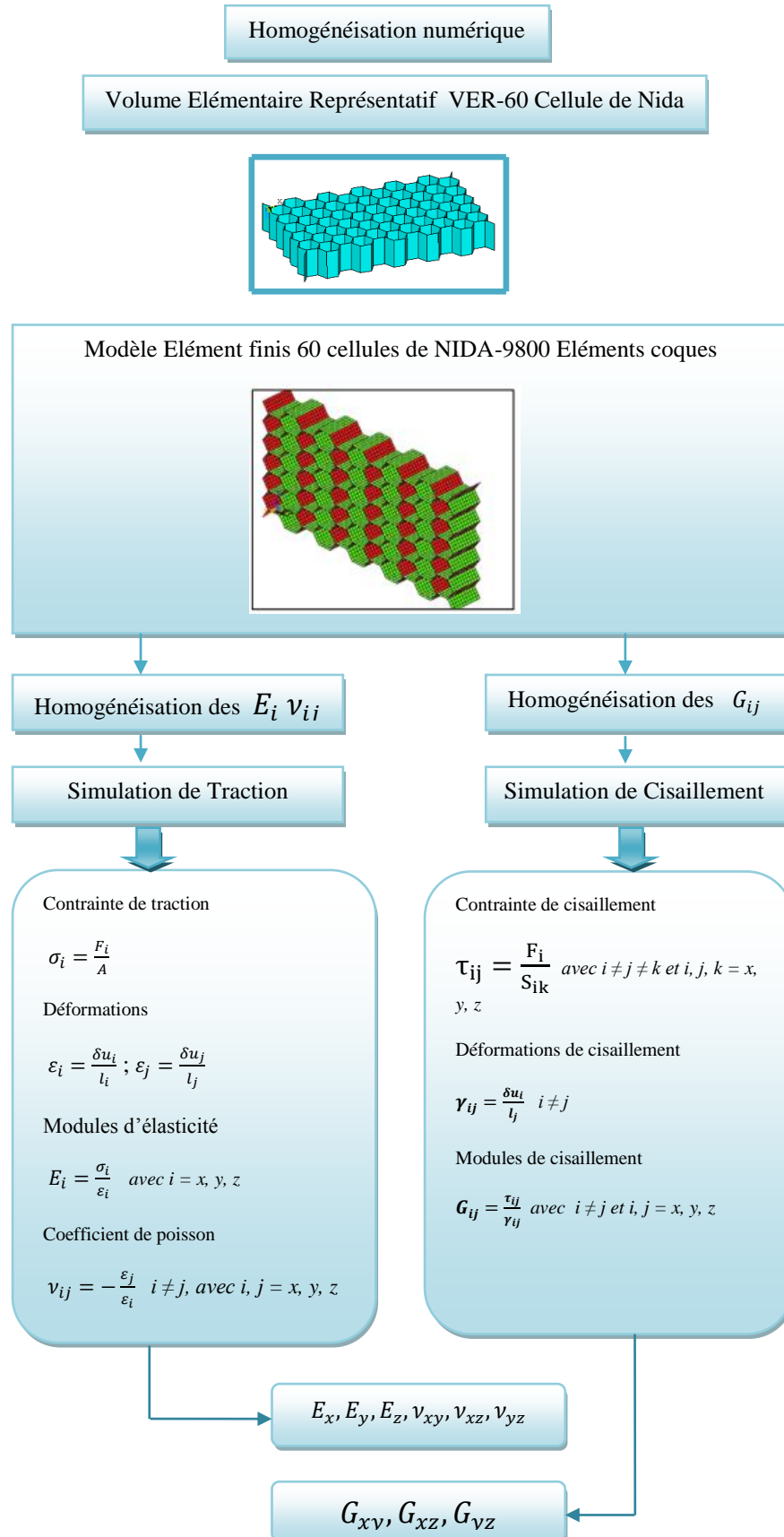
(b)  $E2, \nu_{21}, \nu_{23}$



(c)  $E3, \nu_{31}, \nu_{32}$

Figure II.6. V.E.R en sollicitation de traction suivant X (a) ; Y (b) ; Z (c).

II.6.3.1. Organigramme d'homogénéisation numérique :



**a) Constantes de l'ingénieur  $E_i$  et  $\nu_{ij}$  :**

Trois simulations en traction permettent de déterminer les modules d'élasticité et les coefficients de Poisson.

Dans le cas d'une traction uniaxial, les modules d'élasticité sont pour  $i = x, y, z$ :

$$E_i = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \quad (33)$$

Où la contrainte de traction est déduite à partir des efforts de liaisons:

$$\sigma_i = \frac{F_i}{S} \quad (34)$$

$F_i$  est la force de liaison du V.E.R. suivant la direction  $i$  (déduite à partir du déplacement  $\delta U_i$  imposé).  $S$  est la surface perpendiculaire au déplacement imposé  $\delta U_i$ . Les déformations, sont:

$$\varepsilon_i = \frac{\delta u_i}{l_i} \quad (35)$$

$$\varepsilon_j = \frac{\delta u_j}{l_j} \quad i \neq j, \text{ et } i, j = x, y, z \quad (36)$$

$\delta u_i$  est le déplacement (imposé) dans la direction  $i$  et  $L_i$  la longueur avant déformation du V.E.R dans la même direction.

$\delta u_j$  est le déplacement obtenu par le calcul dans la direction  $j$  et  $L_j$  la longueur avant déformation du V.E.R dans la même direction.

Les coefficients de Poisson sont déterminés par la relation:

$$\nu_{ij} = -\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_i} \quad i \neq j \text{ et } i, j = x, y, z \quad (37)$$

**b) Modules de cisaillements  $G_{ij}$  :**

De même, la détermination des modules de cisaillements  $G_{ij}$  nécessite l'utilisation des lois de comportement élastique. Des simulations de cisaillement sont indispensables à la détermination de  $G_{ij}$ , en bloquant les déplacements d'une face et en appliquant un cisaillement sur la face opposée. La loi de comportement dans le cas d'une sollicitation de cisaillement est:

$$G_{ij} = \frac{\tau_{ij}}{\gamma_{ij}} \quad i \neq j \text{ et } i, j = x, y, z \quad (38)$$

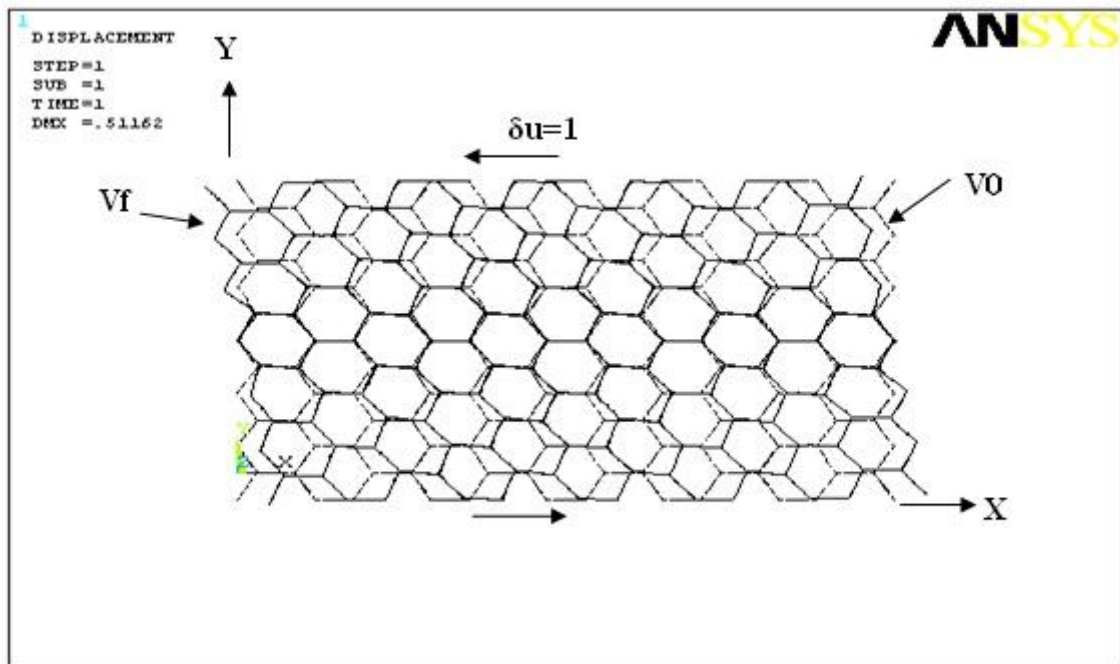
Pour la contrainte de cisaillement:

$$\tau_{ij} = \frac{F_i}{S_{ik}} \quad i \neq j \neq k \text{ et } i, j, k = x, y, z \quad (39)$$

Et la déformation de cisaillement :

$$\gamma_{ij} = \tan \alpha_{ij} = \frac{\delta u_i}{l_i} \quad i \neq j \quad (40)$$

$F_i$  est déterminée par la simulation numérique.



**Figure II.7. VER sous sollicitation de cisaillement.**

### II.6.4. Résultats :

#### a) Module d'élasticité $E_1$ - Déplacement imposé suivant la direction X:

Pour la détermination du module d'élasticité  $E_1$  on impose un déplacement de 1 mm sur les deux faces (1/2 mm sur la gauche et 1/2 mm sur la droite) suivant X.

Les conditions aux limites appliquées sont les suivantes:

Pour  $X = L_x$ , on impose un déplacement suivant X ( $U_x = 1$  mm) pour tous les nœuds allant de  $Y = 0$  à  $Y = L_y$  et de  $Z = 0$  à  $Z = L_x$ .

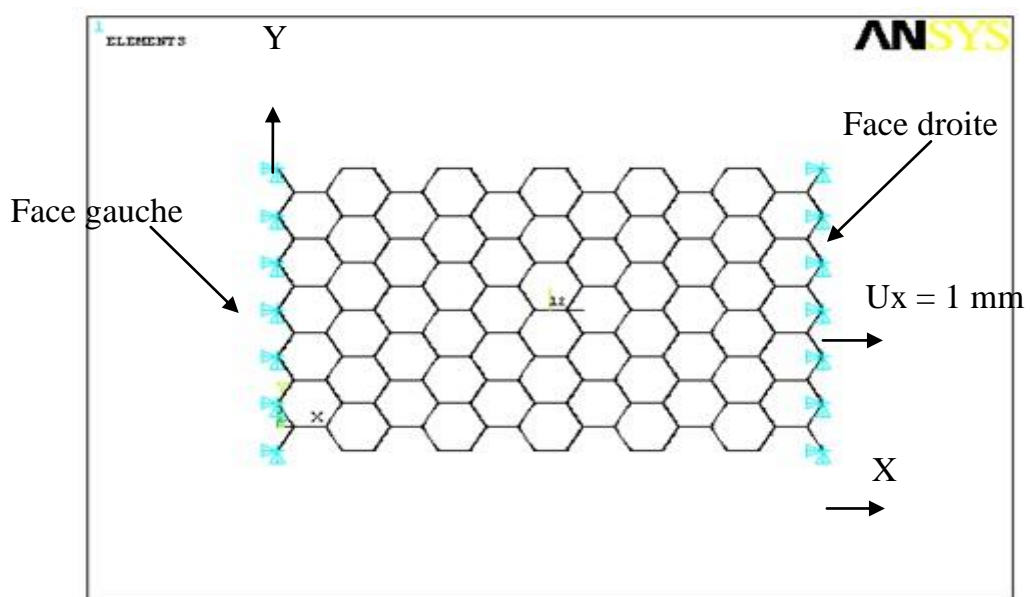


Figure II.8. Conditions aux limites pour une traction suivant la direction X.

Sous l'effet de la traction uniaxial, nous obtenons pour le V.E.R du nid d'abeille la déformée représentée par la figure II.9.

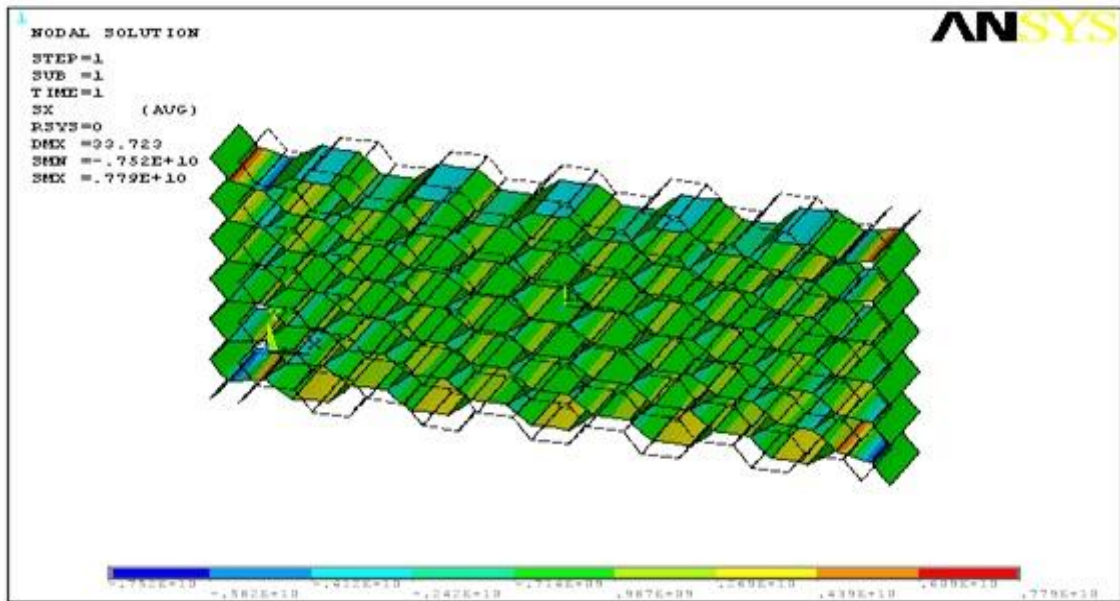


Figure II.9. Effet de traction suivant X.

**b) Module d'élasticité E2 - Déplacement imposé suivant la direction Y :**

Pour déterminer le module d'élasticité E2 on impose un déplacement de 1 mm sur les deux faces latérales (1/2 mm sur la face inférieur et 1/2 mm sur la face supérieure).

Les conditions aux limites restent inchangées par rapport à la simulation de traction suivant Y.

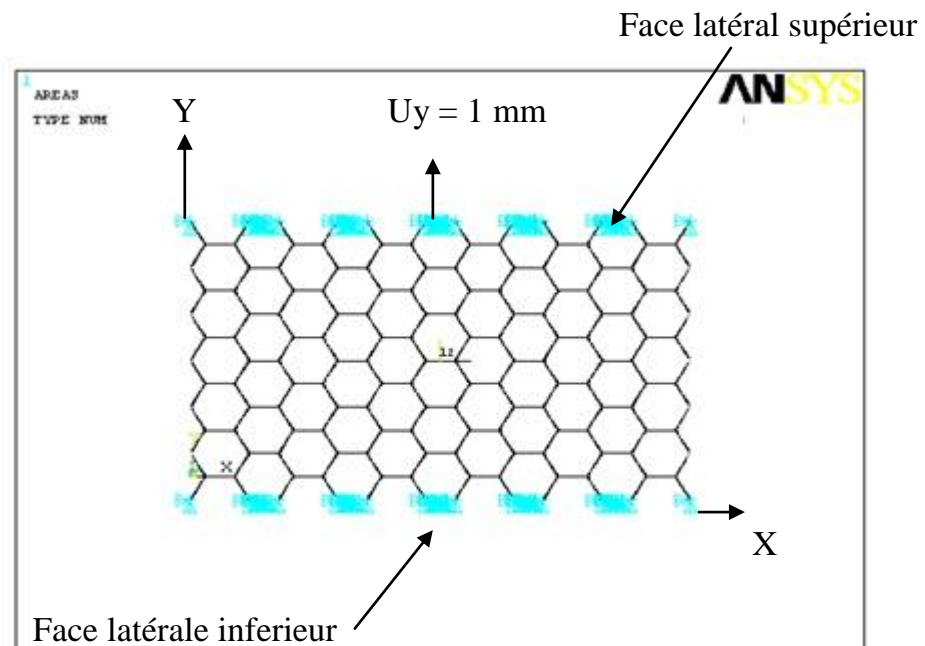


Figure II.10. Conditions aux limites pour une traction suivant la direction Y.



Sous l'effet de la traction uniaxiale, nous obtenons pour le V.E.R du nid d'abeille la déformée représentée par la figure II.11.

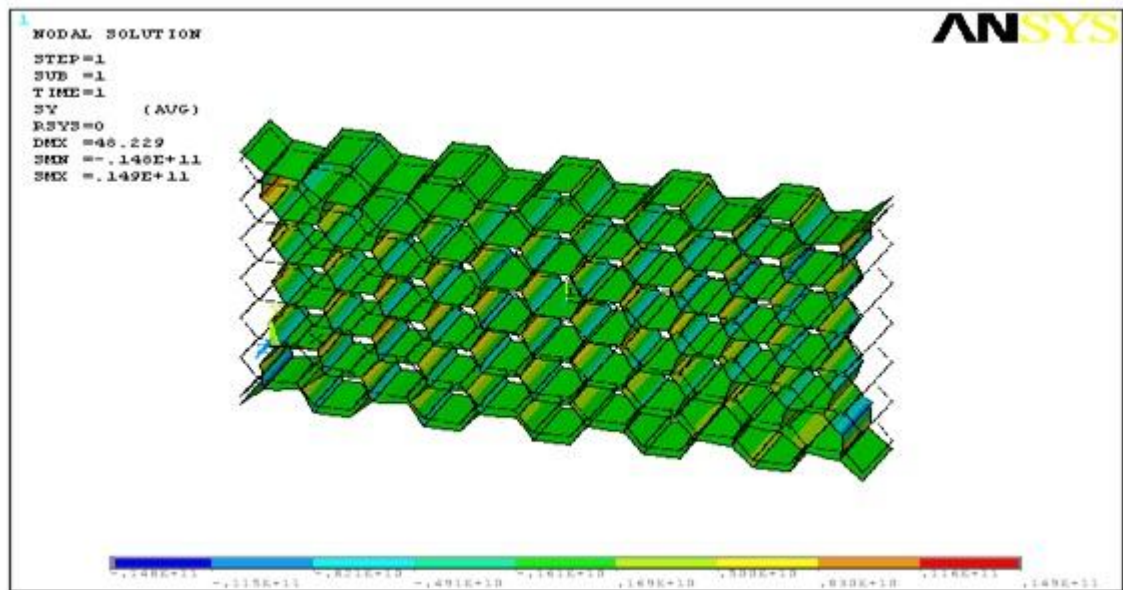


Figure II.11. Effet de traction suivant Y.

### c) Module d'élasticité E3- Déplacement imposé suivant la direction Z :

Un déplacement de 1 mm suivant l'axe Z est imposé sur les deux faces (1/2 mm sur la face supérieure et 1/2 mm sur la face inférieure).

Les conditions aux limites dans le cas de la traction suivant Z est :

Pour  $Z = L_z$ , on impose un déplacement suivant Z ( $U_z = 1$  mm) pour tous les nœuds allant de  $Y = 0$  à  $Y = L_y$  et de  $X = 0$  à  $X = L_x$ .

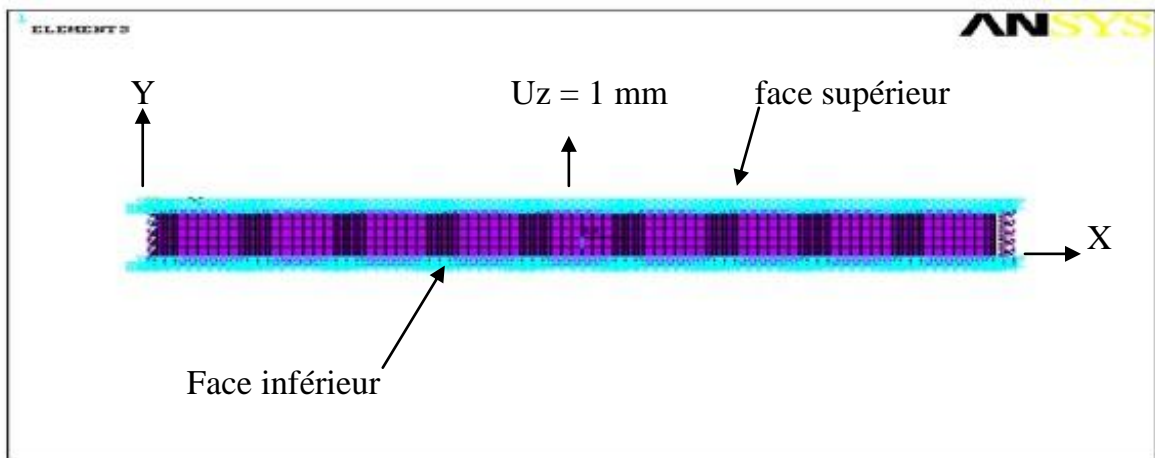


Figure II.12. Conditions aux limites pour une traction suivant la direction Z.

Sous l'effet de la traction uniaxiale, nous obtenons pour le V.E.R du nid d'abeille la déformée représentée par la figure II.13.

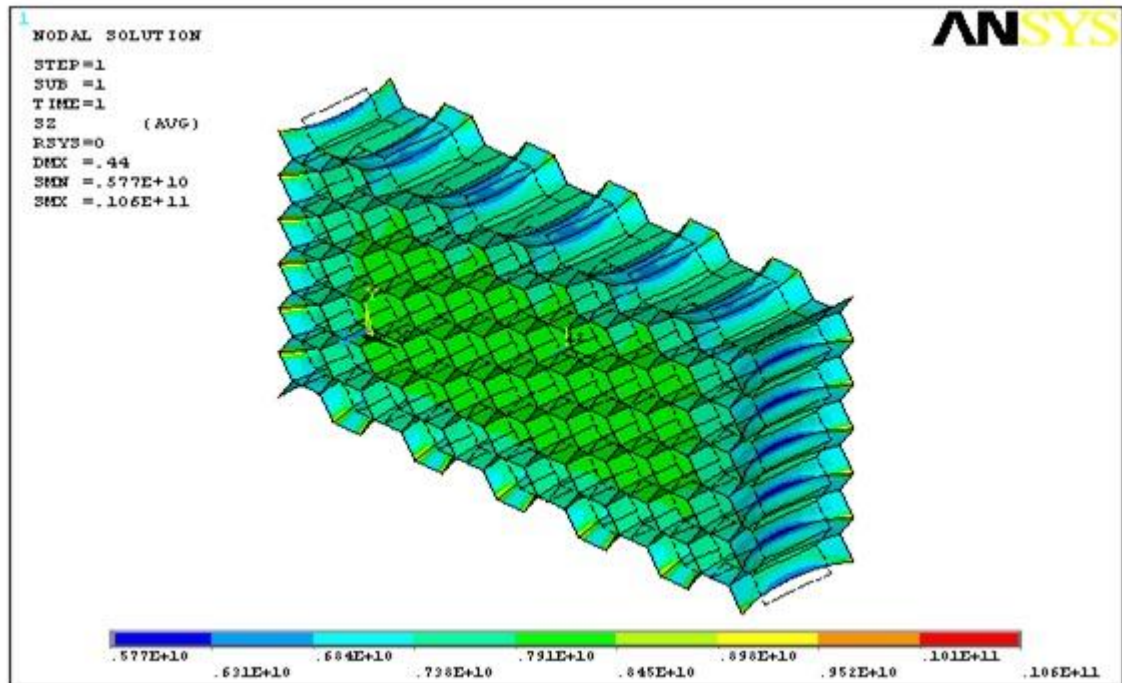


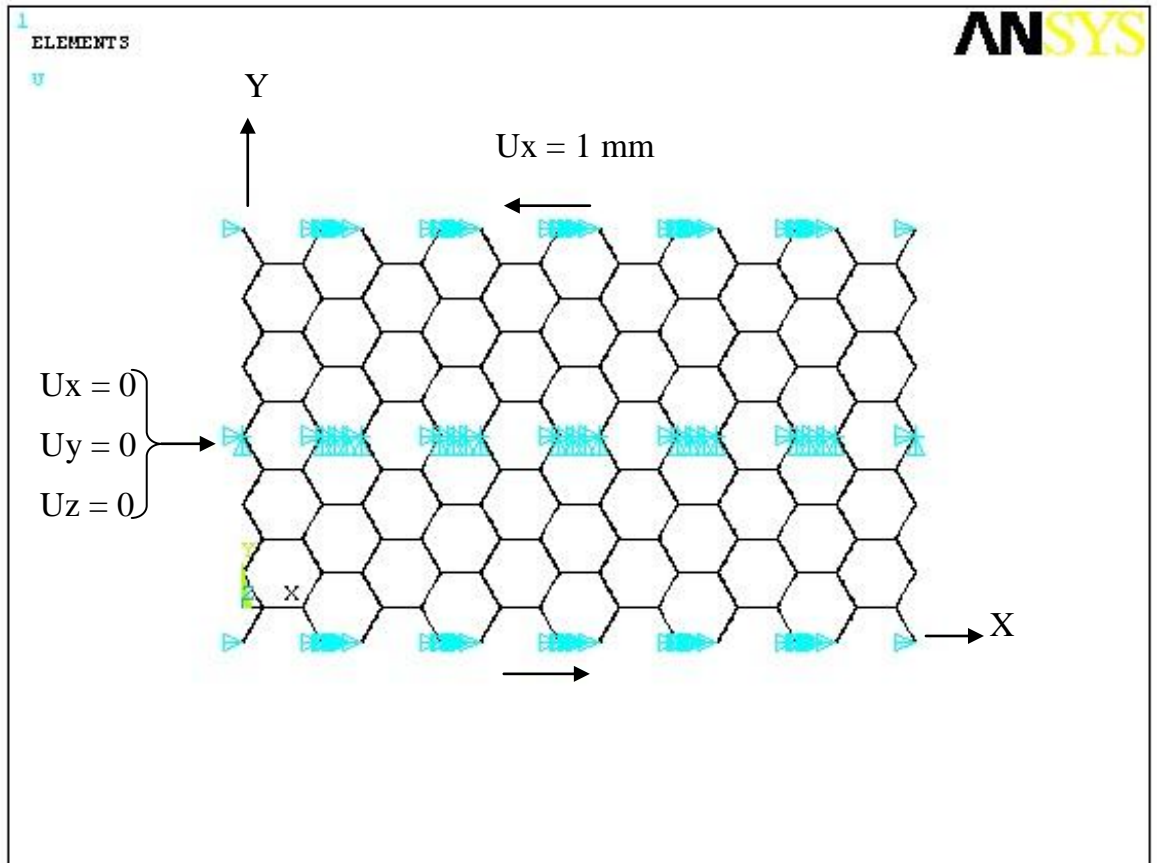
Figure II.13. Effet de traction suivant Z.

#### d) Modules de cisaillement G12- Déplacement imposé dans le plan XY :

La détermination des modules de cisaillement G12 est effectuée en imposant un déplacement dans un plan XY. La méthode de détermination des modules consiste à bloquer en translation la face médiane et à appliquer un déplacement sur les deux faces supérieur et inférieur.

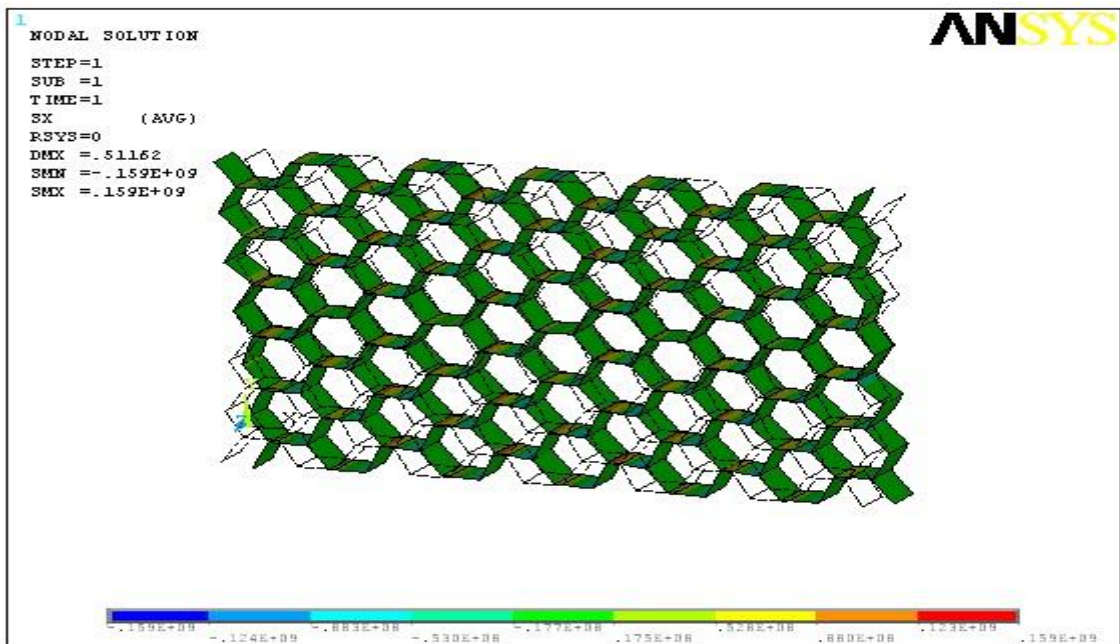
Pour déterminer G12, les conditions aux limites sont les suivantes (Fig. II.14)

- Pour  $X = 0$  à  $X=L_x$  et  $Z=0$  à  $Z=L_z$  on impose un déplacement de 1mm suivant la direction X ( $U_x = 1\text{mm}$ ).
- Pour  $X=0$  à  $X=L_x$ ,  $Z=0$  à  $Z=L_z$  et  $Y=L_y/2$  on bloque le déplacement suivant X, Y et Z ( $U_x = 0$ ,  $U_y = 0$ ,  $U_z = 0$ ).



**Figure II.14 Conditions aux limites pour la détermination du module de cisaillement  $G_{xy}$ .**

Sous l'effet de la traction uniaxiale, nous obtenons pour le V.E.R du nid d'abeille la déformée représentée par la figure II.15.



**Figure II.15. Effet de cisaillement dans le plan XY**

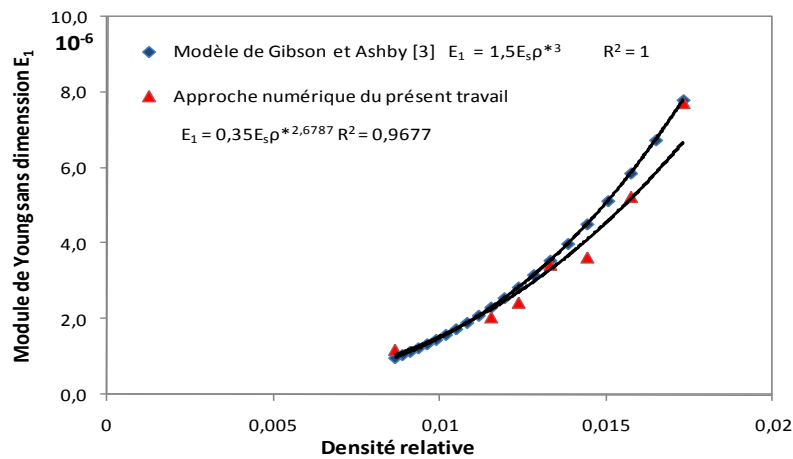
**II.6.5. Résultats et discussions :**

Les figures II.16, II.17 et II.18 représentent respectivement l'évolution des modules de Young sans dimension  $E_1$ ,  $E_2$ , et  $E_3$  en fonction de la densité relative ( $\rho^*$ ) par la méthode analytique de Gibson et Ashby, comparé à ceux obtenus par l'approche numérique du présent travail. Les résultats obtenus par ANSYS 11 montrent une bonne concordance avec les résultats analytiques. L'évolution des modules de Young  $E_1$ ,  $E_2$ , en fonction de la densité relative est du type puissance alors que celle de  $E_3$  est de type linéaire. Les évolutions des modules  $E_1$ ,  $E_2$ , et  $E_3$  pour les cellules régulières peuvent être déterminées par les formules:

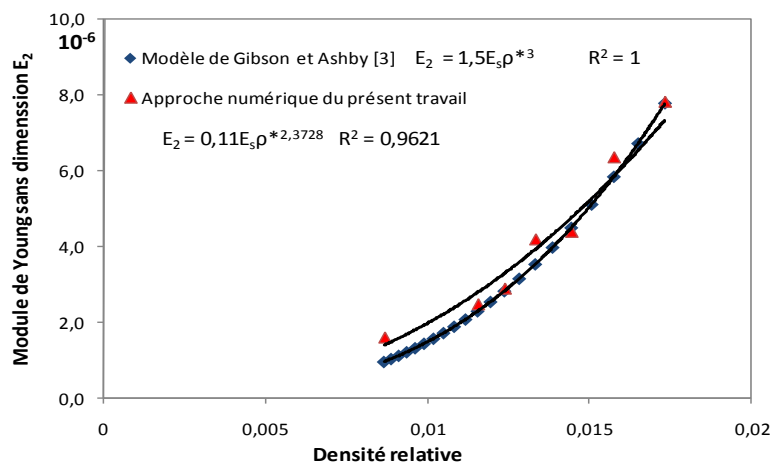
$$E_1 = E_2 = 1.5 E_s \rho^{*3} \tag{41}$$

$$E_3 = E_s \rho^{*1} \tag{42}$$

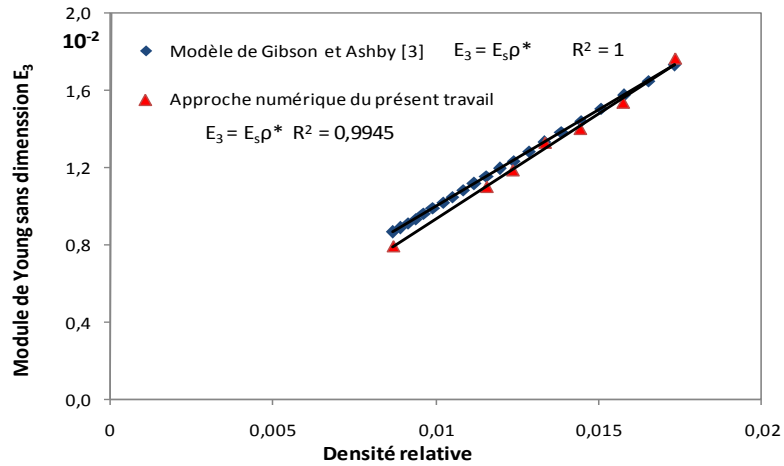
Où 
$$\rho^* = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{t}{l}\right) \tag{43}$$



**Figure II.16. Évolution du module de Young  $E_1$  en fonction de la densité relative.**



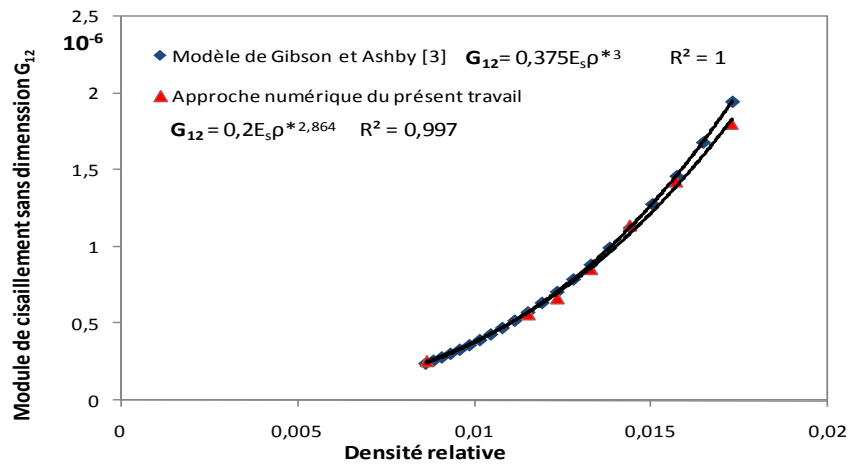
**Figure II.17. Évolution du module de Young  $E_2$  en fonction de la densité relative.**



**Figure II.18. Évolution du module de Young  $E_3$  en fonction de la densité relative.**

L'évolution du module de cisaillement  $G_{12}$  en fonction de la densité relative est représentée dans la figure II.19. Les résultats de l'approche numérique obtenus par le code de calcul des structures ANSYS 11 montrent une bonne concordance avec la modélisation analytique. L'évolution de module de cisaillement  $G_{12}$  pour les cellules régulières sans dimension s'effectue selon la formule:

$$G_{12} = 0.375 E_s \rho^{*3} \tag{44}$$



**Figure II.19. Évolution du module de cisaillement  $G_{12}$  en fonction de la densité relative.**

**II.7. Conclusion :**

On a vu dans ce chapitre la méthode de calcul analytique du déférant modules tel que les modules d'élasticité et de cisaillements. On a vu aussi que Les résultats obtenus par ANSYS 11 montrent une bonne concordance avec les résultats analytique.

**CONCLUSION**

### Conclusion Générale :

La connaissance des caractéristiques mécaniques est la première étape dans la compréhension des Matériaux Cellulaires Solides. Les formulations analytiques sur l'homogénéisation ont permis de déterminer les matrices de rigidité tridimensionnelle du nid d'abeille en aluminium.

Cette étude a permis de montrer que malgré les difficultés que pose le nid d'abeille et le composite, on arrive à déterminer son comportement en utilisant les modélisations analytiques pour le composite, analytiques et numériques pour le nid d'abeille.

La comparaison des résultats de modèle analytique (Gibson et Ashby) avec ceux obtenus par simulation numérique a permis de mieux cerner les valeurs des modules élastiques.

On peut constater pour les modules d'élasticité  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  que Les résultats obtenus par *ANSYS II* montrent une bonne concordance avec les résultats analytique, sachant que L'évolution des modules de Young  $E_1$ ,  $E_2$ , en fonction de la densité relative est du type puissance alors que celle de  $E_3$  et de type linéaire..

Pour ce qui concerne le module de cisaillement  $G_{12}$ , Les résultats de l'approche numérique obtenus par le code de calcul des structures *ANSYS II* montrent une bonne concordance avec la modélisation analytique.



**REFERENCE**

**BIBLIOGRAPH**

### Références bibliographiques :

- [1] **Sanjay.k.Mazumdar** (P.H.D). Composites Manufacturing. 2002.
- [2] **Samir Gherab**. Structure des matériaux composites. Mémoire de Magistère De L'université de Constantine.
- [3] **Berthelot .j.M** .Matériaux Composites Comportement mécanique et analyse des structures.3<sup>ème</sup> édition. Paris Milann Barcelone. 1992.
- [4] **William, D. Callister**, Jr. Materials Science and Engineering An Introduction. Université d'UTHA. 2007.
- [5] **Kaskas, Saliha**. Etude de l'effet du cisaillement transverse sur le Comportement mécanique de poutre composite. Mémoire de Magistère de l'université de Constantine. 2010.
- [6] **Pongtorn, Prombut**. Caractérisation de la propagation de Délaminage Des stratifiées composites multidirectionnelle. Thèse de Doctorat de l'université de Toulouse III – Paul Sabatier. 2007.
- [7] **Jamal Edine, Arbaoui**. Etude Comparative et Caractérisation Mécanique Des Structure Sandwiches Multicouches. Mémoire de Doctorat de l'université de PAUL VERLAINE – METZ. 2009.
- [8] **Kalamkarov A. L.**, "Composite and reinforced elements of construction". New Work, NY: John Wiley & Sons, 1992.
- [9] **Parton V. Z, Kudryavtsev B. A.**, "Engineering mechanics of composite structures". Boca Raton, FL: CRC Press, 1993.
- [10] **Gibson L. J, Ashby M. F**, "Cellular Solids: Structure and Properties", Pergamon, Oxford 1988.
- [11] **Abd El-Sayed F. K**, Phd thesis, Universty of Sheffied,1976.
- [12] **Kelsey S, Gellatly R. A, Clark B. W**, Aircraft engng, pp. 294-302, 1958.
- [13] **Chamis C. C, Aiello R. A, Murthy L. N.**, Journal of thechnology & research, vol. 10, pp. 93-99, 1988.

[14] **Albachi L.**, “Modélisation numérique et expérimentale du comportement des matériaux sandwichs appliqué à l’aéronautique”, Thèse de l’ENI de Tarbes, 2002.

[15] **Allen H. G.**, ”Analysis and design of structural sandwich panels,” Pergamon Press, London, U.K. 1961.

[16] Sandwich concept, “DIAB sandwich handbook” Available from, [http://:www.diabgroup.com](http://www.diabgroup.com)

# ANNEXE

---

## Présentation de code de calcul « ANSYS 11 » :

ANSYS 11 est un code de calcul par la méthode des éléments finis d'usage général dédié à la résolution numérique d'une large variété de problèmes physique en général et de mécanique en particulier. Ces problèmes portent notamment: analyse structurale en statique et en dynamique (linéaire et non linéaire), transfert de chaleur, dynamique des fluides, acoustique, électromagnétique.

ANSYS 11 a été développé à Canonsburg en Pennsylvanie. Ce code est l'un des plus grands développeurs et fournisseur de logiciels de simulation numérique.

De façon générale, une résolution par éléments finis comporte trois étapes :

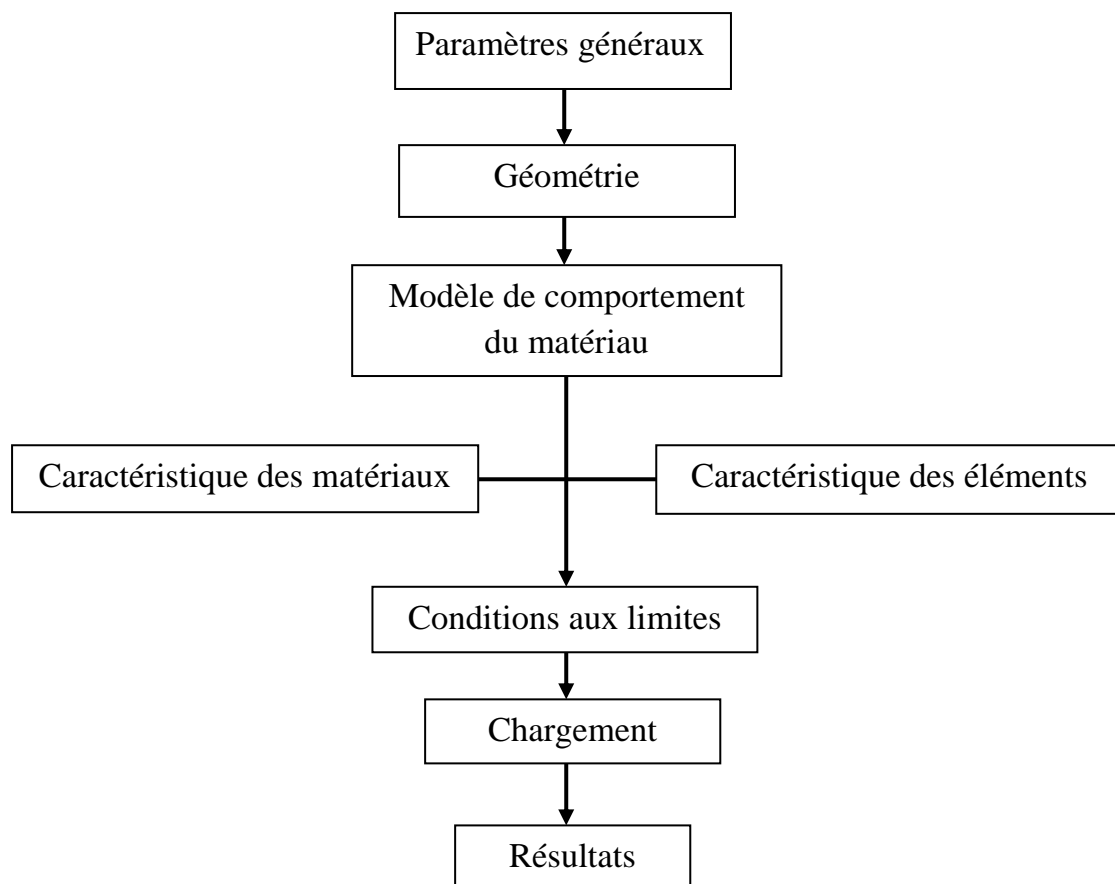
1. Préparation des données ou Pré-processing: définir le problème; les étapes majeurs sont données ci-dessous:
  - définition des points clés (keypoints) /lignes/surfaces/volumes ;
  - définir le type d'élément fini, ses propriétés géométriques et les propriétés physiques des matériaux; maillage des lignes /surfaces/volume si cela requis.

Les données nécessaires dépendent évidemment de la de la dimension du problème. (i.e.1D, 2D, axisymétrique, 3D).

2. Traitement ou Processing: assigner les charges, contraintes (conditions aux limites) et résolution; on spécifie notamment la nature des charges (localisées et/ou distribuées), contraintes ou conditions aux limites (translation et rotation) et, finalement, on résout le système d'équations.

3. Post-processing: analyse et visualisation des résultats; lors de cette étape, on peut examiner: la liste des déplacements nodaux ; les forces et des moments au niveau des éléments; tracé des Déformées.

L'organigramme de code d'éléments finis est décrit sur la figure.1.



**Figure. 1. Etapes à suivre pour la programmation.**

## **Résumé :**

L'objectif de cette mémoire est étudié le comportement mécanique des Matériaux Cellulaires Solides (nid d'abeille). Dans premier temps nous avons déterminé les paramètres élastiques de la cellule hexagonale par le modèle analytique de Gibson et Ashby. Dans la deuxième partie du mémoire une approche numérique a été effectuée sur un volume élémentaire représentatif de 60 cellules on utilisant le code de calcul des structures ANSYS v11.0. Les résultats obtenus montrent une bonne concordance le modèle proposé par Gibson et Ashby.

**Mots clés :** ANSYS 11.0, modèle Gibson et Ashby, V.E.R 60 cellules

## **ملخص:**

هدف هذه المذكرة هو دراسة خصائص و نموذج المواد صلبة الخلوية المستعملة في الواح سندويش ( خلية النحل ) و التي اجريت عليها تجارب في مخبر جامعة قاصدي مرباح ورقلة .  
اولا قمنا بتعريف ألواح سندويش وبنيتها و خصائصها الميكانيكية ثم قمنا بي نموذج تحليلي (نموذج Gibson et Ashby) كما أخذنا عنصر حجمي ( 60 خلية ) و ثم تطبيق محاكاة رقمية ( الجر و القص ) على برنامج ANSYS 11 من أجل استخراج الخصائص الميكانيكية .

**كلمات مفتاحية :** نموذج Gibson et Ashby، ANSYS 11

## **Résumé :**

L'objectif de cette mémoire est étudié le comportement mécanique des Matériaux Cellulaires Solides (nid d'abeille). Dans premier temps nous avons déterminé les paramètres élastiques de la cellule hexagonale par le modèle analytique de Gibson et Ashby. Dans la deuxième partie du mémoire une approche numérique a été effectuée sur un volume élémentaire représentatif de 60 cellules on utilisant le code de calcul des structures ANSYS v11.0. Les résultats obtenus montrent une bonne concordance le modèle proposé par Gibson et Ashby.

**Mots clés :** ANSYS 11.0, modèle Gibson et Ashby, V.E.R 60 cellules

## **ملخص:**

هدف هذه المذكرة هو دراسة خصائص و نموذج المواد صلبة الخلية المستعملة في الواح سندويش ( خلية النحل ) و التي اجريت عليها تجارب في مخبر جامعة قاصدي مرباح ورقلة .  
اولا قمنا بتعريف ألواح سندويش وبنيتها و خصائصها الميكانيكية ثم قمنا بي نموذج تحليلي (نموذج Gibson et Ashby) كما أخذنا عنصر حجمي ( 60 خلية ) و ثم تطبيق محاكاة رقمية ( الجر و القص ) على برنامج ANSYS 11 من أجل استخراج الخصائص الميكانيكية .

**كلمات مفتاحية :** نموذج Gibson et Ashby، ANSYS 11