

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



Université KASDI Merbah Ouargla
Faculté Des sciences appliquées
Département de Génie Mécanique



Mémoire

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de Master en Génie Mécanique

OPTION

Energétique

PAR

OUBICHE Ayoub
BENKERANE Oualid

THEME

**Simulation d'un système de climatisation
d'une automobile avec le logiciel
COMSOL multiphysics**

Soutenu le :08 / 06 / 2015

Devant le jury :

| | | | |
|----------------------------|--------------------------|-----------------|-------------------|
| <u>Président :</u> | CHERRAD Nouredine | M. A.(A) | U. Ouargla |
| <u>Rapporteur :</u> | KOURAS Sid-Ali | M. A.(A) | U. Ouargla |
| <u>Examineurs :</u> | ACHOURI Elhadj | M.A. (A) | U. Ouargla |
| | | | |

Remerciements

Nos remerciements s'adressent tout d'abord au Dieu tout puissant de nous avoir donné tous ce que nous possédons et de guider nos pas vers le chemin du savoir.

Nous tenons à exprimer notre haute gratitude, nos profonds respects et nos sincères remerciements et reconnaissances d'abord à Monsieur KOURAS Sid-Ali maître assistant classe (A) au Département de génie mécanique, Université KASDI Merbah Ouergla, qui nous a guidé avec une grande patience tout au long de l'élaboration de ce travail.

Nous adressons nos chaleureux remerciements à Monsieur N .CHERRAD Maître assistant classe (A) au Département de génie mécanique, Université KASDI Merbah Ouergla, pour avoir accepté de présider le Jury de ce mémoire.

Nos sincères remerciements sont adressés à Monsieur ACHOURI Maître de assistant au Département de mécanique, Université KASDI MERBAH Ouergla, qui nous a fait l'honneur de s'intéresser à ce travail.

Nous remerciant encore une fois l'ensemble des professeurs qui ont de prés ou de loin contribuer a notre formation ainsi que l'ensemble du corps administratif.

Dédicace

Je dédie ce modeste travail

A mes très chers parents

Je trouve ici l'occasion de leur exprimer ma gratitude la plus

sincère

A mes frères Oussama et Djaber

A mes sœurs Soussen et Djouhayna

A mon encadreur S. Kourass

A l'ensemble des enseignants

A tous mes collègues et amis

A tous ceux qui me sont chers

Dédicace

Je dédie ce modeste travail encor une fois

A la mémoire de mon Père

En espérant de la où il est il peut être fière

Je voulais juste te dire mon cher Papa que

" Rani Jeltha "

Table des matières

| | |
|----------------------------|---|
| Introduction générale..... | 2 |
|----------------------------|---|

Chapitre I : GENERALITE SUR LA CLIMATISATION PHENOMENES D'ECOULEMENTS / TRANSFERT DE CHALEUR

| | |
|--|----|
| I. INTRODUCTION | 5 |
| II. PARAMETRES INFLUENTS | 6 |
| 1. Sur la température dans l'habitable..... | 6 |
| 2. Sur la consommation du carburant..... | 6 |
| III. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT | 7 |
| IV. LE TRANSFERT DE CHALEUR..... | 10 |
| 1. Définitions..... | 10 |
| 2. Loi de fourier..... | 11 |
| 3 Formulation d'un probleme de transfert de chaleur..... | 11 |
| a) Bilan d'énergie..... | 11 |
| b) Expression des flux d'énergie..... | 12 |
| V. LES ECOULEMENTS..... | 15 |
| 1 Resistance de l'air..... | 16 |
| 2 Nombre de Re..... | 18 |
| 3. Equations de Navier-stokes | 18 |
| IV. CONCLUSION..... | 20 |

Chapitre II: LES METHODES DE RESOLUTION NUMERIQUES

| | |
|---|----|
| I. INTRODUCTION | 22 |
| II. EQUATION AUX DERIVEES PARTIELLES | 22 |
| 1. Position du problème..... | 22 |
| 2. Expression des dérivées partielles..... | 23 |
| 3. Equations a resoudre..... | 24 |
| 4. la construction de système d'équation..... | 25 |
| 5. L'assemblage..... | 26 |
| III. TYPES D'ELEMENTS ET GEOMETRIE DE REFERENCE | 28 |
| 1. Transformation geometrique..... | 29 |
| 2. Changement de variables | 30 |
| 3. Les éléments isoparametrique | 31 |

| | |
|---|----|
| 4.La prise en compte des conditions aux limites en déplacement..... | 34 |
| 5.La résolution du système d'équation..... | 35 |
| 6.Bilan | 39 |
| | |
| IV. LE LOGICIEL Comsol Multiphysics | 40 |
| 1. Introduction | 40 |
| 2. L'interface graphique (le navigateur de modèle) | 40 |
| 3. Modélisation à l'aide du Graphical User Interface | 42 |
| a). Variables et expressions..... | 43 |
| b). Constantes..... | 43 |
| c). Expression des Variables | 43 |
| d). Variable de Couplage..... | 43 |
| e). Bibliothèque des coefficients/ matériaux | 44 |
| 4. Introduction des propriétés des domaines et sous-domaine | 45 |
| 5. Introduction des conditions aux limites | 46 |
| 6.Création de maille ou maillage | 47 |
| 7. Résolution du problème | 48 |
| V. CONCLUSION | 49 |

Chapitre III:MODELISATION DU PHENOMENE DE CLIMATISATION DANS L'AUTOMOBILE

| | |
|--|----|
| I. INTRODUCTION | 51 |
| II.DEFINITION DU MODEL | 51 |
| III. MODELISATION NUMERIQUE..... | 56 |
| 1.Domaine d'équation | 58 |
| 2.Les types des conditions aux limites | 60 |
| a). Flux de chaleur..... | 61 |
| b). isolation ou de symetrie | 61 |
| c). Symetrie axiale..... | 62 |
| d). Temperature prescrite | 62 |
| e). Temperature zero fixe | 62 |
| f). couche mince thermiquement resistente..... | 62 |
| 3. Variables du mode d'application | 63 |
| 4. Mode de resolution..... | 64 |

| | |
|----------------------------|----|
| 5. Formulation en EDP..... | 65 |
| 6. Maillage | 65 |
| IV.RESULTAT | 66 |
| | |
| X. CONCLUSION | 69 |

IV :CONCLUSION GENERALE

| | |
|--------------------------|----|
| CONCLUSION GENERALE..... | 71 |
|--------------------------|----|

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

Avec l'augmentation de l'effet de serre et le réchauffement climatique de la planète, un dispositif est devenue du jour au lendemain primordial afin d'assurer le bien être dans les habitations, les endroits de travail et même pour les moyens de transports, ce système est évidemment : la climatisation. Bien entendu les différents systèmes d'isolations existe, mais ces derniers ne satisfaisaient pas le confort des gens, jusqu'à l'arrivée de la climatisation plus pratique.

D'abord, considérée comme un équipement de luxe dans les années 70 et 80, la climatisation automobile est devenue un critère important lors du choix du véhicule, c'est plus de confort thermique et surtout plus de sécurité. Elle est devenue aujourd'hui un équipement presque de série dans l'industrie de l'automobile. En effet, aux États-Unis et au Japon le taux d'équipement des véhicules neufs est supérieur à 90 %. En Europe, plus de 3 véhicules neufs sur quatre en sont équipés et ces taux ne cessent d'augmenter de même pour les pays d'Afrique du nord.

Le but de notre étude est de simuler le phénomène de transfère de chaleur et la circulation d'air lors de mise en marche du système de climatisation, d'établir un bilan thermique, de sélectionner le compresseur du circuit frigorifique, et de dimensionner le condenseur et l'évaporateur destinés à être montés sur un véhicule de type A.

En effet, le point le plus important de notre étude fut de traiter des équations différentielles non linéaires et couplées. Cela signifie qu'il est impossible de faire la résolution avec les méthodes habituelles comme par exemple les méthodes analytiques, c'est pourquoi nous avons dû envisager de transformer notre problème afin de pouvoir le résoudre par des méthodes numériques, nous nous sommes attaqués à ce nouveau problème, par la méthode des éléments finis, et la programmation avec l'outil de simulation (ComsolMultiphysics 4.4) qui fournit de multiples fonctions imbriquées, dont nous expliquerons l'intérêt par la suite.

Ce mémoire s'articulera autour de trois grands axes:

Le premier chapitre est un travail de recherche bibliographique portant sur, l'historique de la climatisation, son fonctionnement et ses différents organes. Les phénomènes de transfert de chaleur et phénomènes d'écoulements d'air. Les équations de ces modèles

serons exposer et traiter selon leurs applications ainsi que les conditions aux limites qui leurs sont associées. Nous avons présenté les termes de notre model et quelque supposition de fonctionnement du système, cela a nous a permis de faire simulation de l'évolution progressive de l'air conditionné dans l'enceinte de notre véhicule

Dans le deuxième chapitre nous avons étudié quelques méthodes et techniques de modélisation : méthodes analytiques, approximatives et les méthodes numériques telles que les méthodes des volumes finies, différences finies et des éléments finis. Nous avons ensuite présenté l'outil de simulation COMSOL Multiphysics utilisé dans notre travail pour la résolution de systèmes d'équations non linéaires et couplées, en particulier le système d'équations de transfert de la chaleur couplé aux équations d'écoulement de Navier-Stokes.

Le troisième chapitre présente la méthodologie de développement de notre modèle numérique afin d'étudier et de modéliser la variation de la température et la nature des écoulements d'air a l'intérieur de notre automobile en 2D et un essai en 3D, l'interaction avec l'extérieur. Les résultats de modélisation seront présentés et interprétés dans ce chapitre.

Nous terminerons notre travail par une conclusion générale et les perspectives éventuelles à la continuation de notre travail de recherche.

CHAPITRE I
GENERALITE SUR LA CLIMATISATION
PHENOMENES D'ECOULEMENT / TRANSFERT DE
CHALEUR

I. Introduction

La climatisation est la technique qui consiste à modifier, contrôler et réguler les conditions climatiques (température, humidité, niveau de poussières, etc.) d'un local pour des raisons de confort ou pour des raisons techniques.

Ainsi, la climatisation est aujourd'hui un équipement incontournable dans l'industrie automobile qui permet d'améliorer le confort thermique et la sécurité des passagers en maintenant dans l'habitacle du véhicule une température constante programmée, soit par un apport d'air froid ou d'air chaud, ou par un mixage des deux. Simultanément le degré d'humidité sera abaissé et permettra la diminution du bruit de roulage en évitant les poussières (roulage vitres fermées).

La mesure climatique cumulative comprend : la température, l'humidité et le mouvement de l'air, ainsi que les radiations thermiques.

En conclusion, la zone de « bien-être » exige :

- une température comprise entre 20°C et 25°C ;
- une hygrométrie de l'air comprise entre 30 et 70% ;
- une vitesse de circulation de l'air comprise entre 0,07 et 0,25 m/s ;
- une pureté de l'air par un renouvellement de celui de l'habitacle avec de l'air extérieur filtré.

La zone du confort est représentée dans le diagramme suivant (figure I.2) :

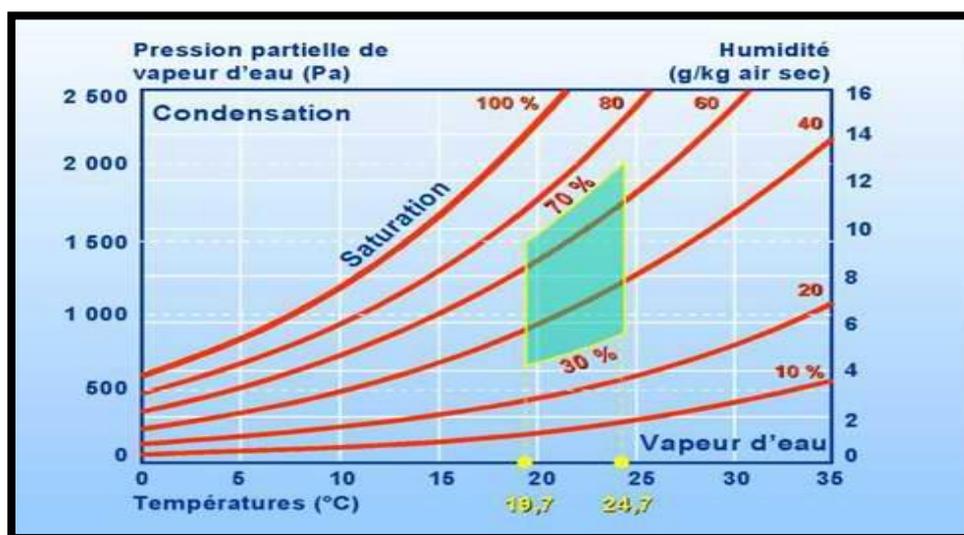


Figure I.1 Zone du confort thermique.

Nous avons comme paramètres influents sur notre système :

1. Sur la température dans l'habitacle

- les conditions climatiques (été, hiver) ;
- Le nombre de passagers ;
- Les parois (vitrages, tôles) ;
- volume de l'habitacle ;
- la forme du véhicule ;
- couleurs de carrosserie (noire plus chaude, blanche plus froide).

2. Sur la consommation du carburant

Quand elle fonctionne, la climatisation augmente la consommation du carburant. Si le réglage de la climatisation est à 20°C alors que la température extérieure est de 25°C, vous consommez :

- en ville, 20% en moyenne d'essence ou de gasoil consommés en plus.
- sur route et autoroute, la surconsommation moyenne est d'environ 6%.



Figure I.2 Consommation des véhicules en litre pour 100Km

Par ailleurs, il est important de noter que plus la température extérieure est élevée plus la surconsommation est importante. De même que, plus le réglage de la température de l'habitacle est faible.

La fonction désembuage utilisée par temps humide, qui met en action la climatisation, engendre également une surconsommation.

II. Principe de fonctionnement

Un système de climatisation est composé essentiellement de 4 organes principaux : compresseur, condenseur, détendeur et évaporateur.

- ❖ Le compresseur rotatif entraîné par un jeu de poulies, courroie, comprime un fluide caloporteur. La poulie du compresseur est munie d'un embrayage permettant la mise à l'arrêt du compresseur.
- ❖ Le fluide passe après compression dans un radiateur situé dans le compartiment moteur afin d'en évacuer le maximum de calories. Le radiateur est muni d'un ventilateur permettant le forçage d'un courant d'air, augmentant ainsi le rendement de l'échangeur (condenseur).
- ❖ Le fluide comprimé et refroidi passe dans l'habitacle, direction un détendeur qui donne directement dans l'évaporateur, le fluide se vaporise alors en absorbant des calories. L'air externe ou interne, propulsé par un ventilateur en passant au travers de ce radiateur transmet ses calories au fluide caloporteur, qui retourne au compresseur.

La climatisation a pour principale fonction de maintenir dans l'habitacle du véhicule une température moyenne dans deux cas :

- **Basses températures:** Lorsque les températures sont basses à l'extérieur, la solution est assez simple ; une source de chaleur est intégrée à la grande majorité des véhicules automobiles : le moteur thermique fournit beaucoup plus de chaleur qu'il n'en faut généralement. Il suffit de récupérer cette dernière dans un radiateur, qui va réchauffer l'air entrant dans l'habitacle. Le flux d'air entrant peut être engendré par un ventilateur lorsque le véhicule ne se déplace pas ou roule trop lentement pour créer ce courant d'air.
- **Hautes températures:** Lors de fortes chaleurs et de circulation sous le soleil, un système de rafraîchissement de l'air intérieur peut se révéler un confort non négligeable, surtout pour les longs parcours. Une pompe à chaleur actionnée par le moteur absorbe les calories excédentaires, de l'air entrant ou de l'air intérieur (position recyclage).

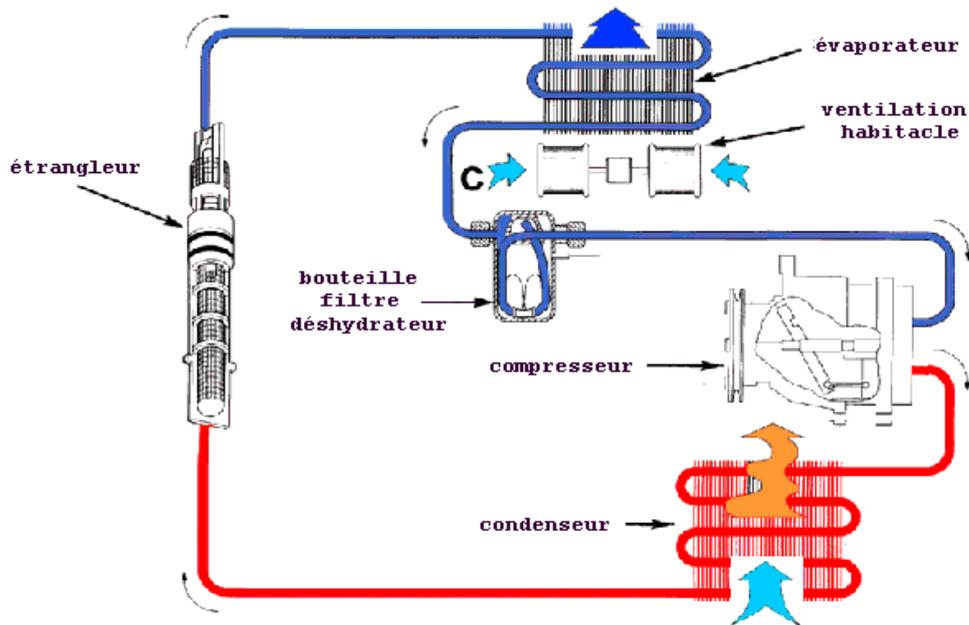


Figure I.3 Schéma de principe d'un circuit de climatisation

Les différents organes d'un climatiseur automobile

a. Le compresseur

Assure un débit de gaz frigorigère sous haute pression. Les compresseurs couramment utilisés sur les véhicules sont du type rotatif. Le moteur du véhicule assure l'entraînement par poulie et courroie.

b) Le condenseur

Change l'état physique du fluide frigorigère en permettant la condensation de la vapeur surchauffée et de refroidir le fluide pour faciliter son passage à l'état liquide. Le condenseur en Aluminium (pour le R134a) est placé en avant du radiateur.

En arrière se trouve le Groupe Moto-Ventilateur qui permet d'améliorer l'écoulement de l'air nécessaire à l'échange thermique. Le fluide frigorigère, venant du compresseur, pénètre dans le condenseur à l'état de vapeur à haute température et haute pression. En dirigeant l'air extérieur, soit par pénétration suite à la vitesse importante du véhicule, soit par circulation

forcée du GMV sur les ailettes du condenseur, un échange thermique se produit qui a pour effet de refroidir le fluide et d'amorcer la phase de liquéfaction.

c) **Déshydrateur**

Filtrer le fluide de ses impuretés et retenir l'humidité contenue dans le circuit. C'est une bouteille, placée entre le condenseur et la soupape de détente qui contient des filtres et un élément déshydrateur. Un voyant, pouvant se trouver à sa partie supérieure, permet de constater la bonne circulation du fluide. Le fluide frigorigène, (liquide) à haute pression, entre dans la bouteille et traverse le filtre dans lequel se déposent les particules diverses en suspension. En traversant les sels de silice, il se décharge de l'humidité qu'il contient.

d) **Détendeur (monobloc avec thermostat incorporé)**

Réduire la pression et, en fonction de sa température, contrôler le débit du fluide frigorigène. Cet élément se trouve implanté à l'entrée de l'évaporateur, raccordé sur les tuyauteries haute et basse pression. Le fluide frigorigène entre à l'état liquide sous haute pression. A sa sortie, le fluide est détendu à basse pression et engendre un début de vaporisation avec production de froid.

La sonde thermostatique, par l'intermédiaire de son gaz interne, réagit par rapport à la température du fluide en sortie de l'évaporateur, qui est fonction des apports calorifiques extérieurs et du débit du fluide.

e) **Évaporateur**

Refroidir et déshumidifier l'air qui pénètre dans l'habitacle du véhicule.

C'est un échangeur thermique placé dans le boîtier de climatisation logé dans la partie interne de la planche de bord. Une sonde, fixée proche des ailettes, informe le boîtier électronique de gestion de climatisation, de la température de l'air sortant de l'évaporateur.

Le fluide entre dans l'évaporateur à l'état de début de transformation liquide/vapeur à basse pression. L'air ambiant extérieur, qui pénètre dans l'habitacle en passant sur les ailettes de l'évaporateur perd une partie de ses calories, ce qui va permettre au fluide de se vaporiser. L'air est refroidi, le fluide sort de l'évaporateur à l'état gazeux sous faible pression.

L'air, en passant sur les ailettes refroidies, perd de son humidité qui va se transformer en givre par condensation. Cet air se trouve ainsi déshumidifié et en partie dépoussiéré (les poussières adhèrent au givre).

Lorsqu'un climatiseur d'un véhicule est mis en marche, un échange de température par phénomène de convection se produit entre l'air ambiant et l'air conditionné venant du system. Par conséquent, la détermination des coefficients de convection et de conduction est très importante. Il est, cependant, très difficile de les calculer, car ils sont affectés par les conditions a l'intérieur et l'extérieur (température, pression...) et donc, par conséquent, de la circulation de l'air ventilé.

Présentation des phénomènes physiques et leurs modèles ;

III. Le transfert de chaleur

1. Définitions

➤ Champ de température

Les transferts d'énergie sont déterminés à partir de l'évolution dans l'espace et dans le temps de la température : $T = f(x,y,z,t)$. La valeur instantanée de la température en tout point de l'espace est un scalaire appelé champ de température. Nous distinguerons deux cas :

- Champ de température indépendant du temps : le régime est dit permanent ou stationnaire.
- Evolution du champ de température avec le temps : le régime est dit variable ou transitoire.

➤ Gradient de température

Si l'on réunit tous les points de l'espace qui ont la même température, on obtient une surface dite surface isotherme. La variation de température par unité de longueur est maximale le long de la normale à la surface isotherme. Cette variation est caractérisée par le gradient de température :

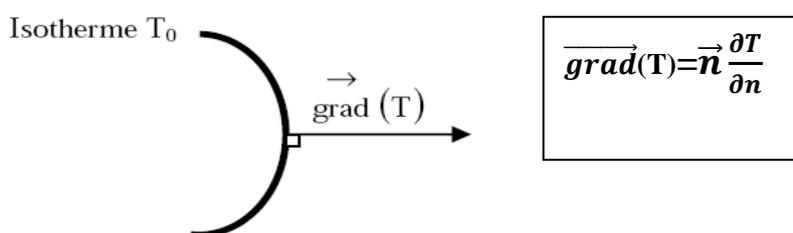


Figure I.4 : Isotherme et gradient thermique

Avec \vec{n} vecteur unitaire de la normale

$\frac{\partial T}{\partial n}$ dérivée de la température le long de la normale.

Flux de chaleur

La chaleur s'écoule sous l'influence d'un gradient de température des hautes vers les basses températures. La quantité de chaleur transmise par unité de temps et par unité d'aire de la surface isotherme est appelée densité de flux de chaleur :

$$\phi = \frac{1dQ}{S dt}$$

Où S est l'aire de la surface (m^2).

On appelle flux de chaleur la quantité de chaleur transmise sur la surface S par unité de temps :

$$\varphi = \frac{dQ}{dt}$$

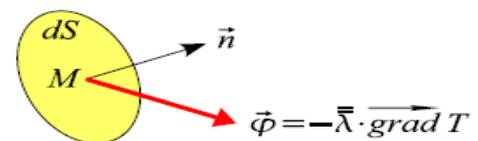
2. Loi de Fourier

Soit T (x, y, z; t) la température au point M de coordonnées (x, y, z) à l'instant t. Considérons en un point M un élément de surface dS infiniment petit.

Soit \vec{n} un vecteur unitaire et normal à dS.

La puissance thermique (quantité de chaleur par unité de temps) qui traverse dS dans le sens de \vec{n} est égale à (loi de Fourier) :

$$d\Phi = \vec{n} \cdot \left(-\bar{\lambda} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T \right) dS = \vec{n} \cdot \vec{\varphi} dS \quad (\text{I.4})$$



3. Formulation d'un problème de transfert de chaleur

a) Bilan d'énergie

Il faut tout d'abord définir un système (S) par ses limites dans l'espace et il faut ensuite établir l'inventaire des différents flux de chaleur qui influent sur l'état du système et qui peuvent être :

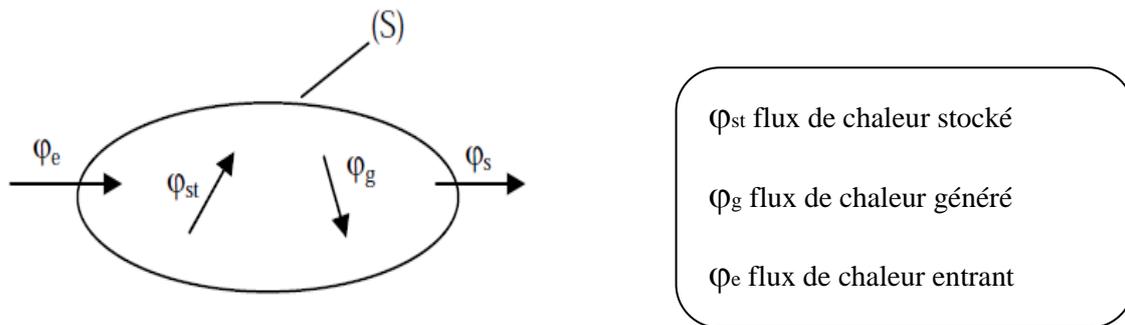


Figure I.5 : Système et bilan énergétique

On applique alors le 1er principe de la thermodynamique pour établir le bilan d'énergie du système (S) :

$$\varphi_e + \varphi_g = \varphi_s + \varphi_{st}$$

b) Expressions des flux d'énergie

Il faut ensuite établir les expressions des différents flux d'énergie. En reportant ces expressions dans le bilan d'énergie, on obtient l'équation différentielle dont la résolution permet de connaître l'évolution de la température en chaque point du système.

Conduction

C'est le transfert de chaleur au sein d'un milieu opaque, sans déplacement de matière, sous l'influence d'une différence de température. La propagation de la chaleur par conduction à l'intérieur d'un corps s'effectue selon deux mécanismes distincts : une transmission par les vibrations des atomes ou molécules et une transmission par les électrons libres.

La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier : la densité de flux est proportionnelle au gradient de température :

$$\vec{\varphi} = -\lambda S \overrightarrow{\text{grad}}(T)$$

Ou sous forme algébrique :

$$\varphi = -\lambda S \frac{\partial T}{\partial x}$$

Avec :

φ Flux de chaleur transmis par conduction (W)

λ Conductivité thermique du milieu (W m⁻¹°C⁻¹)

x Variable d'espace dans la direction du flux (m)

S Aire de la section de passage du flux de chaleur (m^2)

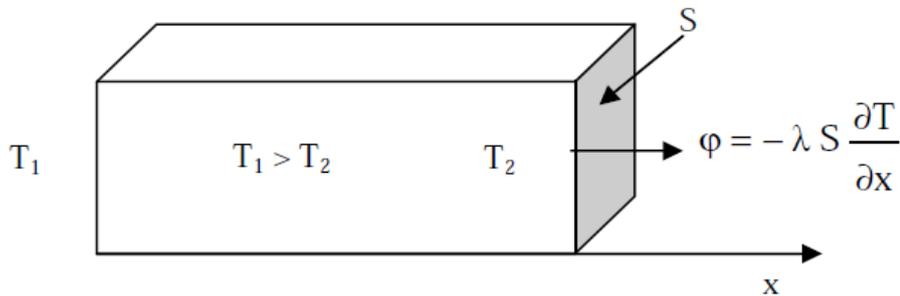


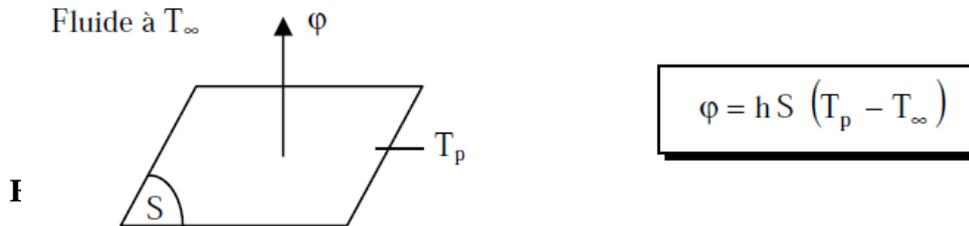
Figure I.6 : Schéma du transfert de chaleur conductif

On trouvera dans le tableau 1.1 les valeurs de la conductivité thermique λ de certains matériaux parmi les plus courants.

Convection

C'est le transfert de chaleur entre un solide et un fluide, l'énergie étant transmise par déplacement du fluide.

Ce mécanisme de transfert est régi par la loi de Newton :



I

Avec :

| | | |
|------------|--|---------------------------------------|
| φ | Flux de chaleur transmis par convection | (W) |
| h | Coefficient de transfert de chaleur par convection | (W m ⁻¹ °C ⁻¹) |
| T_p | Température de surface du solide | (°C) |
| T_∞ | Température du fluide loin de la surface du solide | (°C) |
| S | Aire de la surface de contact solide/fluide | (m ²) |

Remarque : La valeur du coefficient de transfert de chaleur par convection h est fonction de la nature du fluide, de sa température, de sa vitesse et des caractéristiques géométriques de la surface de contact solide/fluide.

Rayonnement

C'est un transfert d'énergie électromagnétique entre deux surfaces (même dans le vide). Dans les problèmes de conduction, on prend en compte le rayonnement entre un solide et le milieu environnant et dans ce cas nous avons la relation :

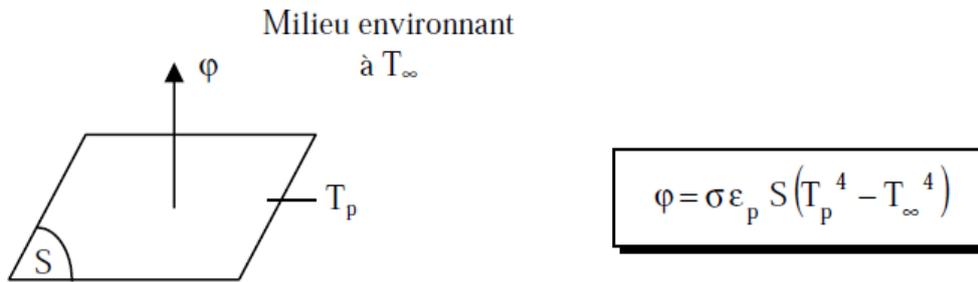


Figure 1.8 : Schéma du transfert de chaleur radiatif

Avec :

| | | |
|-----------------|--|---|
| φ | Flux de chaleur transmis par convection | (W) |
| σ | Constante de Stefan | $(5,67.10^{-8} \text{W m}^{-2}\text{K}^{-4})$ |
| ε_p | Facteur d'émission de la surface | |
| T_p | Température de surface du solide | (K) |
| T_∞ | Température du fluide loin de la surface du solide | (K) |
| S | Aire de la surface de contact solide/fluide | (m ²) |

Flux de chaleur lié à un débit massique

Lorsqu'un débit massique \dot{m} de matière entre dans le système à la température T_1 et en ressort à la température T_2 , on doit considérer dans le bilan (1.5) un flux de chaleur entrant correspondant :

$$\varphi_e = \dot{m} c_p (T_1 - T_2)$$

Avec :

| | |
|-------------|---|
| φ_e | Flux de chaleur entrant dans le système (W) |
| \dot{m} | Débit massique (kg.s ⁻¹) |
| c | Chaleur spécifique (J.kg ⁻¹ .k ⁻¹) |
| T_1, T_2 | Températures d'entrée et de sortie (K) |

Génération d'énergie

Elle intervient lorsqu'une autre forme d'énergie (chimique, électrique, mécanique, nucléaire) est convertie en énergie thermique. On peut l'écrire sous la forme :

$$\varphi_g = \dot{q} V$$

Avec :

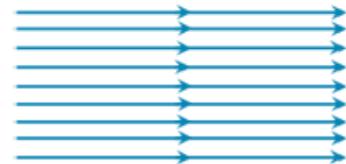
- φ_g Flux d'énergie thermique générée (W)
- \dot{q} Densité volumique d'énergie générée (W. m⁻³)
- V Volume (m³)

IV. Les écoulements :

On appelle Ecoulement le déplacement de l'air par rapport à un objet. On distingue trois grands types d'écoulement.

Écoulement laminaire :

Les particules d'air glissent parfaitement les unes sur les autres sans échanges de particules entre elles. Elles suivent un mouvement rectiligne et parallèle.



Écoulement turbulent :

Les particules d'air ont des trajectoires quasiment parallèles entre elles, mais qui ne sont plus rectilignes, tout en se déplaçant globalement dans le même sens à la même vitesse.



Écoulement tourbillonnaire

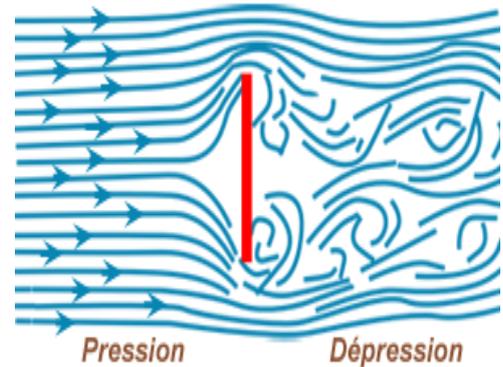
L'écoulement est très désordonné, les particules se mélangent et ne suivent ni une trajectoire rectiligne ni parallèle, et certaines particules peuvent remonter le courant et former ainsi des tourbillons.



1. Résistance de l'air

Chaque corps en mouvement dans l'air est soumis de la part de celui-ci à une résistance qui tend à s'opposer à ce mouvement. Cette résistance a son origine dans les propriétés de l'air, mais dépend aussi des caractéristiques du corps concerné (surface, forme....).

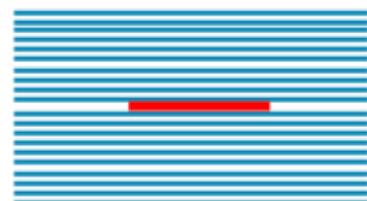
Les forces de pression dépendent de la forme du corps et la disposition que celui-ci occupe par rapport à la direction de la vitesse relative du flux d'air. Les forces de frottement, dues à la viscosité de l'air, ont un effet directement en rapport avec l'étendue de la surface du corps et aussi avec l'état de cette surface. En plaçant une plaque plane perpendiculairement au flux d'air, nous constatons que l'air exerce une forte pression à l'avant, tandis qu'à l'arrière se forme une dépression.



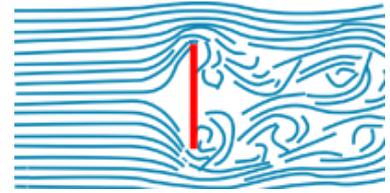
Facteurs influençant la résistance de l'air

- Aire** : si on double l'aire de la plaque plane, la force mesurée par le dynamomètre double également : La résistance de l'air est proportionnelle à l'aire.
- Vitesse** : En augmentant la vitesse de l'écoulement, la force exercée par l'air augmente elle aussi : La résistance de l'air est proportionnelle au carré de la vitesse
- Masse volumique** : La densité de l'air diminue avec l'altitude, la résistance de l'air va diminuer également. On en déduit donc : La résistance de l'air est proportionnelle à la masse volumique de l'air.
- Forme du corps** : En installant un appareil (dynamomètre) relié à la plaque, on peut mesurer cette force exercée par l'air et quels sont les facteurs qui vont la faire.

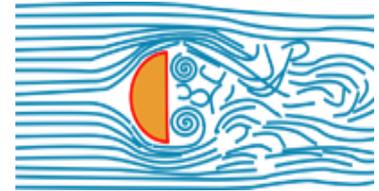
Écoulement de l'air sur un disque plat de faible épaisseur disposé parallèlement aux filets d'air est le siège d'une résistance minimale due simplement au frottement de l'air sur les deux parois de la plaque. Résistance quasi nulle



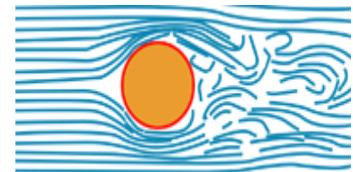
En mettant un disque plat perpendiculaire au flux d'air d'une soufflerie, nous constatons que l'écoulement de l'air peine à contourner l'obstacle et qu'il se forme une surpression à l'avant et une dépression à l'arrière avec effet tourbillonnaire. Résistance 100 %



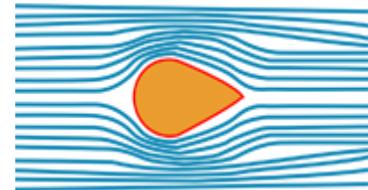
En ajoutant une demi-sphère à l'avant du disque nous constatons que l'air contourne mieux l'objet, la surpression diminue mais il subsiste toujours une dépression et une zone tourbillonnaire à l'arrière. Résistance 75 %



Si on complète cette demi-sphère pour former une sphère complète, l'écoulement est amélioré, le zone tourbillonnaire arrière est réduite, mais pas complètement résorbée. Résistance 50 %

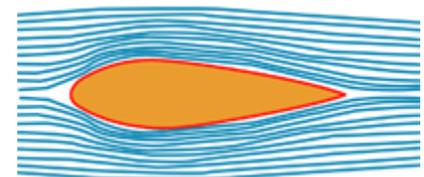


En étirant la partie arrière de la sphère pour obtenir sensiblement la forme d'un oeuf, on constate que les filets d'air se rejoignent à l'arrière sans créer de tourbillons. On obtient ainsi un corps fuselé.



Résistance 15 %

Un corps fuselé "pointu" à l'arrière (bord de fuite), crée une circulation. Théorie de la circulation ou de Kutta&Jukowski Résistance 5 %.



Expression de la résistance de l'air

La résistance de l'air est proportionnelle à la surface présentée perpendiculairement à l'écoulement, au carré de la vitesse de l'écoulement, à la masse volumique de l'air et à la forme du corps. Nous pouvons donc écrire que :

$$R = K \cdot \rho \cdot V^2 S \quad \text{avec :}$$

- **R** résistance de l'air exprimée en Newton
- **K** coefficient qui tient compte de la forme du corps et de son état de surface
- **ρ** masse volumique de l'air exprimée en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- **V** vitesse exprimée en ms^{-1}
- **S** aire exprimée en m^2

2. Nombre de Reynolds

Nombre sans dimension caractéristique de la nature de l'écoulement d'un fluide (1883). Ce nombre est le rapport entre les forces d'inertie des molécules du fluide, et les forces de viscosité de ce fluide. La valeur de \mathfrak{Re} dépend des dimensions du corps (longueur ou corde), de la vitesse de déplacement (\mathbf{V}) et de la viscosité cinématique du fluide (\mathbf{v}). L'intérêt initial de ce nombre est de pouvoir comparer l'écoulement d'un fluide à l'intérieur d'une canalisation ou autour d'un obstacle solide.

\mathfrak{Re} est généralement très faible dans les milieux denses et visqueux, et plus élevé dans les milieux fluides et peu denses. En aéronautique, \mathfrak{Re} est généralement exprimé en millions (10^6).

$$\mathfrak{Re} = \frac{V \cdot l}{\nu} = \frac{\rho V \cdot l}{\mu}$$

\mathbf{V} = vitesse du point considéré en m/s

\mathbf{l} = abscisse du point considéré en m

\mathbf{v} = viscosité cinématique.

avec: $\mathbf{v} = \mu / \rho$ en m^2/s .

ρ masse volumique du fluide.

μ viscosité dynamique du fluide.

3. Equations de Navier-Stokes

En mécanique des fluides, les équations de Navier-Stokes sont des équations aux dérivées partielles non linéaires qui sont censées décrire le mouvement des fluides « newtoniens » (liquide et gaz visqueux ordinaires) dans l'approximation des milieux continus.

Il existe bien des formes des équations de Navier-Stokes. Ces formes dépendent aussi des notations utilisées. Ainsi, il existe plusieurs façons équivalentes d'exprimer les équations de conservation en termes d'opérateurs différentiels.

La formulation différentielle générale de ces équations est :

- Équation de continuité (ou équation de bilan de la masse)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

- Équation de bilan de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial (\rho \vec{v})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} \otimes \vec{v}) = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \bar{\bar{\tau}} + \rho \vec{f}$$

- Équation de bilan de l'énergie

$$\frac{\partial (\rho e)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot [(\rho e + p) \vec{v}] = \vec{\nabla} \cdot (\bar{\bar{\tau}} \cdot \vec{v}) + \rho \vec{f} \cdot \vec{v} - \vec{\nabla} \cdot (\vec{q}) + r$$

Dans ces équations :

- t représente le temps (unité SI : s) ;
- ρ désigne la masse volumique du fluide (unité SI : $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$) ;
- $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ désigne la vitesse eulérienne d'une particule fluide (unité SI : $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$) ;
- p désigne la pression (unité SI : Pa) ;
- $\bar{\bar{\tau}} = (\tau_{i,j})_{i,j}$ est le tenseur des contraintes visqueuses (unité SI : Pa) ;
- \vec{f} désigne la résultante des forces massiques s'exerçant dans le fluide (unité SI : $\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$) ;
- e est l'énergie totale par unité de masse (unité SI : $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$) ;
- \vec{q} est le flux de chaleur perdu par conduction thermique (unité SI : $\text{J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$) ;
- r représente la perte de chaleur volumique due au rayonnement (unité SI : $\text{J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$).

Remarque :

L'énergie totale peut se décomposer en énergie interne u et en énergie cinétique selon

$$e = u + \frac{1}{2} \vec{v} \cdot \vec{v} = u + \frac{1}{2} v^2$$

L'opérateur nabla, qui s'exprime sous la forme

$$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3} \right)$$

En coordonnées cartésiennes, est un opérateur de dérivation spatiale du 1er ordre.

Les opérateurs gradient, divergence et laplacien peuvent s'écrire à l'aide de cet opérateur :

$$\operatorname{div} \vec{a} = \vec{\nabla} \cdot \vec{a} ;$$

$$\overrightarrow{\operatorname{grad}} A = \vec{\nabla} A ;$$

$$\Delta A = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} A) = \nabla^2 A$$

V. Conclusion :

Les couplages multiphysiques qui impliquent un transfert de chaleur et des écoulements uni ou multiphasique sont omniprésents et ont une grande importance dans le monde de l'ingénierie. Pour optimiser les performances et de réduire les coûts, les ingénieurs et les chercheurs font usage de l'analyse par éléments finis. Parce que la plupart des propriétés des matériaux dépendent de la température et autre effets de la nature présent dans la plus part des domaines, c'est pour cela que l'on exige de modélisation multiphysique.

CHAPITRE II

LES METHODES DE RESOLUTION NUMERIQUES

I. Introduction

Depuis plusieurs années maintenant, la simulation numérique nous a permis d'aboutir à l'amélioration des performances, de la durée de vie et des coûts des produit, ainsi qu'une meilleure appréhension des phénomènes physiques. La prochaine frontière est la multiphysique.

La méthode des éléments finis est issue des mécaniciens essaye d'avoir le meilleur compromis réalisme physique / temps de calcul, Cette méthode s'est développée d'une manière très intuitive à ses débuts et ne convergeais même pas vers la solution exacte. Les multiples corrections apportées à cette méthode ont fait d'elle une méthode incontournable dont on a pu montrer sa convergence dans de nombreux cas.

Nous commencerons ce chapitre par un rappel sur les équations aux dérivés partiels et leurs méthodes de résolutions, et plus précisément la méthode des éléments finies, son principe de base pour la résolution des équations aux dérivés partielles, nous présenterons par la suite l'outil de simulation employé dans notre étude, ainsi que les différentes étapes de modélisation des problèmes physiques, et la résolution des EDP.

II. Equations aux dérivées partielles

1. 1 Position du Problème

La résolution d'un problème aux dérivées partielles (par exemple un système d'équations différentielles) passe par plusieurs étapes.

La première consiste à déterminer les conditions aux limites du problème à résoudre, ensuite viens l'étape de la résolution qui se fait soit par des méthodes analytiques ou par des méthodes numériques. La discrétisation du domaine est une étape très importante, à prendre en considération lors de la résolution du problème.

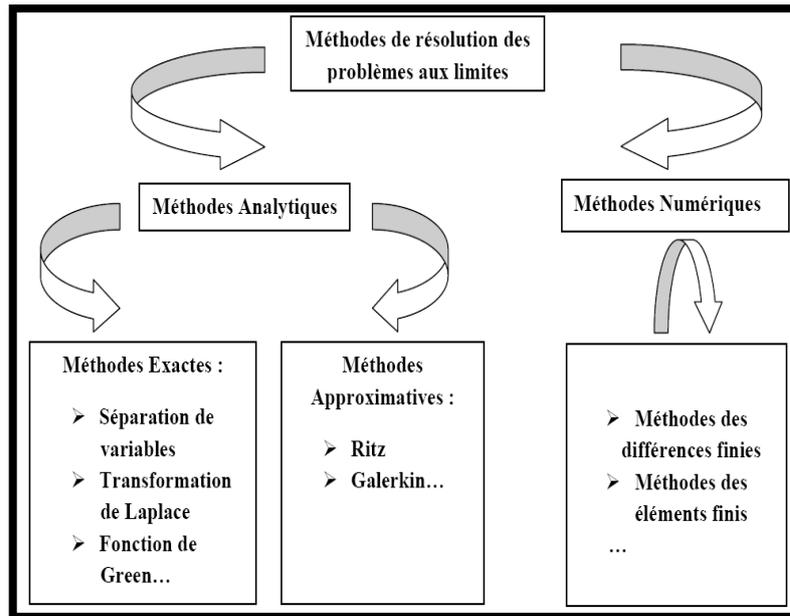


Figure II.1 Méthodes de résolution des problèmes aux limites.

2. Expression des dérivées partielles

En mathématiques, la dérivée partielle d'une fonction est la dérivée par rapport à l'une de ses variables, les autres étant gardées constantes. Cette approche est utile dans l'analyse en dimension n , la géométrie différentielle, et l'analyse vectorielle.

La dérivée partielle par rapport à la variable x est notée $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)$ ou ∂f_x ou encore f_x

$$df = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} dx_n$$

La méthode de calcul appliquée par la plupart des logiciels de simulation par éléments finis repose sur certaines hypothèses concernant les modèles (du produit, de l'environnement et des comportements). Si ces hypothèses ne sont pas vérifiées, le calcul peut être impossible, ou les résultats peuvent présenter des écarts avec la réalité. Il faut donc s'assurer que la modélisation respecte ces hypothèses. Cette ressource présente la méthode utilisée dans les logiciels et met en évidence les différentes exigences qui en découlent.

Nous nous intéressons dans ce chapitre plus particulièrement à la méthode de calcul programmée au sein des logiciels. Cette méthode, commune dans ses grandes lignes à la quasi-totalité des logiciels, repose en effet sur un certain nombre d'hypothèses supplémentaires par rapport à celles que nous avons évoquées dans la ressource précédente, et ces hypothèses se traduisent par des exigences concrètes sur les différents modèles. Le non-

respect de ces exigences peut conduire à des résultats non pertinents ou à un calcul impossible, et il est donc important de les connaître afin d'interpréter les résultats ou messages d'erreurs éventuels.

Là encore, nous nous limitons au strict minimum et invitons d'approfondir ce sujet. Par ailleurs, chaque logiciel possède ses particularités et toutes les informations utiles sont généralement données dans les manuels d'utilisation.

3. Rappel des équations à résoudre

Nous nous plaçons sous les mêmes hypothèses précédente : nous supposons que la discrétisation par éléments finis est appliquée à la mécanique des milieux continus solides, en statique et sous l'hypothèse des petites perturbations, et que le modèle de comportement du matériau est élastique linéaire.

Le modèle peut être volumique (3D), en contraintes planes ou déformations planes (2D) ou uniaxial (1D). Toutefois, ce qui suit s'applique également, moyennant quelques adaptations, dans les théories des poutres, plaques et coques --- ainsi que dans toute autre branche de la physique des milieux continus, pourvu qu'elle soit linéaire et statique.

Sous ces hypothèses, la discrétisation par éléments finis conduit à un système linéaire dont les inconnues sont les déplacements nodaux u_j inconnus (ainsi que les efforts de liaison correspondant aux conditions aux limites ; nous y reviendrons) et dont les équations sont les équations d'équilibre nodales : pour i allant de 1 à n ,

$$\sum_{j=1}^n K_{ij} u_j = f_i^e \quad (1)$$

où le membre de gauche désigne l'effort nodal intérieur associé à la i -ème fonction de base, et le membre de droite désigne de même le i -ème effort nodal extérieur. La matrice de ce système est appelée matrice de rigidité et ses coefficients K_{ij} ont l'expression suivante :

$$K_{ij} = \int_{\Omega} \text{Tr} \left[\underline{\underline{\epsilon}}(\underline{N}_i) \underline{\underline{K}} \underline{\underline{\epsilon}}(\underline{N}_j) \right] d\Omega \quad (2)$$

où les notations sont ; $\underline{\underline{K}}$ désigne le tenseur d'élasticité et le quadruple trait de soulignement signifie qu'il s'agit d'un tenseur d'ordre 4 (il s'agit d'une notation compacte et générale de la "loi de Hooke"). Cette expression peut s'interpréter comme le travail virtuel du

champ de contrainte créé par la j -ème fonction de base dans le champ de déformation associé à la i -ème fonction de base. L'effort nodal extérieur f_i , quant à lui, l'expression suivante :

$$f_i^e = \int_{\Omega} f_d \cdot N_i d\Omega + \int_{\partial_f \Omega} F_d \cdot N_i dS - \int_{\partial_u \Omega} \underline{\sigma} \cdot \underline{n} \cdot N_i dS \quad (3)$$

où, comme précédemment, le modèle de l'environnement est supposé comporter des efforts volumiques f_d exercés dans tout le volume Ω , des efforts surfaciques F_d exercés sur une partie $\partial_f \Omega$ de son bord, et des déplacements imposés sur la partie complémentaire $\partial_u \Omega$; l'intégrale sur $\partial_u \Omega$ représente les efforts de liaison correspondant à ces déplacements imposés, et l'expression entière s'interprète comme le travail virtuel des efforts extérieurs dans la i -ème fonction de base.

Le travail réalisé par le logiciel consiste alors à (Figure 1) :

1. Construire ce système d'équations à partir des modèles : c'est le pré-traitement ;
2. Résoudre ce système d'équations ;
3. En déduire les grandeurs physiques demandées par l'utilisateur : c'est le post-traitement.

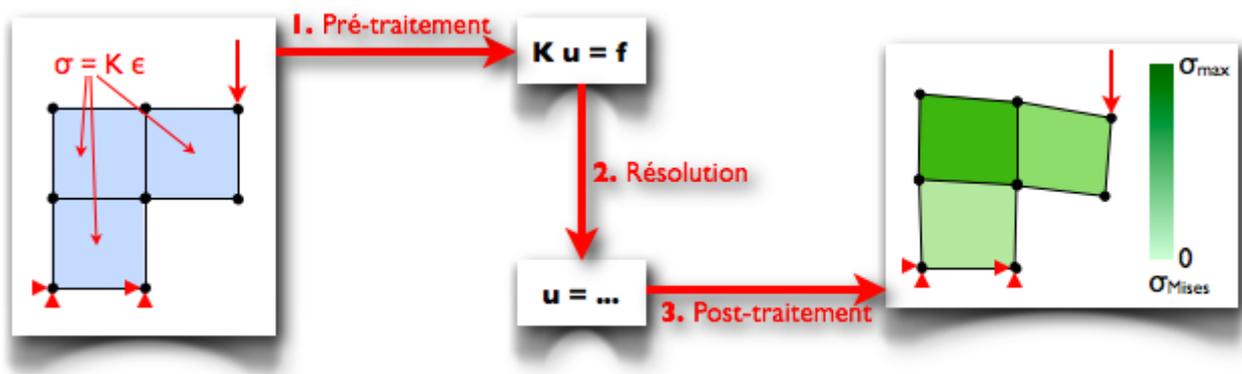


Figure II.2: Les trois grandes étapes du calcul : pré-traitement, résolution et post-traitement.

La construction du système d'équations : le pré-traitement

La première étape consiste à construire ce système, c'est-à-dire à calculer les K_{ij} et les f_i (à l'exception des termes de liaison) à partir des données définies par l'utilisateur : le maillage (ou modèle du produit), les chargements et conditions aux limites (ou modèle de l'environnement), et le modèle du comportement mécanique du matériau.

Il s'agit de loin de l'étape la plus technique, car les logiciels utilisent un mode opératoire sophistiqué visant à réduire le coût des calculs. Chaque étape de ce mode opératoire est conçue pour préparer efficacement l'étape suivante, et il nous semble donc plus clair de partir de l'objectif du calcul, quitte à ne pas respecter l'ordre chronologique des différentes étapes dans la présentation. Nous récapitulerons ensuite la méthode à la fin de la ressource.

4. L'assemblage

La principale difficulté du pré-traitement provient du fait que les K_{ij} et les f_i :

- sont potentiellement très nombreux (parfois plus de cent millions),
- et sont définis comme des intégrales sur l'ensemble du modèle du produit, dont la géométrie peut être très sophistiquée.

Pour surmonter cette difficulté, une première idée est de constater que le domaine géométrique Ω occupé par le produit est décomposé en sous-domaines et, par conséquent, d'écrire chacune des intégrales (2) et (3) comme une somme d'intégrales sur chacun des sous-domaines, nommées contributions élémentaires (respectivement, à la matrice de rigidité et au second membre). Ces contributions élémentaires modélisent respectivement le comportement mécanique de l'élément et l'interaction de l'extérieur du produit avec l'élément (un élément étant, rappelons-le, un sous-domaine muni de ses nœuds et fonctions de base).

Les contributions élémentaires ont l'avantage de posséder très peu de termes non nuls, en raison d'une propriété très pratique des fonctions de base : elles ne sont non nulles que dans les éléments voisins de leur nœud d'attache (Figure 2(a)) et donc, inversement, chaque élément ne "voit" que les fonctions de base de ses propres nœuds (Figure 2(b)). Les fonctions qui apparaissent dans les intégrales (2) et (3) sont donc généralement nulles dans la quasi-totalité des éléments (ou, pour les termes surfaciques, sur la quasi-totalité du bord).

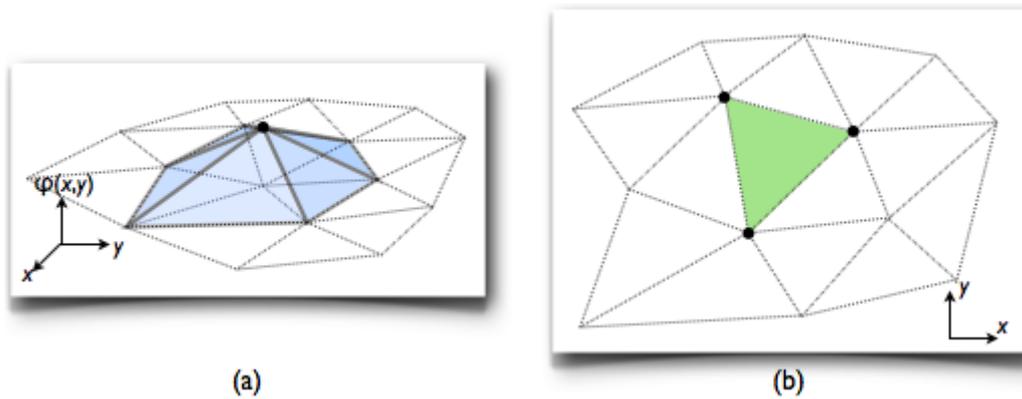


Figure II.3: (a) Une fonction de base (scalaire) éléments finis en 2D ; (b) un élément et ses nœuds voisins.

En pratique, la mise en œuvre de la décomposition ci-dessus conduit à calculer les contributions de chacun des éléments du maillage, puis à les ajouter au "bon endroit" dans la matrice de rigidité et le second membre : cette opération s'appelle l'assemblage du système et est schématisée sur la Figure 3. Son interprétation mécanique est assez intuitive, puisqu'il s'agit de reconstruire les équations d'équilibre du maillage à partir des équations d'équilibre de chacun des éléments : le maillage peut donc être vu comme un "assemblage", au sens physique du terme, d'éléments liés par leurs nœuds communs.

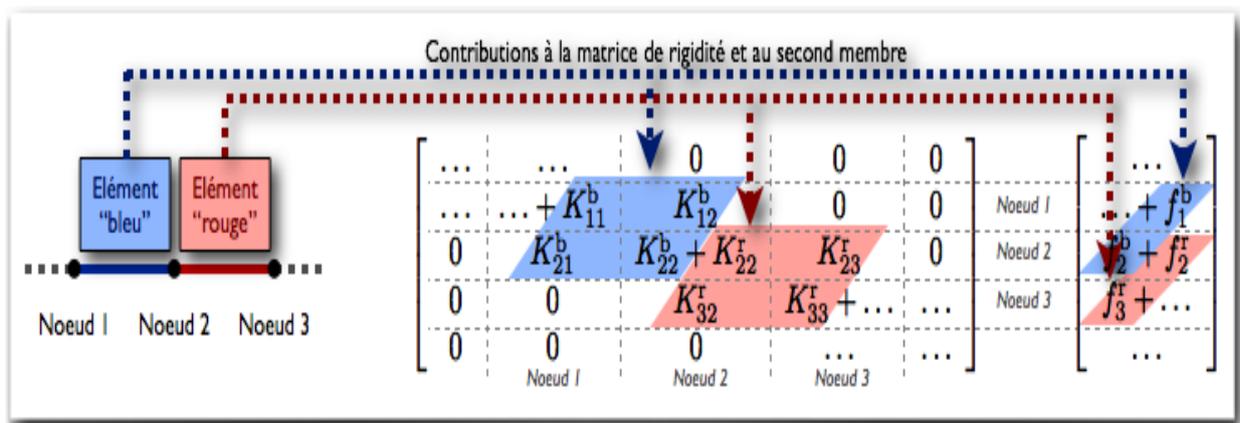


Figure II.4: Schématisation du processus d'assemblage dans une théorie uniaxiale (modélisant une barre en traction, par exemple).

L'intérêt de l'assemblage est de calculer efficacement les intégrales tout en identifiant les termes non nuls de la matrice de rigidité (en effet, cette matrice est constituée essentiellement de zéros ; on dit qu'elle est creuse). Cela réduit à la fois le nombre d'opérations à effectuer et la quantité de mémoire requise.

Le calcul des contributions élémentaires :

La seconde idée est d'optimiser le calcul des contributions élémentaires, qui sont généralement :

- très nombreuses car un maillage comporte généralement beaucoup d'éléments (jusqu'à plusieurs millions)
- mais définies par des expressions similaires (des intégrales semblables aux équations (2) et (3), mais sur chaque élément).

Il semble donc judicieux de chercher à **mutualiser les calculs** plutôt que de déterminer les contributions indépendamment les uns des autres.

La difficulté est que les éléments d'un maillage peuvent avoir des géométries très différentes les uns des autres : ils peuvent posséder des formes différentes, des nombres de nœuds différents, des dimensions différentes, des orientations différentes, des angles différents... L'idée est donc de se ramener à quelques géométries communes à l'aide de transformations géométriques, et de calculer les intégrales sur ces géométries communes à l'aide d'un changement de variables. Nous présentons ici ces quelques notions.

III. Types d'éléments et géométrie de référence

Premièrement, les éléments sont regroupés en types d'éléments, reconnaissables par trois données (nous donnerons leur définition précise ultérieurement) :

- la théorie dans laquelle ils sont employés (volumique, poutres, plaques ou coques, contraintes planes...),
- leur topologie (triangulaire, quadrilatérale, tétraédrique...),
- et le nombre de leurs nœuds.

Chacun de ces types est muni d'une géométrie de référence (également appelée élément de référence), commune à tous les éléments de ce type et extrêmement simple. La Figure 4 représente les géométries de référence de quelques types d'éléments courants pour les problèmes plans (il existe également des éléments plaques et coques dont la géométrie de référence est identique).

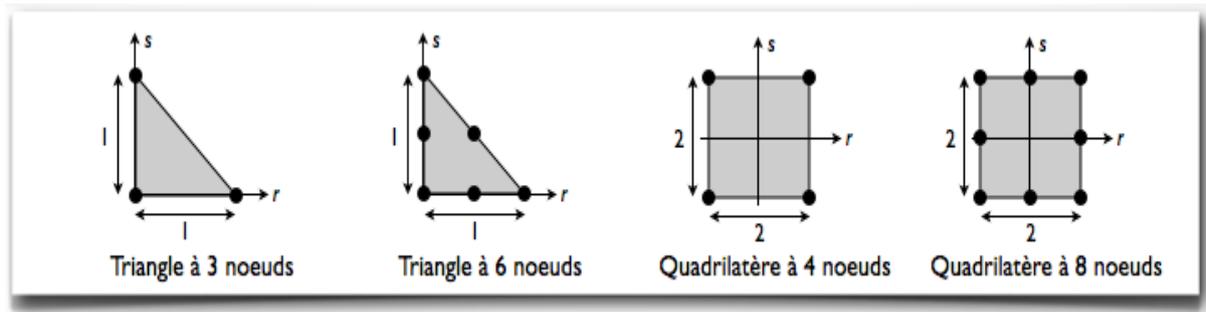


Figure II.5: Les géométries de référence de quelques éléments 2D courants.

De façon générale, la géométrie de référence est la plupart du temps :

- de forme très simple (triangle rectangle, carré, tétraèdre rectangle, cube... selon la topologie de l'élément),
- de côté 1 ou 2 (sans dimension),
- orientée parallèlement aux axes du repère de la simulation,
- et située à l'origine.

1. Transformation géométrique

Deuxièmement, chacun des éléments du maillage est caractérisé par la transformation géométrique qui permet de l'obtenir à partir de la géométrie de référence. Ainsi, tout point M situé au sein d'un élément est supposé être l'image d'un point M_0 de l'élément de référence correspondant.

(r,s) les coordonnées de M_0 , dites coordonnées locales (ou coordonnées naturelles) car elles repèrent le point considéré au sein de l'élément qui le contient ;

(x,y) les coordonnées de son image M , dites coordonnées globales car elles repèrent le point considéré au sein du maillage tout entier.

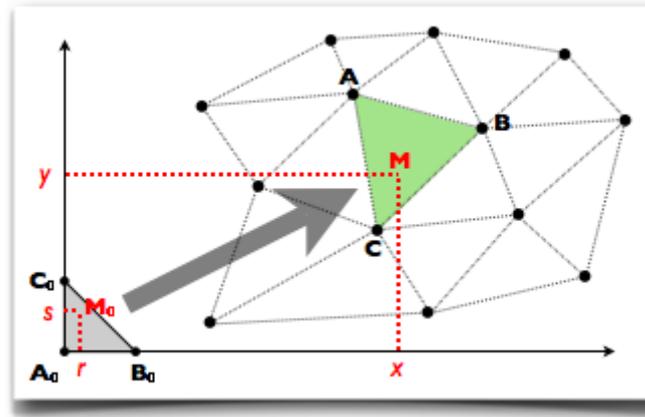


Figure II.6: La transformation géométrique qui associe l'élément de référence à un des éléments du maillage.

L'idée est naturellement d'exploiter cette transformation (dont nous donnerons la nature plus bas) afin de transporter tous les calculs sur la géométrie de référence. Pour cette raison, les fonctions de base de l'élément sont définies dans sa géométrie de référence, donc en coordonnées locales (r,s) ; cette définition est intrinsèque au type d'élément considéré. Par exemple, la Figure 6 donne les fonctions de base (scalaires) du triangle à 3 noeuds de la Figure 5.

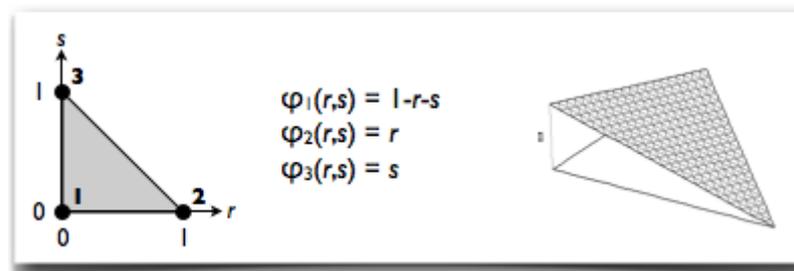


Figure II.7: Les fonctions de base d'un triangle à 3 nœuds.

Il est important de noter que cette transformation appliquée à une géométrie de référence n'est qu'une vue de l'esprit : elle sert uniquement à mutualiser les calculs, et ne doit surtout pas être confondue avec les notions de configuration initiale et de configuration déformée, qui modélisent les déformations "physiques" de la matière sous l'effet des sollicitations !

2. Changement de variables

Troisièmement, chaque intégrale sur un élément du maillage est ramenée sur la géométrie de référence correspondante à l'aide du théorème du changement de variables, en remplaçant les coordonnées globales par les coordonnées locales. Par exemple, en 2D, avec

les notations de la Figure 5, ce théorème s'écrit pour toute fonction de l'espace $f(x,y)$ (que l'on peut ensuite remplacer par l'expression des contributions à la matrice de rigidité et au second membre) :

$$\int_E f(x, y) dx dy = \int_{E_0} f(x(r, s), y(r, s)) \det \underline{J}(r, s) dr ds \quad (4)$$

où E désigne l'élément courant, E_0 son élément de référence, et J la matrice jacobienne définie par :

$$\underline{J}(r, s) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial r}(r, s) & \frac{\partial x}{\partial s}(r, s) \\ \frac{\partial y}{\partial r}(r, s) & \frac{\partial y}{\partial s}(r, s) \end{bmatrix} \quad (5)$$

L'intérêt de cette opération est que tous les éléments d'un même type possèdent la même géométrie de référence E_0 et les mêmes fonctions de base : les termes à intégrer ont donc des expressions similaires *en coordonnées locales* (r,s) . Cela permet de mutualiser une grande partie des calculs puisque les seules quantités qui diffèrent d'un élément à l'autre sont :

- la *transformation*, c'est-à-dire la relation entre (x,y) et (r,s) ,
- et les valeurs des efforts (issus du modèle de l'environnement) et, éventuellement, des coefficients d'élasticité (issus du modèle de comportement du matériau).

Les contributions élémentaires peuvent donc être précalculées sur la géométrie de référence, ce qui réduit nettement le volume des calculs à effectuer.

3. Les éléments isoparamétriques

Quatrièmement, pour calculer les quantités définies par les équations (4) et (5), il reste à *caractériser la transformation*, c'est-à-dire se donner la relation entre (x,y) et (r,s) . Pour cela, le choix le plus courant est d'écrire la transformation à l'aide des **fonctions de base**, c'est-à-dire les mêmes fonctions que pour le champ de déplacement. En notant $\phi_i(r,s)$ les fonctions de base (scalaires), les coordonnées globales x et y sont données par :

$$\begin{cases} x(r, s) = \sum_{i=1}^{n_e} x_i \phi_i(r, s) \\ y(r, s) = \sum_{i=1}^{n_e} y_i \phi_i(r, s) \end{cases} \quad (6)$$

où n_e est le nombre de noeuds de l'élément, et où x_i et y_i sont les coordonnées globales du i -ème noeud de l'élément.

Il s'agit donc d'*interpoler la géométrie de l'élément* de la même façon que l'on interpole son champ de déplacement, comme le montre par exemple la Figure 8 ; un élément ainsi construit est dit **isoparamétrique**. L'intérêt de cette construction est que, comme le montre l'équation ci-dessus, la position des nœuds détermine de manière unique la transformation, et donc la géométrie de l'élément ; il est ainsi possible de spécifier un élément *uniquement par son type et par la position de ses nœuds*, et le logiciel pourra reconstruire la transformation afin de calculer les contributions élémentaires.

Pour illustrer ce qu'est un élément isoparamétrique, considérons le triangle à 3 nœuds de la Figure 6. Nous avons vu que cet élément possède des fonctions de base *affines*, c'est-à-dire qu'il peut représenter exactement des champs dont l'expression en coordonnées locales est de la forme :

$$u(r, s) = \alpha + \beta r + \gamma s \quad (7)$$

Si cet élément est isoparamétrique, alors l'expression de x et de y en fonction de r et s est elle aussi de la forme ci-dessus. Autrement dit, l'élément réel est obtenu par une transformation affine appliquée à l'élément de référence, c'est-à-dire par une composée de translations, rotations, dilatations (y compris négatives, c'est-à-dire accompagnées d'une symétrie)... voir Figure 7.

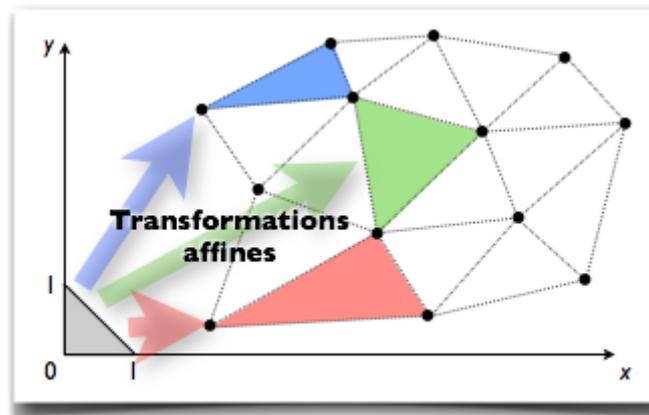


Figure II.8: Des triangles à 3 nœuds, obtenus en appliquant des transformations affines à la géométrie de référence.

Ces notions, bien qu'abstraites, ont trois conséquences pratiques importantes pour l'utilisateur :

- a) **La forme que peuvent prendre les éléments isoparamétriques au sein du maillage est déterminée par leurs fonctions de base.** Autrement dit, les éléments affines possèdent forcément des arêtes rectilignes, tandis que les éléments quadratiques peuvent posséder des arêtes paraboliques, voir Figure 8. En effet, l'image d'une droite par une transformation affine reste une droite, tandis que l'image d'une droite par une transformation quadratique est une parabole. Il est donc possible de courber les arêtes des éléments quadratiques et/ou d'excentrer leurs milieux, bien que cette dernière transformation soit déconseillée en pratique.

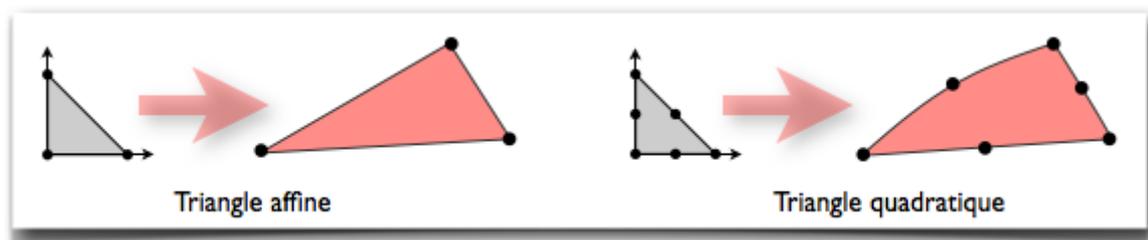


Figure II.9 : L'influence de l'ordre d'un élément sur sa géométrie : seuls les éléments quadratiques peuvent posséder des bords courbes.

- b) **Contrairement à une idée répandue, dans le cas général, les fonctions de base ne sont polynomiales par morceaux qu'en coordonnées locales (r,s), c'est-à-dire sur la géométrie de référence :** leur expression en coordonnées globales (x,y) est souvent plus compliquée. Plus particulièrement, on peut démontrer que la forme polynomiale n'est pas conservée dès que la transformation n'est pas affine, ce qui se produit fréquemment lorsque les éléments présentent certains types de distorsions par rapport à leur géométrie de référence. Par conséquent, **il faut veiller à ne pas trop distordre les éléments** : cela peut conduire à des fonctions de base aux allures "chahutées", très différentes des allures de référence données dans les manuels, ce qui mène parfois à des champs de déplacement peu représentatifs de la réalité.
- c) **Il existe une restriction importante sur la transformation, et donc sur la forme des éléments au sein du maillage.** En effet, le théorème du changement de variables n'est valide que si le jacobien est non nul en tout point de l'élément. Or, on peut démontrer que certains éléments dits *dégénérés* ne vérifient pas cette propriété ; il s'agit notamment des éléments *aplatis*, *croisés* ou présentant des *angles rentrants* (voir Figure 9). Dans les logiciels, cela se traduit au mieux par des messages d'erreur, au

pire par des résultats susceptibles d'être faux : après avoir réalisé un maillage, il faut donc contrôler qu'il ne comporte pas d'éléments dégénérés.

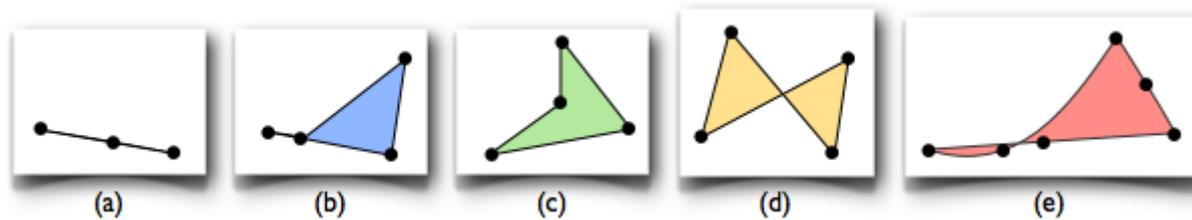


Figure II.10: Des éléments dégénérés, dont le jacobien s'annule en au moins un point, ce qui peut conduire à un résultat faux : (a) un triangle aplati, (b) un quadrilatère aplati, (c) un quadrilatère avec un angle rentrant, (d) un quadrilatère croisé, (e) un triangle quadratique croisé.

Ces constats sont à l'origine de règles pratiques de réalisation des maillages. Bien que les logiciels aident généralement l'utilisateur à appliquer ces règles, il est utile de comprendre leur origine pour déchiffrer les éventuels messages d'erreurs et, si nécessaire, corriger un maillage "à la main" sans créer de problèmes.

4. La prise en compte des conditions aux limites en déplacement

Une fois que les contributions de tous les éléments ont été calculées et assemblées au bon endroit, on obtient le système matriciel défini par les équations (1), (2) et (3). Ce système a néanmoins une forme particulière puisque certaines de ses inconnues se trouvent dans le second membre et non dans le membre de gauche. En effet, lorsqu'un noeud est soumis à une condition aux limites en déplacement, la valeur de son déplacement (situé dans le membre de gauche) est évidemment connue, tandis que celle de l'effort de liaison correspondant (situé dans le second membre) est inconnu. Or, les algorithmes de résolution automatique ne peuvent résoudre que des systèmes linéaires écrits sous la forme habituelle.

Il est donc nécessaire de transformer le système pour remettre les inconnues "au bon endroit", le tout en lui apportant le moins de modifications possible afin de ne pas alourdir le calcul. Pour cela, l'idée est de :

1. *relâcher* les conditions aux limites : les déplacements connus sont donc considérés comme des inconnues ;
2. *modifier le système* afin de forcer ces déplacements à prendre la valeur spécifiée dans le modèle de l'environnement.

Deux techniques existent pour atteindre cet objectif : la **pénalisation** et les **multiplicateurs de Lagrange**. Toutes deux fonctionnent bien sous les hypothèses de cette ressource et ne contribuent pas significativement aux écarts (c'est plutôt la modélisation des conditions aux limites elle-même qui est à l'origine d'erreurs importantes !). Elles permettent de calculer simplement les *efforts de liaison* associés aux déplacements imposés et, en outre, peuvent prendre en compte des conditions aux limites sous la forme très générale de contraintes cinématiques, ce qui est très utile dans certains cas. Le lecteur intéressé pourra en trouver une présentation dans le cours de Laurent Champany.

5. La résolution du système d'équations

La deuxième grande étape est la résolution du système d'équations. Sous les hypothèses de cette ressource, ce système est linéaire, et il existe de nombreux algorithmes éprouvés permettant de le résoudre sans aucune intervention de l'utilisateur ; programmés correctement, ces algorithmes ne commettent "pas d'erreur" (autres que les erreurs d'arrondi) et n'ont donc pas d'influence notable sur le résultat.

En revanche, ces algorithmes ne fonctionnent qu'à condition que la matrice soit inversible. Or, il existe une situation très courante menant à une matrice non inversible : c'est la présence de **modes rigides**. On dit que le modèle possède des modes rigides lorsque les conditions aux limites en déplacement lui permettent de se déplacer sans se déformer (Figure 10) ; il peut alors y avoir un champ de déplacement non nul associé à des efforts intérieurs nuls et cela montre bien que la matrice du système, qui relie ces deux quantités, n'est pas inversible. Le logiciel ne peut alors résoudre le système et affiche un message d'erreur plus ou moins clair.

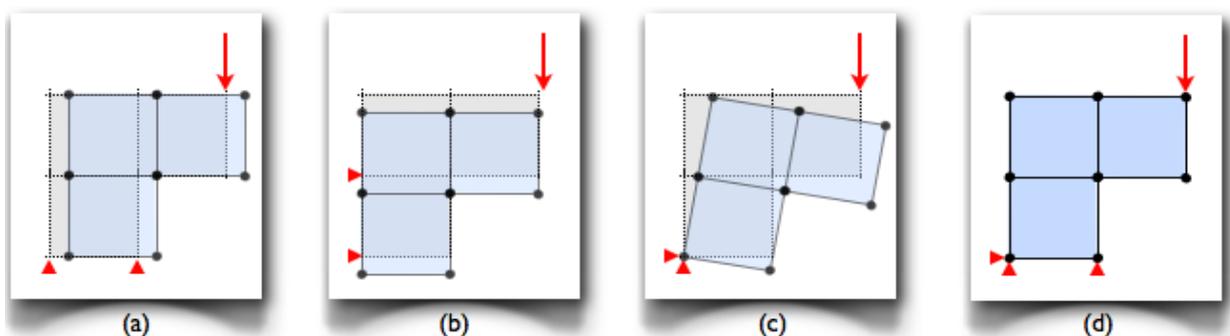


Figure II.11: Influence des déplacements imposés sur les modes rigides d'un maillage : (a) le maillage peut se translater horizontalement, (b) le maillage peut se translater verticalement, (c) le maillage peut tourner autour de son point d'attache, (d) le maillage ne peut pas se déplacer sans se déformer et le calcul est donc possible.

Par conséquent, en pratique, **le modèle de l'environnement ne peut être quelconque** : il faut s'assurer qu'il possède suffisamment de conditions aux limites en déplacement pour bloquer les mouvements de corps rigide du maillage (ce qui est, par ailleurs, cohérent vis-à-vis du domaine de validité de la statique !). Sous les hypothèses de cette ressource, si cette condition est vérifiée, alors la matrice est toujours inversible.

a) Le calcul des résultats demandés par l'utilisateur : le post-traitement

Enfin, une fois le système résolu et les déplacements nodaux déterminés, le logiciel en déduit les résultats demandés par l'utilisateur. Dans une autre ressource, nous avons montré comment l'allure de ces résultats découle des hypothèses de la discrétisation ; ici, nous nous intéressons plutôt à la procédure suivie par les logiciels et à ses conséquences pratiques.

Nous considérons ici quatre types de résultats : déplacements, déformations, contraintes et efforts de liaison.

b) Déplacements et déformations

Les déplacements des noeuds étant connus, le logiciel peut interpoler le déplacement de n'importe quel autre point du maillage grâce à l'hypothèse cinématique.

Une façon commode de visualiser le champ des déplacements est de tracer la **géométrie déformée**, ou simplement **déformée**, du maillage. Si les déformations sont faibles (et mieux vaut qu'elles le soient, vu que nous avons fait l'hypothèse des petites perturbations...), cette géométrie déformée est généralement très proche de la géométrie initiale ; pour faciliter la visualisation, les logiciels multiplient donc le champ de déplacement par un **facteur d'amplification** (ou **facteur d'échelle**). Un facteur trop faible ne permet pas de voir les déformations ; un facteur trop élevé donne une allure étrange à la déformée, voir Figure 11.

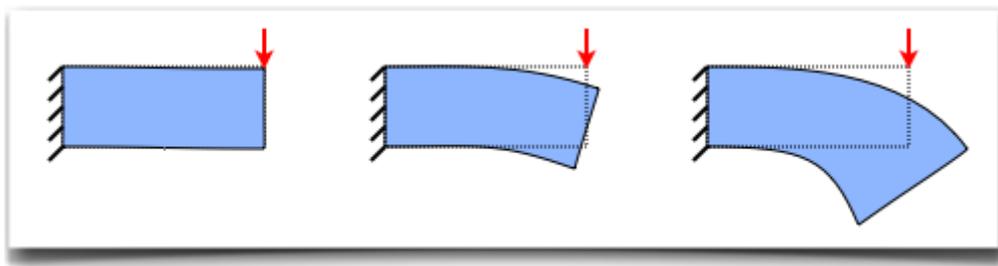


Figure II.12: Une même déformée tracée avec trois facteurs d'amplification différents.

Lorsque l'on travaille en petites perturbations, il faut donc garder à l'esprit que les déformations affichées à l'écran sont généralement exagérées.

c) Déformations, contraintes et efforts de liaison :

Contrairement aux déplacements, les champs de déformation et de contrainte prévus par la théorie sont généralement discontinus d'un élément à l'autre. La plupart des logiciels les calculent aux **points d'intégration** ou **points de Gauss** des éléments (c'est-à-dire les points utilisés pour calculer numériquement les intégrales) car ce choix présente deux avantages :

- il évite les discontinuités car les points d'intégration sont situés à l'intérieur des éléments ;
- il permet d'intégrer facilement les contraintes et les déformations dans les éléments pour calculer des moyennes, des énergies...

A partir de là, schématiquement, il existe deux façons de visualiser le champ de contraintes. La première est de tracer directement le champ prévu par la théorie, qui est discontinu (Figure 12(a)) ; certains logiciels, pour simplifier le tracé, se contentent d'afficher la valeur moyenne de ce champ sur chaque élément. La seconde méthode est de reconstruire un champ continu s'appuyant sur les nœuds du maillage. Pour cela, le logiciel calcule d'abord des **contraintes nodales** définies comme des moyennes pondérées des contraintes issues des éléments adjacents, puis construit un champ passant par ces valeurs à l'aide des fonctions de base (Figure 12(b)). Cette procédure s'appelle le **lissage des contraintes**.

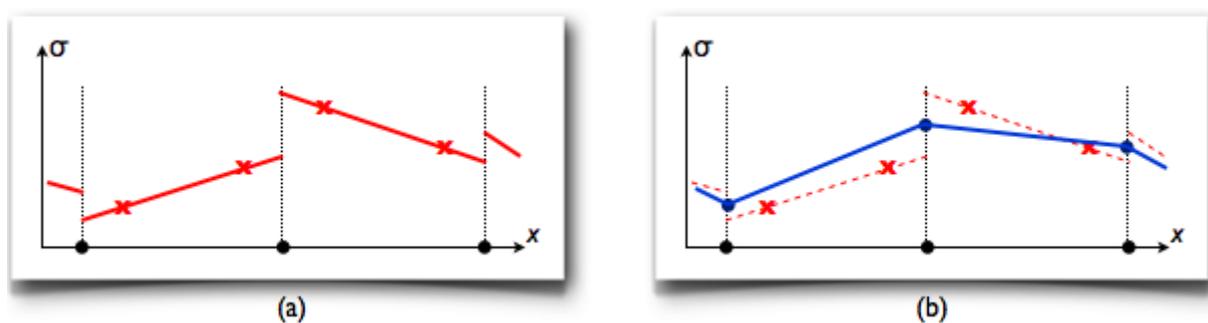


Figure II.13(a) Un champ de contraintes "brut" calculé par éléments finis (discontinu) ; (b) le même champ ramené aux nœuds et interpolé (continu).

L'utilisateur peut généralement choisir entre lisser le champ et le laisser discontinu. A première vue, le champ lissé semble plus pertinent, mais il faut garder à l'esprit que la présence de discontinuités significatives n'est qu'un symptôme d'une discrétisation peu

adaptée à la simulation, c'est-à-dire d'une hypothèse cinématique non pertinente. Le fait de "gommer" ces discontinuités *a posteriori* rend certes les résultats plus présentables, mais ne résout pas pour autant le problème : hormis dans certains cas très particuliers (ce que l'on appelle la "super-convergence"), cela ne réduit que légèrement l'écart.

Une difficulté potentielle provient du mode de tracé des contraintes et déformations lorsque l'on souhaite les visualiser directement sur le maillage. Le tracé fait généralement appel à une **carte de couleurs** : il s'agit de diviser l'intervalle dans lequel varie la grandeur en un certain nombre de plages, et d'affecter une couleur à chaque plage. Un tel tracé (Figure 13) peut être lu très rapidement, mais ne permet pas de distinguer facilement un champ lissé d'un champ "brut".

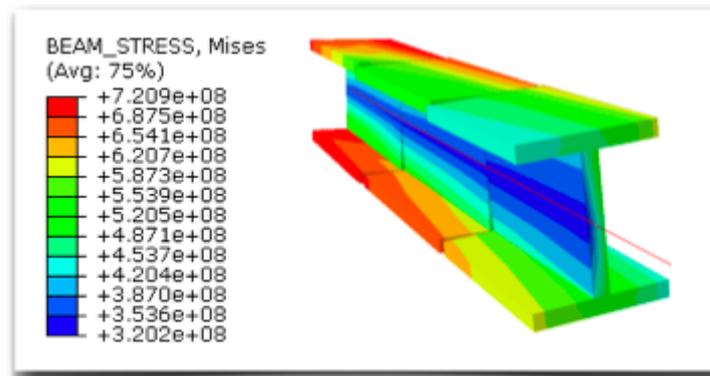


Figure II.14: Un champ de contraintes de Von Mises tracé à l'aide d'une carte de couleurs

Ceci montre qu'il est très facile de mal interpréter une carte de contraintes ou de déformations, et qu'il est donc capital de bien lire les légendes des figures (sur la Figure 13, la disposition des nombres sur la légende montre que chaque couleur est associée à une *plage*, et non à une *valeur* : le champ n'est donc pas forcément discontinu... d'ailleurs, s'il l'était, ce serait forcément au niveau des frontières entre les éléments !). En cas de doute, il ne faut pas hésiter à se renseigner sur la nature du post-traitement ayant précédé le tracé et, si l'information n'est pas disponible, à faire preuve d'esprit critique.

Signalons enfin que dans le cas particulier où l'on cherche à obtenir des **efforts de liaison** correspondant à des conditions aux limites en déplacement (nulles ou non), il est peu judicieux de les déterminer par intégration des contraintes sur le bord du maillage. En effet, nous avons vu dans la ressource "La simulation par éléments finis : la discrétisation" que cela conduit à des résultats qui ne vérifient pas exactement le principe fondamental de la statique. Mieux vaut, si le logiciel le permet, récupérer directement les *efforts nodaux de liaison* ; on

peut ensuite calculer leur résultante et leur moment en les assimilant à des glisseurs appliqués aux nœuds considérés.

6. Bilan

La méthode de calcul programmée dans les logiciels de simulation par éléments finis est synthétisée sur la Figure 14.

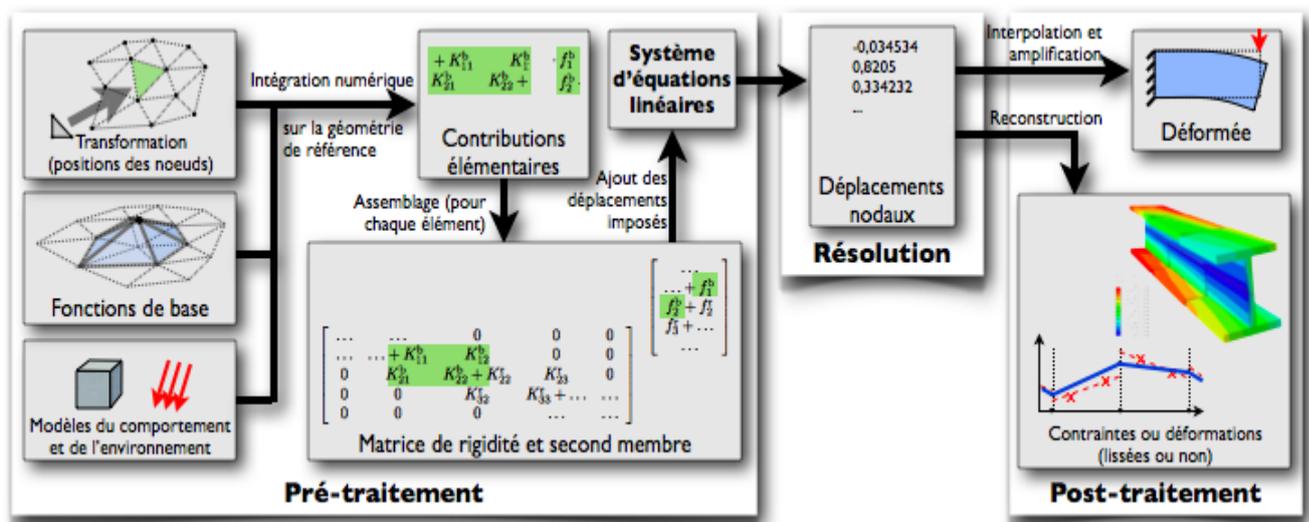


Figure II.15: Récapitulatif de la méthode de calcul programmée dans les logiciels de simulation par éléments finis.

Nous avons vu que cette méthode ne fonctionne qu'à certaines conditions sur les modèles, et notamment le fait que :

- les éléments ne doivent pas être dégénérés (aplatis, croisés, munis d'angles rentrants.) ;
- les éléments ne doivent pas être trop distordus par rapport à leur géométrie de référence, sous peine de mener à des allures étranges du champ de déplacements ; cela dépend toutefois du type exact de l'élément ;
- les conditions aux limites en déplacement doivent bloquer tous les mouvements de corps rigide du modèle.

Il est donc nécessaire de tenir compte de ces particularités lorsque l'on modélise un produit (par un maillage) ou son environnement (par des chargements et des conditions aux limites).

IV. Le logiciel ComsolMultiphysics

1. Introduction

ComsolMultiphysics, anciennement appelé FEMLAB, est avant tout un outil de résolution d'équations aux dérivées partielles par éléments finis. Sa particularité est de disposer d'une base de données d'équations permettant de modéliser différents phénomènes physiques, comme l'électrostatique, ainsi que multiple phénomènes physiques modélisées en PDE. Développé initialement comme une toolbox de MATLAB, il dispose aujourd'hui de son propre environnement graphique permettant à la fois le dessin des géométries et l'affichage de résultats en post-traitement.

Sa spécificité est également de permettre de coupler différentes EDP, de manière à décrire des phénomènes multiphysiques, particulièrement adapté à la micro-électronique. Il est ainsi possible d'obtenir la déformation d'une membrane due à la pression dans un liquide par exemple. Ou encore l'élévation de température dans un conducteur due au passage d'un courant électrique.

Des fonctions avancées permettent d'entrer manuellement des EDP spécifiques. De plus, les données du logiciel sont accessibles depuis Matlab, ce qui permet la réalisation de scripts.

2. L'interface graphique (le navigateur de modèle)

Au démarrage du logiciel, le navigateur de modèle apparaît. C'est lui qui permettra de créer une nouvelle page de simulation, vérifier les paramètres physiques et bien entendu d'obtenir de l'aide. En choisissant **model wizard** dans la section **model** de la fenêtre **new**, Comsol nous demande par la suite de choisir la dimension de l'espace dans lequel nous voulons travailler, c'est la fenêtre **Select Space Dimension**.

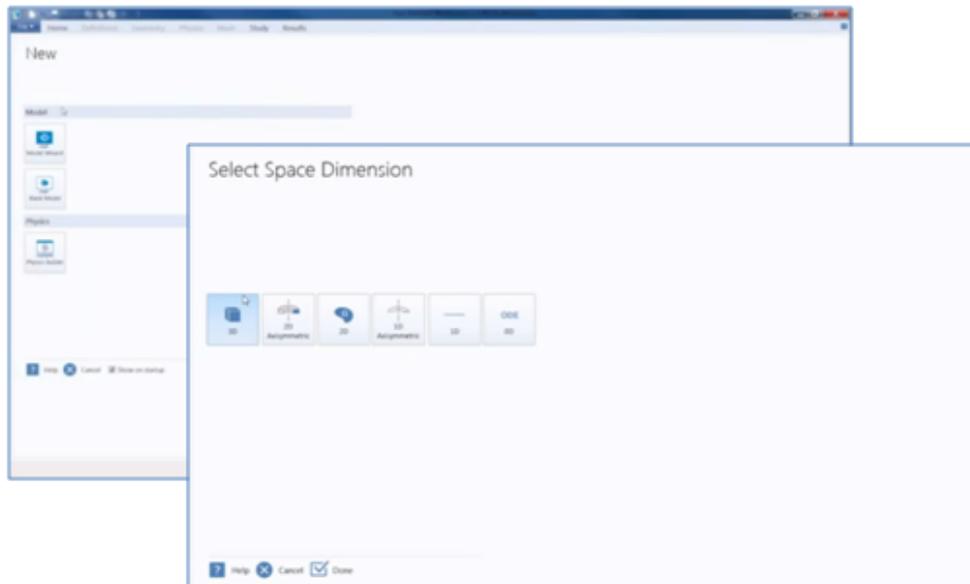


Figure II.16 : Fenêtre principal de Comsolmultiphysics 4.4 et la fenêtre Select Space Dimension en cascade

Il nous reste de spécifier le ou les physiques qui seront utilisés. Comsol spécifie des modèle mathématique approprié a chaque physique. L’avantage ici c’est de pouvoir choisir plusieurs physique, le logiciel se charge de faire le couplage entre eux. Nous pouvons proposer des variables pour chaque modèle, il est possible de choisir les propriétés du mode d’application et même la forme de l’équation, si non comsol le fait par défaut.

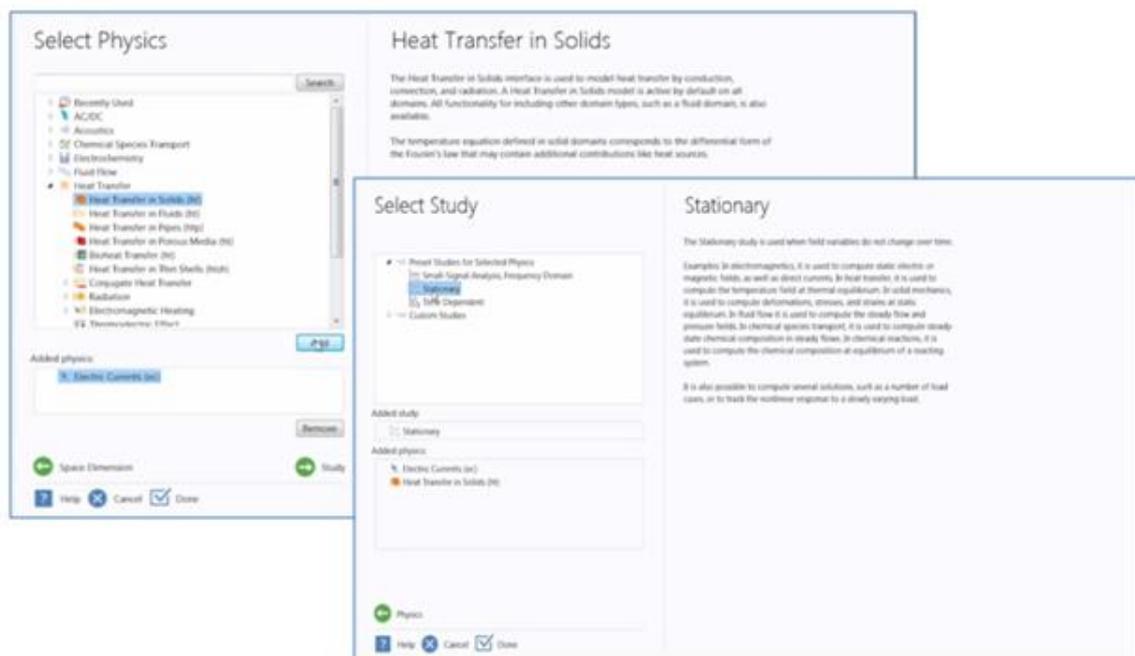


Figure II.17 : Fenêtre Select Physique et SlectStudy de Comsolmultiphysics en cascade

3. Modélisation à l'aide du *Graphical User Interface*

Lorsque le ou les modèles ont été choisis, l'écran général apparaît. Nous allons donc d'abord construire la géométrie du problème. La G.U.I permet de créer le domaine sur lequel on cherche à résoudre l'E.D. Pa l'aide de commandes classiques de logiciels de dessin (rectangles, lignes brisées, ellipses). On peut donc dessiner un large éventail de domaines différents.

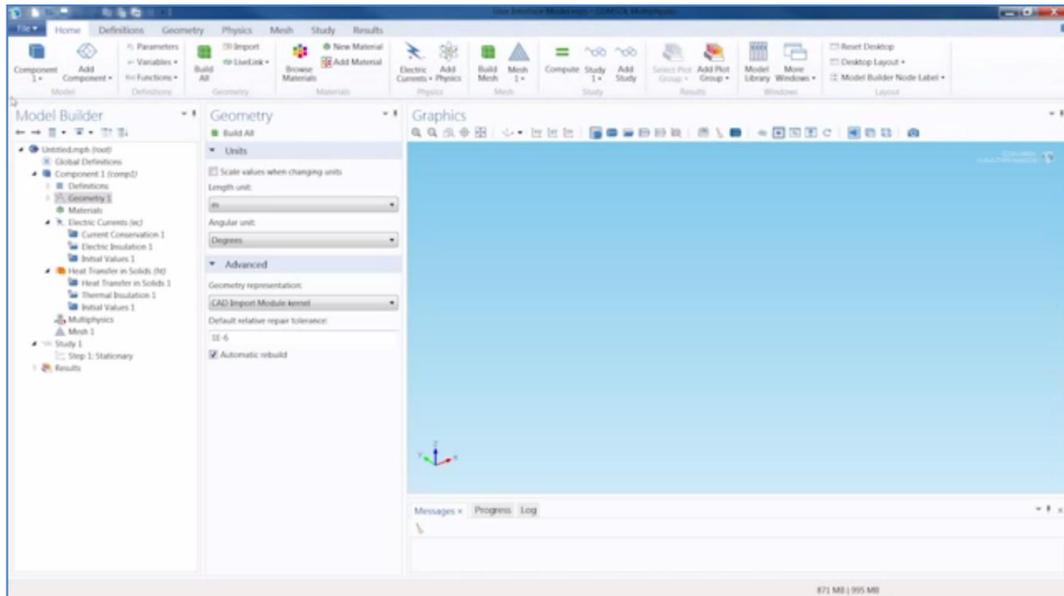
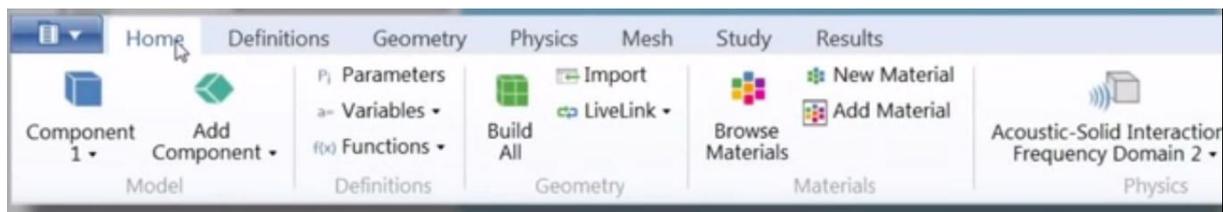


Figure II.18 Graphical User Interface ComsolMultiphysics

Afin d'établir des modèles dans Comsol Multiphysics nous devons suivre une certaine hiérarchie notamment pour créer un nouveau modèle, spécifier la physique, adapter des équations prédéfinies, écrire nos propre PDEs, modeler la physique sur les géométries multiples, et même d'installer un modèle prédéfini avec ses : (Équations, États de frontière et d'interface, Propriétés matérielles, Conditions initiales).

1. L'onglet **Home** contient toute fonction basic pour une simulation



Pour créer un model COMSOL nous permet de réaliser un large éventail de possibilité

a) Variable et expression

Ici par exemple nous pouvons entrer la valeur ou une expression directement dans le champ d'édition correspondant pour spécifier un coefficient ou certaine propriété d'un matériau. Une telle expression peut contenir:

- Valeurs numériques
- Fonctions mathématiques et logiques
- Coordonnées d'espace, le temps et les variables dépendantes ainsi que leurs dérivés.
- Variables du mode d'application, qui est prédéfinis spécifiquement pour chaque mode d'application
- Opérateurs et des Script et même des fonctions de MATLAB
- Ainsi que d'autres variables prédéfinies, des Constantes, expressions, variables de couplage, fonctions d'interpolation.

b) Les constantes :

Nous pouvons définir des constantes et des variables qui simplifie la spécification du modèle

Les constantes sont globale, c'est à dire qu'ils sont les mêmes pour toutes les géométries et les sous-domaines. Elles peuvent dépendre d'autres constantes et de contenir les fonctions mathématiques des expressions et des variables de couplage.

c) Expression des Variables

Ajouter des variables d'expression symbolique ou expressions. Les expressions sont globales. Avec des expressions aux limites, les expressions de sous-domaine et expressions de point, il est possible également de créer des expressions qui peuvent contenir d'autres variables et expressions.

d) Variable de Couplage

Variables de couplage sont de puissantes options qui aide à accomplir un nombre important d'objectifs de modélisation, dont beaucoup sont très inhabituelles dans la nature. Une généralisation des expressions ordinaires, les variables de couplage peuvent définir un

accouplement non local y compris les transformations de maille, sur les sous-domaines. Les variables de couplage sont aussi le fondement de l'étendue des capacités multi-physiques dans ComsolMultiphysics.

e) *Bibliothèque des coefficients/matériaux*

La Bibliothèque de Coefficient/Matériaux est une base de données extensible avec des propriétés pour une large collection de coefficient et de propriétés physique, mécanique, électromagnétique et thermiques regroupées selon le contexte dont le quel ils sont utilisés (physique, élastique, électrique, fluide, piézoélectrique et thermique). Toute fois nous pouvons modifier ou bien ajouter d'autre coefficient. L'accès à cette bibliothèque est facile et nous pouvons transférer directement les propriété a l'application du modèle ouvert.

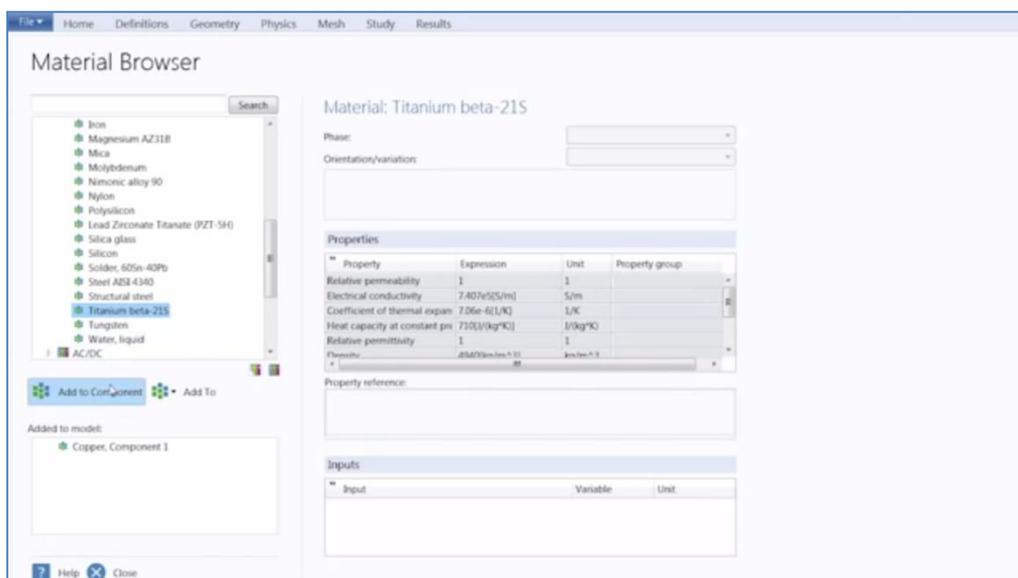
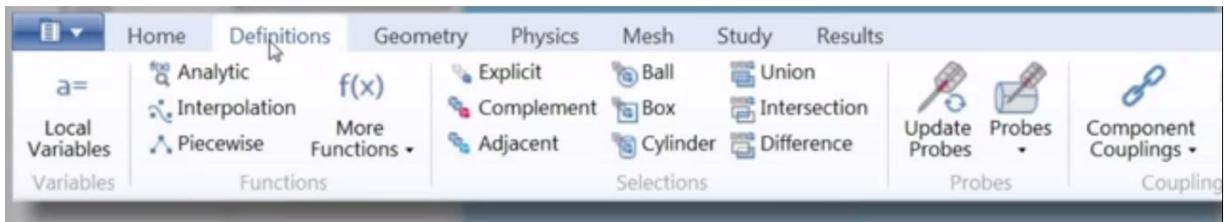


Figure II.19 : fenêtre de la bibliothèque des coefficients /matériaux

Spécifier les définitions par étapes.

Beaucoup de modes d'application suggèrent un ensemble de types d'analyse comme propriété de mode d'application. Les types d'analyse possibles varient avec le domaine d'application. Types que vous pouvez compter voir inclure stationnaire, fréquentielle, coupure, dépendant du temps, et analyses paramétriques.

Nous pouvons faire des arrangements d'équation qui sont incompatible avec le solveur que nous choisissons



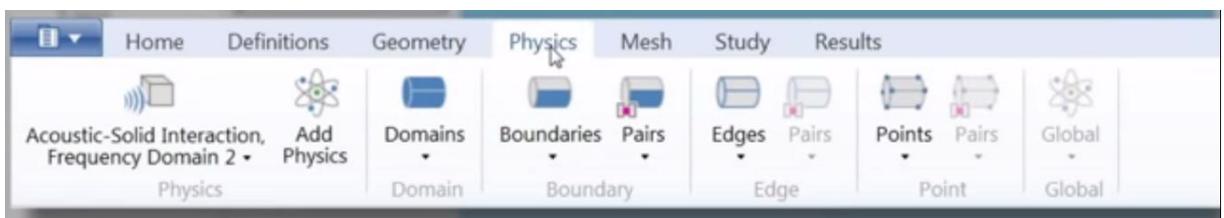
Créer la géométrie

Dessiner la géométrie est l'étape suivante dans notre étude. Selon le mode de dessin 1D, 2D, 3D par défaut COMSOL fournit une barre d'outils très variée et complète pour la création de différentes géométries.



Définir la physique

On définit ensuite le comportement des domaines en leur associant leurs propriétés. Ensuite, on impose des conditions sur certaines frontières, et éventuellement sur certains points. Cette opération est à refaire pour chaque modèle utilisé. Une fois la physique du problème posée,



4. Introduction des propriétés des domaines et sous-domaine

Le but est ici de définir les paramètres physiques qui définissent le domaine : constante diélectrique, charges volumiques, etc. Les paramètres sont évidemment liés au modèle physique étudié. Il est également possible d'écarter un des domaines du modèle étudié. Nous pouvons tout aussi bien ajouter des expressions au modèle.

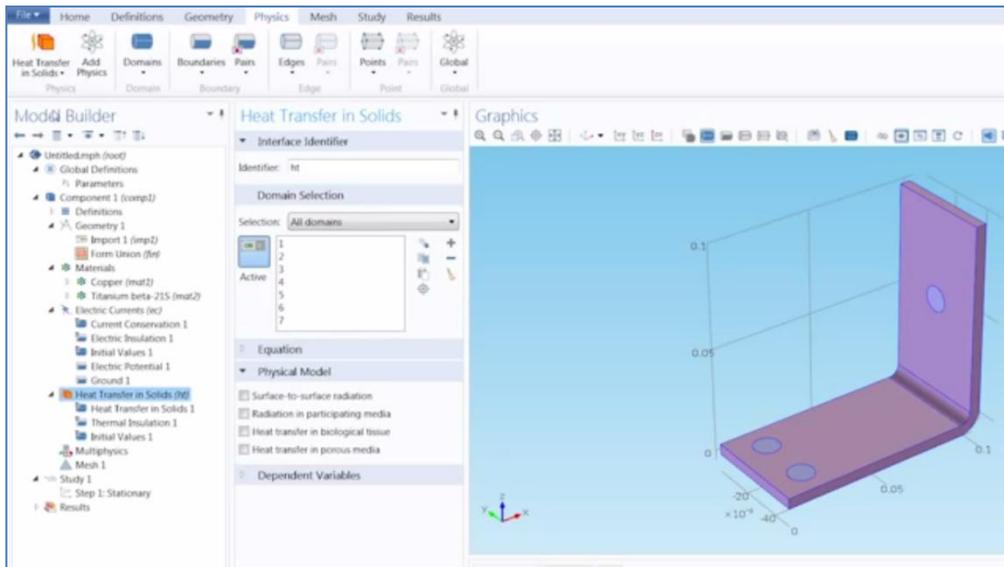


Figure II.20 propriété de sous-domaine ComsolMultyphysics

5. Introduction des conditions aux limites

Pour résoudre les EDP, il est nécessaire de définir un certain nombre de conditions aux limites cohérentes. A chaque frontière de domaine est associé un segment orienté. Il est possible de donner des valeurs de condition aux limites pour chacun de ces segments. Les options seront différentes suivant qu'il s'agisse ou non d'une frontière intérieure au système.

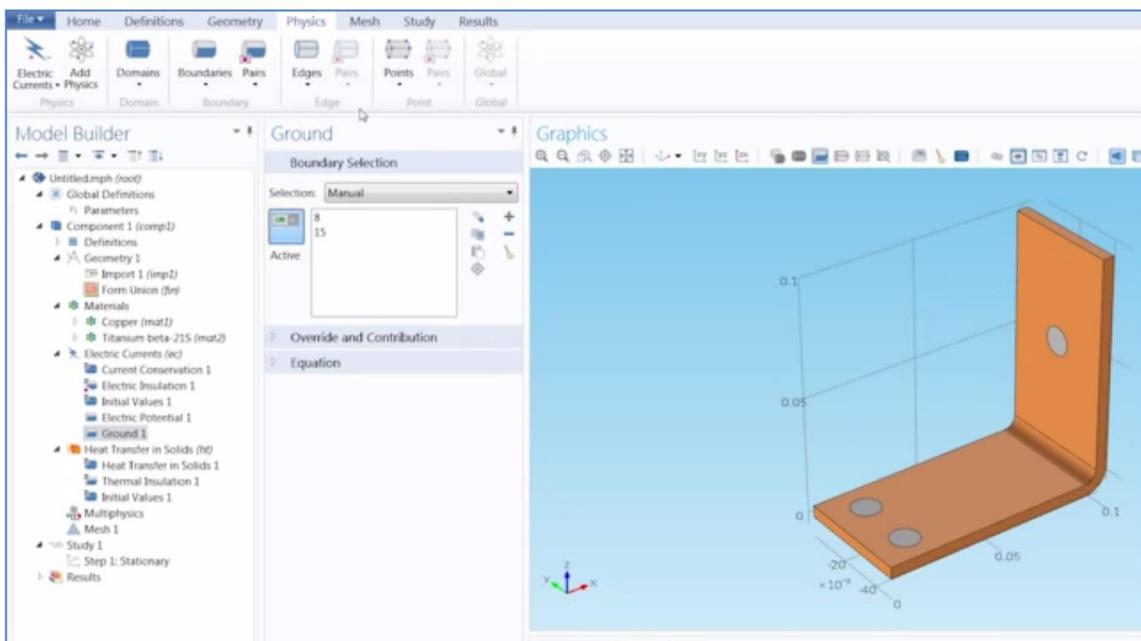
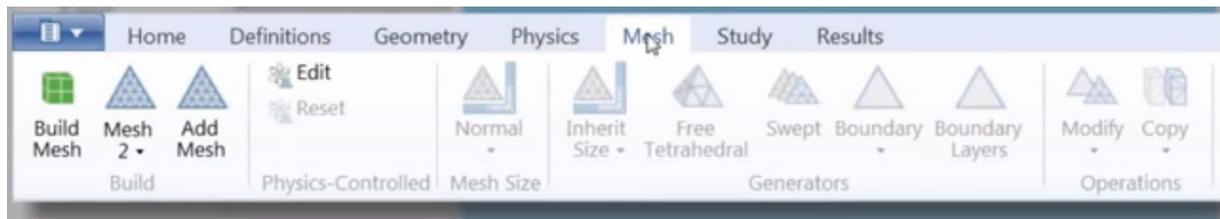


Figure II.21 : Fenêtre des Condition aux limites

6. Création de maille ou maillage

Un maillage est une partition du modèle de la géométrie en petites unités de formes simples. Nous pouvons créer un maillage libre dans Comsol Multiphysics en cliquant sur le bouton Build Mesh sur la barre d'outils principale. Il peut être utilisé sur tous types de géométrie. Il crée des maillages non structurés qui n'ont pas de restrictions en termes de distribution des éléments.



Pour une géométrie 3D le générateur de maille divise les sous-domaines en éléments pyramidaux de maille. Si la frontière est courbée, ces éléments représentent seulement une approximation de la géométrie originale.

Lors de la création de mailles, le nombre d'éléments du maillage est déterminé par la forme de la géométrie et les paramètres de maille différents. Nous pouvons contrôler les paramètres de maille en ouvrant la boîte de dialogue **Paramètres de maille** et définir les paramètres de maille qui déterminent la taille des éléments et la distribution des éléments dans la géométrie.

Un maillage prédéfini peut générer une maille extrêmement fines, extra, fine, fine, normal, grossier, grossier, en sus maillage grossier, ou extrêmement grossières. Nous pouvons aussi Personnaliser le maillage si vous souhaitez spécifier manuellement les paramètres de maillage global. De plus, on peut aussi obtenir des maillages adaptatifs ou anisotropiques où le nombre d'éléments est bien plus élevés au voisinage de singularités ou bien en des endroits où l'on a besoin de plus de précisions sur la solution, ainsi les endroits où nous n'avons pas besoin d'autant de précision les mailles sont plus grande ce qui nous fait économisé un temps de calcul considérable. Les maillages ressemblent à celui-ci :

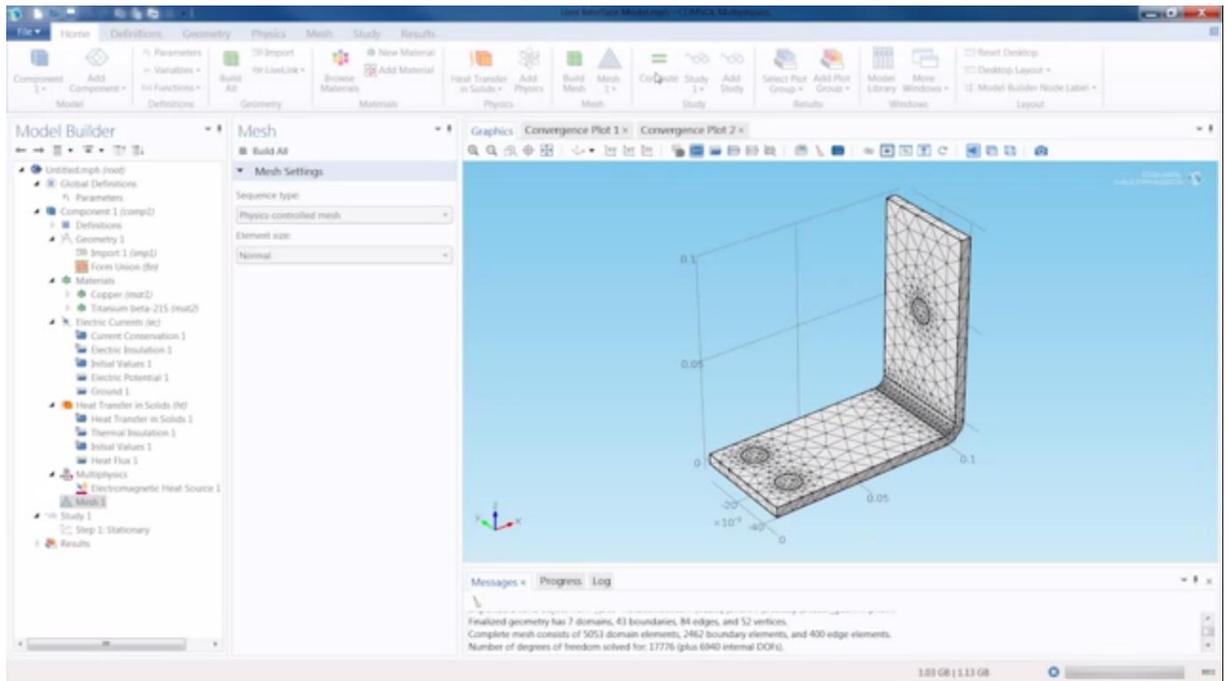
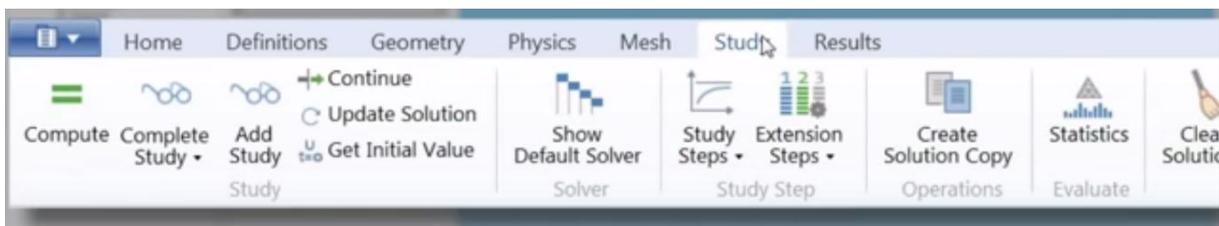


Figure II.22 : Exemple de maillage d'une géométrie

7. Résolution du problème

Sélectionner le solveur et les options de résolution du problème :



Lorsque le problème est complètement défini, il ne reste plus qu'à le résoudre !

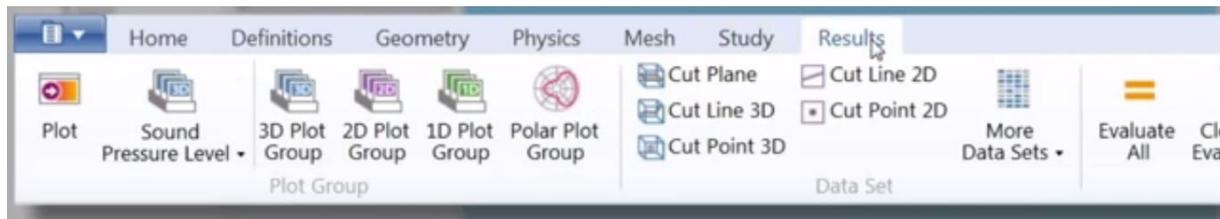
Il est recommandé d'examiner les différents solveurs de ComsolMultiphysics ainsi que les paramètres pour choisir le meilleur pour une application donnée. De même, lors de la résolution d'un problème multiphysique, il est possible de ne résoudre que pour une certaine partie des variables.

COMSOL inclut un ensemble de *solver* pour des problèmes à la base de PDE. Les types disponibles sont mentionnés ci-dessous :

- *Stationary solver* (pour la résolution de PDE Stationnaire linéaire ou non linéaire).

- *Time-dependentsolver*(pour la résolution de PDE dépendante du Temps linéaire ou nonlinéaire).
- *Eigenvaluesolver* (Pour la résolution de PDE par Valeurs Propres).
- *Parametricsolver* (pour la résolution stationnaire de problèmes PDE -linéaire ou non linéaire- dépendant d'un Paramètre).
- *Adaptive solver* (Pour la résolution Stationnaire ou de valeurs propres de problèmes PDE linéaire ou non linéaire avec raffinement adaptatif de maillage).

Visualiser les résultats



Quand nous résolvons un problème il est utile de savoir ce qui vient après. Dans ce but Comsol Multiphysics fournit une fenêtre de progression. Elle apparaît lors de la résolution d'un problème, ou en créant un rapport modèle. Au dessus de la fenêtre de progression nous pouvons voir ce qui se produit à l'heure actuelle avec l'évaluation du temps restant.

V. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons rappelé quelques méthodes de résolutions, et la méthode de résolution de notre logiciel qui est la méthode des éléments finis et qui est une méthode numérique. Le rappel des méthodes avec la quelle effectue le logiciel la résolution des problèmes, nous a permis de bien apprécier les avantages de cette méthode et du choix du logiciel et nous aidera à bien comprendre le fondement de la méthode des éléments finis.

Pour la résolution numérique du système non linéaire formé par le couplage des équations de la chaleur et d'écoulement un processus itératif a été utilisé. Une température d'essai est choisie (une température initiale obtenue par exemple à partir d'un modèle analytique simple). La solution numérique du problème est obtenue quand la température calculée est suffisamment proche de la température d'essai, c'est à dire la différence entre la dernière température calculée à l'issue de la $n^{\text{ème}}$ itération devient négligeable.

CHAPITRE III
MODELISATION DU PHENOMENE DE
CLIMATISATION DANS L'AUTOMOBILE

I. Introduction

Nous allons essayer dans ce troisième chapitre de modéliser Le phénomène de climatisation génération de chaleur et sa dissipation à l'intérieure d'une automobile (véhicule ordinaire), lorsque le moteur tourne a régime normal. Pendant la climatisation la chaleur à l'intérieur de l'habitacle est dissipée progressivement avec le temps et une température choisie de référence s'installe progressivement,

Notant que le dimensionnements des échangeurs de chaleurs (condenseurs et évaporateurs), leurs puissances, les températures d'entrées et de sorties de l'air pour différentes vitesses de rotations du compresseur, sont définit lors d'un précédent travail ou nous prenons juste les valeurs de calcul du logiciel, finalement nous tirerons le coefficient de performance en utilisant ce même model élaborés. Les résultats sont interprétés par les graphes qui vont suivre.

Nous allons par la suite refaire la simulation du modèle pour plusieurs types de matériaux, régime de fonctionnement et température extérieure ;

Il était intéressant de représenter le véhicule en utilisant l'outil de simulation ComsolMultyphysics du fait qu'il propose une large gamme de PDE pour la modélisation complète de différents phénomènes en plus il offre la possibilité de coupler entre plusieurs phénomènes.

II. Définition du model :

La figure III.1 représente une vue 2D de haut et de profile d'un véhicule ordinaire. La modélisation en 3D plus complexe et plus précise bien sur nous a demandé beaucoup plus de temps que nous n'avions pas, nous nous somme limiter a une étude en deux dimensions moins précise mais toute aussi intéressante, la géométrie à été prise très modeste aussi en 2D par manque de temps.

Les sièges de notre véhicule sont prise en compte comme obstacle pour une bonne circulation de l'air conditionné à l'intérieure de l'habitacle. Les parois du véhicule sont prise comme source de chaleur interprétation du temps qu'il fait a l'extérieure.



Figure III.1 géométrie du model et du véhicule

Le model inclue les équations de transfert de chaleur couplé aux équations de Navier stocks par convection dans l'habitacle. La dissipation de la chaleur de l'habitacle a l'air qui entre par les entrées du climatiseur est décrite par la convection et les équations d'écoulement.

Les propriétés thermiques des matériaux utilisés dans notre model sont décrites dans le tableau suivant :

| Propriété | Carrosserie | Air |
|------------------------------|-------------|-------|
| ρ (kg/m ³) | 7870 | 1.170 |
| C_p (J/ (kg*K)) | 449 | 1100 |
| k (W/ (m*K)) | 82 | 0.026 |
| ε | 0.28 | - |

Au bout de 2 min, le climatiseur fournie une source d'air conditionné, l'air ambiant se mélange au fur et a mesure que le temps passe et en influe aussi sur les parois quand il entre contact avec cette interface. En négligeant les pertes, le débit d'écoulement et l'énergie fournis par le système ainsi que la température sont prédéfinirent

La figure 2 montre le profil de P de puissance capacitive par nombre de tours du compresseur

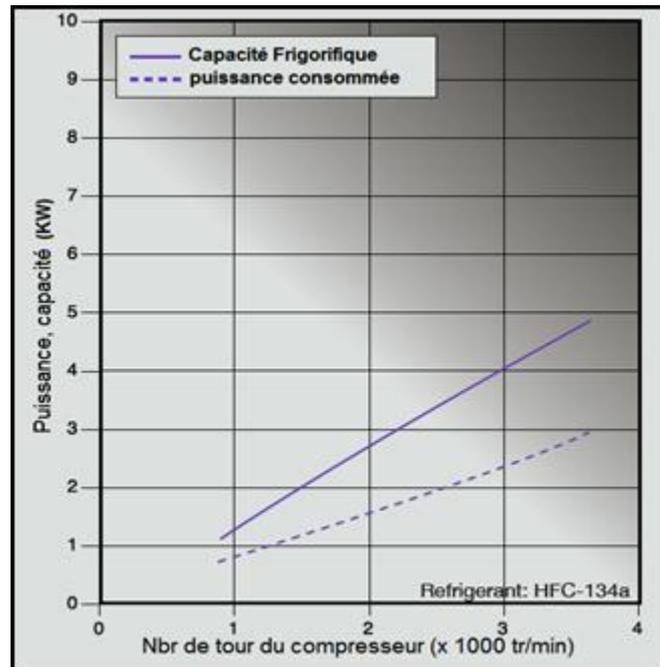


Figure III.2: Le profil du compresseur.

L'exécution du model se fait après introduction des données suivantes :

Tables des données

a. Compresseur :

Tableau III.3. Données du compresseur

| Données | Valeurs |
|---------------------|------------------------|
| Volume du cylindre | $Dv = 82 \text{ cm}^3$ |
| Rendement volumique | $nu_v = 0.9$ |
| Nbr de tour | Variable |
| Conductivité d'Al | $k = 200$ |

b. Evaporateur :

Tableau III.4. Données d'air (Evaporateur)

| Données | Valeurs |
|----------------------------|-----------------------------|
| Température de l'habitacle | $T_i = 21^\circ\text{C}$ |
| Température extérieur | $T_e = 45^\circ\text{C}$ |
| Diamètre hydraulique | $D_{ha} = 0.01 \text{ m}$ |
| Surface de l'air | $A_a = 0.12 \text{ m}$ |
| Pourcentage d'air recyclé | $fr = 70\%$ |
| Vitesse d'air de soufflage | $v_{as} = 0.25 \text{ m/s}$ |
| Vitesse d'air ext | $v_a = 3 \text{ m/s}$ |

Tableau III.5. Données du fluide frigorigère R134a (Evaporateur)

| Données | Valeurs |
|----------------------------|--|
| Température d'entrée | $T_4 = 2.46^\circ\text{C} = T_{41}$ |
| Température de sortie | $T_1 = 6^\circ\text{C}$ |
| Diamètre des conduites | $D_h = 0.003 \text{ m}$ |
| Chaleur spécifique vapeur | $C_{pv} = 851.2 \text{ j/Kg.K}$ |
| Chaleur spécifique liquide | $C_{pl} = 1425 \text{ j/Kg.K}$ |
| Conductivité état vapeur | $k_v = 0.01339 \text{ W/m}^2.\text{K}$ |
| Conductivité état liquide | $k_l = 0.08113 \text{ W/m}^2.\text{K}$ |

c. Condenseur :

Tableau III.6. Données d'air (Condenseur)

| Données | Valeurs |
|------------------------|--------------------------|
| Température d'entrée | $T_a = 45^\circ\text{C}$ |
| Diamètre hydraulique | $D_h = 0.01 \text{ m}$ |
| Vitesse d'air | $v_a = 6 \text{ m/s}$ |
| Section d'apport d'air | $A_a = 0.15 \text{ m}^2$ |

Tableau III.7. Données du fluide frigorigère R134a (Condenseur)

| Données | Valeurs |
|----------------------|-----------------------------|
| Diamètre hydraulique | $D_h = 0.0017$ |
| Pression | $p = 16 \text{ bar}$ |
| Pression critique | $p_c = 40.59 \text{ bar}$ |
| Titre vapeur (x) | Variable |
| Section de conduite | $A_r = 10^{-5} \text{ m}^2$ |

Résultats :

Des tables thermodynamique A11, A12 et A13 du R134a on tire les propriétés thermodynamiques de chaque point du cycle de la figure III.1, qui sont représenté dans le tableau III.8 :

Tableau III.8. Valeurs thermodynamiques du R134a

| Point | Température [°C] | Pression [$10^5 \cdot \text{Pa}$] | Enthalpie [Kj/Kg] | Entropie [Kj/Kg.K] | Titre vapeur (x) |
|-------|------------------|-------------------------------------|-------------------|--------------------|------------------|
| 1 | 6 | 3.2 | 255.1 | 0.94192 | - |
| 2 | 66.88 | 16 | 289.45 | 0.94192 | - |
| 21 | 57.88 | 16 | 277.86 | 0.90784 | 1 |
| 22 | 57.88 | 16 | 135.93 | 0.42873 | 0 |
| 3 | 55 | 14.98 | 131.35 | 0.4437 | 0 |
| 4 | 2.46 | 3.2 | 131.35 | 0.3805 | 0.395 |
| 41 | 2.46 | 3.2 | 251.88 | 0.93006 | 1 |

Tableau III.9. Températures d'air pour différents points du cycle frigorigère.

| Point | Représentation dans le code | Température [°C] |
|-------|-----------------------------|------------------|
| 1 | T_s | 15 |
| 2 | T_{e1} | 45 |
| 21 | T_{e11} | 45.74 |
| 22 | T_{e12} | 49.71 |
| 3 | T_{e3} | 49.96 |

| | | |
|----|-----------|-------|
| 4 | T_{e4} | 28.2 |
| 41 | T_{e41} | 21.12 |

Tableau III.10. Résultats du code pour les échangeurs pour N=2300 tr/min.

| | Etat de phase | DTLM [°C] | Chaleur [KW] | Surface [m ²] | |
|-------------|----------------|-----------|--------------|---------------------------|-------|
| Condenseur | Vapeur | 16.53 | 0.75 | 0.68 | 7.27 |
| | Liquide-Vapeur | 10.02 | 4.00 | 6.00 | |
| | Liquide | 6.47 | 0.25 | 0.58 | |
| Évaporateur | Liquide-Vapeur | 22.01 | 3.00 | 7.72 | 8.399 |
| | vapeur | 13.24 | 0.158 | 0.67 | |

III. Modélisation numérique:

Les caractéristiques thermiques et du fluide dynamique du système comme celles de la plupart des dispositifs mécaniques peuvent être simulées numériquement sur ordinateur et ces simulations sont basées sur la discrétisation du volume de la pièce à étudier et de ses interfaces en un maillage aux nœuds duquel sont résolues les équations de transport.

Ici la simulation est de plus en plus précise pour la modélisation des différents phénomènes qui régissent notre système, et même en surface. Nous présentons un modèle qui décrit la variation de la température dans un habitacle d'une automobile.

L'analyse de la température est obtenue par la résolution du système d'équation non linéaire tridimensionnel (3D) et est gouverné par deux lois :

- Les équations de transfert de chaleur par conduction et convection.
- Les équations de Navier Stocks pour les écoulements d'air.

Présentation du modèle et aspects numériques :

La première étape sera donc de dessiner la géométrie en respectant les dimensions que l'on veut modéliser. La modélisation que nous allons réaliser nous permettra de simuler plusieurs approches, par exemple simuler plusieurs matériaux et temps de marche du climatiseur.

Après avoir spécifié la physique ainsi que le modèle on introduit les constantes et les conditions aux limites (l'interface avec les parois, l'action de la température extérieure du système). L'étape suivante sera la génération du maillage qui est assuré par l'outil de simulation, ici nous pouvons spécifier la géométrie des maille ainsi que leur nombre et leur tailles, ceci nous permet de faire un maillage adaptatif plus raffiné au bord des surfaces chargées et moins raffiné à l'intérieur ou on n'a pas besoins de beaucoup de précision. La résolution du système d'équations se fait par la méthode des éléments finis. Lorsque le programme converge vers une solution, il bascule automatiquement vers la fenêtre('postprocessing'), qui permet d'analyser les résultats du potentiel. Il est toute fois possible de visualiser la progression de la résolution ainsi que sa convergence et le nombre d'itérations.

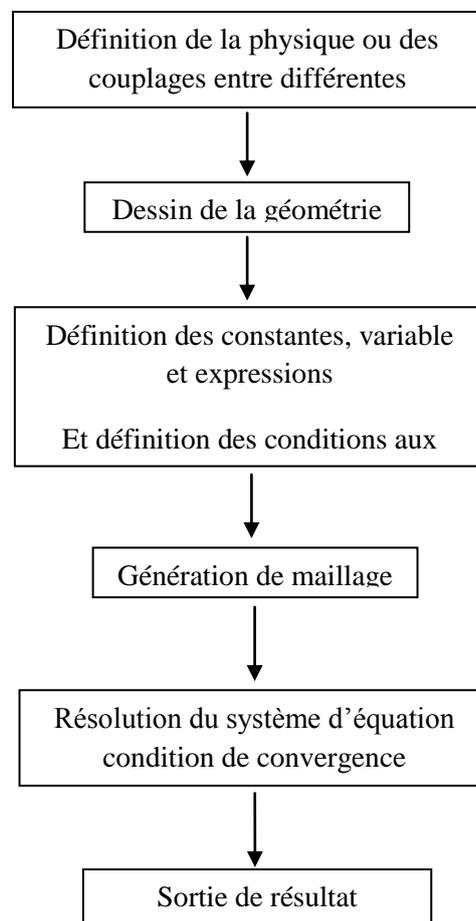


Figure III.3 Organigramme général de la procédure numérique de la résolution d'un système d'équations au dérivé partiel

Nous choisisant les paramètres suivants dans la section **Material Contents**

Le matériau pour la carrosserie :

| Property | Name | Value | Unit | Property group |
|------------------------------------|------|-------|-------------------|----------------|
| Thermal conductivity | k | 82 | W/(m·K) | Basic |
| Density | rho | 7870 | kg/m ³ | Basic |
| Heat capacity at constant pressure | Cp | 449 | J/(kg·K) | Basic |

1. Domaine d'équation**Le transfert de chaleur dans les solides :****a. L'équation de chaleur**

Le modèle mathématique pour le transfert de chaleur par conduction est l'équation de la chaleur:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (k \nabla T) = Q$$

- T est la température.
- ρ est la masse volumique.
- C est la capacité calorifique.
- Cp est la capacité calorifique à pression constante.
- Cv est la capacité calorifique d'un volume constant.
- k est la conductivité thermique.
- Q est une source de chaleur ou un dissipateur de chaleur.

Pour modéliser le transfert de chaleur par convection, l'équation de la chaleur va comprendre également un terme convectif. Cette formulation est représentée dans le mode d'application de convection et de conduction en tant que:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-k \nabla T + \rho C_p T \mathbf{u}) = Q$$

Où \mathbf{u} est le champ de vitesse. Ce champ peut être soit fournie comme une expression mathématique des variables indépendantes ou calculée par un couplage au champ de vitesse d'un mode tel que de les équations des écoulement (Navier-Stokes) applications incompressibles.

Le vecteur de flux de chaleur est définie par l'expression entre parenthèses dans l'équation ci-dessus. Pour le transport par conduction et convection, cette équation devient :

$$\mathbf{q} = -k\nabla T + \rho C_p T \mathbf{u}$$

où \mathbf{q} est le vecteur de flux de chaleur. Si le transfert de chaleur est seulement par conduction, \mathbf{q} est déterminée par

$$\mathbf{q} = -k\nabla T$$

b. Les paramètres mouvements et de translation :

Ici nous spécifions le vecteur de translation U_{trans} :

| | |
|--------------------|-----|
| $-y*v(t)/r_wheel$ | x |
| $x*v(t)/r_wheel$ | y |
| 0 | z |

c. Formulation en EDP

Le modèle mathématique pour le transfert de chaleur par conduction est la version suivante de l'équation de la chaleur

$$\delta_{ts}\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (k\nabla T) = Q$$

Pour un problème à l'état stationnaire de la température ne change pas avec le temps et le premier terme disparaît.

Dans de rares cas, vous pourriez décider d'ajouter spécifique à un domaine transversal convection ou rayonnement en 1D plane et modèles de révolution et des modèles de plans 2D. Représenter en ajoutant les deux termes à droite:

$$\delta_{ts}\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (k\nabla T) = Q + \frac{h_{trans}}{dA}(T_{ext} - T) + \frac{C_{trans}}{dA}(T_{ambtrans}^4 - T^4)$$

où:

- h_{trans} est le coefficient de transfert de chaleur convectif transversal.

- Le texte est la température extérieure transversale.
- CTRANS est une constante définie par l'utilisateur.
- Tambtrans transversal est la température ambiante.
- dA est l'épaisseur en 2D et 1D zone.

i. Capacité de chauffage

La capacité C de chaleur décrit la quantité d'énergie thermique nécessaire pour produire un changement de température de l'unité dans une unité de masse.

ii. La conductivité thermique

La conductivité thermique k décrit la relation entre le flux de chaleur q vecteur et le gradient de température ∇T comme dans l'

$$\mathbf{q} = -k\nabla T,$$

qui est la loi de Fourier de conduction de la chaleur.

iii. Source de chaleur

La source de chaleur décrit la génération de chaleur à l'intérieur du domaine. On va exprimer le chauffage et de refroidissement avec des valeurs positives et négatives, respectivement. La quantité Q est exprimer comme unité de puissance par unité de volume (W/m³ en unités SI)

2. Les types de condition aux limites :

Dans le tableau suivant nous trouvant les types de conditions aux limites que nous pouvons rencontrer lors de la résolution d'une EDP du model de transfert de chaleur.

| BOUNDARY CONDITION | DESCRIPTION |
|--|------------------------|
| $\mathbf{n} \cdot (k\nabla T) = q_0 + h(T_{inf} - T) + C_{const}(T_{amb}^4 - T^4)$ | Heat flux |
| $\mathbf{n} \cdot (k\nabla T) = 0$ | Insulation or symmetry |
| $T = T_0$ | Prescribed temperature |
| $T = 0$ | Zero temperature |

a) Flux de chaleur :

$$\mathbf{n} \cdot (k \nabla T) = q_0 + h(T_{inf} - T) + C_{const}(T_{amb}^4 - T^4)$$

COMSOL Multiphysics fournit qu'une seule condition de limite généralisée pour le flux de chaleur, mais il représente le flux de chaleur en général ainsi que le flux de chaleur de convection et le rayonnement.

Le mode d'application interprète le flux de chaleur q_0 dans la direction de la normale vers l'intérieur. Il interprète la convection et le plan de rayonnement dans la direction de la normale vers l'extérieur.

Spécifiez q_0 pour représenter un flux de chaleur qui entre dans le domaine . Par exemple , tout appareil de chauffage électrique est bien représenté par cette condition , et vous pouvez omettre sa géométrie . Entrez le q_0 quantité comme unité de puissance par unité de surface (W/m² utilisant les unités SI) . Bien que ce soit directement applicable à la 3D, la profondeur de l'unité et unité de surface sont supposés dans les applications 2D et 1D , respectivement .

- $h (T_{inf} - T)$ des modèles de transfert de chaleur par convection avec le milieu environnant , où h est le coefficient de transfert de chaleur et T_{inf} est la température ambiante en vrac . La valeur de h dépend de la géométrie et les conditions d'écoulement ambiantes. Pour une introduction approfondie sur la façon de calculer les coefficients de transfert de chaleur voir Ref .Une .

- $C_{const}(T_{amb}^4 - T^4)$ des modèles de transfert de chaleur par rayonnement avec le milieu environnant . T_{amb} est la température de l'environnement de rayonnement environnant, qui peuvent être différentes de T_{inf} . C_{const} est le produit de la ϵ emissitivity de surface et de la constante de Stefan-Boltzmann $\sigma = 5,669 \cdot 10^{-8}$ W/m²/K⁴ (avec la même unité que la constante de Stefan-Boltzmann) :

$$C_{const} = \epsilon \sigma$$

b) Isolation ou de symétrie

$$\mathbf{n} \cdot (k \nabla T) = 0$$

Cette condition précise où le domaine est bien isolée, ou il réduit la taille du modèle en tirant profit de la symétrie. Intuitivement cette équation dit que le gradient à travers la frontière doit être zéro. Pour que cela soit vrai, la température d'un côté de la frontière doit être égal à la température de l'autre côté. Parce qu'il n'y a pas de différence de température à travers la frontière, la chaleur ne peut pas transférer à travers elle.

Un contrôle numérique intéressant pour la convergence est l'évaluation numérique de la condition ci-dessus le long de la frontière, quelque chose de facile à réaliser avec les fonctions de post-traitement de COMSOL Multiphysics. Un autre contrôle est de tracer le champ de température comme un tracé de contour. Idéalement, les lignes de contour sont perpendiculaires l'une quelconque limite isolée.

c) Symétrie axiale

Cette condition limite est uniquement disponible pour les versions de révolution des modèles d'application de transfert de chaleur. Utilisez-le uniquement sur l'axe de symétrie $r = 0$.

d) température prescrite

$$T = T_0$$

Cette limite prescrit la température T_0 . Cette condition signifie que la solution à éléments finis renvoie une solution dans laquelle la condition ci-dessus est vraie ou minimalement approchée.

e) Temperature zero fixe

$$T = 0$$

Cette limite spécifie une température de limite zéro.

f) Couche mince thermiquement résistantes

Vous pouvez utiliser la condition à la limite de la couche thermiquement mince résistive

$$\mathbf{n} \cdot (k_1 \nabla T_1 - k_2 \nabla T_2) = \frac{k}{d}(T_1 - T_2)$$

Pour modéliser une couche mince d'un matériau thermiquement résistif. La couche a une épaisseur d et la conductivité thermique k . Cette condition limite est uniquement disponible à la frontière entre les pièces d'un assemblage.

Paramètres des conditions aux limites :

| QUANTITY | VARIABLE | DESCRIPTION |
|-----------|----------|---|
| q_0 | q | Inward heat flux |
| h | h | Convective heat transfer coefficient |
| T_{inf} | Tinf | Ambient bulk temperature |
| $Const$ | Const | Radiation constant: product of emissivity and Stefan-Boltzmann constant |
| T_{amb} | Tamb | Temperature of the surrounding radiating environment |
| T_0 | T0 | Prescribed temperature |

3. Variables du mode d'application

Le mode d'application de conduction utilise les variables suivantes pour les équations de domaine, les équations aux limites, et de post-traitement.

| NAME | DOMAIN /TYPE | DESCRIPTION | EXPRESSION |
|--------------------|--------------|---|--|
| T | S/B | Temperature | T |
| gradT, T_{x_i} | S/V | Temperature gradient | $ \nabla T , \frac{\partial T}{\partial x_i}$ |
| flux | S | Heat flux | $ -k \nabla T $ |
| nflux_T | B | Normal heat flux | $\mathbf{n} \cdot (-k \nabla T)$ |
| fluxx _i | V | Heat flux, x_i component | $\sum_j -k_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j}$ |
| Dts | S | Time-scaling coefficient | δ_{ts} |
| rho | S | Density | ρ |
| C | S | Heat capacity | C_p |
| k, $k_{x_i x_j}$ | S | Thermal conductivity | k, k_{ij} |
| Q | S | Heat source | Q |
| htrans | S | Transversal convective heat transfer coefficient | h_{trans} |
| Text | S | Transversal external temperature | T_{ext} |
| Ctrans | S | User-defined constant | C_{trans} |
| Tambtrans | S | Transversal ambient temperature | $T_{ambtrans}$ |
| T0 | B | Prescribed temperature | T_0 |
| h | B | Convective heat transfer coefficient | h |
| Tinf | B | Ambient bulk temperature | T_{inf} |
| Const | B | Radiation constant: product of emissivity and Stefan-Boltzmann constant | Const |
| Tamb | B | Temperature of the surrounding radiating environment | T_{amb} |

4. Le mode de résolution

En plus d'un transfert de chaleur par conduction, convection et le mode de demande de conduction comprend un transfert de chaleur par convection. Dans le terme de convection pour l'équation qui définit ce mode d'application, vous pouvez spécifier le vecteur vitesse comme une expression analytique. Alternativement, vous pouvez le connecter directement à la solution des équations du mouvement, par exemple, par un couplage multiphysique de la

mode d'application incompressible de Navier-Stokes. Le mode d'application de convection et de conduction est adapté à la modélisation de transfert de chaleur dans les fluides.

5. Formulation en EDP

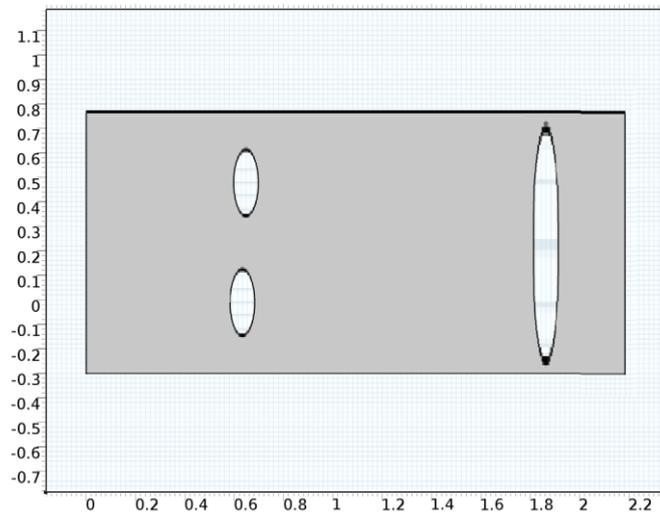
Dans ce mode d'application, vous pouvez choisir entre deux formules:

$$\delta_{ts} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-k \nabla T) = Q - \rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T \quad (\text{nonconservative})$$

$$\delta_{ts} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (-k \nabla T + \rho C_p \mathbf{u} T) = Q \quad (\text{conservative})$$

6. Maillage :

Le maillage des domaines est automatique. Il est possible de le raffiner globalement ou de manière localisée.



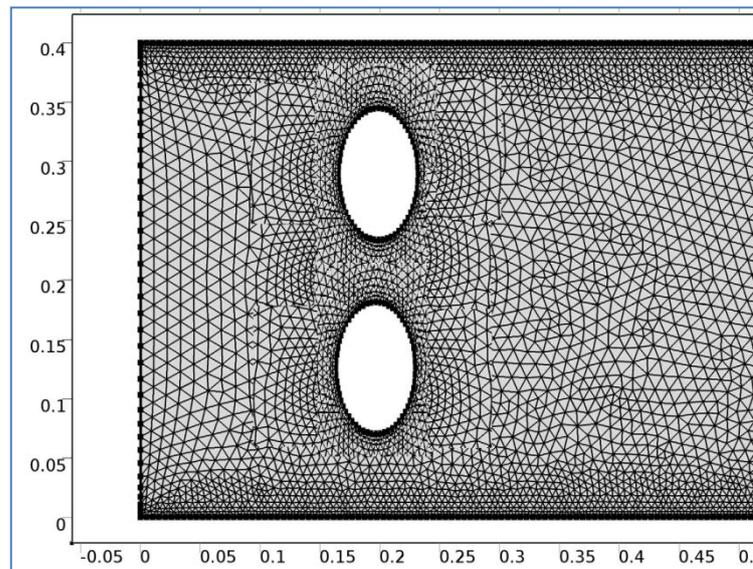


Figure III.4: maillage extra fin de la géométrie

COMSOL nous donne par la suite le nombre d'élément générer, ici nous avons 5700 éléments,

Les étapes prise par le solveur sont des étapes intermédiaire en fonction du temps ceci force le solveur à prendre au moins une étape dans chaque intervalle spécifié.

IV. resultat

Le premier des deux tracés indique la température a l'intérieur de l'habitacle, à la fin de l'intervalle de simulation. Modifier cette parcelle pour afficher le temps juste avant et tout suite après arrivé à la température voulut.

Nous comparons par la suite la chaleur totale dissipé et l'énergie consommé, comme cela est schématisé dans ce qui suit.

Les températures à varient avec le temps et la position. A l'interface du contactà proximité des parois les températures sont assez grande ensuite décroît à nouveau quand on s'éloigne des parois ou de la source d'entrées de l'air conditionné.

Nous avons préféré faire cette simulation en générant une animation dans COMSOL pour mieux voir ces résultats. La figure 4 montre les températures et l'écoulement de l'air à l'intérieur de l'habitacle dans un laps de temps que nous avons choisi. Des «points chauds» sont visibles aux niveaux des parois interface avec l'extérieur.

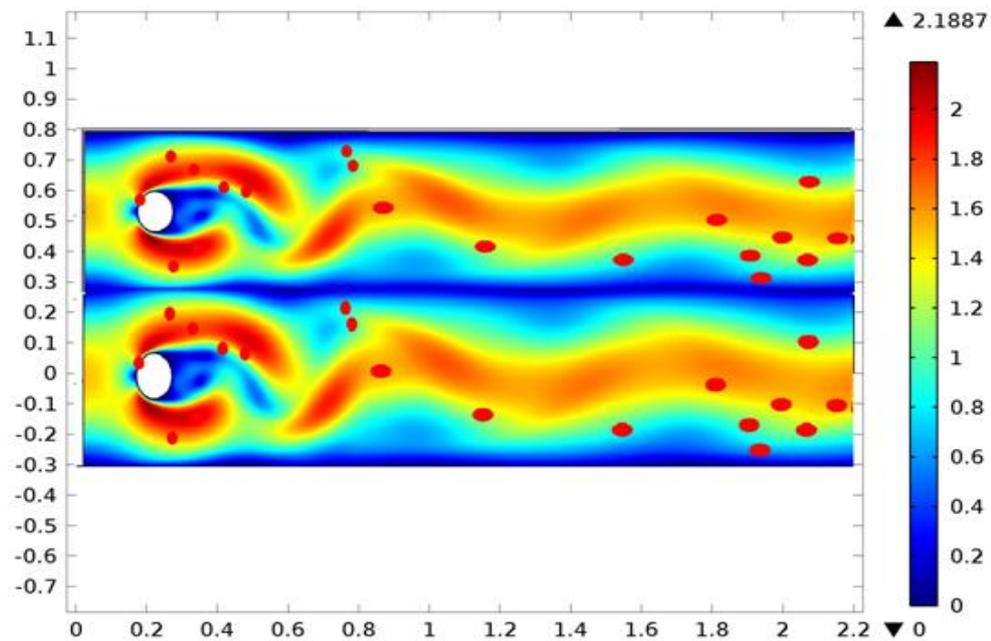


Figure III.5 montre le schéma d'écoulement résultant de la géométrie.

Pour étudier la position du point chaud et le temps de la valeur maximale de la température, il est utile de tracer la température en fonction du temps le long de la ligne allant du centre vers la paroi sur la figure 5. Le résultat est affiché sur la figure 6. Nous pouvons voir que la température maximale est d'environ est celle définie comme condition aux limites c'est-à-dire les parois 338.07K. Le point chaud est positionné à proximité de la paroi en interface avec l'extérieur.

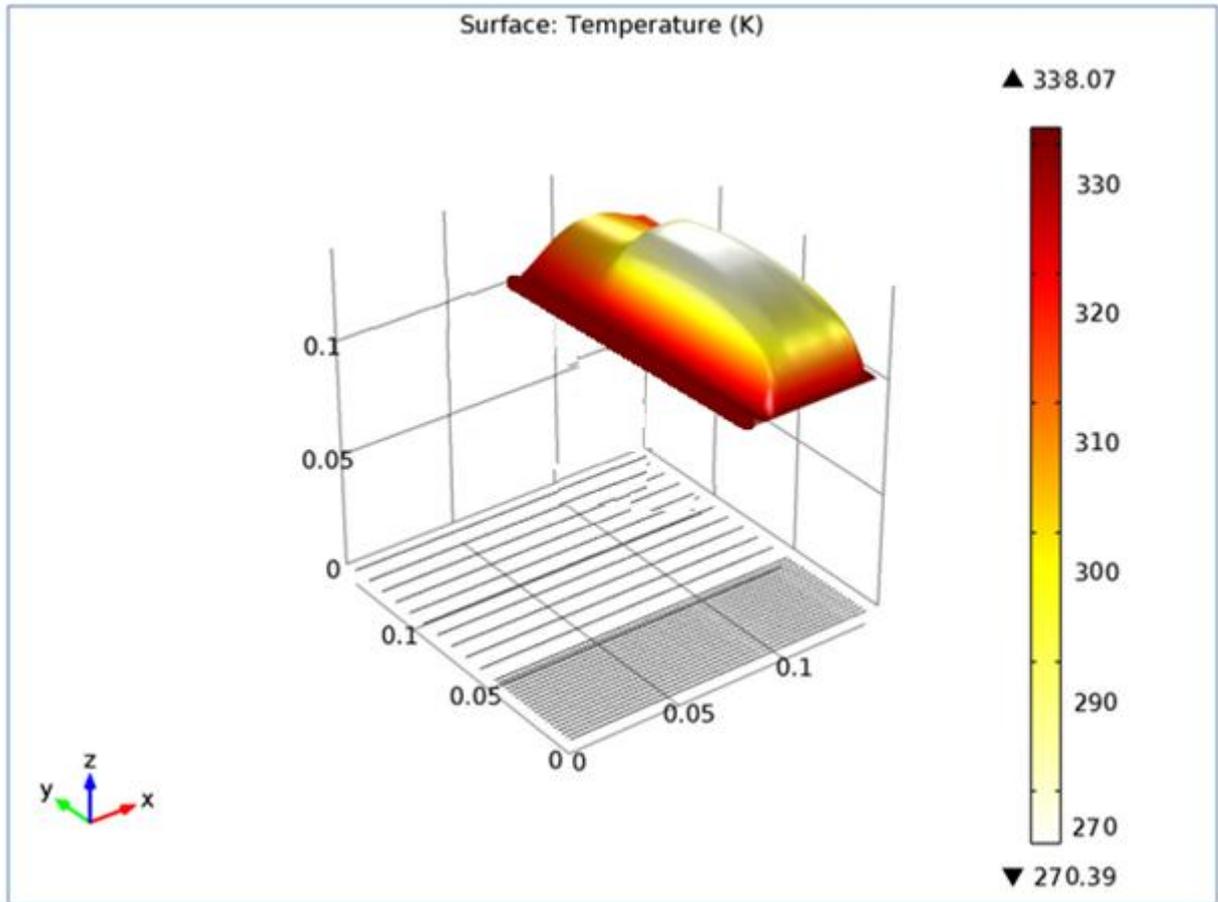


Figure III.6: profile de temperature

Pour étudier la quantité de chaleur dissipée dans l'air, on doit résoudre les intégrales de la chaleur produite en surface et la chaleur dissipée. Ces intégrales donnent le flux de chaleur totale (J / s) pour la chaleur (Q_{prod}), et la dissipation thermique (Q_{diss}), en fonction du temps pour l'habitacle. Les intégrales de temps de ces deux grandeurs, et W_{prod} W_{diss} , donnent la chaleur totale (J) produite et dissipée, respectivement. La figure 7 montre un graphe de la chaleur totale produite et la chaleur dissipée en fonction du temps. Huit minutes après que le conducteur a allumé le climatiseur, une fraction de la chaleur produite est dissipée. En d'autres termes, afin de refroidir le système suffisamment le climatiseur doit rester allumé pour une période beaucoup plus longue que ces huit minutes (15 minutes, en fait).

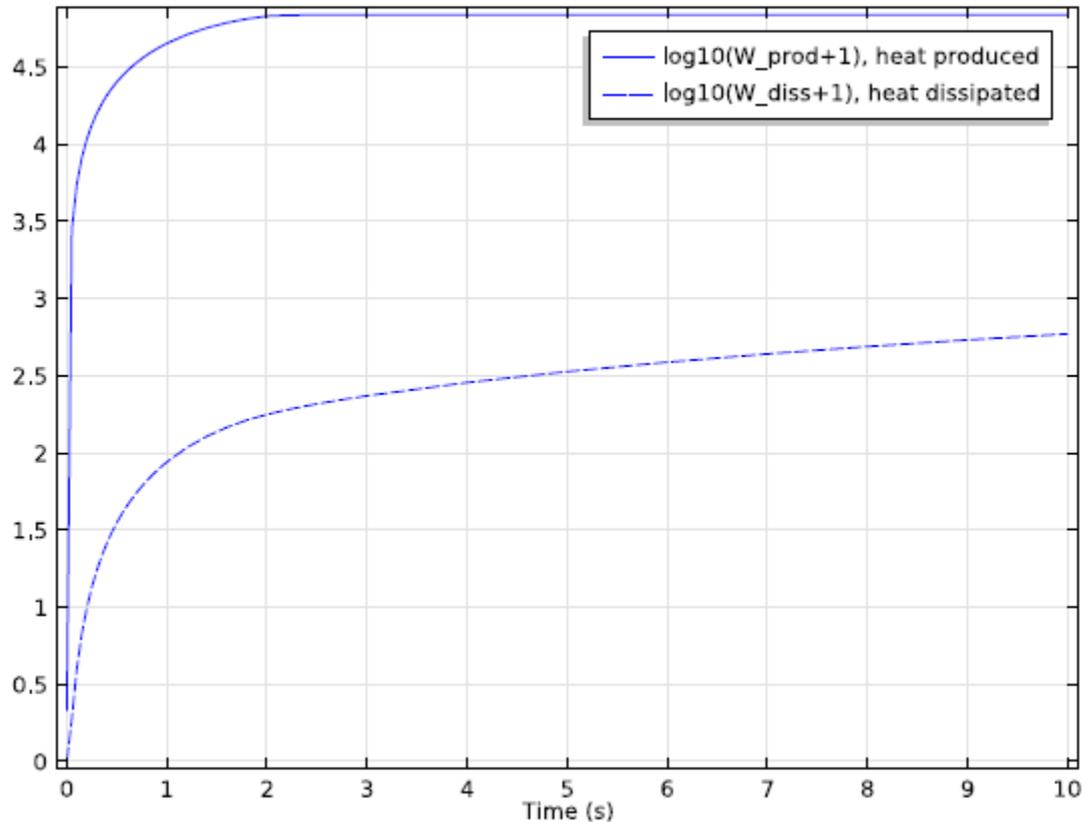


Figure III.7: Comparison of total heat produced (solid line) and dissipated (dashed).

Les résultats de notre modèle nous permettent de prévoir le comportement du système de climatisation en entier pour plusieurs séquences d'allumage, une certaine conception de ce système en terme de géométrie par exemple. Une meilleure conception favorisant un meilleur écoulement de l'air pour un refroidissement plus rapide, ou de choisir un matériau plus tolérant à la température ou d'isolation.

V. CONCLUSION

Nous avons présenté à travers ce chapitre, la modélisation du phénomène de transfert de chaleur et d'écoulement d'air dans l'habitacle d'une voiture par la méthode des éléments finis. Ceci a nécessité d'une part la modélisation numérique de la génération et du transfert de chaleur et d'autre part les effets d'écoulement de l'air à travers les solides. Un intérêt particulier a été consacré à l'étude de la spécification des matériaux et leurs propriétés ainsi que la géométrie et le design de l'habitacle.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

L'objectif de notre étude était de modéliser et de simuler le phénomène de transfert de chaleur ainsi que les écoulements d'air conditionné à la sortie d'un climatiseur au sein de l'habitacle d'une automobile. Cela en appliquant le model sur un cas réel de voiture ordinaire.

A travers notre étude, le phénomène de transfert de chaleur, ainsi que le phénomène d'écoulement, ont été présentés, les équations du modèle, les caractéristiques des mécanismes régissant les phénomènes entre (fluides/solide).

Ainsi les travaux présentés dans ce mémoire ont consisté aux développements d'un modèle décrivant les interactions entre les différents phénomènes physiques se produisant dans un premier temps dans le système et dans un second dans l'habitacle, pour cela il était nécessaire de couplé entre plusieurs équations régissant les phénomènes de transfert de chaleur par conduction et par convection, ainsi que d'écoulements de l'aire. Nous avons par la suite étudié le choix des matériaux et de la géométrie.

Nous nous somme intéressé principalement à l'élaboration des modèles numériques basés sur la méthode des éléments finis permettant l'étude de la variation de la température en trois dimensions, malheureusement et par faute de temps nous nous somme limiter a l'étude bidimensionnelle. Les résultats ont montré que la température était plus élevée à l'interface près des parois de la voiture, et qu'elle dépendait de la période de marche du climatiseur. Ce temps ne doit pas dépasser « dans notre model et avec nos condition aux limites » 15minute si nous voulons arriver à une température comprise entre 20 et 25°C voulue.

L'étude de l'impact du choix du matériau, sur les caractéristiques thermiques, et surtout sur le seuil de le temps pour arriver a une température voulue, cela nous a permit de développer un modèle qui décrit l'influence des matériaux de la carrosserie.

